

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE

PAR

MATHIEU ROULEAU

**CARACTÉRISATION THERMO-ÉLECTRO-MÉCANIQUE
DES INTERFACES FONTE-ACIER-CARBONE
DANS UNE CUVE D'ÉLECTROLYSE**

JUILLET 2007



Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

RÉSUMÉ

Depuis des milliers d'années, les métaux ont pourvu aux besoins matériels des gens. L'aluminium ne fait pas exception, et est certainement l'un des métaux les plus prisé en raison de sa légèreté. Ce n'est que dans les années 1800 que sa fabrication (son extraction en fait) est rendu possible avec le procédé de Hall-Héroult. Aujourd'hui encore, ce procédé est le seul utilisé à l'échelle industrielle, et requiert un appareillage complexe impliquant les domaines thermique et électrique.

Étant donnée que certaines parties de la cuve de Hall-Héroult sont particulièrement importantes, elles font l'objet d'études particulières. C'est le cas notamment des anodes et des cathodes.

Le but de ce présent ouvrage était de comprendre et de quantifier les phénomènes de résistance de contact thermique et électrique se produisant à la cathode ainsi qu'à l'anode d'une cuve d'électrolyse. Ces données ont été traduites sous formes de loi de comportement.

La problématique du mauvais transfert électrique et de chaleur entre deux matériaux provient du fait que les aspérités et les cavités des surfaces en contact créent un espace interstitiel entre les solides; il peut même y avoir une couche de gaz emprisonnée dans les cavités. Si bien que les deux surfaces ne se touchent qu'avec moins de 3% de leur surface apparente, même si une énorme pression est appliquée sur les solides. Cela crée un étranglement des lignes de courant aux points de contact réels, engendrant la résistance de contact. Il existe plusieurs modèles théoriques de résistance de contact thermique et électrique. Ces modèles sont cependant basés sur des hypothèses assez restrictives ainsi que sur des propriétés des matériaux qui peuvent être très difficiles à obtenir pour des températures élevées. Une méthodologie expérimentale a donc été préférée à une approche théorique.

Un montage expérimental a été conçu et fabriqué dans les laboratoires de l'Université. Des échantillons ont été fabriqués à l'usine Alcan Grande-Baie. Une attention particulière a été prise pour que la fabrication des échantillons soit la plus fidèle possible à la réalité des scellements d'anode et de cathode des usines Alcan. Plusieurs essais ont été réalisés sur les échantillons de fonte/carbone et de fonte/acier anodiques et cathodiques.

Tel que prévu, les résistances de contact thermiques et électriques diminuent avec la pression et la température. Cependant il semble que les valeurs des résultats expérimentaux soient plus élevées que celles prédites par les modèles théoriques. En effet, les résistances électriques sont de 3 à 5 fois supérieures aux modèles théoriques, tandis que les résistances

thermiques sont 2 à 3 fois supérieures aux différents modèles théoriques. De plus, un comportement monotonique entre les valeurs des résistances de contact et la température était attendu. Or, une variation non-monotonique, vers 500°C, a été observée de façon récurrente.

Ces phénomènes «non attendu» ne seraient peut-être pas étrangers à certaines observations faites en laboratoire. Effectivement, un durcissement de la fonte en surface, un recuit de relaxation de la fonte, une formation d'oxydes de surface, une décarburisation de la fonte, des zones de soudure entre la fonte et l'acier ont été observés tout au long des essais en laboratoire. Ces perturbations métallurgico-chimique qui surviennent sans doute également en usine, pourrait sans doute expliquer la variation des valeurs expérimentales par rapport aux modèles théoriques, de même que la non-monotonie des résistances de contact selon la température.

Ces perturbations sont en majorité des mécanismes se produisant principalement à hautes températures (mis à part le durcissement de la surface de la fonte). Une validation de ces mécanismes serait pertinente pour bien comprendre toutes les variables relatives aux résistances de contact.

REMERCIEMENTS

Les travaux réalisés relativement au présent ouvrage ont été effectués à l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC), au Centre Universitaire de Recherche sur l'Aluminium (CURAL), dans le cadre du projet START-CUVE pour le compte de la société Alcan Inc.

Je tiens en premier lieu à remercier mon directeur de maîtrise M. Laszlo Kiss pour son support technique et humain, pour son expertise et sa disponibilité dont il a fait preuve tout au long de mon projet. Je désire également remercier ma co-directrice de maîtrise Madame Lyne St-Georges, pour son implication grandement appréciée tout au long du projet.

Les travaux n'auraient pas été possibles sans l'implication de M. Julien Tremblay, technicien au CURAL, relativement à la construction et à la mise en route du montage expérimental, ainsi que de son aide lors des essais expérimentaux.

La préparation des nombreux échantillons n'aurait pas été possible sans la précieuse participation de M. Yvon Brassard, technicien au Centre de recherche et de développement Arvida (CRDA).

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ	II
REMERCIEMENTS	IV
TABLE DES MATIÈRES.....	V
LISTE DES FIGURES	VIII
LISTE DES TABLEAUX.....	XI
NOMENCLATURE.....	XII
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION	14
1.1. Procédé de fabrication d'aluminium de Hall Hérault.....	14
1.2. Cuves d'électrolyses	16
1.2.1. Scellement des anodes et des cathodes	17
1.3. Problématique : mauvais contact entre les matériaux	18
1.4. Objectifs du projet.....	19

CHAPITRE 2 : PHÉNOMÈNES PHYSIQUES ET THÉORIE	20
2.1. Analyse du profil de surface	25
2.1.1. Paramètres statistiques.....	25
2.1.2. Paramètres fractals.....	27
2.2. Analyse des déformations.....	30
2.2.1. Déformations élastiques.....	31
2.2.2. Déformations plastiques	33
2.3. Analyse du transport par les aspérités en contact	34
2.4. Analyse du transfert de chaleur dans la couche de gaz interstitielle	37
2.4.1. Conduction dans la couche de gaz interstitielle.....	37
2.4.2. Rayonnement dans les cavités d'aspérités	43
2.5. Résumé du chapitre	43
 CHAPITRE 3 : REVUE BIBLIOGRAPHIQUE	 45
3.1. Modèles de résistance de contact thermique dû aux aspérités	47
3.1.1. Modèle de Greenwood et Williamson (GW)	47
3.1.2. Modèle de Yovanovich (CMY) et modèle de Mikic	49
3.1.3. Modèle élastoplastique de Yovanovich	52
3.1.4. Modèle de Majumdar et Tien.....	53
3.1.5. Autres modèles	57
3.2. Modèles de résistance due à la couche de gaz	58
3.2.1. Modèle de Cetinkale et Fishenden.....	58
3.2.2. Modèle de l'intégral de la conduction du gap de Yovanovich (YIGC).....	59
3.2.3. Autres modèles	61
3.3. Modèle de résistance due au rayonnement thermique	63
3.3.1. Modèle de Cetinkale et Fishenden.....	63
3.4. Revue bibliographique des travaux expérimentaux	64
3.4.1. Expériences de Peterson	64
3.4.2. Expériences de Brooks et Bullough.....	66
3.4.3. Expériences de P.J. Rhedey et L.Castonguay	68
3.4.4. Expériences de Sørli et Gran.....	71
3.4.5. Expériences de Støre et Øye.	74
3.5. Résumé de chapitre.....	76

CHAPITRE 4 : MÉTHODOLOGIE ET DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL	78
4.1. Dispositif MATILDA	79
4.1.1. Vue générale du montage	79
4.1.2. Composantes du montage	82
4.2. Préparation des échantillons.....	89
4.3. Méthodologie des prises de mesure	92
4.4. Exemple de calcul de résistance de contact thermique	94
4.5. Incertitudes expérimentales	99
4.6. Résumé de chapitre.....	102
 CHAPITRE 5 : ANALYSES ET RÉSULTATS.....	 104
5.1. Normalisation des résultats.....	105
5.2. Résultats des expériences	107
5.2.1. Résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone cathodique	110
5.2.2. Résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone cathodique.....	129
5.2.3. Résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone anodique	135
5.2.4. Résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone anodique.....	137
5.2.5. Résistance de contact électrique entre la fonte et l'acier	140
5.2.6. Résistance de contact thermique entre la fonte et l'acier.....	146
5.3. Comparaison avec les modèles théoriques.....	148
5.4. Résumé de chapitre.....	153
 CHAPITRE 6 : CONCLUSION	 155
 RÉFÉRENCES.....	 159

LISTE DES FIGURES

Figure 1. 1 : Schéma d'une cuve d'électrolyse (ALCAN).	16
Figure 1. 2 : Ouvrier s'appêtant à sceller une cathode (ALCAN).	17
Figure 1. 3 : Ensembles d'électrodes.	18
Figure 2. 1 : Discontinuité de température à la jonction de deux matériaux : résistance de contact thermique.	21
Figure 2. 2 : Histogramme de hauteurs d'aspérités comparé à une distribution gaussienne ayant le même écart-type.	26
Figure 2. 3 : Dépendance des paramètres statistiques à la résolution de l'instrument de mesure.	27
Figure 2. 4 : Influences des paramètres fractals G et D . $\gamma = 1,5$	29
Figure 2. 5 : Distribution de contrainte de deux sphères en contact : Théorie de Hertz. Les notations r et P remplacent R et W respectivement, et sont les rayons des sphères et la charge appliquée.	31
Figure 2. 6 : Étapes de la plastification.	33
Figure 2. 7 : Étranglement des lignes de courants aux aspérités en contact.	35
Figure 2. 8 : Sauts de température. Les notations g_1, g_2 et t remplacent l_1, l_2 et δ respectivement.	39
Figure 2. 9 : Interaction entre le nombre de Knudsen et le contact de deux surfaces réelles : a) flux de chaleur en fonction de l'épaisseur de la cavité; b) différents régimes dans un contact.	40
Figure 3. 1 : Équivalence entre un contact de deux surfaces réelles et un contact d'une surface composite avec un plan.	46
Figure 3. 2 : Tube de flux de chaleur.	50
Figure 3. 3 : Modèle d'aspérités.	54
Figure 3. 4 : Jonction de deux branches.	55
Figure 3. 5 : Résistance r_{m_q} en série avec R_q et en parallèle avec R_{q-1} . Dans cette figure, la nomenclature r remplace ρ	56
Figure 3. 6 : Système de résistances : a) Système de base; b) Groupe de résistances répétitivement additionnées.	56
Figure 3. 7 : Élément de contact du modèle de Cetinkale et Fishenden.	58
Figure 3. 8 : Quelques variables utilisées dans le modèle du gap de Yovanovich. Dans cette figure, la notation Y remplace δ	60
Figure 3. 9 : Résultats des travaux de Peterson: a) Résistance totale acier-fonte-carbone; b) Ratio de la résistance acier-fonte sur acier-fonte-carbone.	65
Figure 3. 10 : Résultats des travaux de D.G.Brooks et V.L.Bullough : a) Résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone; b) Résistance de contact électrique entre la fonte et l'acier.	67
Figure 3. 11 : Montage de P.J.Rhedey et L.Castongay.	68

Figure 3. 12 : Résultats des travaux de P.J.Rhede et L.Castongay : a) résistance de contact électrique entre acier et carbone versus la température; b) résistance de contact électrique entre acier et carbone à différentes températures.	70
Figure 3. 13 : Montage expérimental de Sorlie et Gran.	71
Figure 3. 14 : Résultats des travaux de Sorlie et Gran : Résistances de contact électrique entre l'acier et la pâte à brasquer (P), entre l'acier et le carbone graphitique (G) , entre l'acier et anthracite (A1 et A2.	73
Figure 3. 15 : Résultats des travaux de Støre et Øye [AN] : Résistances de contact électrique expérimentales de Støre et Øye entre deux types de carbone graphitique (A1 et A2) et de la fonte.	75
Figure 4. 1 : Schéma du montage d'analyse thermo-électro-mécanique.....	79
Figure 4. 2 : Montage réalisé. Le four est montré ouvert.....	80
Figure 4. 3 : Schéma d'un thermocouple dans un échantillon.....	86
Figure 4. 4 : Anode percée de neuf trous pour y insérer les tubes contenant les échantillons d'acier et de carbone.	90
Figure 4. 5 : Ouvrier coulant la fonte sur les sous échantillons pour former les échantillons.	91
Figure 4. 6 : Données primaires de l'essai des échantillons #8, 2 ^{ème} coulée, « fonte sur carbone », à 1 MPa de pression et le four à 500°C.....	95
Figure 4. 7 : Incertitude de la température projetée à l'interface.....	100
Figure 5. 1 : Constituants des fontes en général.....	108
Figure 5. 2 : Diagramme d'équilibre Fer-Carbone.	109
Figure 5. 3 : Résultats expérimentaux de résistances de contact électrique cathodique.	110
Figure 5. 4 : Coefficient C_1 de la résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone cathodique.....	112
Figure 5. 5 : Coefficient C_2 de la résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone cathodique.....	112
Figure 5. 6 : Résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone cathodique.	113
Figure 5. 7 : Combustion à haute température d'un échantillon de carbone, lors de certain essais de rodage du montage. L'échantillon a été revêtu d'un anti-oxydant ALCAN sur son pourtour.....	115
Figure 5. 8 : Microdureté de la fonte sans avoir été chauffé et après avoir été chauffé.	117
Figure 5. 9 : Type de graphite lamellaire des fontes grises. Les graphiques représentent le taux de refroidissement.	119
Figure 5. 10 : Agrandissement 500X des différentes phases dans la fonte grise utilisé dans le projet.	120
Figure 5. 11 : Évidence de l'espacement entre la fonte et le carbone, sous une pression de 1 MPa et sans avoir été chauffé par les essais.	124
Figure 5. 12 : Agrandissement de la fonte ayant été soumis aux essais à hautes températures	125

Figure 5. 13 : Analyse au microscope à balayage (200X).	126
Figure 5. 14 : Fluage en traction d'une fonte non-alliée, maintenu à 500°C pendant plusieurs jours.	128
Figure 5. 15 : Coefficient C_1 de la résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone cathodique.....	130
Figure 5. 15 : Coefficient C_2 de la résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone cathodique.....	130
Figure 5. 17 : Coefficient C_3 de la résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone cathodique.....	131
Figure 5. 18 : Résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone cathodique.	133
Figure 5. 19 : Coefficient C_1 de la résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone anodique.....	135
Figure 5. 20 : Coefficient C_2 de la résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone anodique.....	136
Figure 5. 21 : Résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone anodique.	136
Figure 5. 22 : Coefficient C_1 de la résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone anodique.....	138
Figure 5. 23 : Coefficient C_2 de la résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone anodique.....	139
Figure 5. 24 : Résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone anodique.	139
Figure 5. 25 : Incohérence des courbes de résistance de contact de la fonte sur acier.	140
Figure 5. 26 : Points de soudures cassés et identifiés après les essais.	141
Figure 5. 27 : Résistance de contact électrique entre la fonte et l'acier, avec le fini de surface « POLI ».	143
Figure 5. 28 : Résistance de contact électrique entre la fonte et l'acier, avec le fini de surface « USINÉ ».	143
Figure 5. 29 : Résistance de contact électrique entre la fonte et l'acier, avec le fini de surface « SABLÉ ».	144
Figure 5. 30 : Résistance de contact thermique entre la fonte et l'acier, avec le fini de surface « POLI ».	146
Figure 5. 31 : Résistance de contact thermique entre la fonte et l'acier, avec le fini de surface « USINÉ ».	147
Figure 5. 32 : Résistance de contact thermique entre la fonte et l'acier, avec le fini de surface « SABLÉ ».	147
Figure 5. 33 : Comparaison des modèles théoriques de résistance de contact électrique et données obtenues en laboratoire, à 300°C.....	151
Figure 5. 34 : Comparaison des modèles théoriques de résistance de contact thermique et données obtenues en laboratoire, à 300°C.....	152

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2. 1 : Résumé de la théorie de Hertz.....	32
Tableau 2. 2 : Quelques résistances de constriction.	36
Tableau 2. 3 : Valeurs expérimentales du coefficient d'accommodation thermique selon différents auteurs.	42
Tableau 3. 1 : Résumé de quelques modèles de conductance par la couche de gaz emprisonnée dans les cavités.	62
Tableau 4. 1 : Méthodologie de fabrication des échantillons anodiques.....	89
Tableau 4. 2 : Actions à réaliser	92
Tableau 4. 3 : Données primaires	93
Tableau 4. 4 : Traitement des données	93
Tableau 4. 5 : Résumé des incertitudes.....	99
Tableau 5. 1 : Résumé de l'utilisation des échantillons	105
Tableau 5. 2 : Constituants des fontes cathodique et anodique typiques utilisées en usine.....	107
Tableau 5. 3 : Rugosité des surfaces.....	142
Tableau 5. 4 : Combinaison de modèles thermiques.	149

NOMENCLATURE

<u>Symbole</u>	<u>Description</u>	<u>Unité</u>
A_a	Aire apparente	m^2
A_r	Aire de contact réel	m^2
a	Demie largeur de contact	m
D	Dimension fractale	-
E	Module d'élasticité	Pa
E^*	Module de contact	Pa
G	Gain (ou amplification) fractal	m
Kn	Nombre de Knudsen	-
k	Conductivité thermique moyenne harmonique	$W/m \cdot K$
k_g	Conductivité thermique dans un gaz	$W/m \cdot K$
L	Longueur de profil	m
$M = l_1 + l_2$	Longueur du saut de température	m
m	Moyenne des pentes du profil	rad
m_2	Variance des pentes des aspérités	rad^2
m_4	Variance de la dérivée deuxième des hauteurs des aspérités	m^{-2}
p_m	Pression moyenne	Pa
P_0	Pression maximale	Pa
q''	Flux de chaleur	W/m^2
q	Taux de transfert de chaleur	W
\dot{q}	Taux de génération de chaleur par unité de volume	W/m^3
R	Rayon	m
R_a	Rugosité moyenne	m
$R_{c\acute{e}}$	Résistance de contact électrique	$\Omega \cdot m^2$
R_{const}	Résistance de constriction	K/W
R_{cT}	Résistance de contact thermique	$K \cdot m^2/W$
$R_q \equiv \sigma \equiv \sqrt{m_0}$	Écart type de la hauteur des aspérités	m
R^*	Rayon de courbure relatif	m
S_y	Limite élastique	Pa
W	Charge sur le contact	N
W_y	Charge sur le contact rendant le matériel plastique	N
y	Hauteur par rapport au plan	-
z ou $z(x)$	Profil de rugosité	m

Lettre grecques :

α	Coefficient d'accommodation thermique	-
γ	Mode de fréquence	-
$\gamma = C_p / C_v$	Ratio des chaleurs spécifiques du gaz	-
δ	Épaisseur du gap	m
ε	Émissivité	-
Δ	Approche des centres	m
ΔT	Différence de température entre deux points	K
Δx	Distance séparant deux points	m
Λ	Distance de parcours libre moyen	m
λ	Séparation adimensionnelle	-
λ	Conductivité électrique	$(\Omega \cdot m)^{-1}$
ν	Déplacements	m
$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$	Constante de Stefan Boltzmann	$W/m^2 \cdot K^4$
σ	Écart-type des hauteurs des aspérités	m
τ_{\max}	Cisaillement maximal	Pa
$\phi(z)$	Distribution des aspérités	-
ν	Coefficient de Poisson du solide	-

Modèle de Greenwood et Williamson :

D_{sum}	Densité de sommet	m^{-2}
H	Microdureté	Pa
h	Conductance thermique	$W/(m \cdot K)$
N	Nombre de sommets avant la déformation	-
n	Nombre de points de contacts	-
R_{GW}	Résistance de contact de Greenwood-Williamson	$m^2 \cdot K/W$
R_s	Rayon de courbure moyen des aspérités	m
W	Force	N

Modèles CMY de Yovanovich, de Mikic et élastoplastique de Yovanovich :

c	Rayon d'un point de contact	m
$f_{ep}(\varepsilon_c^*)$	Fraction de l'aire de contact élastoplastique sur l'aire de contact plastique	-
h	Conductance	$W/(m^2 \cdot K)$
P_a	Pression de contact	Pa
R_{CMY}	Résistance de contact de Yovanovich	$m^2 \cdot K/W$
R_{Mikic}	Résistance de contact de Mikic	$m^2 \cdot K/W$

ε_c^*	Déformation de contact adimensionnelle	-
ψ	Facteur de résistance, $\psi \approx (1 - A_r/A_a)^{1.5}$	-

Modèle de Majumdar et Tien :

b	Paramètre de discrétisation	-
L	Longueur caractéristique apparente	m
l	Longueur caractéristique d'une île	m
R	Résistance effective à un niveau quelconque	K/W
R_{Maj}	Résistance de contact de Majumdar	$m^2 \cdot K/W$
R_q	Résistance effective pour l'ensemble des îles-q	K/W
z	Axe de hauteur	m
ρ	Résistance d'une île	K/W
ρ	Résistance effective entre deux niveaux successifs quelconques	K/W
ρ_{m_q}	Résistance effective entre R_q et R_{q-1}	K/W
ρ_{sq}	Résistance de la branche q	K/W

Modèles de Cetinkale et Fishenden :

R_{Cet}	Résistance de contact thermique du gap de Cetinkale	$m^2 \cdot K/W$
ε	Constante déterminées expérimentalement	-
ε	Émissivité	-

Modèle de YIGC

A_g	Aire réelle du gap	m^2
R_{YIGC}	Résistance du gap de Yovanovich	$m^2 \cdot K/W$
t	Séparation locale entre les surfaces	m

Notation indicielle :

X_1	Paramètre X du matériau 1	-
X_2	Paramètre X du matériau 2	-
X_A	Paramètre X du matériau A	-
X_B	Paramètre X du matériau B	-

CHAPITRE 1

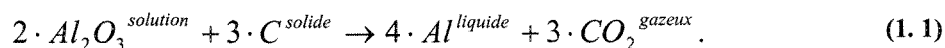
INTRODUCTION

1.1. Procédé de fabrication d'aluminium de Hall Hérault

En 1827, quelques années après la découverte de la bauxite, l'allemand Friedrich Wöhler est le premier à découvrir des particules d'aluminium. Cependant, ses particules ne sont pas homogènes. De l'aluminium pur est par la suite produit par le français Henri Sainte-Claire qui devient l'inventeur du tout premier procédé de fabrication industrielle. Plus tard, en 1886, Paul Hérault en France, et Charles Martin Hall aux États-Unis, découvrent simultanément et indépendamment qu'il est possible de dissoudre l'oxyde d'aluminium en le plongeant dans la cryolite et qu'en l'électrolysant, cet oxyde se décompose pour donner de l'aluminium en fusion. Ce fut la naissance du procédé Hall Hérault.

Les intérêts sont grands face à ce nouveau métal : sous Napoléon III, sa valeur atteint presque celle de l'or. Il représente pourtant plus de 8% de la masse métallique de la croûte terrestre. C'est son extraction difficile qui le rend très précieux.

Au fil des ans, plusieurs améliorations sont apportées au procédé Hall-Héroult pour augmenter son efficacité. Et aujourd'hui encore, celui-ci est le seul utilisé à l'échelle industrielle : l'alumine (Al_2O_3), extraite de la bauxite par le procédé Bayer, est mise en solution dans un bain de cryolithe (Na_3AlF_6 additionné de fluorure principalement). Un courant de forte intensité est par la suite appliqué dans le bain entre deux électrodes en carbone. Ce courant d'une part génère une énergie thermique favorisant la réaction, et d'une autre part fournit des électrons indispensables au procédé. La partie de l'anode qui est en contact avec la solution réagit avec l'oxygène de l'alumine et en libère de l'aluminium, avec les proportions suivantes :



Cette équation est globale et ne tient pas compte de toutes les sous réactions se produisant dans la cuve.

1.2. Cuves d'électrolyses

L'endroit où se produisent les réactions chimiques s'appelle une « cuve d'électrolyse », et se compose des principaux éléments suivants :

- d'un caisson en acier et des blocs de soutènement;
- des briques réfractaires et des isolants;
- de la sortie de courant au bloc cathodique par des barres collectrices traversant le caisson;
- de l'arrivée de courant aux anodes par l'intermédiaire de tiges d'anodes;
- d'un piqueur assurant l'alimentation en alumine.

À mesure que l'électrolyse se produit, l'aluminium liquide se dépose au fond de la cuve d'où il est siphonné périodiquement. Dans une cuve « précuite », les anodes sont descendues mécaniquement au fur et à mesure que celles-ci se consomment, pour compenser la consommation en carbone nécessaire à la réaction de production d'aluminium selon le procédé Hall Héroult. La figure 1.1 montre le schéma d'une cuve d'électrolyse.

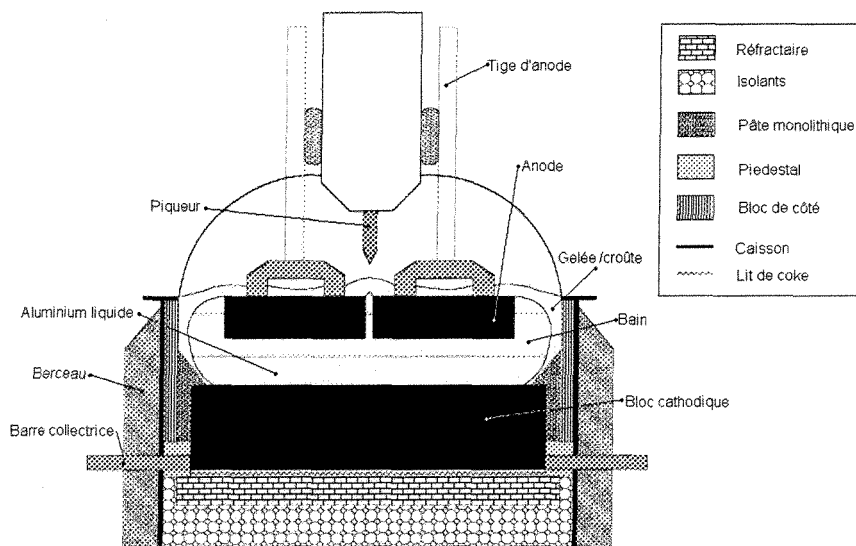


Figure 1.1 : Schéma générique d'une cuve d'électrolyse (Gracieuseté ALCAN).

1.2.1. Scellement des anodes et des cathodes

Étant donné l'importance de certaines parties de la cuve, celles-ci font l'objet d'une attention particulière lors de son montage. C'est le cas notamment des anodes et des cathodes.



Figure 1. 2 : Ouvrier s'apprêtant à sceller une cathode (Photo gracieuseté ALCAN).

Afin de lier mécaniquement les anodes aux tiges d'acier, un scellement de fonte est utilisé. Lors du scellement des anodes, les tiges d'acier sont placées dans les cavités cylindriques des anodes, appelées tourillons. La fonte liquide est coulée dans l'espace libre entre la tige et l'anode. Ce « scellement des anodes » est une étape à part entière du montage d'une cuve d'électrolyse.

De même, le « scellement des cathodes » consiste à couler de la fonte le long des rainures cathodiques entre la barre collectrice et la cathode, afin d'obtenir un lien mécanique entre les cathodes et les barres collectrices, comme à la figure 1.2 où un ouvrier s'apprête à sceller une cathode. La figure 1.3 illustre les ensembles d'électrodes.

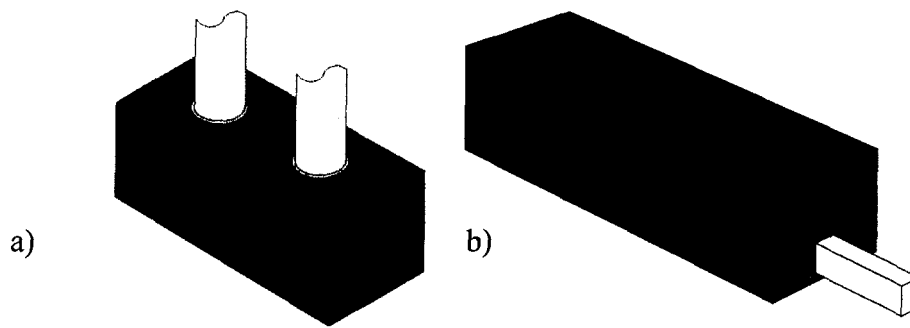


Figure 1.3 : Ensembles d'électrodes. a) Anode avec les tiges anodiques et le scellement de fonte;
b) Cathode avec la barre collectrice et le scellement de fonte.

1.3. Problématique : mauvais contact entre les matériaux

La qualité des scellements anodiques et cathodiques est primordiale; un mauvais contact entre deux matériaux perturbe les distributions de voltage et de température. Cela diminue l'efficacité des cuves, crée et propage des fissures, crée de l'effet Joule indésirable, facilite ainsi le glissement entre les surfaces, et dans certains cas réduit la durée de vie des cuves.

Même si la mauvaise qualité des contacts entre les solides est connue depuis longtemps, elle demeure mal quantifiée, du moins pour le domaine des cuves d'électrolyse.

Avec une meilleure connaissance des qualités des contacts, il pourrait être possible d'identifier les points critiques aux interfaces et d'y apporter les améliorations nécessaires afin de réduire les coûts de production de l'aluminium.

1.4. Objectifs du projet

Les objectifs du projet sont d'étudier, de comprendre et de quantifier les phénomènes de transfert de chaleur, de courant électrique, et le coefficient de friction à l'interface commune des matériaux anodiques et cathodiques subissant une contrainte mécanique.

Clairement, les matériaux suivants seront à l'étude :

- Fonte et acier anodique;
- Fonte et carbone anodique;
- Fonte et acier cathodique;
- Fonte et carbone cathodique;

Les caractéristiques de ces interfaces seront étudiées, dégagées et mises sous forme de lois de comportement.

CHAPITRE 2

Phénomènes physiques et théorie

L'objectif de ce chapitre est de positionner la problématique dans un cadre scientifique. Il sera question de la définition des « résistances de contact », de la présentation de ses principaux paramètres et des notions théoriques à connaître pour bien comprendre les travaux réalisés dans ce présent ouvrage.

À la vue et même au toucher, certaines surfaces des corps peuvent paraître lisses. En réalité, toutes les surfaces présentent des rugosités plus ou moins grossières, qui sont visibles au microscope. Ces rugosités sont rarement inférieures à 50 micromètres de hauteur même dans le cas de surfaces polies [AA], et ils proviennent de la mise en forme de l'objet ou de son usinage.

Le contact de deux matériaux est donc un lieu interstitiel d'aspérités et de cavités, dans lequel des gaz peuvent même être emprisonnés. De ce fait, les solides ne se touchent en réalité que par quelques points, ce qui crée une baisse significative de température et de voltage au contact des solides. Ces phénomènes se nomment respectivement résistance de contact thermique et électrique. La figure 2.1 schématise la chute de température lorsqu'un flux de chaleur passe d'un solide à un autre en contact. Il se passe la même chose lorsqu'un courant électrique traverse un contact : il y a une chute du potentiel électrique.

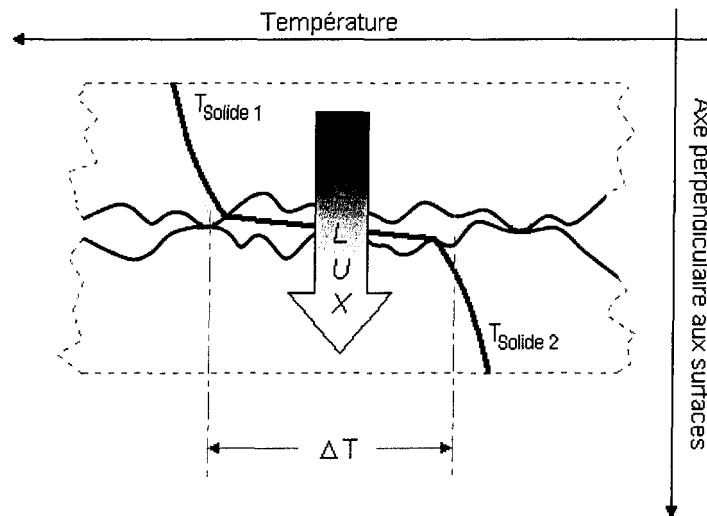


Figure 2. 1 : Discontinuité de température à la jonction de deux matériaux : résistance de contact thermique.

Résistance de contact thermique :

La construction de l'équation des résistances de contact thermique consiste à supposer l'épaisseur du contact nulle, et à remplacer le saut de température par une véritable de discontinuité. En régime permanent, les résistances de contact thermique s'expriment par [AB] :

$$R_{ct} = \frac{\Delta T}{q''}, \quad (2.1)$$

où ΔT est la différence de température, obtenue par projection des gradients thermiques non perturbés par les aspérités, et où q'' est le flux thermique. D'un point de vue physique, le phénomène de résistances de contact thermique est complexe et dépend de plusieurs facteurs, notamment [AI] :

- la microtopographie des surfaces (rugosité et aspérité des surfaces);
- la macrotopographie des surfaces (ondulation et anisotropie des surfaces);
- la dureté des surfaces en contact;
- les conductivités thermiques des solides et du fluide interstitiel;
- la propreté des surfaces (présence d'oxyde, de revêtement, etc.);
- le type de substance interstitielle (gaz, liquide, graisse, etc.);
- la pression de contact ;
- la pression du fluide interstitiel;
- la température à l'interface.

Ces facteurs influencent trois mécanismes fondamentaux de transfert de chaleur à travers une interface :

- la conduction par les aspérités. Ce facteur comporte trois sous éléments :
 - le profil de la surface (la quantité et la grosseur des aspérités) influençant la qualité du contact;
 - la déformation de la surface sous une pression mécanique, modifiant la qualité des points de contact réels;
 - le transfert de chaleur aux travers des points de contacts réels.
- la conduction par la couche de gaz interstitielle emprisonnée;
- le transfert par le rayonnement, dans les cavités des aspérités.

Ces trois modes de transfert de chaleur agissent simultanément et indépendamment, et la résistance résultante s'écrit [AD] :

$$R_{cT} = \left(\frac{1}{R_{aspérité}} + \frac{1}{R_{gaz}} + \frac{1}{R_{rayonnement}} \right)^{-1}, \quad (2.2)$$

où $R_{aspérité}$ est la résistance des aspérités, R_{gaz} est la résistance du gaz et où $R_{rayonnement}$ est la résistance due au rayonnement.

Résistance de contact électrique

L'expression mathématique de la résistance de contact électrique consiste à supposer l'épaisseur du contact nulle, et à remplacer le saut par une véritable discontinuité. Elle est donnée, en régime permanent, par

$$R_{cÉ} = \frac{\Delta V}{I}, \quad (2.3)$$

où ΔV est la différence de voltage obtenue par projection des gradients électriques non perturbés par le contact, et où I est l'intensité du courant. Ces résistances de contact électrique varient généralement entre 0,01 et 10 $\Omega \cdot mm^2$ [AC].

Les facteurs influençant les résistances de contact électrique sont similaires à ceux influençant les résistances de contact thermique (microtopographie, macrotopographie, dureté des surfaces, conductivité, propreté des surfaces, etc.). Le mécanisme de conduction par les aspérités est également similaire, due à la forte analogie entre la conduction thermique et électrique. Cela permet d'accepter les modèles de résistances par les aspérités pour l'un ou l'autre des domaines (électrique ou thermique), à condition que le coefficient de conduction soit approprié (électrique ou thermique). De plus, la résistance de contact électrique dépend des trois même sous-éléments de conduction par les aspérités (du profil de surface, de la déformation et du transport de chaleur/courant). Par contre, les résistances de contact électrique sont différentes de celles thermiques dans le sens où la conduction par les aspérités est le seul mécanisme de transport. Il n'y a pas de transfert de chaleur par les cavités. Ce qui signifie que la résistance de contact électrique est donnée par :

$$R_{c\acute{e}} = R_{asp\acute{e}rit\acute{e}} , \quad (2.4)$$

ce qui constitue une simplification en comparaison au cas thermique.

2.1. Analyse du profil de surface

La conduction par les aspérités dépend entre autre du profil de surfaces des solides. Il existe deux façons de quantifier le profil d'une surface : la façon statistique et la façon fractale.

2.1.1. Paramètres statistiques

Le profil d'une surface peut être vu comme une superposition de rugosités microscopiques aléatoires et d'ondulations macroscopiques de la surface [AA]. De nombreux paramètres statistiques peuvent être définis. Entre autres

- la rugosité moyenne $R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |z(x)| dx$; (2. 5)

- la moyenne des pentes $m = \frac{1}{L} \int_0^L \left| \frac{dz(x)}{dx} \right| dx$; (2. 6)

- l'écart-type des hauteurs des aspérités $\sigma = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L z(x)^2 dx}$; (2. 7)

- la variance des pentes des aspérités $m_2 = \frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{dz(x)}{dx} \right)^2 dx$; (2. 8)

- la variance de la dérivée 2^{ième} des hauteurs des aspérités $m_4 = \frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{d^2 z(x)}{dx^2} \right)^2 dx$; (2. 9)

où $z(x)$ est le profil de hauteurs d'aspérités, et où L est la longueur d'évaluation du profil. L'écart type des aspérités est parfois noté R_q ou $\sqrt{m_0}$ en raison de son égalité avec la racine carrée de la variance des hauteurs des aspérités m_0 .

En 1979, Sayles et Thomas [AE] ont étudié la distribution des aspérités de surface et ont trouvé qu'elle prend la forme de la courbe de Gauss, dont la probabilité $\phi(z)$ est

$$\phi(z) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{\frac{-z^2}{2 \cdot \sigma^2}}. \quad (2.10)$$

La figure 2.2 montre la ressemblance entre un histogramme des hauteurs des aspérités d'un échantillon, et une distribution gaussienne ayant le même écart-type (ligne continue). Cette ressemblance fait des paramètres statistiques la façon la plus commune de quantifier une surface.

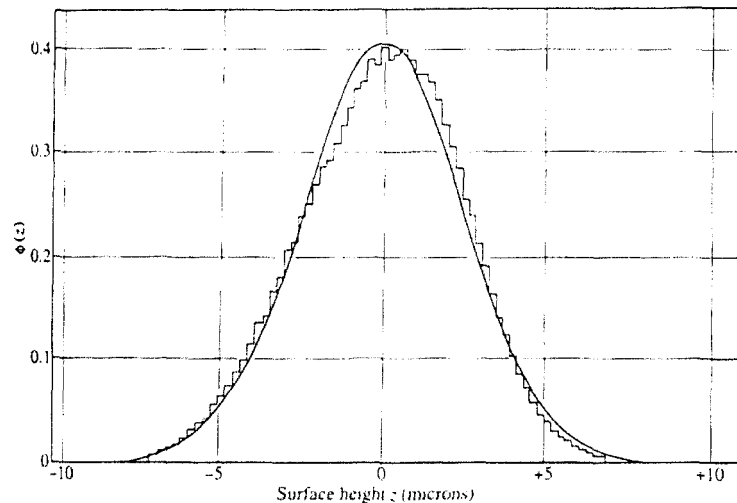


Figure 2. 2 : Histogramme de hauteurs d'aspérités comparé à une distribution gaussienne ayant le même écart-type. Tiré de Sayles et Thomas, prise dans « Engineering tribology », de J.A. William [AE].

2.1.2. Paramètres fractals

Des études ont cependant démontré que la topographie des surfaces est aléatoire et que des paramètres statistiques comme la variance des pentes des aspérités ou la variance de la dérivée 2^{ème} des pentes des aspérités sont en fait reliés à la longueur L du profil ainsi qu'à la sensibilité de l'instrument de mesure [BC]. En d'autres termes, les caractéristiques d'une surface seraient différentes selon un appareil de mesure ou un autre. La figure 2.3 montre que la résolution de l'instrument de mesure influence les données.

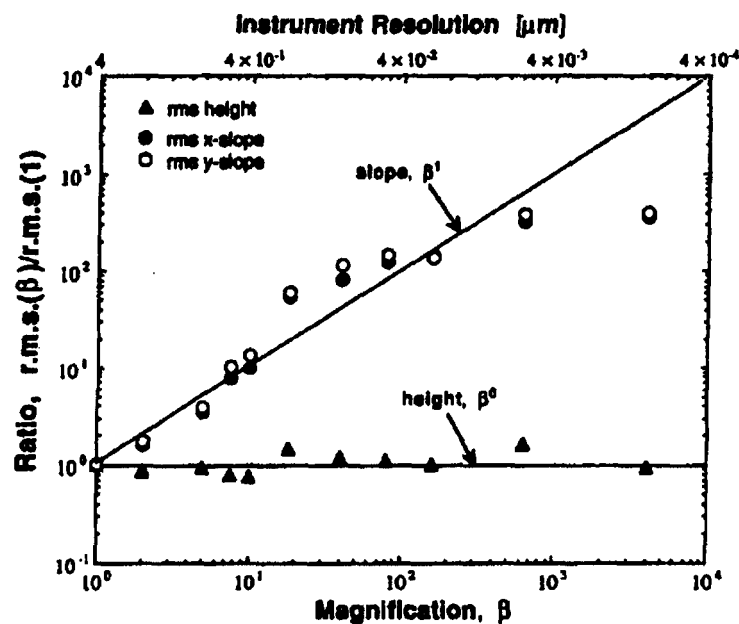


Figure 2. 3 : Dépendance des paramètres statistiques à la résolution de l'instrument de mesure. Tiré de « Fractal network model for contact conductance », de Majumdar et Tien [AV].

Pour caractériser des surfaces avec des paramètres indépendants de la sensibilité de l'appareil de mesure, il faut que le modèle de surface soit composé d'un certain patron de profil, répété à toutes les échelles d'observation. Il s'agit là de l'inhérente caractéristique de la géométrie fractale, définie comme « un langage mathématique qui décrit la structure du désordre et du chaos d'objets trouvés dans la nature » [BJ]. Ceci est applicable au profil de rugosités de surfaces. La propriété mathématique d'un tel profil fractal est d'être continu en tout point et d'être indériverable. La fonction de Weierstrass-Mandelbrot [AX] satisfait ces propriétés. Elle est donnée par

$$z(x) = G^{D-1} \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{\cos(2\pi \cdot \gamma^n \cdot x)}{\gamma^{(2-D)n}}, \quad 1 < D < 2, \quad \gamma > 1, \quad (2.11)$$

où $z(x)$ est le profil de surface, G est une constante d'agrandissement, D est la dimension et γ^n est le mode de fréquence. L'équation 2.11 paraît être similaire à une série de Fourier, à la différence que dans une série de Fourier, les fréquences augmentent de façon arithmétique ($n, 2n, 3n, \dots$) et qu'ainsi les phases des fréquences coïncident avec quelques points de la fonction qui apparaît dès lors non-aléatoire, mais harmonique. Dans l'équation 2.11, les fréquences γ^n forment un spectre de γ^{n_1} jusqu'à l'infini dans une progression géométrique. Si γ est fractionnaire, le profil $z(x)$ apparaît aléatoire, les fréquences n'étant pas multiples d'une base. Dans la littérature, γ est arbitrairement fixé à 1,5.

Deux paramètres caractérisent la fonction : G et D . Lorsque $D=1$, le profil est doux et suggère que les basses fréquences sont dominantes en amplitude, comme à la figure figure 2.4. Au fur et à mesure que D augmente, les hautes et les basses fréquences deviennent similaires en amplitude. La comparaison du troisième et du quatrième graphe de la figure 2.4 montre que si G décroît, alors les amplitudes de toutes les fréquences diminuent.

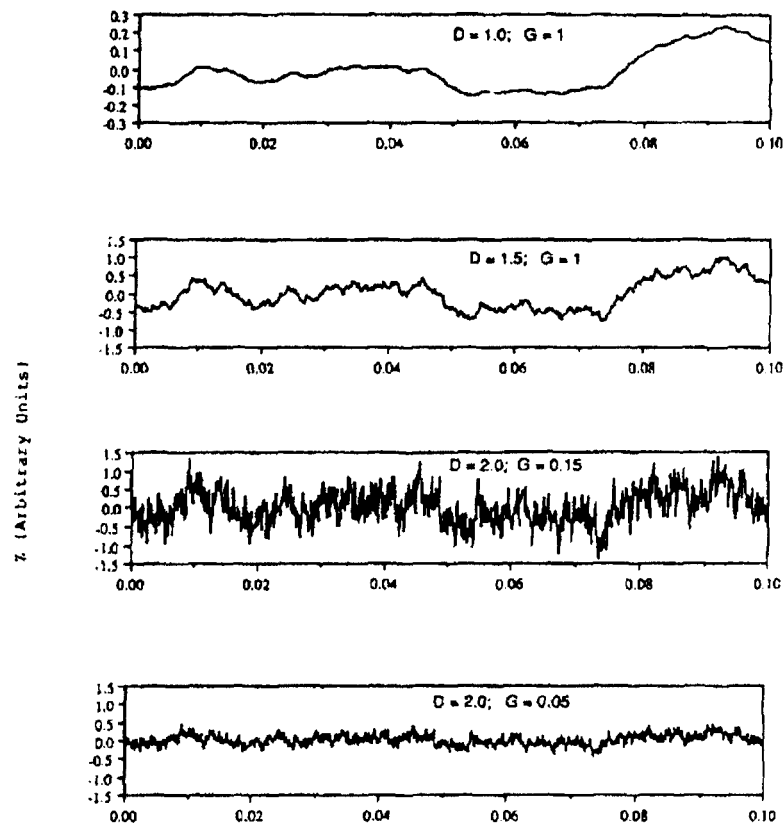


Figure 2. 4 : Influences des paramètres fractals G et D . $\gamma = 1,5$. Tiré de « Fractal network model for contact conductance » de Majumdar et Tien [AV].

L'atout majeur des paramètres fractals est que les deux paramètres G et D sont indépendants de la sensibilité de l'appareil de mesure, contrairement aux paramètres statistiques traditionnels. C'est probablement la raison pour laquelle les paramètres fractals sont de plus en plus utilisés.

Il est important de connaître les deux façons de quantifier un profil de surface pour la compréhension des chapitres suivants. Une étude plus détaillée de la théorie des fractales est présentée à l'annexe A1.

2.2. Analyse des déformations

Tel que mentionné plus haut, le profil des surfaces n'est pas le seul facteur influençant le transfert de chaleur ou de courant électrique au travers d'un contact; il y a également la déformation des aspérités des surfaces. La mécanique connaît deux états de déformations : les déformations élastiques et les déformations plastiques.

2.2.1. Déformations élastiques

Une théorie, appelé la théorie de Hertz, se base sur les équations fondamentales de linéarité élastique afin de déterminer les contraintes et les déformations élastiques se produisant lorsque deux sphères entrent en contact, comme à la figure 2.5.

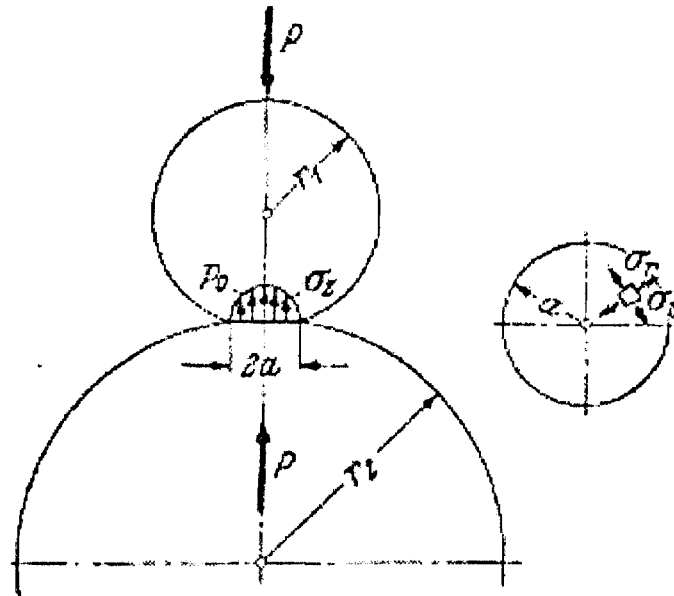


Figure 2. 5 : Distribution de contrainte de deux sphères en contact : Théorie de Hertz. Les notations r et P remplacent R et W respectivement, et sont les rayons des sphères et la charge appliquée. Tiré de « Contact spots » de Piet Van Dijk [BQ].

Des études [BQ] ont montré que les aspérités peuvent être idéalisées comme autant de sphères et que la théorie de Hertz prédit très bien leurs comportements en contact. Le tableau 2.1 résume les principales caractéristiques de cette théorie.

Tableau 2. 1 : Résumé de la théorie de Hertz.

Rayon du contact	$a = \sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot \frac{W \cdot R^*}{E^*}}$
Pression maximale	$p_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt[3]{\frac{6 \cdot W \cdot E^{*2}}{R^{*2}}}$
Rapprochement des centres	$\Delta = \frac{a \cdot \pi \cdot p_0}{2 \cdot E^*}$
Pression moyenne	$p_m = \frac{2}{3} \cdot p_0$
Cisaillement maximal	$(\tau_{\max})_{\max} = 0.31 \cdot p_0$ à $y = 0,48 \cdot a$, $x = 0$ (si $\nu = 0,3$)

W est la charge sur le contact, $R^* = (R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}$ est le rayon de courbure relatif, R_1 et R_2 sont les rayons des sphères 1 et 2 respectivement, $E^* = ((1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2)^{-1}$ est le module de contact, E_1 et E_2 sont les modules d'élasticité des solides 1 et 2 respectivement, ν_1 et ν_2 sont les coefficients de Poisson des solides 1 et 2 respectivement, et y est l'axe normal aux surfaces en contact.

Une étude plus détaillée du contact hertzien est présentée à l'annexe A4. Elle repose sur les fonctions de contraintes d'Airy (en annexe A2), ainsi que sur la géométrie de deux sphères en contact (en annexe A3).

2.2.2. Déformations plastiques

La théorie de Hertz se limite aux déformations élastiques. Mais pour la plupart des matériaux ductiles, il existe une charge W_y pour laquelle le matériel commence à entrer dans un domaine plastique.

Mais même si le début de la plastification est atteint, le changement de la forme de la surface reste difficilement décelable. En effet, la zone plastifiée est initiée à $y = 0,48 \cdot a$ sous la surface du matériel, a étant le rayon du contact. La déformation est accommodée par une expansion élastique de la région voisine, tel qu'illustré à la figure 2.6.

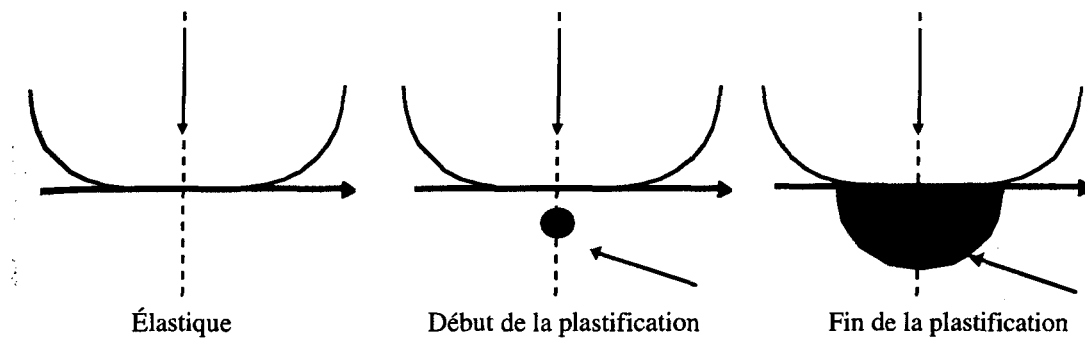


Figure 2. 6 : Étapes de la plastification. Tiré de « Frottement, usure et lubrification » de J.M. Georges [BM].

Si la charge W_y augmente encore, alors la zone plastique « grossit » et éventuellement se « brise » à la surface du matériel. Les déformations plastiques peuvent alors changer significativement le profil de la surface, et les déplacements élastiques peuvent être considérés comme étant nuls comparativement à ceux plastiques [BM]. Ainsi le matériel peut être idéalisé comme élastico - plastique parfait, de limite élastique S_y .

2.3. Analyse du transport par les aspérités en contact

Enfin, la conduction par les aspérités dépend également du transport de chaleur ou de courant par les points de contact des deux surfaces.

La chaleur est transportée via la conductivité thermique du matériau. La conduction thermique peut être vue comme le transfert d'énergie d'une particule énergétique vers une particule moins énergétique. Dans les solides, cela se produit de deux façons : par transport de phonons (le transfert de paquet d'énergie d'un atome à un autre s'effectue lors de vibration), et/ou, s'il s'agit de métaux, par l'interaction aléatoire entre les électrons [AB], (les électrons se transmettent leurs énergies lors de collisions entre eux mêmes). La facilité avec laquelle un matériau transporte l'énergie thermique est appelée la conductivité thermique, et est notée k .

La conduction thermique est un transfert d'énergie thermique qui prend place sous l'effet d'une différence de température. Le taux de conduction est donné par la loi de Fourier et il s'exprime (dans le cas d'un domaine unidimensionnel) par

$$q'' = -k \frac{\Delta T}{\Delta x}, \quad (2.12)$$

où q'' est aussi appelé flux thermique, et où $\Delta T/\Delta x$ est le gradient unidirectionnel de température.

Pour deux surfaces réelles en contact, le flux thermique est freiné par l'étranglement des lignes de courant qu'oblige la rareté des points de contact, tel qu'illustré à la figure 2.7.

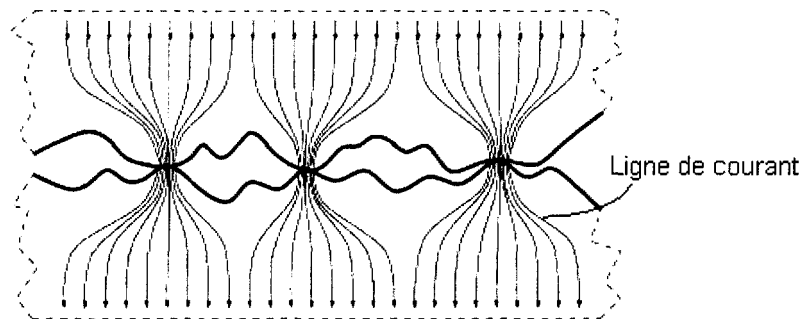
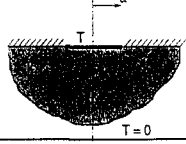
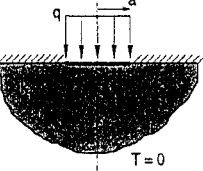
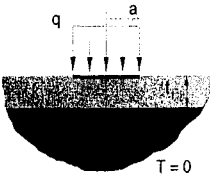
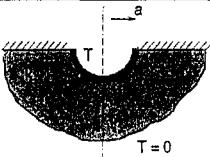


Figure 2.7 : Étranglement des lignes de courants aux aspérités en contact. Tiré de «Carbone to cast iron electrical contact resistance constitutive model for finite element analysis » de D.Richard, M.Fafard, R.Lacroix, P.Cléry et Y.Maltais [BL].

Ces résistances d'étranglement, aussi appelées résistances de constriction, ont été étudiées entre autres par Carslaw et Jaeger [AO], et par Yovanovich [BR, BS]. Le tableau 2.2 en regroupe quelques une.

Tableau 2. 2 : Quelques résistances de constriction. Tiré de « conduction of heat in solids » de Carslaw et Jaeger [AO] et « Handbook of Heat transfer » de Roshenow, Hartnett et Cho [BR].

	Cas Dirichlet	$R_{const} = \frac{1}{4 \cdot k \cdot a}$
	Cas Neumann	$R_{const} = \frac{8}{3 \cdot \pi^2 \cdot k \cdot a}$
	Cas Neumann	$R_{const} = \frac{1}{4 \cdot k_2 \cdot a} \left(\frac{4}{\pi} \cdot \frac{t_1}{a} \cdot \left(\frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \right) \right), \frac{t_1}{a} \leq 0,1$ $R_{const} = \frac{1}{4 \cdot k_2 \cdot a} \left(\frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{a}{t_1} \cdot \frac{k_2}{k_1} \cdot \ln \left(\frac{2}{1 + k_1/k_2} \right) \right) \right), \frac{t_1}{a}$
	Cas Dirichlet	$R_{const} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot a}$

Une étude plus détaillée des résistances de constriction est présentée à l'annexe A6.

Le courant électrique est établi par la conductivité électrique. La conductivité électrique est le déplacement du gaz électronique des métaux, caractérisé par la présence d'électrons libres. La facilité avec laquelle un matériau transporte l'énergie électrique est appelée la conductivité électrique, et est notée λ . La loi de Ohm gouverne le transport électrique et est donnée par

$$I = \frac{\Delta V}{R}, \quad (2.13)$$

où I est le courant électrique, ΔV est la différence de voltage et R est la résistance électrique.

2.4. Analyse du transfert de chaleur dans la couche de gaz interstitielle

La conduction par les aspérités n'est pas le seul mécanisme fondamental de transfert de chaleur dans un contact : les interstices (petit espaces entre les aspérités) participent également au transport de la chaleur, par conduction dans la couche de gaz et par rayonnement dans les cavités.

2.4.1. Conduction dans la couche de gaz interstitielle

Les cavités formées par les aspérités des surfaces en contact emprisonnent souvent un gaz contribuant au transfert de la chaleur. L'épaisseur de ces cavités (aussi appelée gap) varie typiquement de 0,1 à 100 μm [OP], soit du même ordre que la distance de parcours libre des molécules du gaz emprisonné. La relation entre l'épaisseur de la cavité et la distance de parcours libre moyen de ce gaz est caractérisée par le nombre de Knudsen noté Kn . Le nombre de Knudsen s'exprime par [AQ] :

$$Kn = \frac{\Lambda}{\delta}, \quad (2.14)$$

où Λ est la distance de parcours libre des molécules de gaz, et où δ est l'épaisseur de la cavité. Les mécanismes de transfert de la chaleur sont fortement liés à ce paramètre, si bien que quatre régimes sont définis en fonction de ce paramètre : régime continu, saut de température, transition et molécules libres.

- Lorsque $Kn \ll 1$, le régime est appelé régime continu. Le transfert de chaleur est principalement dû aux collisions moléculaires du fluide. Le taux de transfert est indépendant de la pression du gaz, mais varie avec sa température. L'épaisseur demeure cependant assez faible pour empêcher la convection. Cela signifie que du point de vue transfert de chaleur, le fluide se comporte comme un solide. La loi de Fourier, $q = k_g \cdot \Delta T / \delta$ (équation 2.12), gouverne la conduction de chaleur dans les cavités.
- Lorsque $0,01 < Kn < 0,1$ le régime est appelé saut de température. La distance entre les solides est alors plus faible, ou encore la température est plus grande. Alors les collisions intermoléculaires deviennent moins fréquentes, si bien que l'échange d'énergie entre les molécules de gaz et les solides est incomplet. Une discontinuité de température se développe à l'interface du gaz et des parois solides. Ce phénomène est illustré à la figure 2.8 dans laquelle les températures des parois ne sont pas égales aux températures des gaz à la limite des parois ($T_{g1} \neq T_1$ et $T_{g2} \neq T_2$) : il y a discontinuité du profil de températures. La conduction thermique

entre deux parois peut être exprimée par $q = k_g \cdot \Delta T / (\delta + M)$. l_1 et l_2 (g_1 et g_2 respectivement à la figure 2.8) sont les intensités des sauts. $M = l_1 + l_2$ est l'intensité totale des deux sauts.

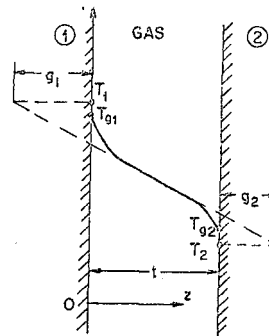


Figure 2.8 : Sauts de température. Les notations g_1, g_2 et t remplacent l_1, l_2 et δ respectivement. Tiré de « A statistical model to predict thermal gap conductance between conforming rough surfaces » de Yovanovich et DeVall [AS].

- Lorsque $0,1 < Kn < 10$, le régime saut de température est en transition vers le régime molécules libres. Les collisions intermoléculaires, de même que l'échange entre les molécules de gaz et les parois des solides jouent un rôle important.
- Lorsque $Kn > 10$, le régime est appelé molécules libres. La distance entre les solides est alors très très faible, ou encore la température à l'interface des solides est très élevée. Dans ce cas les collisions intermoléculaires sont rares. Le mécanisme principal de transfert de chaleur est l'échange d'énergie entre les molécules de gaz et les parois des solides. C'est-à-dire que chaque molécule de gaz passe directement d'une paroi solide à l'autre, sans aucune collision avec d'autre molécule. Puisque $\Lambda \gg \delta$, la conduction entre les deux parois est donnée par $q = k_g \cdot \Delta T / M$, où $M = l_1 + l_2$ est la l'intensité du saut.

La figure 2.9 illustre l'interaction entre le nombre de Knudsen et le contact de deux surfaces réelles : en a), le flux de chaleur en fonction du nombre de Knudsen, et en b) les différents régimes d'échange de chaleur pouvant exister entre deux surfaces réelles en contact.

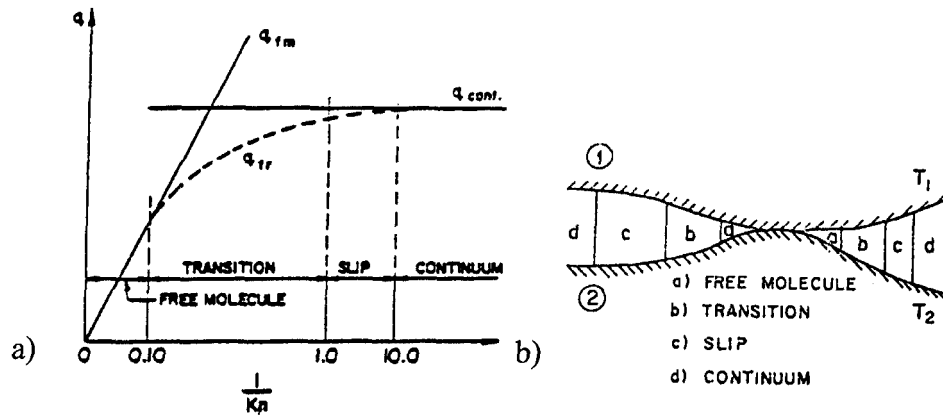


Figure 2. 9 : Interaction entre le nombre de Knudsen et le contact de deux surfaces réelles : a) flux de chaleur en fonction de l'épaisseur de la cavité; b) différents régimes dans un contact. Tiré de "A statistical model to predict thermal gap conductance between conforming rough surfaces", de Yovanovich, M.M., DeVaal, J.W [AS].

Il a été démontré expérimentalement [AS] que le flux de chaleur dans le régime de transition peut être prédit en sommant les flux de chaleurs en parallèle du régime continu et du régime de molécules libres. En d'autres termes,

$$R_{gaz, Transition} = \frac{\delta}{k_g} + \frac{M}{k_g} = \frac{\delta + M}{k_g}. \quad (2. 15)$$

Cette expression est très importante car elle couvre la plus grande partie des nombres de Knudsen.

Il existe par ailleurs une relation mathématique bien établie provenant de Kennard [AK] qui permet de déterminer l'intensité du saut de température :

$$M \equiv l_1 + l_2 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} \cdot \frac{8 \cdot \gamma \cdot \eta}{\gamma + 1} \cdot \frac{\Lambda}{\text{Pr}}, \quad (2.16)$$

où α_1 et α_2 sont les coefficients d'accommodations thermiques aux surfaces 1 et 2 respectivement. La constante η est égale à 0,495; γ est le ratio des chaleurs spécifiques $\gamma = C_p / C_v$; Λ est la distance de parcours libre moyen du fluide en m , et Pr est le nombre de Prandtl du fluide.

Les coefficients d'accommodation thermique α , parfois notés a ou TAC (Thermal Accomodation Coefficient), représentent le degré avec lequel l'énergie cinétique des molécules d'un gaz est échangée pendant une collision avec une paroi solide [AU]. Le tableau 2.3 montre différentes valeurs de coefficient d'accommodation thermique.

Tableau 2. 3 : Valeurs expérimentales du coefficient d'accommodation thermique selon différents auteurs. Tiré de "Correlation of thermal accommodation coefficient for engineering surfaces" de Song et Yovanovich [AL].

Author(s)	Gas	Values (equation) used for TAC
Dharmadurai (1984)	He	0.25
	Xe	0.65
	Air	0.61
Garnier & Begej (1979)	He	$0.425 - 2.3 \times 10^{-4}T$, T in K
	Xe	$0.749 - 2.5 \times 10^{-4}T$
	Ar	interpolation based on the atomic weight of the gas
Rapier et al. (1963)	Air	0.83
	H ₂	0.26
	He	0.38
	Ar	0.85
Chandola & Loyalka (1982)	He	0.3, 0.07

En 1987, Yovanovich [AL, BR] proposa une formule mathématique de prédiction du coefficient d'accommodation thermique, par corrélation de données expérimentales.

Elle s'exprime par :

$$\alpha = e^{\left(-0,57\left(\frac{T_s-273}{273}\right)\right)} \cdot \left[\frac{M_g^*}{6,8 + M_g^*} \right] + \left(1 - e^{\left(-0,57\left(\frac{T_s-273}{273}\right)\right)} \right) \cdot \left[\frac{2,4 \cdot M_g / M_s}{\left(1 + M_g / M_s\right)^2} \right], \quad (2.17)$$

où $M_g^* = M_g$ si le gaz est monoatomique, $M_g^* = 1,4 \cdot M_g$ si le gaz est polyatomique, M_g est la masse moléculaire du gaz, M_s est la masse moléculaire du solide, T_s est la température du solide.

2.4.2. Rayonnement dans les cavités d'aspérités

Le rayonnement est le phénomène par lequel tout corps à une température supérieure à 0 K émet un rayonnement électromagnétique, sous forme de photons (la mécanique quantique associe au rayonnement électromagnétique un corpuscule de masse nulle au repos nommé photon, qui peut être vu comme un paquet d'ondes). Contrairement à la convection et la conduction, le rayonnement ne requiert pas la présence d'un média pour propager la chaleur.

L'expression de transport de chaleur par rayonnement est donnée par

$$q'' = \frac{\sigma \cdot \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 (T_1^4 - T_2^4)}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2} \quad (2.18)$$

où ε_1 et ε_2 sont les émissivités des surfaces 1 et 2 respectivement, σ est la constante de Stefan Boltzmann ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$), et où T_1 et T_2 sont les températures des surfaces 1 et 2 respectivement.

2.5. Résumé du chapitre

Lorsque deux solides sont en contact, les aspérités et les cavités des surfaces en contact créent un espace interstitiel entre les solides. Il peut même y avoir une couche de gaz emprisonnée dans les cavités.

Les lignes de courant thermique et électrique traversant cet espace sont alors étranglées par la rareté des points de contact réels des aspérités. Cet étranglement freine le passage au flux thermique et au courant électrique. La couche de gaz emprisonnée dans les cavités, et la cavité elle-même (par rayonnement), peuvent participer à l'échange de chaleur entre les solides.

Ces phénomènes de résistances au contact de deux matériaux s'appellent résistance de contact et sont gouvernés par plusieurs éléments, tel que la distribution des aspérités (statistiques et fractales), les déformations des aspérités (élastiques et plastiques), le transport de chaleur et de courant, les différents régimes de transfert thermique dans les cavités formées des aspérités et le rayonnement dans les cavités. Ces différents éléments peuvent être étudiés dans un cadre théorique. La combinaison de ces éléments peut donner lieu à des modèles théoriques de résistance de contact thermique et électrique, comme il sera question au chapitre 3.

CHAPITRE 3

Revue bibliographique

L'objectif de ce chapitre est d'étudier les différents travaux théoriques et expérimentaux sur les résistances de contact thermique et électrique présents dans la littérature. En premier lieu, les principaux modèles théoriques de prédiction de résistance de contact seront étudiés. Ensuite, il sera question des expérimentations en laboratoire et également en usine (*in-situ*), retrouvées dans la littérature.

Il existe dans la littérature plusieurs modèles de résistance de contact thermique relatifs aux trois modes de propagation de la chaleur : modèles de résistance par le contact des aspérités, modèles de résistance de contact par le fluide interstitiel, et enfin modèles de résistance de contact par le rayonnement. La plupart des modèles considèrent les deux surfaces réelles en contact comme équivalente au contact entre un plan rigide et une surface composite, comme à la figure 3.1.

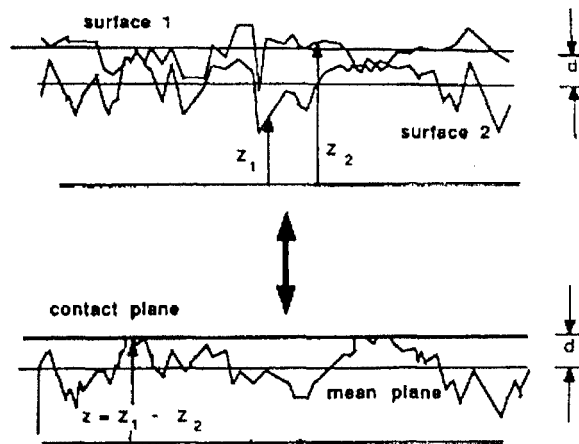


Figure 3. 1 : Équivalence entre un contact de deux surfaces réelles et un contact d'une surface composite avec un plan. Tiré de « Fractal network Model for Contact Conductance » de Majumdar et Tien [AV].

Tous les modèles théoriques présentés dans cet ouvrage comportent cette équivalence de la surface composite, avec les paramètres combinés suivants [AG, AV] :

- l'écart type des hauteurs des aspérités est : $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$; (3. 1)

- la moyenne des pentes des surfaces est : $m = \sqrt{|m_A|^2 + |m_B|^2}$; (3. 2)

- la variance des pentes des aspérités est : $m_2 = (m_2)_A + (m_2)_B$; (3. 3)

- la variance de la dérivée deuxième des hauteurs des aspérités est : $m_4 = (m_4)_A + (m_4)_B$; (3. 4)

- le module de contact est : $E^* = \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1}$; (3. 6)

- la moyenne harmonique de la conductivité thermique est : $k = \frac{2 \cdot k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$; (3. 5)

- la puissance spectrale est : $S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega)$; (3. 7)

La dimension fractale D est reliée à la pente du graphique à échelles logarithmiques de la puissance spectrale de la surface composite. Le gain fractal G peut être obtenu à l'aide des équations 3.1 et A1.8 de l'annexe A1.

Ces modèles considèrent de plus que [AT, AS] :

- les propriétés physiques des matériaux sont constantes;
- le phénomène d'hystérésis est négligé;
- les surfaces sont microscopiquement rugueuses et macroscopiquement conforme (les points de contacts réels sont dispersés les uns des autres);
- les parties de surfaces en contact réelles sont isothermiques, de même que les parties des surfaces non en contact;
- les surfaces sont propres (exemptes de graisse, d'huile, etc.);
- les déformations des aspérités sont indépendantes mécaniquement les unes des autres;
- les matériaux sont isotropiques et présentent la même rugosité dans toutes les directions des surfaces;
- les surfaces sont statiques.

3.1. Modèles de résistance de contact thermique dû aux aspérités

3.1.1. Modèle de Greenwood et Williamson (GW)

Un des premiers modèles de résistance de contact thermique par les aspérités a été développé par Greenwood et Williamson [AF] en 1966. Ce modèle considère que la surface composite est recouverte d'aspérités uniformément distribuées sur la surface, et que les sommets des aspérités ont tous le même rayon de courbure R_s . Leur distribution est gaussienne et leurs déformations sont hertziennes.

Selon Greenwood et Williamson [AF], la distribution des aspérités $\phi(z)$ doit obéir à $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(z) dz = 1$. Le nombre de contacts doit être défini par $n = N \cdot \int_{\delta}^{\infty} \phi(z) \cdot dz$, N étant le nombre de sommets sur la surface, δ étant la distance séparant les deux surfaces, et z étant la hauteur d'une aspérité donnée.

Si la conductance d'un point de contact individuel est $h = 2 \cdot k \cdot a$ (comme le montre le tableau 2.2), que le rayon d'un contact est $a = \sqrt{R_s} \cdot \sqrt{\Delta}$ (comme le montre le tableau 2.1), et que l'écrasement de ce point est $\Delta = z - \delta$, alors la conductance de l'ensemble des points de contacts est [AF] $h = 2 \cdot k \cdot N \cdot \sqrt{R_s} \int_{\delta}^{\infty} \sqrt{(z - \delta)} \cdot \phi(z) dz$. La force nécessaire pour y parvenir est $W = \frac{4}{3} N \cdot E^* \cdot \sqrt{R_s} \int_{\delta}^{\infty} (z - \delta)^{3/2} \cdot \phi(z) \cdot dz$.

Yovanovich [AG] a reformulé le modèle de Greenwood et Williamson de façon plus commode :

$$R_{GW} = \frac{\left[1 - \sqrt{\pi \cdot D_{sum} \cdot \sigma \cdot R_s \cdot I_1(\lambda)}\right]^{3/2}}{\sqrt{2} \cdot k \cdot D_{sum} \cdot \sqrt{\operatorname{erfc}(\lambda/\sqrt{2})} \cdot \sigma \cdot R_s \cdot I_1(\lambda)}, \quad (3.8)$$

où $\lambda = I_{3/2}^{-1} \left(3 \cdot W / 4 \cdot D_{sum} \cdot E^* \cdot \sqrt{R_s} \cdot \sigma^{3/2} \right)$ est la séparation adimensionnelle entre les

surfaces, e.i : $\lambda = \delta / \sigma$. L'intégrale I_ν est donnée par $I_\nu(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{\lambda}^{\infty} (s - \lambda)^\nu e^{-\frac{s^2}{2}} ds$,

D_{sum} est le nombre d'aspérités par unité de surface [BE], et s est un changement de variable ($s = z/\sigma$).

Greenwood et Williamson [AF] ont de plus introduit un indice de plasticité permettant de déterminer le type de déformation des aspérités : $\frac{E^*}{H} \sqrt{\frac{\sigma}{R_s}} = \Psi$. Lorsqu'il est inférieur à 1, cet indice stipule que les aspérités sont déformées principalement élastiquement, alors que s'il est supérieur à 1 les aspérités seraient plutôt déformées de façon plastique.

3.1.2. Modèle de Yovanovich (CMY) et modèle de Mikic

Yovanovich, Cooper et Mikic [AH] ont développé en 1969 un modèle de résistance de contact thermique utilisant une distribution d'aspérités gaussiennes et uniformes, dont les déformations sont purement plastiques.

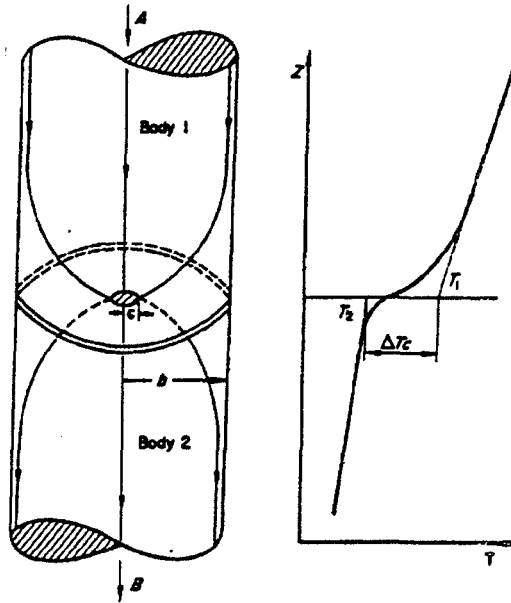


Figure 3. 2 : Tube de flux de chaleur.

Tiré de “Thermal contact conductance” de Yovanovich, Cooper et Mikic [AH].

Ce modèle se base sur la conductance d'un simple « tube de flux », tel qu'illustré à la figure 3.2, où les lignes de courant sont étranglées par le point de contact au centre du tube de flux. Yovanovich [AH] a déterminé la conductance de ce tube de flux comme étant $h = 2 \cdot k \frac{c}{A_a} \cdot \frac{1}{\psi}$, où ψ est le facteur de résistance. Ce facteur est numériquement près de $\psi \approx (1 - c/b)^{1.5}$, où c/b est équivalent à la racine carrée de l'aire réellement en contact sur l'aire apparemment en contact $\left(\frac{c}{b} = \sqrt{\frac{A_r}{A_a}} \right)$. Dans le cas où il y a n tubes en parallèles, alors la résistance résultante $(1/h)$ devient [AI] :

$$R_{CMY / Mikic} = \frac{\left(1 - \sqrt{\frac{A_r}{A_a}} \right)^{1.5}}{2 \cdot k \cdot (n/A_a) \cdot c} \quad (3.9)$$

Ce modèle considère que les déformations sont plastiques : la pression de contact dans les solides est égale au maximum qui peut être soutenu par le matériau le plus mou.

De cette manière, $\frac{P_a}{H} = \frac{A_r}{A_a}$ où P_a est la pression de contact et H la microdureté du matériau le plus mou.

Une analyse détaillée de l'interaction entre des surfaces rugueuses est faite par Yovanovich [AH, AI] et conclut que :

- la séparation adimensionnelle entre les surfaces est $\lambda = \sqrt{2} \cdot \operatorname{erfc}^{-1}\left(\frac{2P_a}{H}\right)$; (3. 10)

- la densité de point de contact est $\frac{n}{A_a} = \frac{1}{16} \left(\frac{m}{\sigma}\right)^2 \frac{e^{-\lambda^2}}{\operatorname{erfc}(\lambda/\sqrt{2})}$; (3. 11)

- le rayon moyen des contacts est $c = \frac{2\sqrt{\kappa}}{\sqrt{\pi}} \frac{\sigma}{m} e^{\lambda^2/2} \cdot \operatorname{erfc}(\lambda/\sqrt{2})$; (3. 12)

- le rapport de l'aire réelle sur l'aire apparente est $\frac{A_r}{A_a} = \frac{\kappa}{4} \operatorname{erfc}\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}}\right)$. (3. 13)

Dans les équations 3.12 et 3.13, le paramètre κ est égal à 2. Ce paramètre n'a pas de signification physique : il n'est qu'une façon simple de distinguer ce modèle des modèles suivants (modèle de Mikic et modèle élastoplastique de Yovanovich). En 1974, Mikic [BA] se basa sur les travaux de Yovanovich [AH] et assumait que l'aire d'un contact élastique est exactement la moitié de l'aire d'un contact plastique (par des considérations géométriques). Mikic [BA] a ainsi dérivé un modèle de résistance de contact dont les déformations sont élastiques.

Donné par l'équation 3.9 de concert avec 3.11 à 3.13, avec $\kappa = 1$, le modèle de Mikic [BA] utilise la séparation adimensionnelle suivante :

$$\lambda = \sqrt{2} \operatorname{erfc}^{-1} \left(\frac{4 \cdot \sqrt{2} \cdot P_a}{E^* \cdot m} \right), \quad (3.14)$$

basée sur une déformation élastique.

3.1.3. Modèle élastoplastique de Yovanovich

En 1996, Sridhar et Yovanovich [BB] ont développé un modèle élastoplastique de résistance de contact thermique. Ce modèle se base sur les sous modèles de profil et de transfert de chaleur de Yovanovich [AH], mais diffère dans les aspects de déformations. En effet, le modèle a la particularité de couvrir le domaine entier du comportement des matériaux : domaine élastique, élastoplastique et pleinement plastique.

Sridhar et Yovanovich [BB] ont par ailleurs émis une fonction d'élastoplasticité, $f_{ep}(\varepsilon_c^*)$ qui représente la fraction de l'aire de contact élastoplastique sur l'aire de contact plastique. Cette fonction s'exprime par l'équation suivante :

$$f_{ep}(\varepsilon_c^*) = \frac{\left[1 + \left(\frac{6,5}{\varepsilon_c^*} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[1 + \left(\frac{13}{\varepsilon_c^*} \right)^{1,2} \right]^{\frac{1}{1,2}}}, \quad (3.15)$$

où

$$\varepsilon_c^* = 1,67 \cdot E^* \cdot m / S_y. \quad (3.16)$$

L'équation 3.16 est appelée la déformation de contact adimensionnelle. Le paramètre S_y est la limite élastique du matériau, et E^* est le module de contact. Le modèle élastoplastique de Sridhar et Yovanovich [BB] s'exprime par les équations 3.9, 3.11, 3.12, avec la séparation adimensionnelle donnée par

$$\lambda = \sqrt{2} \operatorname{erfc}^{-1} \left(\frac{1}{f_{ep}(\varepsilon_c^*)} \frac{2 \cdot P_a}{H} \right), \quad (3.17)$$

où $\kappa = 2 \cdot f_{ep}(\varepsilon_c^*)$. Lorsque $\varepsilon_c^* \rightarrow 0$, alors $f_{ep}(\varepsilon_c^*) \rightarrow 0,5$ (ce qui est conforme au modèle élastique de Mikic [BA]). Lorsque $\varepsilon_c^* \rightarrow \infty$, alors $f_{ep}(\varepsilon_c^*) \rightarrow 1$ (ce qui est conforme au modèle plastique de Yovanovich [AH]).

3.1.4. Modèle de Majumdar et Tien

Le modèle de Majumdar et Tien, introduit en 1991 [AV], est basé sur la discrétisation d'un réseau de résistances : une île- q individuelle est définie par Majumdar et Tien [AV] comme une île de niveau q et freine le courant

selon $\rho = z/(k \cdot l^2) = G^{D-1}/(k \cdot l^D)$, où G est le gain fractal, D est la dimension fractale, k est la conductivité et l est la racine carrée de la section transversale de l'île. La construction d'un réseau est composé de résistances effectives (pour les différentes valeurs de q) forme le réseau total, comme à la figure 3.3.

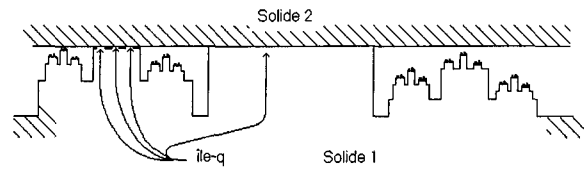


Figure 3. 3 : Modèle d'aspérités.

Résistance effective des îles-q :

Selon Majumdar et Tien [AV], pour une valeur particulière de q , l'ensemble de toutes les îles- q coexistent et agissent en parallèles sur le plan de contact pour former un réseau. Chaque branche de ce réseau consiste en un paquet de résistances qui arrive de chaque île- q (ces résistances étant dues aux aspérités empilées les unes sur les autres). Si m_q représente la base de deux aspérités voisines (voir figure 3.4), tel que $q - (m_q + 1)$ est le nombre de résistance en série entre q et m_q (pour chaque branche), alors la résistance pour chaque branche est déterminée par Majumdar et Tien [AV] comme

$$\text{étant } \rho_{sq} = \frac{G^{D-1}}{k} \sum_{i=m_1+1}^q \frac{1}{l_i^D} = \frac{G^{D-1}}{k \cdot L^D} \left(\frac{b^{(q+1)D} - b^{(m_q+1)D}}{b^D - 1} \right), \text{ avec } L = \sqrt{A_a}, \text{ et où } A_a \text{ est l'aire}$$

apparente et b est un nombre réel.

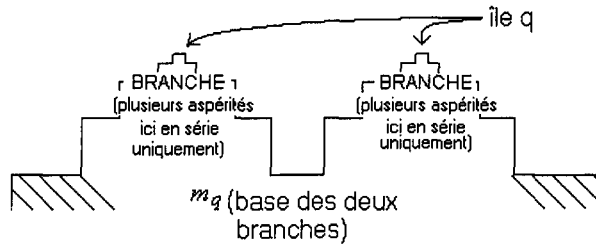


Figure 3. 4 : Jonction de deux branches.

La résistance effective, R_q , représente le réseau parallèle total pour l'ensemble des îles-q, et peut être déterminée en divisant la résistance de chaque branche par le nombre de branches parallèles [AV] :

$$R_q = \frac{G^{D-1} \cdot b^{q_L \cdot D}}{k \cdot L^D} \left(\frac{b^D}{b^D - 1} \right) (1 - b^{(m_q - q)D}) \quad (3.18)$$

Le réseau :

Toujours selon Majumdar et Tien [AV], les paquets de résistances de chaque branche d'îles-q se joignent pour former un réseau à une profondeur correspondant à m_q . Par exemple, la résistance effective R_{q-1} joint le réseau à une profondeur plus basse que celle de R_q . Toutefois, entre R_{q-1} et R_q , il y a une résistance effective supplémentaire ρ_{m_q} , en série avec R_q et en parallèle avec R_{q-1} , équivalente à [AV] :

$$\rho_{m_q} = \frac{G^{D-1} \cdot b^{q_L \cdot D}}{k \cdot L^D} \left(\frac{b^D}{b^D - 1} \right) \cdot b^{(m_q - q)D}. \quad (3.19)$$

La figure 3.5 montre cette résistance équivalente.

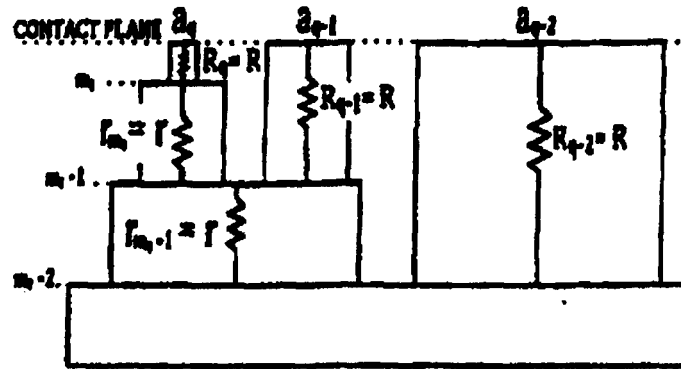


Figure 3.5 : Résistance r_{m_q} en série avec R_q et en parallèle avec R_{q-1} . Dans cette figure, la nomenclature r remplace ρ . Tiré "Electrical resistance of random rough contacting surfaces using fractal surface modeling" de Singer et Kshonze [BD].

Par ailleurs, puisque $b^{m_q - q} = \left(1 + \sqrt{(1 - A_r/A_a)/(A_r/A_a)}\right)^{-1}$ [BD], les équations 3.18 et 3.19 sont indépendantes de q , et ainsi $R_q = R$ et $\rho_{m_q} = \rho$. Majumdar et Tien [AV] construisent alors un réseau de résistances comme à la figure 3.6, répétitivement additionné.

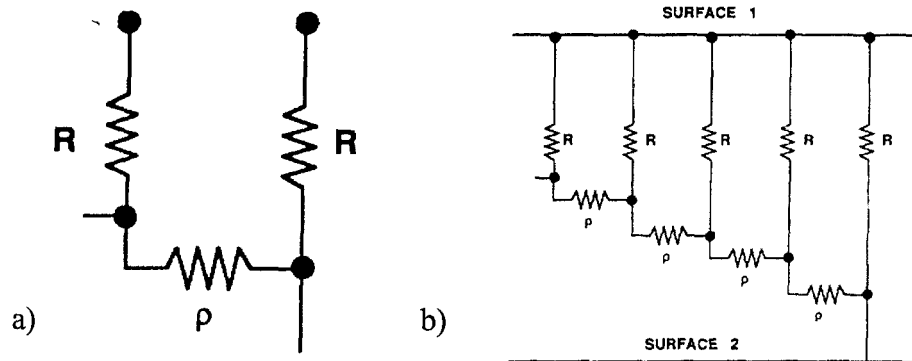


Figure 3.6 : Système de résistances : a) Système de base; b) Groupe de résistances répétitivement additionnées. Tiré de « Fractal network Model for Contact Conductance » de Majumdar et Tien [AV].

Bien que la solution de la résistance résultante d'un tel arrangement soit itérative,

Majumdar et Tien [AV] suggèrent $R_{totale} = \frac{R \cdot (1 + \sqrt{1 + 4 \cdot (R/\rho)})}{2 \cdot (R/\rho) + (1 + \sqrt{1 + 4 \cdot (R/\rho)})} = R \cdot f\left(\frac{R}{\rho}\right)$, avec

le ratio R/ρ donné par les équations 3.18 et 3.19. Sous certaines considérations, ces

équations se simplifient à $\frac{R}{\rho} = \left(\frac{D \cdot (1 - A_r/A_a)}{(2 - D) \cdot A_r/A_a} \right)$. Après manipulations mathématiques, le

modèle de Majumdar et Tien est équivalent à [AV]

$$R_{Maj} = \frac{f(R/\rho) \cdot \sigma \cdot \sqrt{4 - 2 \cdot D}}{k} \cdot \left(\frac{D}{(2 - D) \cdot A_r/A_a} \right)^{D/2}, \quad (3.20)$$

où le rapport de l'air réel de contact sur l'air apparent de contact A_r/A_a est déterminé par des modèles de profil et de déformation.

3.1.5. Autres modèles

Il existe plusieurs autres modèles de résistance de contact due aux aspérités (Whitehouse et Archard en 1970 [BF], Bush Gibson et Thomas en 1975 [BG], Komvopoulos en 2003 [BH], etc.) Ils sont cependant jugés moins importants puisqu'il s'agit de variations de modèles présentés dans cet ouvrage, et ne sont donc pas présentés.

3.2. Modèles de résistance due à la couche de gaz

3.2.1. Modèle de Cetinkale et Fishenden

En 1951, Cetinkale et Fishenden [AJ] ont introduit un modèle de résistance de contact par la couche de gaz emprisonnée dans les cavités des surfaces en contact. Il est basé sur la séparation moyenne δ entre les deux surfaces, tel qu'à la figure 3.7.

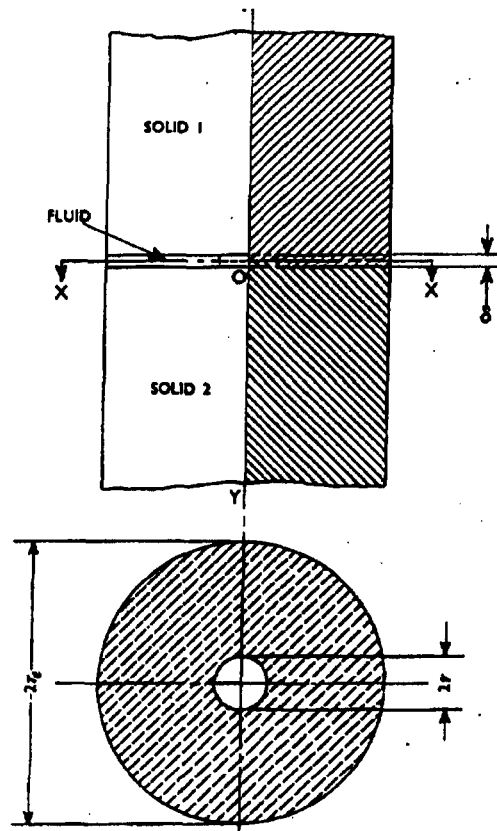


Figure 3. 7 : Élément de contact du modèle de Cetinkale et Fishenden. Tiré de « Thermal conductance of metal surface in contact » de Cetinkale et Fishenden [AJ].

Cetinkale et Fishenden [AJ] considèrent que la distance δ entre les parois est donnée par $\delta = \varepsilon \cdot (R_{a1} + R_{a2})$, où ε est une constante égale à 0,61 déterminée expérimentalement, et où R_{a1} et R_{a2} sont les rugosités moyennes des surfaces 1 et 2 respectivement. À partir de l'équation 2.15, le modèle de Cetinkale et Fishenden [AJ] peut s'écrire par

$$R_{Cet} = \frac{0,61 \cdot (R_{a1} + R_{a2}) + M}{k_g}. \quad (3.21)$$

Par la suite, Veziroglu [BI] a procédé à une importante série d'expérimentations. Il suggère plutôt $\varepsilon = 0,53$ si $(R_{a1} + R_{a2}) > 15 \mu m$, et $\varepsilon = 3,56$ si $(R_{a1} + R_{a2}) < 15 \mu m$.

3.2.2. Modèle de l'intégral de la conduction du gap de Yovanovich (YIGC)

En 1982, Yovanovich [AS] a proposé une formule de la conductance de la couche de gaz interstitielle basée sur le modèle CMY des aspérités [AH].

La surface de l'interface non en contact correspond à l'aire transversale des cavités des surfaces, et est notée A_g . Cette aire est donnée à partir de l'équation 3.13 :

$$A_g = \frac{A_a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\lambda} e^{-\lambda^2/2} d(\lambda), \text{ où } \lambda = \delta/\sigma \text{ est la séparation adimensionnelle entre les surfaces.}$$

Yovanovich [AS, BN] a introduit la variable t comme étant une épaisseur locale dans

l'espacement entre les deux solides. Cela permet de déterminer la surface transversale bornée par une variation de hauteur (tel qu'à la figure 3.8) :

$$dA_g = \frac{A_a}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\lambda - \frac{t}{\sigma}\right)^2 / 2} d\left(\frac{t}{\sigma}\right). \quad (3.22)$$

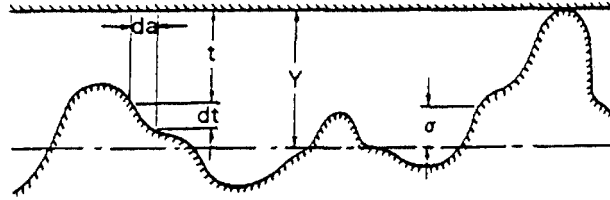


Figure 3.8 : Quelques variables utilisées dans le modèle du gap de Yovanovich. Dans cette figure, la notation Y remplace δ . Tiré de "A New gaseous gap conductance relationship" de Wesley et Yovanovich [BN].

Subdivisant l'interface en une multitude de tubes de flux ayant chacun une résistance thermique R_i , et utilisant la forme de résistance de l'équation 2.15, Yovanovich [AS] suggère l'écriture suivante :

$$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i} = \frac{1}{A_a} \int_0^{A_g} \frac{k_g}{t + M} dA_g. \quad (3.23)$$

L'équation équivalente de la résistance de la couche de gaz de Yovanovich [AS] est déterminée en combinant les équations 3.22 et 3.23 :

$$R_{YGC} = \frac{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}}{k_g} \frac{1}{\int_0^{\infty} \frac{e^{-\left[\left(\lambda - \frac{t}{\sigma}\right)^2 / 2\right]} d\left(\frac{t}{\sigma}\right)}{\left(t/\sigma + M/\sigma\right)}}, \quad (3.24)$$

où la séparation adimensionnelle λ est donnée par l'équation 3.10. Ce modèle se démarque de celui de Cetinkale et Fishenden [AJ] par sa considération des rugosités locales des surfaces, ainsi que de la pression mécanique exercée sur l'interface.

3.2.3. Autres modèles

Il existe une importante quantité d'autres modèles de résistance due à la couche de gaz emprisonnée dans les cavités. Song et Yovanovich [BK] ont résumé un bon nombre de ces modèles sous leur forme de conductance.

Tableau 3.1 : Résumé de quelques modèles de conductance par la couche de gaz emprisonnée dans les cavités. Tiré de "Thermal gap conductance: Effects of gas pressure and mechanical load" de Song et Yovanovich [BK].

Models	Correlations ^a
Cetinkale and Fishenden ¹	$h_g = \frac{k_g}{0.305b_i + M}$
Rapier et al. ⁷	$h_g = k_g \left\{ \frac{1.2}{2b_i + M} + \frac{0.8}{2b_i} \ln \left(1 + \frac{2b_i}{M} \right) \right\}$
Shlykov ⁸	$h_g = \frac{k_g}{b_i} \left\{ \frac{10}{3} + 10 \left(\frac{M}{b_i} \right) + 4 \left(\frac{M}{b_i} \right)^2 - 4 \left[\left(\frac{M}{b_i} \right)^3 + 3 \left(\frac{M}{b_i} \right)^2 + 2 \left(\frac{M}{b_i} \right) \right] \ln \left(1 + \frac{b_i}{M} \right) \right\}$
Veziroglu ⁹	$h_g = \frac{k_g}{0.264b_i + M}, \quad \text{for } b_i > 15 \mu\text{m}$ $h_g = \frac{k_g}{1.78b_i + M}, \quad \text{for } b_i < 15 \mu\text{m}$
Lloyd et al. ¹⁰	$h_g = \frac{k_g}{\delta + \beta\Lambda / (TAC_1 + TAC_2)}, \quad \delta \text{ not given}$
Garnier and Begej ¹¹	$h_g = k_g \left\{ \frac{\exp(-1/Kn)}{M} + \frac{1 - \exp(-1/Kn)}{\delta + M} \right\}, \quad \delta \text{ not given}$
Loyalka ¹²	$h_g = \frac{k_g}{\delta + M + 0.162(4 - TAC_1 - TAC_2)\beta\Lambda}, \quad \delta \text{ not given}$
YIGC model ⁴	$h_g = \frac{k_g/\sigma}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{\exp[-(Y/\sigma - t/\sigma)^2/2]}{t/\sigma + M/\sigma} d(t/\sigma)$ $Y/\sigma = \sqrt{2} \operatorname{erfc}^{-1} \left(\frac{2P}{H_c} \right)$ $\frac{P}{H_c} = \left[\frac{P}{C_1(1.62 \cdot 10^6 \sigma/m)C_2} \right]^{\frac{1}{1+0.071C_2}}$

Au tableau 3.1, la valeur de b_i est égale à deux fois la somme des moyennes des hauteurs des aspérités. Le paramètre M est l'intensité du saut de température aux parois, et est donné par l'équation 2.16.

3.3. *Modèle de résistance due au rayonnement thermique*

3.3.1 **Modèle de Cetinkale et Fishenden**

Cetinkale et Fishenden [AJ] ont développé un modèle de prédiction de la résistance par le rayonnement thermique entre deux plaques parallèles séparées par une distance δ .

Le flux du rayonnement est donné par [AO] $q = \frac{\sigma \cdot \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 (T_1^4 - T_2^4)}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}$, où

$\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ est la constante de Stefan Boltzmann, T_1 et T_2 sont les températures des surfaces 1 et 2 respectivement, et ε_1 et ε_2 sont les émissivités des surfaces 1 et 2 respectivement.

Par le biais temporaire d'une conductivité effective, le modèle de résistance de contact dû au rayonnement de Cetinkale et Fishenden [AJ] peut s'exprimer par

$$R_{Ray\ Cet} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}{4 \cdot \sigma \cdot \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot T_m^3}. \quad (3.25)$$

Ce modèle est à peu près le seul retrouvé dans la littérature pour ce qui est de la résistance due au rayonnement thermique. T_m est la température moyenne des surfaces.

3.4. Revue bibliographique des travaux expérimentaux

Des études expérimentales ont été réalisées au cours des dernières années. Ces études ont soit été effectuées en laboratoire, soit été effectuées *in situ* dans une véritable cuve d'électrolyse Hall-Héroult.

3.4.1. Expériences de Peterson

Des résultats expérimentaux *in-situ* dans une cuve d'électrolyse de Hall Héroult ont été publiés en 1976 par R.W. Peterson [BT]. Trente sondes de voltage ont été placés dans des anodes, et ont enregistré des données durant 24 heures d'opération. Les sondes de voltage ont été placées de façon à déterminer la résistance entre les tiges d'acier et la fonte, et entre la fonte et le bloc de carbone.

Peterson [BT] a trouvé que la résistance de contact électrique totale (entre les tiges d'acier et la fonte ainsi que entre la fonte et le bloc de carbone) diminuait avec l'augmentation de température, mais atteignait un plancher à 600 °C tel que montrée à la figure 3.9 a). De plus, la résistance de contact électrique acier-fonte a été trouvée à être environ 20 à 25% de la résistance totale acier-fonte-carbone, tel que montré à la figure 3.9. Le médaillon de la figure 3.9a) montre que la résistance de contact électrique diminue avec l'augmentation de la pression.

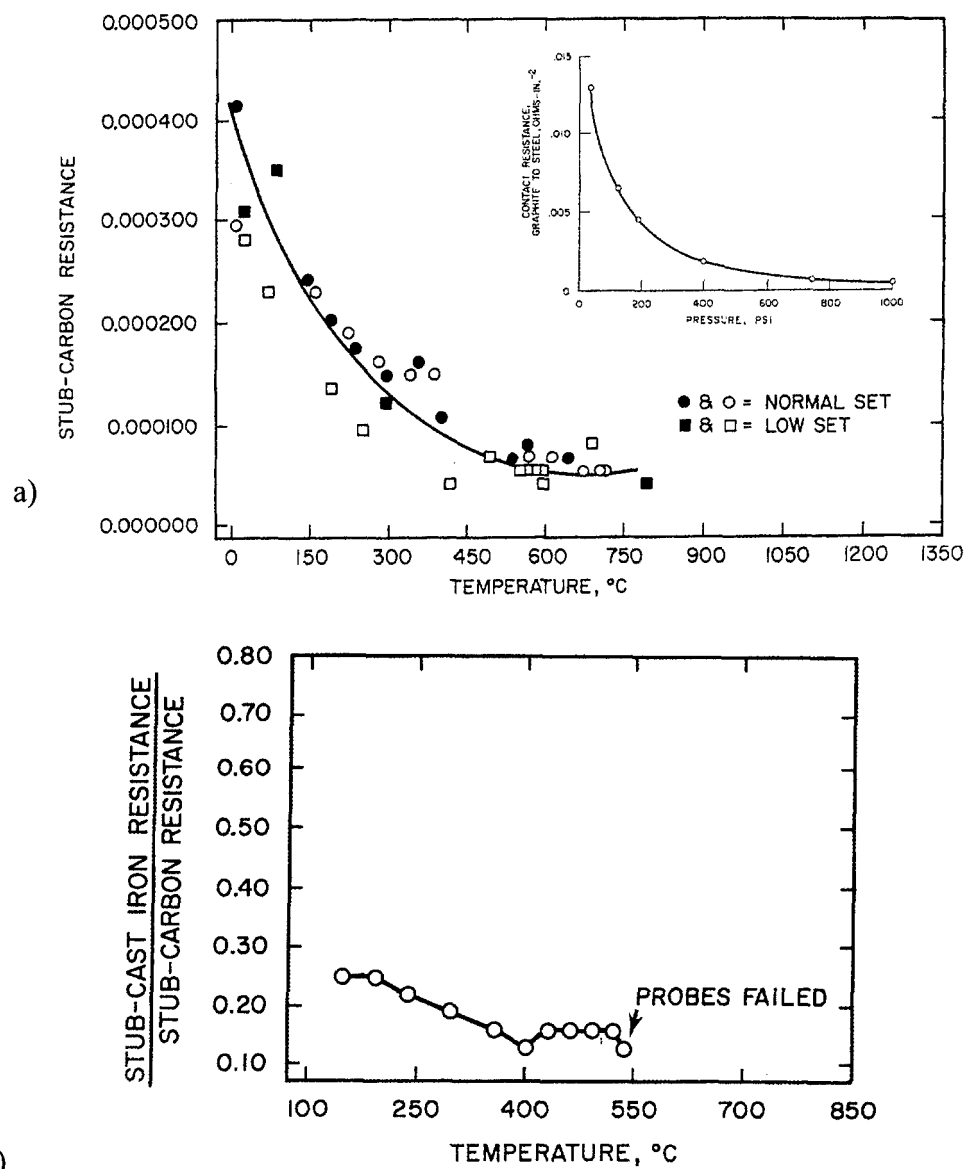


Figure 3. 9 : Résultats des travaux de Peterson: a) Résistance totale acier-fonte-carbone; b) Ratio de la résistance acier-fonte sur acier-fonte-carbone. Tiré de "Temperature and voltage measurements in Hall cell anodes" de Peterson [BT].

Enfin, Peterson [BT] a noté que les mesures présentaient des différences considérables entre elles.

3.4.2. Expériences de Brooks et Bullough

En 1984, D.G.Brooks et V.L.Bullough [BU] ont instrumentés une cuve d'électrolyse Hall-Hérault. Plusieurs sondes de voltage ont été insérées à des endroits stratégiques dans une cathode d'une cuve, et ont enregistrées des données pendant les quarante cinq premières heures d'opération de la cuve d'électrolyse.

D.G.Brooks et V.L.Bullough [BU] ont trouvé que la température, ainsi que la pression de contact, affectait la résistance de contact électrique. Cependant, cet effet semblait minimal lorsque la pression atteignait une pression de l'ordre de 150 psi (environ 1 MPa), comme le montre la figure 3.10.

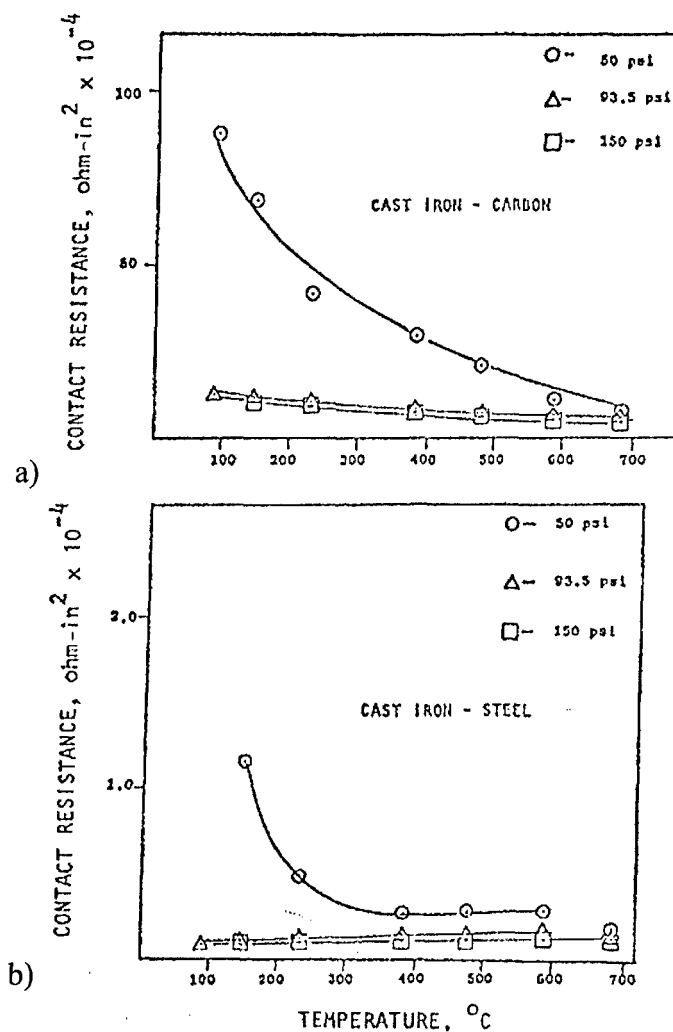


Figure 3. 10 : Résultats des travaux de D.G.Brooks et V.L.Bullough : a) Résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone; b) Résistance de contact électrique entre la fonte et l'acier. Tiré de "Factor in the design of reduction cell anodes", de D.G.Brooks et V.L.Bullough [BU].

Les résultats de D.G.Brooks et V.L.Bullough [BU] sont similaires à ceux de Peterson [BT], mais diffèrent entre autre par l'écart entre la résistance fonte-acier et fonte-carbone. En effet, D.G.Brooks et V.L.Bullough [BU] présentent une réduction significative du ratio $R_{c_{\text{Fonte-acier}}} / R_{c_{\text{Fonte-acier-carbone}}}$ par rapport à Peterson [BT].

3.4.3. Expériences de P.J. Rhedey et L.Castonguay

En 1985, P.J.Rhedey et L.Castonguay [BV] ont réalisé un montage expérimental destiné à mesurer des résistances de contact électrique entre l'acier et le carbone. Des tiges d'acier et de carbone de 50 mm de diamètre et 50 mm de longueur, étaient placées entre des électrodes. Les surfaces en contact étaient usinées et adoucies : « All contacting surfaces are machined rectangular and smooth »[BV]. L'assemblage était placé dans un four, sous une presse hydraulique, tel qu'illustré à la figure 3.11.

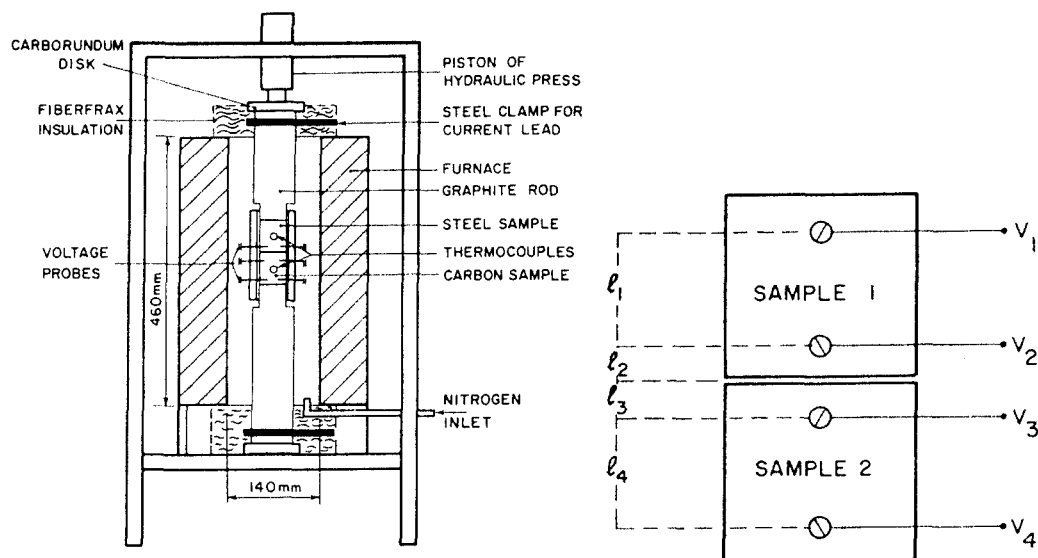


Figure 3. 11 : Montage de P.J.Rhedey et L.Castongay.

Tiré de « Effects of carbeneous rodding mix formation on steel-carbon contact resistance », de P.J.Rhedey et L.Castonguay[BV].

La température du four était augmentée, jusqu'à 850°C , à un rythme similaire au démarrage d'une cuve d'électrolyse, soit de $5^{\circ}\text{C}/h$ à $20^{\circ}\text{C}/h$, et ce avec une pression de contact constante, comme le montre la figure 3.12. Chaque essai durait 5 jours. Ensuite, l'essai était répété pour un autre palier de pression de contact constant, entre 1 et $100\text{ kg}/\text{cm}^2$.

De l'azote était introduit pour purger l'oxygène. La méthode de calcul était basée sur la relation de Ohm :

$$R_c = \Delta V \cdot \frac{S}{i}, \quad (3.26)$$

où R_c est la résistance de contact;

l est la distance;

i est le courant électrique;

S est la surface de contact;

$\Delta V = \frac{\left(V_3 - \frac{V_4 - V_3}{l_4} \cdot l_3 \right) - \left(V_2 + \frac{V_2 - V_1}{l_1} \cdot l_2 \right)}{2}$ est la différence de voltage à l'interface.

P.J.Rhede et L.Castonguay [BV] ont trouvé que la température n'avait qu'un effet modéré au dessus de 500°C , et que cet effet était dépendant de la pression de contact, tel que montré à la figure 3.12.

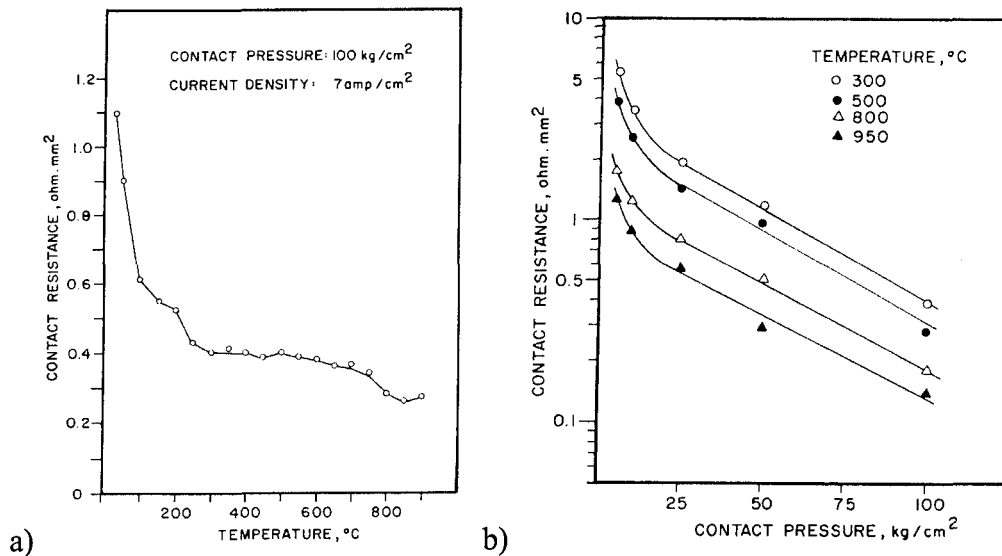


Figure 3. 12 : Résultats des travaux de P.J.Rhedey et L.Castongay : a) résistance de contact électrique entre acier et carbone versus la température; b) résistance de contact électrique entre acier et carbone à différentes températures. Tiré de « Effects of carbeneous rodding mix formation on steel-carbon contact resistance », de P.J.Rhedey et L.Castongay [BV].

Il est à noter que les échantillons utilisés par P.J.Rhedey et L.Castongay [BV] étaient de types acier sur carbone. En effet, les scellements de fonte et de carbone ne sont pas utilisés dans toutes les salles de cuves. Dans ce cas, le carbone des électrodes est directement en contact avec l'acier.

Contrairement à D.G.Brooks et V.L.Bullough [BU] et Peterson [BT], les résistances de contact mesurées par P.J.Rhedey et L.Castongay [BV] n'atteignent pas un plateau à une certaine pression, mais semblent diminuer constamment, comme le montre la figure 3.12. Par ailleurs, P.J.Rhedey et L.Castongay [BV] mentionnent que chaque prise de mesure a été effectuée avec des échantillons « neuf ».

3.4.4. Expériences de Sørli et Gran.

En 1992, Sørli et Gran [AM] ont publié des résultats concernant les résistances de contact électrique entre du carbone et de l'acier sous une grande plage de pressions mécaniques et de températures. Le montage utilisé est schématisé à la figure 3.13.

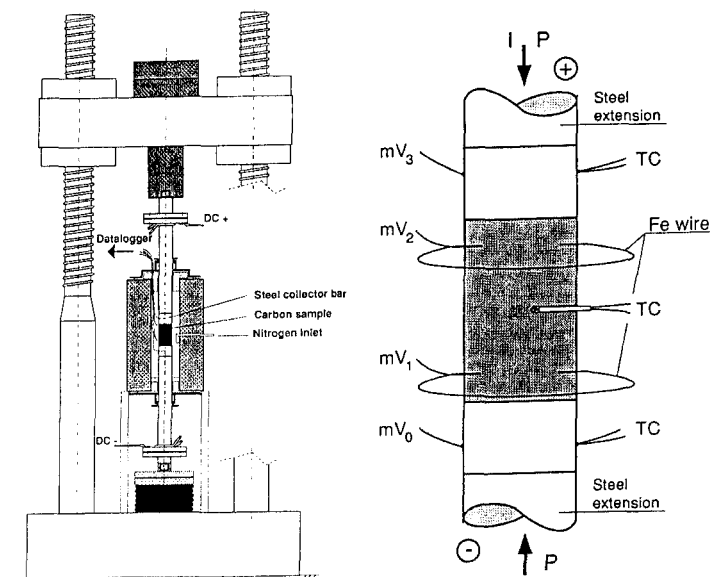


Figure 3. 13 : Montage expérimental de Sorlie et Gran. Tiré « Cathode collector bar to carbon contact resistance » de Sørli et Gran [AM].

Les cylindres de carbone ont été carottés à partir d'un bloc de cathode industrielle vierge, puis aplanie aux extrémités pour assurer le parallélisme du contact. Des trous ont été percés pour les sondes de voltage et de température. Les échantillons d'acier, quant à eux, ont été machinés à partir d'une barre collectrice industrielle. Un sandwich acier/carbone/acier a été constitué avec les échantillons.

Les chutes de potentiel électrique aux deux interfaces ont été mesurées à l'aide de voltmètres. Les mesures ont été prises à partir de 20°C jusqu'à 975°C, par tranche de 275°C. La pression a été appliquée graduellement au rythme de 0 à 2,5 MPa/min, jusqu'à 10 MPa, puis relâchée au même rythme pour tous les paliers de température. Un maximum de 5 MPa a été exercé lors des tests à 975°C.

Les résistances de contact électrique ont été calculées par extrapolation du potentiel électrique à partir des deux côtés des interfaces en utilisant, pour une seule interface :

$$R_c = \frac{\Delta U_{10}}{I}, \quad (3.27)$$

où R_c est la résistance de contact;

$\Delta U_{10} = mV_1 - mV_0 - (mV_2 - mV_1) \frac{l_2}{l_3} - \rho \cdot l_1 \frac{i}{A}$ est la différence de voltage à

l'interface;

mV est la voltage;

l est la distance;

ρ est la résistivité électrique de l'acier;

A est la surface de contact;

i est le courant électrique.

Sørli et Gran [AM] ont trouvé que la température jouait un rôle important dans la résistance de contact électrique, tel que montré à la figure 3.14, où les axes horizontaux représentent la pression en MPa. Différents types d'échantillons ont été testés, à savoir carbone anthracite (A1 et A2), pâte à brasquer (P), et carbone graphitique (G), avec des résultats différents.

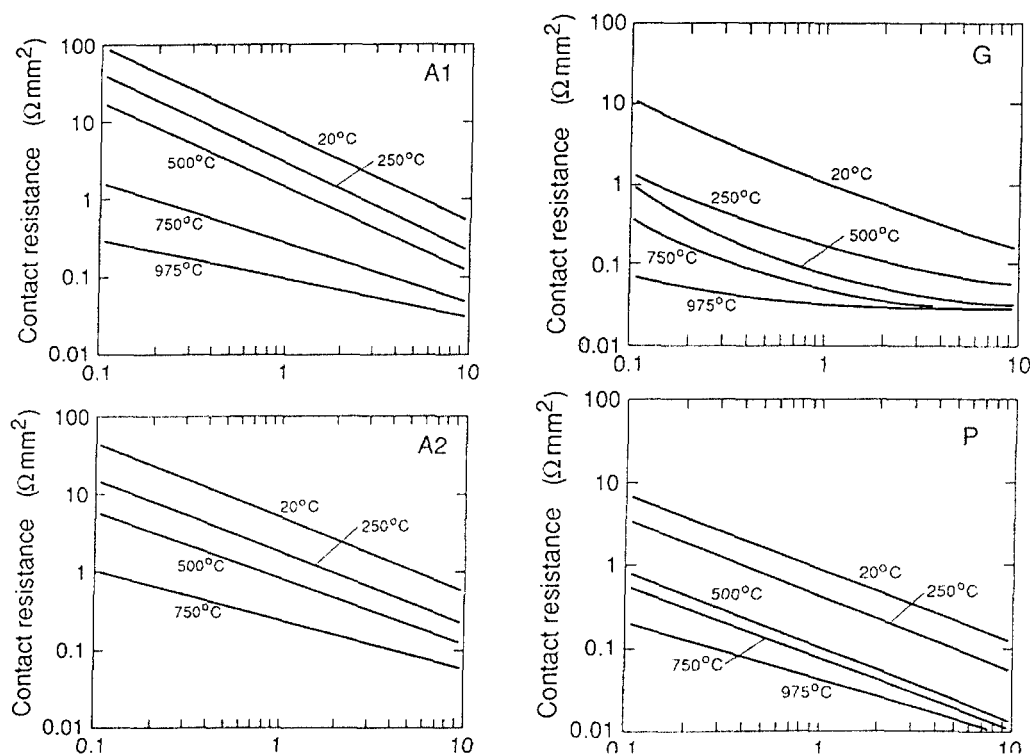


Figure 3. 14 : Résultats des travaux de Sørli et Gran : Résistances de contact électrique entre l'acier et la pâte à brasquer (P), entre l'acier et le carbone graphitique (G) , entre l'acier et anthracite (A1 et A2. Tiré de "Cathode collector bar to carbon contact resistance" de Sørli et Gran [AM]. L'abscisse est la pression, en MPa.

Il est intéressant de constater que les valeurs obtenues diffèrent sensiblement dépendamment du type de carbone utilisé. Les anthracites (A1 et A2) présente les résistances de contact les plus élevées. Les courbes du carbone graphitique se stabilisent à plus basse pression que les autres types de carbone, et présentent les résistances de contact les plus faibles à hautes températures. Les résistances de contact avec la pâte à brasquer sont les plus faibles à basses températures.

3.4.5. Expériences de Støre et Øye.

Støre et Øye [AN] ont publié en 1996 les résultats de leurs expériences de résistance de contact électrique entre des cylindres de carbone et de fonte, avec une méthodologie très similaire à celle de Sørli et Gran [AM].

Les échantillons de carbone ont été obtenus par carottage d'un bloc de cathode vierge, tandis que ceux de fonte ont été coulés dans une forme cylindrique. Fontes et carbones ont ensuite été machinés aux grandeurs désirées.

Plusieurs types de carbone ont été testés : deux types d'anthracites (A1 et A2), deux types de carbone semigraphitique (G1 et G2) et enfin un carbone graphitisé (GR).

Støre et Øye [AN] ont conclu que la résistance de contact entre la fonte et le carbone diminue fortement avec l'augmentation de la pression de contact et de température, spécialement à basses températures, comme à la figure 3.15.

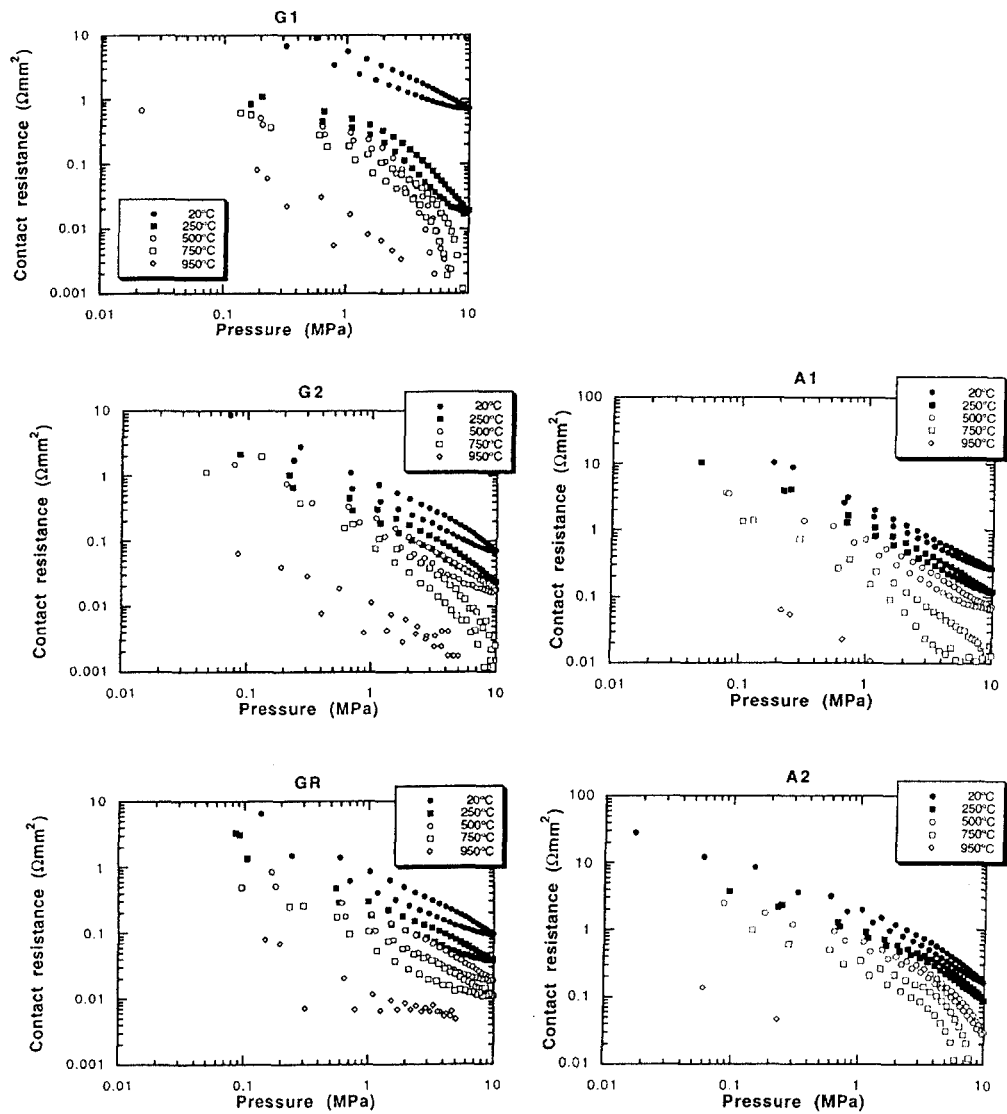


Figure 3. 15 : Résultats des travaux de Støre et Øye [AN] : Résistances de contact électrique expérimentales de Støre et Øye entre deux types de carbone graphitique (A1 et A2) et de la fonte. Tiré de « Influence of temperature and pressure between cast iron and cathode carbon on contact resistance » de Støre et Øye [AN].

Tout comme Sørli et Gran [AM], Støre et Øye [AN] ont trouvé des différences significatives dans la résistance de contact dépendamment du type de carbone utilisé, et avancent que la dureté des carbones pourrait en être la cause. En effet, il est connu que les matériaux anthracitiques sont plus durs que ceux graphitiques.

Par ailleurs, Støre et Øye [AN] ont relevé que la chute de voltage de la cathode (Cathod Voltage Drop) calculée est bien inférieure à celle mesurée en laboratoire. De plus, ils ont relevé que les résistances de contact mesurées en laboratoire tendaient à augmenter significativement durant la durée de vie d'une cuve d'électrolyse. La transition de phases perlitiques vers des phases ferritiques de la fonte est avancée par Støre et Øye [AN] pour expliquer cette observation.

3.5. Résumé de chapitre

En bref, il existe plusieurs modèles théoriques de résistance de contact thermique et électrique, basés sur les notions vues au chapitre 2 (distribution des aspérités statistiques/fractales, déformation des aspérités plastiques/élastiques, transfert de chaleur/courant électrique, etc). Ces modèles utilisent des propriétés des matériaux telle que les conductivités thermique et électrique, les modules d'Young, les duretés de surface, etc. Ces propriétés peuvent être très difficiles à obtenir pour des températures élevées.

Des travaux expérimentaux en laboratoire mais aussi *in situ* dans une cuve d'électrolyse ont été réalisés. Les modèles théoriques et les expérimentations s'accordent sur le comportement (et non la valeur) des résistances de contact, à savoir une baisse de la résistance de contact thermique et électrique avec la température et la pression, ce qui est conforme aux attentes. De plus, les résultats des travaux expérimentaux sont globalement cohérents entre eux, mais présentent tout de même certaines différences. Par exemple certains auteurs [BT, BU] suggèrent que les résistances de contact atteignent un plateau sous une certaine pression, alors que d'autres [BV] semblent suggérer un comportement plus variable.

Enfin, plusieurs travaux expérimentaux ont été réalisés sur les résistances de contact électrique, mais pas ou très peu sur les résistances de contact thermique, du moins dans une cuve d'électrolyse Hall Hérault.

Le prochain chapitre se consacre à la méthodologie et au montage utilisé dans le cadre du présent ouvrage.

CHAPITRE 4

Méthodologie et dispositif expérimental

L'objectif de ce chapitre est de présenter la procédure de détermination des résistances de contact thermique et électrique utilisées dans le cadre du présent projet. En premier lieu, il sera question du dispositif utilisé, ensuite des soins apportés à la préparation des échantillons, puis de la méthode de calcul des résistances de contact, et enfin des incertitudes des mesures.

La façon la plus simple de mesurer des résistances de contact thermique consiste à mesurer directement les champs de températures de deux pièces accolées dans lesquelles circule un flux thermique, puis d'en déduire la différence à l'interface. Ceci permet d'obtenir de façon simple la résistance de contact en régime permanent à partir de sa définition (équations 2.1 et 2.3). En raison de cette simplicité, c'est cette procédure qui a été choisie pour les expériences en laboratoire.

4.1. Dispositif MATILDA

4.1.1. Vue générale du montage

La figure 4.1 illustre le Montage d'Analyse Thermo-électro-mécanique des Interfaces Liées dans une cuve d'Aluminium (MATILDA) utilisé dans le cadre du présent ouvrage. La figure 4.2 est une photographie de ce montage, montré le four ouvert et sans la source de courant.

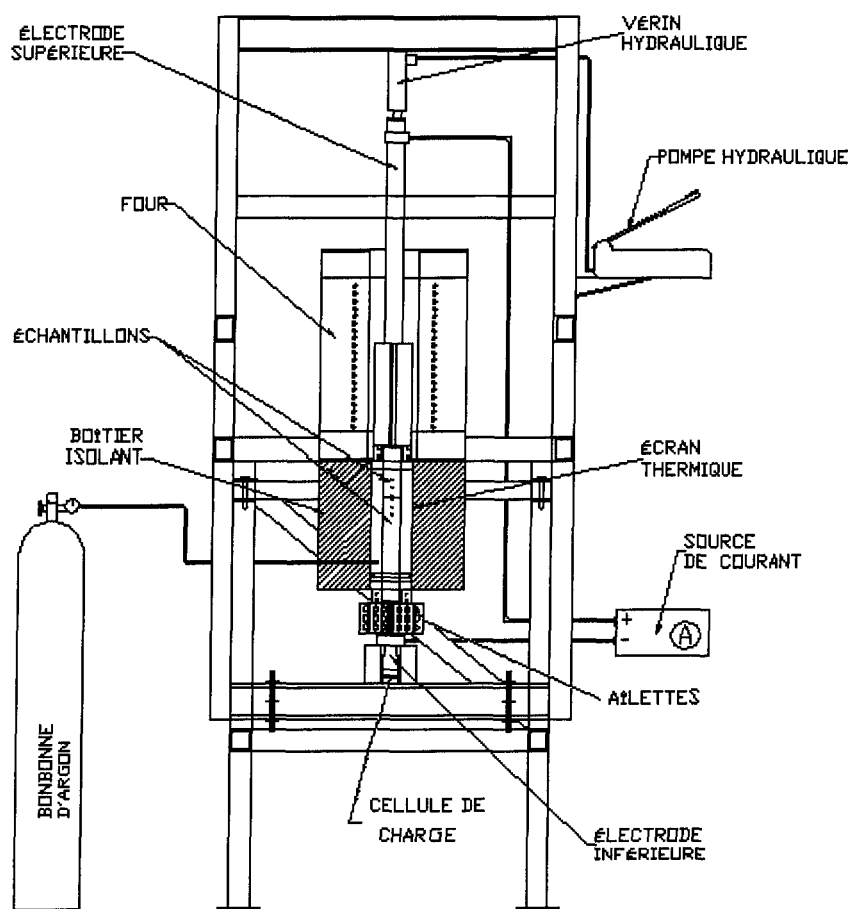


Figure 4. 1 : Schéma du montage d'analyse thermo-électro-mécanique des interfaces dans une cuve d'électrolyse.

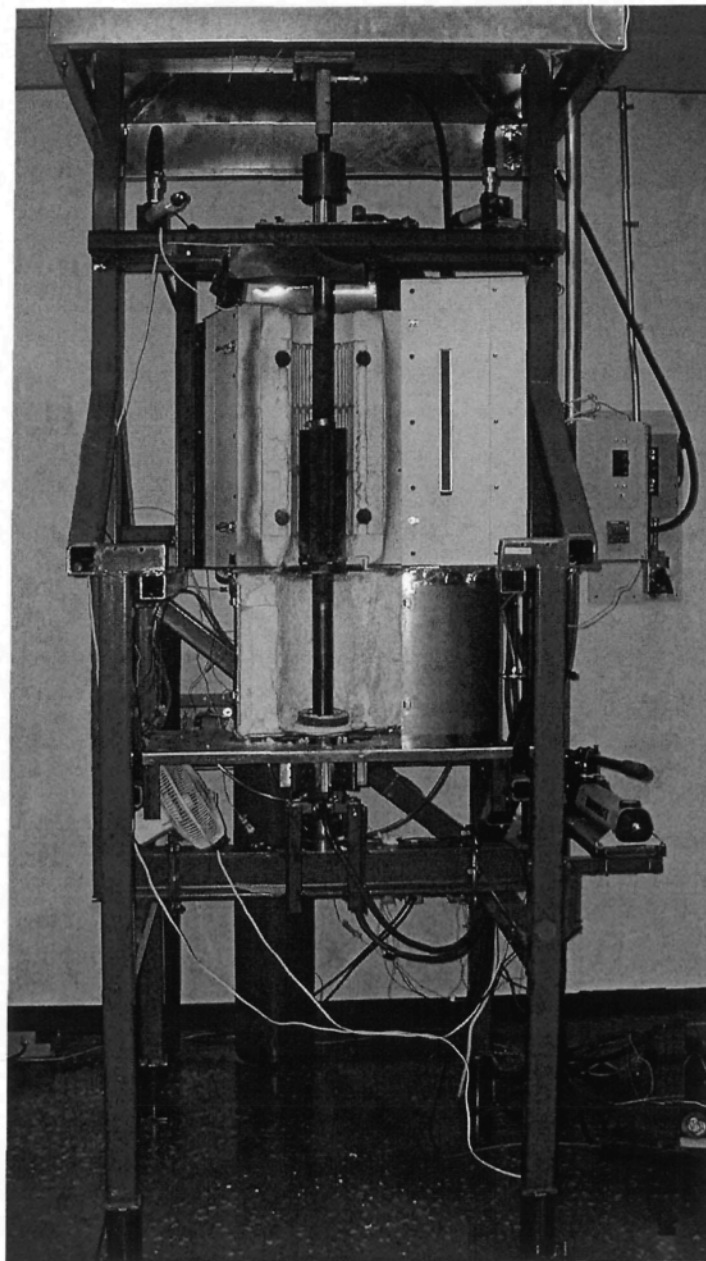


Figure 4. 2 : Montage réalisé. Le four est montré ouvert.

Une structure rigide supporte la majeure partie des composantes du montage. Les échantillons sont maintenus en place par les deux électrodes, inférieure et supérieure. Les électrodes sont pourvues de serres visant à éviter tout mouvement des échantillons par rapport aux électrodes. Un vérin hydraulique, commandé par une pompe à main, applique la pression désirée sur les échantillons. La pression est lue à l'aide d'une cellule de charge située sous l'électrode inférieure. Les échantillons sont montés en température à l'aide d'un four. Cette source de chaleur, en combinaison avec les ailettes de refroidissement force un flux thermique dans les échantillons. Puisqu'un flux est rarement unidirectionnel dans un échantillon, un boîtier isolant est incorporé au montage. Il a pour objectif de contraindre le flux de chaleur, afin d'éviter les pertes par la paroi latérale des échantillons.

Le courant électrique est appliqué grâce à une source de courant, et transmise aux échantillons par les électrodes.

De plus, un système d'injection de gaz neutre prévient la combustion des matériaux carbonés. Un écran thermique a pour but de circonscrire le gaz neutre autour des échantillons. Il agit également comme isolant thermique.

Chacun des deux échantillons est instrumenté de capteurs de température et de voltage, tous reliés à un système d'acquisition de données.

Ce montage assume les éléments suivants :

- Pression uniforme et constante à l'interface;
- Flux thermique unidirectionnel, dans l'axe des échantillons;
- Courant électrique constant;
- Pas de dégradation des échantillons pendant les essais.

Le montage est également pourvu d'un système permettant la mesure du coefficient de friction à hautes pressions et hautes températures. Cependant, aucun essai de friction n'a été fait par manque de temps et aussi parce que cela débordait du cadre du présent travail.

En outre, ce montage possède les avantages suivants :

- Possibilité d'appliquer une large gamme de pression et de température;
- Possibilité de faire des essais à atmosphère neutre;
- Possibilité de faire des essais de résistance de contact électriques et thermiques simultanément;
- Possibilité de faire des essais de coefficient de friction à hautes pressions et hautes températures.

4.1.2. Composantes du montage

Le support :

Le support est conçu pour résister à plus de trois tonnes métriques sur son cadre vertical.

Les électrodes :

Les électrodes doivent être robustes car elles supportent des pressions mécaniques de l'ordre de 3 MPa , sous des températures environnantes pouvant atteindre 1000°C . Elles sont munies de mors fixant en place les échantillons et les empêchant de glisser.

L'électrode supérieure possède des ailettes servant à la rigidifier et à capter la chaleur du four. Les ailettes soudées à l'électrode inférieure agissent comme puits de chaleur, tel que spécifié plus haut.

Le boîtier isolant et l'écran thermique :

Un isolant en laine, le Kaowool, est inséré dans le boîtier. Celui-ci force l'unidirectionnalité du flux thermique. Le boîtier est en outre conçu pour s'ouvrir solidairement avec le four, facilitant ainsi les manipulations.

Pour sa part, l'écran thermique est fait d'une feuille d'inconel de $0,08\text{ mm}$ d'épaisseur, et il est disposé en coquille cylindrique autour des échantillons. Bien qu'utilisé pour freiner les pertes thermiques, il permet aussi de limiter les pertes d'argon. Ce gaz neutre est introduit à raison de 833 ml/min à l'intérieur de l'écran thermique à travers un diffuseur, ce qui permet de purger l'oxygène dans la zone entourant les échantillons et ainsi d'éviter la combustion du carbone à hautes températures. Lorsque le débit d'argon est inférieur à cela, son débit n'est pas suffisant pour empêcher l'oxydation, et lorsqu'il est

supérieur, l'apport d'argon froid perturbe l'équilibre thermique des échantillons. De l'isolant (Kawool) compressé est placé dans le haut de l'écran thermique pour restreindre les fuites d'argon par le haut de l'écran. Un manomètre a été placé dans l'écran thermique pour s'assurer que la pression d'argon soit toujours légèrement plus grande que la pression d'air du système.

L'écran thermique, de même que le boîtier, sont rendus partiellement étanches aux fuites d'argon par des matériaux résistants à hautes températures, ainsi que par du ruban adhésif.

Le four et les ailettes de refroidissement :

Le four commercial utilisé (SST-5.00-0-18-1C-D2155-BZ de THERMCRAFT) est capable d'opérer à une température de 1000°C , et il est muni d'un contrôleur de température qui assure sa stabilité.

Les ailettes de refroidissement sont situées à même l'électrode inférieure, et sont soumises à un courant d'air produit par un ventilateur.

Outre de créer un flux, le four sert à augmenter la température de l'interface.

Le vérin, la pompe et la cellule de charge :

Un vérin hydraulique commercial, le RC-53 ENERPAC applique une pression mécanique. Il est commandé par une pompe hydraulique manuelle, le P-141 ENERPAC. Un boyau commercial, le HC9206 ENERPAC les relie.

La pression mécanique est mesurée à l'aide d'une cellule de charge commerciale LC305-5K OMEGA. Elle est alimentée par une source de voltage continu de 10 VDC provenant d'un signaleur modulaire OM2-8608-115AC OMEGA et sa réponse est amplifiée par un amplificateur OM2-161 conçu a cet effet.

Une presse commerciale TINIUS-OLSEN a été utilisée pour l'étalonnage du système de lecture de la pression : cellule de charge, signaleur modulaire et amplificateur. L'étalonnage s'est fait sur une plage de pression de 0 à 5 MPa répartie sur un diamètre de 50,8 mm. Il a ainsi été établi qu'une incertitude de $\delta P = 0,0125 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$ était liée a cette mesure.

Les instruments de mesure de température et de voltage :

Les mesures de températures s'effectuent au moyen de thermocouples commerciaux NMTIN-062(u)-24 OMEGA. Ceux-ci sont de type *N* et sont gainés. Le type *N* a été choisi car leur plage de température correspond le mieux aux expériences visées. Ils sont insérés dans les échantillons et une gaine de céramique les isole de façon à ce qu'il n'y ait

contact que par le bout des thermocouples. Le contact est par surcroît amélioré par une colle, tel qu'illustré à la figure 4.3. Cette colle est conductrice thermique et électrique et résiste aux hautes températures.

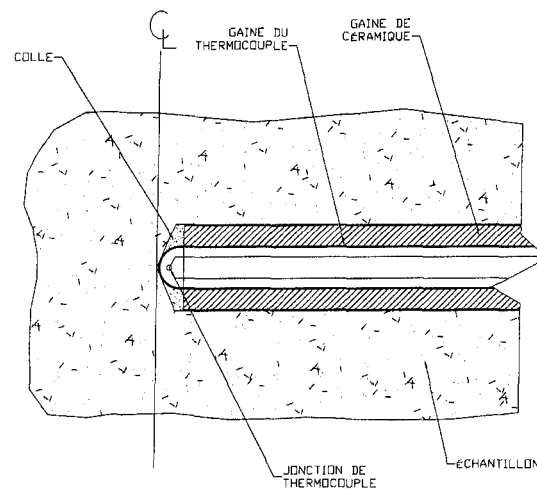


Figure 4.3 : Schéma d'un thermocouple dans un échantillon.

La gaine métallique du thermocouple sert aussi à sonder le potentiel électrique dans les échantillons, puisqu'elle est reliée au système d'acquisition de données. Un seul trou étant nécessaire pour une mesure de température et de voltage, cela diminue la perturbation due à l'intrusion des appareils de mesure.

Ces thermocouples ont cependant une incertitude importante : La plus grande valeur de $2,2^{\circ}\text{C}$ ou $0,75\%$ pour chacun d'eux. La détermination de courbes de tendance, impliquant l'utilisation de plusieurs thermocouples, peut donc constituer une grande source d'incertitude. C'est pourquoi un étalonnage en laboratoire a été effectué : cinquante thermocouples ont été numérotés et introduits dans un bloc de cuivre percé d'un trou d'un

diamètre tout juste suffisant (de manière à supposer que tous les thermocouples étaient isothermes). Cet assemblage a été placé dans un petit four, où cinq essais à des températures différentes ont été effectués. Supposant une loi normale régissant la dispersion des résultats, les thermocouples marqués d'une étiquette de confiance étaient ceux qui présentaient une variation de température acceptable par rapport à la moyenne, pour tous les paliers de température.

Il a ainsi été possible d'établir que la différence de lecture maximale entre deux thermocouples dans un intervalle de $0,7 \cdot \sigma$ (σ étant l'écart-type de la dispersion des résultats) était de $\delta T = 0,217^\circ C$.

La source de courant :

Lorsque mis sous tension, le montage est alimenté d'une source de courant continu commerciale XDC 300-20 Xantrex. Elle est branchée aux électrodes au moyen de fils électriques et de connecteurs.

Le système d'acquisition de données :

Les thermocouples, les sondes de voltage et la cellule de charge sont tous reliés à un système d'acquisition de données commercial HP 34970A. Ce système d'acquisition de données relève simultanément les mesures de température, de voltage et de pression à

l'interface à toutes les 5 minutes. De plus, il garde en mémoire ces données, de façon à faciliter les prises des mesures.

Autre appareil de mesures :

Un vernier commercial HERCULES BULLDOG a été utilisé pour mesurer les diamètres exacts des échantillons.

Les échantillons :

Les échantillons ont tous un diamètre de 50,8 *mm* , mais ceux de carbone et d'acier sont plus longs que ceux de fonte. Cela en raison du fait que les échantillons de carbone et d'acier seront les échantillons inférieurs car le carbone est plus susceptible de se consumer s'il est plus près du four.

Les échantillons de carbone anodique et cathodique sont en fait des carottages prélevés sur de véritables blocs d'anode ou de cathode.

Les échantillons d'acier anodique/cathodique ont été obtenus du fournisseur de tiges d'anode/barres collectrices. Une attention particulière a été prise pour que le fini de surface soit exactement le même qu'en usine. Cela est important car le profil de surface est un paramètre essentiel aux résistances de contact.

4.2. Préparation des échantillons

La préparation des échantillons est une étape à part entière du projet et nécessite une méthodologie au même titre que les expériences. En effet, les échantillons doivent être le plus fidèles possible aux caractéristiques d'une véritable cuve d'électrolyse.

La procédure de fabrication des échantillons « fonte sur acier » et « fonte sur carbone » anodiques est décrite au tableau 4.1.

Tableau 4. 1 : Méthodologie de fabrication des échantillons anodiques

Étape	Action
1	Faire fabriquer chez le fournisseur de tiges d'anodes, des cylindres en acier d'un diamètre de 50,8 mm d'une longueur de 330 mm, ET AYANT LE MÊME FINI DE SURFACE QUE DES TIGES D'ANODES.
2	Prélever des carottes de 50,8 mm de diamètre et de 330 mm de longueur, dans une anode. Les endroits des carottages doivent correspondre aux positions des coulées (voir figure 4.4).
3	Placer les « sous »-échantillons des étapes 1 et 2 dans des tubes de graphite creux (d'une longueur de 508 mm, d'un diamètre intérieur de 50,8 mm et d'un diamètre extérieur de 76,2 mm) prévus à cet effet. Insérer ces tubes avec échantillons dans une anode dont des trous ont été pratiqués. Numéroté les trous correspondant aux échantillons, tel qu'illustré à la figure 4.4.
4	Transporter le bloc anodique, avec les tubes de graphite et les sous échantillons à l'Usine Grande-Baie, et chauffer à 100°C
5	Une fois la température atteinte et stable, et à l'aide d'une cuillère spécialement conçue pour cet usage, verser de la fonte liquide provenant de la poche de scellement des anodes dans les tubes de façons à remplir l'espace vide. IMPORTANT : (1) VERSER DANS L'ORDRE CHRONOLOGIQUE DES TROUS IDENTIFIÉS, afin d'assurer l'uniformité thermique de l'anode. (2) VERSER TOUT LE CONTENU DE LA CUILLÈRE DANS UN SEUL MOUVEMENT DOUX ET CONTINU, pour éviter des débordements de fonte ou une solidification hâtive de la fonte lors de sa coulée.
6	Une fois refroidis, extraire les tubes de l'anode, et les échantillons des tubes à l'aide d'une presse hydraulique.

La figure 4.4 schématise un bloc anodique percé de trous pour y accueillir les tubes de graphite avec les échantillons.

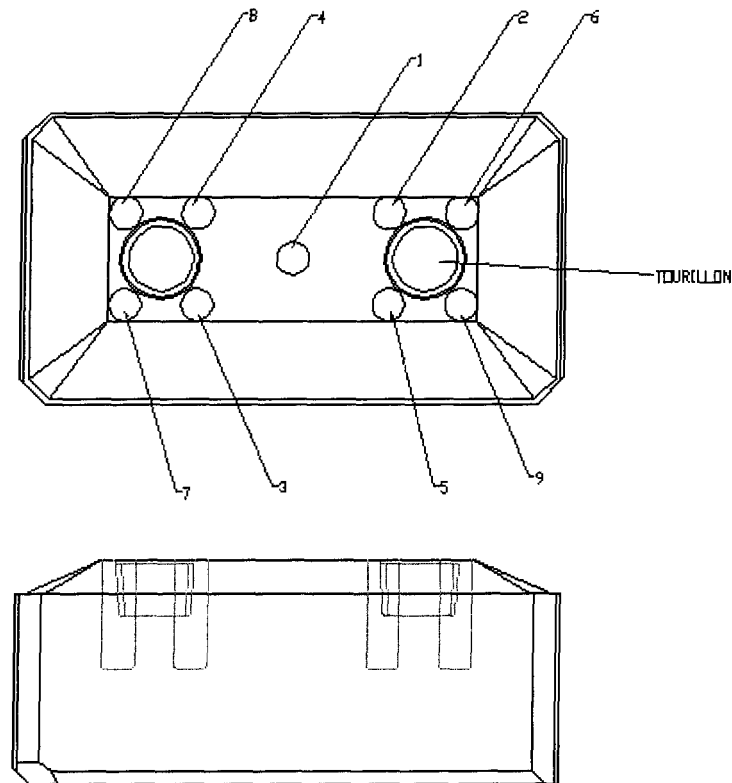


Figure 4. 4 : Anode percée de neuf trous pour y insérer les tubes contenant les échantillons d'acier et de carbone.

L'utilisation d'un bloc anodique complet a pour but d'obtenir sensiblement le même taux de refroidissement de la fonte que dans un véritable scellement d'anode.

Les échantillons cathodiques sont préparés avec la même méthodologie, à l'exception de la nature cathodique des échantillons. De plus, il a été déterminé qu'un bloc cathodique possédait sensiblement le même taux de refroidissement que deux anodes juxtaposées en leur bout. C'est pourquoi une isolation thermique, se voulant parfaitement

adiabatique, a été appliquée sur un bout de l'anode, afin d'imiter le mieux possible une véritable cathode en ce qui a trait au refroidissement des échantillons cathodiques. La figure 4.5 montre un ouvrier s'affairant à couler la fonte sur les sous échantillons de carbone et d'acier.

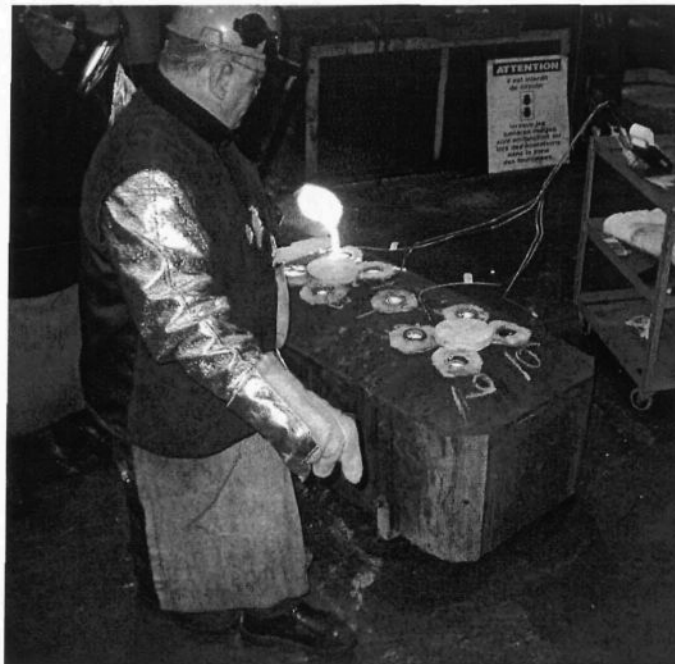


Figure 4. 5 : Ouvrier coulant la fonte sur les sous échantillons pour former les échantillons.

En outre, la fabrication des échantillons assume les hypothèses suivantes :

- étant données les dimensions, les propriétés de conductivités thermiques, les densités et les capacités thermiques massiques, il est convenu qu'un bloc cathodique possède essentiellement le même taux de refroidissement que deux blocs anodiques juxtaposés. Un plan de symétrie dans le profil de température de la cathode permet d'utiliser une isolation sur un côté du bloc anodique pour imiter une cathode;

- les taux de refroidissement sont à peu près les mêmes qu'en usine (malgré les tiges d'anodes et barres collectrices absentes, l'intrusion de tubes de graphite, les échantillons d'acier et de carbone);
- le profil de surface des échantillons d'aciers est le même que le profil de surface cherchés.

4.3. Méthodologie des prises de mesure

Le tableau 4.2 présente les principales actions et manipulations à effectuer pour réaliser les essais de résistances de contact thermique et électrique.

Tableau 4. 2 : Actions à réaliser

Étape	Actions
1 ^(*)	Placer deux échantillons délicatement l'un sur l'autre, en prenant soin d'éviter d'endommager l'interface. Un endommagement de l'interface falsifierait les résultats.
2	Créer un flux thermique unidirectionnel, stable et permanent dans les échantillons.
3	Créer un courant électrique stable de 3A dans les échantillons. Cette intensité du courant est choisie pour être représentative d'une cuve d'électrolyse, sans générer un effet Joule excessif.
4	Exercer une pression mécanique connue sur les échantillons, de 0 à 2,5 MPa

(*)Il a été possible de garder l'intégrité des contacts entre le moment de la fabrication des échantillons et celui des essais.

Suite à ces manipulations, des mesures sont à effectuer et servent de données primaires au calcul de résistance de contact proprement dit. Elles sont énumérées au tableau 4.3.

Tableau 4. 3 : Données primaires

Étape	Données primaires
1	Mesurer la température le long des échantillons.
2	Mesurer le voltage le long des échantillons.

Enfin, les résultats bruts des résistances de contact thermique et électrique sont obtenus par le traitement des données primaires, dont les étapes sont indiquées au tableau 4.4.

Tableau 4. 4 : Traitement des données

Étape	Traitement
1	Extrapoler, par une courbe de tendance, les températures de chaque échantillon pour connaître les températures à l'interface.
2	Extrapoler les voltages pour connaître les voltages aux surfaces en contact.
3	Dériver la courbe de tendance de température d'un échantillon, et la multiplier par sa conductivité thermique. Ceci donne le flux thermique à l'interface ($q = -k \frac{dT}{dx} \Big _{\text{interface}}$).
4	Calculer la résistance de contact thermique par l'équation appropriée.
5	Calculer la résistance de contact électrique par l'équation appropriée.

Cette méthodologie est reprise pour des températures de four de 500°C à 1000°C , par pas de 150°C (à l'exception du dernier pas qui est de 200°C). Pour chaque palier de température, des cycles de pression ont été réalisés allant de $0,5\text{ MPa}$ à $2,5\text{ MPa}$ par pas de $0,5\text{ MPa}$. À toutes les pressions, un essai thermique a été fait (sans courant électrique), puis un courant électrique a été appliqué temporairement pour un essai électrique, puis immédiatement enlevé afin d'éviter la création de chaleur par effet Joule à l'interface. Ce courant électrique avait une intensité de 3 A pour tous les échantillons de type « fonte sur carbone », et 85 A pour les échantillons « fonte sur acier ».

Par ailleurs, la conductivité thermique des matériaux, ici assumée connue, est en réalité préalablement déterminée expérimentalement par un appareil FLASH5000. Cet appareil envoie un pulse d'énergie sur un côté d'un échantillon, puis mesure en temps réel la réponse transitoire au côté opposé de l'échantillon. Des calculs permettent ensuite de déterminer la conductivité thermique de cet échantillon.

4.4. Exemple de calcul de résistance de contact thermique

Les calculs des résistances de contact thermique et électrique, à partir des données primaires obtenues lors des essais, ont été performés avec le logiciel électronique MathCAD 8 Professionnel©. Les prochaines lignes constituent un exemple de calcul de résistance de contact thermique utilisant des données expérimentales.

1-Données primaires :

Les positions des thermocouples, ainsi que les mesures de températures, sont celles de l'essai du 26 septembre 2004 échantillon #8, 2^{ième} coulée; « fonte sur carbone », à 1 MPa de pression et le four à 500°C :

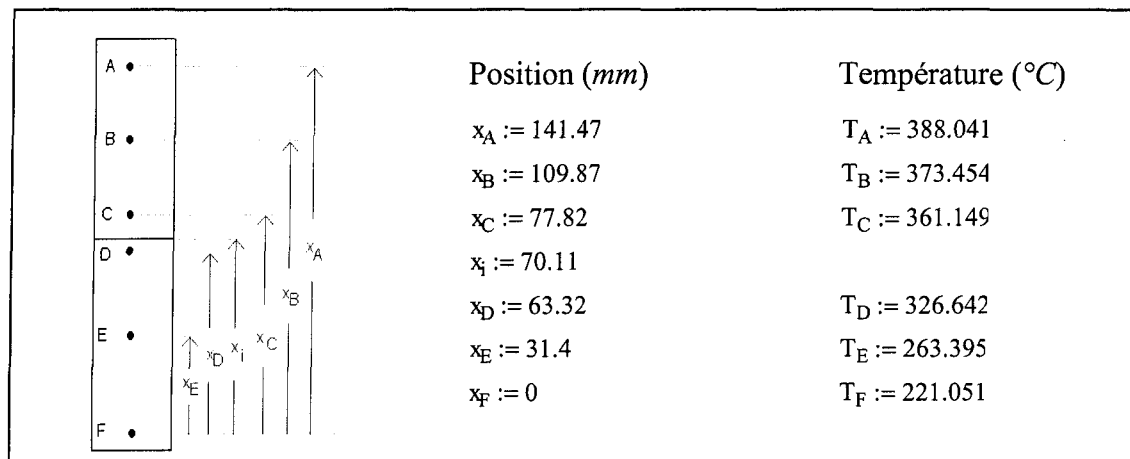


Figure 4. 6 : Données primaires de l'essai des échantillons #8, 2^{ième} coulée, « fonte sur carbone », à 1 MPa de pression et le four à 500°C

Des essais de conductivité thermique, à l'aide de l'appareil LASER-FLASH5000, ont permis de définir la conductivité thermique anodique de la fonte comme étant

$$k(T) = 7,537 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 - 0.0229 \cdot T + 48,217 \text{ W/m} \cdot \text{K}.$$

2-Extrapolation des températures à l'interface :

La méthode des moindres carrés, avec le modèle d'équation quadratique $T(x) = C_3 \cdot x^2 + C_2 \cdot x + C_1$, est utilisée pour déterminer la tendance mathématique que prend la température dans les échantillons.

Selon cette méthode, le meilleur lissage du nuage de n points (x_i, T_i) présente les plus petites erreurs aux carrées. Il faut donc que, pour une fonction de lissage quadratique,

$\Delta = \sum_{i=1}^n [T_i - (C_3 \cdot x_i^2 + C_2 \cdot x_i + C_1)]^2 = \min$. Il est connu que pour un Δ minimum, Δ doit

avoir sa dérivée première nulle. C'est-à-dire;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta}{\partial C_1} &= 2 \cdot \sum_{i=1}^n [T_i - (C_1 + C_2 \cdot x_i + C_3 \cdot x_i^2)] = 0 \\ \frac{\partial \Delta}{\partial C_2} &= 2 \cdot \sum_{i=1}^n [x_i [T_i - (C_1 + C_2 \cdot x_i + C_3 \cdot x_i^2)]] = 0 . \\ \frac{\partial \Delta}{\partial C_3} &= 2 \cdot \sum_{i=1}^n [x_i^2 [T_i - (C_1 + C_2 \cdot x_i + C_3 \cdot x_i^2)]] = 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

En réarrangeant, les équations deviennent

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n T_i &= C_1 \cdot \sum_{i=1}^n 1 + C_2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i + C_3 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i \cdot T_i &= C_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i + C_2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + C_3 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^3 . \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot T_i &= C_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + C_2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^3 + C_3 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^4 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Avec les données de la figure 4.6 où $n = 3$, la dernière équation peut

s'écrire $\vec{D} = \vec{A} \cdot \vec{C}$, où

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^3 T_i \\ \sum_{i=1}^3 x_i \cdot T_i \\ \sum_{i=1}^3 x_i^2 \cdot T_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,123 \cdot 10^3 \\ 1,240 \cdot 10^5 \\ 1,446 \cdot 10^7 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

et

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^3 1 & \sum_{i=1}^3 x_i & \sum_{i=1}^3 x_i^2 \\ \sum_{i=1}^3 x_i & \sum_{i=1}^3 x_i^2 & \sum_{i=1}^3 x_i^3 \\ \sum_{i=1}^3 x_i^2 & \sum_{i=1}^3 x_i^3 & \sum_{i=1}^3 x_i^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 329,16 & 3,81 \cdot 10^4 \\ 329,16 & 3,81 \cdot 10^4 & 4,69 \cdot 10^6 \\ 3,81 \cdot 10^4 & 4,69 \cdot 10^6 & 5,83 \cdot 10^8 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

et où les C_i sont les coefficients du lissage quadratique et se déterminent par la méthode de Gauss (commande MathCAD 8 Professionnel « $C_{\text{Fonte}} := \text{lsolve}(A_{\text{Fonte}}, D_{\text{Fonte}})$ »). Ce qui donne le résultat suivant :

$$\vec{C}_{\text{Fonte}} = \begin{pmatrix} 341,706 \\ 0,155 \\ 1,22 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

La fonction donnant la température dans l'échantillon de fonte est donc donnée par :

$$T_{\text{Fonte}}(x) = 1,22 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 + 0,155 \cdot x + 341,706. \quad (4.6)$$

La température à l'interface est :

$$T_{Fonte}(x_{interface}) = 358,56. \quad (4.7)$$

La température à l'interface, du côté du carbone, est déterminée de la même façon et est égale à $T_{Carbone}(x_{interface}) = 342,72$.

3-Calcul de la différence de température à l'interface :

$$\Delta T = T_{Fonte}(x_{interface}) - T_{Carbone}(x_{interface}) = 15,84 \quad (4.8)$$

4-Calcul du flux thermique à l'interface :

$$q(x_{interface}) = k(T_{Fonte}(x_{interface})) \cdot \left. \frac{dT_{Fonte}(x)}{dx} \right|_{x_{interface}} \cdot \frac{W}{m \cdot K} \cdot \frac{K}{mm} \cdot \frac{1000 \text{ mm}}{m} = 13400 \frac{W}{m^2} \quad (4.9)$$

5-Calcul de la résistance de contact thermique :

$$R_{cT} = \frac{\Delta T}{q(x_{interface})} = 1,182 \cdot 10^{-3} \frac{K \cdot m^2}{W} \quad (4.10)$$

Il est à noter que les pertes thermiques latérales sont responsables de la non linéarité parfaite du profil de température dans les échantillons. Une fonction quadratique a été

utilisée justement pour tenir compte de ces pertes latérales. Il s'agit de la forme non-linéaire la plus simple.

Par ailleurs, il est inutile de tenir compte de la conductivité du carbone, car une seule conductivité est nécessaire au calcul de la résistance de contact.

4.5. Incertitudes expérimentales

Les calculs des résistances de contact, tels que présentés au chapitre 4.4 ne sont pas sans incertitude. Celles-ci proviennent de plusieurs sources, comme le montre le tableau 4.5.

Tableau 4. 5 : Résumé des incertitudes

Mesure	Source d'incertitude	Valeur de l'incertitude	Valeur minimale de la mesure ⁽¹⁾
Température (donnée simple)	Thermocouples + Système d'acquisition de données	$\delta T = 0,217^\circ C^{(2)}$	$T = 15^\circ C$
Position des thermocouples	Vernier + diamètre du thermocouple	$\delta x = (1 \cdot 10^{-5} + 7,94 \cdot 10^{-4}) m^{(3)}$	$x = 30 \cdot 10^{-3} m$
Voltage (donnée simple)	Système d'acquisition de données	$\delta V = 5 \cdot 10^{-6} V$	$V = 3 \cdot 10^{-3} V$
Pression	Presse de calibration Tinius- Olsen	$\delta P = 0,0125 \cdot 10^{-3} Pa^{(4)}$	$P = 500 \cdot 10^3 Pa$
Conductivité thermique	Appareil FLASH	$\delta k = 0,9 W/(m \cdot K)^{(5)}$	$k = 35 W/(m \cdot K)$
Courant électrique	Source de courant	$\delta I = 0,05 A$	$I = 3 A$
Diamètre de la section de contact	Vernier	$\delta d = 5 \cdot 10^{-4} m$	$d = 50,8 \cdot 10^{-3} m$

- (1) Pour les valeurs de température, de position des thermocouples et de voltage, c'est la différence minimale entre deux points qui importent.
- (2) Valeur correspondant à une écart type de $0,7 \cdot \sigma$ lors de l'étalonnage des thermocouples.
- (3) L'incertitude est celle du vernier, additionnée du diamètre du thermocouple (due à l'impossibilité de savoir où se trouve la jonction dans la gaine).
- (4) Basé sur l'étalonnage fait à partir de la Presse Tinius- Olsen #100,655, et incluant la cellule charge, le signaleur modulaire et l'amplificateur.
- (5) Basé sur l'incertitude du graphite de référence SRM8426.

Incertitude de la différence de température à l'interface.

L'incertitude de différence de température à l'interface d'un échantillon a été obtenue en considérant la valeur extrême que pouvait avoir la température, tel que schématisé à la figure 4.7, où x représente l'axe d'un échantillon.

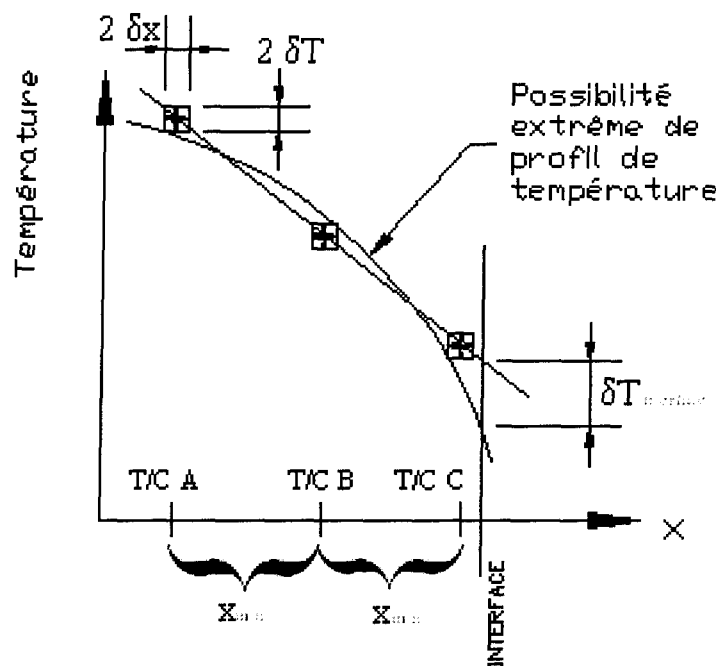


Figure 4. 7 : Incertitude de la température projetée à l'interface.

Celle-ci a été calculée par la méthode de la section 4.4, avec des valeurs minimales de données et maximales d'erreurs, et vaut $\delta T_{\text{interface}} = \pm 0,94^\circ\text{C}$. Pour les deux échantillons, ceci équivaut à une incertitude de $\delta\Delta T / \Delta T = \pm 6,69\%$.

Incrtitude du flux thermique.

L'incrtitude du flux thermique a été calculée en utilisant la sommation quadratique des erreurs (valeur de la pente de la figure 4.7 en y incluant l'incrtitude de la conductivité thermique), et présente une variation de $\delta q / q = \pm 9,00\%$ par rapport au cas sans incrtitude.

Incrtitude sur la résistance de contact thermique

Pour déterminer l'incrtitude globale de la résistance thermique, il faut utiliser la sommation quadratique des erreurs. Cela donne :

$$\frac{\delta R_{cT}}{R_{cT}} = \sqrt{\left(\frac{\delta q}{q}\right)^2 + \left(\frac{\delta\Delta T}{\Delta T}\right)^2} = 11,2\%. \quad (4.11)$$

Incrtitude sur la résistance de contact électrique

L'incrtitude sur la différence de voltage se calcule similairement au cas de la température, et a pour valeur $\delta\Delta V / V = 9,43\%$. En ce qui a trait au courant électrique, le diamètre de la section de contact ainsi que la valeur de l'intensité du courant ne sont pas sans incrtitude. Cette incrtitude est de $\frac{\delta(I/S)}{I/S} = 2,57\%$. Pour déterminer l'incrtitude

globale sur la résistance de contact électrique, il faut utiliser la sommation quadratique des erreurs, tel que montré à l'équation 4.12.

$$\frac{\delta R_{c\dot{E}}}{R_{c\dot{E}}} = \sqrt{\left(\frac{\delta(I/S)}{I/S}\right)^2 + \left(\frac{\delta\Delta V}{\Delta V}\right)^2} = 9,8\%. \quad (4.12)$$

Il est normal de retrouver une plus grande incertitude dans le cas de la résistance de contact thermique que pour la résistance électrique car les thermocouples contribuent largement aux possibilités d'erreurs expérimentales.

4.6. Résumé de chapitre

En bref, le chapitre 4 présente les manipulations et les actions qui ont été effectuées en laboratoire.

La méthode utilisée pour déterminer les résistances de contact thermique est très simple car elle découle directement de sa définition. De plus, elle permet facilement d'ajouter un courant électrique pour déterminer la résistance de contact électrique.

Le montage utilisé a été préparé avec soins, car celui-ci doit pouvoir appliquer de relativement grandes pressions tout en permettant les lectures de températures et de voltage de façon précise.

Ensuite, la préparation des échantillons a été effectuée avec minutie car une représentation fidèle de la réalité en usines avait été fixée comme objectif. Des efforts ont été mis en œuvres pour respecter la vitesse de coulée des échantillons, le taux de refroidissement de la fonte, les états de surfaces de matériaux etc.

Enfin, la méthode de mesure et de calcul des résistances de contact thermique et électrique présente des erreurs expérimentales raisonnables. En effet, 11,2% d'erreur dans le cas des résistance de contact thermique et 9,8% dans le cas des résistances de contact électrique.

Les résultat des ces manipulations, sont analysés au prochain chapitre.

CHAPITRE 5

Analyses et résultats

L'objectif de ce chapitre est de présenter et d'analyser les résultats obtenus lors des essais effectués. Des observations faites en laboratoire quant au comportement des résistances de contact thermique et électrique sont également présentées.

Quatre coulées de fabrication d'échantillon ont eu lieu : les deux premières sont de type anodique et les deux dernières cathodique, et sont répertoriées ci-dessous :

- Résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone cathodique;
- Résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone cathodique;
- Résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone anodique;
- Résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone anodique;
- Résistance de contact électrique entre la fonte et l'acier cathodique;
- Résistance de contact thermique entre la fonte et l'acier cathodique;
- Résistance de contact électrique entre la fonte et l'acier anodique;
- Résistance de contact thermique entre la fonte et l'acier anodique.

Ce n'est pas la totalité des échantillons fabriqués qui ont été testés : certains d'entre eux ont présenté des défauts de fabrication, d'autres ont plutôt été utilisés pour mesurer la conductivité thermique et la rugosité de surface, ou simplement photographiés au microscope. Le tableau 5.1 résume l'utilisation des échantillons fabriqués.

Tableau 5.1 : Résumé de l'utilisation des échantillons

#	Coulée1 (Anodiques)	Coulée2 (Anodiques)	Coulée3 (Cathodiques)	Coulée4 (Cathodiques)
1	Défectueux (*)	Défectueux	Essai FC	Essai FC
2	Défectueux (*)	Essai FA	Essai FA	-
3	Défectueux (*)	Essai FA	Défectueux	Optique
4	Défectueux (*)	FLASH	Défectueux	-
5	Défectueux (*)	Essai FC	Défectueux	Essai FC
6	Défectueux (*)	Essai FC	Essai FC	Essai FC
7	Défectueux (*)	Essai FC	FLASH	-
8	Défectueux (*)	Essai FC	Essai FC	Essai FC
9	Défectueux (*)	Essai FC	Essai FC	Essai FC

Essai FC : Essais de résistance de contact thermique et électrique sur des échantillons fonte et carbone

Essai FA : Essais de résistance de contact thermique et électrique sur des échantillons fonte et acier

FLASH/OPTIQUE : Essais de conductivité thermique et analyse au microscope.

(*) Aucun test n'a été fait sur ces échantillons.

(-) Aucun test n'a été fait sur ces échantillons vierges.

5.1. Normalisation des résultats

Dans le but d'obtenir une loi de comportement des résistances de contact, les résultats expérimentaux ont été lissés mathématiquement. Ainsi, toutes les valeurs des résistances de contact peuvent être déterminés, en fonction de la pression et de la température. Pour ce faire, il a été remarqué que les modèles théoriques des résistances de

contact par les aspérités –c'est-à-dire les résistances de contact électrique -pouvaient tous s'écrire par la relation [AV] :

$$R_E = C_1 \cdot P^{C_2}, \quad (5.1)$$

où R_E est la résistance de contact électrique, P est la pression mécanique, et C_1 et C_2 sont des coefficients à déterminer. Le coefficient C_1 dépend de la rugosité, de la conductivité et de la dureté des matériaux en jeu, tandis que C_2 est une constante. La construction d'une loi de comportement de résistance de contact électrique, relative aux essais réalisés, se base sur la dernière relation. Le logiciel MATHCAD professionnel 8 a été utilisé pour déterminer les coefficients C_1 et C_2 (selon le modèle d'équation 5.1) de toutes les courbes de tous les essais. Puisque plusieurs essais ont été réalisés pour un même volet, les différentes courbes ont été moyennées pour tous les paliers de température. Un second lissage des courbes, quadratique, en fonction de la température, a été effectué pour déterminer les valeurs de $C_{1,moy}(T)$ et $C_{2,moy}(T)$. Afin de simplifier l'écriture, la nomenclature C_1 et C_2 sera utilisée pour désigner $C_{1,moy}(T)$ et $C_{2,moy}(T)$ respectivement.

Pour les essais thermiques, le modèle utilisé se base sur l'équation 2.2, où les résistances dues à la couche de gaz, et celles due au rayonnement thermique ont été supposées très faiblement variable face à la pression. Ainsi, le modèle est équivalent à

$$R_T = \left(\frac{1}{C_1 \cdot P^{C_2}} + \frac{1}{C_3} \right)^{-1} \quad (5.2)$$

où C_3 est équivalent à $\left(R_{gap}^{-1} + R_{rayonnement}^{-1} \right)^{-1}$. Ces formes d'équations ont été préférées à des polynômes à cause de leur signification physique.

5.2. Résultats des expériences

Cette section a pour but de présenter et d'analyser en détails les résultats obtenus lors des essais, pour chaque type d'essais thermique et électrique.

Avant d'analyser les résultats, il est bon de noter que les fontes utilisées en usine (et donc lors des essais) sont des fontes grises. Cette conclusion est tirée en comparant les constituants de la fonte utilisée (énuméré au tableau 5.2), et la figure 5.1 (tiré de « Gray and ductile iron casting handbook » [BZ].)

Tableau 5. 2 : Constituants des fontes cathodique et anodique typiques utilisées en usine

	Fonte cathodique	Fonte anodique
	Constituant (%)	Constituant (%)
Carbone	2,95 à 3,15	3,00 à 3,20
Silice	3,25 à 3,75	2,50 à 3,00
Phosphore	0,5 à 0,7	1,00 à 1,50
Manganèse	$(1,7 \cdot \%Souffre) + 0,5$	0,5 à 0,7
Souffre	Pas de limite	0,05 max

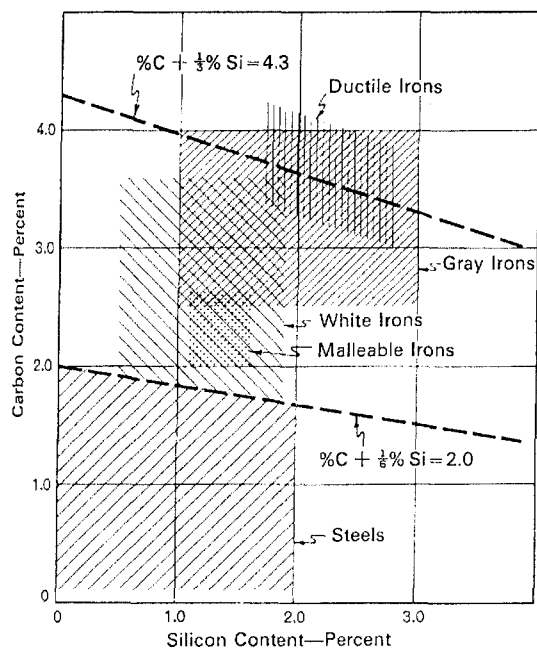


Figure 5. 1 : Constituants des fontes en général. Tiré de « Gray and Ductile iron casting handbook » de W.F.Charles [BZ]

La fonte ductile n'étant possible que s'il y a du magnésium, la fonte utilisée est nécessairement grise. Par ailleurs, il s'agit d'une fonte hypoeutectique, car la concentration de carbone est inférieure à celle du point triple, comme le montre la figure 5.2.

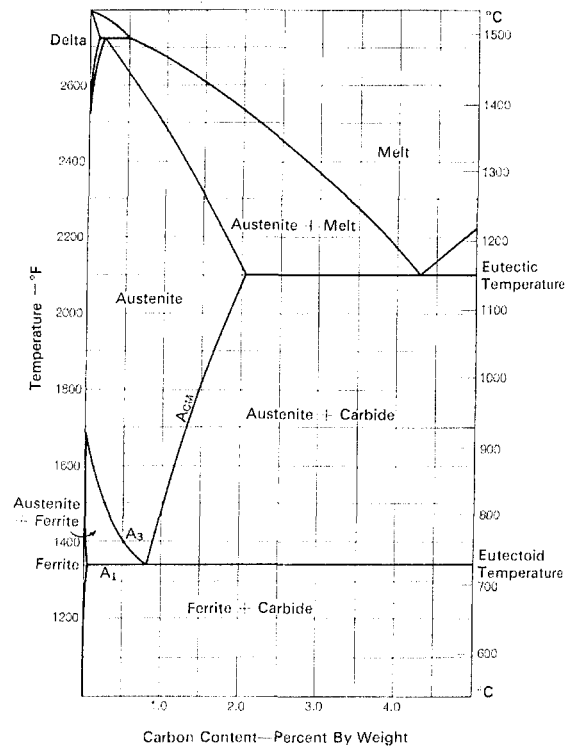


Figure 5. 2 : Diagramme d'équilibre Fer-Carbone. Tiré de « Gray and Ductile iron casting handbook » de W.F.Charles [BZ].

Il est également bon de mentionner qu'il existe des différences notables entre le carbone des anodes et celui des cathodes. La liste suivante en énumère quelques une.

Anode

- Coke+Liant;
- Non-graphitisé;
- Relativement poreux (14%-18%);
- Peu dur.

Cathode

- Anthracite+Liant;
- Partiellement graphitisé;
- Relativement moins poreux que le carbone anodique;
- Relativement dur, dépendamment du degré de graphitisation.

Ces notions sont importantes pour une bonne compréhension des chapitres suivants.

5.2.1. Résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone cathodique

Les résultats expérimentaux de résistance de contact électrique cathodiques ont été obtenus et sont présentés à la figure suivante.

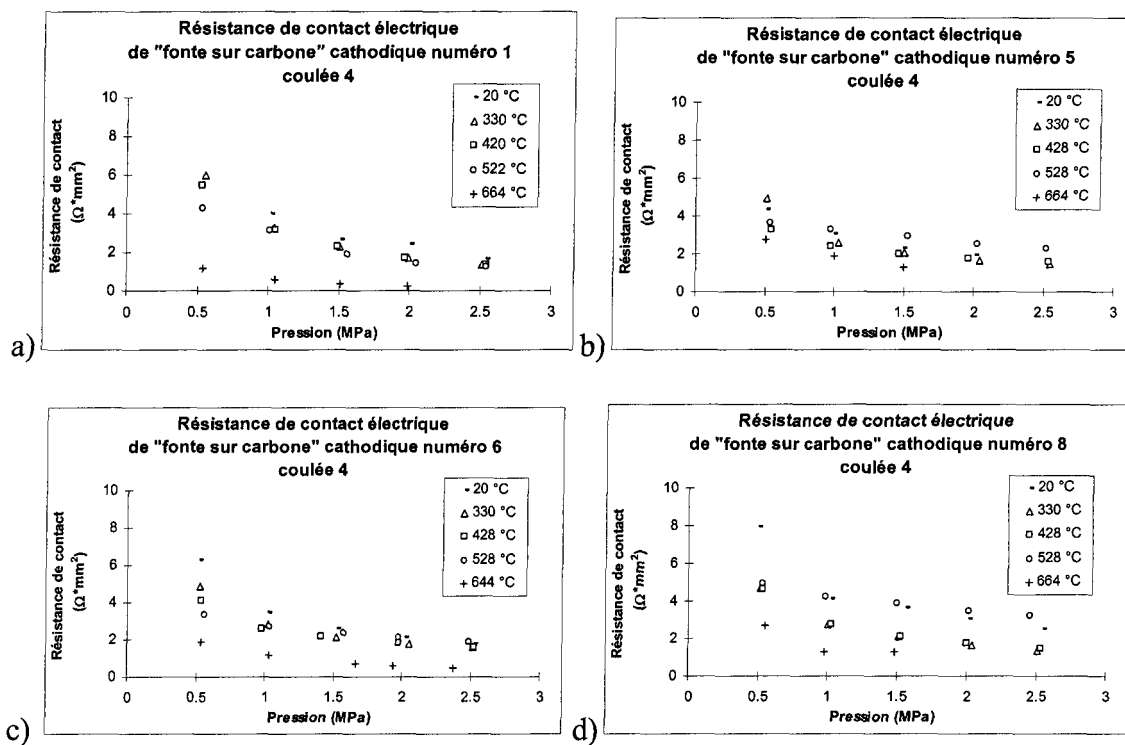


Figure 5.3 : Résultats expérimentaux de résistances de contact électrique cathodique, présentés en fonction de la pression. a) Numéro 1 coulée 4; b) Numéro 5 coulée 4; c) Numéro 6 coulée 4; d) Numéro 8 coulée 4. Les autres résultats expérimentaux sont présentés à l'annexe D.

Il est possible de noter au passage la grande variabilité des résultats expérimentaux. C'est pourquoi au moins quatre séries d'essais ont été réalisées pour chaque volet. Les impondérables (vitesse de coulée, manipulations, etc) sont avancés pour expliquer ce phénomène. La figure 5.4 est une reprise de la présentation des résultats, mais en fonction de la température.

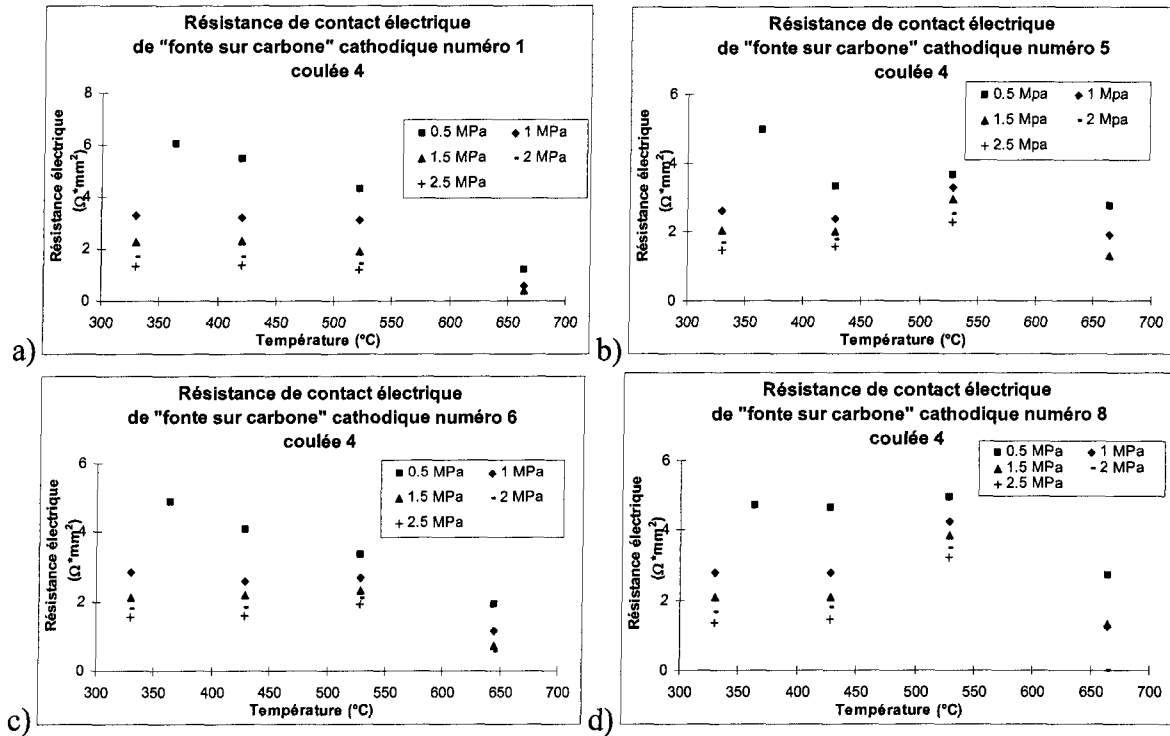


Figure 5.4 : Résultats expérimentaux de résistances de contact électrique cathodique (même essais que la figure 5.3), présentés en fonction de la température. a) Numéro 1 coulée 4; b) Numéro 5 coulée 4; c) Numéro 6 coulée 4; d) Numéro 8 coulée 4. Les autres résultats expérimentaux sont présentés à l'annexe D.

Pour ce volet de résistance de contact, le coefficient C_1 du modèle d'équation 5.1 décroît avec la température, comme illustré à la figure 5.5. Le lissage quadratique courbe est donné par

$$C_1 = -7,035 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 + 1,455 \cdot 10^{-3} \cdot T + 3,625, \quad (5.3)$$

La figure 5.6 montre la relation entre C_2 et la température. Cette relation est à peu près constante, quelque soit la température de l'interface, et est donnée par

$$C_2 = -4,601 \cdot 10^{-8} \cdot T^2 + 1,453 \cdot 10^{-4} \cdot T - 0,728, \quad (5.4)$$

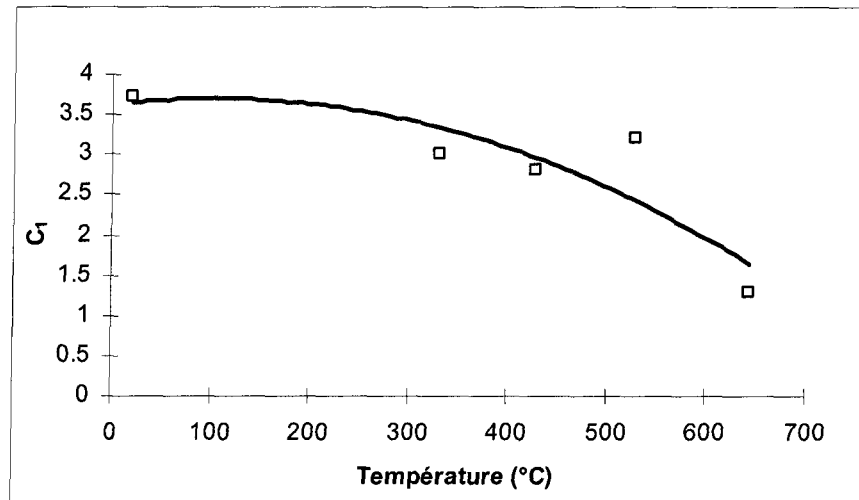


Figure 5. 5 : Coefficient C_1 de la résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone cathodique.

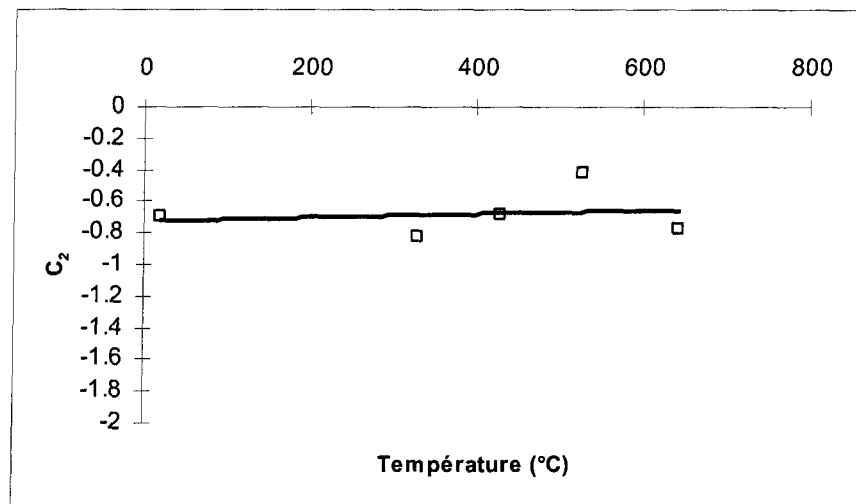


Figure 5. 6 : Coefficient C_2 de la résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone cathodique.

Les équations 5.1, 5.3 et 5.4 permettent de tracer les courbes de résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone pour toute une gamme de température passant de 20°C à 700°C , comme à la figure suivante.

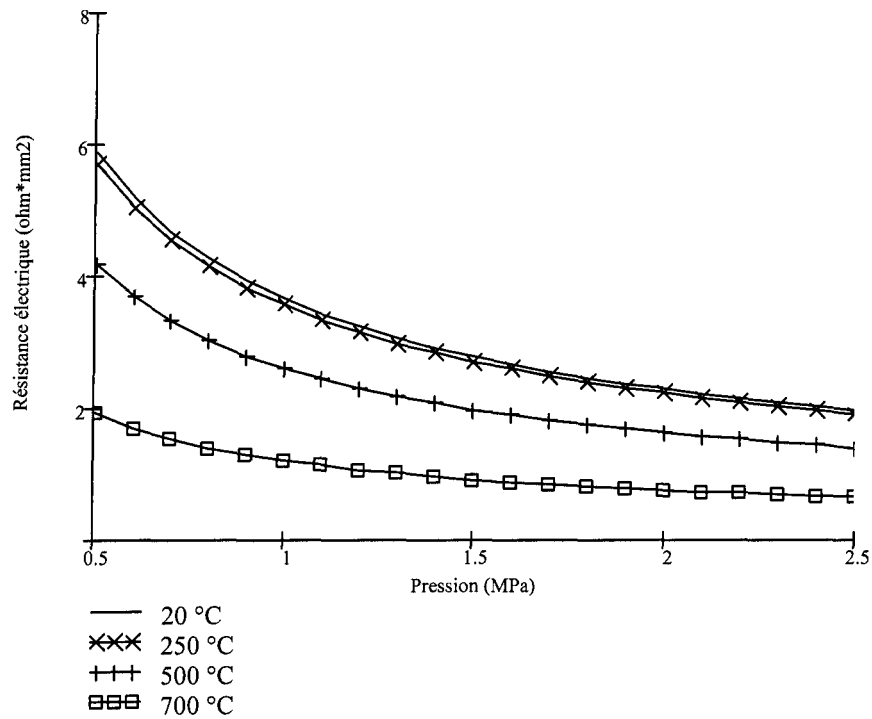


Figure 5. 7 : Résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone cathodique.

La figure 5.7 montre que la pression décroît monotoniquement les résistances de contact. Cette constatation est expliquée par une augmentation des aires et du nombre de points de contact avec la pression. Cela diminue l'étranglement des lignes de courant à l'interface responsable de la résistance de contact.

Aux figures 5.4, 5.5 et 5.6 cependant, la variation non-monotonique des résistances de contact avec la température est plus difficile à interpréter, particulièrement autour de 500°C . En effet, de soudains sauts de résistances de contact en fonction de la température ont été observés.

Ceci pourrait être expliqué par la transformation des matériaux, sous l'effet combiné de pression et de température. En effet, cinq « transformations » auraient lieu à partir de 500°C , à savoir :

- Une combustion du carbone;
- Un durcissement en surface du métal lors de la coulée;
- Un recuit de relaxation du métal lors des expériences;
- Diverses réactions chimiques dans la fonte lors des expériences;
- Un fluage de la fonte.

Combustion du carbone :

Il a été observé en laboratoire que le carbone se consumait relativement rapidement, lors des essais à hautes températures. En effet, à la suite de certains essais de rodage du montage expérimental, certains échantillons de carbone présentaient des signes de combustion, tel qu'à la figure 5.8. Même si plusieurs protections ont été appliquées (revêtement anti-oxydant, purge par un gaz neutre avec la pression atmosphérique du gaz neutre plus grande que la pression d'air du système, utilisation d'un matériel sacrificiel placé tout juste à côté des échantillons), il s'est avéré que cela n'était pas suffisant pour enrayer complètement la réaction de combustion. Une explication à cela serait que l'oxygène ne proviendrait pas de l'extérieur du système, mais de l'intérieur des échantillons de carbone. En effet, il est possible qu'une grande quantité d'oxygène y soit adsorbée aux

surfaces avant même la coulée de fonte. Le carbone utilisé étant de plus relativement poreux, une grande quantité de molécules de l'échantillon de carbone était en contact avec l'air ambiant (pourtour et extrémités), ce qui accentue le phénomène d'adsorption.



Figure 5. 8 : Combustion à haute température d'un échantillon de carbone, lors de certains essais de rodage du montage. L'échantillon a été revêtu d'un anti-oxydant ALCAN sur son pourtour.

Lors des essais à hautes températures, l'oxygène adsorbé se dégagerait de l'échantillon de carbone (la désorption), puis réagirait avec celui-ci pour former du monoxyde et du dioxyde de carbone. Il est connu que « Pour un échantillon de graphite qui a préalablement été au contact de l'oxygène à des températures inférieures à 500°C , la désorption des oxydes de surface commence à partir de 550°C . » [BX]. La combustion avec de l'oxygène adsorbé serait donc un phénomène connu dans la littérature.

Les essais réalisés dans le cadre du présent ouvrage ont reçu une attention particulière afin de contrôler et enrayer ce phénomène. De plus, des observations post-essais ont été réalisées afin de rejeter les résultats d'échantillons jugés excessivement brûlés.

Durcissement en surface de la fonte et recuit de relaxation lors des essais :

Lors du perçage de trous pour les thermocouples, une couche relativement dure en surface d'une profondeur d'une fraction de millimètre a été observée. Après les essais, la dureté semblait avoir été éliminée, d'où l'hypothèse d'un certain recuit de relaxation du métal sous les hautes températures des expériences.

La cause du durcissement en surface de la fonte arrive sans doute lors de la fabrication même des échantillons. À ce moment, la fonte est liquide et possède une température d'environ 1400°C . Elle est alors versée sur le carbone qui lui est à 100°C . Le contact instantané provoquerait un refroidissement rapide du métal à sa surface, produisant un durcissement localisé à cette surface. Des essais de microdureté Vickers ont été effectués en laboratoire pour valider cette observation. À la figure 5.9, la première courbe (points losangés) indique la microdureté Vickers en fonction de la profondeur pour un échantillon de fonte n'ayant pas été « chauffé par les essais ». La deuxième courbe (points carrés) est le même exercice mais pour un échantillon de fonte ayant été « chauffé par les essais de résistance de contact thermique ».

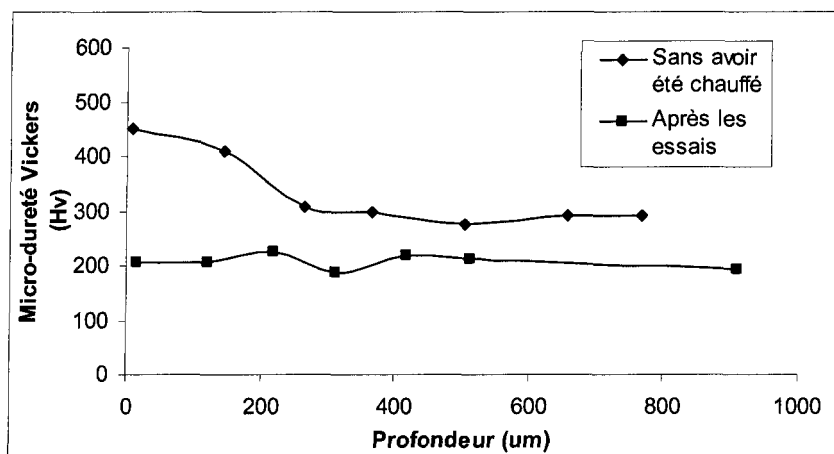


Figure 5. 9 : Microdureté de la fonte sans avoir été chauffée et après avoir été chauffée.

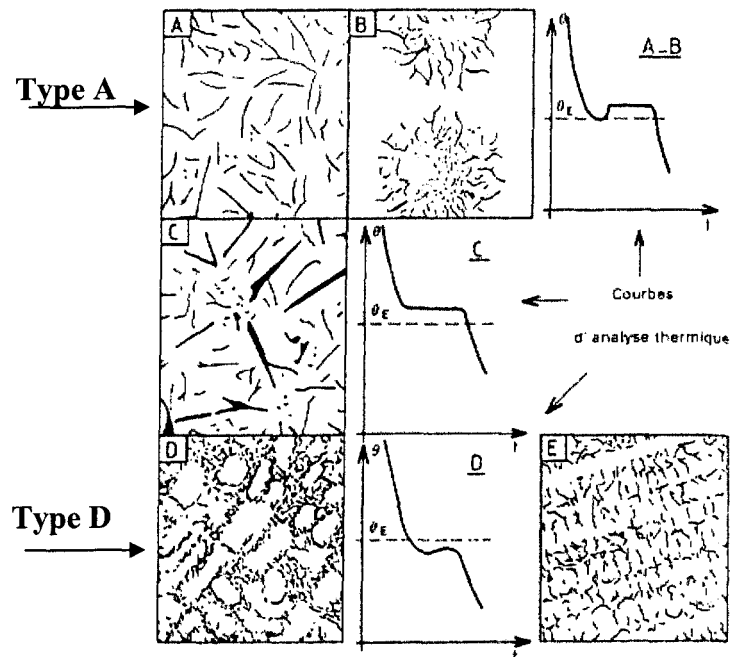
Deux caractéristiques semblent ressortir de ce graphique : Premièrement, la microdureté est plus élevée sur la fonte « sans avoir été chauffée » que celle « après avoir été chauffée ». Deuxièmement, la microdureté est significativement plus élevée près de la zone de contact ($\approx 0 \text{ mm}$) que partout ailleurs dans le cas de la fonte n'ayant pas subi les essais de chauffage. Ces deux points sont cohérents avec le durcissement de surface et de sa disparition à haute température, observés en laboratoire.

La relaxation du métal lors des expériences serait due à des changements de structure à hautes températures. Il est mentionné dans la littérature [BY] que « On peut soumettre les pièces de fonte grise aux divers traitements thermiques énumérés ci-dessous

- Recuit de relaxation vers (650°C) qui élimine les contraintes résiduelles engendrées par un refroidissement hétérogène
- Recuit ferritisant (700 à 750°C) qui transforme la perlite en ferrite et en graphite, ce qui entraîne une diminution de la dureté ».

Afin de déterminer la cause métallurgique de la dureté élevée en surface et de sa disparition à haute température, des photographies prises au microscope optique de 500X de la fonte ont été effectuées. Un tirage a été possible pour des échantillons sans avoir été chauffés par les essais de résistance de contact (a), et d'autres ont été prises après les essais de résistance de contact (b). Les micrographies ont de plus été prises à diverses profondeurs à l'intérieur des échantillons et sont présentées sous forme de mosaïque à la figure 5.10.

En comparant la figure 5.11a et 5.10 (tiré de « Précis de métallurgie » [CA]), il semble que pour les échantillons non chauffés, les lamelles de graphite près de la surface ($\approx 0,12\text{ mm}$) soient plutôt de type D. Ce type de lamelle de graphite est spécifique aux refroidissements rapides. Par contre, au cœur de la fonte ($\approx 5\text{ mm}$) les lamelles de graphite sont plutôt de type A. Ce type est normalement présent dans les fontes ayant refroidi plus lentement. Cela est en accord avec la supposition du refroidissement subit lors de la coulée.



- **Type A** : graphite en lamelles réparties uniformément.
Distribution normale dans les fontes eutectiques ou légèrement hypoeutectiques (C_{eq} : 4 à 4,4 %), pièces d'épaisseur supérieure à 20 mm coulées en sable.
- **Type B** : graphite en rosettes.
Distribution normale dans les fontes riches en Si (> 2,5 %) et en carbone (> 3,5 %) refroidies rapidement (pièces minces, par exemple inférieures à 10 mm, coulées en sable).
- **Type C** : graphite en lamelles grossières et en amas.
Distribution caractéristique des fontes hypereutectiques (sans surfusion importante).
- **Type D** : graphite interdendritique sans orientation préférentielle (ou de surfusion).
Distribution rencontrée pour des refroidissements très rapides (au contact des parois des moules métalliques).
La surfusion importante conduit à des lamelles très fines (< 25 μm) localisées entre les dendrites γ . Cette forme D est en général considérée comme défavorable.
- **Type E** : graphite interdendritique orienté.
Distribution caractéristique des fontes nettement hypoeutectiques (C_{eq} < 4 %) et pour des vitesses de refroidissement moyennes ou faibles (épaisseurs supérieures à 20 mm pour coulée en sable). L'orientation des lamelles, de dimensions moyennes, est imposée par les dendrites γ .

Figure 5. 10 : Type de graphite lamellaire des fontes grises. Les graphiques représentent le taux de refroidissement. Tiré de « Précis de métallurgie » de F.Barralis, G.Maidier [CA].

Les lamelles de graphites conservent leur type même après avoir subi les essais avec des hautes températures (voir figure 5.11b). Cependant, les lamelles deviennent plus dimensionnées (plus grandes) que celle dans la fonte « non-chauffée ». Des lamelles plus dimensionnées ont pour effet d'une part d'augmenter la résistivité électrique [CB] (contribuant ainsi à augmenter la résistance de contact électrique) et d'une autre part à réduire la dureté de la fonte (contribuant à diminuer la résistance de contact). Il est difficile de prédire quelle tendance est la plus forte, mais il est presque certain que cela contribue aux fluctuations des figures 5.5 et 5.6.

Réactions chimiques dans la fonte :

L'observation en laboratoire d'une mince couche de couleur gris-bleue extrêmement friable sous un couteau à la surface de la fonte après les essais de résistance de contact, a semé le doute quant à la présence de réactions chimiques dans la fonte lors des essais. Ces réactions seraient probablement dues aux hautes températures, à la relativement longue durée d'exposition aux températures élevées, ainsi qu'à la pression mécanique exercée sur les échantillons. Ces éléments favoriseraient les trois réactions suivantes :

- Décarburisation en surface de la fonte;
- Oxydation du fer en surface;
- Oxydation du silicium en surface.

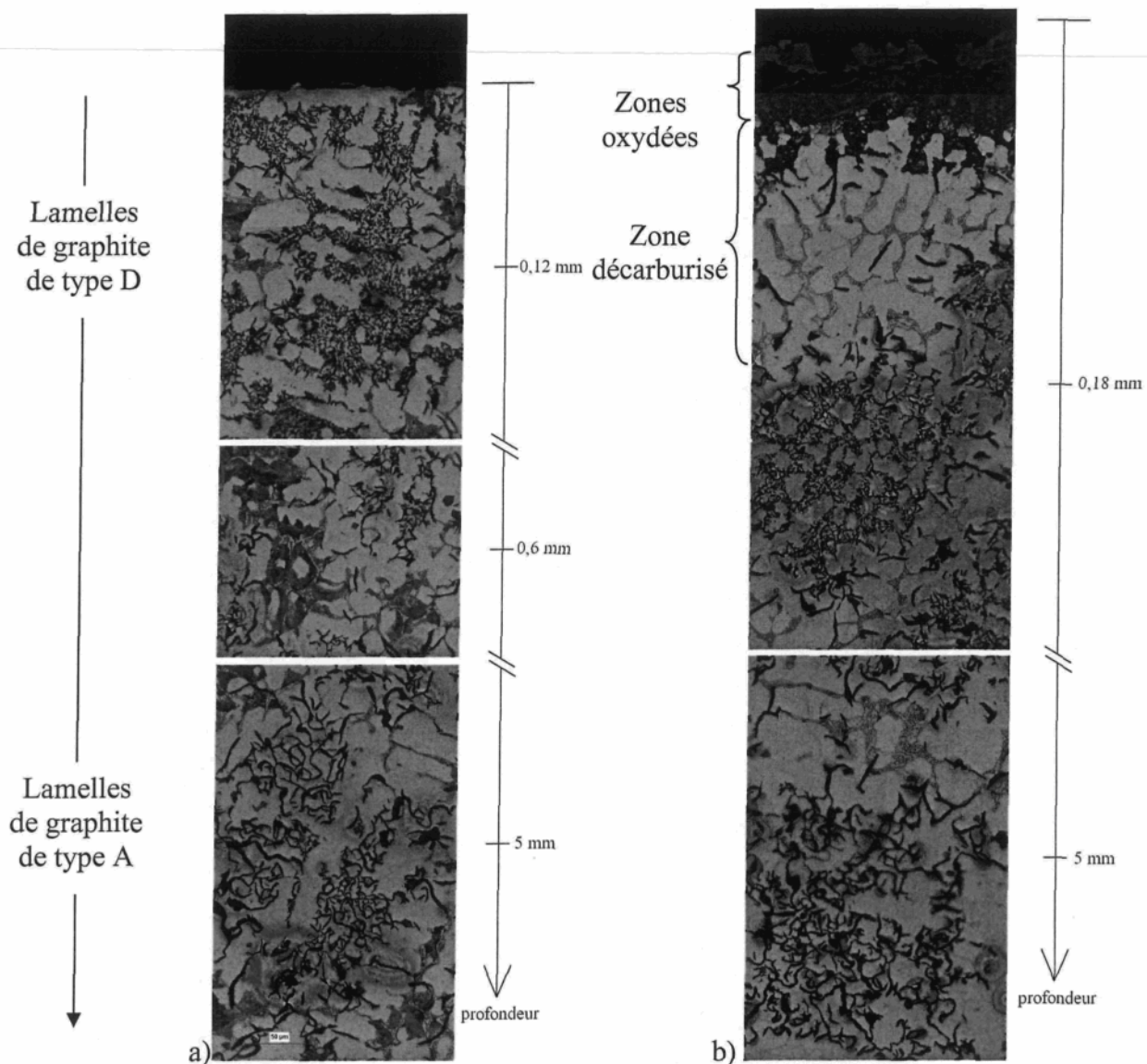


Figure 5. 11 : Agrandissement 500X des différentes phases dans la fonte grise utilisé dans le projet.

a) sans avoir été chauffé par les essais; b) après les essais « fonte sur carbone ».

L'augmentation de dureté en surface de la fonte est un phénomène bien connu et bien répertorié dans la littérature métallurgique.

La décarburisation en surface de la fonte est visible à la figure 5.11b, et pourrait être due à des réactions entre le carbone contenu dans la fonte et l'oxygène, pour former du monoxyde et du dioxyde de carbone. Ces gaz s'échapperaient : « Oxygen of course will react ...with the carbon in the form CO or CO_2 . Thus decarburization takes place » [BZ]. Cette réaction de décarburisation, serait un phénomène bien connu dans la littérature. D'après ce qui a été trouvé dans la littérature, cet appauvrissement en carbone se ferait en parallèle à une oxydation du fer contenu dans la fonte: « Degradation of the surface by oxidation is the common atmospheric reaction in the heat treating of iron casting. The first effect in an oxidizing atmosphere at temperature is the formation of iron oxide on the surface of the casting and the removal of exposed graphite by oxidation to carbon monoxide.” [BZ]. De plus, un ouvrage intitulé « Manuel des fontes moulées » [CB], mentionne que « Au dessus de $700^{\circ}C$, le dégagement d'oxyde de carbone et de gaz carbonique.....peut provoquer des fissures et des soufflures dans la couche oxydée. Dans les fontes à graphites lamellaires, les lamelles de graphite facilitent la pénétration d'oxygène à l'intérieur de la fonte et favorisent le gonflement, parce que le volume des oxydes métalliques est plus important que le volume occupé par le métal avant oxydation. Le gonflement peut, d'autre part, faire éclater la pellicule extérieure et ainsi accélérer l'oxydation. ». Ceci expliquerait l'écaillement de la couche superficielle. Les phénomènes observés seraient donc cohérents avec la théorie. De plus, la pression mécanique cyclique peut renforcer ce phénomène.

La décarburisation de la fonte peut être à priori difficile à accepter étant donnée la présence de l'échantillon de carbone en contact avec la fonte; la migration d'éléments se faisant habituellement dans la direction opposée au gradient de concentration de l'élément, un enrichissement en carbone de la part de la fonte (au lieu d'un appauvrissement) était plutôt attendu. Il est cependant possible que l'espacement entre les deux matériaux ait brisé cette migration de carbone vers la fonte. Cela impliquerait que cet espacement soit relativement grand pour permettre à l'oxygène et au $CO_2 + CO$ de circuler et s'échapper. Une micrographie 25X de l'interface fonte-carbone a été faite dans le but de déterminer l'espacement entre la fonte et le carbone sous pression mécanique. Le résultat est montré à la figure 5.12. Une pression mécanique de 1 MPa a été appliquée sur cette paire d'échantillons lors de la solidification de l'enrobage d'époxy. À l'analyse de la figure, il semble que l'espacement soit de l'ordre de $75 \mu m$. Cette valeur étant supérieure à la distance de parcours libres des molécules de gaz, le mouvement de $CO_2 + CO$ est possible.

Il aurait aussi pu être pensé que le fait que la fonte liquide soit coulée sur le carbone rend l'espace entre le carbone et la fonte très faible. Or, ce n'est pas le cas. L'hypothèse avancée pour expliquer ce phénomène est la contraction thermique (retrait) de la fonte lors de son refroidissement. Le retrait des fontes lors de leurs solidifications est de l'ordre de 1%. L'espacement peut donc être relativement important dans l'application présente, tel qu'à la figure 5.12.

Les essais se produisant sous atmosphère inerte, il est possible que l'oxygène provienne de la porosité de l'échantillon de carbone, tel que discuté plus haut (voir le paragraphe « Combustion du carbone »).

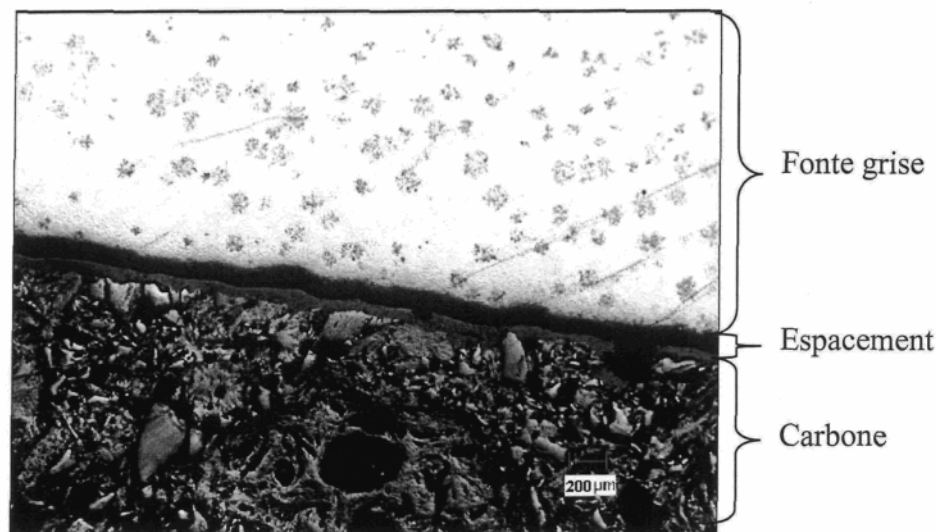


Figure 5. 12 : Évidence de l'espacement entre la fonte et le carbone, sous une pression de 1 MPa et sans avoir été chauffé par les essais.

Le phénomène de décarburisation pourrait jouer un rôle très important dans l'augmentation des résistances de contact thermique et électrique à hautes températures. En effet, la fonte se retrouve privée d'un bon conducteur thermique et électrique (le carbone). Tel que mentionné plus haut, la décarburisation se ferait conjointement à l'oxydation du métal. Si cela est validé, cet autre phénomène pourrait également contribuer à l'augmentation de résistance de contact à hautes températures, car l'oxyde agirait comme une barrière au transfert électrique et thermique.

Des agrandissements optiques de la fonte ont été pratiqués, ciblant la surface de la fonte, et montrés à la figure 5.13, afin de valider la présence de couches d'oxydes. Plusieurs micrographies ont été prises à divers grossissement, et comparées à une fonte qui n'a pas été soumise aux essais à hautes températures.

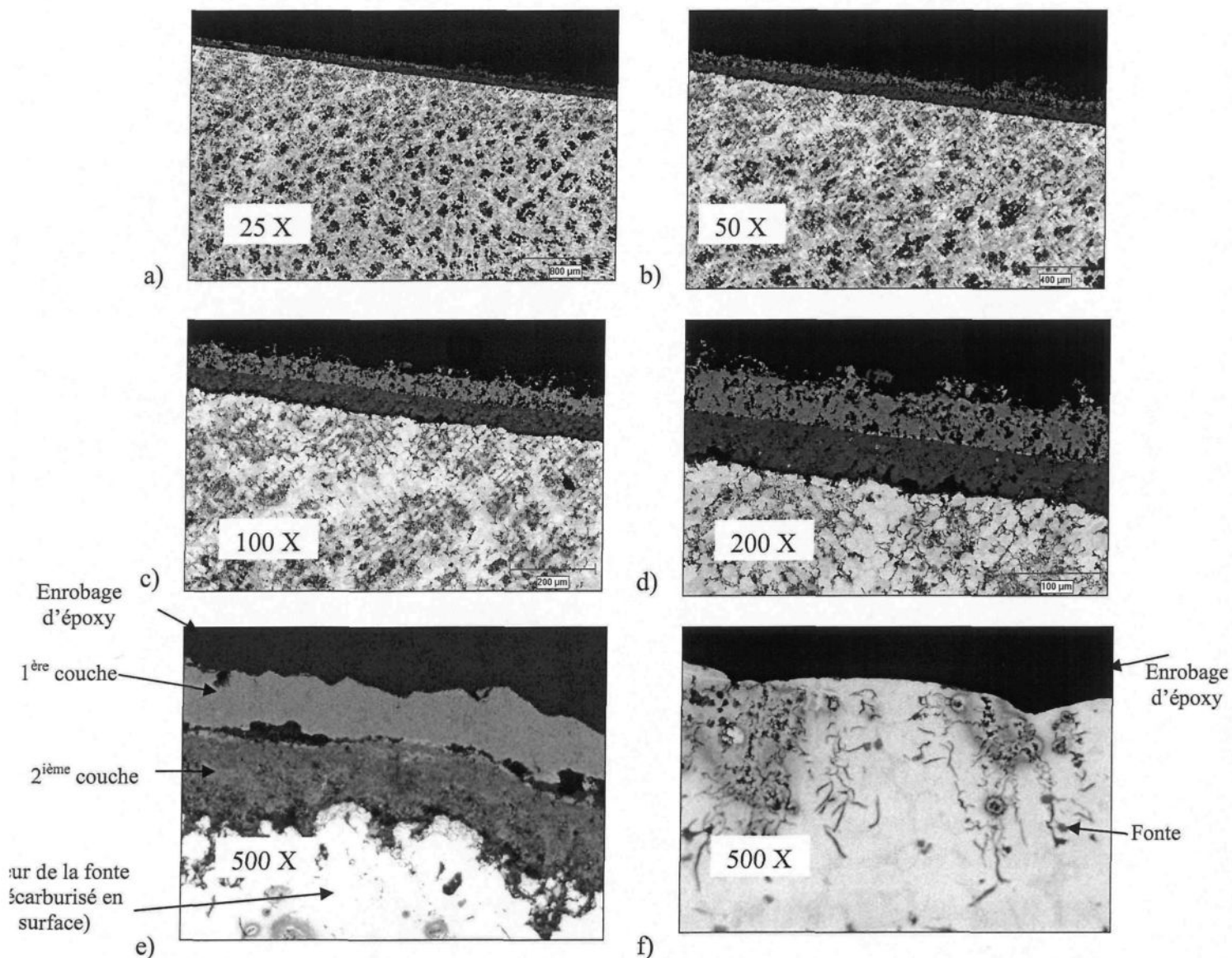


Figure 5.13 : Agrandissement de la fonte ayant été soumis aux essais à hautes températures a) 25X; b) 50X; c) 100X; d) 200X; e) 500X, (f) comparaison avec un agrandissement 500X de la fonte sans avoir été soumis aux essais .

Deux couches grisâtres foncées apparaissent sur la fonte ayant été chauffée. Afin de déterminer les constituants de ces couches, une analyse au microscope électronique à balayage a été effectuée, dont les résultats sont présentés à la figure 5.14. En a), il s'agit d'un agrandissement optique des intercouches de la fonte. En b), les pixels clairs indiquent une forte concentration en carbone, et les pixels foncés une faible concentration. En c), d), e) et f), il s'agit des concentrations en oxygène, en fer, en silice et en soufre respectivement.

Enrobage d'époxy

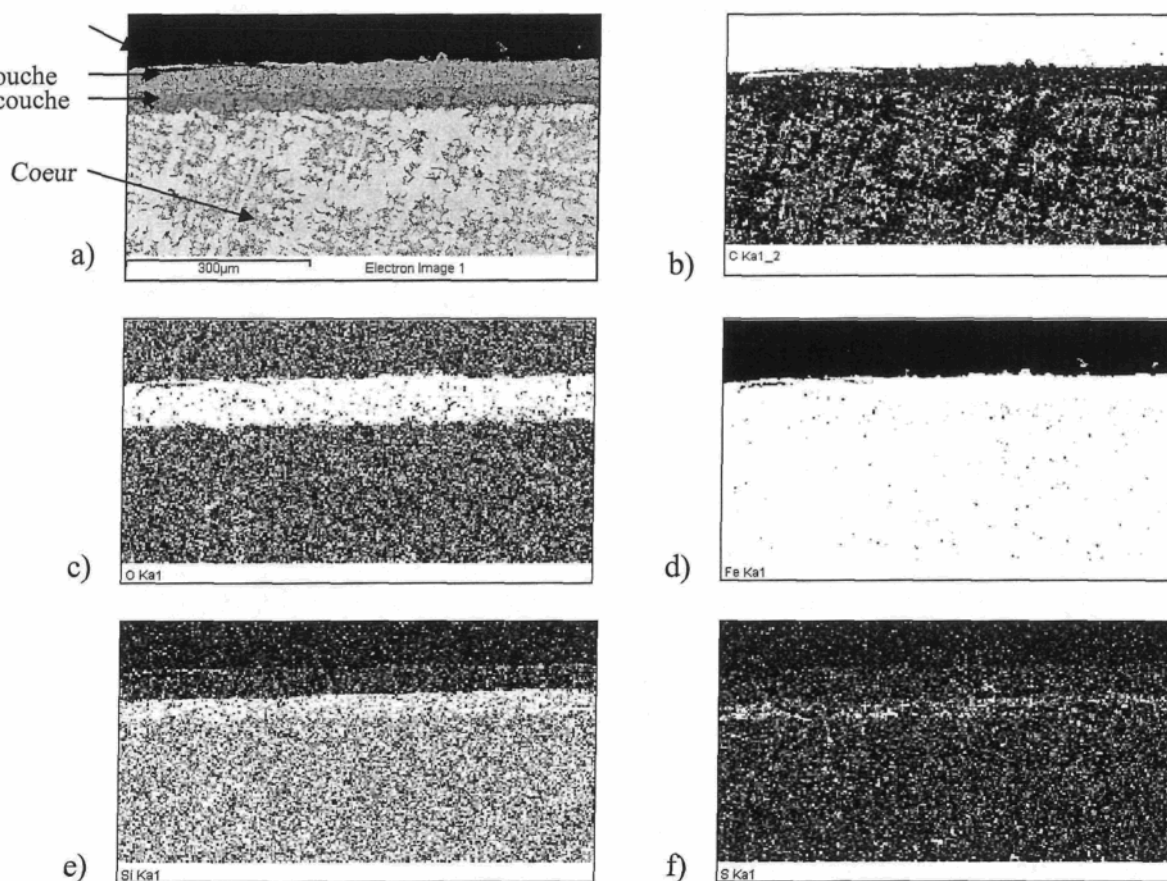


Figure 5. 14 : Analyse au microscope à balayage (200X). Les pixels clairs représentent les points de fortes concentrations, les pixels foncés représentent les points de faibles concentrations. a) Photographie optique de la zone près de la surface de la fonte ayant été chauffé par les essais de résistance de contact. b) Concentration de carbone c) Concentration d'oxygène d) Concentration de Fer e) Concentration de Silice f) Concentration de Souffre.

L'analyse révèle que la première couche est très riche en oxygène et en fer. Il se pourrait donc qu'il s'agisse d'un oxyde de fer (du Fe_2O_3 par exemple). Cette analyse tend à confirmer la formation d'oxyde de fer lors des essais à hautes températures.

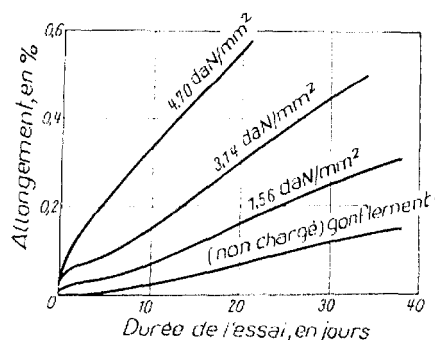
La seconde couche à la figure 5.14 est principalement composée d'oxygène, de fer et de silice. Il se pourrait que se soit un amalgame d'oxyde de silice, contenant du fer (du SiO_2 + *Oxyde de fer* par exemple). En effet, il est écrit dans la littérature que « With extended oxidation, the silicon in the surface metal layer can be oxidized to silica ». [BZ]. Par ailleurs, cet oxyde de silice freinerait la croissance de la couche d'oxyde de fer : « Cette composition (oxyde de silice) offre une résistance élevée à la migration des ions métalliques et ions oxygène, ce qui diminue la vitesse d'oxydation à chaud. » [CB].

La présence et la croissance d'oxyde de fer et de silice pourraient expliquer en grande partie l'augmentation de résistance de contact thermique et électrique à hautes températures. En effet, ces oxydes sont relativement peu conducteurs thermiquement et électriquement.

Fluage de la fonte :

Enfin, il a été observé en laboratoire qu'un ajustement fréquent de la pression était nécessaire à partir d'une température d'interface de $600^{\circ}C$, car celle-ci avait tendance à descendre.

Ce phénomène pourrait être expliqué par un fluage en compression à haute température de la fonte. En effet, le fluage de la fonte peut devenir important lorsqu'il est soumis à des températures élevées. La figure 5.15, tiré de « manuel des fontes moulées », montre des essais de fluage d'une fonte non-alliée maintenu à 500°C pendant plusieurs jours. Ces essais ont été pratiqués en tension.



**Figure 5. 15 : Fluage en traction d'une fonte non-alliée, maintenu à 500°C pendant plusieurs jours.
Tiré de « manuel des fonte moulé » [CB].**

Il a également été remarqué en laboratoire que la pression descendait très rapidement à haute température.

Le phénomène du fluage observé serait en accord avec la littérature. Il aurait comme conséquence de diminuer la résistance de contact thermique et électrique, par un mécanisme d'affaissement des aspérités.

En bref, ces différentes transformations dans les échantillons (combustion du carbone, durcissement de surface de la fonte, recuit de relaxation de la surface,

augmentation de la résistivité électrique due aux grossissement des lamelles de graphites, oxydation du fer et du silice dans la fonte, fluage de la fonte), sont sujets à faire fluctuer la résistance de contact entre la fonte et le carbone. Il est difficile de quantifier théoriquement ces fluctuations, et même de prédire dans quelle direction la résultante se produira.

5.2.2. Résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone cathodique

Pour ce volet de résistance de contact, le coefficient C_1 du modèle d'équation 5.2 décroît avec la température, comme à la figure 5.16. Le lissage quadratique du graphique est donnée par

$$C_1 = -4,160 \cdot 10^{-9} \cdot T^2 + 2,338 \cdot 10^{-6} \cdot T + 0,001288 \quad (5.5)$$

Le coefficient C_2 est a peu près constant, et est donnée par

$$C_2 = -1,188 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 + 1,224 \cdot 10^{-3} \cdot T - 0,6453 \quad (5.6)$$

Le coefficient C_3 , pour sa part, est trouvé à être extrêmement grand :

$$C_3 = 2 \cdot 10^{22} \cdot T^2 - 2 \cdot 10^{25} \cdot T + 6 \cdot 10^{27} \quad (5.7)$$

Les figures 5.15, 5.16 et 5.17 montrent les valeurs de C_1 , C_2 et C_3 respectivement.

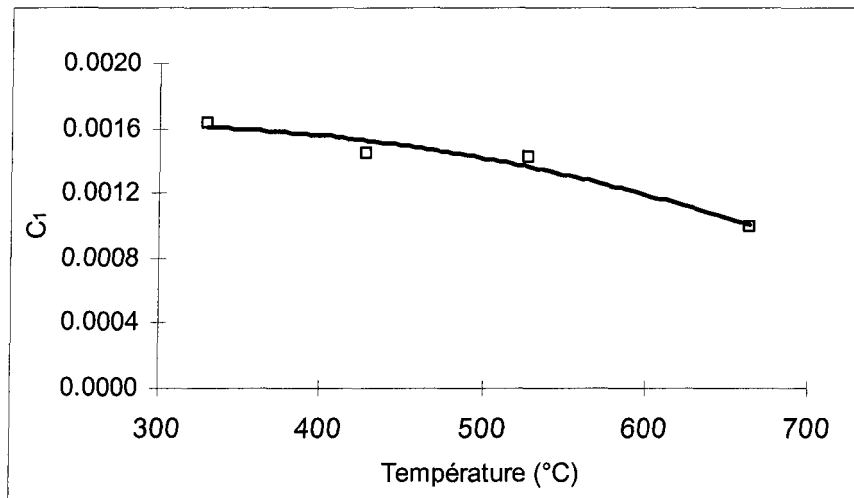


Figure 5. 16 : Coefficient C_1 de la résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone cathodique.

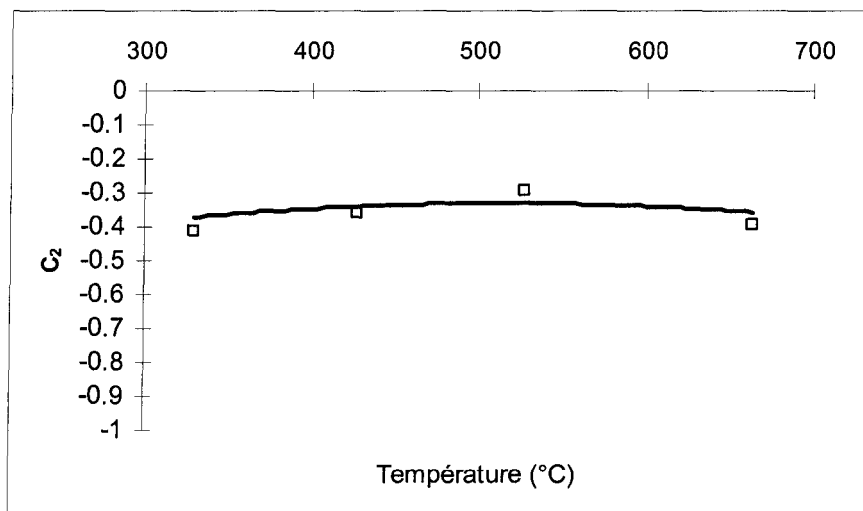


Figure 5. 17 : Coefficient C_2 de la résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone cathodique.

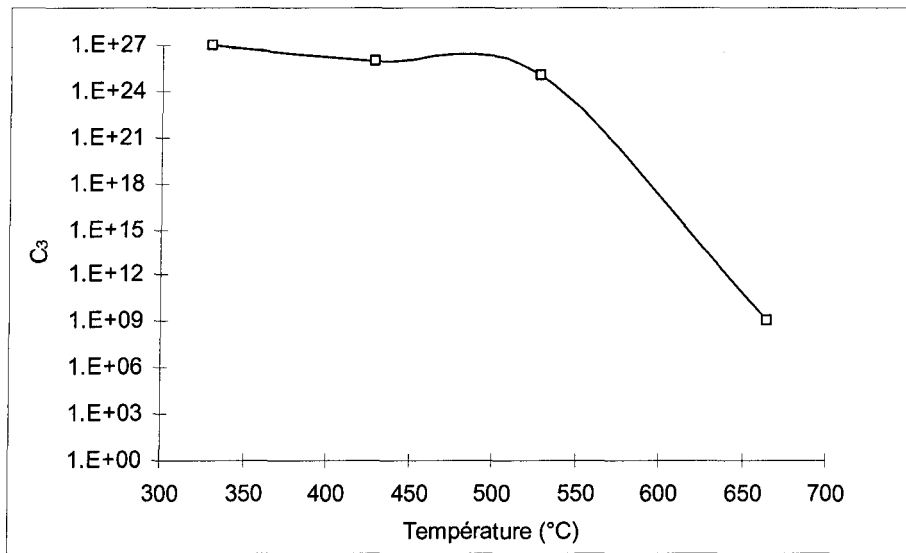


Figure 5. 18 : Coefficient C_3 de la résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone cathodique.

D'un point de vue strictement élastique, le coefficient C_2 était attendu être constant à -0.33, étant donnée les tableaux 2.1 et 2.2 (Déformation de Hertz et Résistance de constriction). Or, il se trouve que pour le cas électrique, C_2 est environ égal à -0.7 (Voir figure 5.6), et égal à environ -0.35 pour le cas thermique. L'hypothèse pour expliquer cette différence est que les aspérités ne sont pas déformées élastiquement, mais ont une forte composante plastique. Suivant la théorie de Yovanovich, (équation 3.17), la fonction d'élastoplasticité entre la fonte et le carbone étudiés est de $f_{ep} \approx 0.9$. Cette valeur étant relativement proche de 1, les déformations seraient fortement plastiques. L'indice de plasticité de Greenwood et Williamson [AF], pour les mêmes matériaux, donne $\Psi \approx 11$. (Lorsque cet indice est supérieur à l'unité, les aspérités sont déformées plastiquement)

Le coefficient C_3 est très grand, mais diminue quand même avec la température. Étant donné que $1/C_3$ tend vers 0, les coefficients C_3 ne seront plus considérés. En effet, l'ordre de grandeur de C_3 beaucoup plus grand que C_1 et C_2 requiert une diminution de la tolérance des calculs de MATCAD.

Le fait que C_3 soit grand ne signifie pas nécessairement que la résistance du rayonnement est grande.

Les équations 5.2, 5.5 et 5.6 permettent de tracer la courbe de résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone, comme à la figure 5.19.

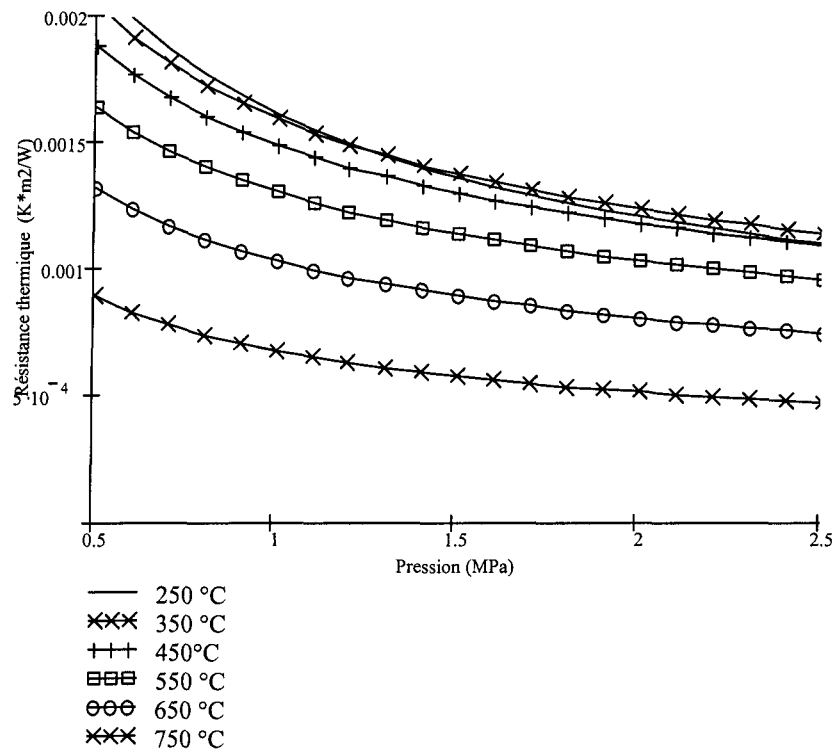


Figure 5. 19 : Résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone cathodique.

La figure 5.19 montre que la pression décroît monotoniquement les résistances de contact. Ceci serait expliqué par le fait que les aires et le nombre de points de contact augmentent avec la pression, diminuant l'étranglement des lignes de courant à l'interface.

Les variations non-monotonique de résistances de contact vers 475°C (visibles à la figure 5.16), seraient liées aux mêmes phénomènes de transformations qui se seraient produits dans le cas des résistances de contact électrique entre les deux mêmes matériaux : à savoir un durcissement de surface lors de la coulée des échantillons, un recuit de relaxation du métal lors des essais à hautes températures, diverses réactions chimiques dues aux températures élevées et à la pression, puis enfin un fluage de la fonte. Tous ces

phénomènes influencent la résistance de contact thermique dans le sens où celle-ci est dépendante de la qualité et de la quantité de points de contact réels.

Les fluctuations sont cependant beaucoup moins prononcées que dans des résistances de contact électrique. Cela suggère que les contributions du transfert de chaleur par la couche de gaz ainsi que par le rayonnement sont relativement grandes. En effet, les contributions des gaz et du rayonnement ne sont pas affectées par les transformations énumérées plus haut.

En outre, il y a un espacement relativement grand entre les solides. Ceci est vérifié à la figure 5.12 : malgré la relativement forte pression, une distance de l'ordre de $75\ \mu m$ sépare les deux matériaux. De plus, aucun point de contact n'a été décelé sur l'agrandissement, suggérant un très faible ratio $Aire_{réelle} / Aire_{apparente}$.

En bref, la résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone cathodique semble être affectée dans des proportions beaucoup plus faibles par les transformations de matériaux, que dans le cas électrique.

5.2.3. Résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone anodique

Pour ce volet de résistance de contact, le coefficient C_1 du modèle d'équation 5.1 décroît avec la température. La figure 5.20 montre les points ainsi qu'un lissage quadratique de C_1 égale à

$$C_1 = -7,814 \cdot 10^{-7} \cdot T^2 - 2,692 \cdot 10^{-3} \cdot T + 3,665 \quad (5.8)$$

La figure 5.21 montre la relation entre C_2 et la température. Celle-ci est à peu près constante, valant

$$C_2 = 9,646 \cdot 10^{-8} \cdot T^2 - 1,145 \cdot 10^{-4} \cdot T - 0,853 \quad (5.9)$$

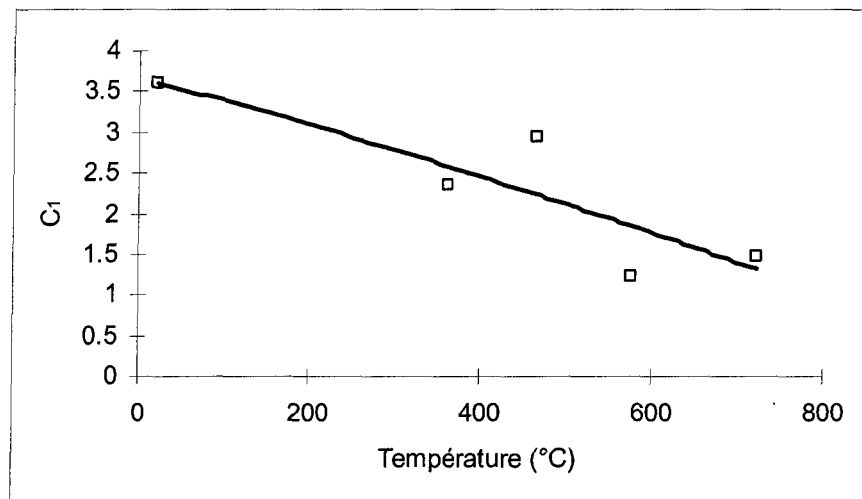


Figure 5. 20 : Coefficient C_1 de la résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone anodique.

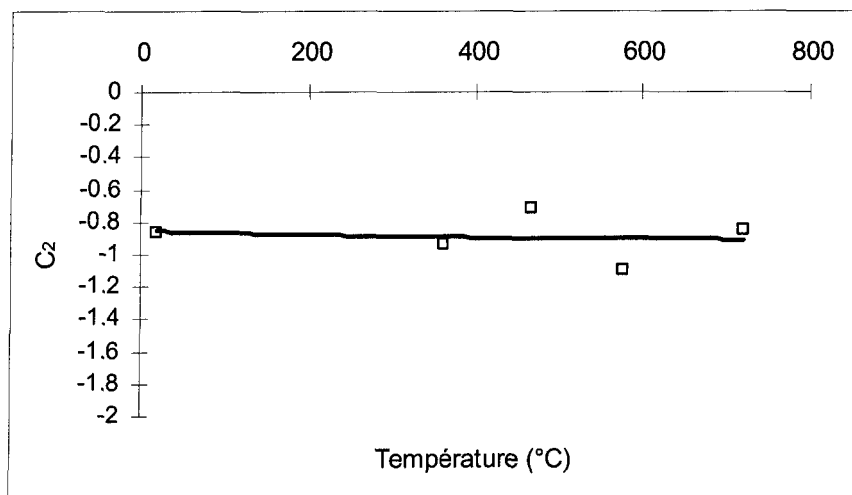


Figure 5. 21 : Coefficient C_2 de la résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone anodique.

À partir des deux dernières équations, il est possible de tracer les courbes de résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone pour toutes les températures, comme à la figure suivante.

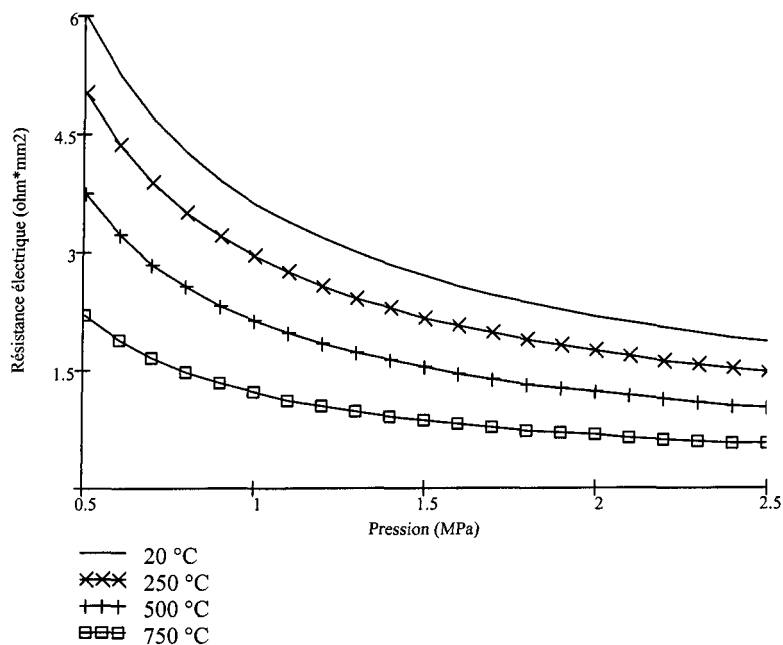


Figure 5. 22 : Résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone anodique.

Tout comme pour les résistances de contact électrique entre la fonte et le carbone anodique, la figure 5.20 présente une fluctuation en fonction de la température autour de 475°C (moins élevé que dans le cas cathodique). Cette fluctuation est par ailleurs plus prononcée que dans le cas cathodique. La plus grande porosité du carbone anodique que cathodique n'est certainement pas étrangère à cela. De plus, il a été remarqué en laboratoire que les échantillons de carbone anodique étaient beaucoup plus sensibles à la combustion que les échantillons de carbones cathodiques.

5.2.4. Résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone anodique

Pour ce volet de résistance de contact, le coefficient C_1 du modèle d'équation 5.2 décroît avec la température. La figure 5.23 montre cette courbe, accompagné d'un lissage quadratique valant

$$C_1 = 5,30 \cdot 10^{-10} \cdot T^2 - 1,325 \cdot 10^{-6} \cdot T + 0,001488 \quad (5.10)$$

Tout comme pour la résistance électrique entre les deux mêmes matériaux, le coefficient C_2 pour le côté thermique est à peu près constant, où

$$C_2 = -3,3877 \cdot 10^{-7} \cdot T^2 + 3,6284 \cdot 10^{-4} \cdot T - 0,389 \quad (5.11)$$

conformément aux attentes.

Les figures 5.23 et 5.24 montrent les valeurs de C_1 , et C_2 respectivement.

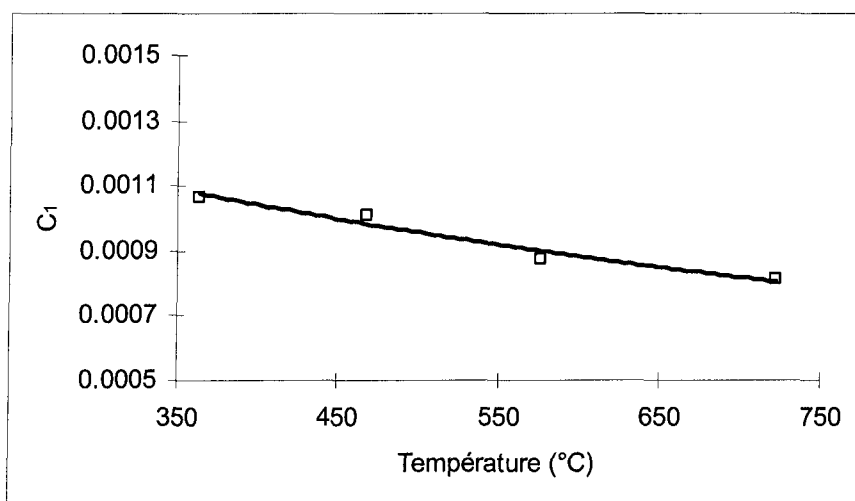


Figure 5. 23 : Coefficient C_1 de la résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone anodique.

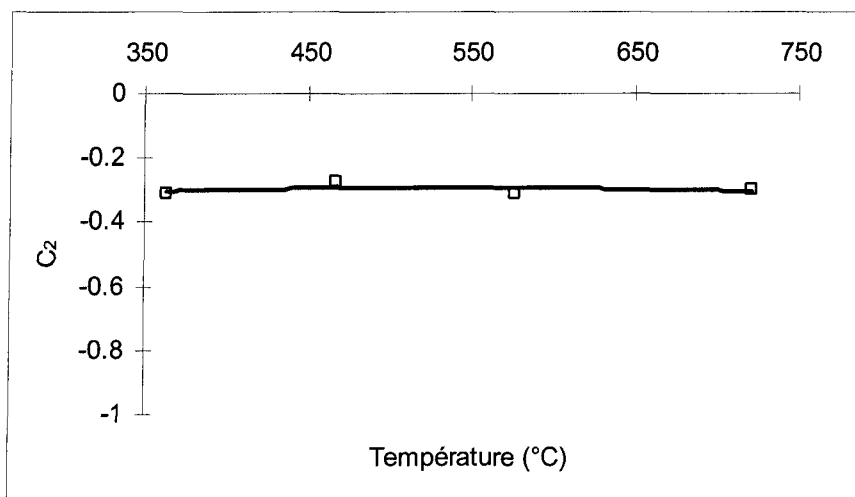


Figure 5. 24 : Coefficient C_2 de la résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone anodique.

À partir des trois dernières équations, il est possible de tracer les courbes de résistance de contact électrique entre la fonte et le carbone pour toutes les températures, comme à la figure suivante.

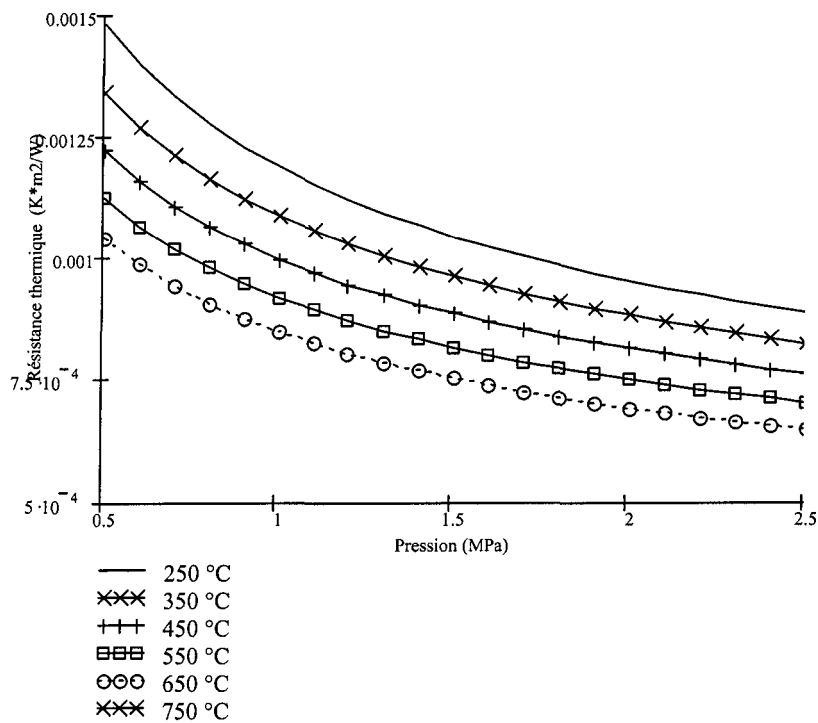


Figure 5. 25 : Résistance de contact thermique entre la fonte et le carbone anodique.

5.2.5. Résistance de contact électrique entre la fonte et l'acier

Les données expérimentales des échantillons « fonte sur acier » semblaient incohérentes : aucune tendance claire n'y ressortait. Les figures 5.26 a et b sont des exemples de graphiques incohérents.

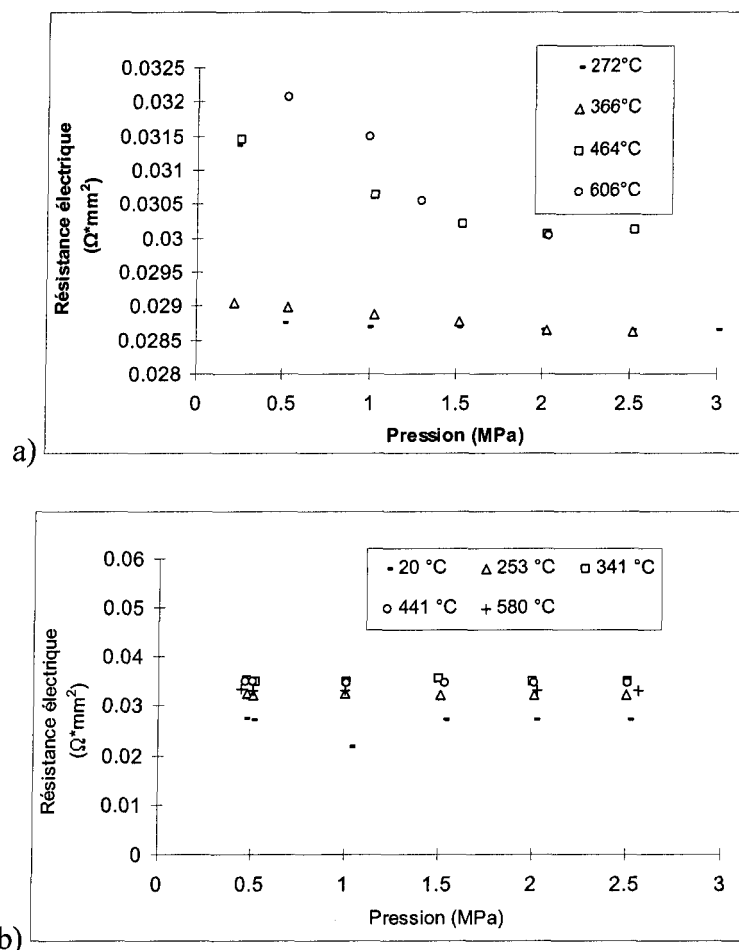


Figure 5. 26 : Incohérence des courbes de résistance de contact de la fonte sur acier. a) Numéro 3 coulée 2; b) Numéro 2 coulée 2.

Cette incohérence pourrait être expliquée par des liaisons mécaniques entre la fonte et l'acier. En effet, il a été observé des zones où la fonte s'était soudée à l'acier, comme à

la figure 5.27. Il a fallu une force mécanique relativement grande pour séparer la fonte à l'acier. Ces zones de soudures ont probablement été formées au moment même de la coulée, s'agissant probablement des endroits précis des points de chutes de la fonte liquide. Cette chute continue de fonte liquide a probablement agit comme une source de chaleur faisant fondre localement l'acier. En refroidissant, la fonte se serait liée mécaniquement à l'acier. Il a été remarqué que la superficie des zones de soudure variait sensiblement d'une paire d'échantillon à l'autre, passant de quelques millimètres carré ($\approx 150 \text{ mm}^2$) à près du trois quart de la surface ($\approx 1500 \text{ mm}^2$). Il est possible que la vitesse ou l'angle à laquelle la fonte a été versée sur l'échantillon d'acier ait influencé le phénomène de soudure. Lors de la coulée des échantillons du présent ouvrage, une attention particulière a été prise pour que la fonte soit versée à peu près à la même vitesse que dans le cas d'un véritable scellement d'anode ou de cathode.

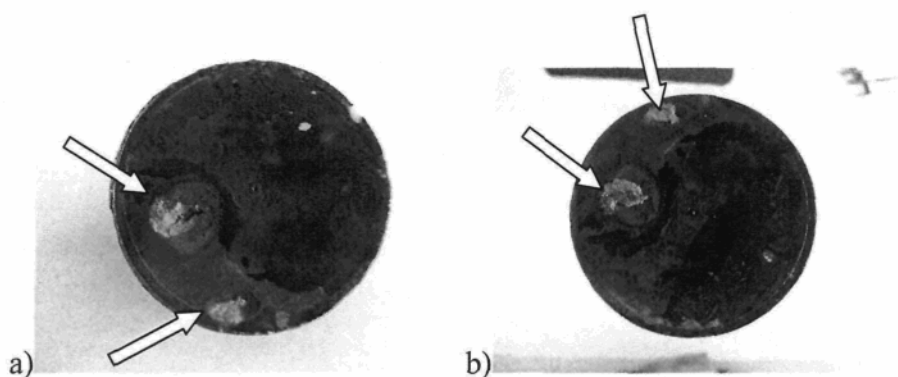


Figure 5. 27 : Points de soudures cassés et identifiés après les essais. a) échantillon de fonte b) échantillon d'acier.

Ce phénomène, rendant impossible les mesures de résistance de contact, a forcé un changement de méthodologie. Des essais de rugosité ont plutôt été effectués. Effectivement, des rugosités ont été artificiellement générées sur les surfaces d'échantillons de fonte et d'acier. En tout, trois rugosités ont été générées : surfaces polies, surfaces machinées et surfaces passées au jet de sable. Le tableau 5.3 montre les valeurs de l'amplitude moyenne (R_a) ainsi que des écarts types des aspérités (R_q) des aspérités créées.

Tableau 5. 3 : Rugosité des surfaces.

	Amplitude moyenne des aspérités (R_a)		Écart Type des hauteurs d'aspérité (R_q)		Combinaison des rugosités de fonte et acier	
	($\mu \cdot m$)	($\mu \cdot m$)	($\mu \cdot m$)	($\mu \cdot m$)	R_a	R_q
	Fonte	Acier	Fonte	Acier	($\mu \cdot m$)	($\mu \cdot m$)
Surfaces « polies »	0.424	0.316	0.538	0.398	0.529	0.669
Surfaces « usinées »	1.028	0.618	1.26	0.83	1.199	1.509
Surfaces « sablées »	6.15	3.92	7.42	4.86	7.293	8.870

Les figures 5.28, 5.29 et 5.30 montrent les résultats obtenus avec ces rugosités.

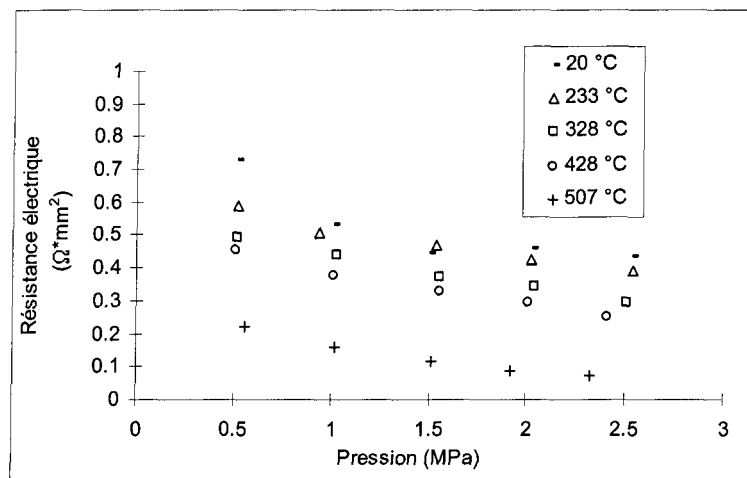


Figure 5. 28 : Résistance de contact électrique entre la fonte et l'acier, avec le fini de surface « POLI ».

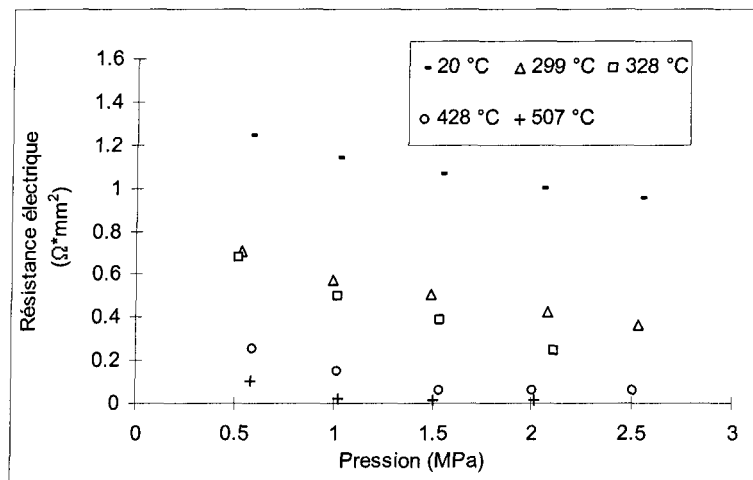


Figure 5. 29 : Résistance de contact électrique entre la fonte et l'acier, avec le fini de surface « USINÉ ».

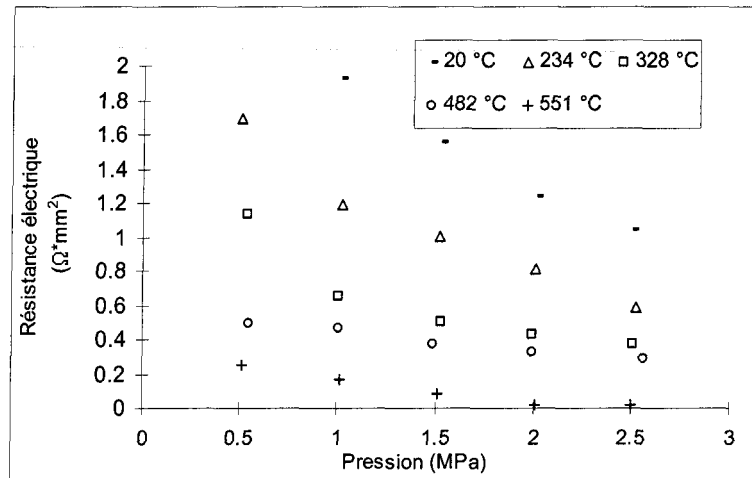


Figure 5. 30 : Résistance de contact électrique entre la fonte et l'acier, avec le fini de surface « SABLÉ ».

Il peut être noté que les valeurs des résistances électriques des trois derniers graphiques sont relativement plus élevées que celles présentées à la figure 5.26. Cela est probablement dû au fait que les échantillons des graphiques 5.26 présentaient des zones de soudures, lesquelles peuvent être considérées comme des contacts parfaits entre les deux métaux.

L'analyse des figures 5.28 à 5.30 montre que les résistances de contact électrique semblent augmenter avec l'augmentation des rugosités. En effet, les valeurs de résistances de contact électriques des échantillons sablés sont plus élevées que les échantillons usinés et polies. Ceci pourrait être expliqué par une diminution de l'étranglement des lignes de courant pour les échantillons ayant de grandes aspérités. Selon la théorie, cet étranglement est en grande partie responsable de la résistance de contact électrique

Par ailleurs, la diminution des rugosités semble diminuer l'influence de la température sur les résistances de contact électrique. En effet, la figure 5.28, qui présente la rugosité la plus faible, montre un groupement plus serré des courbes que ceux aux figures 5.29 et 5.30. Ceci pourrait être expliqué par un écrasement des aspérités plus prononcé lorsque ces aspérités sont plus hautes. Deux mécanismes pourraient causer l'affaissement des aspérités. Tout d'abord le fluage des métaux, tel qu'observé sur la fonte lors des essais de résistance de contact « fonte sur carbone », pourrait arriver dans le « cas fonte sur acier » (l'acier également pourrait fluer). Comme mentionné plus haut, ce phénomène survient principalement à hautes températures. Il pourrait expliquer l'écart entre les courbes de hautes et de faibles températures, plus marqué dans le cas de fortes rugosités que de faibles rugosités. En deuxième lieu, l'écrasement des aspérités pourrait être causé par des déformations élastiques/plastiques des aspérités sous l'effet de la pression. En effet, il semble que la pression ait une influence plus marquée lorsque les aspérités sont plus fortes : les courbes de la paire d'échantillons « polies » sont relativement plus plates que les échantillons usinés et sablés. Ce comportement de déformation sous la pression est commun dans les métaux.

Bref, la rugosité de surface semble avoir une influence relativement importante sur les résistances de contact électrique, en accord avec la théorie.

Par ailleurs il peut être noté que la fonte utilisée pour les essais de rugosité avait déjà été utilisée auparavant (pour d'autres essais de résistance de contact). De plus, la

même paire d'échantillons a été réutilisée pour générer les trois types de surfaces (polie, usinée et sablée). Cela a été fait pour éliminer les effets possibles de durcissement/relaxation de surface et aussi pour éliminer toute influence des défauts dans les échantillons lors de la comparaison des résultats.

5.2.6. Résistance de contact thermique entre la fonte et l'acier

Des essais de résistances de contact thermiques ont été relevés en parallèle à celles électriques, en conformité avec la méthodologie présentée plus haut. Les résultats sont présentés aux figures 5.31, 5.32 et 5.33.

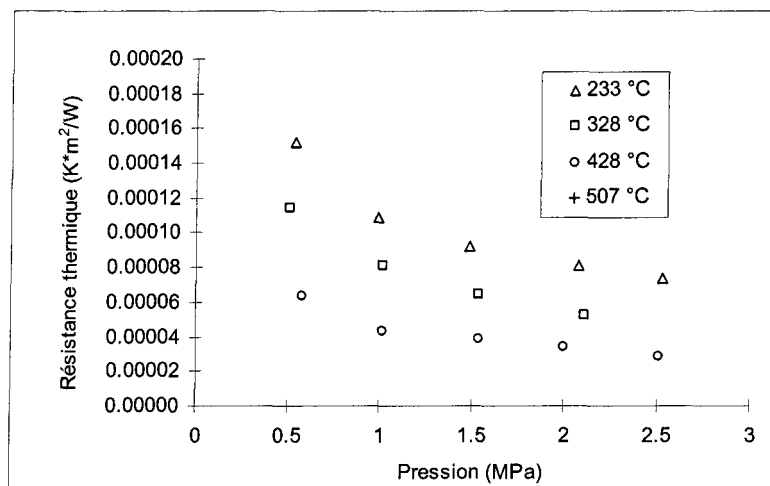


Figure 5. 31 : Résistance de contact thermique entre la fonte et l'acier, avec le fini de surface « POLI ».

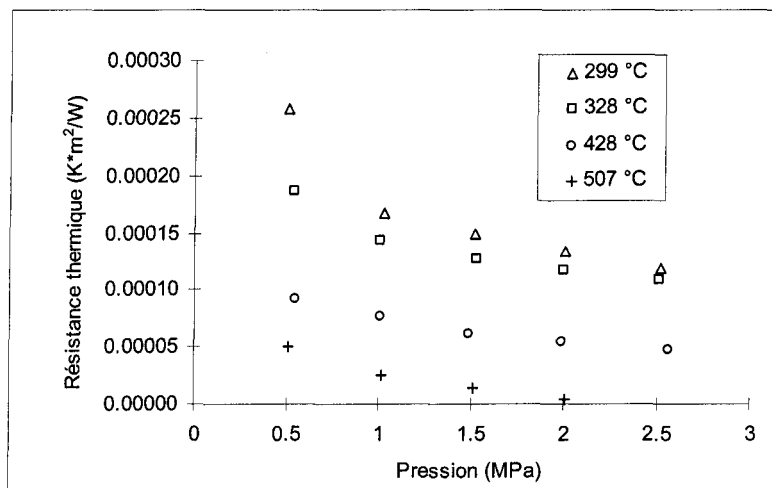


Figure 5.32 : Résistance de contact thermique entre la fonte et l'acier, avec le fini de surface « USINÉ ».

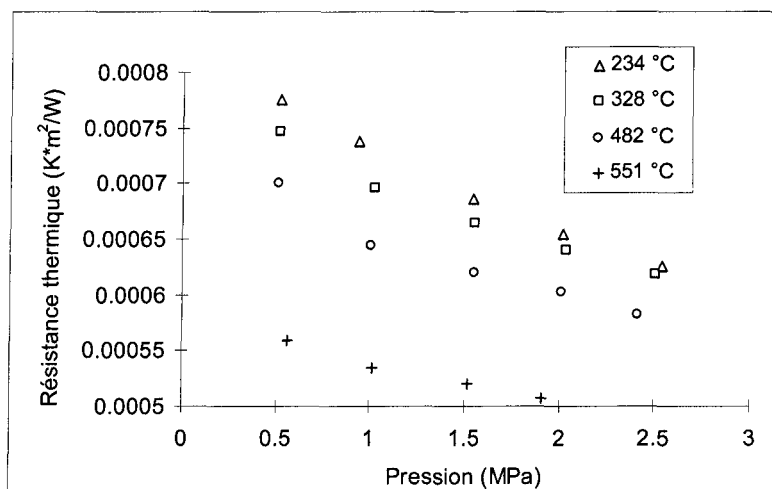


Figure 5.33 : Résistance de contact thermique entre la fonte et l'acier, avec le fini de surface « SABLÉ ».

L'analyse des figures 5.31 à 5.33 permet de remarquer que les résistances de contact thermiques sont plus élevées lorsque les rugosités sont plus fortes. Ceci est conforme aux attentes. De plus, il semble que la rugosité n'ait pas d'influence sur l'effet de la température, et de la pression. En effet, les différentes rugosités présentent sensiblement la même dispersion des courbes de températures, de même que sensiblement la même forme.

Cela suggère que la contribution de la couche de gaz est relativement importante, car celle-ci n'est pas vraiment influencée par l'affaissement des aspérités sous le fluage et la pression.

Par ailleurs, il a déjà été mentionné plus haut qu'il existe plusieurs approches pour quantifier la rugosité de surfaces (R_a , m , σ , m_2 , m_4 , G , D , etc). De plus, les différents modèles théoriques de résistance de contact ne s'entendent pas à savoir quels paramètres sont prédominants. Il est ainsi impossible d'établir une corrélation mathématique fiable entre les résistances de contact électrique/thermique et la rugosité (polie, usiné et sablé) des échantillons fonte sur acier présentés plus haut.

Enfin, le phénomène observé de zones de soudures entre la fonte et l'acier est possiblement une réalité en usine, car la méthodologie de scellement des cathodes et des anodes est parente à la coulée des échantillons de ce présent ouvrage (similarité des températures initiales de la fonte et de l'acier, similarité des taux de refroidissement, similarité de la vitesse de coulage de la fonte).

5.3. Comparaison avec les modèles théoriques

Les résultats expérimentaux cathodiques ont été comparés avec différents modèles théoriques : les modèle de Greenwood et Williamson (GW), Yovanovich (CMY), Mikic (Mikic), modèle éleastoplastique de Yovanovich (E-P-CMY), Whithouse et Archard (WA)

et Majumdar (Maj) ont été utilisés pour les modèles électriques (aspérités), ceux de Cetinkal (Cet), Yovanovich gap Integrale (YIGC) et Veziroglu (Vez) pour les modèles de résistance par la couche de gaz et enfin celui de Cetinkale pour le modèle de résistance du au rayonnement thermique. Ces modèles couvrent la plupart des points particuliers de la théorie des résistances de contact : déformations élastique, plastique et élastoplastique, distributions statistique et fractale etc. Il est bon de noter que le ratio des surfaces réelles et apparentes du modèle de Majumdar est ici donné par le modèle E-P-CMY.

Pour tenir compte du transfert par la couche de gaz et par le rayonnement, les modèles de résistance par le gap et par le rayonnement ont été ajoutés aux modèles de résistances par les aspérités. Comme mentionné plus haut, ces résistances sont indépendantes et agissent en parallèles. Les combinaisons des modèles reliés au transfert thermique sont indiquées au tableau 5.4.

Tableau 5. 4 : Combinaison de modèles thermiques.

Nom de la combinaison	Modèles de résistance par les aspérités	Modèles de résistance par la couche de gaz	Modèles de résistance par le rayonnement
RT1	E-P-CMY	YIGC	CetRad
RT2	Mikic	Vez	CetRad
RT3	GW	YIGC	CetRad

Ces combinaisons incluent le modèle donnant la plus basse et la plus haute valeur de résistance de contact thermique, qui sont appelé RT2 et RT3 respectivement. RT1 est, selon l'auteur, la combinaison la plus réaliste : le modèle E-P-CMY est le seul reproduisant

le comportement élastoplastique du matériel, et le modèle YIGC le seul tenant en compte la déformation des surfaces (parmi les modèles traitant de la résistance par la couche de gaz).

Les données de rugosité ont été mesurées à l'aide d'un profilomètre interférométrique. La micro dureté a été mesurée à la surface des solides, tandis que les modules d'Young, et les autres paramètres importants ont été mesurés dans le cœur du matériel, à une température ambiante. La conductivité thermique a été mesurée par la méthode FLASH, tandis que celle électrique a été déduite d'expériences de résistance de contact électrique (connaissant le voltage, la densité de courant et la distance entre les deux points de mesure de voltage). Une presse hydraulique, combinée avec un système d'acquisition de données, a été utilisée pour déterminer les propriétés mécaniques dans le cœur des matériaux. Ces données ont ensuite été extrapolées pour une température de 300°C.

Les résultats théoriques des résistances de contact électrique et thermique obtenus pour la température de 300°C sont présentés aux figures 5.34 et 5.35 respectivement. Ils sont comparés aux valeurs expérimentales. Typiquement, les résistances électriques aussi bien que thermiques, sont plus élevées que celles prédites par les modèles théoriques. Certaines « transformations » citées à la section 5.2.1 (décarburation en surface de la fonte, oxydation du fer en surface, oxydation de la silice en surface de la fonte, etc.) pourraient expliquer cette observation. Dans le cas thermique, les contributions des transferts par la couche de gaz, de même que par l'espacement proprement dit entre les

matériaux (indépendants des transformations dans les solides), auraient comme conséquence d'atténuer les effets liés aux « transformations » des matériaux sur les résistances thermiques globales. En effet, l'écart est moins important entre les valeurs mesurées et prédites, pour ce qui est de la résistance thermique.

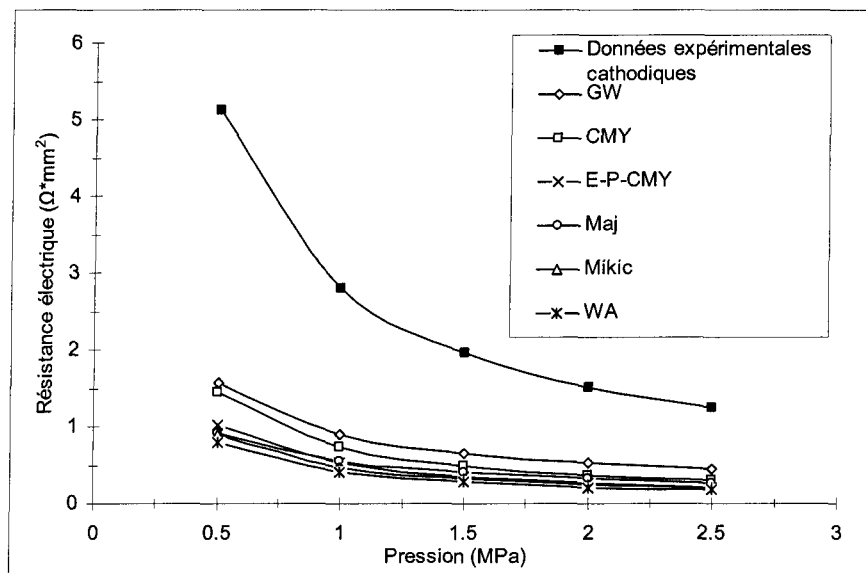


Figure 5. 34 : Comparaison des modèles théoriques de résistance de contact électrique et données obtenues en laboratoire, à 300°C.

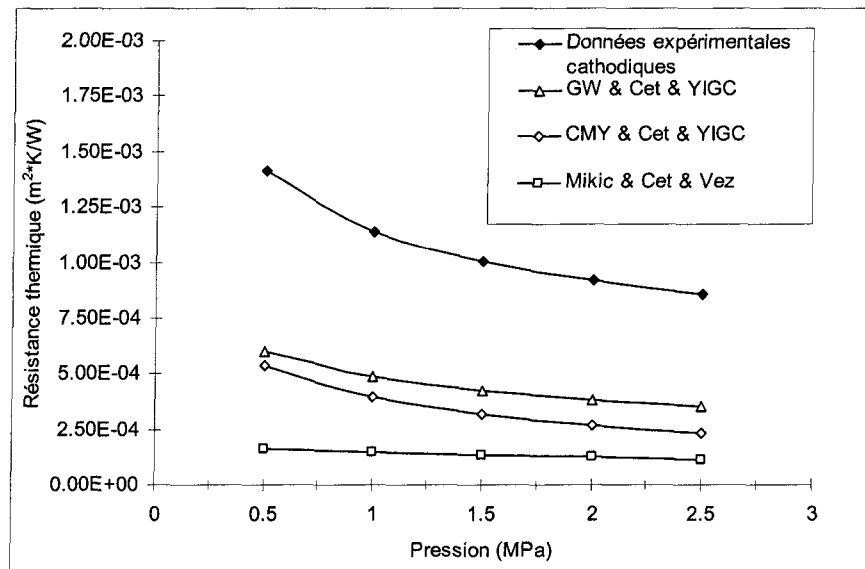


Figure 5. 35 : Comparaison des modèles théoriques de résistance de contact thermique et données obtenues en laboratoire, à 300°C.

La détermination des courbes théoriques est difficile à établir en raison des nombreux paramètres requis (microdureté de surface, module de Young, conductivités thermique et électrique, etc.) : il peut être très difficile de déterminer ces paramètres pour des températures élevées. C'est d'ailleurs la raison pour lesquelles seules les valeurs expérimentales des essais « cathodique » ont été comparées aux valeurs théoriques. De plus, les modèles théoriques ne tiennent pas compte des phénomènes de transformation pouvant survenir dans les matériaux. Ainsi, la comparaison entre les modèles théoriques et les résultats expérimentaux doit être faite avec précaution.

5.4. Résumé de chapitre

Lors de l'analyse des résultats, plusieurs phénomènes semblent être entrés en jeu, et causent un écart entre mesures et prédictions. Ces phénomènes se sont avérés récurrents à toutes les expériences. Par exemple, il y a la combustion du carbone, le durcissement de la fonte en surface, le recuit de relaxation de la fonte, les réactions chimiques (oxydations) et enfin le fluage de la fonte.

Il est difficile de prédire la résultante des phénomènes de transformation, car ceux-ci sont nombreux et complexes. Cependant, il est fort possible que ces phénomènes prennent place également en usine. P.J.Rhedey et L.Castonguay [BV] ont d'ailleurs noté une fluctuation de la résistance de contact électrique en fonction du temps lors de leurs expériences *in-situ*.

Les fluctuations sont moins prononcées dans les cas des résistances thermiques que celles électriques : la contribution du rayonnement et de la couche de gaz amoindrirait la contribution relative des aspérités (contribution touchée par les transformations internes dans les matériaux.)

Il a été remarqué que les échantillons anodiques fluctuaient relativement plus que ceux cathodiques. Ces mêmes échantillons anodiques avaient de plus tendance à se

consommer plus rapidement que les échantillons cathodiques. La porosité plus importance du carbone anodique n'est probablement pas étrangère à ces observations.

Enfin, il est difficile d'établir une comparaison entre les résistances expérimentales et les modèles théoriques car ces derniers requièrent la connaissance de nombreuses propriétés des matériaux difficiles à obtenir. De plus, les modèles théoriques ne tiennent pas compte des phénomènes de transformations. Il faut donc utiliser ces résultats avec précaution.

CHAPITRE 6

CONCLUSION

Le but de ce présent ouvrage était de comprendre et de quantifier les phénomènes de résistance de contact thermique et électrique se produisant à la cathode ainsi qu'à l'anode d'une cuve d'électrolyse. Ces données ont été traduites sous formes de loi de comportement.

La problématique du mauvais transfert électrique et de chaleur entre deux matériaux provient du fait que les aspérités et les cavités des surfaces en contact créent un espace interstitiel entre les solides; il peut même y avoir une couche de gaz emprisonnée dans les cavités. Si bien que les deux surfaces ne se touchent qu'avec moins de 3% de leur surface apparente, même si une énorme pression est appliquée sur les solides. Cela crée un étranglement des lignes de courant aux points de contact réels, engendrant la résistance de contact. Ces phénomènes de résistances au contact de deux matériaux sont

mathématiquement gouvernés par plusieurs éléments quantifiables tel que la pression de contact, la nature des matériaux, la température, la distribution des aspérités des surfaces, la distribution des hauteurs des aspérités, les déformations de ces aspérités, etc. Il existe d'ailleurs plusieurs modèles théoriques de résistance de contact thermique et électrique. Ces modèles sont cependant basés sur des hypothèses assez restrictives ainsi que sur des propriétés des matériaux qui peuvent être très difficiles à obtenir pour des températures élevées. Une méthodologie expérimentale a donc été préférée à une approche théorique.

Un montage expérimental a été conçu et fabriqué dans les laboratoires de l'Université. Des échantillons ont été fabriqués à l'usine Alcan Grande-Baie. Une attention particulière a été prise pour que la fabrication des échantillons soit le plus fidèle possible à la réalité des scellements d'anode et de cathode des usines Alcan. Plusieurs essais ont été réalisés sur les échantillons de fonte/carbone et de fonte/acier anodiques et cathodiques. La méthodologie consistait à mesurer les gradients thermique et électrique dans l'axe des échantillons, dans lesquels circulaient un flux thermique et un courant électrique connus. Les résistances de contact thermique et électrique se déterminaient ensuite facilement, connaissant la discontinuité des profils de température et de voltage. L'incertitude reliée à cette méthodologie est d'environ 10% pour le volet thermique et électrique. C'est pourquoi au moins quatre séries d'essais ont été effectuées et moyennées. Les valeurs de ces résistances de contact thermique et électrique ont été déterminées pour une grande gamme de pression et de température, et ont été mise sous la forme de loi de comportement $R=f(T,P)$.

Tel que prévu, les résistances de contact thermiques et électriques diminuent avec la pression et la température. Cependant il semble que les valeurs des résultats expérimentaux soient plus élevées que celles prédites par les modèles théoriques. En effet, les résistances électriques sont de 3 à 5 fois supérieures aux modèles théoriques appropriés, tandis que les résistances thermiques sont 2 à 3 fois supérieures aux différents modèles théoriques appropriés. De plus, un comportement monotonique entre les valeurs des résistances de contact et la température était attendu. Or, une variation non-monotonique, vers 550°C, a été observée de façon récurrente entre les échantillons fonte-carbone.

Ces phénomènes « non attendus » ne seraient peut-être pas étrangers à certaines observations faites en laboratoire. Effectivement, un durcissement de la fonte en surface, un recuit de relaxation de la fonte, une formation d'oxydes de surface, une décarburisation de la fonte, des zones de soudure entre la fonte et l'acier ont été observés tout au long des essais en laboratoire. Ces perturbations métallurgico-chimique qui surviennent sans doute également en usine, pourraient sans doute expliquer la variation des valeurs expérimentales par rapport aux modèles théoriques, de même que la non-monotonie des résistances de contact selon la température.

Ces perturbations sont en majorité des mécanismes se produisant principalement à hautes températures (mis à part le durcissement de la surface de la fonte). Une validation de ces mécanismes serait pertinente pour bien comprendre toutes les variables relatives aux résistances de contact.

Bref, il reste encore beaucoup de travail pour bien comprendre les phénomènes de résistance de contact dans une cuve d'électrolyse.

RÉFÉRENCES

[AA]

Drouin Gilbert, Gou Michel, Thiry Pierre, Vinet Robert, 1986 « Éléments de machines », deuxième édition, Édition de l'école Polytechnique de Montréal, Montréal, p.396, 1986

[AB]

Incropera Frank, Dewitt David, « Introduction to heat transfer », 3 ième édition, John Wiley & Sons, 1996

[AC]

Frank Hiltman, «Influence of temperature and contact pressure between cast iron and cathode carbone on contact resistance », Light metals 1996.

[AD]

M.M.Yovanovich , «Thermal interface (joint) conductance and resistance» ECE 309.

[AE]

J.A.Williams,« Engineering Tribology », Oxford science publication, New York, 480 pages, 1994

[AF]

J.A.Greenwood, J.B.P. Williamson «Contact of nominally flat surfaces», Proceeding of the royal society of London, Series A. Mathematical and Physical Sciences, Vol 295, Published By the Royal Society, Burlington House Piccadilly, London 1966

[AG]

M.R.Sridar, M.M.Yovanovich, «Review of elastic and Plastic contact conductance models:Comparison with experiments», Journal of thermophysics and heat transfer, vol 8 No 4 oct-dec 1994.

[AH]

M.G.Cooper,B.B.Mikic,M.M.Yovanovich, « Thermal contact conductance » international journal of heat and mass transfer,V12 1-6, 1969

[AI]

M.M.Yovanovich, « Thermal contact correlation :Spacecraft Radiative Transfer and Temperature control », T.E.Horton ed, Vol 83 of progress in astronautics and aeronautics, New York, p83-95, 1982

[AJ]

Cetinkale, T.N., and Fishenden, M., « Thermal conductance of metal surface in contact », Proceeding of general discussion on heat transfer, p.271à-275, 1951

[AK]

Kennard, E.H., «Kinetic Theory of gases», McGraw-Hill, New York and London, 1938

[AL]

S. Song, and M. M. Yovanovich, «Correlation of thermal accommodation coefficient for engineering surfaces», Fundamentals of Conduction and Recent Developments in Contact Resistanc, ASME HTD-Vol. 69, p117, 1987.

[AM]

Morten Sorlie, Hermann Gran, «Cathode collector bar to carbon contact resistance», Light Metals 1992, 779 pages.

[AN]

Frank Hiltman, Harald A.Oye, «Influence of temperature and contact pressure between cast iron and cathode carbon on contact resistance», Light metal 1996

[AO]

Carslaw, Jeager, «Conduction of heat in solids», 2^{ième} édition, Oxford University Press, Oxford, 510 pages, 1967

[AP]

Song, Yovanovich, Goodman, «Thermal Gap conductance of conforming surfaces in contact, Part1:Theory»

[AQ]

Song, Yovanovich, Goodman, «thermal gap conductance of conforming surfaces in contact», Journal of heat transfer, Vol 115, 1993

[AR]

Springer, G.S. «heat transfer in rarefied gases», Advanced in heat transfer, T.F.Irvine and J.P.Hartnett eds. Academic Press, Vol7 pp163-218

[AS]

Yovanovich, M.M., DeVaal, J.W., «A statistical model to predict thermal gap conductance between conforming rough surfaces» 3rd joint thermophysics, fluids, plasma and heat transfer conference, june 7-11, St-Louis, Missouri, 1982

[AT]

Yovanovich, «Recent development in thermal contact, gap and joint conductance theories and experiments», International heat transfer conference, San Francisco, CA august 17-22, 1986

[AU]

Song, Yovanovich, «Contact interface gas heat transfer: a method of measuring thermal accommodation coefficient», 1989

[AV]

Majumdar, A., Tien, C.L. «Fractal network Model for Contact Conductance» Transaction of the ASME, vol 113 august 1991

[AW]

Majumdar, A., Bhushan, B., «Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces», Journal of Tribology, Vol 112, april 1990.

[AX]

Majumdar, A., Tien, C.L. «Fractal characterization and simulation of rough surfaces», Wear, 136,313-327,1990

[AY]

Goodman, F.O. «Three dimensional Hard spheres theory of scattering of gas atoms from a solid surface, Limit of large incident speed» Surface science, Vol 7, p.391-421, 1967

[AZ]

J.A. Greenwood, «Constriction resistance and the real area of contact» British Journal of applied physics, vol 17, 1966

[BA]

Mikic, B.B., «Thermal contact conductance; theoretical considerations», Int.Journal of heat and mass transfer, Vol 17, p.205-214, 1974

[BB]

Sridhar, M.R., Yovanovich, M.M., «Elastoplastic contact conductance model for isotropic conformaing rough surfaces and comparison with experiments», Journal of heat transfer, vol 118, 1996

[BC]

R.S.Sayles, T.R.Thomas, «Surface topologiyy as non stationary random process», Nature, vol 271, 1978, p.431

[BD]

Michael T.Singer, Kristopher Kshonze, «Electrical resistance of random rough contacting surfaces using fractal surface modeling», IEEE, 1991

[BE]

Sridhar M.R., Yovanovich, M.M., «Contact conductance correlations based on Greenwood and Williamson surface model».

[BF]

D.J. Whithouse, J.F. Archard «The properties of random surfaces of significance in their contact», Proc. Roy. Lond, Vol A316, p.97-121

[BG]

A.W. Bush, R.D. Gibson «The elastic contact of a rough surface» Wear, Vol 35, p.87-111. 1975

[BH]

W. Yan, K. Komvopoulos, «Electrical contact resistance theory for conductive rough surface », Journal of applied physics, Vol 94 num 5, 2003.

[BI]

Veziroglu, T.N., «Correlation of thermal contact conductance experiments results», AIAA Thermophysics specialist conference, April 17-20, 1967

[BJ]

Mandelbrot B.B. «The fractal geometry of nature», W.H. Freeman, New York, 1982

[BK]

S. Song, M.M. Yovanovich, «Thermal gap conductance: Effects of gas pressure and mechanical load», AIAA 27 th Aerospace meeting, 1992

[BL]

D. Richard, M. Fafard, R. Lacroix, P. Cléry, Y. Maltais, «Carbon to cast iron electrical contact resistance constitutive model for finite element analysis» Journal of materials processing technology, 119 - 131, 2003

[BM]

Georges Jean Marie, «Frottement, usure et lubrification», Éditions EYROLLES, Paris, 422 pages.

[BN]

Wesley, Yovanovich, « A New gaseous gap conductance relationship», Nuclear technology, Vol 72, p.70, Jan. 1986

[BM]

D. Dartus, «Élasticité linéaire», Cépaduès édition, Paris, 141 pages 1995

[BO]

Salençon J, « Mécanique du continu, thermoélasticité », Édition Marketing, Paris, 283 pages, 1995

[BP]

Timoshenko S, Goodier J.N., « Theory of elasticity » second edition, McGraw Hill Company, New-York, Toronto, London, 505 pages, 1951

[BQ]

Piet Van Gijk, «Contact Spots», Conférence ICEC200, Report of the 20th international conference on electrical contact, Stockholm 19-23, June 2000

[BR]

Warren M. Roshenow, James P. Hartnett, Young I. Cho, «Handbook of Heat transfer», Third edition, McGraw-Hill Handbooks, 1998

[BS]

Yovanovich, «General thermal constriction parameter for annular contacts on circular flux tubes», IAAA Journal, Vol 14, No6, June 1976, p822-824.

[BT]

R.W. Peterson «Temperature and voltage measurements in hall cell anodes», TMS light Metals, Vol 1, 1976, p365.

[BU]

D.G. Brooks, V.L. Bullough, «Factor in the design of reduction cell anodes», TMS, 1984, p961.

[BV]

P.J. Rheday, L. Castonguay, «Effects of carbaceous rodding mix formation on steel-carbon contact resistance», TMS, 1985, p.1089

[BW]

F. Bérard, F. Philibert, «Métallurgie générale», Masson, 1969, p385.

[BX]

Le groupe français d'étude des carbones, « Les carbones », Tome 2, Masson et Cie, 1965.

[BY]

J-M. Dorlot, J-P Baillon, J. Masounave, «Des matériaux», 2^{ième} édition, Édition de l'école Polytechnique de Montréal, 1986.

[BZ]

W.F.Charles, «Gray and Ductile iron casting handbook», Editions Cleveland Ohio, 1971, 679 p.

[CA]

F.Barralis, G.Maider, «Précis de Métallurgie», AFNOR, p58.

[CB]

Centre d'information des fontes moulées, « Manuel des fontes moulées », Éditions Technique des industries de la fonte, 1963, 705 p.

ANNEXE A1: THÉORIE DES FRACTALS

La théorie de cette annexe, (A1), a été tirée de “Fractal network model for contact conductance » de Majumdar et Tien [AV], de “Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces” de Majumdar et Bhushan [AW,], de “Fractal characterization and simulation of rough surfaces” de Majumdar et Tien [AX], de “Electrical resistance of random rough contacting surfaces using fractal surface modeling” de Singer et Kshonze [BD], et de “The fractal geometry of nature” de Mandelbrot [BJ]

La géométrie euclidienne, celle qui nous est familière, décrit les objets tels que des points, des courbes, des surfaces et des cubes en utilisant des dimensions 0, 1, 2, 3 respectivement. Il est ainsi possible d’effectuer des mesures comme une longueur d’une ligne, une aire d’une surface ou un volume d’un cube. Ces mesures sont indépendantes de l’échelle utilisée; une longueur demeure inchangée qu’elle soit mesurée en millimètre ou en mètre par exemple.

Il existe cependant des objets dans la nature apparaissant comme irréguliers et désordonnés, pour lesquels il est difficile d’effectuer des mesures. En effet, Mandelbrot [BJ], en 1967, a montré que la mesure de la longueur d’une ligne côtière augmente lorsque la grandeur de l’étalon de mesure ε diminue, comme à la figure A1.1. Cette longueur est donnée par $L \propto \varepsilon^{1-D}$, où D est appelé la dimension de l’objet. La raison de la non-convergence des mesures de tels objets irréguliers s’explique par la définition même de la dimension.

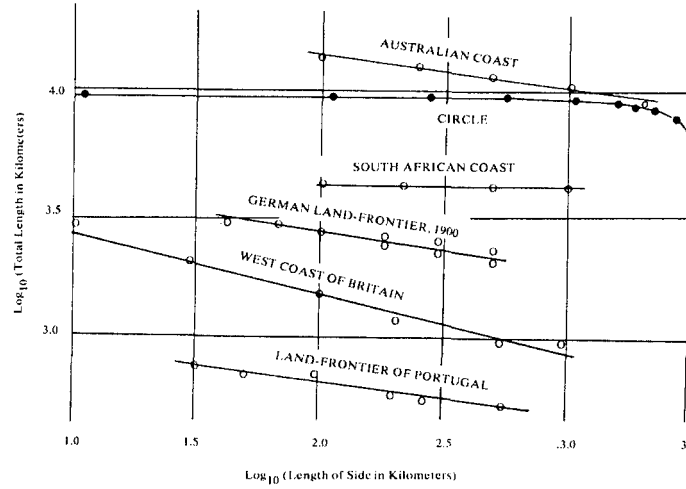


Figure A1. 1 : Variation de longueur de côte en fonction de la grandeur de mesure. Tirée de « The fractal geometry of nature » de Mandelbrot [BJ].

Il existe plusieurs définitions de la dimension [BJ], mais celle qui nous intéresse est la dimension de Hausdorff.

La dimension de Hausdorff :

La longueur d'une ligne est mesurée en la « découpant » en petites unités de longueur ε et en les additionnant [AV] :

$$L = \sum \varepsilon^1. \quad (\text{A1.1})$$

Similairement, une aire est mesurée en la « découpant » en petites unités $\varepsilon \cdot \varepsilon$ [AV]:

$$A = \sum \varepsilon^2. \quad (\text{A1.2})$$

Les exposants 1 et 2 des expressions (A1.1) et (A1.2) correspondent à la dimension de l'objet. Même à la limite, lorsque $\varepsilon \rightarrow 0$, ces mesures demeurent finies et non nulles. En général, si cet objet est découpé en N morceaux égales [AV],

$$M = N \cdot \varepsilon^D, \quad (\text{A1.3})$$

où M est la mesure et D est la dimension de l'objet. L'expression (A1.3) signifie que N est proportionnel à $1/\varepsilon^D$.

Par ailleurs, conformément à (A1.1), la longueur d'un objet de dimension D est $L = N \cdot \varepsilon^1$. C'est à dire que la longueur d'une ligne est $L \propto \varepsilon^{1-D}$; elle n'est réellement indépendante de ε que lorsque $D = 1$, soit un nombre entier.

La dimension de la ligne de côte de Mandelbrot, de longueur dépendante de ε , serait alors fractionnaire.

Self similarité :

La dimension D d'un objet, contrairement à sa mesure, possède l'avantage d'être toujours constante, quelque soit ε . En effet : soit un objet euclidien unidimensionnel, tel qu'à la figure A1.2, découpé en N morceaux égaux. Chaque segment de ligne, de grandeur $1/m$, est similaire à l'objet entier et a besoin d'un agrandissement m pour être une réplique de l'objet entier. Le nombre d'unités N est proportionnel à m .

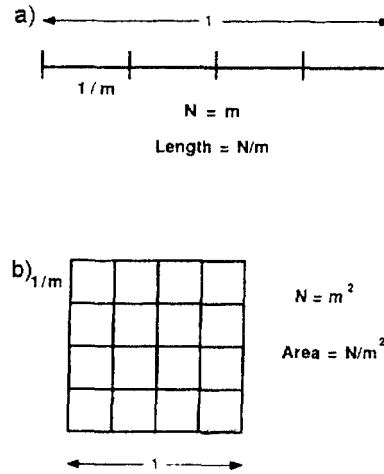


Figure A1. 2 : Self-similarité basé sur des objets euclidiens. Tirée de « Fractal network model for contact conductance » de Majumdar et Tien, [AV]

De la même façon, le nombre de petits carrés N dans le carré entier de la figure A1.2b est proportionnel à m^2 . En général, pour un objet de dimension D , le nombre d'unités N est [AV]:

$$N \propto m^D. \quad (\text{A1. 4})$$

Réarrangeant (A1.4), la dimension d'un objet peut être déterminée par [AV]

$$D = \frac{\log N}{\log m}, \quad (\text{A1. 5})$$

où N est le nombre d'unités, et m est l'agrandissement. Mathématiquement, cette équation est valide pour tout D , entier ou non. Pour avoir une idée à quoi ressemblerait un objet de dimension fractionnaire, considérons la courbe à la figure A1.3, appelée la courbe de Koch. Sa construction nécessite le coupage d'une ligne droite en trois parts égales et le remplacement de la partie du milieu par deux segments d'égales longueurs.

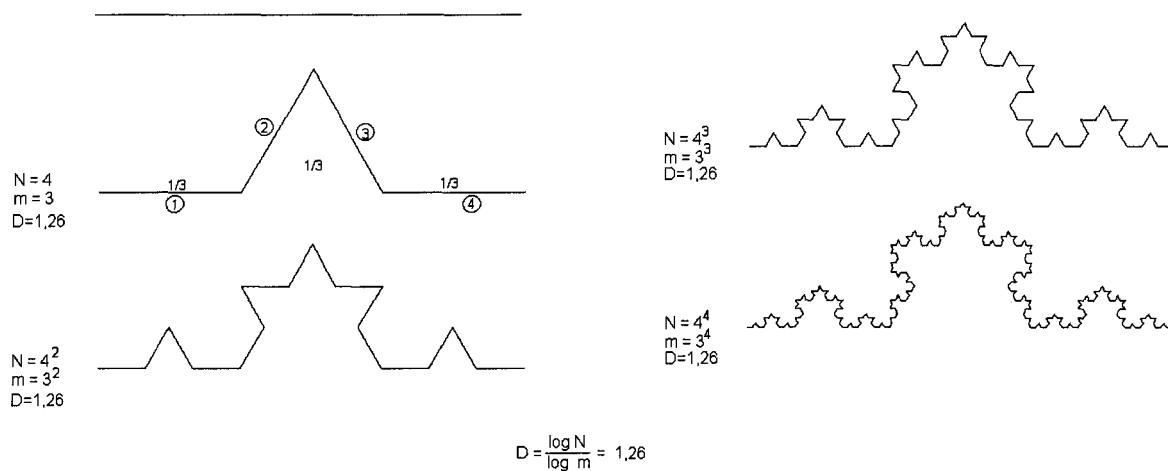


Figure A1.3 : Courbe de Koch

Si cette procédure est effectuée à l'infini sur chaque segment de droite, la courbe de Koch est obtenue. Une telle courbe possède les propriétés d'être continue en tout point mais non différentiable. Effectivement, de plus en plus de détails apparaissant, il est impossible d'y tracer une tangente. De plus, cette courbe est dite self-similaire car une petite portion est une réplique exacte de la courbe entière.

Enfin, la dimension de la courbe demeure constante et ce, à toutes les échelles d'observation. C'est une propriété importante des courbes de dimension fractionnaire, dites fractales.

Self affinité et fonction de Weierstrass-Mandelbrot:

Le concept de self similarité est basé sur un agrandissement égal dans toutes les directions, comme à la figure A1.3. Il se peut cependant qu'il y ait des objets pour lesquels ce n'est pas le cas. Une particule dans un mouvement Brownien, ou encore les rugosités des surfaces par exemple. Ici, l'agrandissement dans l'axe de hauteur des aspérités n'est pas la

même que dans l'axe x du plan : elle est gouvernée par [AW] $z(\gamma \cdot x) = \gamma^{(2-D)} \cdot z(x)$, où γ est une constante d'agrandissement arbitraire supérieure à l'unité.

Majumdar et Tien [AX] ont montré que les rugosités des surfaces peuvent être simulées par l'équation de Weierstrass-Mandelbrot, qui s'exprime par

$$z(x) = G^{D-1} \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{\cos(2\pi \cdot \gamma^n \cdot x)}{\gamma^{(2-D)n}}, \quad 1 < D < 2, \quad \gamma > 1. \quad (\text{A1. 6})$$

Cette équation self-affine consiste en une superposition de fréquences de γ^{n_1} jusqu'à l'infini dans une progression géométrique. Le paramètre γ est fixé arbitrairement à 1,5 et n_1 correspond à la fréquence basse de coupure, telle que [AW] $\gamma^{n_1} = 1/L$, où L est la longueur d'évaluation. G est une paramètre d'amplification.

Les deux paramètres G et D , sont indépendants de la grandeur de l'unité de mesure.

Puissance spectrale :

Par ailleurs, Mandelbrot [BJ] a démontré que la dimension des courbes fractales self-affines ne s'obtient pas avec l'équation (A1.5), valide que pour les fractals self-similaires. La puissance spectrale des courbes (qui donnent les amplitudes des rugosités à toutes les fréquences) est alors requise. Elle est très importante car les paramètres statistiques y découlent [AV].

Pour la fonction de Weierstrass-Mandelbrot, la puissance spectrale est donnée par [AV]

$$S(\omega) = \frac{G^{2 \cdot (D-1)}}{2 \cdot \ln(\gamma) \cdot \omega^{(5-2 \cdot D)}}, \quad (\text{A1. 7})$$

où ω est la fréquence. Il est alors possible de déduire:

- L'écart type des hauteurs des aspérités :

$$\sigma \equiv \sqrt{m_0} = \frac{G^{2 \cdot (D-1)}}{2 \cdot \ln \gamma} \frac{1}{(4 - 2 \cdot D)} \left(\frac{1}{\omega_l^{4-2 \cdot D}} - \frac{1}{\omega_h^{4-2 \cdot D}} \right); \quad (\text{A1. 8})$$

- La pente moyenne des aspérités : $m_2 = \frac{G^{2 \cdot (D-1)}}{2 \cdot \ln \gamma} \frac{1}{(2 \cdot D - 2)} \left(\omega_h^{(2 \cdot D - 2)} - \omega_l^{(2 \cdot D - 2)} \right)$ (A1. 9)

- La courbure moyenne des aspérités : $m_4 = \frac{G^{2 \cdot (D-1)}}{2 \cdot \ln \gamma} \frac{1}{2 \cdot D} \left(\omega_h^{2 \cdot D} - \omega_l^{2 \cdot D} \right)$ (A1. 10)

où ω_l est la plus basse fréquence, i.e. la longueur de l'échantillon, et où ω_h est la plus haute fréquence, relative à la sensibilité de l'appareil de mesure.

À partir d'une mesure de profilomètre, si la longueur de l'échantillon et la sensibilité de l'appareil sont connues, alors le gain G et la dimension fractale D du profil de surface peuvent être déterminés.

ANNEXE A2 : FONCTION DE CONTRAINTE D'AIRY

La théorie dans cette annexe a été tirée de « Theory of elasticity » de Timoshenko [BP], « Mécanique du continu » de J.Salençon [BO], « Élasticité linéaire » de D. Dartus [BM] et de « Engineering tribology » de J.A. William [AE]

La solution de problèmes mécaniques doit satisfaire les quinze équations fondamentales de linéarité élastique que sont les trois équations d'équilibre, les six équations de compatibilité géométrique et les six équations de Hooke. Lorsque cela est possible, la simplification de ces 15 équations fondamentales est préférable. Heureusement, des cas particuliers d'état de déformation ou de contrainte peuvent survenir.

Tableau A2. 1 : Équations fondamentales de linéarité élastiques

<p>Équations d'équilibre</p> $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + F_x = 0 \quad \tau_{xy} = \tau_{yx}$ $\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y = 0 \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$ $\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z = 0 \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}$	<p>Équations de compatibilité géométrique</p> $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$ $\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}$ $\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$
<p>Équations de Hooke</p> $\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \cdot (\sigma_y + \sigma_z)] \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$ $\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu \cdot (\sigma_z + \sigma_x)] \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$ $\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)] \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$	<p>Équation de compatibilités géométriques Inversées</p> $\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad 2 \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right)$ $\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \quad 2 \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right)$ $\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x} \quad 2 \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right)$

Un champ de déformation pour lequel une déformation dans une direction donnée est nulle est appelé « état plan de déformation ». Par exemple, $\varepsilon_z = 0$ dans

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & 0 \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Les équations de Hooke deviennent alors:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \cdot [\sigma_x \cdot (1-\nu) - \nu \cdot \sigma_y], & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}, \\ \varepsilon_y &= \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \cdot [\sigma_y \cdot (1-\nu) - \nu \cdot \sigma_x], & \gamma_{yz} &= 0, \\ \varepsilon_z &= 0, & \gamma_{zx} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A2. 1})$$

Le tenseur des contraintes, quant à lui, est

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \quad \text{où } \sigma_z = \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y) \quad (\text{A2. 2})$$

Les équations de compatibilité se réduisent elles aussi; il n'en reste qu'une seule en déformation plane :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = 0. \quad (\text{A2. 3})$$

La combinaison de (A2.3) et (A2.1) donne :

$$\left(\frac{1+\nu}{E} \right) \cdot \frac{\partial^2 (\sigma_y \cdot (1-\nu) - \nu \cdot (\sigma_x))}{\partial x^2} + \left(\frac{1+\nu}{E} \right) \cdot \frac{\partial^2 (\sigma_x \cdot (1-\nu) - \nu \cdot \sigma_y)}{\partial y^2} = \frac{1}{G} \cdot \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y}. \quad (\text{A2. 4})$$

Puisque $G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)}$, (A2.4) se simplifie par étapes :

$$(1-\nu) \cdot \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} - \nu \cdot \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + (1-\nu) \cdot \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} - \nu \cdot \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} = 2 \cdot \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y}, \quad (\text{A2. 5})$$

$$\frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} = 2 \cdot \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y}. \quad (\text{A2. 6})$$

Reconnaissant dans (A2.6) le Laplacien de la trace de $\overline{\sigma_{2 \times 2}}$, cette dernière devient:

$$-\nu \cdot \nabla^2 \left(\text{Tr } \overline{\sigma_{2 \times 2}} \right) + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} = 2 \cdot \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y}. \quad (\text{A2. 7})$$

D'autre part, les équations d'équilibre peuvent s'exprimer par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x &= 0 & \rightarrow & \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial y \partial x} = -\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} - \frac{\partial F_x}{\partial x}, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + F_y &= 0 & \rightarrow & \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} - \frac{\partial F_y}{\partial y}, \end{aligned} \quad (\text{A2. 8})$$

En égalité avec (A2.7), les équations (A2.8) deviennent, par étapes :

$$\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} - \nu \cdot \nabla^2 \left(\text{Tr } \overline{\sigma_{2 \times 2}} \right) = -\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} - \frac{\partial F_x}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_y}{\partial y^2} - \frac{\partial F_y}{\partial y}, \quad (\text{A2. 9})$$

$$\underbrace{\frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2}}_{\nabla^2 \left(\overline{\text{Tr } \sigma_{2 \times 2}} \right)} - \nu \cdot \nabla^2 \left(\text{Tr } \overline{\sigma_{2 \times 2}} \right) + \text{div } \vec{F} = 0, \quad (\text{A2. 10})$$

$$(1 - \nu) \cdot \nabla^2 \left(\text{Tr } \overline{\sigma_{2 \times 2}} \right) + \text{div } \vec{F} = 0. \quad (\text{A2. 11})$$

La dernière équation, (A2.11), est connue comme l'équation de Beltrami en déformation plane.

Par ailleurs, si les forces massiques (gravité, forces centrifuges etc.) dérivent d'un potentiel ψ , tel que $\vec{F} = -grad \psi$, et si une fonction scalaire ϕ (appelée fonction de contrainte d'Airy) est introduite de manière à ce que

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \psi, \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \psi, \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y},\end{aligned}\tag{A2. 12}$$

alors, $Tr \bar{\sigma}_{2 \times 2} = \nabla^2 \phi + 2\psi$. L'équation de Beltrami en déformation plane (A2.11) s'écrit à l'aide de ϕ :

$$\nabla^2 \left(\nabla^2 \phi + 2\psi \right) - \frac{1}{1-\nu} \nabla^2 \psi = 0.\tag{A2. 13}$$

Un cas particulier, où les forces de masses sont nulles (ou constantes), simplifie la dernière équation :

$$\nabla^2 (\nabla^2 \phi) = 0.\tag{A2. 14}$$

Ceci signifie que la fonction d'Airy doit être biharmonique. En coordonnées cylindriques, les contraintes d'Airy, exprimées par

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \psi, \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \psi, \\ \tau_{r\theta} &= -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right),\end{aligned}\tag{A2. 15}$$

doivent également être biharmoniques, i.e.:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right) \cdot \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}\right) = 0. \quad (\text{A2. 16})$$

ANNEXE A3 : GÉOMÉTRIE DE DEUX SPHÈRES EN CONTACT

La théorie dans cette annexe a été tirée de « Theory of elasticity » de Timoshenko [BP], de Mécanique du continu » de J.Salençon [BO], de « Élasticité linéaire » de D. Dartus [BM] et de « Engineering tribology » de J.A. William [AE].

Soit une sphère de rayon R reposant sur un plan rigide, telle que schématisée à la figure A3.1.

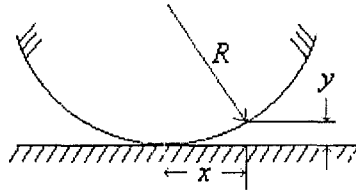


Figure A3. 1 : Géométrie d'une sphère sur un plan.

Le théorème de Pythagore permet de déterminer la hauteur y en fonction de x :

$$y = R - R\sqrt{1 - \frac{x^2}{R^2}}. \quad (\text{A3. 1})$$

Pour de très petites valeurs de x ($x \ll R$), le théorème du binôme permet d'approximer la dernière équation par:

$$y \approx \frac{x^2}{2 \cdot R} = \frac{r^2}{2 \cdot R}, \quad (\text{A3. 2})$$

où $r^2 = x^2 + z^2$.

Soit maintenant une force normale par unité de longueur (W/L), appliquée sur une sphère déformable, comme à la figure A3.2.

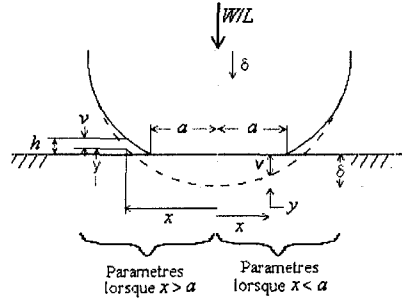


Figure A3. 2 : Sphère déformée sur un plan rigide.

Une relation de déformation peut en être tirée :

$$v = \delta - y = \delta - \frac{r^2}{2 \cdot R}. \quad (\text{A3. 3})$$

Si le plan est remplacé par une seconde sphère déformable, alors la déformation totale est la somme de v_1 et v_2 , les indices 1 et 2 se référant aux sphères 1 et 2 respectivement :

$$v_1 + v_2 = \delta_1 + \delta_2 - \frac{r^2}{2 \cdot R_1} - \frac{r^2}{2 \cdot R_2}, \quad -a < r < a. \quad (\text{A3. 4})$$

La dernière équation peut être reformulée de façon plus élégante en introduisant une nouvelle variable, R^* , appelée rayon de courbure relatif (ou réduit), donné par

$$R^* = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \quad (\text{A3. 5})$$

où R_1 et R_2 sont les rayons des sphères 1 et 2 respectivement. L'équation (A3.5) devient :

$$v_1 + v_2 = \delta_1 + \delta_2 - \frac{r^2}{2 \cdot R^*}, -a < r < a. \quad (\text{A3. 6})$$

Le déplacement des surfaces des sphères peut donc être déterminé.

ANNEXE A4 : THÉORIE DE HERTZ

La théorie dans cette annexe à été prise de « Theory of elasticity » de Timoshenko [BP], « Mécanique du continu » de J.Salençon [BO], « Élasticité linéaire » de D. Dartus [BM] et de « Engineering tribology » de J.A. William [AE]

Soit un solide semi infini, déformé de manière élastique sous un chargement W/L concentré sur une ligne, tel qu'à la figure A4.1

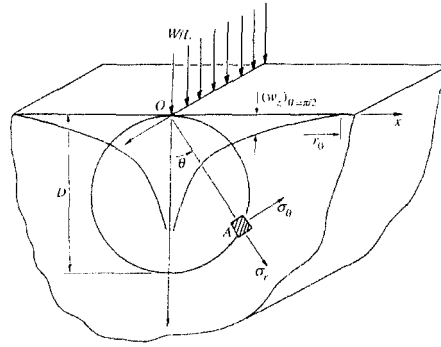


Figure A4. 1 : Solide semi infini soumis à un chargement concentré sur une ligne. Tirée de « Engineering Tribology » de J.A. William [AE].

À ce problème en déformation plane où les forces de masses sont nulles, la fonction de contrainte d'Airy (voir annexe A2) suivante est trouvée :

$$\phi(r, \theta) = \frac{-W}{L \cdot \pi} \cdot r \cdot \theta \cdot \sin \theta. \quad (\text{A4. 1})$$

À l'aide des équations (A2.13), les contraintes découlant de cette fonction sont déterminées :

$$\sigma_r = -\frac{2 \cdot W}{L \cdot \pi \cdot r} \cdot \cos \theta, \quad \sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0. \quad (\text{A4. 2})$$

Celle dans la direction x , σ_x , peut s'exprimer par étapes, en utilisant (A4.2) et les équations de changements d'axes de contraintes:

$$\sigma_x = \frac{\sigma_r}{2} + \frac{\sigma_r}{2} \cdot \cos(2 \cdot \theta) + 0, \quad (\text{A4. 3})$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma_r}{2} (1 - \cos(2 \cdot \theta)) = \sigma_r \cdot \sin^2(\theta), \quad (\text{A4. 4})$$

$$\sigma_x = -\frac{2 \cdot W}{L \cdot \pi \cdot \sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)^2 = -\frac{2 \cdot W}{L \cdot \pi} \cdot \frac{x^2 \cdot y}{(x^2 + y^2)^2}. \quad (\text{A4. 5})$$

De la même façon, σ_y et τ_{xy} sont trouvées :

$$\sigma_y = \sigma_r \cdot \cos^2 \theta = -\frac{2 \cdot W}{L \cdot \pi} \cdot \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2}, \quad (\text{A4. 6})$$

$$\tau_{xy} = \sigma_r \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta = -\frac{2 \cdot W}{L \cdot \pi} \cdot \frac{x \cdot y^2}{(x^2 + y^2)^2}. \quad (\text{A4. 7})$$

Les déplacements ($u, v, w = 0$) à la surface du solide semi infini sont trouvés, en utilisant les lois de Hooke en coordonnées cylindriques :

$$u = w_r \Big|_{\theta=\pm 90^\circ} = -\frac{(1 - 2 \cdot \nu)(1 + \nu) \cdot W}{2 \cdot L \cdot E}, \quad (\text{A4. 8})$$

$$v = w_\theta \Big|_{\theta=90^\circ} = -u_\theta \Big|_{\theta=-90^\circ} = -\frac{(1 - \nu^2) \cdot 2 \cdot W}{L \cdot \pi \cdot E} \cdot \ln\left(\frac{r_0}{r}\right), \quad (\text{A4. 9})$$

où w_r et w_θ sont les déplacements radial et angulaire respectivement. La constante r_0 est la référence arbitraire à laquelle le déplacement vertical est mesuré, comme illustré à la figure A4.1.

Si la charge (concentrée sur une ligne) agit à une distance s de l'origine, telle qu'à la figure A4.2, la correction à effectuer aux équations (A4.5) à (A4.7) est de remplacer x par $x - s$.

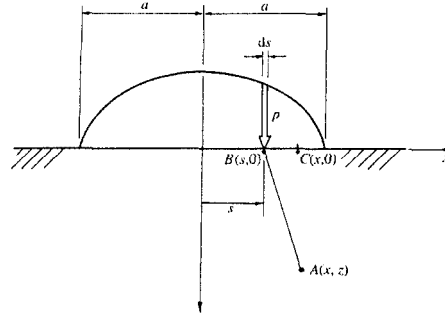


Figure A4. 2 : Charge P agissant à une distance s de l'origine : Tirée de « Engineering tribology », de J.A. William [AE]

Si maintenant, au lieu d'une simple force, une distribution de charge $p(s)$ est appliquée sur le solide, alors il faut corriger W/L par $p(s) \cdot ds$. Les contraintes (A4.5) à (A4.7) deviennent alors:

$$\sigma_x = -\frac{2 \cdot y}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(s) \cdot (x-s)^2}{((x-s)^2 + y^2)^2} ds, \quad (\text{A4. 10})$$

$$\sigma_y = -\frac{2 \cdot y^3}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(s)}{((x-s)^2 + y^2)^2} ds, \quad (\text{A4. 11})$$

$$\tau_{xy} = -\frac{2 \cdot y^2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(s) \cdot (x-s)}{\left((x-s)^2 + y^2\right)^2} ds. \quad (\text{A4. 12})$$

Les déplacements à la surface du solide peuvent être évalués de la même façon. Le déplacement horizontal, dû à des considérations géométriques, doit par contre subir un autre changement. En effet, $\int_{-\infty}^{\infty} p(s) \cdot ds$ devrait être remplacé par $\left[\int_x^{-\infty} -p(s) \cdot ds + \int_{\infty}^x p(s) \cdot ds \right]$ étant donné la quantité de déplacement dans une direction par rapport à l'autre, relativement au point x . Les équations (A4.8) et (A4.9) s'expriment alors par

$$u = -\frac{(1-2 \cdot \nu) \cdot (1+\nu)}{2 \cdot E} \left[\int_{-\infty}^x p(s) \cdot ds - \int_x^{\infty} p(s) \cdot ds \right], \quad (\text{A4. 13})$$

$$\nu = \frac{2 \cdot (1-\nu^2)}{\pi \cdot E} \int_{-\infty}^{+\infty} p(s) \cdot \ln \left(\frac{r_0}{|x-s|} \right) \cdot ds. \quad (\text{A4. 14})$$

Par ailleurs, la distribution de pression d'une sphère déformable sur un plan rigide étant semi-ellipsoïdal, comme à la figure A4.3,

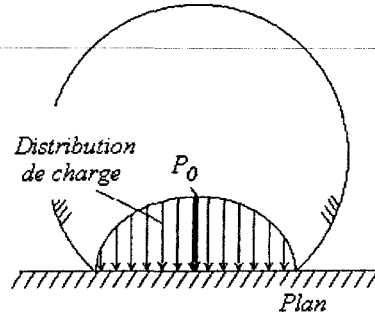


Figure A4. 3 : Distribution de pression semi ellipsoïdale due à une sphère .

celle-ci s'exprime mathématiquement par

$$p(r) = p_0 \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}}, \quad (\text{A4. 15})$$

déduite de l'équation caractéristique d'un ellipsoïde $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, où b a été remplacé par la valeur crête de la charge, p_0 . Les paramètres $a = c$ sont équivalents au rayon de la zone de contact entre la sphère et le plan, et $r^2 = x^2 + z^2$.

La charge totale sur le contact est donnée par

$$W = \int_0^a 2 \cdot \pi \cdot r \cdot P(r) \cdot dr = \frac{2}{3} \cdot p_0 \cdot \pi \cdot a^2. \quad (\text{A4. 16})$$

La pression moyenne p_m est

$$p_m = \frac{W}{\pi \cdot a^2} = \frac{2}{3} \cdot p_0. \quad (\text{A4. 17})$$

La déformation de la surface peut être déterminée en substituant la distribution de pression semie ellipsoïdale dans l'équation (A4.14), et en effectuant l'intégrale :

$$v = \frac{1-\nu^2}{E} \cdot \frac{\pi \cdot p_0}{4 \cdot a} \cdot (2 \cdot a^2 - r^2) \quad (\text{A4. 18})$$

Par ailleurs, il est connu que la déformation de deux sphères en contact est $v_1 + v_2 = \delta_1 + \delta_2 - \frac{r^2}{2 \cdot R^*}$ (voir annexe A3, équation (A3.6)). Il est possible maintenant de relier la déformation du plan à celle des sphères. Considérant un plan comme une sphère de très grand rayon, la déformation de deux surfaces en contact doit être identique à celle de deux sphères. C'est à dire $(v_1 + v_2)_{cylindres} = (v_1 + v_2)_{surfaces}$, où $(v_1 + v_2)_{surfaces}$ est le déplacement total des surfaces 1 et 2.

Afin d'alléger le texte, une nouvelle constante est introduite, appelée module de contact E^* , et donnée à partir de

$$E^* = \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1}, \quad (\text{A4. 19})$$

où les indices 1 et 2 correspondent aux surfaces 1 et 2 respectivement. En égalisant le déplacement de ces deux surfaces à (A3.6), il est possible d'obtenir des paramètres du contact :

$$\text{Pour } r = 0: \quad \delta_1 + \delta_2 = \frac{\pi \cdot p_0 \cdot a}{2 \cdot E^*}, \quad (\text{A4. 20})$$

$$\text{Pour } r = a: \quad \delta_1 + \delta_2 - \frac{a^2}{2 \cdot R^*} = \frac{\pi \cdot p_0 \cdot a}{4 \cdot E^*}. \quad (\text{A4. 21})$$

En combinant (A4.20) et (A4.21), le rayon du contact est

$$a = \frac{\pi \cdot p_0 \cdot R^*}{2 \cdot E^*}. \quad (\text{A4. 22})$$

Et puisque $p_0 = 3 \cdot W / (2 \cdot \pi \cdot a^2)$, (équation (A4.17)), le rayon du contact devient connu :

$$a^3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{W \cdot R^*}{E^*}. \quad (\text{A4. 23})$$

Reprenant (A4.18), la distance d'approche des deux sphères est

$$\Delta = v_1 + v_2 = \frac{a \cdot \pi \cdot p_0}{2 \cdot E^*}. \quad (\text{A4. 24})$$

Les contraintes le long de l'axe y peuvent également être déterminées à l'aide de (A4.10) à (A4.12) :

$$\sigma_r = \sigma_\theta = -(1 + \nu) \cdot p_0 \cdot \left(1 - \frac{y}{a} \tan^{-1} \frac{a}{y} \right) + \frac{1}{2} \cdot p_0 \cdot \left(1 + \frac{y^2}{a^2} \right)^{-1} \quad (\text{A4. 25})$$

$$\sigma_y = -p_0 \cdot \left(1 + \frac{y^2}{a^2} \right)^{-1} \quad (\text{A4. 26})$$

Selon le critère de TRESCA, le cisaillement maximal arrive à $\tau_{\max} = \frac{1}{2} |\sigma_z - \sigma_\theta|$; ce qui permet d'évaluer le maximum de cette contrainte maximale à $(\tau_{\max})_{\max} = 0,31 \cdot p_0$, pour $\nu = 0,3$, et $y = 0,48 \cdot a$. Les équations (A4.25), (A4.26) et τ_{\max} sont montrées à la figure A4.4.

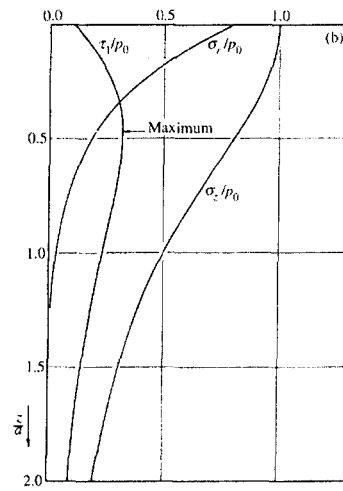


Figure A4. 4 : Contraintes dues à une sphère de long de l'axe y , $r = 0$. Dans cette figure, la notation z remplace y . Tirée de « Engineering tribology » de J.A. William [AE]

ANNEXE A5 : RÉSISTANCES DE CONSTRICTION

La théorie dans cette annexe a été prise dans « Conduction of heat in solids », de Carslaw et Jeager [AO].

Soit un solide semi infini soumis à une source de chaleur circulaire à sa surface. L'équation de conduction de chaleur en coordonnées cylindriques, en régime permanent ($\partial T / \partial t = 0$), sans génération de chaleur ($\dot{q} = 0$) et constante angulairement ($\partial T / \partial \varphi = 0$) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0, \quad (\text{A5.1})$$

et a comme solution générale

$$T = A \cdot e^{-\lambda|z|} \cdot J_0(\lambda \cdot r), \quad (\text{A5.2})$$

où A et λ sont des constantes arbitraires. Une fonction $f(\lambda \cdot r)$ est introduite, telle que $\int_0^\infty A \cdot e^{-\lambda|z|} \cdot J_0(\lambda \cdot r) \cdot f(\lambda) d\lambda$ satisfasse une condition frontière. Ceci sera fait en considérant

des résultats connus contenant des fonctions de Bessel comme :

$$\int_0^\infty J_0(\lambda \cdot r) \sin(\lambda \cdot a) \frac{d\lambda}{\lambda} = \begin{cases} \sin^{-1}\left(\frac{a}{r}\right), & r > a \\ \frac{1}{2}\pi, & r \leq a \end{cases} \quad (\text{A5.3})$$

$$\int_0^\infty J_0(\lambda \cdot r) \sin(\lambda \cdot a) \frac{d\lambda}{\lambda} = \begin{cases} \sin^{-1}\left(\frac{a}{r}\right), & r > a \\ \frac{1}{2}\pi, & r \leq a \end{cases} \quad (\text{A5.4})$$

Source circulaire, cas Dirichlet :

La condition frontière est qu'à $z = 0$ et $0 < r < a$, il faut avoir $T = T_{sur}$.

La supposition de $A \cdot f(\lambda \cdot r) = \frac{2 \cdot T_{sur}}{\pi} \frac{\sin(\lambda \cdot a)}{\lambda}$ satisfait la condition. Effectivement :

$$\begin{aligned} T(r \leq a, z = 0) &= \int_0^\infty e^{-\lambda|0|} J_0(\lambda \cdot r) \cdot \left(\frac{2 \cdot T_{sur}}{\pi} \frac{\sin(\lambda \cdot a)}{\lambda} \right) d\lambda \\ &= \frac{2 \cdot T_{sur}}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{2} \pi \right) = T_{sur}. \end{aligned} \quad (\text{A5.5})$$

La température vaut ainsi

$$T = \frac{2 \cdot T_{sur}}{\pi} \cdot \int_0^\infty J_0(\lambda \cdot r) \sin(\lambda \cdot a) \cdot e^{-\lambda|z|} \frac{d\lambda}{\lambda}. \quad (\text{A5.6})$$

La dérivée de T selon l'axe z , à $z = 0$, est

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{2 \cdot T_{sur}}{\pi} \cdot \int_0^\infty J_0(\lambda \cdot r) \sin(\lambda \cdot a) \cdot \frac{d\lambda}{\lambda}, \quad (\text{A5.7})$$

ce qui permet d'exprimer le flux de chaleur q sur le cercle chauffant $0 \leq r < a$:

$$q = \frac{-2 \cdot k \cdot T_{sur}}{\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left(\int_0^a r \cdot J_0(\lambda \cdot r) \cdot \frac{\sin(\lambda \cdot a)}{\lambda} dr \right) d\theta d\lambda. \quad (\text{A5.8})$$

Par la propriété mathématique $\int x \cdot J_0(x) dx = x \cdot J_1(x)$, l'équation (A5.7) peut s'exprimer par

$$q = 4 \cdot k \cdot T_{sur} \cdot a \cdot \underbrace{\int_0^\infty \sin(\lambda \cdot a) \cdot \frac{J_1(a \cdot \lambda)}{\lambda} d\lambda}_1, \quad (\text{A5.9})$$

ce qui permet d'obtenir le flux par la simple relation:

$$q = 4 \cdot k \cdot T_{sur} \cdot a \quad (\text{A5.10})$$

Source circulaire, cas Neumann :

La condition frontière est qu'à $z = 0$ et $0 < r < a$, il faut avoir $-2 \cdot k \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} = q''$.

Utilisant (A5.4), la température est déterminée par

$$T = \frac{q'' \cdot a}{k} \int_0^\infty e^{-\lambda |z|} \cdot J_0(\lambda \cdot r) \cdot J_1(\lambda \cdot a) \frac{d\lambda}{\lambda}. \quad (\text{A5.11})$$

La température moyenne sur le solide, à $0 < r < a$ peut être obtenue par :

$$T_{moy} = \frac{2 \cdot q'' \cdot a}{k} \int_0^\infty J_1^2(\lambda \cdot a) \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{8 \cdot q'' \cdot a}{3 \cdot \pi \cdot k} \quad (\text{A5.12})$$

Le flux de chaleur, sur le cercle étant $q = \pi \cdot a^2 \cdot q''$, donne

$$T_{moy} = \frac{8 \cdot q}{3 \cdot \pi \cdot k \cdot a} \quad (\text{A5.13})$$

Source sphérique, cas Dirichlet :

Soit une sphère solide sans génération de chaleur ($\dot{q} = 0$), en régime permanent $\partial T / \partial t = 0$ et dont le flux est purement radial. L'équation de conduction de la chaleur est

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0, \quad (\text{A5.14})$$

et possède la solution générale

$$T = \frac{A}{r} + B, \quad (\text{A5.15})$$

où A et B sont des constantes d'intégration.

La condition frontière est qu'à $r = a$, il faut avoir $T = T_{sur}$.

L'équation (A5.15), avec cette condition frontière, devient

$$T(r \rightarrow \infty) = 0 = \frac{A}{\infty} + B \rightarrow B = 0, \quad (\text{A5.16})$$

et

$$T(r = a) = T_{sur} = \frac{A}{a} \rightarrow A = a \cdot T_{sur}. \quad (\text{A5.17})$$

La solution particulière de (A5.15) est donc

$$T = \frac{a \cdot T_{sur}}{r}. \quad (\text{A5.18})$$

Le flux à $r = a$ est déterminé :

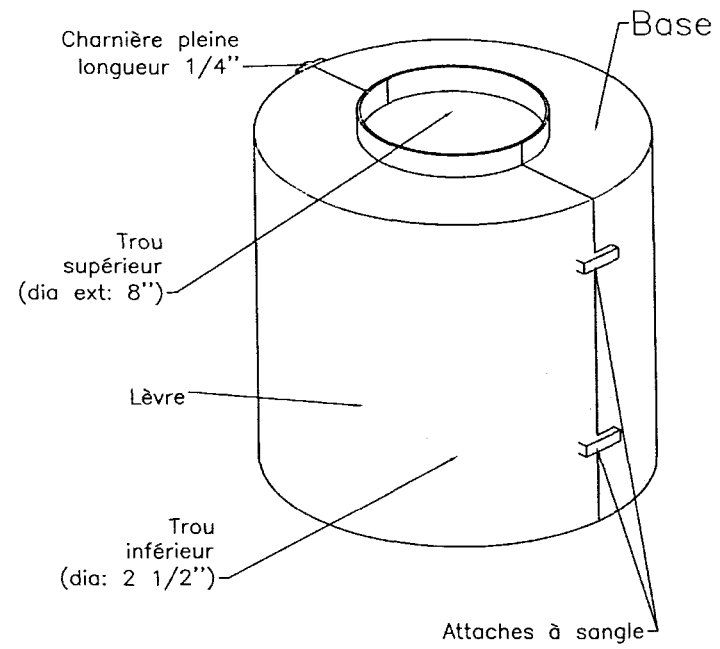
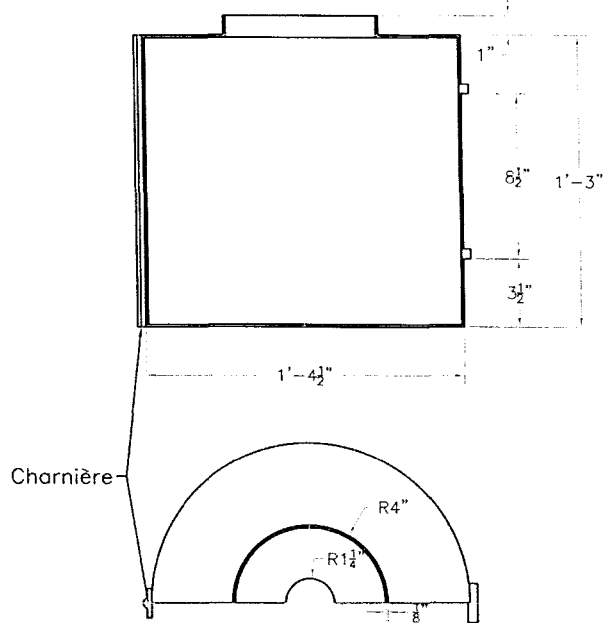
$$q = -k \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dT}{dr} \cdot r^2 \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi \Big|_{r=a} = 2 \cdot \pi \cdot k \cdot a \cdot T_{sur} \quad (\text{A5.19})$$

Résistance de diffusion :

La résistance thermique en coordonnées cartésiennes est $R = \frac{T - T_0}{q}$. Reprenant les équations (A5.10), (A5.13) et (A5.19), et assumant que $T_0 = 0$ il est possible de construire en partie le tableau 2.2.

ANNEXE B : PLAN DU MONTAGE

Base (fixe): - 8"



- Toutes les dimensions en pouces
- Mat'l : Acier inoxydable SS 304
- Les plaques utilisées ont une épaisseur de 1/8"
- Les deux parties du boîtier doivent se refermer de façon rapide et précise
- La charnière doit être pleine et d'un diamètre de 1/4 de pouce
- La charnière est boulonnée

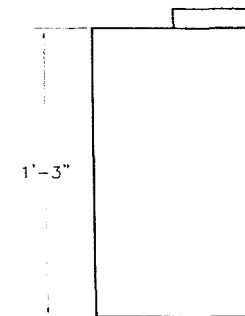
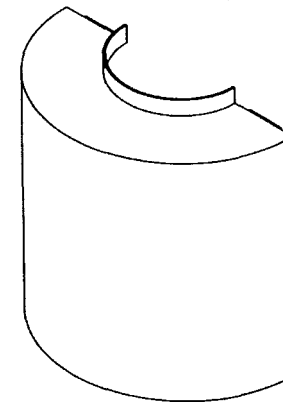
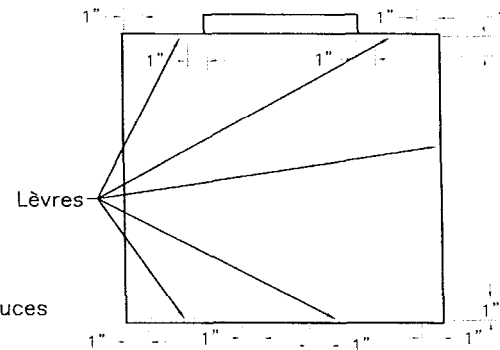
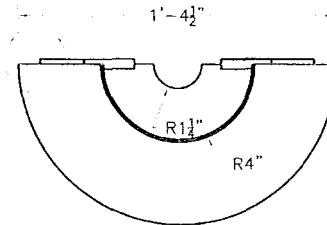
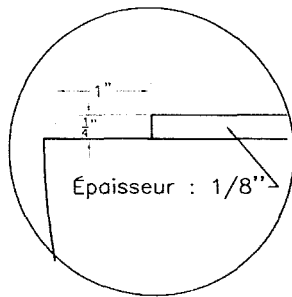
TOLERANCES GENERALES SI NON INDIQUEES
+/- 1/32"
+/- 0.5 deg

INGENIERIE	UQAC		START-CUVE
SCEAU	ACCEPTAT. ARRANG.	DATE	BOÎTIER CIRCULAIRE (1/2)
	Mathieu R.	18/04/2003	
	DESSINE	DATE	
	VERIFIE	DATE	
	PROJ., DNC, AUT.		
APPROBATION ADMINISTRATIVE	ECHELLE		

Mathieu Rouleau

D.A.O.

Couvercle (mobile):



-Toutes les dimensions en pouces

-Mat'l : Acier inoxydable SS 304

-Les plaques utilisées ont une épaisseur de 1/8"

-Les deux parties du boîtier doivent se refermer de façon rapide et précise

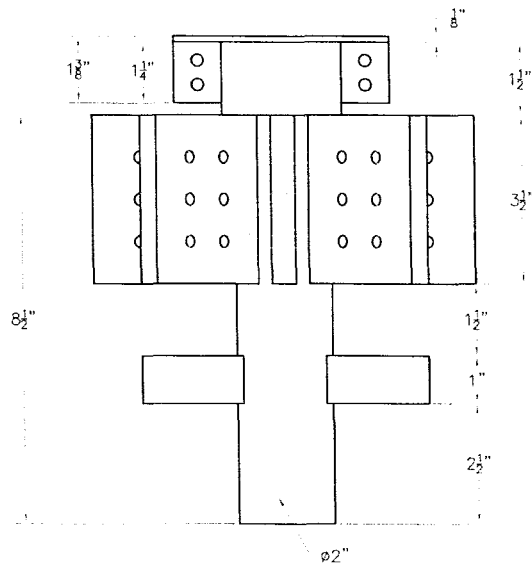
-La charnière doit être pleine et d'un diamètre de 1/4 de pouce

-La charnière est boulonnée

INGENIERIE		UQAC		START-CUVE	
SCEAU		ACCEPTAT. ARRANG.		DATE	
		Mathieu R.		18/04/2003	
		DESSINE		DATE	
		VERIFIE		DATE	
		PROJ., DNC, AUT.			
TOLERANCES GENERALES SI NON INDIQUEES		APPROBATION ADMINISTRATIVE		ECHELLE	
+/- 1/32"					
+/- 0.5 deg					
BOÎTIER CIRCULAIRE (2/2)					

Mathieu Rouleau

D.A.D.



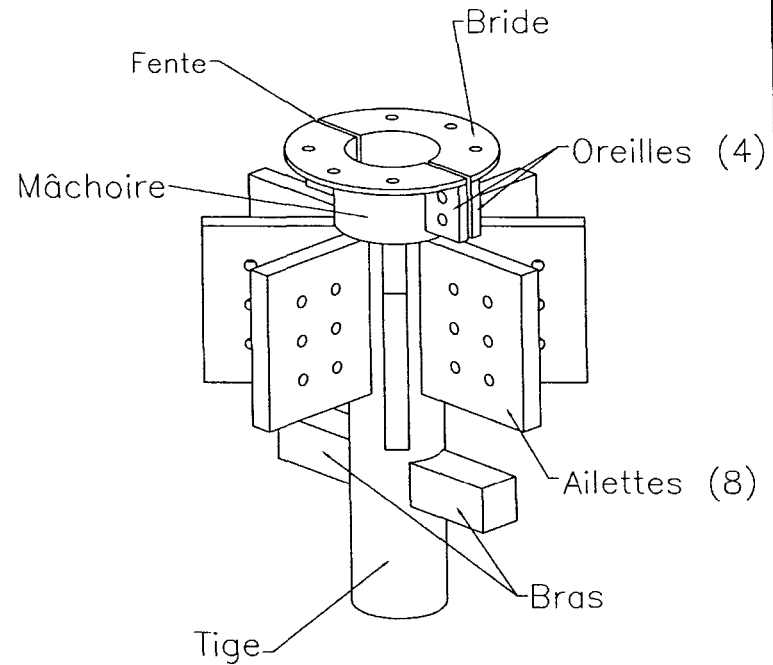
Vue de face

-Toutes les dimensions en pouces

-Mat'l : Acier inoxydable SS 304

-Les ailettes, la mâchoire et les bras sont soudés sur la tige

-La bride et les oreilles sont soudés sur la mâchoire

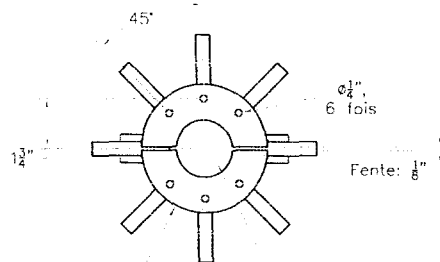


Vue isométrique

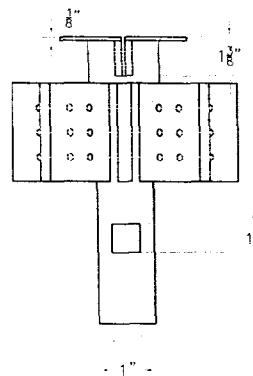
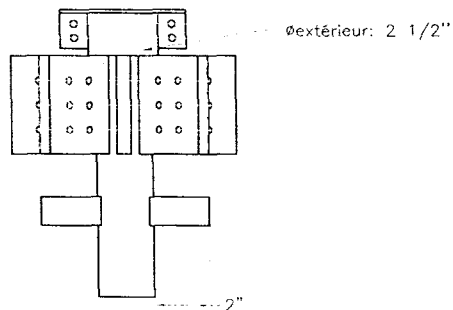
TOLEANCES GENERALES SI NON INDIQUEES
+/- 1/32"
+/- 0.5 deg

INGENIERIE	ACCEPTAT. ARRANG.	DATE
SCEAU	Mathieu R.	31/03/2003
	DESSINE	DATE
	VERIFIE	DATE
	PROJ., DNC, AUT.	
APPROBATION ADMINISTRATIVE		
	ECHELLE	

UQAC	START-CUVE
MATILDA ÉLECTRODE INFÉRIEURE (1/4)	



Ouverture
 $\phi 2'' \pm 0.005$
 prof.: $1 \frac{3}{8}''$



-Toutes les dimensions en pouces

-Mat'l : Acier inoxydable SS 304

-Les ailettes, la mâchoire et les bras sont soudés sur la tige

-La bride et les oreilles sont soudés sur la mâchoire

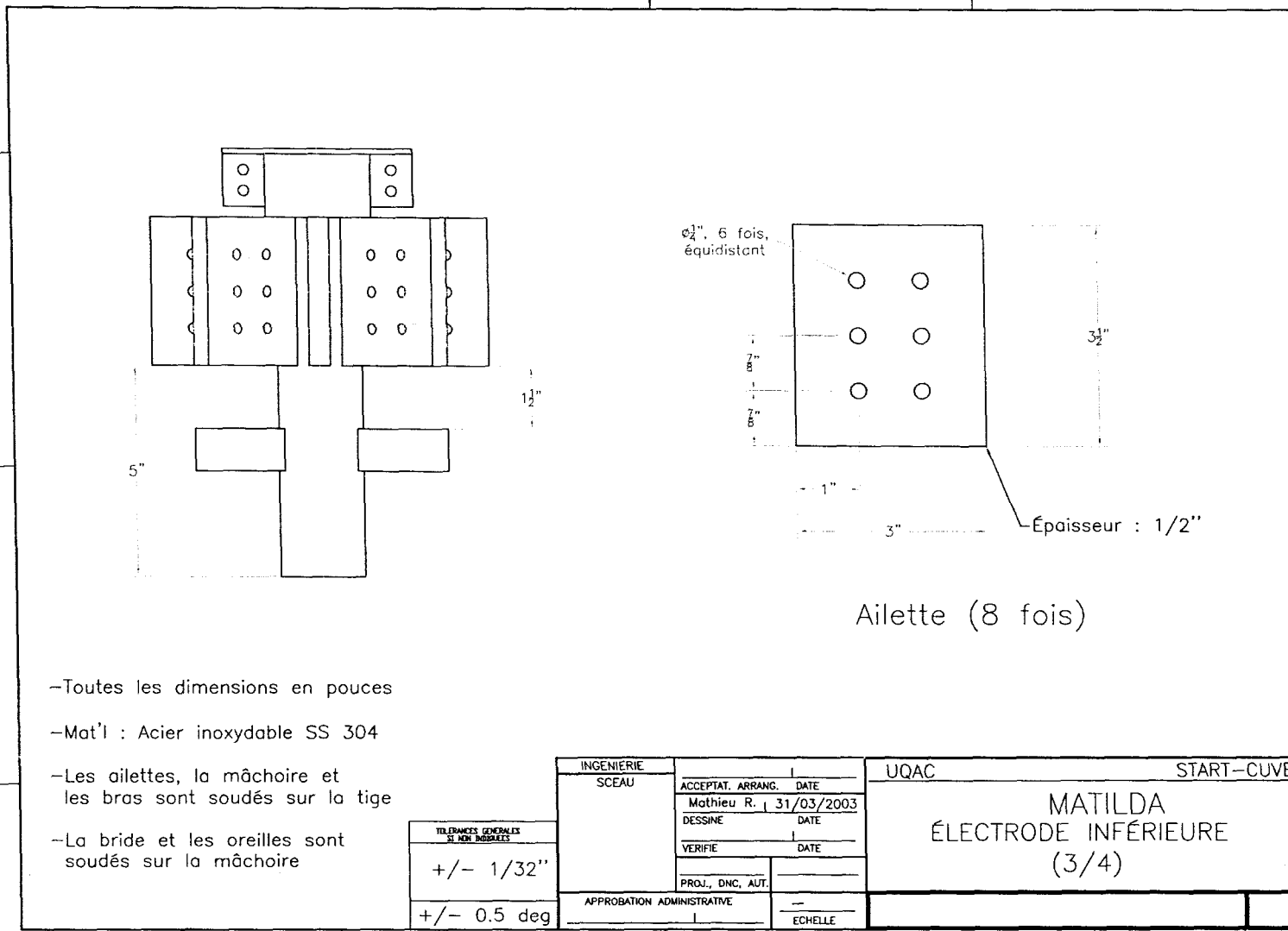
TOLERANCES GENERALES SI NON INDIQUEES
$\pm 1/32''$
$\pm 0.5 \text{ deg}$

INGENIERIE	1
SCEAU	ACCEPTAT. ARRANG. DATE
	Mathieu R. 31/03/2003
	DESSINE DATE
	VERIFIE DATE
	PROJ., DNC, AUT.
APPROBATION ADMINISTRATIVE	—
	ECHELLE

UQAC	START-CUVE
MATILDA ÉLECTRODE INFÉRIEURE (2/4)	

Mathieu Rouleau

D.A.D.



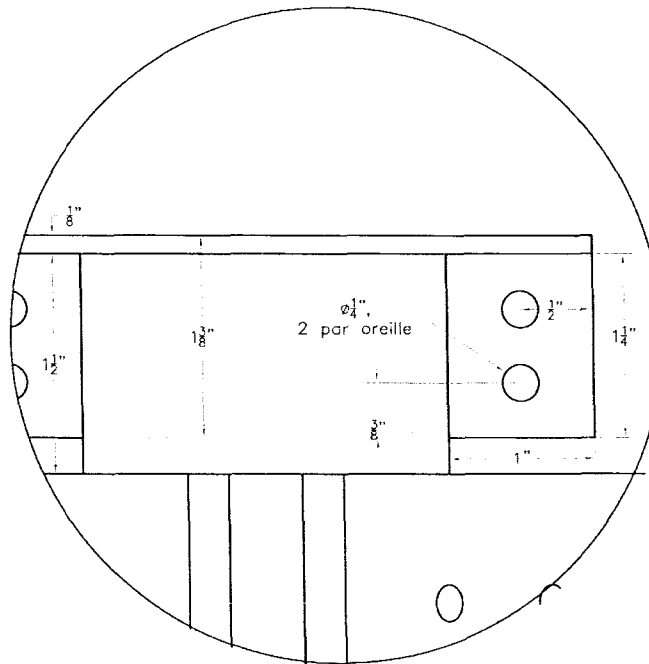
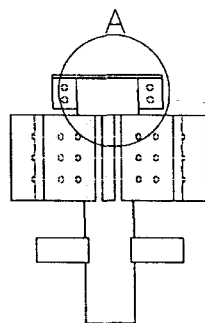
- Toutes les dimensions en pouces
- Mat'l : Acier inoxydable SS 304
- Les ailettes, la mâchoire et les bras sont soudés sur la tige
- La bride et les oreilles sont soudés sur la mâchoire

TOLERANCES GÉNÉRALES SI NON INDICÉES
+/- 1/32"
+/- 0.5 deg

INGENIERIE	UQAC	START-CUVE
SCEAU	ACCEPTAT. ARRANG. DATE Mathieu R. 31/03/2003	MATILDA ÉLECTRODE INFÉRIEURE (3/4)
	DESSINE DATE	
	VERIFIE DATE	
	PROJ., DNC, AUT.	
APPROBATION ADMINISTRATIVE	ECHELLE	

Mathieu Rouleau

D.A.D.



Détails "A"

-Toutes les dimensions en pouces

-Mat'l : Acier inoxydable SS 304

-Les ailettes, la mâchoire et les bras sont soudés sur la tige

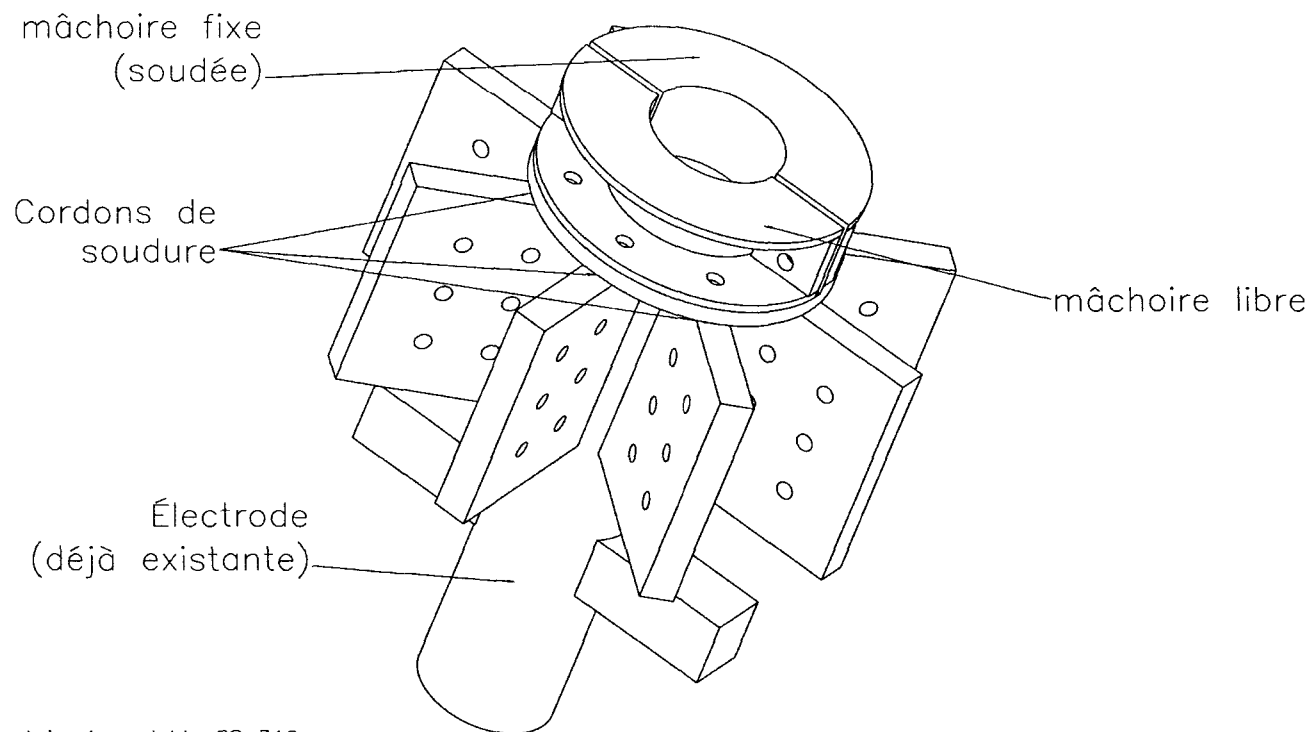
-La bride et les oreilles sont soudés sur la mâchoire

TOLERANCES GENERALES SI NON INDIQUEES
+/- 1/16"
+/- 0.5 deg

INGENIERIE	ACCEPTAT. ARRANG.	DATE	UQAC	START-CUVE
SCEAU	Mathieu R.	16 Feb 03	MATILDA ÉLECTRODE INFÉRIEURE (4/4)	
	DESSINE	DATE		
	VERIFIE	DATE		
	PROJ., DNC, AUT.			
APPROBATION ADMINISTRATIVE				
		ECHELLE		

Mathieu Rouleau

D.A.D.



—Mat'l : Acier inoxydable SS 310

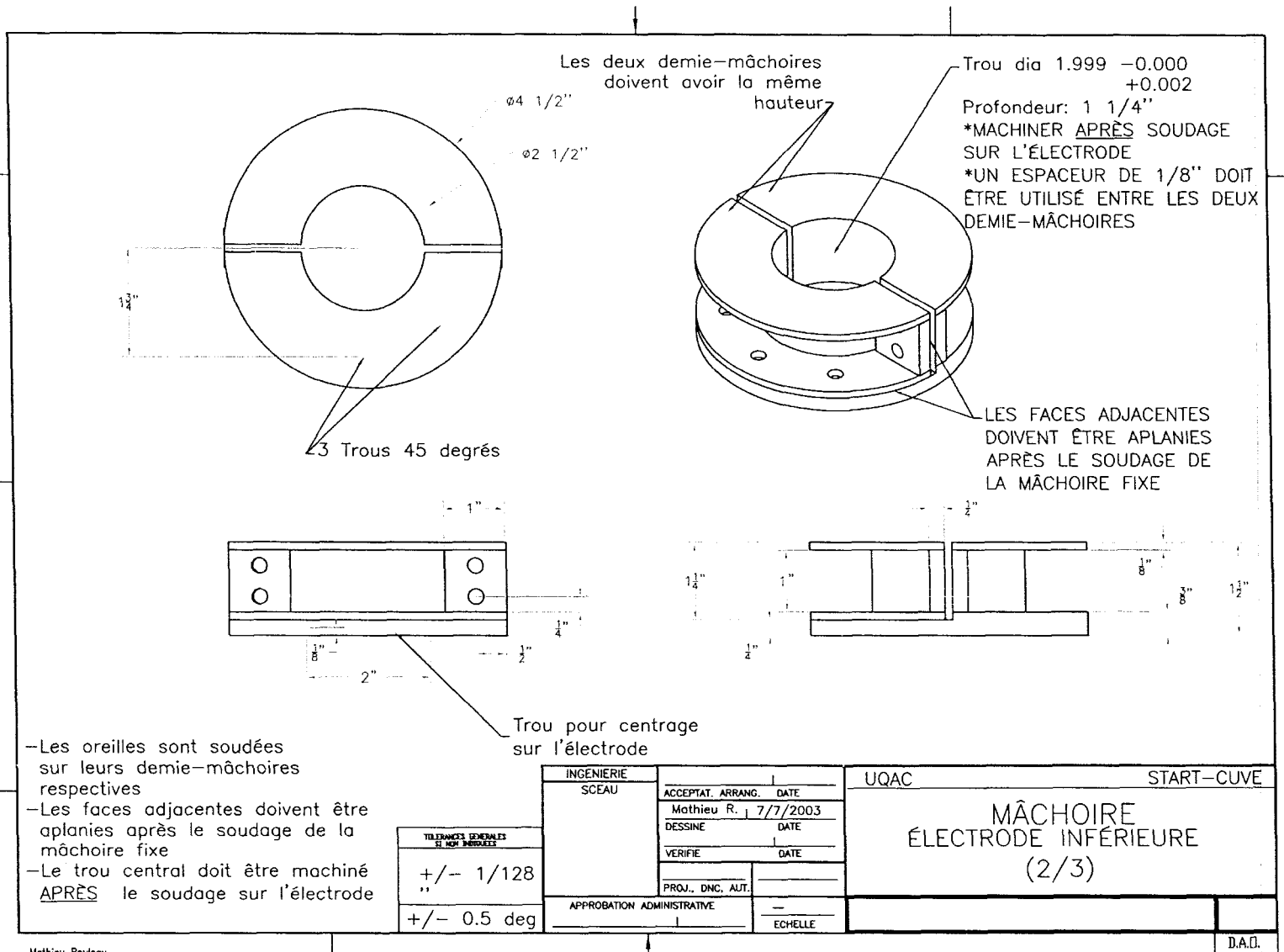
—La mâchoire fixe est soudée sur l'électrode déjà existante.

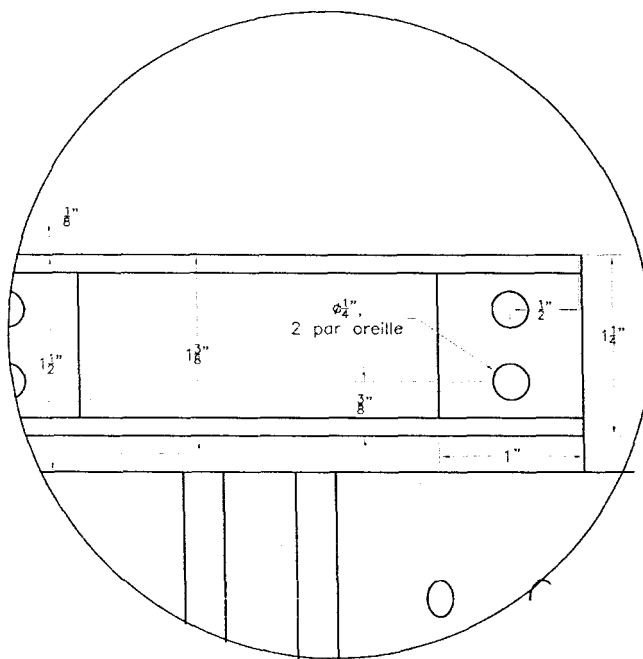
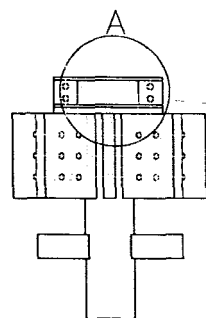
—Les oreilles sont soudées sur les mâchoires

TOLENCES GENERALES SI NON INDIQUEES
$\pm 1/128''$
$\pm 0.5 \text{ deg}$

INGENIERIE	ACCEPTAT. ARRANG.	DATE
SCEAU	Mathieu R.	7/7/2003
	DESSINE	DATE
	VERIFIE	DATE
	PROJ., DNC, AUT.	
APPROBATION ADMINISTRATIVE		
	ECHELLE	

UQAC	START-CUVE
MÂCHOIRE ÉLECTRODE INFÉRIEURE (1/3)	





Détails "A"

-Toutes les dimensions en pouces

-Mat'l : Acier inoxydable SS 304

-Les ailettes, la mâchoire et les bras sont soudés sur la tige

-La bride et les oreilles sont soudés sur la mâchoire

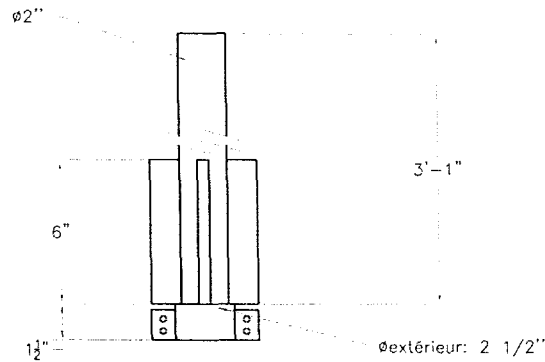
TOLERANCES GENERALES SI NON SPECIFIEES
+/- 1/16"
+/- 0.5 deg

INGENIERIE	ACCEPTAT. ARRANG.	DATE
SCEAU	Mathieu R.	16 Fev 03
	DESSINE	DATE
	VERIFIE	DATE
	PROJ., DNC, AUT.	
APPROBATION ADMINISTRATIVE		

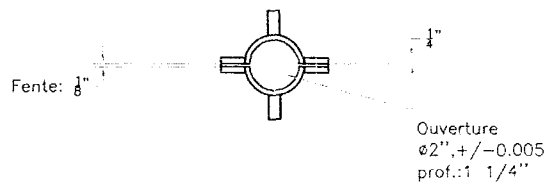
UQAC	START-CUVE
MATILDA ÉLECTRODE INFÉRIEURE (3/3)	

Mathieu Rouleau

D.A.D.



Vue de Face



Vue de Plan

Ailettes (4)
Haut: 6",
Larg: 1.25",
Épai: 1/2"

Mâchoire

Tige

Oreilles (4)

Vue isométrique

-Toutes les dimensions en pouces

-Mat'l : Acier inoxydable SS310

-Les ailettes et la mâchoire
sont soudées sur la tige

-Les oreilles sont
soudées sur la mâchoire

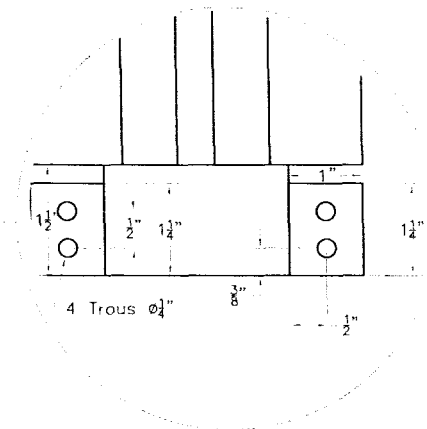
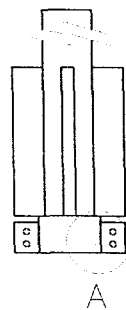
TOLÉRANCES GÉNÉRALES SI NON INDUITS
$\pm 1/32''$
$\pm 0.5 \text{ deg}$

INGENIERIE	ACCEPTAT. ARRANG.	DATE
SCEAU	Mathieu R.	31/03/2003
	DESSINE	DATE
	VERIFIE	DATE
	PROJ., DNC, AUT.	
APPROBATION ADMINISTRATIVE		
	ECHELLE	

UQAC	START-CUVE
MATILDA ÉLECTRODE SUPÉRIEURE (1/2)	

Mathieu Rouleau

D.A.D.



Détails "A"

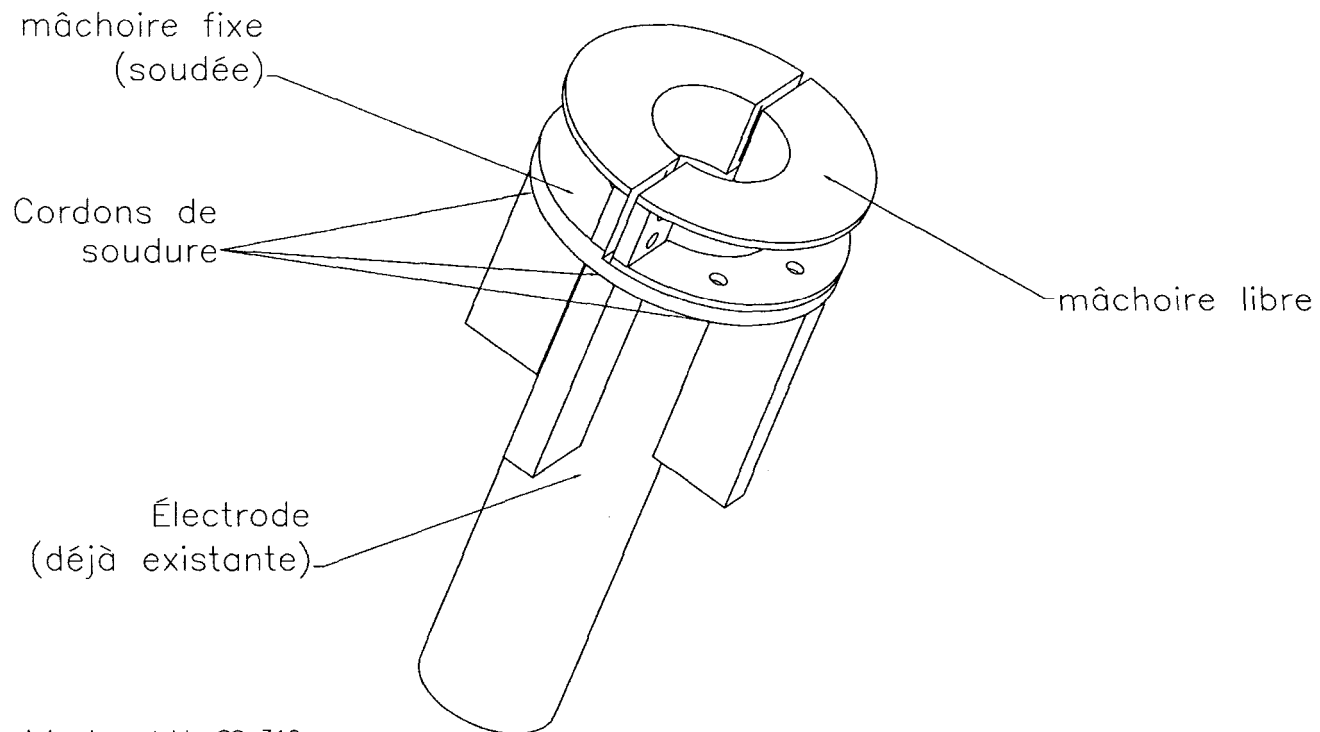
- Toutes les dimensions en pouces
- Mat'l : Acier inoxydable SS310
- Les ailettes et la mâchoire sont soudées sur la tige
- Les oreilles sont soudées sur la mâchoire

TOLERANCES GENERALES SI NON INDIQUEES
$\pm 1/32"$
$\pm 0.5 \text{ deg}$

INGENIERIE	ACCEPTAT. ARRANG.	DATE	UQAC	START-CUVE
SCEAU	Mathieu R.	31/03/2003	MATILDA ÉLECTRODE SUPÉRIEURE (2/2)	
	DESSINE	DATE		
	VERIFIE	DATE		
	PROJ., DNC, AUT.			
APPROBATION ADMINISTRATIVE		---		
		ECHELLE		

Mathieu Boulanger

D.A.D.



-Mat'l : Acier inoxydable SS 310

-La mâchoire fixe est soudée sur l'électrode déjà existante.

-Les oreilles sont soudées sur les mâchoires

TOLEANCES GÉNÉRALES SI NON INDICÉES
$\pm 1/128''$
$\pm 0.5 \text{ deg}$

INGENIERIE	ACCEPTAT. ARRANG.	DATE
SCEAU	Mathieu R.	7/7/2003
	DESSINE	DATE
	VERIFIE	DATE
	PROJ., DNC, AUT.	
APPROBATION ADMINISTRATIVE		
	ECHELLE	

UQAC	START-CUVE
MÂCHOIRE ÉLECTRODE ISUPÉRIEURE (1/2)	

Mathieu Dordane

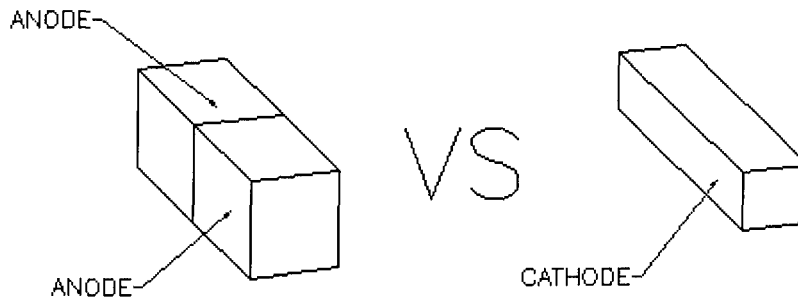
D.A.D.

**ANNEXE C1 : CALCUL DES TAUX DE REFROIDISSEMENT D'UNE
CATHODE ET COMPARAISON AVEC 2 ANODES ACCOLÉES**

REFROIDISSEMENT D'UNE CATHODE COMPARÉ À DEUX ANODES JUXTAPOSÉES

OBJECTIFS :

Déterminer le taux de refroidissement d'une cathode, et comparer avec 2 anodes juxtaposées en leurs bouts.



Si ces refroidissements s'avèrent similaires, une cathode pourrait être "imitée" en isolant une extrémité (frontière adiabatique) d'une anode pour créer un plan de symétrie thermique

MÉTHODOLOGIE DE CALCULS :

Pour des raisons de simplicité, le bloc cathodique, de même que ceux anodiques, sont supposés parfaitement rectangulaires, sans rainures ni tourillons. Le coulage de fonte chaude n'est donc pas considéré. De plus, le taux de refroidissement est calculé au centre des blocs. (La dépendance de la température à n'importe quel point est à peu près la même que celle au centre du bloc, à un

facteur $\theta = \theta_{\text{centre}} \cdot \cos\left(\zeta_n \cdot \frac{x}{L}\right)$) près

Par ailleurs, il est possible de déterminer le refroidissement au centre d'un bloc à trois dimensions comme étant le produit de trois solutions de plans semis infinis, tel que

$$\frac{T(x_1, x_2, x_3, t) - T_{\text{inf}}}{T_i - T_{\text{inf}}} = \theta_1(x_1, t) \cdot \theta_2(x_2, t) \cdot \theta_3(x_3, t), \text{ où } \theta_1 \text{ par exemple est donné par}$$

$$\theta_1 = \frac{T(x_1, t) - T_{\text{air}}}{T_i - T_{\text{air}}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \sin(\zeta_n)}{2 \cdot \zeta_n + \sin(2 \cdot \zeta_n)} \cdot e^{[-\zeta_n]^2 \cdot Fo}$$

Dans la dernière équation, les ζ sont les valeurs discrètes que peut prendre l'équation $\zeta_n \cdot \tan(\zeta_n) = Bi$ pour un plan semi infini donné. Ces valeurs (eigenvalues) sont calculées par un sous-programme itératif.

Bien que les équations requièrent une infinité de sommations, seulement 4 sont nécessaires pour avoir une précision de 1% (pour un nombre de Fourier supérieur à 0,2). Par soucis d'économie de temps de calculs, 7 sommations ont été considérées.

Enfin, les données primaires ont été prises de diverses sources : (1) Plan des anodes et plan des cathodes d'ALCAN. (2) Tableau des propriétés des matériaux START-CUVE, et (3) Volume "Handbook of heat transfer"[BR].

CALCULS :

Ajustement à 1 du pointeur du vecteur MATHCAD ORIGIN:= 1

Données primaires :

Nombre de valeurs discrètes de ζ :	$n_{\max} := 7$
Valeur de temps proche de zéro :	$\varepsilon := 0.000000001s$
Programme de détermination des ζ :	$\zeta(Bi) := \left \begin{array}{l} n \leftarrow 1 \\ \text{pas} \leftarrow 0.0001 \\ \text{tol} \leftarrow 0.001 \\ \text{zeta} \leftarrow 0 \\ \text{while } n \leq n_{\max} \\ \quad \left \begin{array}{l} \text{zeta} \leftarrow \text{zeta} + \text{pas} \\ \text{if } (zeta \cdot \tan(zeta) - Bi) \leq \text{tol} \\ \quad \left \begin{array}{l} \zeta_n \leftarrow \text{zeta} \\ n \leftarrow n + 1 \\ \text{zeta} \leftarrow \text{zeta} + \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \zeta \end{array} \right $
Coefficient de convection de l'air ambiant :	$h := 10 \cdot \frac{W}{m^2 \cdot K}$
La température initiale :	$T_i := (273 + 225) \cdot K$
La température de l'air ambiant :	$T_{\text{air}} := (273 + 20) \cdot K$

Cathode :

Longueur de la cathode	$L_{\text{cathode}} := 2.742m$
Hauteur de la cathode	$H_{\text{cathode}} := 0.435m$
Largeur de la cathode	$l_{\text{cathode}} := 0.492m$

Conductivité thermique de la cathode	$k_{\text{cathode}} := 12 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$
Capacité thermique massique de la cathode	$C_{p,\text{cathode}} := 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
Densité de la cathode	$\rho_{\text{cathode}} := 1980 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Anodes :

Longueur totale des 2 anodes juxtaposées	$L_{2\text{anodes}} := 2.53365\text{m}$
Hauteur des 2 anodes	$H_{2\text{anodes}} := 0.7493\text{m}$
Largeur des 2 anodes	$l_{2\text{anodes}} := 0.67945\text{m}$
Conductivité thermique des 2 anodes	$k_{2\text{anodes}} := 3.1 \cdot \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$
Capacité thermique massique des 2 anodes	$C_{p,2\text{anodes}} := 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
Densité des 2 anodes	$\rho_{2\text{anodes}} := 1535 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Calculs préliminaires :

Anodes :

Longueur caractéristique des 2 anodes dans la direction x :	$L_{c,2\text{anodes},x} := \frac{L_{2\text{anodes}}}{2}$
Longueur caractéristique des 2 anodes dans la direction y :	$L_{c,2\text{anodes},y} := \frac{H_{2\text{anodes}}}{2}$
Longueur caractéristique des 2 anodes dans la direction z :	$L_{c,2\text{anodes},z} := \frac{l_{2\text{anodes}}}{2}$
Nombres de Biot des 2 anodes dans la direction x :	$Bi_{2\text{anodes},x} := \frac{h \cdot L_{c,2\text{anodes},x}}{k_{2\text{anodes}}}$
Nombres de Biot des 2 anodes dans la direction y :	$Bi_{2\text{anodes},y} := \frac{h \cdot L_{c,2\text{anodes},y}}{k_{2\text{anodes}}}$
Nombres de Biot des 2 anodes dans la direction z :	$Bi_{2\text{anodes},z} := \frac{h \cdot L_{c,2\text{anodes},z}}{k_{2\text{anodes}}}$
Diffusivité thermique de l'anode :	$\alpha_{2\text{anodes}} := \frac{k_{2\text{anodes}}}{\rho_{2\text{anodes}} \cdot C_{p,2\text{anodes}}}$

Nombre de Fourier des 2 anodes dans la direction x : $Fo_{2anodes.x}(t) := \frac{\alpha_{2anodes} \cdot t}{L_{c.2anodes.x}^2}$

Nombre de Fourier des 2 anodes dans la direction y : $Fo_{2anodes.y}(t) := \frac{\alpha_{2anodes} \cdot t}{L_{c.2anodes.y}^2}$

Nombre de Fourier des 2 anodes dans la direction z : $Fo_{2anodes.z}(t) := \frac{\alpha_{2anodes} \cdot t}{L_{c.2anodes.z}^2}$

Cathode :

Longueur caractéristique de la cathode dans la direction x : $L_{c.cathode.x} := \frac{L_{cathode}}{2}$

Longueur caractéristique de la cathode dans la direction y : $L_{c.cathode.y} := \frac{H_{cathode}}{2}$

Longueur caractéristique de la cathode dans la direction z : $L_{c.cathode.z} := \frac{l_{cathode}}{2}$

Nombres de Biot de la cathode dans la direction x : $Bi_{cathode.x} := \frac{h \cdot L_{c.cathode.x}}{k_{cathode}}$

Nombres de Biot de la cathode dans la direction y : $Bi_{cathode.y} := \frac{h \cdot L_{c.cathode.y}}{k_{cathode}}$

Nombres de Biot de la cathode dans la direction z : $Bi_{cathode.z} := \frac{h \cdot L_{c.cathode.z}}{k_{cathode}}$

Diffusivité thermique de la cathode : $\alpha_{cathode} := \frac{k_{cathode}}{\rho_{cathode} \cdot C_{p.cathode}}$

Nombre de Fourier de la cathode dans la direction x : $Fo_{cathode.x}(t) := \frac{\alpha_{cathode} \cdot t}{L_{c.cathode.x}^2}$

Nombre de Fourier de la cathode dans la direction y : $Fo_{cathode.y}(t) := \frac{\alpha_{cathode} \cdot t}{L_{c.cathode.y}^2}$

Nombre de Fourier de la cathode dans la direction z : $Fo_{cathode.z}(t) := \frac{\alpha_{cathode} \cdot t}{L_{c.cathode.z}^2}$

Calculs de la descente de température dans une cathode et dans les 2 anodes lorsqu'elles sont initialement chauffées à 225 degré C :

Température de la cathode

La température adimensionnelle de la cathode est donnée par le produit de trois solutions de plans semis infinis dans les directions x, y, et z :

$$\theta_{\text{cathode}}(t) := \theta_{1.\text{cathode}}(t) \cdot \theta_{2.\text{cathode}}(t) \cdot \theta_{3.\text{cathode}}(t)$$

avec les températures adimensionnelles des plans semis infinis données par:

$$\theta_{1.\text{cathode}}(t) = \sum_{n=1}^7 \left[\frac{4 \cdot \sin(\zeta(Bi_{\text{cathode}.x})_n)}{2 \cdot \zeta(Bi_{\text{cathode}.x})_n + \sin(2 \cdot \zeta(Bi_{\text{cathode}.x})_n)} \cdot e^{\left[-(\zeta(Bi_{\text{cathode}.x})_n)^2 \cdot Fo_{\text{cathode}.x}(t) \right]} \right]$$

$$\theta_{2.\text{cathode}}(t) = \sum_{n=1}^7 \left[\frac{4 \cdot \sin(\zeta(Bi_{\text{cathode}.y})_n)}{2 \cdot \zeta(Bi_{\text{cathode}.y})_n + \sin(2 \cdot \zeta(Bi_{\text{cathode}.y})_n)} \cdot e^{\left[-(\zeta(Bi_{\text{cathode}.y})_n)^2 \cdot Fo_{\text{cathode}.y}(t) \right]} \right]$$

$$\theta_{3.\text{cathode}}(t) = \sum_{n=1}^7 \left[\frac{4 \cdot \sin(\zeta(Bi_{\text{cathode}.z})_n)}{2 \cdot \zeta(Bi_{\text{cathode}.z})_n + \sin(2 \cdot \zeta(Bi_{\text{cathode}.z})_n)} \cdot e^{\left[-(\zeta(Bi_{\text{cathode}.z})_n)^2 \cdot Fo_{\text{cathode}.z}(t) \right]} \right]$$

L'équation de la température, en Kelvin, de la cathode est donnée par

$$T_{\text{cathode}}(t) := (T_i - T_{\text{air}}) \cdot \theta_{\text{cathode}}(t) + T_{\text{air}}$$

Température des 2 anodes

Pour les deux anodes juxtaposées en leurs bouts, la température adimensionnelle est :

$$\theta_{2\text{anodes}}(t) = \theta_{1.2\text{anodes}}(t) \cdot \theta_{2.2\text{anodes}}(t) \cdot \theta_{3.2\text{anodes}}(t)$$

avec les températures adimensionnelles des plans semis infinis :

$$\theta_{1.2\text{anodes}}(t) = \sum_{n=1}^7 \left[\frac{4 \cdot \sin(\zeta(Bi_{2\text{anodes}.x})_n)}{2 \cdot \zeta(Bi_{2\text{anodes}.x})_n + \sin(2 \cdot \zeta(Bi_{2\text{anodes}.x})_n)} \cdot e^{\left[-(\zeta(Bi_{2\text{anodes}.x})_n)^2 \cdot Fo_{2\text{anodes}.x}(t) \right]} \right]$$

$$\theta_{2.2\text{anodes}}(t) = \sum_{n=1}^7 \left[\frac{4 \cdot \sin(\zeta(Bi_{2\text{anodes}.y})_n)}{2 \cdot \zeta(Bi_{2\text{anodes}.y})_n + \sin(2 \cdot \zeta(Bi_{2\text{anodes}.y})_n)} \cdot e^{\left[-(\zeta(Bi_{2\text{anodes}.y})_n)^2 \cdot Fo_{2\text{anodes}.y}(t) \right]} \right]$$

$$\theta_{3.2\text{anodes}}(t) = \sum_{n=1}^7 \left[\frac{4 \cdot \sin(\zeta(Bi_{2\text{anodes}.z})_n)}{2 \cdot \zeta(Bi_{2\text{anodes}.z})_n + \sin(2 \cdot \zeta(Bi_{2\text{anodes}.z})_n)} \cdot e^{\left[-(\zeta(Bi_{2\text{anodes}.z})_n)^2 \cdot Fo_{2\text{anodes}.z}(t) \right]} \right]$$

et la température exprimée en Kelvin, est :

$$T_{2anodes}(t) := (T_i - T_{air}) \cdot \theta_{2anodes}(t) + T_{air}$$

Comparaison des taux de refroidissement :

La température de 150°C (423 K) est atteinte au temps $7,44 \cdot 3600\text{ s}$ pour les 2 anodes et $3,456 \cdot 3600\text{ s}$ pour la cathode :

$$T_{2anodes}(7.44 \cdot 3600\text{ s}) = 423\text{ K}$$

$$T_{cathode}(3.456 \cdot 3600\text{ s}) = 424\text{ K}$$

Le taux de refroidissement des 2 anodes, à cette température, est :

$$\begin{aligned} \text{Taux}_{\text{ref.2.anodes}} &:= \frac{T_{2anodes}(7.44 \cdot 3600\text{ s} + \varepsilon) - T_{2anodes}(7.44 \cdot 3600\text{ s})}{\varepsilon} \\ \text{Taux}_{\text{ref.2.anodes}} &= -3.354 \times 10^{-3} \frac{\text{K}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Le taux de refroidissement de la cathode, à cette température est :

$$\begin{aligned} \text{Taux}_{\text{ref.cathode}} &:= \frac{T_{cathode}((3.456 \cdot 3600\text{ s} + \varepsilon)) - T_{cathode}(3.456 \cdot 3600\text{ s})}{\varepsilon} \\ \text{Taux}_{\text{ref.cathode}} &= -5.343 \times 10^{-3} \frac{\text{K}}{\text{s}} \end{aligned}$$

La variation des taux de refroidissement est donnée par

$$\begin{aligned} \Delta\text{taux}_{\text{ref}} &:= \left| \frac{\text{Taux}_{\text{ref.cathode}} - \text{Taux}_{\text{ref.2.anodes}}}{\text{Taux}_{\text{ref.cathode}}} \right| \\ \Delta\text{taux}_{\text{ref}} &= 37.234\% \end{aligned}$$

Ces variations ont été calculées pour les températures suivantes

$$T := \begin{pmatrix} 200 \\ 176 \\ 150 \\ 125 \\ 100 \\ 75 \end{pmatrix}$$

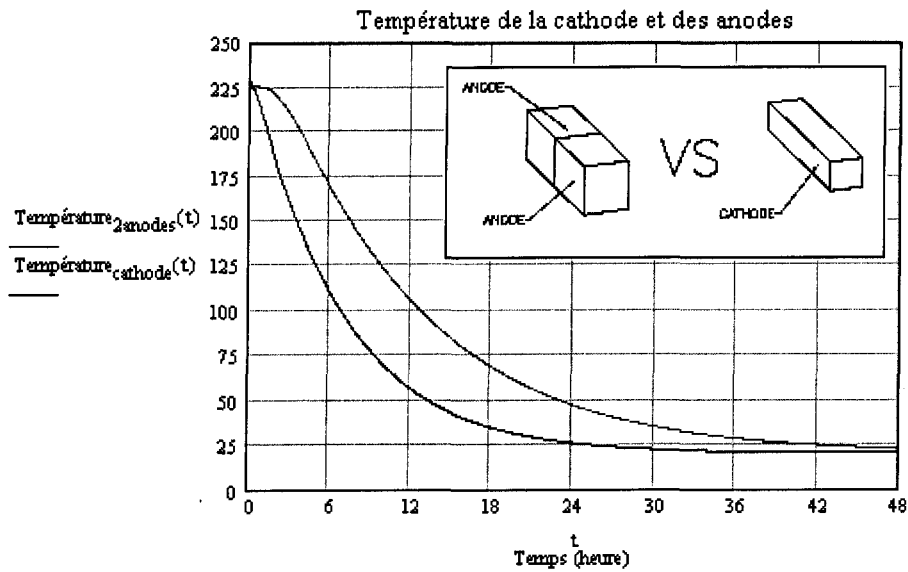
Résultats :

La conversion de Kelvin à Celsius, de même que secondes à heures, pour les équations de température se font comme suit :

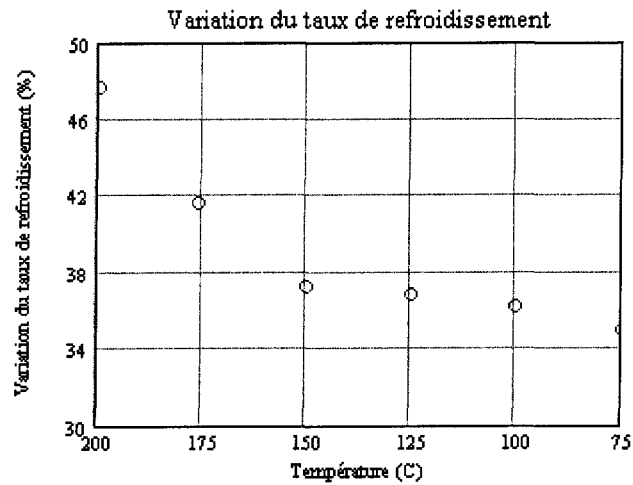
$$\text{Température}_{2anodes}(t) := T_{2anodes}(t \cdot 3600) - 273$$

$$\text{Température}_{\text{cathode}}(t) := T_{\text{cathode}}(t \cdot 3600) - 273$$

Le graphique des températures est

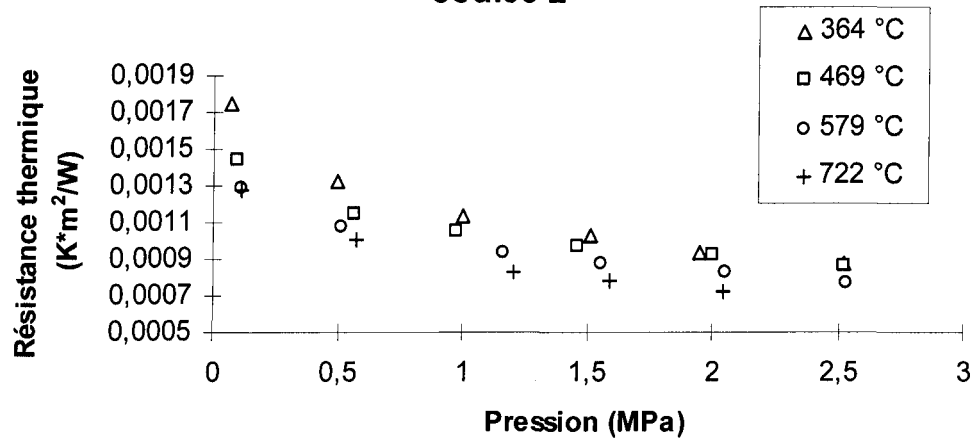


Les variations du taux de refroidissement sont de 47% à 200 degrés C et 35% à 75 degrés C :

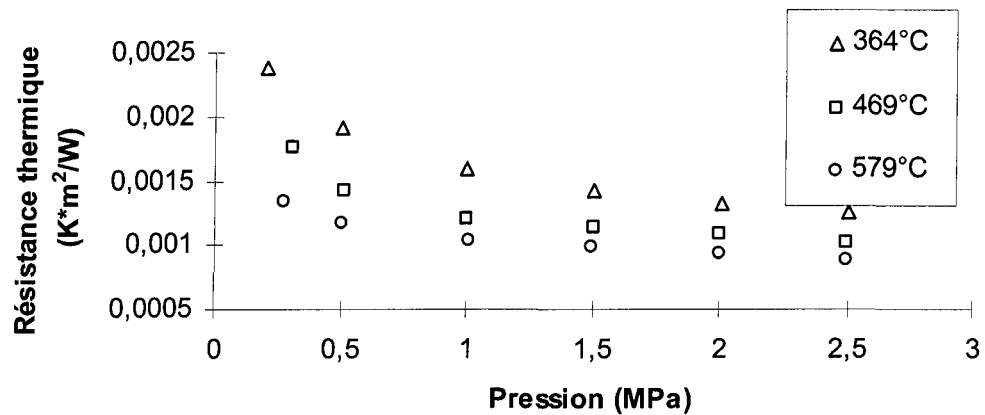


ANNEXE D : RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES

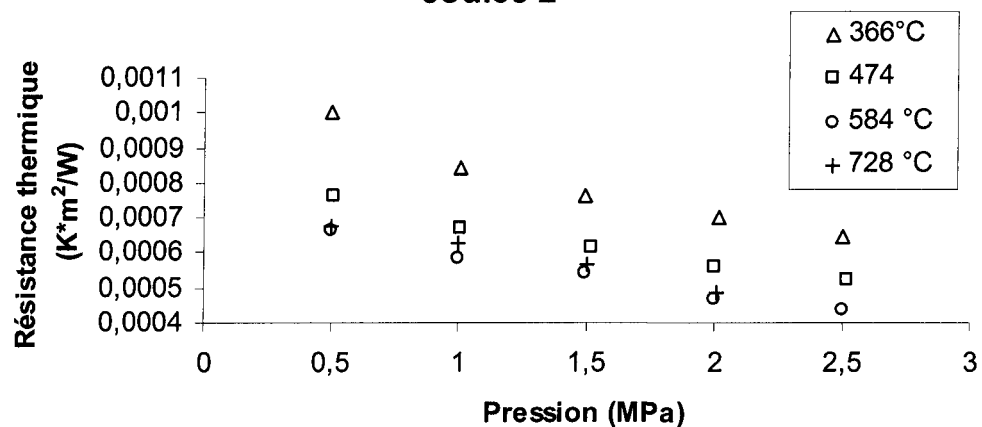
**Résistance de contact thermique
de "fonte sur carbone" anodique numéro 7
coulée 2**



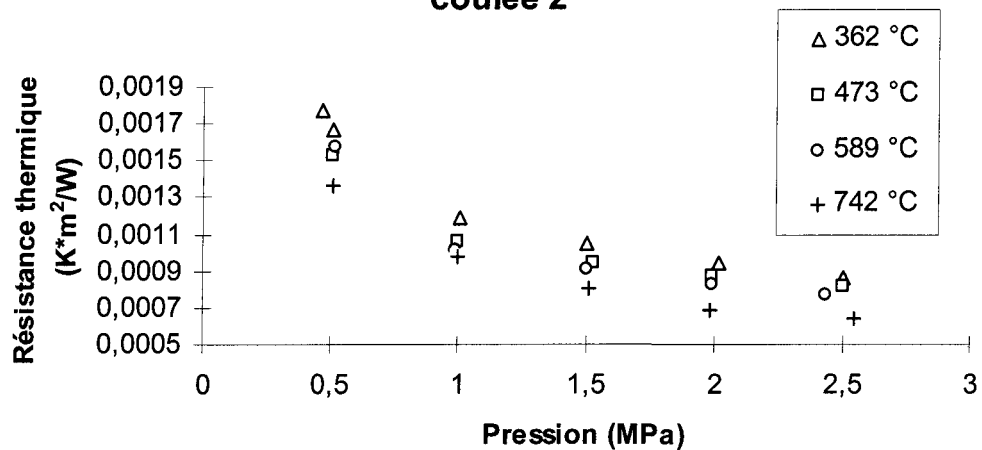
**Résistance de contact thermique
de "fonte sur carbone" anodique numéro 5
coulée 2**

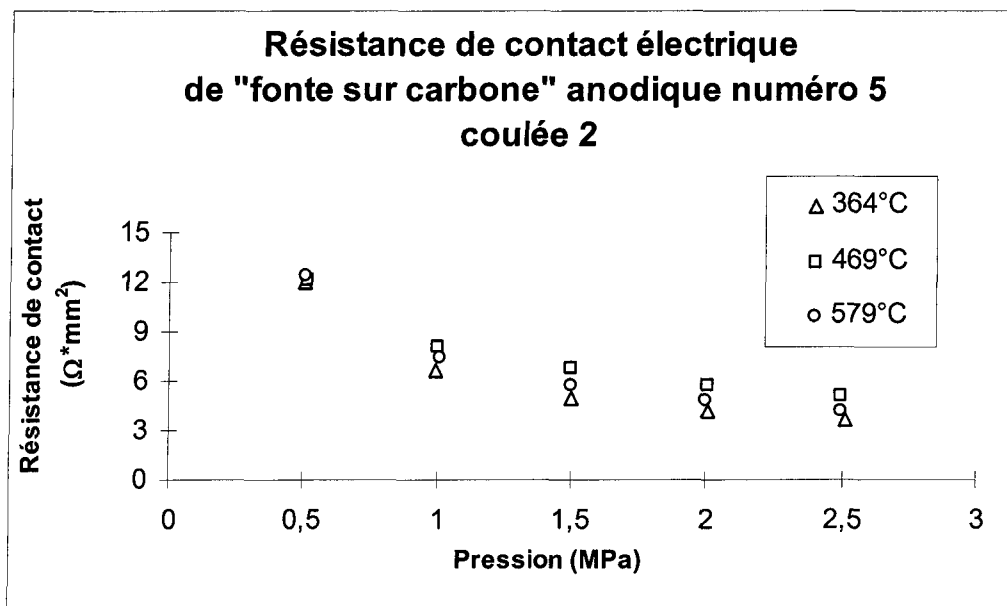
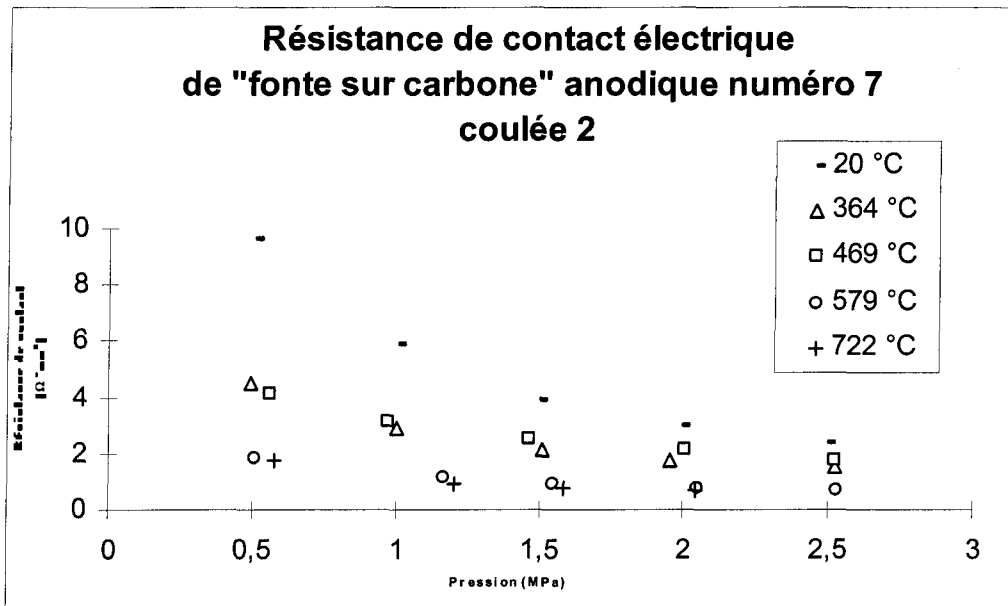


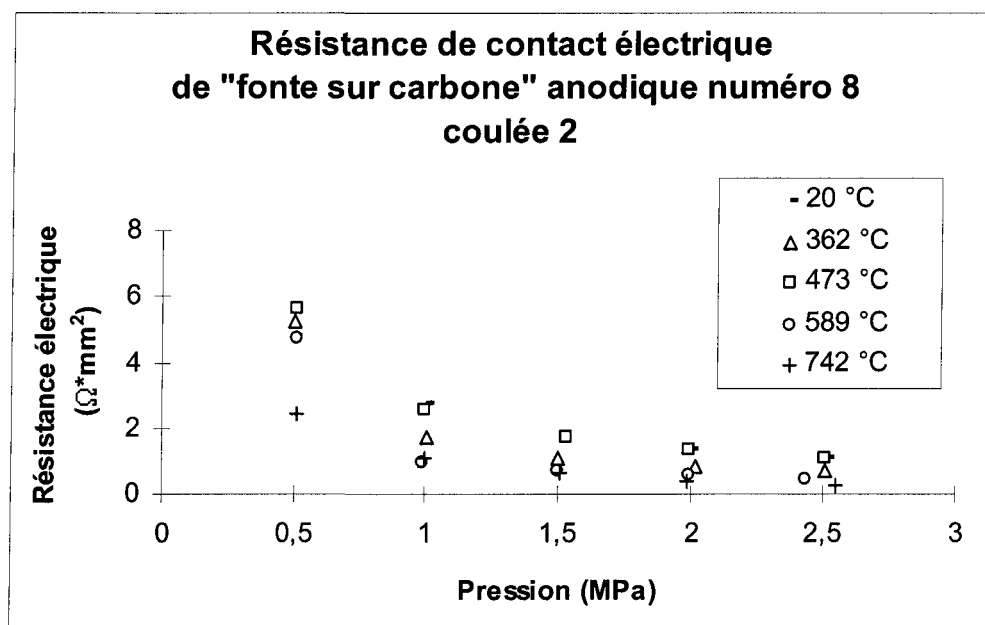
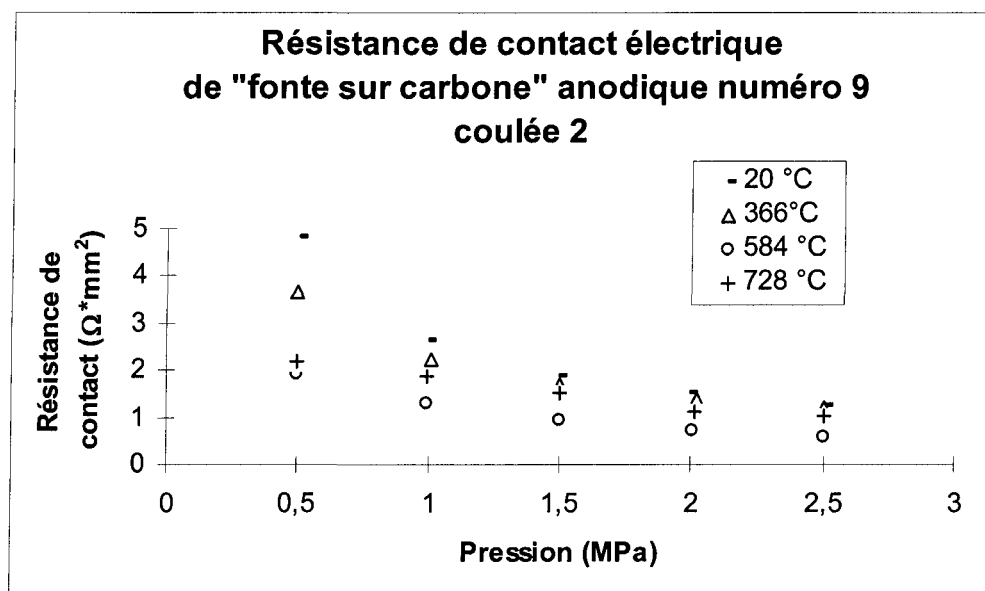
**Résistance de contact thermique
de "fonte sur carbone" anodique numéro 9
coulée 2**



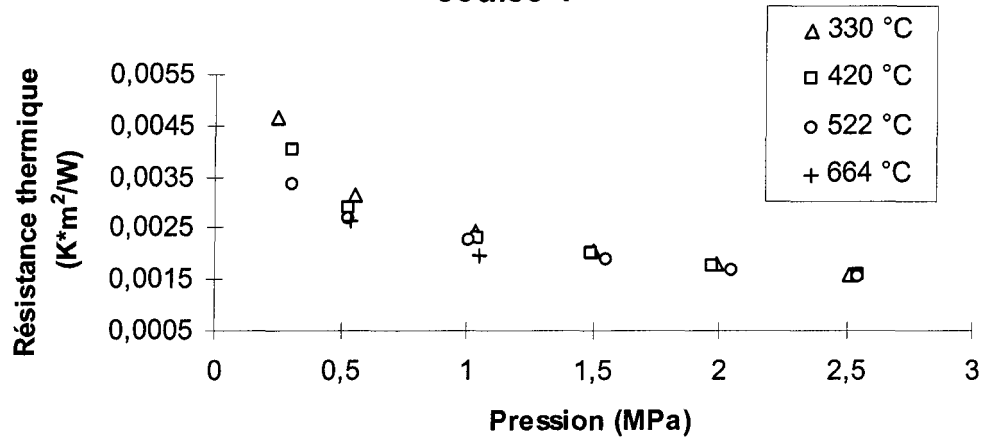
**Résistance de contact thermique
de "fonte sur carbone" anodique numéro 8
coulée 2**



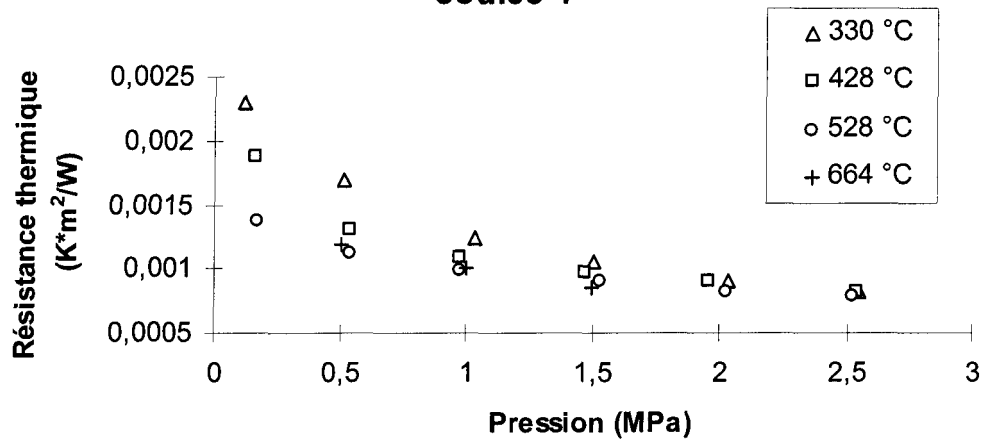




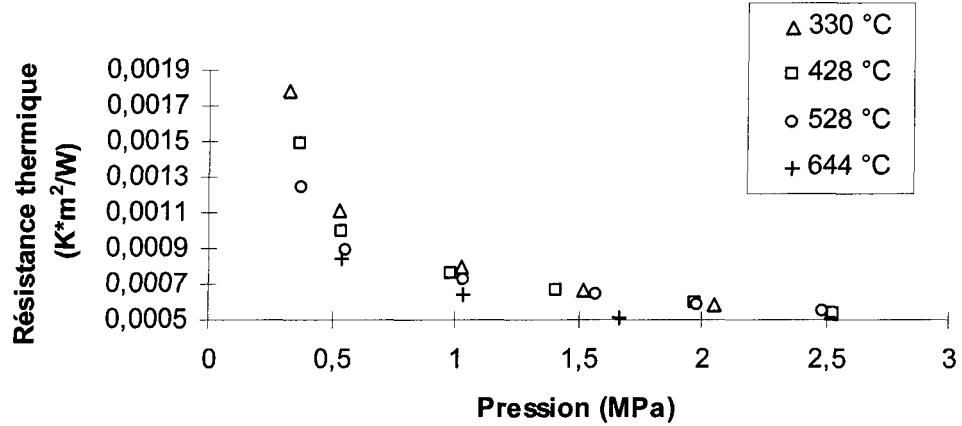
**Résistance de contact thermique
de "fonte sur carbone" cathodique numéro 1
coulée 4**



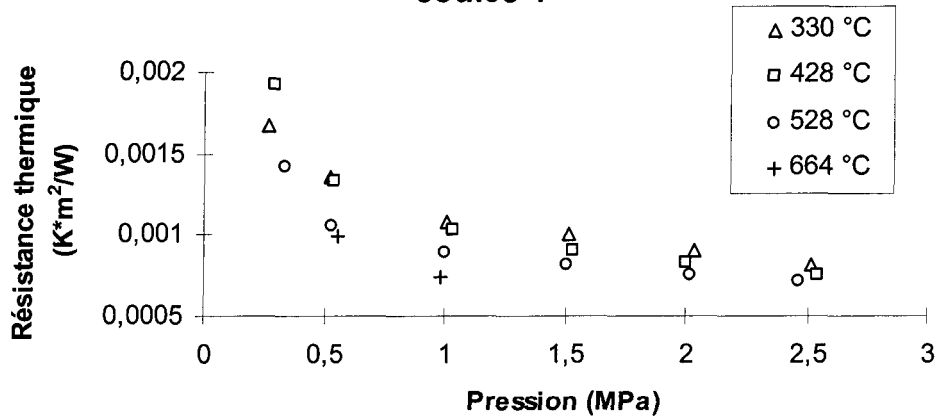
**Résistance de contact thermique
de "fonte sur carbone" cathodique numéro 5
coulée 4**

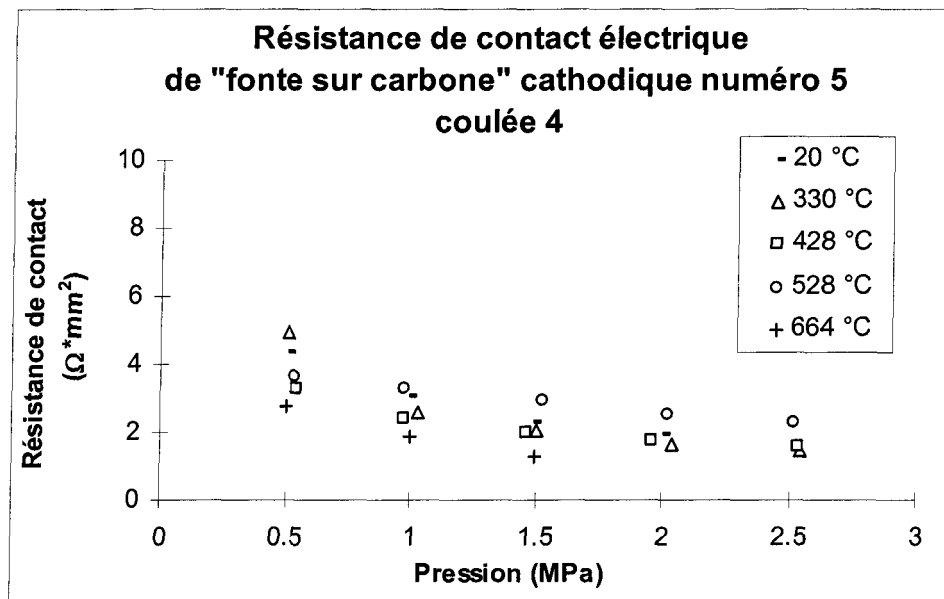
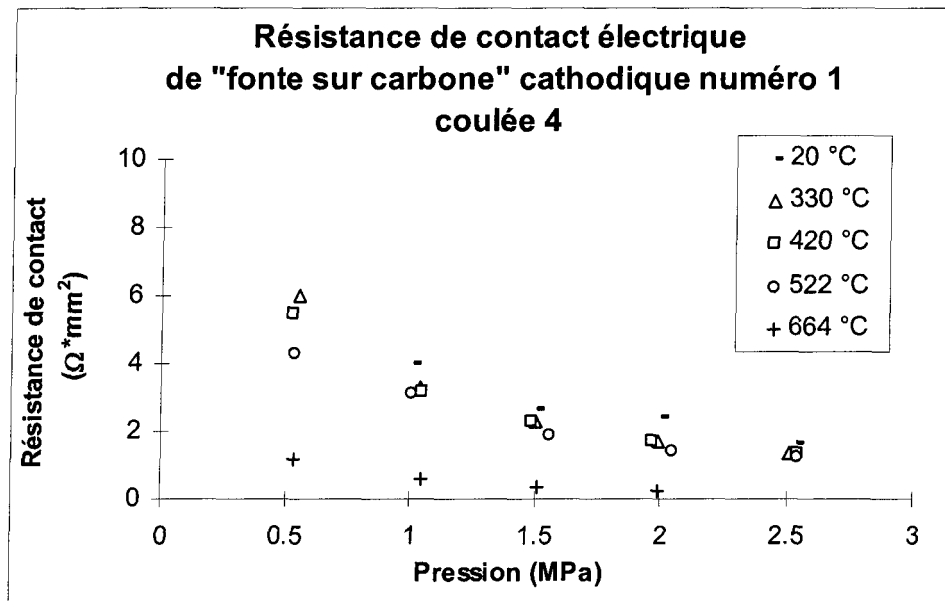


**Résistance de contact thermique
de "fonte sur carbone" cathodique numéro 6
coulée 4**

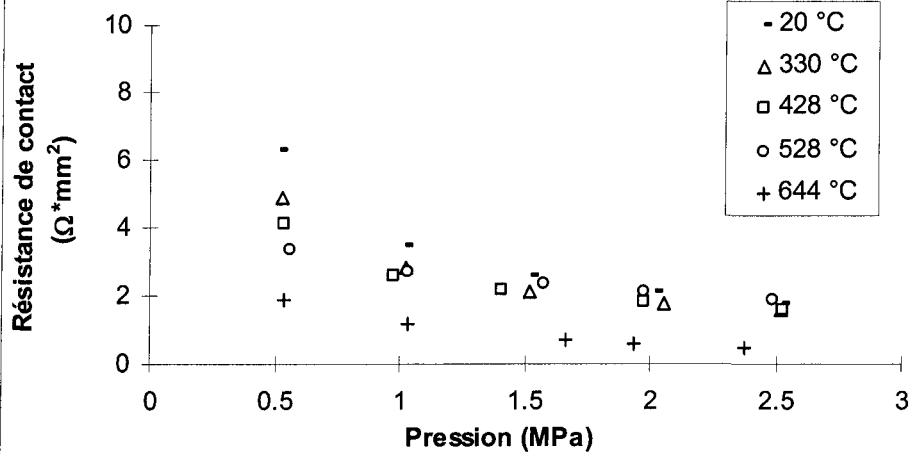


**Résistance de contact thermique
de "fonte sur carbone" cathodique numéro 8
coulée 4**

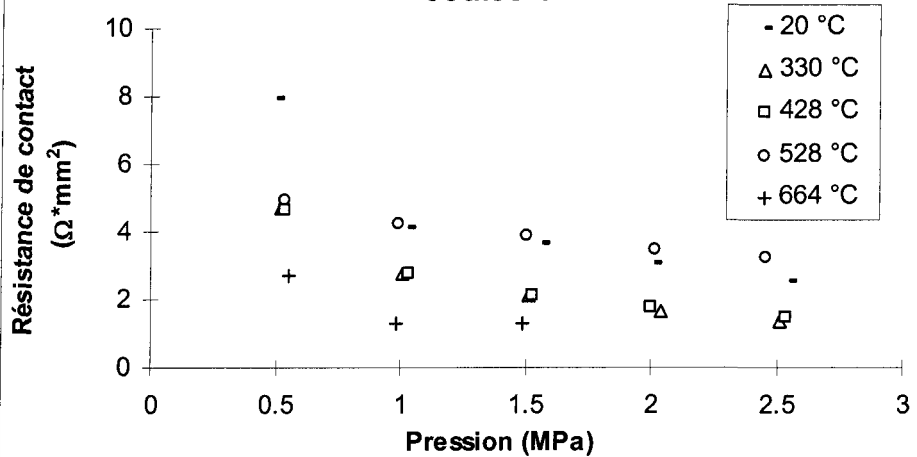




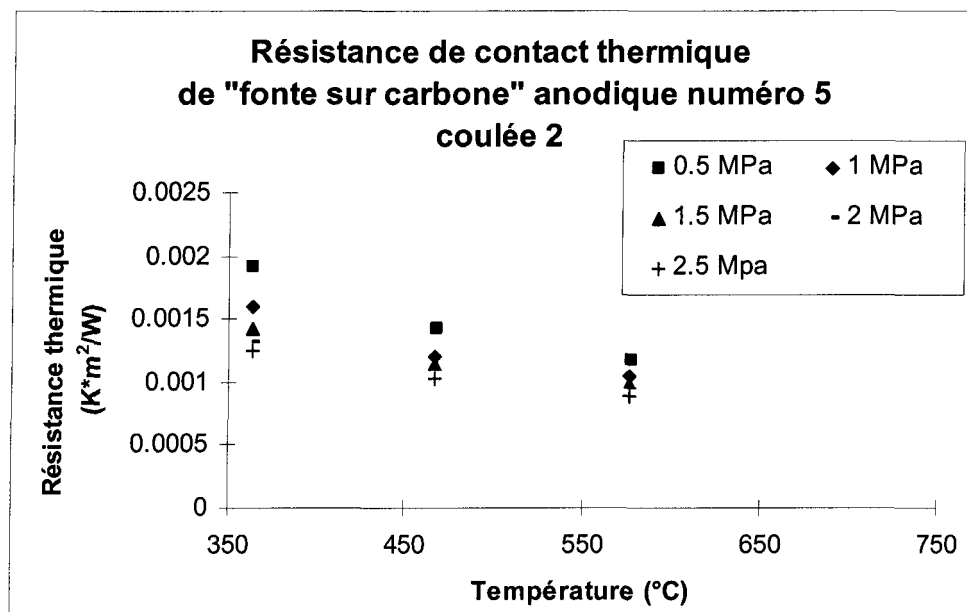
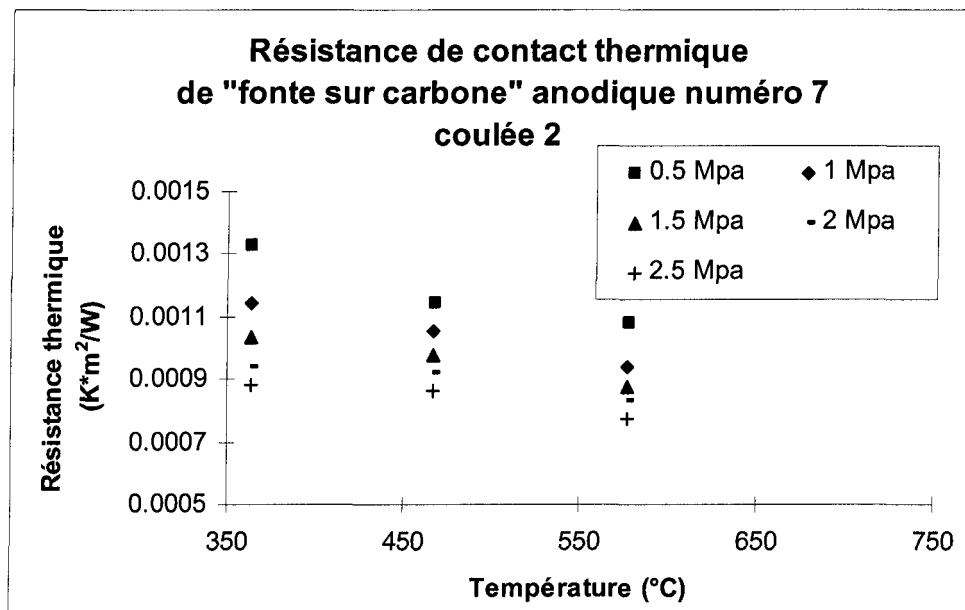
**Résistance de contact électrique
de "fonte sur carbone" cathodique numéro 6
coulée 4**

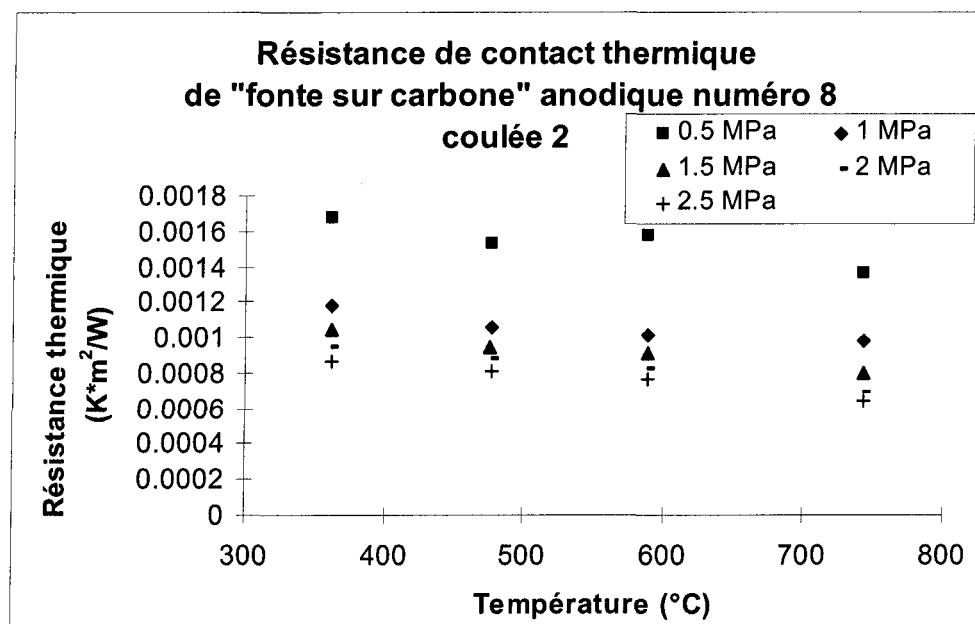
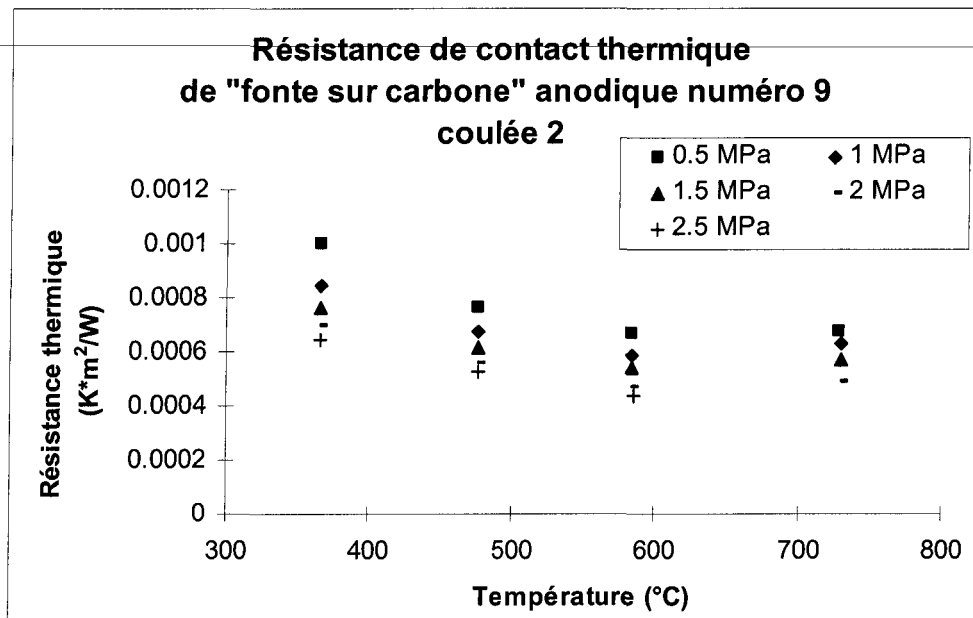


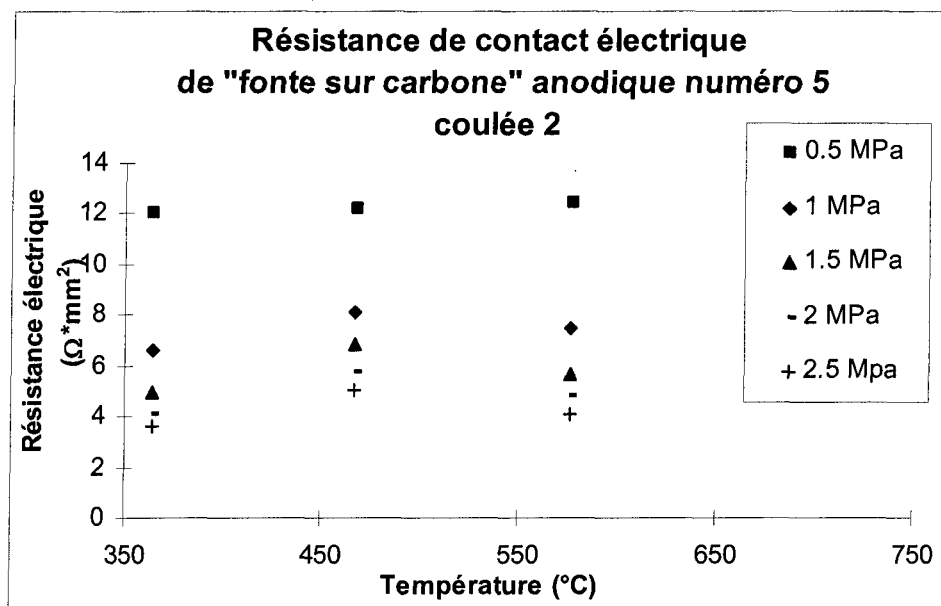
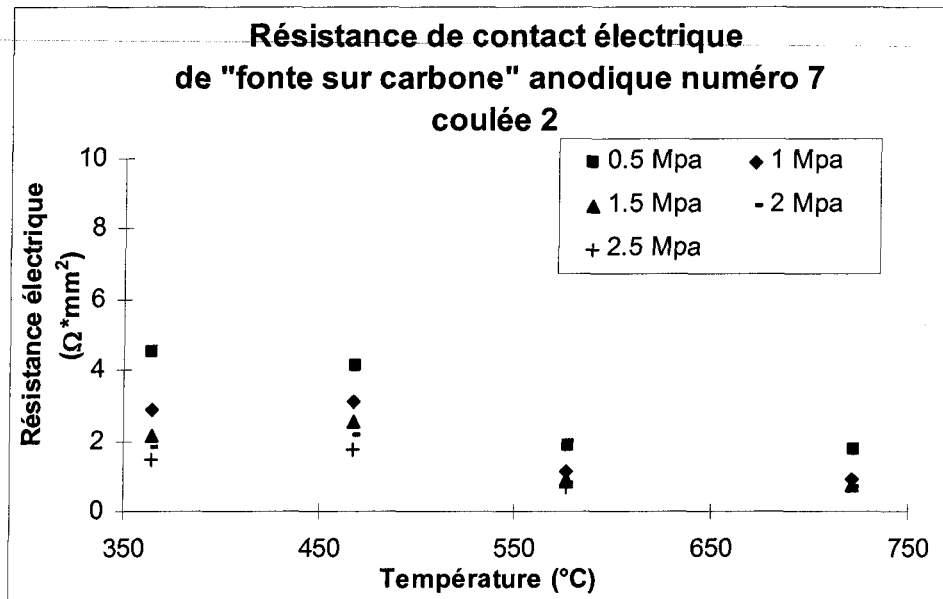
**Résistance de contact électrique
de "fonte sur carbone" cathodique numéro 8
coulée 4**

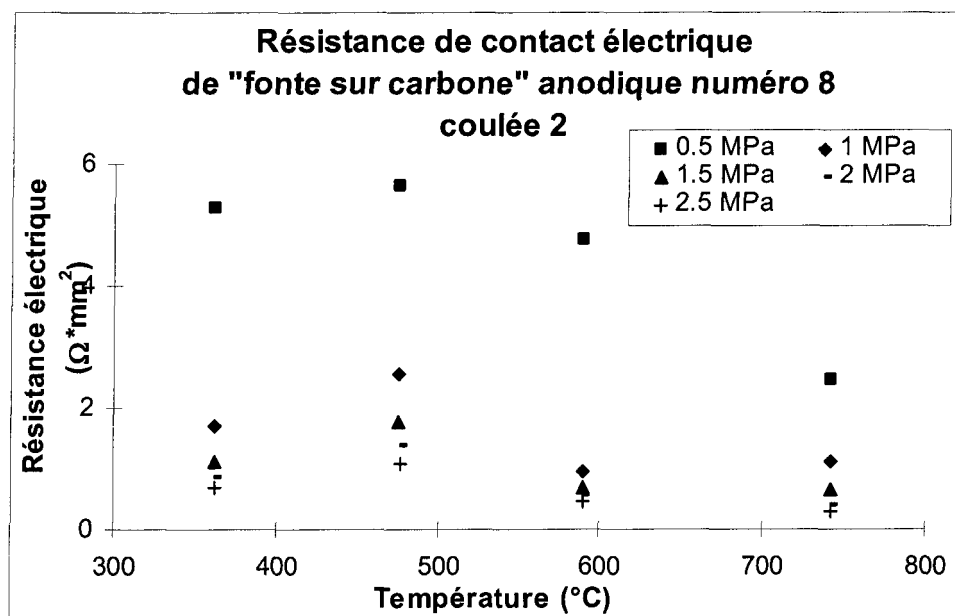
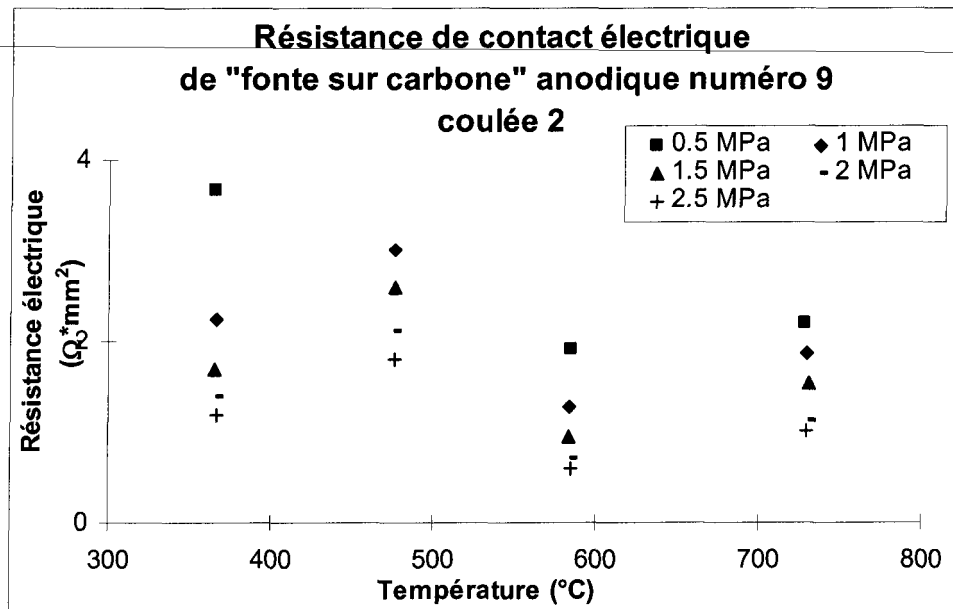


Graphiques présentés en fonction de la température

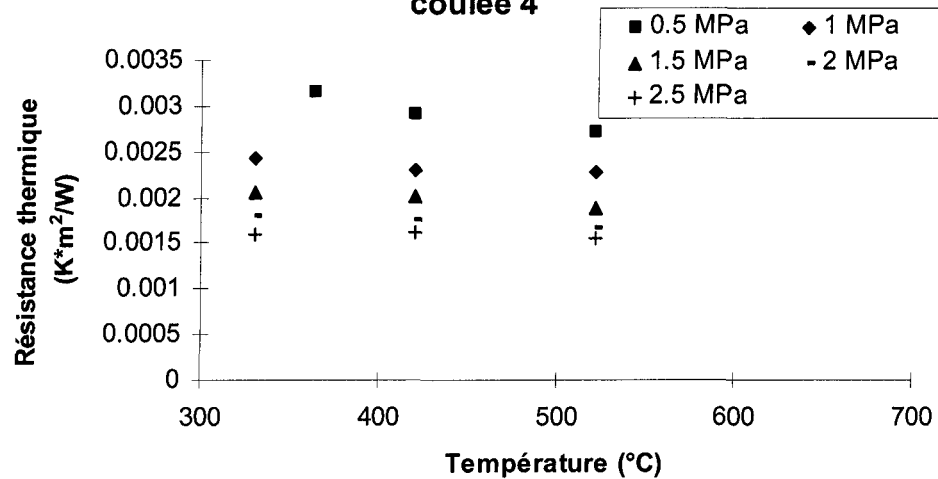








**Résistance de contact thermique
de "fonte sur carbone" cathodique numéro 1
coulée 4**



**Résistance de contact thermique
de "fonte sur carbone" cathodique numéro 5
coulée 4**

