

**UNIVERSITÉ DU QUÉBEC**

**MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI  
COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE**

**PAR  
PIERRE DEMERS**

**SIMULATION NUMÉRIQUE DES VIBRATIONS INDUITES PAR  
EFFET DE COURONNE SUR LES CONDUCTEURS À HAUTE TENSION**

**MAI 1994**



### Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

## RÉSUMÉ

En présence de pluie, les lignes de transport d'énergie électrique se mettent à vibrer à la fréquence naturelle du conducteur. Les vibrations sont causées par la présence intermittente des charges d'espace et du vent ionique situés sous les gouttes d'eau suspendues au conducteur. Depuis une dizaine d'années, une étude visant à déterminer les mécanismes de ce type de vibration a été entreprise par les chercheurs de l'Université du Québec à Chicoutimi. De nombreux tests ont été réalisés notamment afin de mettre en évidence l'amplitude des forces en jeu ainsi que l'influence des conditions expérimentales (intensité des précipitations, polarité et valeur du champ électrique à la surface du conducteur) sur l'amplitude de vibration. Les résultats issus de ces études ont servi à valider le modèle conçu dans le cadre du présent travail.

L'objectif est d'élaborer un modèle destiné à simuler numériquement les vibrations induites par effet de couronne sur les lignes de haute tension de grandeur réelle, en tenant compte de la variation des paramètres tels que: type de conducteur, intensité des précipitations, valeur et polarité du champ électrique à la surface du conducteur.

Pour ce faire, la méthode des éléments finis a été utilisée et plus particulièrement la méthode de superposition modale. Cette méthode permet de transformer l'équation différentielle de base en un système d'équations différentielles découplées où chaque équation représente un mode de vibration. La discrétisation du temps a été réalisée à l'aide d'une méthode basée sur les différences finies.

La variation dans le temps de la force induite par effet de couronne utilisée dans cette étude est de forme impulsionnelle. Cette forme donne des résultats satisfaisants et plus réalistes qu'en utilisant une forme sinusoïdale telle qu'utilisée dans les études antérieures.

Dans un premier temps, un programme a été conçu pour modéliser les vibrations d'un conducteur d'une longueur de 3,58m, existant en laboratoire. Les résultats obtenus en utilisant ce conducteur ont permis de valider les facteurs d'amortissement. L'équation d'équilibre d'une goutte d'eau soumise à un champ électrique nous a permis de déterminer le moment d'éjection des gouttelettes d'eau. Un phénomène de battement a été observé expérimentalement ainsi que lors des simulations avec l'équation d'équilibre. Ce phénomène démontre que les simulations effectuées avec l'équation d'équilibre représentent bien la réalité.

Dans un deuxième temps, des simulations ont été effectuées sur deux lignes réelles en faisant varier les paramètres cités ci-avant. Les résultats obtenus sont conformes avec les observations effectuées sur le terrain: l'amplitude des vibrations est de l'ordre de 1 à 5 cm avec une fréquence variant de 0,2 à 3 Hz.

La méthode de superposition modale utilisée pour modéliser les vibrations induites par effet de couronne a permis de reproduire plusieurs modes de vibration lors des simulations réelles contrairement aux simulations obtenues avec la méthode de Wilson qui n'excitait que le premier mode. De plus, le temps de calcul est très court avec la superposition modale permettant ainsi l'utilisation d'un plus petit pas de temps et

par conséquent une augmentation de la précision dans les calculs. Donc la méthode de superposition modale s'est avérée un bon choix.

## REMERCIEMENTS

Je remercie premièrement Monsieur Masoud FARZANEH, mon directeur de thèse, pour ces judicieux conseils et pour toutes les facilités qu'il a mises à ma disposition.

Je tiens à remercier également Monsieur Gilles BOUCHARD, mon co-directeur, pour les discussions pertinentes tout au long de cette recherche.

Ma gratitude va également à Monsieur Claude D'AMOUR pour son aide technique.

Je désire remercier Madame Carine DUBUISSON pour avoir accepté de lire le manuscrit.

Et finalement je tiens à remercier mon amie, Lucie MICHAUD, pour son support et sa très grande patience.

## TABLE DES MATIÈRES

Résumé . . . . .	ii
Remerciements . . . . .	v
Table des matières . . . . .	vi
Liste des figures . . . . .	ix
Liste des graphiques . . . . .	x
Liste des tableaux . . . . .	xiii
Liste des symboles . . . . .	xiv
<b>INTRODUCTION . . . . .</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I      MÉCANISME DE VIBRATION ET REVUE DE LA                          LITTÉRATURE . . . . .</b>	<b>5</b>
1.1 DESCRIPTION DU MÉCANISME DE VIBRATION . . . . .	5
1.2 REVUE DE LA LITTÉRATURE . . . . .	7
1.2.1      ÉTUDE DE SHAH ET MORGAN . . . . .	7
1.2.2      ÉTUDE DE MAAROUFI . . . . .	12
1.2.3      RÉSUMÉ . . . . .	15
<b>CHAPITRE II     DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE . . . . .</b>	<b>17</b>
2.1 Développement de l'équation différentielle . . . . .	17
2.2 Méthodes d'intégrations directes . . . . .	21
2.3 Méthode de superposition modale . . . . .	23
2.4 Résolution du système d'équations découplées . . . . .	27

<b>CHAPITRE III</b>	<b>CALCUL DE LA FORCE INDUITE PAR EFFET DE COURONNE</b>	29
3.1	Force induite par effet de couronne sous forme sinusoïdale	30
3.2	Force induite par effet de couronne impulsionnelle	33
3.3	Temps d'application de la force induite par effet de couronne de forme impulsionnelle	36
3.4	Conclusions	37
<b>CHAPITRE IV</b>	<b>MODÉLISATION D'UNE SECTION DE CONDUCTEUR</b>	38
4.1	Comportement d'une goutte d'eau soumise à un champ électrique	39
4.1.1	Fréquence d'éjection des gouttes	39
4.1.2	Moment d'application de la force induite par effet de couronne	40
4.1.3	Distribution des gouttes d'eau le long du conducteur	46
4.2	Évaluation des facteurs d'amortissement	48
4.3	Programmation	50
4.4	Résultats	52
4.4.1	Modélisation avec le moment d'éjection imposé	52
4.4.2	Modélisation avec l'équation d'équilibre	53
4.4.3	Amplitude des vibrations en fonction de l'intensité des précipitations	60
4.4.4	Vibrations du noeud central	62
4.5	Discussion	62
4.6	Conclusion	66

<b>CHAPITRE V</b>	<b>SIMULATION DES VIBRATIONS DES CONDUCTEURS DE LIGNES RÉELLES . . . . .</b>	<b>68</b>
5.1	Description des caractéristiques du conducteur .	69
5.2	Détermination des facteurs d'amortissement modale . . . . .	70
5.3	Distribution spatiale des gouttes d'eau le long du conducteur . . . . .	71
5.4	Simulation des vibrations sur des lignes réelles . . . . .	73
5.5	Discussion . . . . .	83
5.6	Conclusion . . . . .	85
<b>CHAPITRE VI</b>	<b>CONCLUSIONS GÉNÉRALES . . . . .</b>	<b>87</b>
<b>RÉFÉRENCES</b>	<b>. . . . .</b>	<b>92</b>
Annexe A	Développement de l'équation différentielle de base . . . . .	94
Annexe B	Rapport optimal entre le volume de la goutte avant éjection et le volume de ré-initialisation . . . . .	101
Annexe C	Simulations servant à valider les facteurs d'amortissement . . . . .	112
Annexe D	Simulations servant à valider les écarts types .	118
Annexe E	Simulations avec la méthode de Wilson . . . . .	125
Annexe F	Listing du programme . . . . .	130

## LISTE DES FIGURES

- Figure 1.1 Mécanisme proposé pour l'amorçage du mouvement [6]
- Figure 1.2 Type de pluie en fonction de l'intensité des précipitations
- Figure 2.1 Schéma des forces appliquées au conducteur
- Figure 2.2 Fonctions d'interpolation pour un élément linéaire [2]
- Figure 4.1 Équilibre des forces lorsqu'une goutte d'eau est soumise à un champ électrique

## LISTE DES GRAPHIQUES

- Graphique G4.1 Amplitude de vibration en fonction du champ électrique pour différentes valeurs de "k", en polarité négative
- Graphique G4.2 Rapport de ré-initialisation "k" en fonction du champ électrique, en polarité négative
- Graphique G4.3a Puissance dissipée par l'amortissement propre du câble
- Graphique G4.3b Évolution du coefficient d'amortissement critique en fonction de la fréquence pour un conducteur toronné
- Graphique G4.4 Variation de l'amplitude des vibrations en fonction du champ électrique (simulations effectuées avec le moment d'éjection imposé)
- Graphique G4.5 Variation de l'amplitude des vibrations en fonction du champ électrique (simulations effectuées avec l'équation d'équilibre)
- Graphique G4.6 Variation de l'amplitude des vibrations en fonction de l'intensité des précipitations (simulations effectuées avec le moment d'éjection imposé)
- Graphique G4.7a Déplacement du noeud central en fonction du temps. Polarité positive, champ de 13 kV/cm, intensité des précipitations de 15 mm/h (simulation effectuée avec le moment d'éjection imposé)
- Graphique G4.7b Déplacement du noeud central en fonction du temps. Polarité positive, champ de 13 kV/cm, intensité des précipitations de 15 mm/h (simulation effectuée avec l'équation d'équilibre)
- Graphique G4.8a Déplacement du noeud central en fonction du temps. Polarité positive, champ de 13 kV/cm, intensité des précipitations de 15 mm/h (simulation effectuée avec le moment d'éjection imposé)

- Graphique G4.8b Déplacement du noeud central en fonction du temps. Polarité positive, champ de 13 kV/cm, intensité des précipitations de 15 mm/h (simulation effectuée avec l'équation d'équilibre)
- Graphique G5.1 Position du conducteur d'Hydro-Québec pendant un cycle de vibration
- Graphique G5.2 Position du conducteur utilisé par Shah et Morgan [16], pendant un cycle de vibration
- Graphique G5.3 Déplacement du noeud central en fonction du temps. Simulation effectuée à l'aide du conducteur utilisé par Shah et Morgan [16]. Polarité alternative, champ de 11,1 kV/cm, int. préc. 20 mm/h, écart type 50 m
- Graphique G5.4 Déplacement du noeud central en fonction du temps. Simulation effectuée à l'aide du conducteur utilisé par Shah et Morgan [16]. Polarité positive, champ de 13,0 kV/cm, int. préc. 20 mm/h, écart type 50 m
- Graphique G5.5 Déplacement du noeud central en fonction du temps. Simulation effectuée à l'aide du conducteur utilisé par Shah et Morgan [16]. Polarité négative, champ de 13,9 kV/cm, int. préc. 20 mm/h, écart type 50 m
- Graphique G5.6 Déplacement du noeud central en fonction du temps. Simulation effectuée à l'aide du conducteur utilisé par Shah et Morgan [16]. Polarité alternative, champ de 11,1 kV/cm, int. préc. 10 mm/h, écart type 50 m
- Graphique G5.7 Déplacement du noeud central en fonction du temps. Simulation effectuée à l'aide du conducteur utilisé par Shah et Morgan [16]. Polarité positive, champ de 13,0 kV/cm, int. préc. 10 mm/h, écart type 50 m
- Graphique G5.8 Déplacement du noeud central en fonction du temps. Simulation effectuée à l'aide du conducteur utilisé par Shah et Morgan [16]. Polarité négative, champ de 13,9 kV/cm, int. préc. 10 mm/h, écart type 50 m

- Graphique G5.9 Déplacement du noeud central en fonction du temps. Simulation effectuée à l'aide du conducteur d'Hydro-Québec. Polarité négative, champ de 13,9 kV/cm, int. préc. 10 mm/h, écart type 40 m
- Graphique G5.10 Déplacement du noeud central en fonction du temps. Simulation effectuée à l'aide du conducteur d'Hydro-Québec. Polarité positive, champ de 13,0 kV/cm, int. préc. 10 mm/h, écart type 40 m
- Graphique G5.11 Déplacement du noeud central en fonction du temps. Simulation effectuée à l'aide du conducteur d'Hydro-Québec. Polarité alternative, champ de 11,1 kV/cm, int. préc. 10 mm/h, écart type 40 m
- Graphique G5.12 Déplacement du noeud central en fonction du temps. Simulation effectuée à l'aide du conducteur d'Hydro-Québec. Polarité négative, champ de 13,9 kV/cm, int. préc. 20 mm/h, écart type 40 m
- Graphique G5.13 Déplacement du noeud central en fonction du temps. Simulation effectuée à l'aide du conducteur d'Hydro-Québec. Polarité positive, champ de 13,0 kV/cm, int. préc. 20 mm/h, écart type 40 m
- Graphique G5.14 Déplacement du noeud central en fonction du temps. Simulation effectuée à l'aide du conducteur d'Hydro-Québec. Polarité alternative, champ de 11,1 kV/cm, int. préc. 20 mm/h, écart type 40 m

## LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU T3.1	Force induite [6] en tensions continues positive et négative ainsi qu'en tension alternative, pour un mètre de conducteur.
TABLEAU T4.1	SIMULATION AVEC LE MOMENT D'ÉJECTION IMPOSÉ en tension négative. Intensité des précipitations: 25 mm/h
TABLEAU T4.2	SIMULATION AVEC LE MOMENT D'ÉJECTION IMPOSÉ en tension positive. Intensité des précipitations: 25 mm/h
TABLEAU T4.3	SIMULATION AVEC LE MOMENT D'ÉJECTION IMPOSÉ en tension alternative. Intensité des précipitations : 25 mm/h
TABLEAU T4.4	SIMULATION AVEC L'ÉQUATION D'ÉQUILIBRE en tension continue négative. Intensité des précipitations : 25 mm/h
TABLEAU T4.5	SIMULATION AVEC L'ÉQUATION D'ÉQUILIBRE en tension continue positive. Intensité des précipitations : 25 mm/h
TABLEAU T4.6	SIMULATION AVEC L'ÉQUATION D'ÉQUILIBRE en tension alternative. Intensité des précipitations : 25 mm/h
Tableau T5.1	Caractéristiques des conducteurs

## LISTE DES SYMBOLES

$a_{co}$ :	accélération du conducteur [ $m/s^2$ ]
$C$ :	amortissement du conducteur
$c =$	facteur d'amortissement
$C_D$ :	coefficient de traînée
$d^2U/dt$ :	accélération du conducteur à un instant donné [ $m/s^2$ ]
$\partial U/\partial t$ :	vitesse du conducteur à un instant donné "t" [ $m/s$ ]
$E_0$ :	champ électrique à la surface du conducteur en [ $V/m$ ]
$F$ :	composante verticale de la tension [ $N$ ]
$F_c$ :	force induite par effet de couronne par unité de longueur [ $N/m$ ]
$F_d$ :	force de dissipation dans l'air par unité de longueur [ $N/m$ ]
$F_{imp}$ :	Force induite par effet de couronne impulsionnelle appliquée au $i^{i\grave{e}me}$ noeud [ $N$ ]
$F_o$ :	amplitude de la force induite par effet de couronne de forme sinusoïdale [ $N$ ]
$F_{sin}$ :	force induite par effet de couronne sous forme sinusoïdale [ $N$ ]
$f$ :	force externe par unité de longueur [ $N/m$ ]
$g$ :	accélération gravitationnelle [ $m/s^2$ ]
$k$ :	facteur d'ajustement du nombre d'éjection de gouttes d'eau en fonction du champ électrique, de sa polarité et de l'accélération de la goutte
$L$ :	longueur du conducteur [ $m$ ]
$m$ :	masse du conducteur [ $kg$ ]
$r_{go}$ :	rayon de la goutte [ $mm$ ]
$U_o$ :	position initiale du conducteur [ $m$ ]
$U$ :	déplacement vertical du conducteur [ $m$ ]

$\dot{U} = dU/dt$ :	vitesse du conducteur [m/s]
$V$ :	volume de la goutte d'eau [m <sup>3</sup> ]
$V_0$ :	vitesse initiale du conducteur [m/s]
$W_a$ :	énergie d'amortissement [N*m]
$Y_i$ :	amplitude de vibration crête-crête du i <sup>ème</sup> noeud [mm]
$Y_{max}$ :	amplitude de vibration au centre de la portée [mm]
$\alpha$ :	tension dans le conducteur [N/m <sup>2</sup> ]
$\beta$ :	rigidité de la fondation
$\gamma_{eau}$ =	tension de surface [N/m]
$\Delta t$ :	pas de temps [ms]
$\lambda$ :	valeur propre
$\mu$ :	coefficient d'amortissement
{v} :	vecteur propre
$\xi$ :	taux d'amortissement critique
$\xi_i$ :	amortissement modale (% d'amortissement de chaque mode)
$\rho$ :	densité du conducteur [kg/m]
$\rho_{air}$ :	masse volumique de l'air [kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_{eau}$ :	densité volumétrique de l'eau [kg/m <sup>3</sup> ]
$\Phi$ :	diamètre du conducteur [mm]
$\omega$ :	pulsation
$\omega_i$ :	fréquence naturelle de chaque mode
$\omega_{max}$ :	fréquence de vibration maximale

## INTRODUCTION

Les lignes de transport d'énergie électrique sont régulièrement soumises à différents types de vibration qui, à la longue, conduisent à des ruptures de matériel par fatigue. Il existe trois types majeurs de vibration: les vibrations éoliennes, le galop des conducteurs et les vibrations induites par effet de couronne.

Depuis quelques décennies, une attention particulière a été portée sur les vibrations éoliennes et le galop. Par contre, les vibrations induites par effet de couronne, faisant l'objet de cette étude, ont été très peu investiguées dans le passé.

Lorsqu'il pleut, les lignes de transport d'énergie électrique se mettent à vibrer aux fréquences naturelles du conducteur. Ces vibrations induites par effet de couronne sont causées par la présence intermittente de la charge d'espace et du vent ionique à proximité des gouttes d'eau suspendues au conducteur. Les vibrations induites par effet de couronne ont été étudiées en laboratoire sur une courte portée (3,58 m) [6-9,13], mais on ne connaît pas encore très bien leurs caractéristiques (amplitude, fréquence, mode, etc.) sur des portées de quelques centaines de mètres.

Les objectifs de la présente étude sont les suivants:

- 1- Modéliser les vibrations induites par effet de couronne sur une courte portée de 3,58 m à l'aide de la méthode des éléments finis, et comparer les résultats obtenus avec les résultats expérimentaux.
- 2- Déterminer la distribution des gouttes d'eau le long d'un conducteur réel d'une ligne de transport d'énergie à haute tension.
- 3- Développer l'équation d'équilibre d'une goutte d'eau suspendue à un conducteur de haute tension.
- 4- Simuler numériquement les vibrations induites par effet de couronne sur une portée réelle des lignes de transport d'énergie électrique à haute tension, en tenant compte de la dimension du conducteur, de l'intensité des précipitations ainsi que de la valeur et de la nature du champ électrique appliqué à la surface du conducteur.

La méthode des éléments finis, constituant un moyen efficace pour modéliser et simuler les vibrations d'un

conducteur, est employée dans cette étude. Deux techniques sont sélectionnées, tout d'abord la superposition modale pour la discrétisation du mouvement, ensuite la méthode des différences finies centrales pour discrétiser le temps. Finalement, une méthode d'intégration directe (Wilson) est utilisée dans le but de comparer et de valider les résultats obtenus.

Le chapitre 1 donne une description du mécanisme de vibration et fait le sommaire des travaux antérieurs. Dans le chapitre 2, on développe l'équation différentielle de base régissant les déplacements d'un conducteur suspendu et on résout cette dernière à l'aide de la méthode de superposition modale. L'équation énergétique est utilisée pour transformer la valeur de la force induite par effet de couronne de forme sinusoïdale en force de forme impulsionnelle (chapitre 3). Avant de simuler les vibrations induites sur des lignes réelles, on modélise un conducteur court (3,58m) permettant de reproduire en laboratoire les vibrations induites par effet de couronne. Un modèle dans lequel le moment d'éjection des gouttelettes d'eau est imposé permet dans un premier temps de valider les facteurs d'amortissement modal à l'aide des résultats expérimentaux. Ensuite, dans le but de générer le nombre et le moment d'éjection, on utilise l'équation d'équilibre d'une goutte d'eau suspendue soumise à un champ

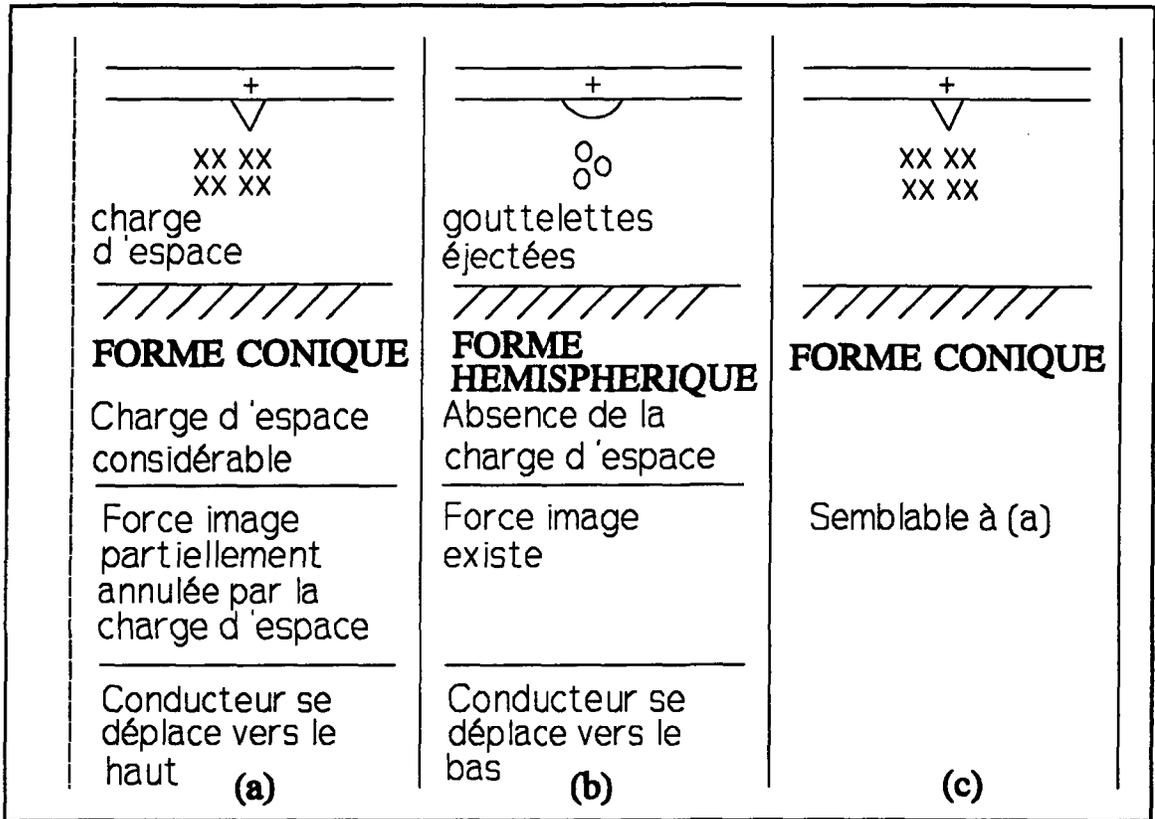
électrique (chapitre 4). Enfin, on simule les vibrations induites sur deux lignes de grandeur réelle en faisant varier différents paramètres (chapitre 5).

## CHAPITRE I

### MÉCANISME DE VIBRATION ET REVUE DE LA LITTÉRATURE

#### 1.1 DESCRIPTION DU MÉCANISME DE VIBRATION

Lorsqu'une goutte d'eau, située à la surface inférieure d'un conducteur porté à la haute tension, atteint un certain volume critique, elle s'allonge jusqu'à éventuellement éclater. Pendant la phase de l'allongement, il y a une augmentation du champ électrique à l'extrémité de la goutte ainsi qu'un accroissement du courant de décharge [6]. Des décharges électriques apparaissent et par conséquent la charge d'espace autour des gouttes suspendues augmente (voir figure 1.1). Les charges d'espace provoquent alors une diminution du champ électrique à la pointe de la goutte, produisant ainsi la décroissance de la force attractive existant entre chaque goutte et son image. Ainsi, des forces de répulsion d'origine électrostatique et dirigées verticalement vers le haut sont appliquées au conducteur.



**Figure 1.1** Mécanisme proposé pour l'amorçage du mouvement [2]

Lorsque le conducteur est en position haute, la goutte perd sa forme conique; par conséquent, l'activité de décharge devient faible et la charge d'espace diminue. Il en résulte que la force d'attraction entre le conducteur et son image devient importante et le conducteur se déplace vers le bas. Sous la pluie, les gouttes d'eau suspendues se forment à nouveau et le processus recommence. Dans certaines conditions, l'élongation et l'éclatement des gouttes d'eau deviennent synchronisés avec

le mouvement du conducteur occasionnant ainsi un mouvement harmonique de tout le conducteur [6,9].

## 1.2 REVUE DE LA LITTÉRATURE

À notre connaissance, il existe deux autres études portant sur le calcul de l'amplitude des vibrations induites par effet de couronne sur les conducteurs de haute tension. Nous présentons ci-dessous un résumé de ces études, soit celle de Shah et Morgan, et celle de Maaroufi, suivi de quelques commentaires.

### 1.2.1 ÉTUDE DE SHAH ET MORGAN

Une méthode de calcul analytique de l'amplitude des vibrations induites par effet de couronne sur les lignes de haute tension a été développée par Shah et Morgan [16]. L'équation différentielle partielle régissant les petites vibrations transversales est la suivante:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\alpha g}{\rho} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{g}{\rho} f \quad (1)$$

La solution analytique de l'équation (1), dans les travaux de Shah et Morgan, est exprimée comme suit:

$$U(x, t) = \frac{\rho}{2\alpha} (x^2 - Lx) + \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{2gF}{\rho n\pi c} \sin\left(\frac{n\pi p}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi ct}{L}\right), \quad t > 0 \quad (2)$$

où la première partie de la réponse est la forme initiale prise par le conducteur et la deuxième partie, la réponse aux forces gravitationnelles et aux forces impulsionnelles dues à l'éclatement des gouttes d'eau soumises à une pression d'origine électrostatique. Les paramètres sont:

- $\alpha = 31,69$  kN
- $\rho = 1,524$  kg/m
- $L = 304,8$  m
- flèche au centre de la portée =  $5,47$  m
- $f =$  force externe par unité de longueur

Afin de résoudre l'équation (2), les paramètres suivants ont été évalués:

- amplitude de la force induite par effet de couronne (F)
- moment d'éjection des gouttes d'eau
- nombre total de gouttes éclatées au même moment
- distribution spatiale des gouttes d'eau suspendues(x)

La force induite par éclatement des gouttes a été générée aléatoirement suivant une loi de distribution uniforme. La force maximale due à la gravité, pour une goutte de  $3,5$  mm de

diamètre, a été évaluée à  $8,8E-4$  N. La force électrostatique maximale a été évaluée à  $2,06E-3$  N. Ainsi, l'amplitude de la force générée durant les simulations est comprise entre 0,0 et  $2,94E-3$  N.

Le moment d'éjection des gouttes d'eau a été généré de façon aléatoire suivant une loi de probabilité normale. À toutes les 0,1 s, un certain nombre de gouttes sont éjecté du conducteur. Le nombre total de gouttes d'eau se détachant du conducteur à un moment donné a été déterminé à l'aide d'un générateur de nombre aléatoire et ne doit pas dépasser une valeur prédéterminée. La distribution spatiale a été obtenue en utilisant un générateur de nombre aléatoire suivant une loi de distribution normale. La moyenne et l'écart-type ont été déterminés en tenant compte du fait que les gouttes d'eau glissent le long du conducteur; par conséquent, il y a beaucoup plus de gouttes qui tombent au centre que près des attaches.

Le déplacement vertical du conducteur a été simulé pendant 30 s, mais les forces ont été appliquées pendant seulement 20 s. Il y a donc eu 200 applications de la force. Le nombre maximum de gouttes d'eau se détachant du conducteur à un instant donné a été fixé à 1000. Il a été observé que la déflexion maximale vers le haut de 0,6255 cm apparaissait à

12,619 s, et la déflexion maximale vers le bas de 3,16 cm à 19,083 s. Après l'arrêt de l'application des forces, les oscillations ont atteint un régime permanent de 5,46 cm d'amplitude avec une fréquence de 0,24 Hz.

D'après les résultats obtenus dans ce travail, on remarque que l'amplitude maximale de vibration augmente lorsque le nombre de gouttes se détachant à un instant donné augmente. La déflexion du conducteur augmente lorsque le nombre de gouttes se détachant au centre de la portée est plus grand. La déflexion du conducteur diminue considérablement quand le temps d'application moyen passe de 0,1 à 0,4 s.

**Commentaires sur les travaux de Shah et Morgan [16]:** 1) Le moment d'éjection des gouttes d'eau a été généré de façon aléatoire sans tenir compte des oscillations du conducteur. Or, Farzaneh [6] a observé qu'il existe une synchronisation entre le moment d'éjection et les déplacements du conducteur. Par conséquent, il est très important que le moment d'éjection puisse s'ajuster aux oscillations du conducteur (amplitude et fréquence).

2) De plus, certaines simulations de Shah et Morgan [16] ont été obtenues avec un nombre maximum de 1000 gouttes se

détachant du conducteur à un instant donné. Cela signifie qu'en utilisant une moyenne de 500 gouttes par dixième de seconde, 5000 gouttes sont éjectées par seconde. D'après Vernieuwe [18], cela équivaut à une précipitation de 73 mm/h. Cette valeur est élevée d'autant plus que les pertes par rebondissement sur le conducteur sont négligées dans cette estimation. Selon la figure 1.2 [5], une pluie de 73 mm/h correspond à un orage violent. Or d'après Farzaneh [6], il a été observé qu'une pluie très fine et même un léger brouillard peuvent induire des vibrations par effet de couronne.

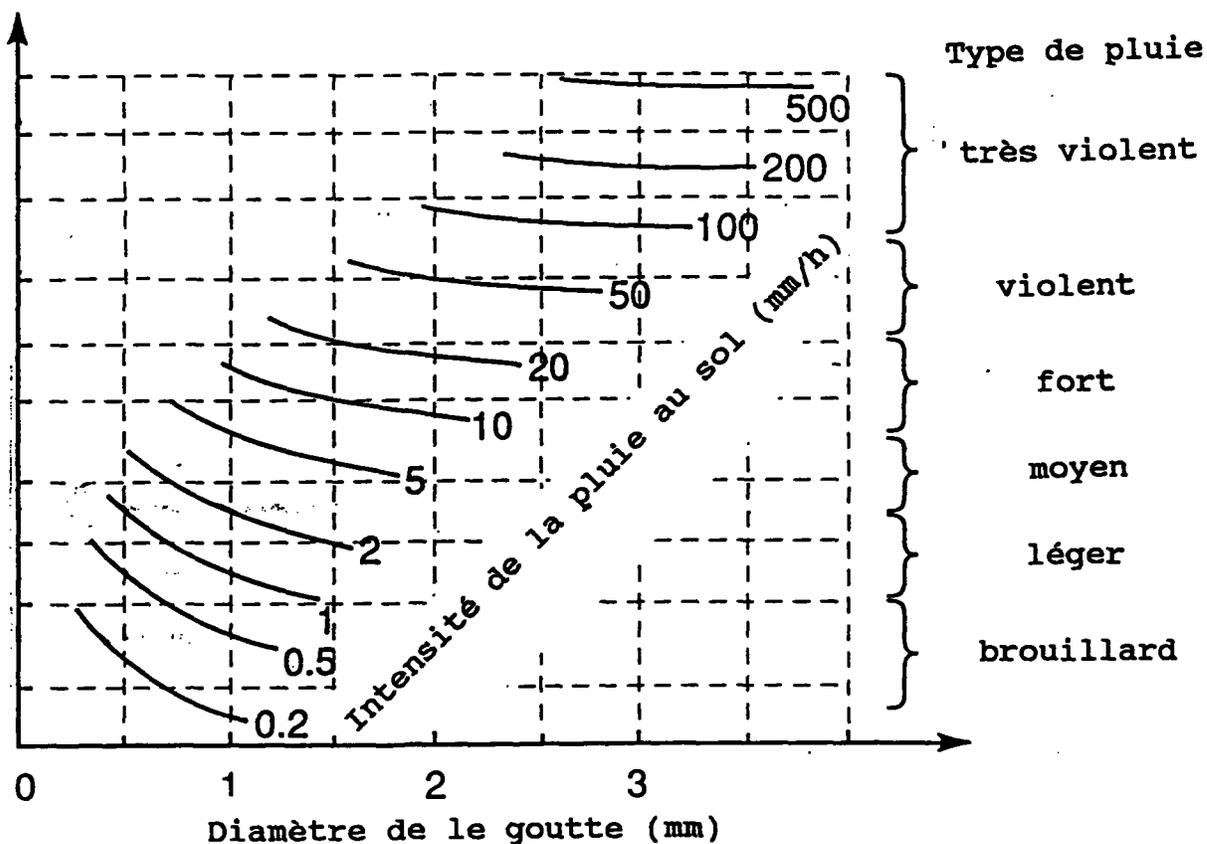


Figure 1.2 Type de pluie en fonction de l'intensité des précipitations [5]

### 1.2.2 ÉTUDE DE MAAROUFI

Maaroufi [12] a également effectué un calcul analytique de l'amplitude des vibrations. Reprenons l'équation du mouvement vertical du conducteur sous une autre forme, telle qu'exprimée dans ce travail:

$$m \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + C \frac{\partial U}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = F_d + F_c + mg \quad (3)$$

Afin de calculer l'amplitude maximale des vibrations, le point central de la portée a été utilisé pour évaluer la solution.

$$u(x, t) = q(t) \sin\left(n \frac{\pi}{L} x\right) \text{ avec } n=1 \quad (4)$$

$q(t)$ : flèche à mi-portée en fonction du temps

$L$ : longueur de la portée

donc,

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = -n^2 \frac{\pi^2}{L^2} u(x, t) \quad (5)$$

L'équation (3) peut s'écrire:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \frac{\partial u}{\partial t} + \omega^2 u = \frac{F_d}{m} + \frac{F_c}{m} + g \quad (6)$$

où  $\omega^2 = n^2 \pi^2 T / L^2 m =$  pulsation naturelle

En conservant uniquement le déplacement relatif à la position d'origine, l'équation (6) devient (en posant  $y = u$ ):

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c \frac{\partial y}{\partial t} + \omega^2 y = \frac{F_d}{m} + \frac{F_c}{m} \quad (7)$$

Si  $y(x,t) = Y(t) \sin(\pi x/L)$ , l'équation (7) devient:

$$\ddot{Y} \sin \frac{\pi}{L} x + c \dot{Y} \sin \frac{\pi}{L} x + \omega^2 Y \sin \frac{\pi}{L} x = \frac{F_d}{m} + \frac{F_c}{m} \quad (8)$$

puis en multipliant l'équation (8) membre à membre par  $\sin(\pi x/L)$  et en intégrant de 0 à L, on obtient:

$$\ddot{Y} + c \dot{Y} + \omega^2 Y = \frac{2}{L} \int_0^L \left( \frac{F_d}{m} + \frac{F_c}{m} \right) \sin \frac{\pi}{L} x \, dx \quad (9)$$

où  $F_d$  = force de dissipation dans l'air =  $-k_1 V_1^2$

$V_1$  = vitesse de déplacement du conducteur

$k_1 = \frac{1}{2} \rho C_D$

Une fonction sinusoïdale a été utilisée pour représenter la variation de la force induite par effet de couronne dans le temps:

$$F_c = F_0 \cos(\omega t) \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right)$$

Donc l'équation (9) s'écrit maintenant:

$$\ddot{Y} + c\dot{Y} + \omega^2 Y = -\frac{8k_1\alpha}{3\pi m} \dot{Y}^2 + \frac{F_0}{m} \cos\omega t \quad (11)$$

En utilisant l'équation du bilan énergétique:

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} c\dot{Y}^2 dt + \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{8k_1}{3\pi m} \alpha \dot{Y}^3 dt - \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \frac{F_0}{m} \cos\omega t \dot{Y} dt = 0 \quad (12)$$

Si:

$$Y(t) = A \sin\omega t$$

$$\dot{Y}(t) = A\omega \cos\omega t$$

après intégration, l'équation (12) devient:

$$\frac{64k_1\omega^2}{9\pi m} A^2 + c\pi\omega A - \frac{F_0\pi}{m} = 0 \quad (15)$$

L'amplitude de vibration au centre de la portée est alors donnée par l'équation suivante:

$$A = \frac{\sqrt{\xi^2\pi^2\omega^2 + \frac{64k_1F_0}{9m^2}} - \xi\pi\omega}{\frac{64k_1\omega}{9\pi m}} \quad (16)$$

Les résultats sont regroupés sous forme de graphique. Pour un conducteur de masse  $m = 1,5 \text{ kg/m}$ , de diamètre  $\Phi = 3 \text{ cm}$ , avec une fréquence  $w = 36 \text{ Hz}$  et un pourcentage d'amortissement  $\xi = 0,1$ , l'amplitude de vibration au centre de la portée obtenue, pour une force induite par effet de couronne  $F_0 = 0,01 \text{ N/m}$ , est  $A = 2,32 \text{ mm}$ .

Commentaire sur les travaux de Maaroufi [12]: une forme sinusoidale de la force induite par effet de couronne a été utilisée, c'est-à-dire qu'une force est appliquée continuellement sur le conducteur. Étant donné que la force appliquée sur le conducteur par la charge d'espace est de nature impulsionnelle, l'utilisation d'une forme sinusoidale n'est pas justifiée.

### 1.2.3 RÉSUMÉ

Pour résumer, deux études analytiques portant sur les vibrations induites par effet de couronne ont été réalisées dans le passé. Dans la première, la synchronisation entre l'éjection des gouttes et le déplacement du conducteur n'est pas considérée. De plus, l'intensité de pluie utilisée lors des simulations est trop élevée. Dans la deuxième étude, Maaroufi [12] utilise une force de forme sinusoidale, ce qui ne correspond pas à la réalité. Dans notre étude, nous proposons une simulation numérique par la méthode des éléments finis, en tenant compte à chaque pas de temps de l'interaction entre les gouttes d'eau et le déplacement du conducteur. L'équation d'équilibre d'une goutte d'eau soumise à un champ électrique est développée. De plus, on utilise la valeur la plus exacte de la force induite par effet de couronne telle qu'évaluée

expérimentalement par Farzaneh [6]. Une forme impulsionnelle de la force induite par effet de couronne, représentant mieux la réalité, est utilisée lors des simulations.

## CHAPITRE II

### DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE

L'équation différentielle de base régissant les oscillations d'un conducteur suspendu est développée et ensuite résolue à l'aide de la méthode des éléments finis. La technique de superposition modale est utilisée pour résoudre le système d'équations différentielles couplées de deuxième ordre.

#### 2.1 DÉVELOPPEMENT DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

Trouvons l'équation différentielle gouvernante qui régit les déplacements verticaux d'un conducteur tendu soumis à une force externe distribuée (voir figure 2.1) en supposant qu'il n'y a aucun déplacement longitudinale, un amortissement interne uniforme donc pas fonction de l'amplitude des vibrations et des attaches rotulées parfaites aux extrémités.

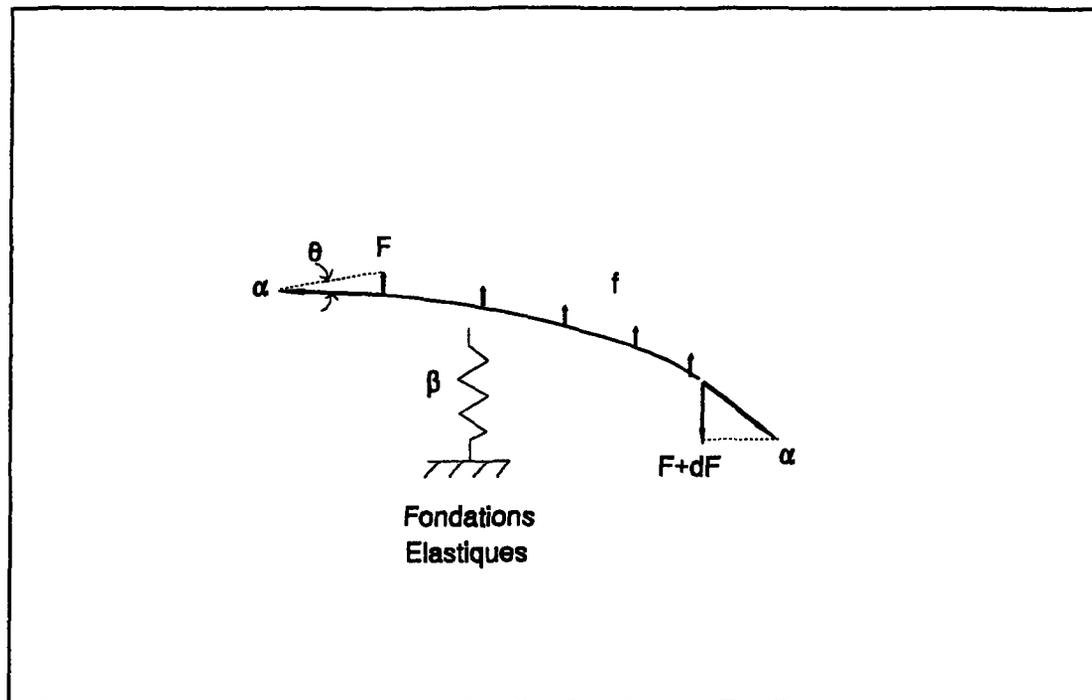


Figure 2.1 Schéma des forces appliquées au conducteur

$$-F - f dx + \beta U dx + F + dF = 0 \quad (17)$$

$$dF + \beta U dx = f dx \quad (18)$$

$$\frac{dF}{dx}(x) + \beta(x) U(x) = f(x) \quad (19)$$

Puisque  $F(x)$  la composante verticale de la tension =  $\alpha(x) \sin \theta$ , et que:

$$\sin \theta \approx \tan \theta = -\frac{dU(x)}{dx} \quad (20)$$

pour de très petits déplacements; donc

$$-\frac{d}{dx}\left(\alpha(x) \frac{dU(x)}{dx}\right) + \beta(x) U(x) = f(x) \quad (21)$$

Ajoutons un terme pour les forces d'amortissement à cause des frictions internes ' $\mu dU/dt$ ' et un terme pour les forces d'inertie du conducteur ' $\rho d^2U/dt^2$ '. L'équation (21) s'écrit maintenant:

$$\rho(x) \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} + \mu(x) \frac{\partial U(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha(x) \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} \right) + \beta(x) U(x, t) = f(x, t) \quad (22)$$

qui est une équation hyperbolique linéaire lorsque le terme  $\beta(x)$ , représentant les fondations du système, tend vers 0.

Domaine:

$$0 \leq x \leq L \quad t > t_0$$

Conditions aux frontières:

$$\text{à } x_0 \text{ (} t > t_0 \text{)} \quad U(x_0, t) = 0$$

$$\text{à } x_L \text{ (} t > t_0 \text{)} \quad U(x_L, t) = 0$$

Conditions initiales:

$$\text{à } t_0 \text{ (} x_0 < x < x_L \text{)} \quad U(x, t_0) = U_0(x)$$

$$\left( \frac{\partial U(x, t)}{\partial t} \right)_{t_0} = 0$$

L'équation (22), est résolue par la méthode des éléments finis. Cette méthode discrétise une formulation intégrale pour

conduire à un système d'équations algébriques fournissant une solution approchée du problème. Avec la technique des éléments finis, le domaine est discrétisé en plusieurs petits éléments de forme et de longueur variables.

Après avoir effectué une discrétisation du domaine en éléments (voir annexe A) et remplacé la solution exacte  $U$  par une solution approchée  $\tilde{U}$  telle que:

$$\tilde{U} = \sum_{j=1}^n a_j(t) \phi_j(x) \quad (24)$$

où les  $\Phi_j(x)$  représentent les fonctions d'interpolation nodales (indépendantes du temps) et les  $a_j(t)$  les valeurs de la fonction  $\tilde{U}$  aux noeuds (voir figure 2.2);

nous obtenons un système de la forme:

$$[M] \{\dot{a}\} + [C] \{\dot{a}\} + [k] \{a\} = \{F\} \quad (25)$$

où les matrices masse, amortissement et rigidité sont liées aux fonctions d'interpolation  $\Phi_j$  de la manière suivante:

$$M_{ij}^e = \int^e \phi_i^e(x) \rho(x) \phi_j^e(x) dx$$

$$C_{ij}^e = \int^e \phi_i^e(x) \mu(x) \phi_j^e(x) dx$$

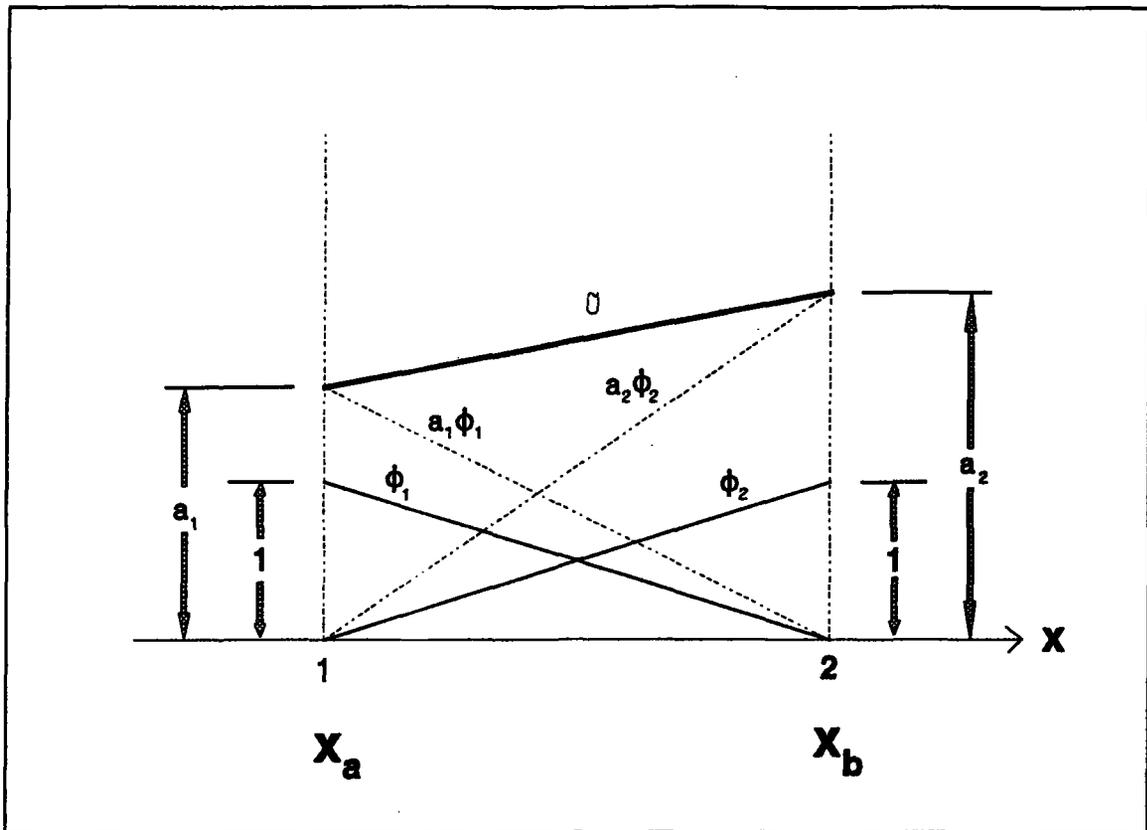


Figure 2.2: Fonctions d'interpolation pour un élément linéaire [7]

$$K_{ij}^e = \int^e \frac{d\phi_i^e(x)}{dx} \alpha(x) \frac{d\phi_j^e(x)}{dx} dx + \int^e \phi_i^e(x) \beta(x) \phi_j^e(x) dx$$

$$F_i^e(t) = \int^e f(x, t) \phi_i^e(x) dx - [\bar{\tau}^e(x, t) \phi_i^e(x)]_{x_1}^{x_n}$$

Il s'agit maintenant d'intégrer l'équation (25) par rapport au temps afin d'isoler l'amplitude des vibrations. Pour résoudre cette équation, on peut utiliser soit une méthode d'intégration directe, soit la méthode de superposition modale.

## 2.2 MÉTHODES D'INTÉGRATION DIRECTE

Les méthodes d'intégration directe discrétisent le temps en plusieurs petits intervalles variables où l'on évalue l'équation différentielle à chaque pas de temps. Nous en citons ici quelques-unes avec leurs principales caractéristiques [2,4]:

1) Méthode des différences centrales:

- méthode explicite, donc très rapide
- conditionnellement stable,  $\Delta t \leq 2/\omega_{\max}$
- erreur cumulative sur les approximations
- de préférence pour étudier les réponses transitoires avec des ondes de choc

2) Méthode de Houbolt

- approximation de  $a(t)$  par interpolation linéaire
- méthode implicite, accélération linéaire
- inconditionnellement stable pour les problèmes linéaires

3) Méthode de Wilson (aussi appelée méthode de Wilson- $\Theta$ )

- accélération linéaire
- méthode implicite

- inconditionnellement stable si  $\Theta \geq 1,37$

#### 4) Méthode de Newmark

- méthode implicite
- inconditionnellement stable pour les problèmes linéaires si  $\gamma \geq \frac{1}{2}$  et  $\beta \geq (\gamma + \frac{1}{2})^2/4$

### 2.3 MÉTHODE DE SUPERPOSITION MODALE

Cette technique découple le système d'équations en "n" équations indépendantes, représentant chacune un mode de vibration. La plupart des systèmes ne nécessite que peu de mode pour bien représenter leur comportement. Par conséquent, un système d'équations différentielles découplées et réduit est beaucoup plus court à intégrer qu'un système couplé. L'économie de temps permet d'utiliser un pas de temps plus petit et donc d'augmenter la précision des résultats.

Dans un premier temps, il s'agit de calculer les valeurs et vecteurs propres du système. Soit le système sans amortissement et sans sollicitation externe suivant:

$$[M]\{\ddot{a}\} + [k]\{a\} = \{0\} \quad (30)$$

les solutions de l'équation (30) sont de la forme:

$$\{a\} = \{v\}e^{i\omega t} \quad (31)$$

en remplaçant l'équation (31) dans l'équation (30) on obtient:

$$[k] \{a\} - \lambda \cdot [M] \{a\} = \{0\} \quad (32)$$

Il existe "n" solutions non-triviales à l'équation (32); chaque solution consiste en une valeur propre  $\lambda_i$  et un vecteur propre correspondant  $\{v\}_i$  satisfaisant l'équation suivante:

$$[k] \{v\}_i = \lambda_i \cdot [M] \{v\}_i \quad (33)$$

On définit la matrice des vecteurs propres  $[V]$  et la matrice des valeurs propres  $[\Omega]$  telles que:

$$[V] = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$

$$\text{et } [\Omega^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad \text{ou } \omega_i^2 = \lambda_i$$

n étant le nombre de degrés de liberté du système.

Les vecteurs propres d'un système correspondant à des valeurs propres distinctes sont linéairement indépendants, donc

le produit scalaire de deux vecteurs propres est égal à 0 si les indices  $i$  et  $j$  sont différents, et égal à 1 s'ils sont identiques puisqu'alors c'est le même vecteur. Par conséquent, la matrice  $[V]$  est orthogonale avec  $[k]$  et  $[M]$ , et orthonormale avec  $[M]$  c'est-à-dire:

$$\begin{aligned} \langle v \rangle_i^T [k] \langle v \rangle_j &= \omega_i^2 \quad \text{pour } i = j \\ &= 0 \quad \text{pour } i \neq j \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \langle v \rangle_i^T [M] \langle v \rangle_j &= 1 \quad \text{pour } i = j \\ &= 0 \quad \text{pour } i \neq j \end{aligned} \quad (37)$$

La solution de l'équation (25) peut être écrite sous forme de superposition linéaire des "n" modes, chacun multiplié par une amplitude générale variant en fonction du temps; donc:

$$\langle a(t) \rangle = \sum_{j=1}^n A_j(t) \langle v \rangle_j \quad (38)$$

ou bien .

$$\langle a(t) \rangle = [V] \langle A(t) \rangle \quad (39)$$

En substituant l'équation (39) dans l'équation (25) et en utilisant les relations d'orthogonalité développées précédemment, on obtient un système d'équations transformées où les termes masse et rigidité sont découplés:

$$\langle \ddot{A}(t) \rangle + [V]^T [C] [V] \langle \dot{A}(t) \rangle + [\Omega^2] \langle A(t) \rangle = [V]^T \langle F \rangle \quad (40)$$

On peut découpler entièrement l'équation (40) en utilisant la méthode du 'lumping', technique qui consiste à regrouper les facteurs d'amortissement sur la diagonale de la façon suivante:

$$[V]^T \cdot [C] \cdot [V] = \begin{bmatrix} 2\omega_1\xi_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2\omega_2\xi_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 2\omega_3\xi_3 & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2\omega_n\xi_n \end{bmatrix} \quad (41)$$

où  $\xi_i$  représente le pourcentage d'amortissement relié au  $i^{\text{ième}}$  mode de vibration.

En substituant l'éq.(41) dans l'éq.(40), on obtient un système d'équations séparées où chaque équation représente un mode de vibration.

$$\ddot{A}_i(t) + 2\omega_i\xi_i\dot{A}_i(t) + \omega_i^2 A_i(t) = f_i(t) \quad i=1,2..m \quad (42)$$

où  $m$  est le nombre de mode nécessaire pour bien représenter le système et

$$f_i(t) = \{v\}_i^T \{F(t)\} \quad (43)$$

Le système d'équations (42) peut être résolu en utilisant une des méthodes d'intégration directe précédemment citées; ensuite, on fait la sommation des  $A_i(t)$  en accord avec l'éq. (39) pour obtenir les déplacements réels  $a(t)$ .

## 2.4 RÉSOLUTION DU SYSTÈME D'ÉQUATIONS DÉCOUPLÉES

La méthode des différences centrales est utilisée pour résoudre le système d'équations. Cette méthode requiert trois temps soit:  $t_{n-2}$ ,  $t_{n-1}$  et  $t_n$ , le système d'équations est évalué au temps central  $t_{n-1}$ .

$$\{\ddot{A}\}_{n-1} + [C_D] \{\dot{A}\}_{n-1} + [\Omega^2] \{A\}_{n-1} = \{f\}_{n-1} \quad (44)$$

Les deux dérivées ont été approximées par différences centrales:

$$\{\dot{A}\}_{n-1} = \frac{\{A\}_n - \{A\}_{n-2}}{2\Delta t} \quad (45)$$

$$\{\ddot{A}\}_{n-1} = \frac{\{A\}_n - 2\{A\}_{n-1} + \{A\}_{n-2}}{\Delta t^2} \quad (46)$$

En remplaçant les éq. (45) et (46) dans l'équation (44), et en isolant pour  $\{A\}_n$

$$\{A\}_n = \frac{2 - \omega_i^2 \Delta t^2}{1 + \omega_i \xi_i \Delta t} \{A\}_{n-1} + \frac{\omega_i \xi_i \Delta t - 1}{1 + \omega_i \xi_i \Delta t} \{A\}_{n-2} + \frac{\Delta t^2}{1 + \omega_i \xi_i \Delta t} \{f\}_{n-1} \quad (47)$$

où  $i = 1, m$   $m$  étant le nombre de modes utilisés.

Il s'agit maintenant de résoudre le système d'équations (47) pour trouver les amplitudes modales  $A(t)$ , et calculer

ensuite les déplacements réels  $a(t)$  à l'aide de l'équation (39).

## CHAPITRE III

### CALCUL DE LA FORCE INDUITE PAR EFFET DE COURONNE

Pour simuler numériquement les vibrations induites par effet de couronne, il est nécessaire d'évaluer la variation de la force induite par effet de couronne dans le temps. D'après Farzaneh [6], la valeur de la force est plus grande juste avant l'éclatement, au moment où la goutte atteint sa longueur maximale, et plus faible pour le reste du cycle de vibration. De plus, il a été observé [6,10] qu'il existe une synchronisation entre le moment d'éjection et le déplacement du conducteur. Les gouttes sont toujours éjectées au moment où le conducteur passe près de sa position la plus basse. Par conséquent, il a été décidé de représenter la force induite par effet de couronne par une fonction impulsionnelle. La variation de la fonction dans le temps est évaluée de façon à conserver la même quantité d'énergie transmise au conducteur en utilisant une force impulsionnelle ou sinusoidale. La première partie de ce chapitre explique le calcul de la force induite par effet de couronne de forme sinusoidale effectué par Farzaneh [6]. Avec l'équation énergétique, on détermine le facteur multiplicatif permettant de changer la valeur de la force sinusoidale mesurée

en laboratoire, en force impulsionnelle. Enfin, on estime le temps d'application de la force sous forme impulsionnelle.

### 3.1 FORCE INDUITE PAR EFFET DE COURONNE SOUS FORME SINUSOÏDALE

La variation de la force induite par effet de couronne dans le temps est très difficile à évaluer. Certains auteurs [6,10,12] l'ont estimée à l'aide d'une fonction sinusoïdale, étant donné que les vibrations du conducteur sont de forme sinusoïdale de même fréquence que la fréquence naturelle du conducteur.

La valeur de la force induite par effet de couronne, sous forme sinusoïdale  $F_s$ , est évaluée [6] à l'aide de l'équation suivante:

$$F_s \approx \frac{W_a}{\pi * Y_{\max}} \quad (48)$$

L'énergie d'amortissement  $W_a$  (égale à l'énergie nécessaire pour maintenir la vibration) est déterminée expérimentalement à l'aide d'un montage utilisant un conducteur toronné de 3,58 m de long) placé dans l'axe d'un cylindre en grillage métallique.

L'ordre de grandeur de la force induite par effet de couronne est évalué à l'aide d'un deuxième montage dans lequel 27 pointes métalliques de forme conique ont été fixées sous un conducteur lisse sur une longueur de 2 m afin de simuler la présence des gouttes d'eau [6]. La valeur de la force est estimée en mesurant les déplacements du conducteur. L'ordre de grandeur de la force induite par effet de couronne est estimé à  $10^{-3}$  N par goutte pour les deux montages.

La valeur de la force induite par effet de couronne de forme sinusoïdale a été évaluée par Farzaneh [6] en newton par mètre de conducteur, pour différentes polarités et pour différentes intensités de champ électrique à la surface du conducteur. Les résultats se trouvent dans le tableau T3.1.

TABLEAU T3-1

Force induite [6] en tensions continues positive et négative ainsi qu'en tension alternative, pour un mètre de conducteur.

Champ Électrique (kV/cm)	c.c.+ ( $\times 10^{-2}$ N/m)	c.c.- ( $\times 10^{-2}$ N/m)	c.a. ( $\times 10^{-2}$ N/m)
9,30	0,08	0,08	0,18
10,20	0,15	0,09	0,68
11,10	0,60	0,18	1,53
12,10	1,60	1,69	1,41
13,00	2,10	2,30	1,00
13,90	2,00	2,44	0,49
14,90	1,80	2,16	0,25
15,80	1,30	1,75	0,22
16,70	1,00	1,51	0,20
17,60	0,85	1,36	0,20
18,60	0,75	1,27	0,20

### 3.2 FORCE INDUITE PAR EFFET DE COURONNE IMPULSIONNELLE

La transformation de la force induite par effet de couronne de forme sinusoidale en une force de forme impulsionnelle se fait en conservant la même quantité d'énergie transmise au conducteur. L'équation énergétique pour une force de forme sinusoidale est présentée dans la section précédente. Développons maintenant l'équation énergétique pour une force de forme impulsionnelle.

$$W_a = \sum_{i=1}^n F_{imp(i)} \cdot Temps \cdot nbre\ d'application \cdot Y_1 \quad (49)$$

La variable "**Temps**" est évaluée à la section suivante et correspond au temps d'application de la force induite par effet de couronne, soit 0,020 s. La variable "**nbre d'application**" est estimée au paragraphe 4.1.1 et est égale à 2 par seconde pour une intensité de pluie de 25 mm/h.

La valeur de la force impulsionnelle " $F_{imp}$ ", le temps d'application et le nombre d'applications de la force induite par effet de couronne par noeud sont constants pour tous les noeuds. L'équation (49) devient:

$$W_a = 0.020 s * 2 \frac{applic}{s} * F_{imp} * \sum_{i=1}^n Y_i \quad (50)$$

Il serait intéressant d'exprimer la somme des amplitudes de vibration sur tous les noeuds ( $\sum Y_i$ ) par une fraction de l'amplitude maximale ( $Y_{max}$ ). Transformons tout d'abord la somme des amplitudes de vibration par une amplitude moyenne multipliée par le nombre de noeud tel que:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 30 * Y_{moy} \quad (51)$$

Pour un caténaire vibrant dans son mode fondamental, l'amplitude moyenne ( $Y_{moy}$ ) peut être calculée en intégrant la surface sous la courbe, tel que:

$$Y_{moy} = \frac{\int_0^L \frac{\alpha}{\rho} \left( \cosh \left( \frac{\rho * x}{\alpha} \right) - 1 \right)}{L} \quad (52)$$

et l'amplitude maximale peut être évaluée de la façon suivante:

$$Y_{max} = \frac{\alpha}{\rho} * \left( \cosh \left( \frac{\rho * L}{\alpha} \right) - 1 \right) \quad (53)$$

la fraction de l'amplitude maximale est donné par:

$$\frac{Y_{moy}}{Y_{max}} = \frac{2}{3} \quad (54)$$

On peut donc écrire l'équation (50) sous la forme suivante:

$$W_a = 30 \times [0,020s \times F_{imp} \times Temps \times nbre \ d'applic \times (2/3 \ Y_{max})] \quad (55)$$

Donc l'équation se résume maintenant à :

$$W_a = 0,8 \times F_{imp} \times Y_{max} \quad (56)$$

$W_a$  est l'énergie fournie à un mètre de conducteur pendant une seconde de vibration. Il faut maintenant diviser le résultat par 5,6 Hz (la fréquence naturelle des vibrations conformément aux expériences effectuées par Farzaneh [6]), pour obtenir la valeur de l'énergie fournie au conducteur pendant un cycle de vibration. En équilibrant les deux équations énergétiques, on obtient:

$$\pi \cdot F_{sin} \cdot Y_{max} = \frac{0,8 \cdot F_{imp} \cdot Y_{max}}{5,6} \quad (57)$$

$$F_{imp} = \frac{5,6 \cdot \pi \cdot F_{sin}}{0,8} = 22,08 \cdot F_{sin} \quad (58)$$

À l'aide d'une interpolation quadratique en utilisant les résultats reportés dans le tableau T3.1, on obtient la variation de la force induite par effet de couronne sous forme sinusoidale en fonction du champ électrique (intensité et polarité) à la surface du conducteur. Pour une polarité et une valeur de champ données, on peut interpoler la valeur de la force induite par effet de couronne de forme sinusoidale à partir de 3 points adjacents dans le tableau T3.1. Il faut

ensuite multiplier la valeur de la force sinusoïdale obtenue par 22,08 pour obtenir la valeur de la force sous forme impulsionnelle.

### **3.3 TEMPS D'APPLICATION DE LA FORCE INDUITE PAR EFFET DE COURONNE DE FORME IMPULSIONNELLE**

Pour déterminer la variation de la force induite par effet de couronne de forme impulsionnelle dans le temps, on doit évaluer le temps d'application de la force. Le temps d'application correspond à la période où la goutte d'eau est allongée et les décharges couronnes sont actives. Cette force est annulée lorsque la goutte est éjectée [6]. Des films réalisés à l'aide d'une caméra haute-vitesse (400 images par seconde) ont servis à estimer la durée d'application de la force sous forme impulsionnelle. Un temps de 2,5 ms s'écoule entre chaque image. Le moment où la goutte reste allongée (force de couronne agissant au conducteur) a été évalué à environ 20 millièmes de seconde.

### 3.4 CONCLUSIONS

Le facteur multiplicatif permettant de transformer la force induite par effet de couronne de forme sinusoidale en forme impulsionnelle a été déterminé.

La durée d'application de la force sous forme impulsionnelle a été estimée à 20 millièmes de seconde.

## CHAPITRE IV

### MODÉLISATION D'UNE SECTION DE CONDUCTEUR

Avant de simuler les vibrations induites par effet de couronne sur des lignes réelles de transport d'énergie électrique, il faut d'abord valider la méthode de programmation à l'aide des résultats expérimentaux existants [6]. Ces derniers, servant à valider les facteurs d'amortissement dans le modèle, sont relatifs à la simulation des vibrations d'un conducteur court (3,58 mètres).

Dans un premier temps, on étudie les caractéristiques d'éjection des gouttelettes d'eau, à savoir: la fréquence, le moment d'éjection et la distribution le long du conducteur. Ensuite, une discussion sur les facteurs d'amortissement et une explication de la méthode de programmation sont présentées. On présente également les résultats obtenus à l'aide de deux modèles, l'un basé sur l'éjection imposée et l'autre sur l'éjection déterminée à l'aide de l'équation d'équilibre. Finalement, on compare les résultats calculés numériquement avec les résultats expérimentaux [6].

#### **4.1 COMPORTEMENT D'UNE GOUTTE D'EAU SOUMISE À UN CHAMP ÉLECTRIQUE.**

Le comportement d'une goutte d'eau suspendue à un conducteur de haute-tension est grandement influencé par la présence du champ électrique. Tout d'abord, la goutte s'allonge et prend une forme conique [10]. Au moment de l'éclatement, il y a apparition de charges d'espace et du vent ionique sous les gouttes d'eau [10]. Une force est alors appliquée verticalement sur le conducteur pendant un court laps de temps [10]. La fréquence d'éjection des gouttelettes d'eau, la distribution le long du conducteur et le moment d'application de la force induite par effet de couronne sont observés sous diverses conditions [10]. Les résultats de ces observations sont présentés dans les paragraphes suivants:

##### **4.1.1 FRÉQUENCE D'ÉJECTION DES GOUTTES**

À l'aide du premier montage expérimental (voir paragraphe 3.1), la fréquence d'éjection des gouttes est observée sous diverses intensités de pluie. Lors de vibration, il a été observé [6] qu'environ 9 gouttes, sur une possibilité de 27, par mètre de conducteur éclatent à chaque cycle de vibrations, et ce pour une intensité de pluie de 25 mm/h. La moyenne d'éjection de chaque goutte est donc approximativement égale à

2 éjections par seconde. Par contre, pour une intensité de précipitation de 10 mm/h, chaque goutte tombe environ 1 fois par seconde. Ces résultats sont basés sur les expériences que nous avons effectuées au laboratoire sur un conducteur toronné de 3,05 cm de diamètre.

#### **4.1.2 MOMENT D'APPLICATION DE LA FORCE INDUITE PAR EFFET DE COURONNE**

À l'aide de la caméra haute-vitesse, il a été observé que l'éjection des gouttes d'eau sont parfaitement synchronisées avec les mouvements du conducteur, avec cependant un léger déphasage dans le temps évalué à environ 10 millièmes de seconde [10]. Les gouttes d'eau éclatent toujours à un moment où le conducteur dépasse légèrement sa position inférieure.

Etant donné que le nombre d'éjections ainsi que le moment d'éjection des gouttelettes d'eau sont approximativement constants, l'instant d'application de la force induite par effet de couronne est généré de façons suivantes:

**1) éjection imposée:** À chaque cycle de vibration tel qu'il a été discuté, environ 9 gouttes sur 27 par mètre de conducteur sont effilées en même temps (pour une pluie de 25 mm/h). Le

programme sélectionne de façon aléatoire le tiers du nombre total de noeuds, à chaque cycle de vibration, selon une fonction de distribution de probabilité uniforme. Il est à souligner que dans le modèle ainsi que dans les simulations effectuées pour des portées réelles, la dispersion des noeuds le long du câble est uniforme et que le nombre d'éjection des gouttelettes d'eau suit une loi gaussienne. Pour le modèle, chaque noeud représente la présence d'une goutte d'eau. Pour les simulations effectuées sur des portées réelles, chaque noeud remplace 45 gouttes (soit 1,5m de conducteur). Ensuite, un test de positionnement est effectué à chaque pas de temps. Lorsqu'un noeud, choisi aléatoirement pendant la vibration du conducteur, atteint sa position inférieure, la force induite par effet de couronne impulsive est appliquée sur le noeud pendant 20 millièmes de seconde (voir section 3.3), après un déphasage de 10 millièmes. Lorsque le cycle est terminé, on choisit aléatoirement d'autres noeuds et le processus se répète.

## **2) éjection déterminée à l'aide de l'équation d'équilibre:**

Le moment d'application de la force induite par effet de couronne est évalué en comparant l'équilibre des forces verticales (voir l'éq. 59) telles que montrées dans la figure

4.1. La somme des composantes horizontales des forces appliquées est nulle.

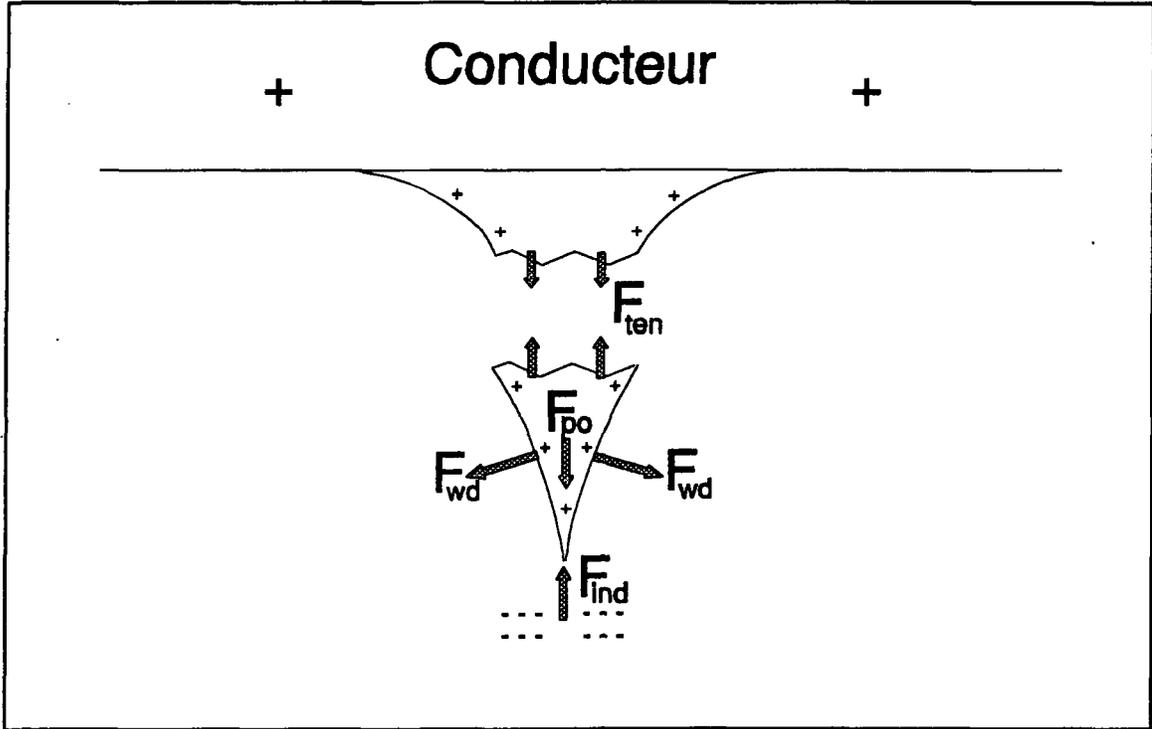


Figure 4.1 Équilibre des forces lorsqu'une goutte d'eau est soumise à un champ électrique.

$$F_{po} + F_{Y_{wd}} > F_{ten} + F_{ind} \quad (59)$$

où  $F_{po}$  : force due au poids et à l'inertie de la goutte

$$F_{po} = \rho_{eau} \cdot V \cdot a_{eau} + \rho_{eau} \cdot V \cdot g$$

$F_{Y_{wd}}$  : composante verticale de la force électrostatique exercée sur la goutte [16]

$$F_{Y_{wd}} = 58,06 \cdot 10^{-18} \cdot E_0^2 \cdot r_{g0}^2$$

$F_{ten}$  : force due à la tension de surface

$$F_{ten} = 2 \cdot \pi \cdot r_{g0} \cdot \gamma_{eau}$$

$F_{ind}$  : force moyenne induite par effet de couronne (due aux charges d'espace et au vent ionique) sur la goutte pendant un cycle de vibration

$$F_{ind} = 0,001/2 \text{ N/goutte} = 0,0005 \text{ N/goutte}$$

D'une part, il y a les forces d'inertie ( $\rho_{eau} \cdot V \cdot a_{co}$ ), gravitationnelle ( $\rho_{eau} \cdot V \cdot g$ ) et électrostatique ( $F_{Y_{wd}}$ ) qui tendent à faire éjecter la goutte. La composante verticale de la force électrostatique utilisée dans cette équation a été évaluée par Shah et Morgan [16] pour une goutte de forme hémisphérique. D'autre part, il y a les forces dues à la tension de surface ( $F_{ten}$ ) [14] et induites par effet de couronne ( $F_{ind}$ ) qui retiennent la goutte suspendue sous le conducteur. La valeur de la force induite par effet de couronne a été évaluée par Farzaneh [6]. Elle correspond à la force moyenne appliquée par goutte éclatée pendant un cycle de vibration. À chaque itération, lorsque les forces d'inertie, de poids et

électrostatique sont supérieures aux forces dues à la tension de surface et induites par effet de couronne, la goutte se détache. On applique alors sur le conducteur, verticalement et vers le haut, la valeur de la force induite par effet de couronne impulsionnelle.

Pour résoudre l'équation (59), il faut connaître le rayon de base de la goutte d'eau de forme conique à chaque pas de temps. À chaque itération, on ajoute une petite quantité d'eau au volume résiduel existant sur un noeud choisi aléatoirement. En tout temps, on connaît précisément le volume et par conséquent le rayon de base de chaque goutte d'eau. Le calcul de l'apport d'eau fourni au conducteur à chaque pas de temps est réalisé comme suit:

$$\frac{\text{inten. préc. (mm/h)} \cdot \text{long. (mm)} \cdot \text{dia. cond. (mm)}}{3600 (s/h)} = \text{débit (mm}^3/\text{s)}$$

(60)

Les pertes par rebondissement sont négligées dans ce calcul. Pour une intensité de précipitation de 25 mm/h, un diamètre et une longueur du conducteur de respectivement 3,05 cm et 2 m, le débit d'eau calculé est de 0,4236 mm<sup>3</sup>/s. On effectue ensuite le calcul de l'équation d'équilibre des forces pour chaque goutte. À chaque noeud où l'équilibre de la goutte est rompu, il y a

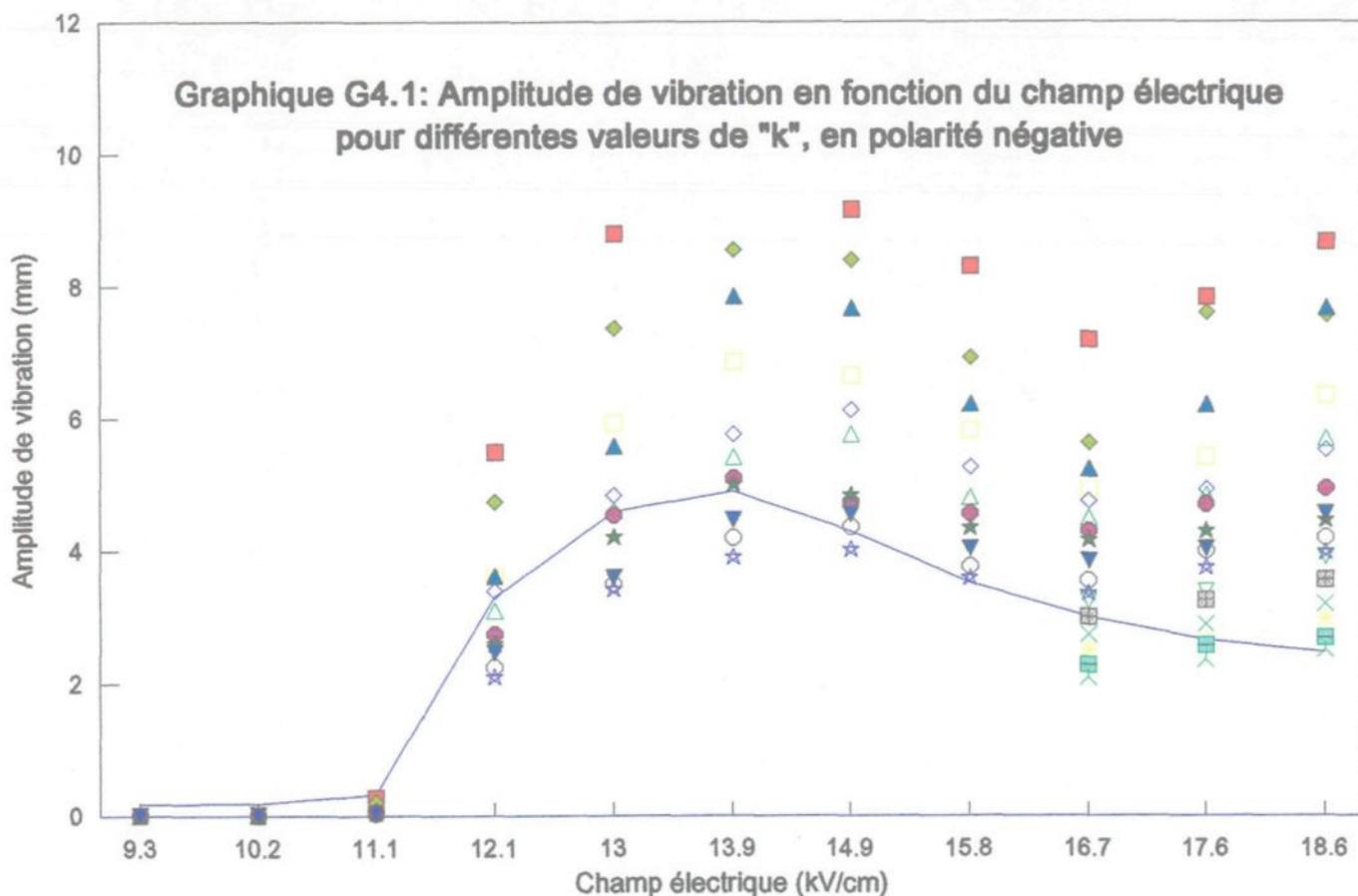
application de la force induite par effet de couronne après un déphasage de 10 millièmes de seconde.

Lorsqu'une goutte éclate, on ré-initialise son volume à une certaine valeur, étant donné qu'il reste un important résidu de la goutte attaché au conducteur après l'éjection. Le rapport entre le volume d'eau qui se détache de la goutte et le volume après éjection est variable en fonction du champ électrique et de l'accélération de la goutte. Plusieurs tests sont réalisés à l'aide du modèle afin de trouver le rapport optimal, c'est-à-dire celui qui peut maintenir les vibrations pour les différentes valeurs de champ électrique et pour les trois polarités. Ce rapport permet d'ajuster le nombre d'éjection des gouttelettes d'eau utilisé dans le modèle à partir des résultats expérimentaux. D'après le graphique G4.1, en polarité négative, plus l'intensité du champ électrique à la surface du conducteur augmente, plus le rapport entre le volume éjecté et le volume restant diminue. Les rapports entre le volume d'eau avant éjection et le volume restant qui correspondent aux valeurs expérimentales sont considérées comme les valeurs représentatives et sont présentées aux graphiques G4.2. Ces valeurs sont ensuite utilisées dans notre étude à l'aide de la fonction "RAPPORT". Pour les polarités positive et alternative, les résultats obtenus sont présentés dans l'annexe

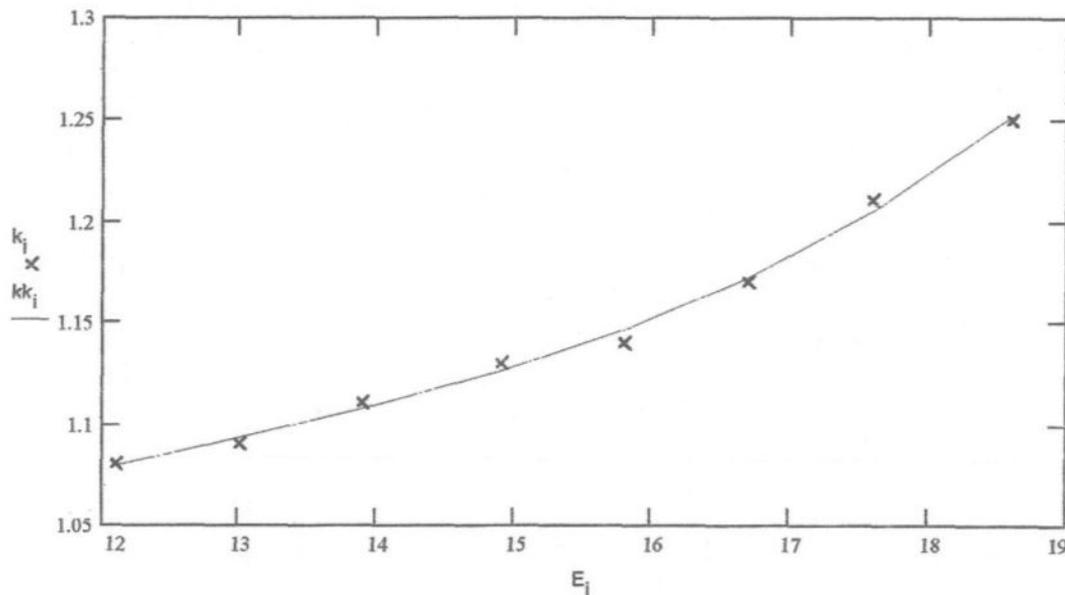
B. Lorsqu'une goutte éclate, on vérifie le rapport entre le volume final et le volume de ré-initialisation. Si le rapport est plus grand que la valeur obtenue dans la courbe, on augmente la valeur du volume initial de façon à ce que la valeur du rapport baisse. De la même manière, si le rapport devient plus petit que la valeur optimale, on diminue la valeur du volume de ré-initialisation.

#### **4.1.3 DISTRIBUTION DES GOUTTES D'EAU LE LONG DU CONDUCTEUR**

Dans le montage expérimental utilisé par Farzaneh [6], la tension mécanique appliquée à chaque extrémité du conducteur est fixée à 2 616 lbs, afin d'obtenir une fréquence d'oscillation dans une gamme proche à celle des lignes réelles. La flèche au centre du conducteur est approximativement égale à 1 cm pour une portée de 3,58 m. Par conséquent, la distribution des gouttes le long de la section du conducteur se fait de façon uniforme. Dans le chapitre 5, la distribution des gouttes le long des lignes réelles est discutée.

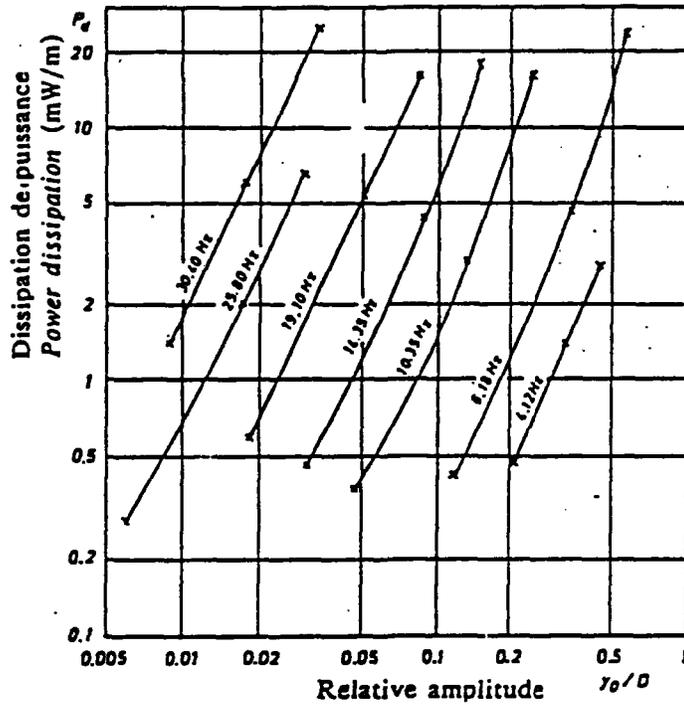


**Graphique G4.2: Rapport de ré-initialisation "k" en fonction du champ électrique en polarité négative.**

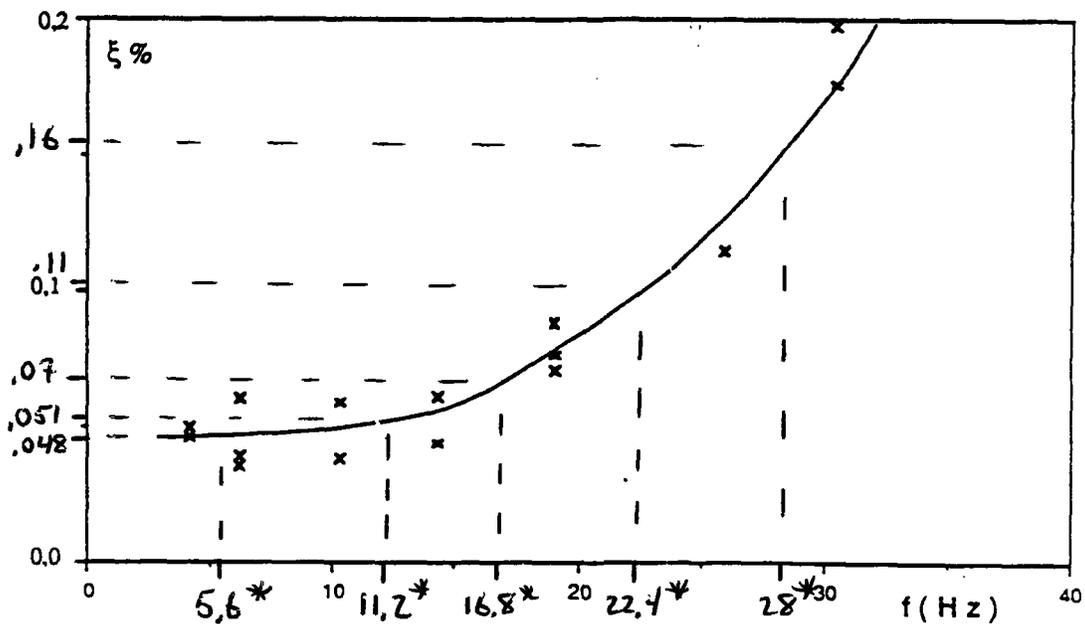


#### 4.2 ÉVALUATION DES FACTEURS D'AMORTISSEMENT

L'amortissement modal, c'est-à-dire le pourcentage d'amortissement relié à chaque mode de vibration, est extrêmement difficile à évaluer. Certains articles [3,15] décrivent les techniques d'évaluation des facteurs d'amortissement des câbles suspendus, mais ces techniques ne sont pas applicables pour une longueur de conducteur de seulement 3,58 mètres. On utilisera donc les pourcentages d'amortissement obtenus par le C.I.G.R.E [3] et présentés dans la thèse de Maaroufi [12]. Les facteurs d'amortissement ont été évalués en fonction de la fréquence de vibration pour un conducteur toronné. D'après les graphiques G4.3a et G4.3b, les pourcentages d'amortissement reliés au 5 premiers modes de vibration, pour des fréquences de 5,6, 11,2, 16,8, 22,4 et 28 Hz, sont évalués respectivement à 0,048, 0,051, 0,07, 0,11 et 0,16.



Graphique G4.1a: Puissance dissipée par l'amortissement propre du câble. [3,12]



Graphique G4.1b: Évolution du coefficient d'amortissement critique  $\zeta$  en fonction de la fréquence pour un conducteur toronné. [3,12]

\* facteurs d'amortissement utilisés dans le modèle

### 4.3 PROGRAMMATION

Un programme informatique est conçu afin de simuler les vibrations induites par effet de couronne. Le comportement d'une section de conducteur a d'abord été simulé dans le but de valider les facteurs d'amortissement. Le conducteur a les caractéristiques suivantes: diamètre: 3,05 cm, longueur: 358 cm, masse: 5,95 kg.

La méthode de superposition modale utilisée dans cette étude exige d'abord le calcul des valeurs propres du système et des vecteurs propres correspondants. Pour cela, on utilise une sous-routine existante (GENJAC) provenant du volume de BATHE et WILSON [1]. Ensuite, la position initiale du conducteur est calculée à l'aide de l'équation du caténaire suivante [11]:

$$y = \frac{\text{tension}}{\text{poids}} * \left( \cosh \left( \frac{\text{poids} * \text{longueur}}{2,0 * \text{tension}} \right) - 1 \right)$$

où tension : tension mécanique appliquée aux extrémités du conducteur [N]

poids : poids du conducteur par unité de longueur [N/m].

longueur : longueur totale de la portée [m].

Finalement, à chaque pas de temps, on calcule les déplacements du conducteur à l'aide de l'équation (47). Le pas de temps est évalué de façon à respecter la condition de stabilité du système. La stabilité de la solution n'est assurée que pour un pas de temps ( $\Delta t$ ) inférieur à une valeur critique ( $\Delta t_{crit}$ ) qui est liée à la plus petite période caractéristique de résonance ( $T_{min}$ ) du système physique étudié [4].

$$\Delta t \leq \Delta t_{crit} = \frac{2}{\omega_{max}} = \frac{2}{\sqrt{\lambda_{max}}}$$

où  $\lambda_{max}$  : valeur propre maximale

$$\lambda_{max} = 124\,004 \text{ pour le dixième mode}$$

donc:  $\Delta t \leq 0,0057$

Par conséquent, la résolution dans le temps du système d'équations découplées se fait avec un pas de temps de un millième de seconde (,001 s).

Les limites d'utilisation du modèle sont des intensités de précipitation inférieures à 25 mm/h en absence de vent. Le champ électrique à la surface du conducteur est limité à une valeur comprise entre 9,0 et 20,0 kV/cm.

## 4.4 RÉSULTATS

### 4.4.1 MODÉLISATION AVEC LE MOMENT D'ÉJECTION IMPOSÉ

Les tableaux T4.1 à T4.3 ainsi que le graphique G4.4 montrent la variation de l'amplitude des vibrations du noeud central en fonction du champ électrique à la surface du conducteur, obtenue à l'aide de la modélisation avec le moment d'éjection imposé. L'intensité des précipitations est fixée à 25 mm/h pour les trois polarités. Les résultats obtenus permettent de valider les facteurs d'amortissement modal. Par exemple, pour la tension négative, l'erreur varie de -,07 mm à +,06 mm pour les amplitudes de vibration supérieures à 1 mm. Pour les amplitudes de vibration inférieures à 1 mm crête-crête, on remarque que le taux d'erreur est relativement élevé; ceci est dû à la faible valeur de l'amplitude.

Les différences entre l'amplitude de vibration calculée à l'aide de la méthode numérique et celle mesurée expérimentalement s'expliquent de façons suivantes. Premièrement, les expérimentations au laboratoire pourraient comporter des erreurs dues à l'imprécision des appareils ou à de mauvaises lectures.

Deuxièmement, le nombre réel de gouttes d'eau suspendues au-dessous du conducteur peut varier d'un cycle de vibration à l'autre. Dans la simulation avec le moment d'éjection imposé, le nombre d'éjections est fixé à 10 par cycle, et cela peut constituer une source de divergence entre les résultats obtenus en laboratoire et ceux obtenus à l'aide du modèle.

Troisièmement, le moment d'application et la forme de la force induite par effet de couronne peuvent occasionner des divergences entre les résultats calculés à l'aide de la méthode numérique et les résultats mesurés expérimentalement.

#### **4.4.2 MODÉLISATION AVEC L'ÉQUATION D'ÉQUILIBRE**

Les tableaux T4.4 à T4.6 et le graphique G4.5 présentent les résultats obtenus pour une modélisation à l'aide de l'équation d'équilibre des gouttes suspendues en dessous du conducteur. Comme pour la modélisation avec le moment d'éjection imposé, dans les cas limites où l'amplitude de vibration est plus petite que 1 mm, l'erreur relative varie de 60% à 90%.

Par contre, pour les vibrations de plus grande amplitude, la synchronisation entre l'éjection des gouttes et le mouvement

vibratoire du conducteur est meilleure et cela se traduit par des erreurs relatives plus faibles (de -8,3% à +6,5% pour les trois polarités).

**TABEAU T4.1: SIMULATION AVEC LE MOMENT D'ÉJECTION IMPOSÉ en tension négative. Intensité des précipitations: 25 mm/h**

Champ Électrique (kV/cm)	Amp. de vib. cal. (mm)	Amp. de vib. exp. (mm)	erreur pt à pt (mm) *	Commentaire
9,3	,16	,18	-,02	cas limite
10,2	,18	,19	-,01	
11,1	,36	,33	,03	
12,1	3,36	3,3	,06	valable
13,0	4,55	4,6	-,05	
13,9	4,83	4,9	-,07	
14,9	4,29	4,3	-,01	
15,8	3,49	3,52	-,03	
16,7	2,97	3,0	-,03	
17,6	2,69	2,65	,04	
18,6	2,53	2,47	,06	

**TABEAU T4.2: SIMULATION AVEC LE MOMENT D'ÉJECTION IMPOSÉ en tension positive. Intensité des précipitations: 25 mm/h**

Champ Électrique (kV/cm)	Amp. de vib. cal. (mm)	Amp. de vib. exp. (mm)	erreur pt à pt (mm) *	Commentaire
9,3	,16	,13	,03	cas limite
10,2	,30	,23	,07	
11,1	1,18	1,2	-,02	valable
12,1	3,18	3,2	-,02	
13,0	4,19	4,35	-,16	
13,9	3,98	4,23	-,25	
14,9	3,58	3,72	-,14	
15,8	2,59	2,7	-,11	
16,7	2,01	2,0	,01	
17,6	1,69	1,7	-,01	
18,6	1,5	1,5	,0	

**TABEAU T4.3: SIMULATION AVEC LE MOMENT D'ÉJECTION IMPOSÉ en tension alternative. Intensité des précipitations: 25 mm/h**

Champ Électrique (kV/cm)	Amp. de vib. cal. (mm)	Amp. de vib. exp. (mm)	erreur pt à pt (mm) *	Commentaire
9,3	,36	,28	,08	cas limite
10,2	1,36	1,4	-,04	valable
11,1	3,01	3,0	,01	
12,1	2,79	2,85	-,06	
13,0	2,01	2,0	,01	
13,9	,97	,97	,0	
14,9	,5	,52	-,02	
15,8	,44	,33	,11	cas limite
16,7	,40	,27	,13	
17,6	,40	,27	,13	
18,6	,40	,27	,13	

**TABEAU T4.4: SIMULATION AVEC L'ÉQUATION D'ÉQUILIBRE en tension continue négative. Intensité des précipitations: 25 mm/h**

Champ Électrique (kV/cm)	Amp. de vib. cal. (mm)	Amp. de vib. exp. (mm)	erreur pt à pt (mm) *	Commentaire
9,3	,04	,18	-,14	cas limite
10,2	,03	,19	-,16	
11,1	,15	,33	-,18	
12,1	3,25	3,3	-,05	valable
13,0	4,24	4,6	-,36	
13,9	5,05	4,9	,15	
14,9	4,51	4,3	,21	
15,8	3,57	3,52	,05	
16,7	2,87	3,0	-,13	
17,6	2,70	2,65	,05	
18,6	2,54	2,47	,07	

**TABEAU T4.5: SIMULATION AVEC L'ÉQUATION D'ÉQUILIBRE en tension continue positive. Intensité des précipitations: 25 mm/h**

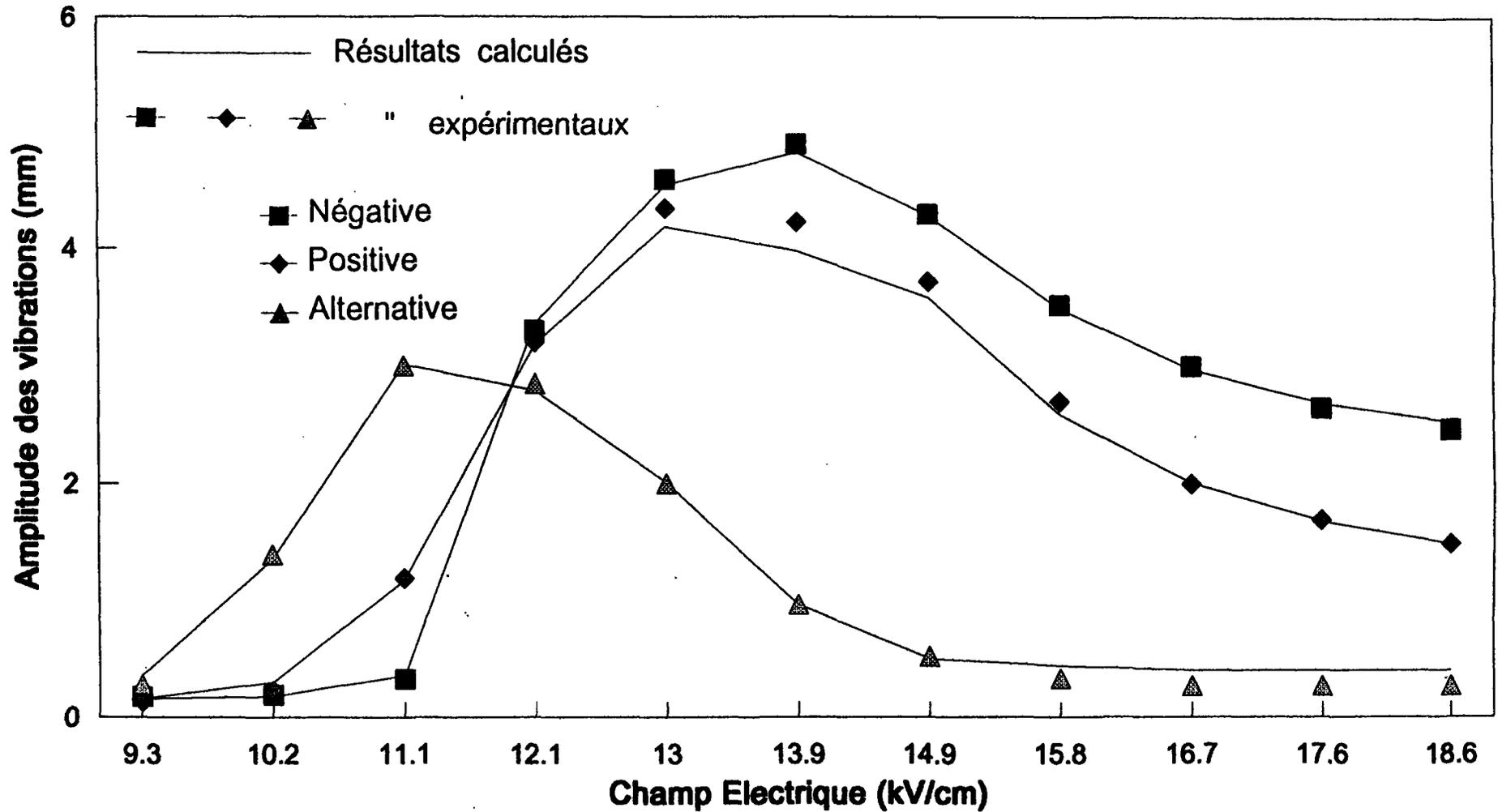
Champ Électrique (kV/cm)	Amp. de vib. cal. (mm)	Amp. de vib. exp. (mm)	erreur pt à pt (mm) *	Commentaire
9,3	,02	,13	-,11	cas limite
10,2	,07	,23	-,16	
11,1	1,1	1,2	-,10	valable
12,1	3,26	3,2	,06	
13,0	4,22	4,35	-,13	
13,9	4,25	4,23	-,02	
14,9	3,96	3,72	,24	
15,8	2,71	2,7	,01	
16,7	1,94	2,0	-,06	
17,6	1,74	1,7	,04	
18,6	1,55	1,5	,05	

**TABEAU T4.6: SIMULATION AVEC L'ÉQUATION D'ÉQUILIBRE en tension alternative. Intensité des précipitations: 25 mm/h**

Champ Électrique (kV/cm)	Amp. de vib. cal. (mm)	Amp. de vib. exp. (mm)	erreur pt à pt (mm) *	Commentaire
9,3	,26	,28	-,02	valable
10,2	1,29	1,4	-,11	
11,1	3,06	3,0	,06	
12,1	3,04	2,85	,19	
13,0	2,02	2,0	,02	
13,9	,86	,97	-,11	
14,9	,59	,52	,07	
15,8	,05	,33	-,28	
16,7	,05	,27	-,22	
17,6	,04	,27	-,23	
18,6	,03	,27	-,24	

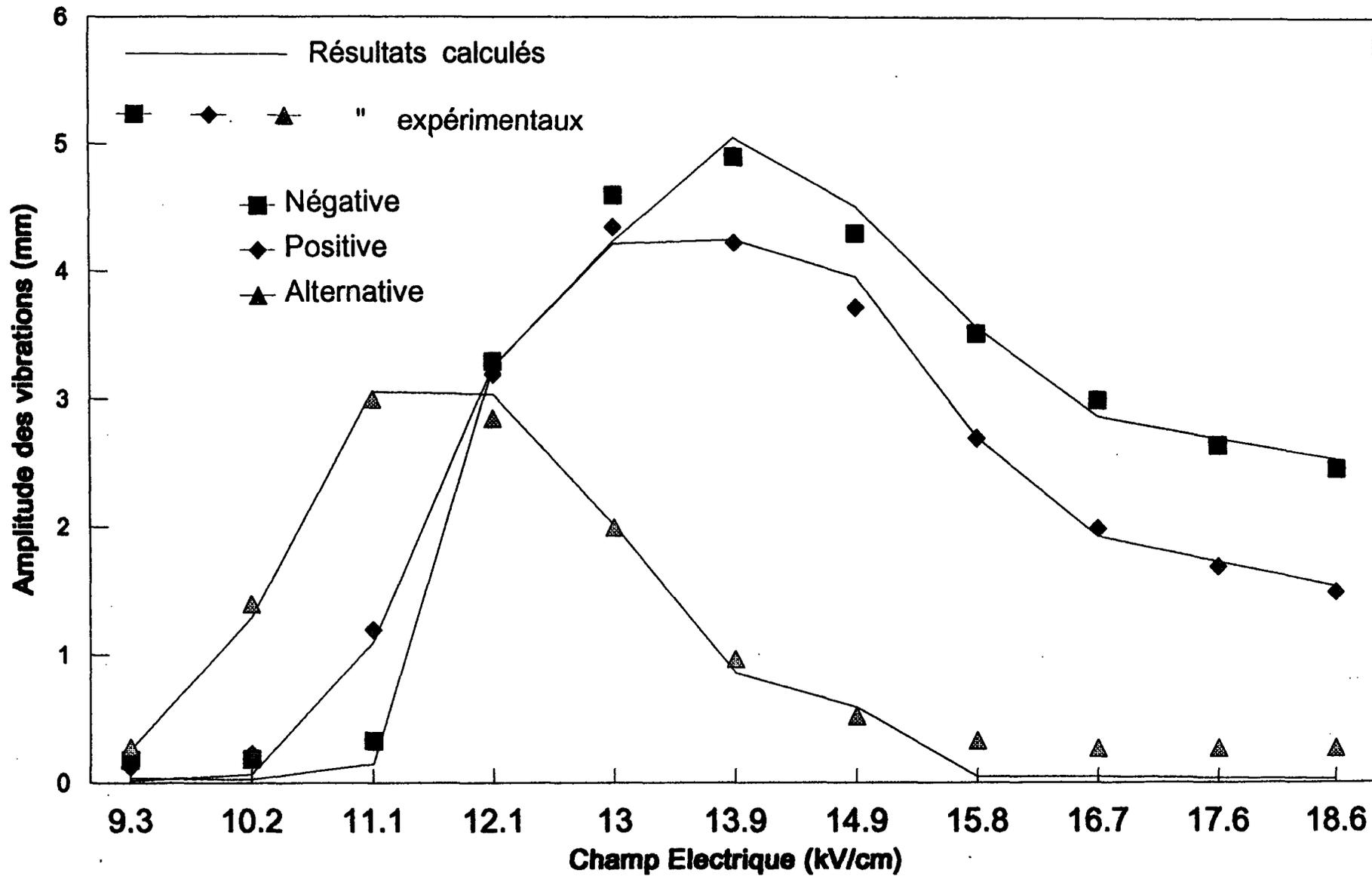
\* différence entre l'amplitude de vibration calculée à l'aide de la méthode numérique et l'amplitude de vibration mesurée expérimentalement.

**Graphique G4.4 : Variation de l'amplitude des vibrations en fonction du champ électrique**



Simulations effectuées avec le moment d'éjection imposé

**Graphique G4.5 : Variation de l'amplitude des vibrations en fonction du champ électrique**

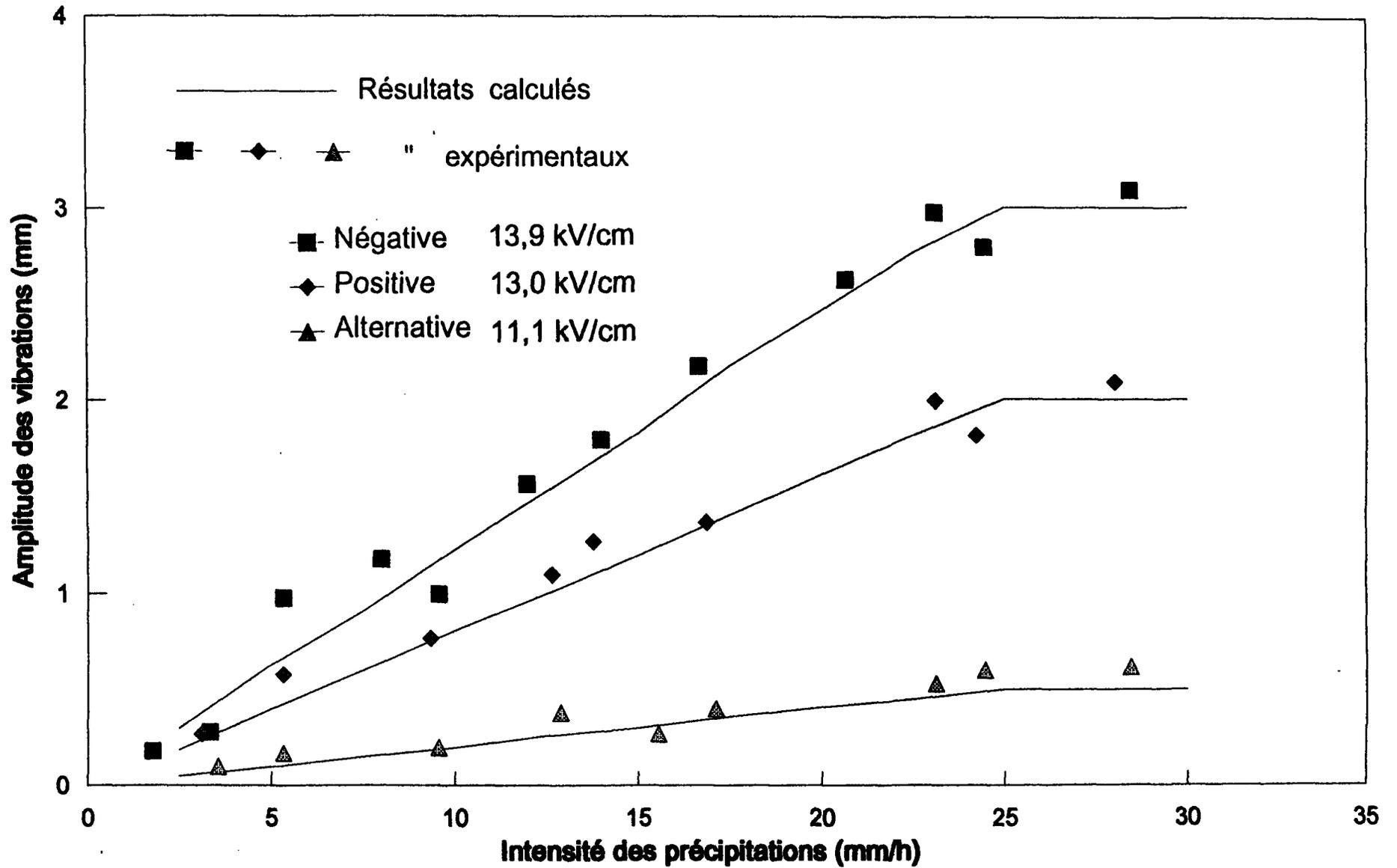


Simulations effectuées avec l'équation d'équilibre

#### 4.4.3 AMPLITUDE DES VIBRATIONS EN FONCTION DE L'INTENSITÉ DES PRÉCIPITATIONS

Le graphique G4.6 montre la variation de l'amplitude des vibrations en fonction de l'intensité des précipitations, obtenue par la modélisation avec le moment d'éjection imposé. La valeur du champ électrique à la surface du conducteur est fixée respectivement à 11,3, 13,0 et 13,9 kV/cm en tension alternative, positive et négative. Les résultats obtenus sont en accord avec les résultats expérimentaux [6], c.à.d. que la relation entre l'amplitude des vibrations et l'intensité des précipitations est linéaire de 4 à 25 mm/h de précipitations. Il a été observé expérimentalement [6] que l'amplitude des vibrations n'augmente plus au-delà de 25 mm/h de précipitation, à cause de la saturation du nombre d'éjections des gouttelettes d'eau. Dans les simulations numériques, l'intensité des précipitations retenue est donc plafonnée à 25 mm/h. Cependant, quelques simulations ont été effectuées avec une intensité de précipitation supérieure à 25 mm/h pour montrer l'effet de saturation.

**Graphique G4.6: Variation de l'amplitude des vibrations en fonction de l'intensité des précipitations**



Simulations effectuées avec le moment d'éjection imposé

#### 4.4.4 VIBRATIONS DU NOEUD CENTRAL

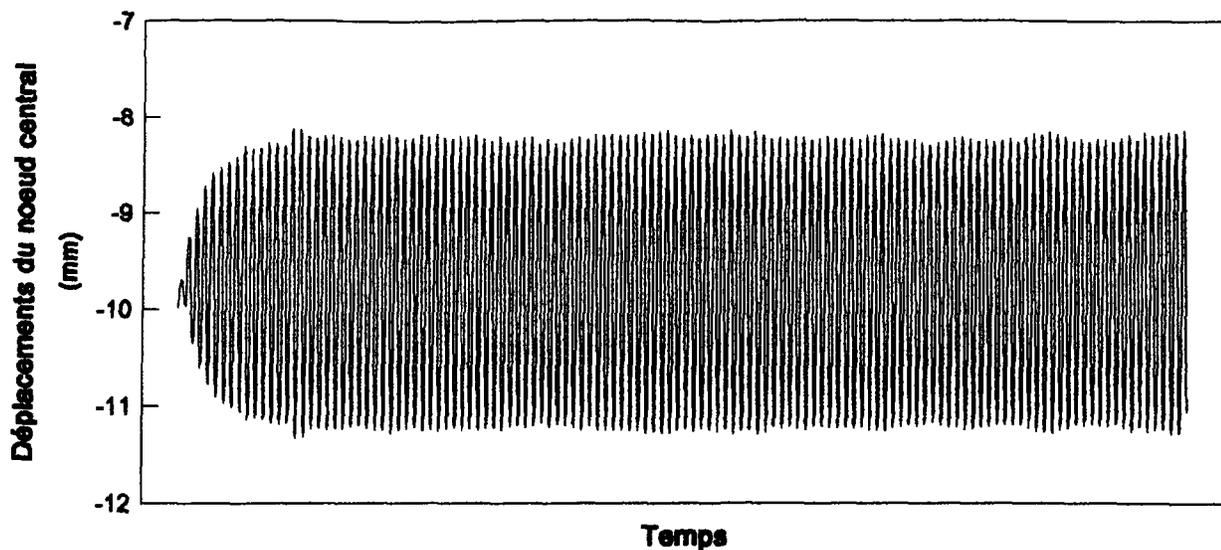
Les graphiques G4.7a et G4.7b montrent l'amplitude des vibrations du noeud central durant 20 secondes, calculée par le modèle avec le moment d'éjection imposé (G4.7a) et le modèle avec l'équation d'équilibre (G4.7b). La valeur du champ à la surface du conducteur et l'intensité des précipitations sont fixées à  $-13,9$  kV/cm et  $15$  mm/h respectivement pour le calcul.

Les graphiques G4.8a et G4.8b montrent l'amplitude des vibrations du noeud central durant 20 secondes, calculée par le modèle avec le moment d'éjection imposé (G4.8a) et le modèle avec l'équation d'équilibre (G4.8b). La valeur du champ à la surface du conducteur et l'intensité des précipitations sont fixées à  $+13,0$  kV/cm et  $5$  mm/h respectivement pour le calcul.

#### 4.5 DISCUSSION

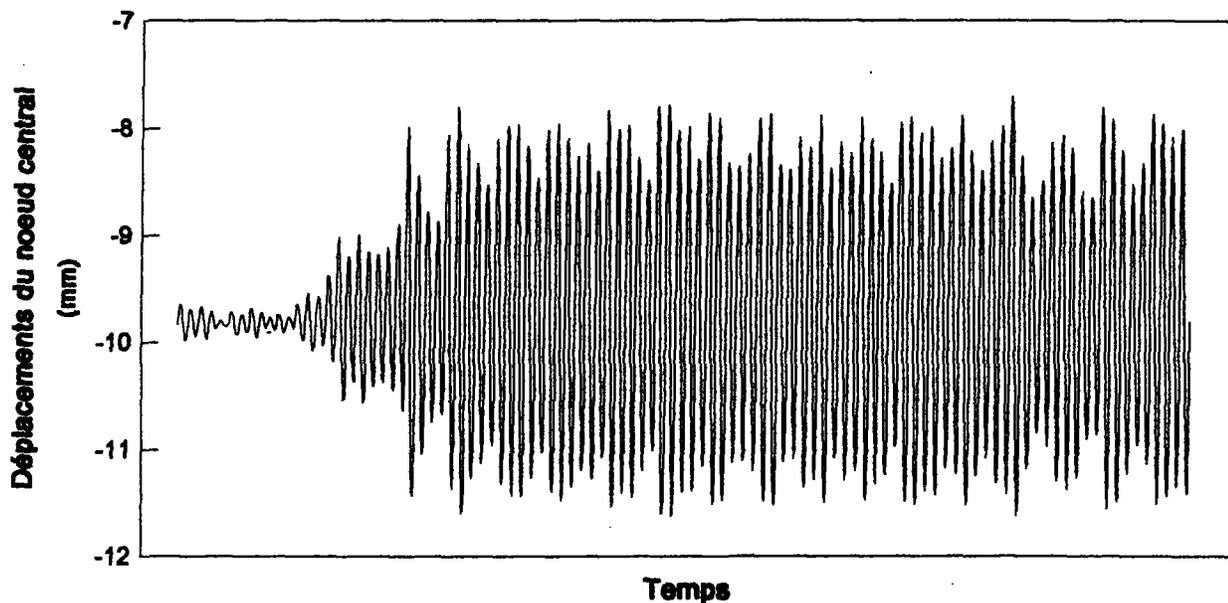
On remarque que les simulations avec le moment d'éjection imposé donnent des amplitudes de vibration très régulières. Par contre, les graphiques G4.7b et G4.8b, concernant les simulations avec l'équation d'équilibre, montrent des fluctuations importantes de l'amplitude des vibrations (phénomène de battement). Cependant, la moyenne des amplitudes

**Graphique G4.7a : Déplacement du noeud central en fonction du temps.  
Pol. pos., champ 13 kV/cm, int. des précipitations 15 mm/h**



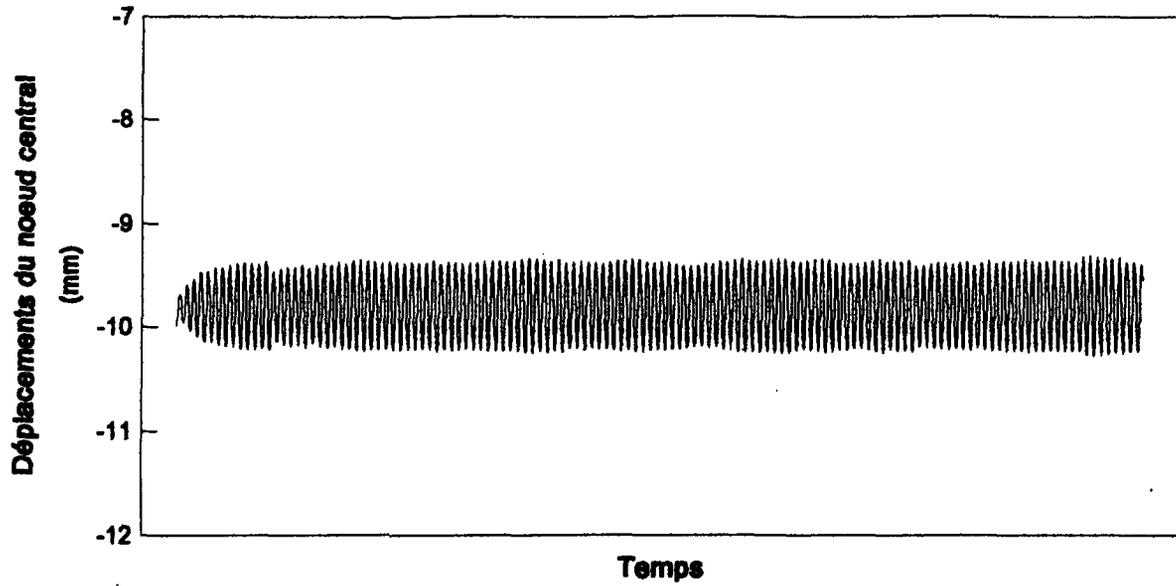
Simulations effectuées avec le moment d'éjection imposé

**Graphique G4.7b : Déplacement du noeud central en fonction du temps.  
Pol. pos., champ de 13 kV/cm, int. des précipitations: 15 mm/h**



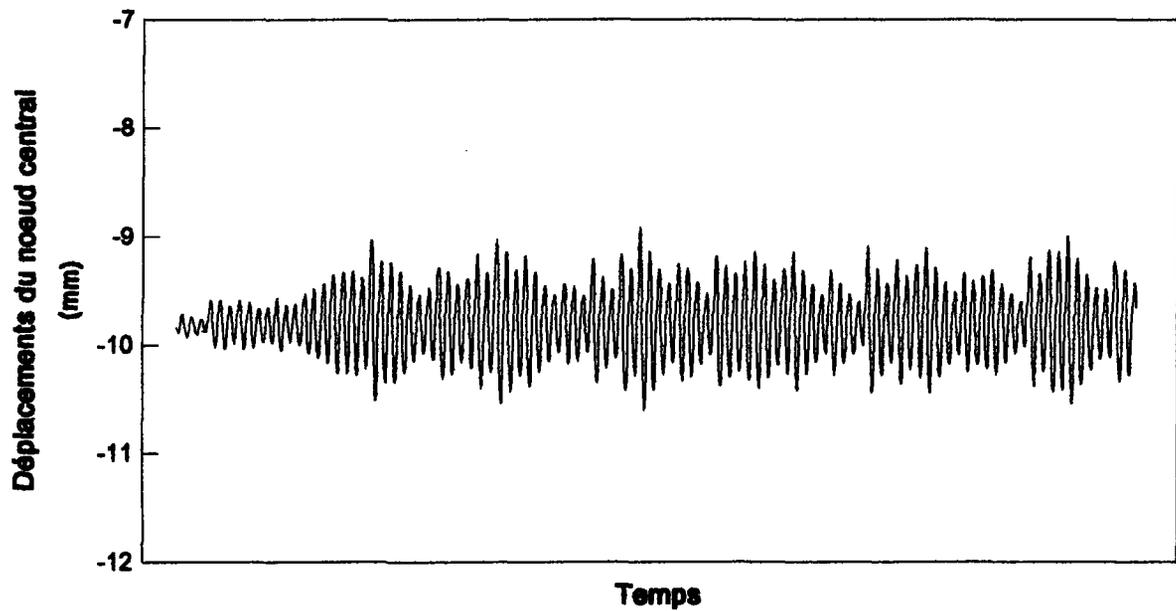
Simulations effectuées avec l'équation d'équilibre

**Graphique G4.8a : Déplacement du noeud central en fonction du temps.  
Pol. pos., champ 13 kV/cm, Int. des précipitations: 5 mm/h**



Simulations effectuées avec le moment d'éjection imposé

**Graphique G4.8b : Déplacement du noeud central en fonction du temps.  
Pol. pos., champ de 13 kV/cm, Int. des précipitations: 5 mm/h**



Simulations effectuées avec l'équation d'équilibre

de vibration donne approximativement la même valeur qu'avec la modélisation où l'éjection est imposée. Il est à noter que les résultats obtenus au chapitre 4 ont été effectués avec des intensités de précipitations différentes (5 et 15 mm/h) de celle utilisée lors de l'évaluation du facteur "k". Le battement se produit lorsque deux ou plusieurs vibrations parallèles et de période différente s'additionnent [17]. Ce phénomène a aussi été enregistré lors d'expériences en laboratoire sur courte portée. Par contre, le battement n'a pas été observé lors de la simulation avec le moment d'éjection imposé. Ceci est dû principalement au fait que les forces appliquées au conducteur sont parfaitement synchronisées avec le déplacement vertical de ce dernier. Par conséquent, les autres modes de vibration, de fréquence plus élevée, ne sont pas excités et donc ne sont pas mis à contribution pour générer un effet de battement. Le phénomène de battement observé dans les vibrations réelles et dans les simulations avec l'équation d'équilibre permet donc de valider cette méthode de simulation. L'équation d'équilibre utilisée dans notre modèle est basée sur l'équilibre des forces agissant sur une goutte. Étant donné que les forces en jeu sont calculées d'une façon approximative, la méthode numérique utilisée ne donne pas avec exactitude le moment d'éjection. Ceci pourrait être l'objet d'une étude ultérieure ce qui permettrait d'améliorer notre modèle.

#### 4.6 CONCLUSIONS

Ce chapitre a permis de modéliser un conducteur d'une longueur de 3,58 m à l'aide de la méthode de superposition modale. Le temps de calcul utilisé par cette méthode est très court, permettant ainsi l'utilisation d'un plus petit pas de temps et par conséquent une augmentation de la précision dans les calculs.

La variation dans le temps de la force induite par effet de couronne est de forme impulsionnelle. Cette forme donne des résultats satisfaisants et plus réalistes qu'en utilisant une forme sinusoïdale. Cependant, pour améliorer la précision du calcul, une autre forme de la variation de la force, en se basant sur la forme de la variation du courant de décharge, pourrait être utilisée dans les études ultérieures.

Les simulations effectuées avec le modèle où le moment d'éjection est imposé permettent d'appliquer les forces au bon moment et en quantité suffisante pour compenser l'énergie d'amortissement perdue. Par conséquent, cette méthode permet de valider les facteurs d'amortissement utilisés pour le conducteur de 3,58m.

Un phénomène de battement a été observé expérimentalement ainsi que lors des simulations avec l'équation d'équilibre. Ce phénomène démontre que les simulations effectuées avec l'équation d'équilibre représentent bien la réalité.

Pour les simulations à l'aide de l'équation d'équilibre, la synchronisation entre les déplacements du conducteur et l'éjection des gouttelettes est bonne seulement lorsque les amplitudes de vibration sont supérieures à 1 mm. Dans ces cas, les résultats calculés numériquement sont semblables aux résultats mesurés expérimentalement.

## CHAPITRE V

### SIMULATION DES VIBRATIONS DES CONDUCTEURS DE LIGNES RÉELLES

Ce chapitre est consacré à la présentation des résultats des simulations numériques réalisées pour deux lignes réelles de haute-tension. Une description des caractéristiques des conducteurs est présentée dans le tableau T5.1. Étant donné que les facteurs d'amortissement modal ne sont pas disponibles pour les conducteurs considérés, différentes valeurs sont testées dans le but de déterminer celles correspondant le mieux aux vibrations observées sur les conducteurs (amplitude et fréquence). Les oscillations d'une ligne réelle dues à l'effet de couronne ont été filmées à l'aide d'une caméra vidéo dans le but d'estimer la distribution des gouttes d'eau le long du conducteur. À cause de la précision de l'appareil et des conditions atmosphériques, la clarté de l'image vidéo que nous avons réalisée n'est pas suffisamment précise pour évaluer la distribution des gouttes. Quelques observations ont cependant pu être faites et sont présentées dans la section 5.3. Finalement, on présente les graphiques de simulation des vibrations induites par effet de couronne, sur deux

conducteurs, pour différentes intensités de précipitation et valeurs du champ électrique y compris sa polarité.

### 5.1 DESCRIPTION DES CARACTÉRISTIQUES DES CONDUCTEURS

Deux lignes de haute-tension sont utilisées pour simuler numériquement les vibrations induites par effet de couronne. La première ligne est celle utilisée par Shah et Morgan [16]; sa longueur est égale à 304,8 m. Le deuxième conducteur est un conducteur de 173 m d'Hydro-Québec, qui croise la route principale de la municipalité de Saint-Ambroise près de Chicoutimi. Les caractéristiques des deux conducteurs sont répertoriées dans le tableau suivant:

**Tableau T5.1: Caractéristiques des conducteurs**

Conducteur	Shah et Morgan	Hydro-Québec
Longueur de la portée (m)	304,8	173
Tension mécanique (kN)	31,69	28,93
Masse (kg/m)	1,524	2,1812
Diamètre du conducteur (mm)	-	35,1
Flèche au centre (m)	5,47	2,83

## 5.2 DÉTERMINATION DES FACTEURS D'AMORTISSEMENT MODAL

De façon à pouvoir observer l'influence des facteurs d'amortissement modal sur l'amplitude et les modes de vibration, différentes valeurs d'amortissement sont testées et les résultats sont présentés dans l'annexe C. Le nombre de noeuds et de modes de vibration suffisant pour bien représenter le système sont de 200 et 10 respectivement, chaque noeud remplaçant 45 gouttes soit 1,5 mètre de câble. L'intensité des précipitations et du champ électrique à la surface du conducteur sont respectivement fixées à 15 mm/h et 13 kV/cm en polarité positive.

D'après les résultats obtenus (voir annexe C), l'amplitude des vibrations varie de 1 à 5 cm crête-crête et les modes de vibration excités sont principalement les 3 ou 4 premiers modes. D'après les observations effectuées à partir d'une portée réelle sur la ligne électrique d'Hydro-Québec présentées à la section 5.3, l'amplitude des vibrations induites par effet de couronne est de l'ordre de 1 à 2 cm avec une fréquence d'environ 3 Hz. Par conséquent, les facteurs d'amortissement utilisés dans l'essai 5 ont été retenus parce que l'amplitude et les modes de vibration obtenus lors de cette simulation

concordent le mieux avec les observations effectuées sur un conducteur réel.

Il a été démontré au chapitre 4 que les simulations effectuées avec l'équation d'équilibre d'une goutte d'eau suspendue et soumise à un champ électrique représentent mieux la réalité que les simulations effectuées avec l'éjection imposée des gouttes. Par conséquent, toutes les simulations présentées dans ce chapitre ont été obtenues en utilisant l'équation d'équilibre ainsi que les rapports de ré-initialisation des gouttes d'eau tels que déterminés et reportés dans le graphique G4.2 et dans l'annexe B.

### **5.3 DISTRIBUTION SPATIALE DES GOUTTES D'EAU LE LONG DU CONDUCTEUR**

Les vibrations induites par effet de couronne sont filmées à l'aide d'une caméra vidéo afin d'estimer la distribution réelle des gouttes d'eau suspendues en dessous des conducteurs. Nous avons utilisé le conducteur d'Hydro-Québec spécifié dans le tableau T5.1; l'intensité des précipitations est mesurée à environ 5 mm/h, il n'y a aucun vent et la température est de 17 degrés Celsius. La précision de l'équipement ainsi que les conditions climatiques nous ont empêché d'évaluer précisément

le nombre de gouttes par mètre de conducteur ainsi que le nombre d'éjections des gouttelettes par seconde. Quelques observations ont pu cependant être faites:

1) On remarque l'accumulation d'un certain nombre de gouttes près du centre de la portée, là où la pente est très faible ou inexistante. À cet endroit, un nombre de gouttes variant de 10 à 20 par mètre de conducteur a été observé.

2) à partir d'une extrémité et jusqu'au tiers de la portée, les gouttes glissent le long du conducteur tout en éjectant régulièrement des gouttelettes. Les gouttes qui se déplacent sont espacées de quelques mètres.

3) l'amplitude des vibrations est de l'ordre de 1 à 2 cm avec une fréquence de 3 Hz.

D'après ces observations, on estime que la distribution du nombre d'éjection des gouttes d'eau le long du conducteur peut être représentée par une loi de probabilité normale. La moyenne de la distribution se situe au centre pour une portée symétrique, et l'écart type est déterminé en effectuant plusieurs simulations (voir annexe D). Les paramètres utilisés sont: une intensité de précipitation de 15 mm/h et un champ

électrique à la surface du conducteur de 13 kV/cm en polarité positive. Les écarts types utilisés sont les suivants: 30m, 40m, 50m, 60m, 70m et 80m pour le conducteur utilisé par Shah et Morgan [16] et 20m, 30m, 40m et 50m pour celui d'Hydro-Québec. L'écart type représente la dispersion du nombre d'éjection des gouttes d'eau sous le conducteur. Par exemple, pour le conducteur d'Hydro-Québec et avec un écart type de 40 m, on assume que 66% des gouttes d'eau éjectées sont situées dans la section de la portée comprise entre 46,5m et 126,5m.

D'après les résultats obtenus, on observe qu'en variant la distribution spatiale, l'amplitude des vibrations varie de 1 à 5 cm, avec une fréquence de 0,3 à 1 Hz. L'écart type du conducteur utilisé par Shah et Morgan est fixé à 50m et celui du conducteur d'Hydro-Québec à 40m pour toutes les simulations à venir, parce que les amplitudes et les modes de vibration obtenus à l'aide de ces écarts types sont conformes aux observations effectuées sur le terrain.

#### **5.4 SIMULATION DES VIBRATIONS SUR DES LIGNES RÉELLES**

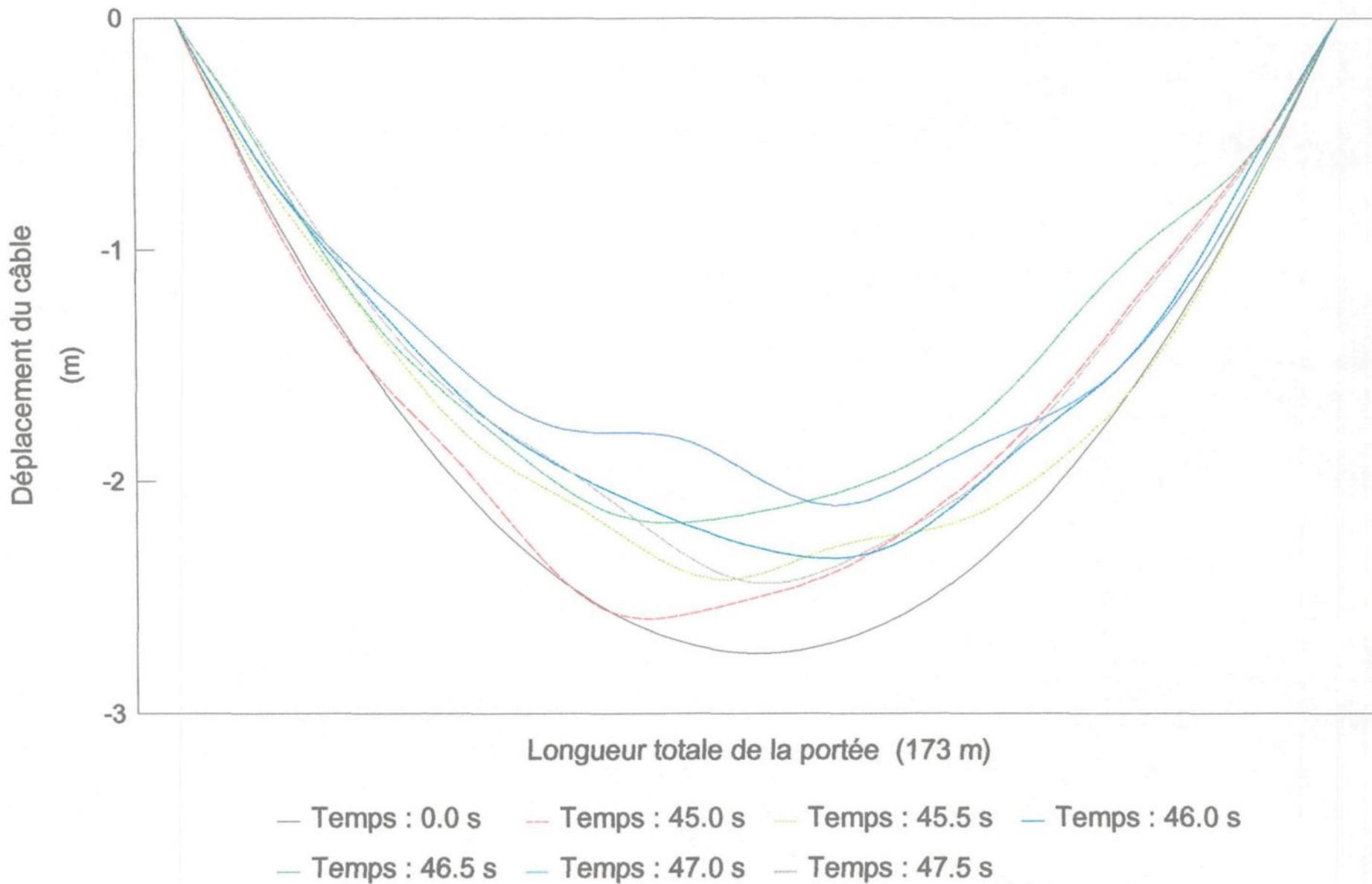
Des simulations numériques sont effectuées sous différentes conditions. Les graphiques G5.1 et G5.2 montrent la position du conducteur pendant les vibrations pour différents

modes d'excitation. On observe que les 4 ou 5 premiers modes de vibration sont excités. De plus, les conducteurs se soulèvent légèrement par rapport à leur position de repos.

Les graphiques G5.3 à G5.8 présentent les simulations réalisées sur le conducteur utilisé dans l'étude effectuée par Shah et Morgan [16] avec un écart type fixé à 50 mètres. Les graphiques G5.3 à G5.5 montrent les déplacements du noeud central en fonction du temps pour les tensions alternative, positive et négative avec des valeurs de champ de 11,1, 13,0 et 13,9 kV/cm respectivement et pour une intensité de précipitation de 10 mm/h. Les graphiques G5.6 à G5.8 montrent les résultats obtenus pour les mêmes valeurs de tension et de polarité, avec une intensité de précipitation de 20 mm/h.

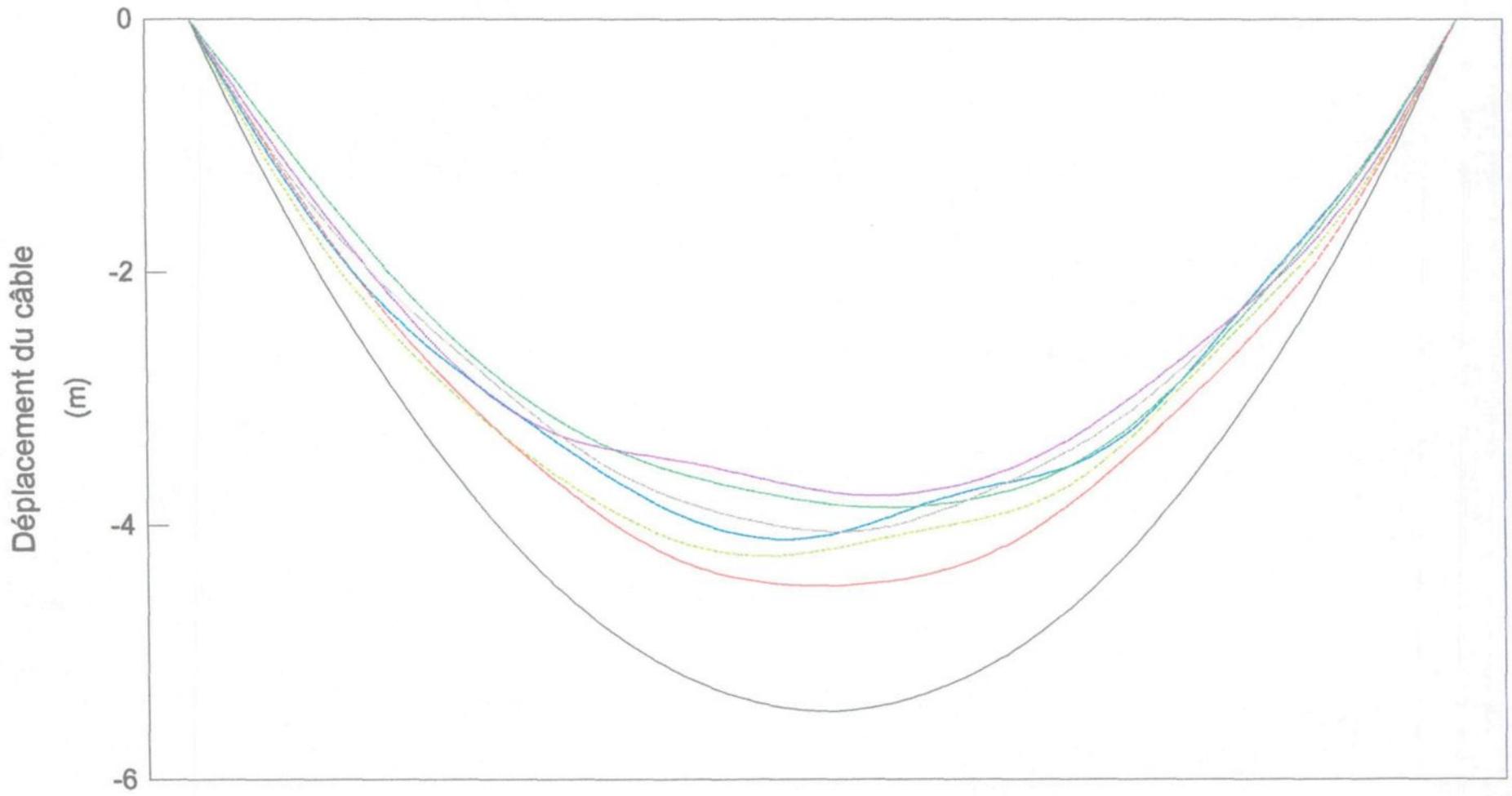
Ces valeurs de champ électrique et d'intensités de précipitation ont été choisies parce qu'ils donnent de plus grandes amplitudes de vibration et par conséquent ils permettent une meilleure synchronisation entre le déplacement du conducteur et l'éjection des gouttelettes d'eau. De plus, les valeurs du champ électrique à la surface du conducteur sont comprises dans la gamme utilisée par Hydro-Québec variant de 12,0 à 18,0 kV/cm. Quelques soit les conditions simulées,

Graphique G5.1 : Position du conducteur d'Hydro-Québec pendant un cycle de vibration



note: le déplacement du conducteur est amplifié de 30 fois

Graphique G5.2 : Position du conducteur utilisé par Shah et Morgan pendant un cycle de vibration



Longueur totale de la portée (304.8 m)

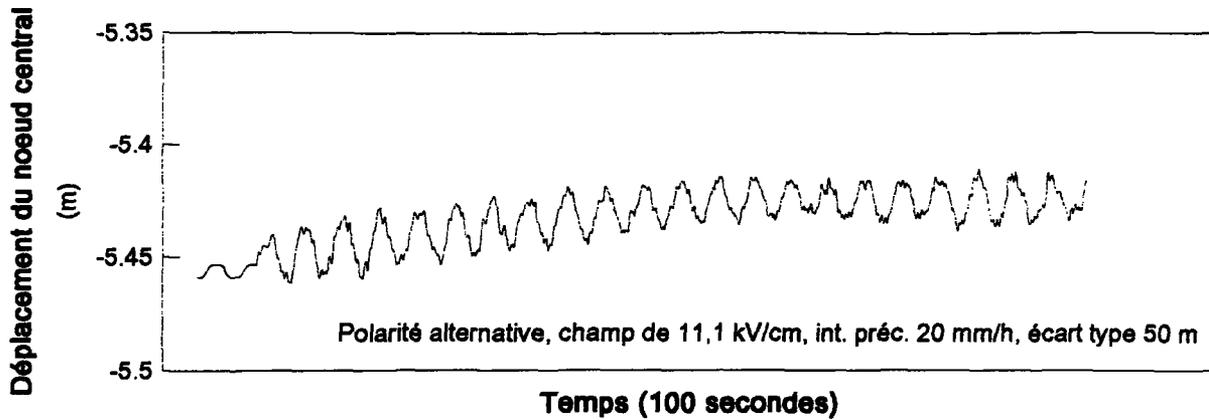
- Temps : 0.0 s
- Temps : 45.0 s
- Temps : 45.5 s
- Temps : 46.0 s
- Temps : 46.5 s
- Temps : 47.0 s
- Temps : 47.5 s

note: le déplacement du conducteur est amplifié de 30 fois

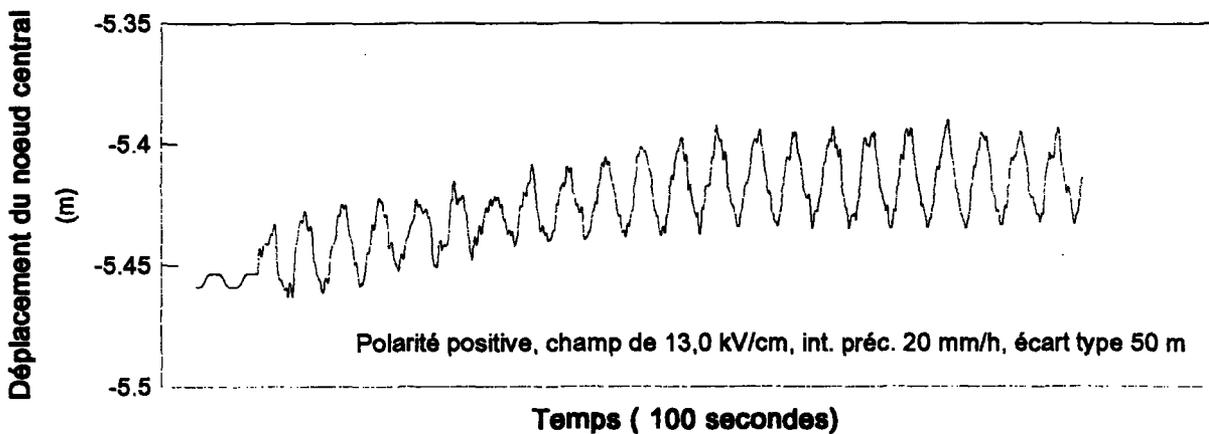
tous les résultats obtenus à partir de notre modèle sont conformes aux observations. Il est difficile de commenter les résultats des simulations numériques effectuées pour les portées réelles, car il n'existe aucune donnée expérimentale pour fin de comparaison.

Les graphiques G5.9 à G5.14 présentent les simulations réalisées sur le conducteur d'Hydro-Québec en utilisant les mêmes paramètres que précédemment, avec un écart type de 40 mètres.

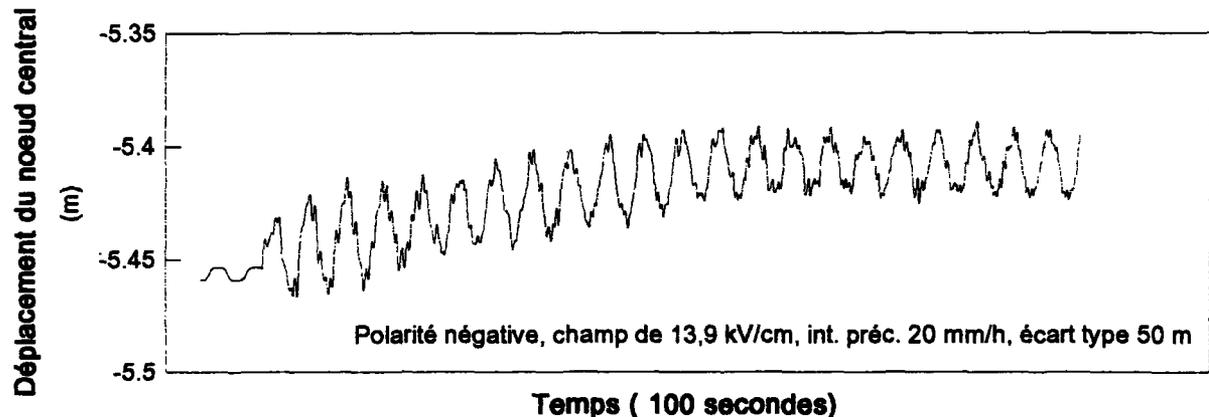
**Graphique G5.3 : Déplacement du noeud central en fonction du temps.**  
Simulation effectuée à l'aide du conducteur utilisé par Shah et Morgan



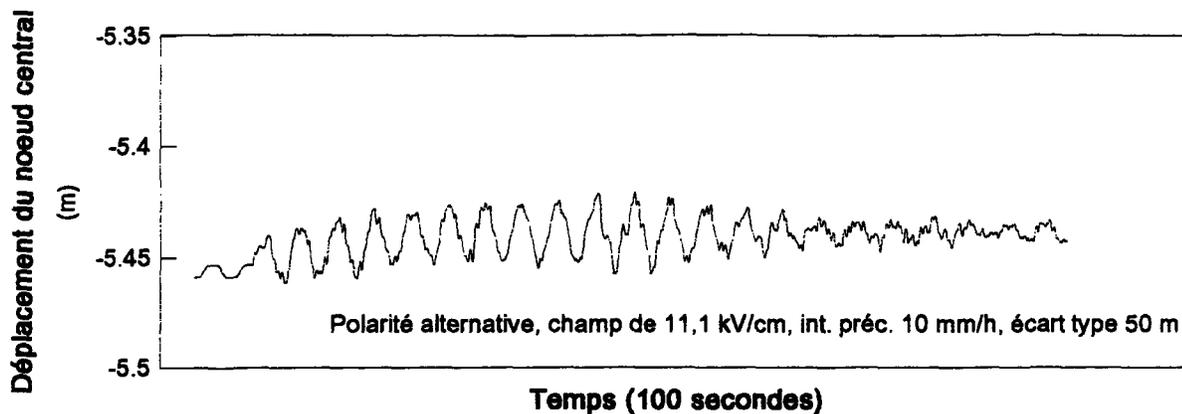
**Graphique G5.4 : Déplacement du noeud central en fonction du temps.**  
Simulation effectuée à l'aide du conducteur utilisé par Shah et Morgan



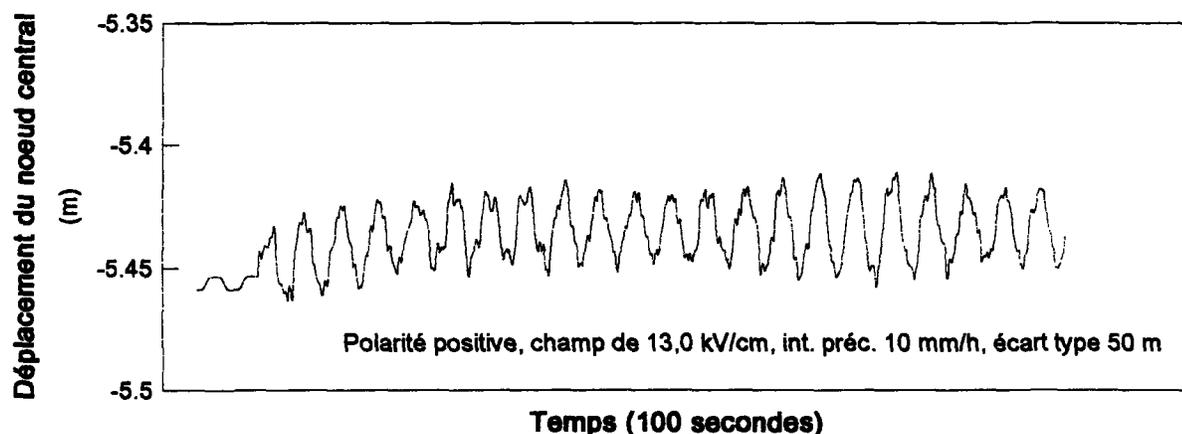
**Graphique G5.5 : Déplacement du noeud central en fonction du temps.**  
Simulation effectuée à l'aide du conducteur utilisé par Shah et Morgan



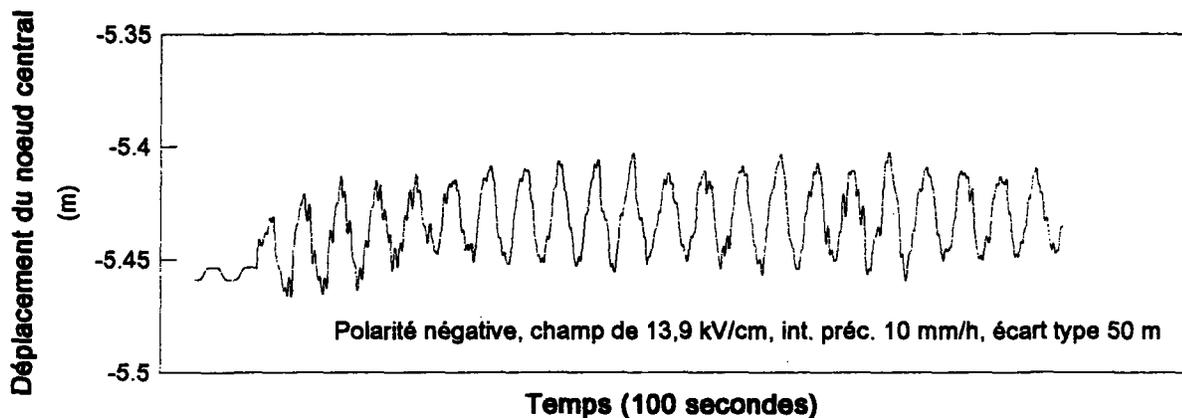
**Graphique G5.6 : Déplacement du noeud central en fonction du temps.**  
Simulation effectuée à l'aide du conducteur utilisé par Shah et Morgan



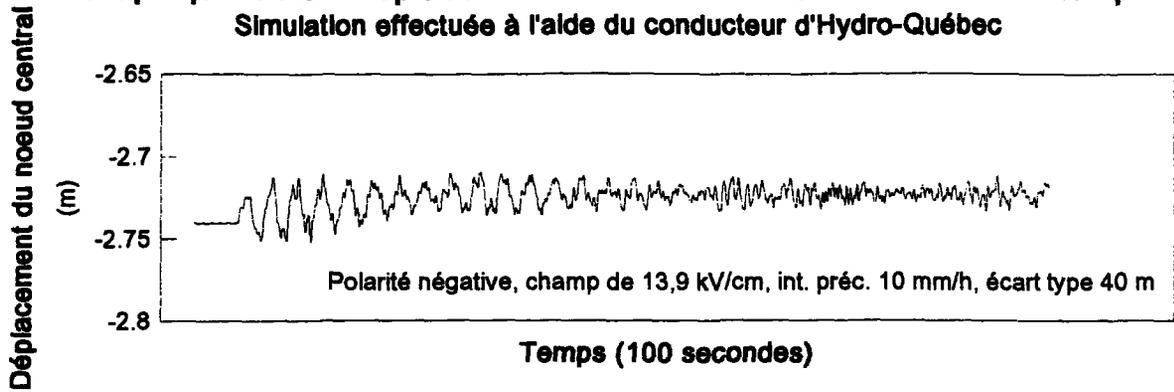
**Graphique G5.7 : Déplacement du noeud central en fonction du temps.**  
Simulation effectuée à l'aide du conducteur utilisé par Shah et Morgan



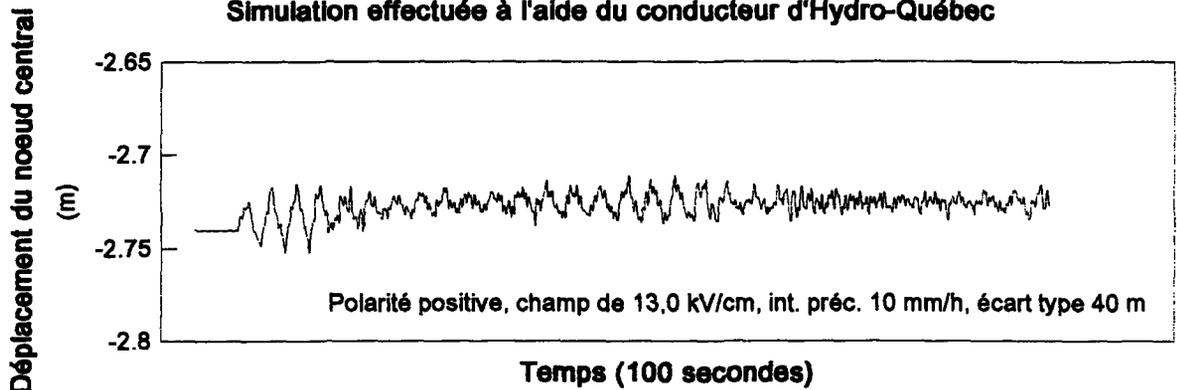
**Graphique G5.8 : Déplacement du noeud central en fonction du temps.**  
Simulation effectuée à l'aide du conducteur utilisé par Shah et Morgan



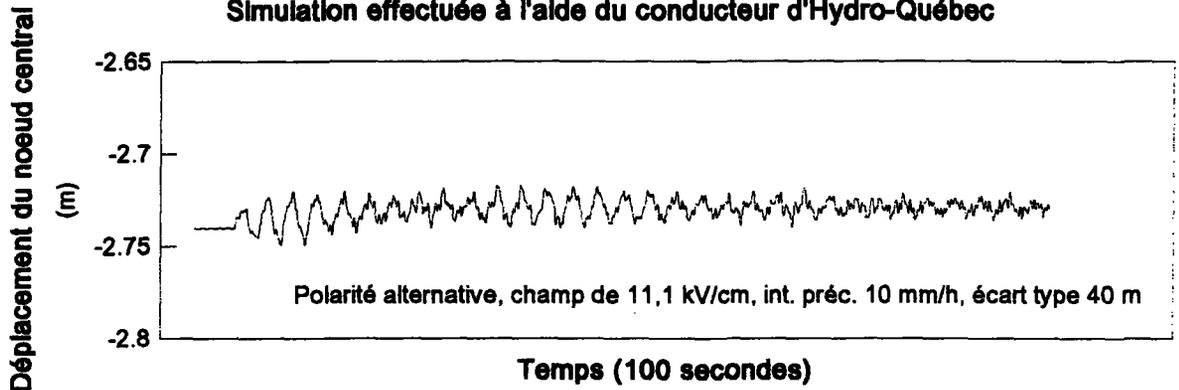
**Graphique G5.9 : Déplacement du noeud central en fonction du temps.**  
Simulation effectuée à l'aide du conducteur d'Hydro-Québec



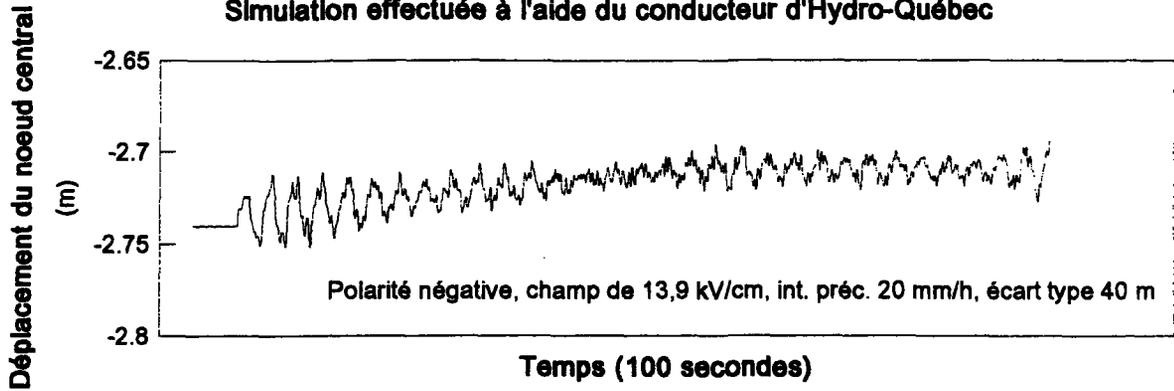
**Graphique G5.10 : Déplacement du noeud central en fonction du temps.**  
Simulation effectuée à l'aide du conducteur d'Hydro-Québec



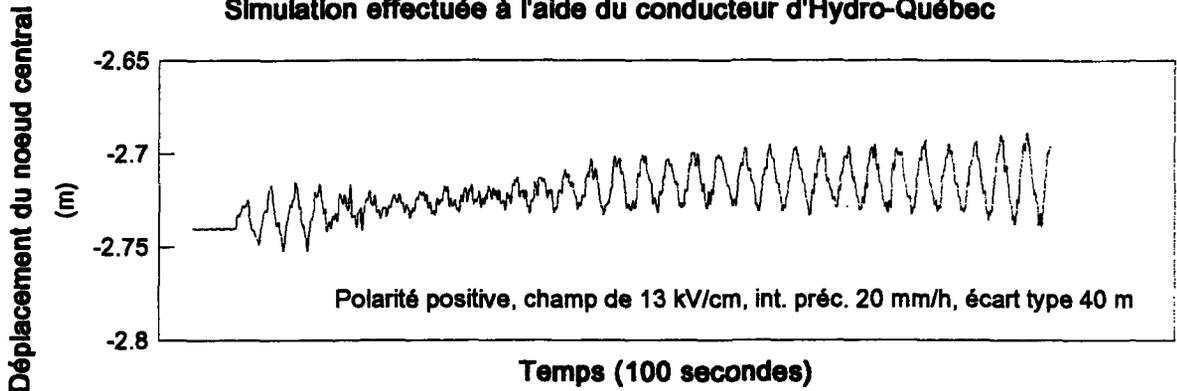
**Graphique G5.11 : Déplacement du noeud central en fonction du temps.**  
Simulation effectuée à l'aide du conducteur d'Hydro-Québec



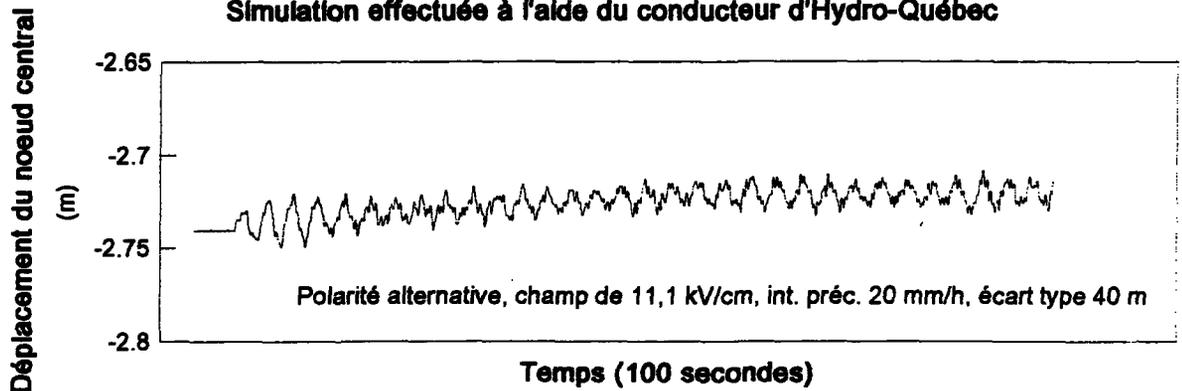
**Graphique G5.12 : Déplacement du noeud central en fonction du temps.**  
Simulation effectuée à l'aide du conducteur d'Hydro-Québec



**Graphique G5.13 : Déplacement du noeud central en fonction du temps.**  
Simulation effectuée à l'aide du conducteur d'Hydro-Québec



**Graphique G5.14 : Déplacement du noeud central en fonction du temps.**  
Simulation effectuée à l'aide du conducteur d'Hydro-Québec



Pour le conducteur utilisé par Shah et Morgan, tous les graphiques mettent en évidence une variation de l'amplitude des vibrations entre 2 et 3 cm crête-crête, et des fréquences de vibration harmoniques entre 0,5 et 2 Hz venant se superposer à une fréquence fondamentale de 0,2 Hz . Pour le conducteur d'Hydro-Québec, les résultats montrent que l'amplitude des vibrations varie de 1 à 3 cm, avec une fréquence fondamentale de 0,3 Hz et des harmoniques de 0,6 à 3 Hz.

Des simulations sont effectuées par la méthode d'intégration directe de Wilson afin de comparer les résultats avec ceux obtenus par la méthode de superposition modale. Les résultats obtenus par la méthode de Wilson sont présentés dans l'annexe E. Les graphiques E1 à E6 montrent les déplacements du noeud central du conducteur d'Hydro-Québec en fonction du temps pour différentes valeurs de champ électrique et différentes polarités. L'amplitude des vibrations varie de 1 à 2 cm avec une fréquence de 1 Hz, ce qui est conforme aux résultats obtenus avec la méthode de superposition modale. Les modes de fréquence plus élevés ne sont pas excités avec la méthode de Wilson parce que l'amortissement est globale alors qu'avec la méthode de superposition modale, l'amortissement est appliqué sur chaque mode de vibration.

## 5.5 DISCUSSION

D'après les graphiques C1 à C6 (voir annexe C), les résultats obtenus montrent qu'en augmentant l'amortissement l'amplitude des vibrations diminue et le nombre de modes excités augmente. Les facteurs d'amortissement sont donc fixés de façon à s'accorder le plus possible aux observations effectuées sur le terrain.

L'ordre de grandeur de l'amplitude des vibrations obtenue à l'aide des simulations numériques correspond aux observations effectuées sur le terrain (voir la section 5.3).

Les graphiques G5.1 et G5.2 montrent la position respective des conducteurs pendant un cycle de vibration. Sur ces deux graphiques, le déplacement du conducteur par rapport à sa position initiale est amplifié de 30 fois afin de mieux visualiser les écarts. On peut facilement remarquer les modes de vibration dominants, soit les cinq premiers modes; ce qui est conforme aux observations effectuées sur le conducteur réel. Au centre de la portée, le conducteur se soulève de 3 à 5 cm par rapport à sa position de repos.

Dans les graphiques G5.3 à G5.14, on fait varier certains paramètres tels que: la valeur et la polarité du champ électrique à la surface du conducteur, l'intensité des précipitations et les caractéristiques du conducteur. Dans l'équation d'équilibre, une augmentation du champ électrique à la surface du conducteur provoque une augmentation du nombre d'éjections de gouttelettes d'eau. L'intensité et la polarité du champ électrique à la surface du conducteur influencent la force induite par effet de couronne (voir tableau T3.1). Pour des intensités de précipitation inférieures à 25 mm/h, une augmentation de l'intensité augmente le nombre d'éjections, et par conséquent l'amplitude des vibrations. Également, les caractéristiques du conducteur influencent les vibrations. Le conducteur d'Hydro-Québec vibre avec une amplitude plus faible et une fréquence plus élevée que le conducteur utilisé par Shah et Morgan qui est plus léger et plus long.

Comme il a été déjà mentionné, une seconde méthode numérique (Wilson) est utilisée dans le but de comparer les résultats avec ceux obtenus en utilisant la méthode de superposition modale. Les résultats obtenus par la méthode de Wilson sont présentés à l'annexe E. On peut remarquer que l'amplitude des vibrations est de 1 à 2 cm avec une fréquence de 1 Hz. Ces résultats sont comparables à ceux obtenus avec la

méthode de superposition modale, par conséquent le choix de cette dernière s'avère adéquat.

## 5.6 CONCLUSIONS

Différentes valeurs d'amortissement modal sont testées pour vérifier leur influence sur les vibrations. Les résultats obtenus montrent que, plus les facteurs d'amortissement diminuent, plus l'amplitude des vibrations augmente et plus le nombre de modes de vibration diminue. Les facteurs d'amortissement sont choisis de façon à s'accorder le mieux possible des observations effectuées sur une ligne réelle.

La distribution statistique du nombre d'éjection des gouttes d'eau suspendues le long des conducteurs n'étant pas très bien connue, plusieurs distributions ont été simulées pour chaque conducteur. Toujours dans le but de s'accorder le plus possible avec les observations effectuées sur une ligne réelle, l'écart type est fixé à 40 mètres pour le conducteur d'Hydro-Québec et à 50 mètres pour le conducteur utilisé par Shah et Morgan.

Une variation de la valeur ou de la polarité du champ électrique à la surface du conducteur entraîne une variation de

l'amplitude des vibrations. La valeur de l'amplitude dépend de la force linéique appliquée au conducteur.

Une augmentation de l'intensité des précipitations entre 0 et 25 mm/h provoque une augmentation du nombre d'éjections de gouttelettes d'eau et par conséquent une plus grande amplitude de vibration.

Une deuxième méthode numérique est programmée en vue de comparer les résultats avec ceux obtenus par la méthode de superposition modale.

## CHAPITRE VI

### CONCLUSIONS GÉNÉRALES

Cette étude a permis de simuler numériquement les vibrations induites par effet de couronne sur un conducteur court de 3,58m, puis sur deux conducteurs de portée réelle (173m et 304,8m) des lignes de transport d'énergie électrique à haute tension, en tenant compte de la dimension des conducteurs, de l'intensité des précipitations ainsi que de la valeur et de la nature du champ électrique appliqué à la surface des conducteurs.

L'étude entreprise dans le cadre de ce mémoire de maîtrise permet de faire les conclusions suivantes:

- 1- La méthode de superposition modale est utilisée pour modéliser les vibrations induites par effet de couronne sur un conducteur court et des conducteurs longs utilisés dans les lignes réelles de transport d'énergie électrique à haute tension. Le temps de calcul est très court, permettant ainsi l'utilisation d'un plus petit pas de

temps et par conséquent une augmentation de la précision dans les calculs.

- 2- La variation dans le temps de la force induite par effet de couronne est de forme impulsionnelle. Cette forme utilisée dans notre simulation, donne des résultats satisfaisants et plus réalistes qu'en utilisant une forme sinusoidale telle qu'utilisée dans les études antérieures.
- 3- Le facteur multiplicatif permettant de transformer l'amplitude de la force induite par effet de couronne de la forme sinusoidale à la forme impulsionnelle a été évalué et sa valeur est égale à 22,08. La durée d'application de la force sous forme impulsionnelle a été estimée à 20 millièmes de seconde. Le déphasage entre le moment où le conducteur atteint sa position inférieure et le moment d'application de la force a été estimé à 10 ms, à l'aide d'une caméra haute-vitesse (400 images/s).
- 4- Le moment d'application de la force impulsionnelle a été évalué à l'aide de l'équation d'équilibre d'une goutte d'eau suspendue et soumise à un champ électrique. Toutefois, une autre méthode basée sur l'éjection imposée des gouttes d'eau à un moment précis pendant un cycle de

vibration a été employée. Les simulations effectuées avec le modèle où le moment d'éjection est imposé permettent d'appliquer les forces au bon moment et en quantité suffisante pour compenser l'énergie d'amortissement perdue. Par conséquent, cette méthode permet de valider les facteurs d'amortissement utilisés pour le conducteur de 3,58m. Pour les simulations à l'aide de l'équation d'équilibre, la synchronisation entre les déplacements du conducteur et l'éjection des gouttelettes est bonne seulement lorsque les amplitudes de vibration sont supérieures à 1 mm. Dans ces cas, les résultats calculés à l'aide de la méthode numérique sont semblables aux résultats expérimentaux. Un phénomène de battement a été observé expérimentalement ainsi que lors des simulations avec l'équation d'équilibre. Ce phénomène démontre que les simulations effectuées avec l'équation d'équilibre représentent mieux la réalité que les simulations effectuées avec le moment d'éjection imposé.

- 5- La distribution statistique des gouttes d'eau suspendues le long des conducteurs n'étant pas disponible pour les conducteurs utilisés lors des simulations, plusieurs distributions ont été simulées pour chaque conducteur. L'écart type permettant de s'accorder le mieux possible

aux observations effectuées sur une ligne réelle a été fixé à 40 mètres pour un conducteur utilisé dans le réseau d'Hydro-Québec et à 50 mètres pour un autre conducteur utilisé dans une étude antérieure.

- 6- Différents facteurs d'amortissement modal ont été testés pour vérifier leur influence sur les vibrations des conducteurs utilisés pour les portées de grandeur réelle. Les résultats obtenus montrent que plus les facteurs d'amortissement diminuent, plus l'amplitude des vibrations augmente et plus le nombre de modes de vibration diminue. Les facteurs d'amortissement ont été choisis de façon à ce que l'amplitude et les modes de vibration obtenus lors des simulations s'accordent le mieux avec les observations effectuées sur le terrain. D'après les résultats des simulations effectuées sur des conducteurs de lignes réelles, l'amplitude des vibrations est de l'ordre de 1 à 5 cm avec une fréquence variant entre 0,2 et 3 Hz.
  
- 7- Une variation de la valeur du champ électrique à la surface du conducteur ou un changement de sa polarité entraîne une variation de l'amplitude des vibrations conformément aux observations expérimentales.

- 8- Une augmentation de l'intensité des précipitations de 0 à 25 mm/h provoque une augmentation du nombre d'éjections de gouttelettes d'eau et par conséquent une augmentation de l'amplitude des vibrations.

Dans une étude ultérieure, une autre forme d'équation représentant la variation de la force induite par effet de couronne pourrait être étudiée en se basant sur la variation de l'intensité du courant de décharge représentant mieux la distribution des charges d'espace dans le temps.

**RÉFÉRENCES :**

- [1] BATHE, K.J., WILSON, E.L., " Numerical methods in finite element analysis", USA, Prentice-Hall,inc., pp. 458-460, 1976
- [2] BURNETT, D.S., 'Finite element analysis', Addison-Wesley publishing company, 1988
- [3] CIGRE (comité 22) et IEEE (comité de transport et distribution) "Guides pour les mesures d'auto-amortissement des conducteurs", Electra, n°62, janvier 1979
- [4] DHATT, G., TOUZOT, G., 'Une présentation de la méthode des éléments finis', Les presses de l'université Laval, 1981
- [5] FASSO, G., LECLERC, G. AND CHARPIN, F., 'Simulation des intempéries dans les souffleries de Modane'. AGARD Conference Proceeding N° 174 (mémoire N° 32) London, Oct. 1975
- [6] FARZANEH, M., "Contribution à l'étude des mécanismes des vibrations induites par effet de couronne.", Thèse de doctorat d'état présentée à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, France, 1986
- [7] FARZANEH, M., "Effects of the intensity of precipitation and transverse wind on the corona-induced vibration of H.V. conductors", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 7, No 2, April 1992
- [8] FARZANEH, M., PHAN, L.C., "Vibration of high voltage conductors induced by corona from water drops or hanging metal points", IEEE Trans., Vol. PAS-100, No 9, pp. 2746-2752, september 1984
- [9] FARZANEH, M. et TEISSEYRE, Y., "Mechanical vibration of H.V. conductors induced by corona: roles of space charge and ionic wind", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 3, No. 3, July 1988
- [10] HAMEL, M., "Influence de la variation de la température ambiante sur les vibrations induites par effet de couronne" Mémoire présenté à l'université du Québec à Chicoutimi, 1991

- [11] HIGDON, A., STILES, W.B., "Engineering mechanics", USA, Prentice-Hall, inc., pp. 131-132, 1952
- [12] MAAROUFI, M., "Vibrations induites par effet de couronne", Université de Liège, France, 1989
- [13] PHAN, C.L., ADACHI, T. et ALLAIRE, M.A., "Experimental investigations of corona-induced vibration on H.V. conductors with different types of supports", IEEE Trans., Vol. PAS-100, no. 4, pp. 1975-1984, 1981
- [14] SEARS, F.W., ZEMANSKY, M.W., "University Physics", USA, Addison-Wesley, third edition, pp 296-304, 1964
- [15] SEPPA, T., "Self-damping measurements and energy balance of ACSR Drake", IEEE winter power meeting, 1971
- [16] SHAH, K.S., MORGAN, J.D., "Analytical study of high voltage transmission line oscillations induced by electrostatic forces.", IEEE PES Winter Meeting, New York, 1978
- [17] VAN DE VORST, A., "Introduction à la physique", Belgique, De Broeck-Wesmael, pp.84-85, 1991
- [18] VERNIEUWE, G., "Commentaires relatifs à la thèse de doctorat intitulée: 'Analytical study of high/voltage transmission line oscillations induced by electrostatic forces' (K.S. SHAH, University of Missouri-Rolla, 1976)", note interne n° D/1979/0480/15, Service de transport et distribution de l'énergie électrique, septembre 1979

**ANNEXE A**

**ANNEXE A: DÉVELOPPEMENT DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DE BASE.**

Reprenons d'abord l'équation intégrale gouvernante d'un câble suspendu (équation 6 page 11):

$$\rho(x) \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} + \mu(x) \frac{\partial U(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha(x) \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} \right) + \beta(x) U(x, t) = f(x, t) \quad (1)$$

l'équation résiduelle de Galerkin pour un élément typique sera:

$$\int^e \left[ \rho(x) \frac{\partial^2 \tilde{U}^e(x, t)}{\partial t^2} + \mu(x) \frac{\partial \tilde{U}^e(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha(x) \frac{\partial \tilde{U}^e(x, t)}{\partial x} \right) + \beta(x) \tilde{U}^e(x, t) - f(x, t) \right] \phi_i^e(x) dx = 0 \quad (2)$$

Intégrons par parties p/r à x

$$\begin{aligned} & \int^e \phi_i^e(x) \rho(x) \frac{\partial^2 \tilde{U}^e(x, t)}{\partial t^2} dx + \int^e \phi_i^e(x) \mu(x) \frac{\partial \tilde{U}^e(x, t)}{\partial t} dx \\ & + \int^e \frac{d\phi_i^e(x)}{dx} \alpha(x) \frac{\partial \tilde{U}^e(x, t)}{\partial x} dx + \int^e \phi_i^e(x) \beta(x) \tilde{U}^e(x, t) dx \quad (3) \\ & = \int^e f(x, t) \phi_i^e(x) dx - \left[ \left( -\alpha(x) \frac{\partial \tilde{U}^e(x, t)}{\partial x} \right) \phi_i^e(x) \right]_{x_1}^{x_n} \end{aligned}$$

Prenons maintenant une solution approchée du problème:

$$\tilde{U}(x, t; a) = \sum_{j=1}^n a_j(t) \phi_j(x) \quad (4)$$

où les  $a_j(t)$  représentent les degrés de liberté variables en fonction du temps et les  $\phi_j(x)$  les fonctions d'interpolation nodales.

Substituons la forme générale de la solution approchée

$$\frac{\partial \tilde{u}^e(x, t)}{\partial x} = \sum_{j=1}^n a_j(t) \frac{d\phi_j^e(x)}{dx} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}^e(x, t)}{\partial t} = \sum_{j=1}^n \frac{da_j(t)}{dt} \phi_j^e(x) \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}^e(x, t)}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^n \frac{d^2 a_j(t)}{dt^2} \phi_j^e(x) \quad (7)$$

élémentaire et ses dérivées dans l'équation (3)

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n \left( \int^e \phi_i^e(x) \rho(x) \phi_j^e(x) dx \right) \frac{d^2 a_j(t)}{dt^2} + \sum_{j=1}^n \left( \int^e \phi_i^e(x) \mu(x) \phi_j^e(x) dx \right) \frac{da_j(t)}{dt} \\ & + \sum_{j=1}^n \left( \int^e \frac{d\phi_i^e(x)}{dx} \alpha(x) \frac{d\phi_j^e(x)}{dx} dx \right) a_j(t) + \sum_{j=1}^n \left( \int^e \phi_i^e(x) \beta(x) \phi_j^e(x) dx \right) a_j(t) \\ & = \int^e f(x, t) \phi_i^e(x) dx - \left[ \left( -\alpha(x) \frac{\partial \tilde{u}^e(x, t)}{\partial x} \right) \phi_i^e(x) \right]_{x_1}^{x_n} \end{aligned} \quad (8)$$

l'équation (8) est l'équation élémentaire pour un élément typique. Elle peut également s'écrire sous la forme:

$$[M]^e \frac{d^2 a(t)}{dt^2} + [C]^e \frac{da(t)}{dt} + [k]^e a(t) = F(t)^e \quad (9)$$

où

$$M_{ij}^e = \int^e \phi_i^e(x) \rho(x) \phi_j^e(x) dx$$

$$C_{ij}^e = \int^e \phi_i^e(x) \mu(x) \phi_j^e(x) dx$$

$$K_{ij}^e = K_{\alpha_{ij}}^e + K_{\beta_{ij}}^e$$

$$K_{ij}^e = \int^e \frac{d\phi_i^e(x)}{dx} \alpha(x) \frac{d\phi_j^e(x)}{dx} dx + \int^e \phi_i^e(x) \beta(x) \phi_j^e(x) dx$$

$$F_i^e(t) = F_{\ell_i}^e(t) + F_{r_i}^e(t)$$

$$F_i^e(t) = \int^e f(x, t) \phi_i^e(x) dx - [\bar{\tau}^e(x, t) \phi_i^e(x)]_{x_1}^{x_n}$$

Développons une expression spécifique pour  $\phi_i(x)$  correspondant à un élément linéaire:

$$\phi_1^e(x) = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \quad \phi_2^e(x) = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad (16)$$

$$\frac{d\phi_1(x)}{dx} = -\frac{1}{x_2 - x_1} \quad \frac{d\phi_2(x)}{dx} = \frac{1}{x_2 - x_1} \quad (17)$$

Substituons la fonction dans l'équation élémentaire (9) donc on peut écrire:

$$M_{11}^e = \int_{x_1}^{x_2} \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \rho^e \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} dx = \frac{\rho^e L}{3}$$

$$M_{12}^e = \int_{x_1}^{x_2} \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \rho^e \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} dx = \frac{\rho^e L}{6}$$

$$M_{21}^e = \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \rho^e \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} dx = \frac{\rho^e L}{6}$$

$$M_{22}^e = \int_{x_1}^{x_2} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \rho^e \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} dx = \frac{\rho^e L}{3}$$

$$C_{11}^e = C_{22}^e = \frac{\mu^e L}{3}$$

$$C_{12}^e = C_{21}^e = \frac{\mu^e L}{6}$$

$$K_{11}^e = K_{\alpha_{11}}^e + K_{\beta_{11}}^e$$

$$K_{11}^e = \int_{x_1}^{x_2} -\frac{1}{x_2 - x_1} \alpha^e - \frac{1}{x_2 - x_1} dx + \frac{\beta^e L}{3} = \frac{\alpha^e}{L} + \frac{\beta^e L}{3}$$

$$K_{12}^e = K_{\alpha_{12}}^e + K_{\beta_{12}}^e$$

$$K_{12}^e = \int_{x_1}^{x_2} -\frac{1}{x_2 - x_1} \alpha^e \frac{1}{x_2 - x_1} dx + \frac{\beta^e L}{6} = -\frac{\alpha^e}{L} + \frac{\beta^e L}{6}$$

$$K_{21}^e = k_{12}^e = -\frac{\alpha^e}{L} + \frac{\beta^e L}{6}$$

$$k_{22}^e = k_{11}^e = \frac{\alpha^e}{L} + \frac{\beta^e L}{3}$$

$$F_1^e(t) = \int F^e \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} dx - \left[ \tilde{\tau}^e(x, t) \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \right]_{x_1}^{x_2}$$

$$F_1^e(t) = \frac{F^e L}{2} + \tilde{\tau}^e(x_1, t)$$

$$F_2^e(t) = \frac{F^e L}{2} - \tilde{\tau}^e(x_2, t)$$

Après substitution, l'équation élémentaire (9) devient:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \frac{\rho^e L}{3} & \frac{\rho^e L}{6} \\ \frac{\rho^e L}{6} & \frac{\rho^e L}{3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d^2 a_1(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2 a_2(t)}{dt^2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\mu^e L}{3} & \frac{\mu^e L}{6} \\ \frac{\mu^e L}{6} & \frac{\mu^e L}{3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{da_1(t)}{dt} \\ \frac{da_2(t)}{dt} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \frac{\alpha^e}{L} + \frac{\beta^e L}{3} & \frac{-\alpha^e}{L} + \frac{\beta^e L}{6} \\ \frac{-\alpha^e}{L} + \frac{\beta^e L}{6} & \frac{\alpha^e}{L} + \frac{\beta^e L}{3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{f^e L}{2} + \bar{r}^e(x_1, t) \\ \frac{f^e L}{2} - \bar{r}^e(x_2, t) \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Après avoir effectué l'assemblage de tous les éléments, on obtient un système d'équations différentielles discrétisées où les  $a_i(t)$  représentent les déplacements de chaque noeud.

$$[M] \{\ddot{a}\} + [C] \{\dot{a}\} + [k] \{a\} = \{F\} \quad (35)$$

**ANNEXE B**

**ANNEXE B: RAPPORT OPTIMAL ENTRE LE VOLUME DE LA GOUTTE AVANT ÉJECTION ET LE VOLUME DE LA GOUTTE RÉSIDUELLE.**

D'après les observations faites par Hamel [8], les gouttes d'eau ont un volume optimal dépendant de la polarité et de l'intensité du champ électrique. Lorsque le champ électrique à la surface du conducteur est faible (11.1 kV/cm ou moins), le volume des gouttes est plus grand et le nombre d'éjections plus faible. Par contre, si le champ est plus fort (15.8 kV/cm ou plus), le volume des gouttes est beaucoup plus petit et le nombre d'éjections plus grand. De plus, après chaque éjection, un important résidu de la goutte d'eau demeure suspendu au-dessous du conducteur. Dans le but de simuler le comportement des gouttes d'eau d'une façon réaliste, on doit évaluer le rapport "k" existant entre le volume avant l'éjection et le volume d'eau restant sur le conducteur après l'éjection.

Des tests sont effectués en faisant varier le rapport d'éjection des gouttes d'eau pour les différentes valeurs de champ électrique et pour les tensions négative, positive et alternative. L'objectif est d'évaluer le rapport "k" permettant de maintenir l'amplitude des vibrations et d'obtenir un nombre d'éjections conforme aux mesures expérimentales. Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux B1 à B10. Toutes les simulations ont été faites avec une intensité de précipitation de 25 mm/h. Les amplitudes de vibration obtenues sont comparées aux résultats expérimentaux présentés à la fin des tableaux B2, B3, B6, B7 et B10. Les rapports donnant les meilleurs résultats sont encadrés.

Nous observons que plus l'intensité du champ électrique à la surface du conducteur augmente, plus le rapport entre le volume éjecté et le volume restant diminue. On réalise une approximation de trois courbes (une pour chaque polarité) donnant le meilleur rapport pour une intensité de champ donnée. Les résultats obtenus en tension continue négative sont présentés dans les graphiques G4.1 et G4.2. Les résultats obtenus en tension continue positive et en tension alternative sont présentés dans les graphiques B1 à B4. Les fonctions d'approximations sont programmées dans la fonction RAPPOR de la sous-routine RÉVOL.

champ électrique (kV/cm)	rapport "k"					
	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09
	amplitude des vibrations					
9.3	.014	.03	.017	.013	.016	.012
10.2	.019	.023	.021	.03	.023	.017
11.1	.28	.22	.098	.07	.061	.10
12.1	5.5	4.75	3.62	3.6	3.39	3.1
13.0	8.8	7.37	5.59	5.93	4.85	4.61
13.9	10.0	8.55	7.85	6.85	5.77	5.42
14.9	9.17	8.41	7.67	6.65	6.13	5.77
15.8	8.31	6.92	6.22	5.82	5.27	4.82
16.7	7.19	5.64	5.24	4.95	4.76	4.5
17.6	7.84	7.61	6.21	5.43	4.94	4.85
18.6	8.67	7.57	7.67	6.35	5.53	5.7

Tableau B1: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique et du rapport entre le volume avant éjection et le volume de ré-initialisation en polarité négative.

champ électrique (kV/cm)	rapport k					résultats expérimentaux (cm)
	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	
	amplitude des vibrations (mm)					
9.3	.016	.012	.012	.012	.014	0.18
10.2	.018	.013	.019	.014	.018	0.19
11.1	.062	.06	.031	.047	.055	0.33
12.1	2.74	2.6	2.46	2.25	2.11	3.3
13.0	4.55	4.23	3.6	3.5	3.43	4.6
13.9	5.11	5.02	4.47	4.21	3.92	4.9
14.9	4.75	4.86	4.56	4.37	4.04	4.3
15.8	4.57	4.36	4.04	3.77	3.6	3.52
16.7	4.3	4.17	3.85	3.55	3.36	3.0
17.6	4.71	4.31	4.04	4.0	3.76	2.65
18.6	4.95	4.47	4.56	4.21	3.99	2.47

Tableau B2: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique et du rapport entre le volume avant l'éjection et le volume de ré-initialisation en polarité négative.

champ électrique (kV/cm)	rapport k					résultats expérimentaux (cm)
	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	
	amplitude des vibrations (mm)					
16.7	3.24	3.09	3.0	2.76	2.73	3.0
17.6	3.38	3.28	3.26	3.03	2.89	2.65
18.6	3.91	3.63	3.56	3.29	3.2	2.47

Tableau B3: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique et du rapport entre le volume avant éjection et le volume de ré-initialisation en polarité négative.

champ électrique (kV/cm)	rapport k					
	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25
	amplitude des vibrations (mm)					
16.7	2.59	2.5	2.42	2.28	2.22	2.09
17.6	2.85	2.65	2.54	2.58	2.41	2.36
18.6	3.13	2.97	2.88	2.68	2.61	2.5

Tableau B4: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique et du rapport entre le volume avant éjection et le volume de ré-initialisation en polarité négative.

champ électrique (kV/cm)	rapport k					
	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09
	amplitude des vibrations (mm)					
9.3	.023	.020	.018	.016	.017	.012
10.2	.13	.156	.078	.05	.065	.058
11.1	1.64	1.26	1.2	1.02	.92	.83
12.1	5.06	3.83	3.46	3.52	3.16	2.88
13.0	7.53	6.76	5.97	5.04	4.71	4.33
13.9	7.74	7.14	6.16	5.28	4.31	4.48
14.9	7.62	7.04	6.09	5.35	5.01	4.49
15.8	4.49	4.8	4.20	3.95	3.88	3.61
16.7	4.99	4.19	3.61	3.15	2.93	2.69
17.6	4.96	4.18	4.27	3.46	3.13	2.77
18.6	5.57	4.9	4.12	4.16	3.41	2.97

Tableau B5: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique et du rapport entre le volume avant éjection et le volume de ré-initialisation en polarité positive.

champ électrique (kV/cm)	rapport k					résultats expérimentaux (cm)
	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	
	amplitude des vibrations (mm)					
9.3	.013	.016	.011	.012	.014	0.13
10.2	.038	.031	.04	.016	.032	0.23
11.1	.78	.71	.63	.59	.54	1.2
12.1	2.62	2.49	2.25	2.13	1.99	3.2
13.0	4.0	3.7	3.34	3.15	3.13	4.35
13.9	4.19	3.83	3.56	3.48	3.32	4.23
14.9	4.29	3.98	3.7	3.57	3.42	3.72
15.8	3.28	3.01	2.97	2.7	2.61	2.7
16.7	2.6	2.44	2.22	2.09	2.05	2.0
17.6	2.63	2.67	2.44	2.31	2.22	1.7
18.6	3.02	2.7	2.5	2.55	2.23	1.5

Tableau B6: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique et du rapport entre le volume avant éjection et le volume de ré-initialisation en polarité positive.

champ électrique (kV/cm)	rapport k					résultats expérimentaux (cm)
	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	
	amplitude des vibrations (mm)					
16.7	1.93	1.79	1.65	1.6	1.58	2.0
17.6	2.12	1.94	1.80	1.63	1.47	1.7
18.6	2.09	1.91	1.75	1.87	1.62	1.5

Tableau B7: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique et du rapport entre le volume avant éjection et le volume de ré-initialisation en polarité positive.

champ électrique (kV/cm)	rapport k					
	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25
	amplitude des vibrations (mm)					
16.7	1.49	1.32	1.27	1.31	1.27	1.19
17.6	1.43	1.41	1.45	1.31	1.27	1.07
18.6	1.78	1.51	1.34	1.24	1.12	1.13

Tableau B8: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique et du rapport entre le volume avant éjection et le volume de ré-initialisation en polarité positive.

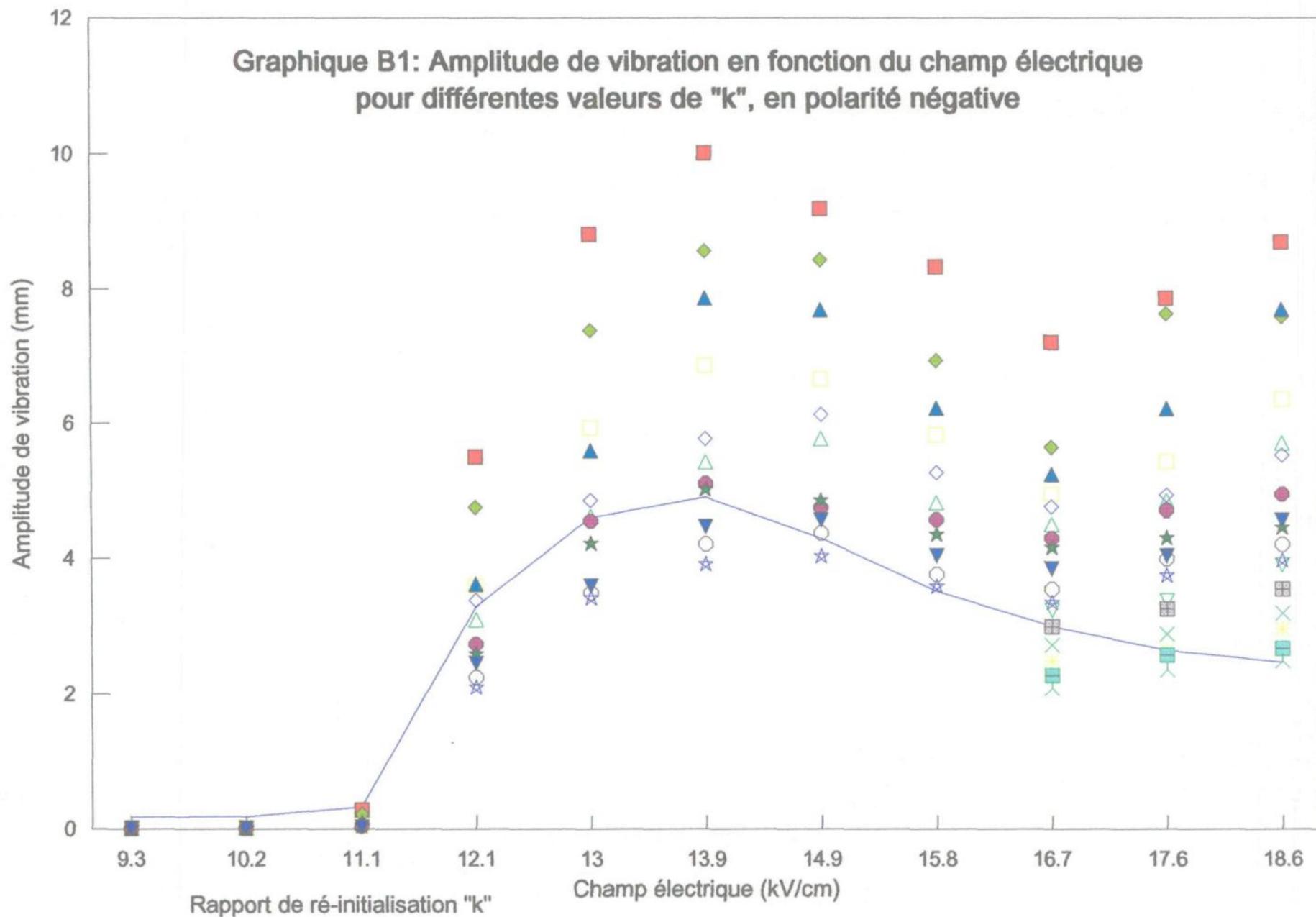
champ électrique (kV/cm)	rapport k					
	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09
	amplitude des vibrations (mm)					
9.3	.27	.21	.16	.10	.12	.096
10.2	1.61	1.41	1.17	1.05	.97	.89
11.1	4.19	3.24	3.06	2.8	2.64	2.36
12.1	4.37	3.95	3.25	3.05	2.68	2.44
13.0	3.35	2.92	2.56	2.25	2.07	1.86
13.9	1.3	1.23	1.18	1.06	.98	.86
14.9	.31	.10	.16	.11	.15	.11
15.8	.49	.11	.066	.062	.089	.065
16.7	.095	.08	.079	.057	.066	.052
17.6	.07	.059	.11	.071	.049	.053
18.6	.06	.059	.06	.076	.21	.072

Tableau B9: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique et du rapport entre le volume avant éjection et le volume de ré-initialisation en polarité alternative.

champ électrique (kV/cm)	rapport k					résultats expérimentaux (cm)
	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	
	amplitude des vibrations (mm)					
9.3	.042	.024	.042	.047	.055	.28
10.2	.79	.71	.68	.65	.59	1.4
11.1	2.18	1.99	1.93	1.74	1.59	3.0
12.1	2.35	2.12	1.99	1.82	1.73	2.85
13.0	1.68	1.57	1.53	1.38	1.3	2.0
13.9	0.82	.71	.66	.58	.56	0.97
14.9	.07	.14	.097	.08	.06	0.52
15.8	.053	.061	.064	.064	.053	0.33
16.7	.061	.05	.067	.035	.068	0.27
17.6	.061	.05	.045	.057	.05	0.27
18.6	.048	.054	.054	.061	.063	0.27

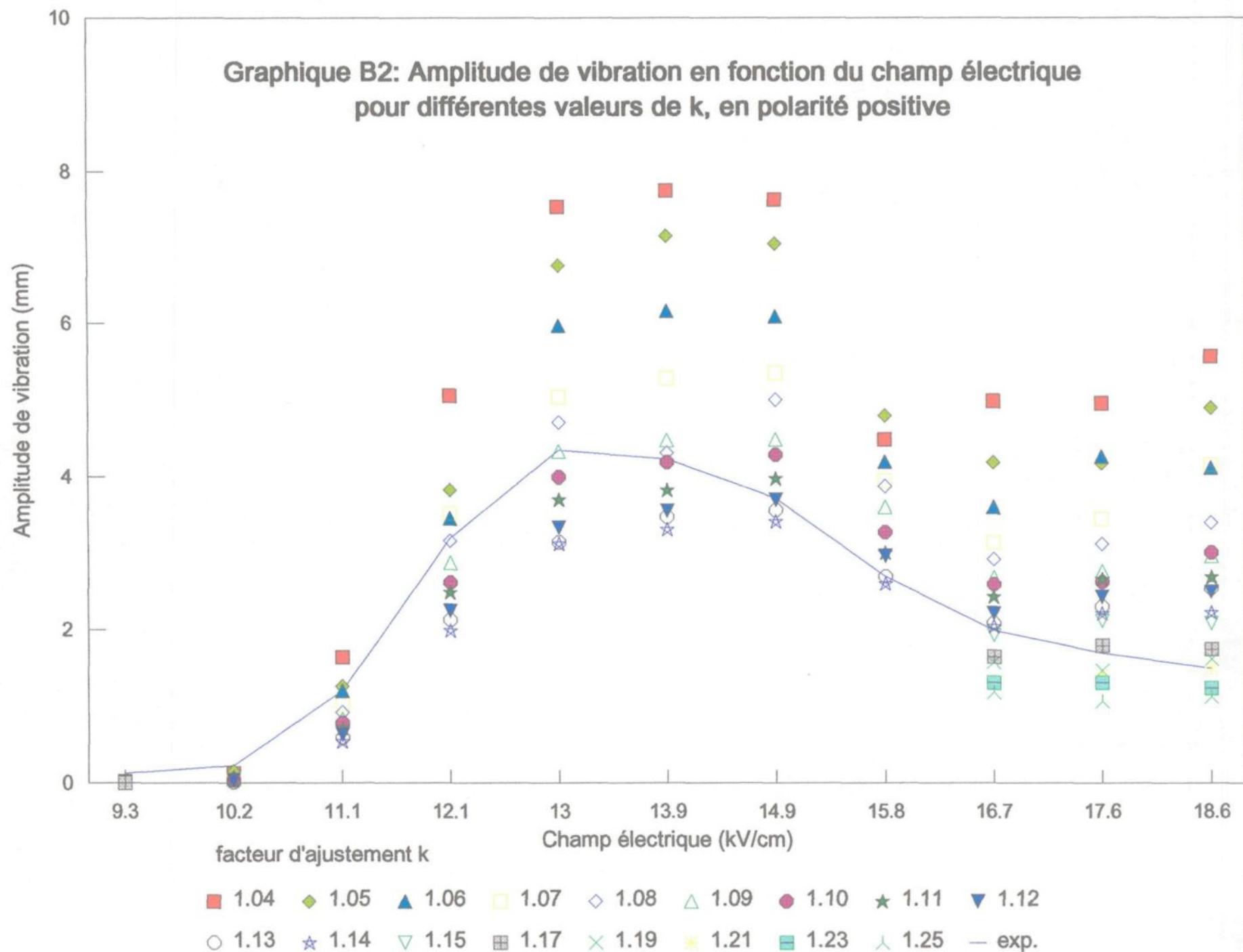
Tableau B10: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique et du rapport entre le volume avant éjection et le volume de ré-initialisation en polarité alternative.

**Graphique B1: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique pour différentes valeurs de "k", en polarité négative**

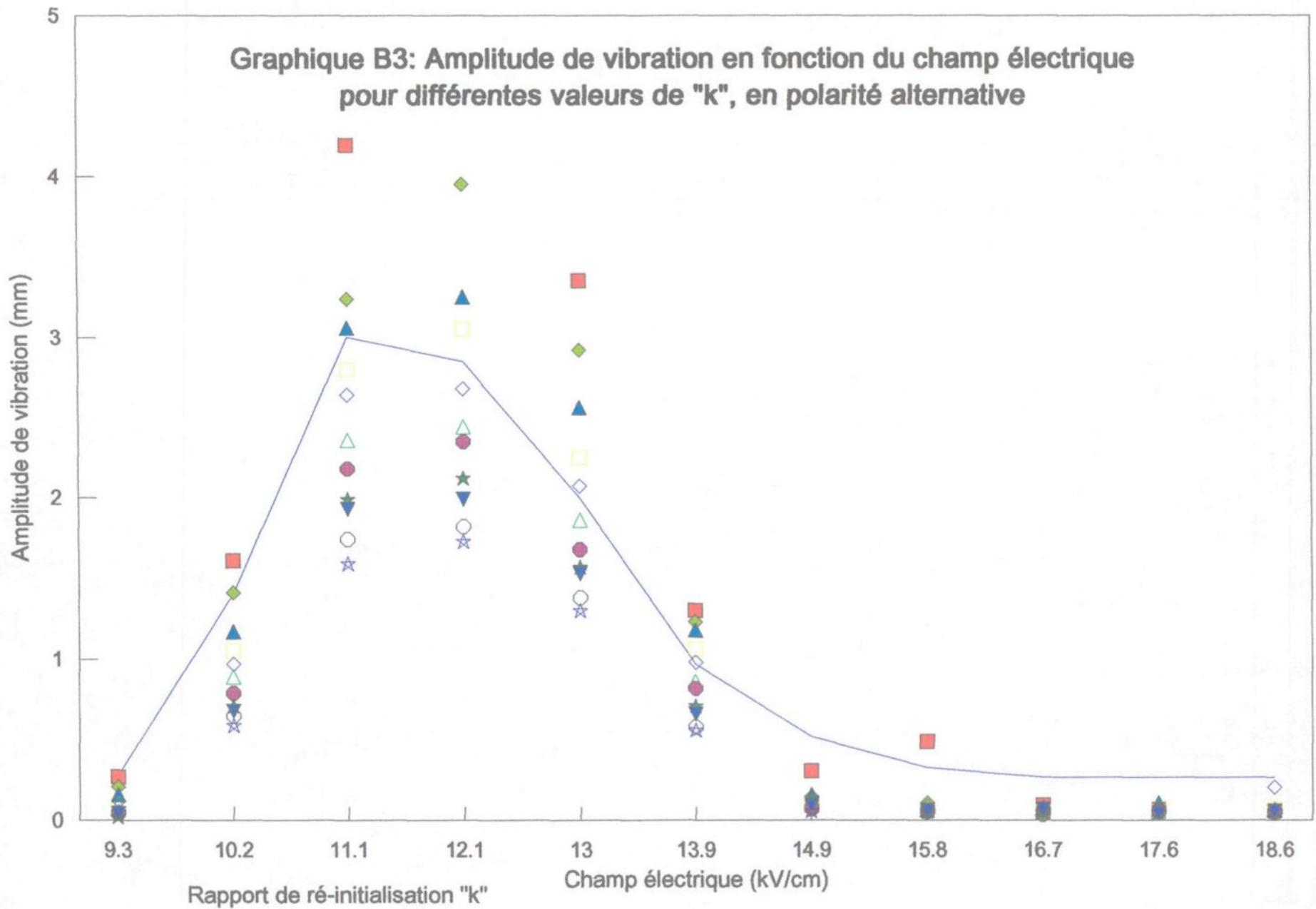


- |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ■ 1.04 | ◆ 1.05 | ▲ 1.06 | ◻ 1.07 | ◇ 1.08 | △ 1.09 | ● 1.10 | ★ 1.11 | ▼ 1.12 |
| ○ 1.13 | ☆ 1.14 | ▽ 1.15 | ▣ 1.17 | × 1.19 | ★ 1.21 | ■ 1.23 | ⋈ 1.25 | — exp. |

Graphique B2: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique pour différentes valeurs de k, en polarité positive



**Graphique B3: Amplitude de vibration en fonction du champ électrique pour différentes valeurs de "k", en polarité alternative**



■ 1.04    ◆ 1.05    ▲ 1.06    □ 1.07    ◇ 1.08    △ 1.09    ● 1.10    ★ 1.11    ▼ 1.12    ○ 1.13    ☆ 1.14    — exp.

Approximation de la courbe donnant le rapport optimal entre le volume avant l'éjection et le volume de ré-initialisation "k", en polarité négative.

$i := 0..7$

$E_i :=$	$k_i :=$
12.1	1.08
13	1.09
13.9	1.11
14.9	1.13
15.8	1.14
16.7	1.17
17.6	1.21
18.6	1.25

$$a_{i,0} := 1$$

$$a_{i,1} := E_i$$

$$a_{i,2} := (E_i)^2$$

$$a_{i,3} := (E_i)^3$$

E = champ électrique

k = rapport entre le volume de la goutte avant l'éjection et le volume de ré-initialisation.

$a_{i,j}$  = polynômes

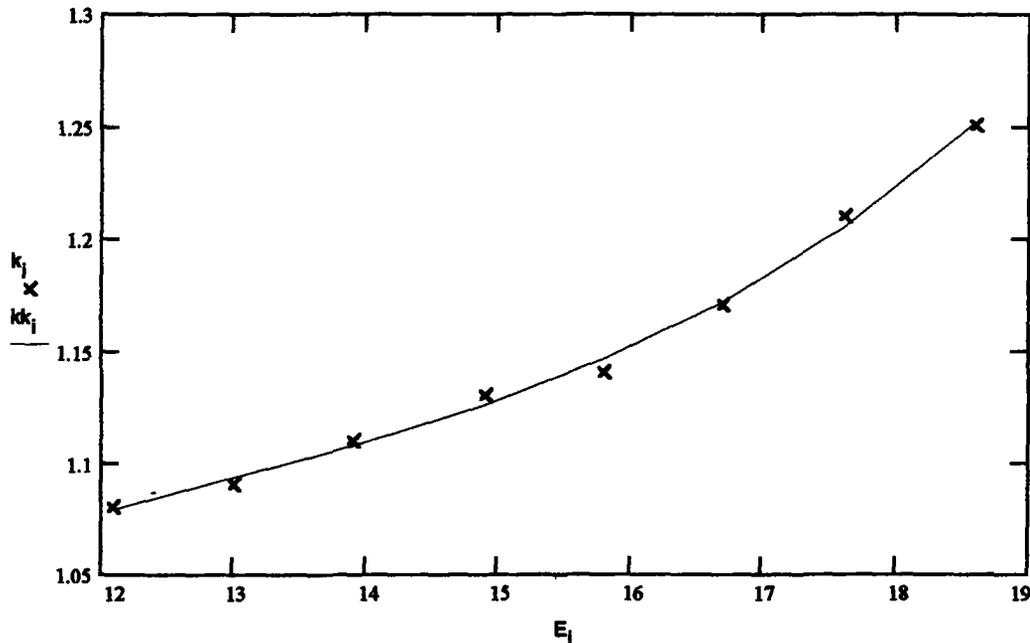
$$b := a^T \cdot a \quad c := a^T \cdot k$$

$$d := b^{-1} \cdot c \quad kk := a \cdot d$$

$$d = \begin{bmatrix} 0.097 \\ 0.202 \\ -0.015 \\ 3.777 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

d = coefficients des polynômes

kk = courbe approximant le rapport d'éjection "k"



Graphique B4: Rapport de ré-initialisation "k" en fonction du champ électrique en polarité négative.

Approximation de la courbe donnant le rapport optimal entre le volume avant l'éjection et le volume de ré-initialisation "k", en polarité positive.

i := 0..10

$E_i :=$

9.3
10.2
11.1
12.1
13
13.9
14.9
15.8
16.7
17.6
18.6

$k_i :=$

1.04
1.05
1.06
1.08
1.09
1.10
1.12
1.13
1.14
1.18
1.21

$a_{i,0} := 1$

$a_{i,1} := E_i$

$a_{i,2} := (E_i)^2$

$a_{i,3} := (E_i)^3$

E = champ électrique

k = rapport entre le volume de la goutte avant l'éjection et le volume de ré-initialisation.

$a_{i,j}$  = polynômes

$b := a^T \cdot a$

$c := a^T \cdot k$

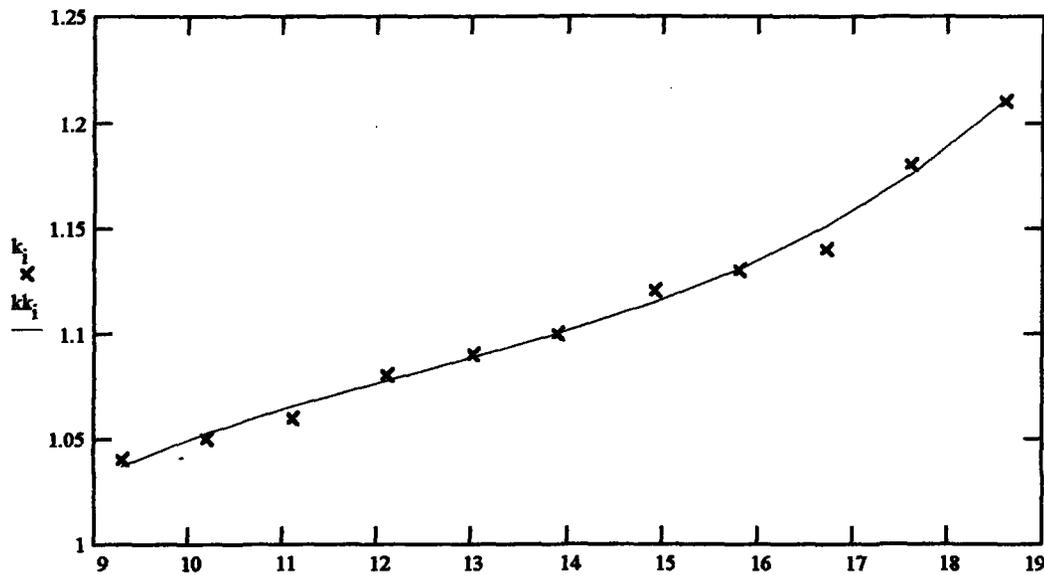
$d := b^{-1} \cdot c$

$kk := a \cdot d$

d = coefficients des polynômes en x

kk = courbe approximant le rapport d'éjection "k"

$$d = \begin{bmatrix} 0.48 \\ 0.121 \\ -0.009 \\ 2.352 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$



Graphique B5: Rapport de ré-initialisation "k" en fonction du champ électrique en polarité positive.

Approximation de la courbe donnant le rapport optimal entre le volume avant l'éjection et le volume de ré-initialisation "k", **en polarité alternative.**

$i := 0..4$

$E_i :=$

9.3
10.2
11.1
12.1
13
13.9
14.9
15.8
16.7
17.6
18.6

$k_i :=$

1.04
1.05
1.06
1.07
1.08
1.08
1.04
1.04
1.04
1.06
1.08

$a_{i,0} := 1$

$a_{i,1} := E_i$

$a_{i,2} := (E_i)^2$

$a_{i,3} := (E_i)^3$

E = champ électrique

k = rapport entre le volume de la goutte avant l'éjection et le volume de ré-initialisation.

$a_{i,j}$  = polynômes

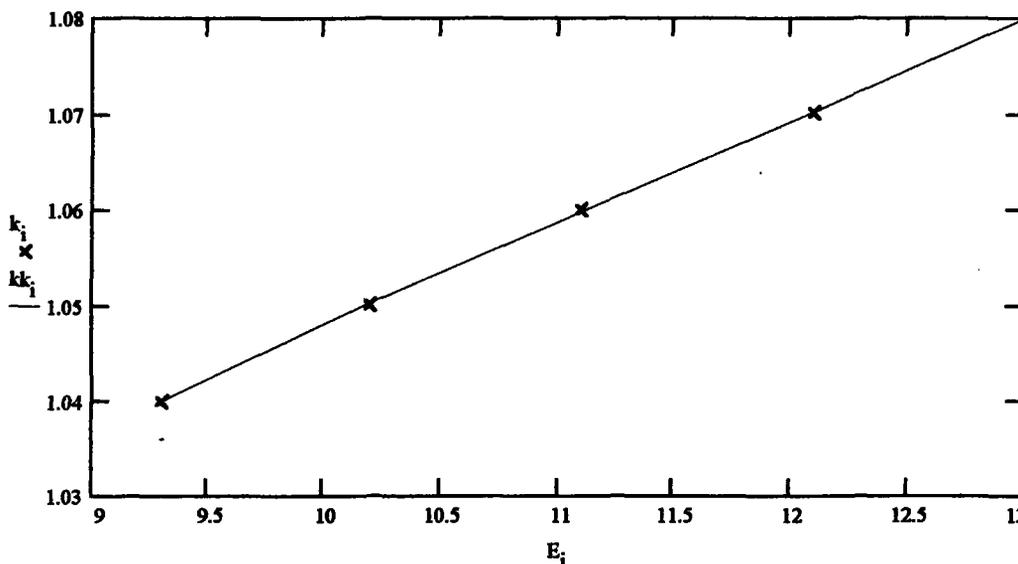
$b := a^T \cdot a$        $c := a^T \cdot k$

$d := b^{-1} \cdot c$        $kk := a \cdot d$

d = coefficients des polynômes

$d = \begin{bmatrix} 0.771 \\ 0.056 \\ -0.004 \\ 1.171 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$

kk = courbe approximant le rapport d'éjection "k"



Graphique B6: Rapport de ré-initialisation "k" en fonction du champ électrique en polarité alternative.

**ANNEXE C**

**ANNEXE C: SIMULATIONS SERVANT À VALIDER  
LES FACTEURS D'AMORTISSEMENT**

Des simulations numériques sont effectuées dans le but de déterminer les facteurs d'amortissement donnant les résultats concordant le mieux avec les observations faites sur une portée réelle. Le câble d'Hydro-Québec est utilisé pour les simulations (voir tableau T5.1 page 60). L'intensité des précipitations et la valeur du champ électrique à la surface du conducteur ont été respectivement fixées à 15 mm/h et 13 kV/cm en polarité positive.

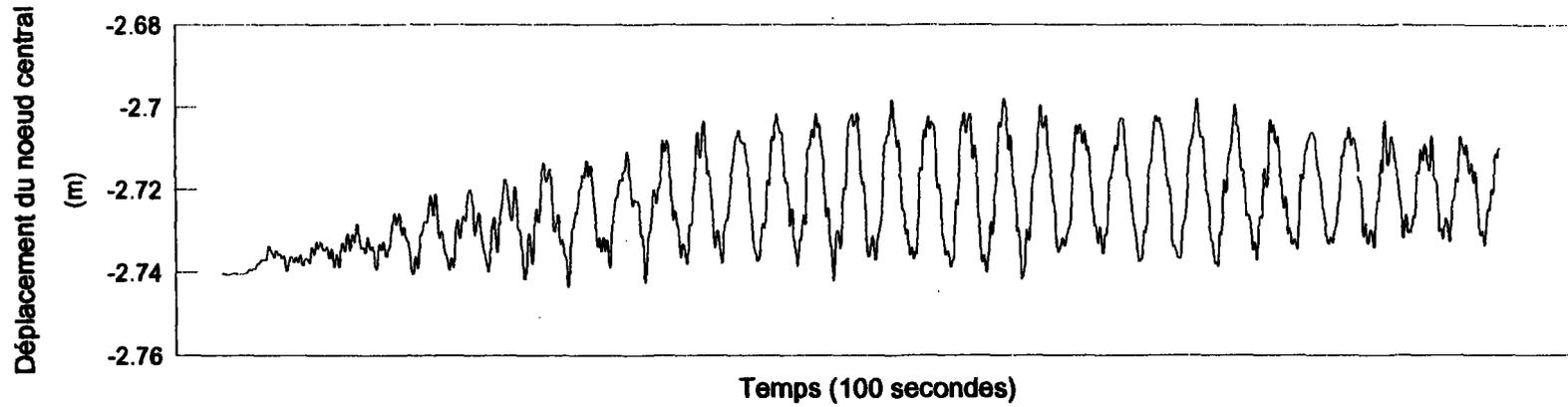
Les facteurs d'amortissement utilisés sont présentés dans le tableau T1 et représentent plusieurs possibilités, de l'amortissement nul (essai #1) à très fort (essai #6). D'après les graphiques G4.1a et G4.1b, pour des fréquences de vibration inférieures à 5 Hz, les facteurs d'amortissement modal augmentent très lentement en fonction de la fréquence. Par conséquent, les facteurs d'amortissement utilisés pour les simulations varient très faiblement pour les différents modes de vibration. Les résultats obtenus sont présentés dans les graphiques G1 et G2. D'après les résultats obtenus, l'amplitude des vibrations varie de 1 à 5 cm crête-crête, et les modes de vibration excités sont principalement les 3 ou 4 premiers modes. D'après les observations faites à partir d'une portée

réelle sur la ligne électrique d'Hydro-Québec et présentées à la section 5.3, l'amplitude des vibrations induites par effet de couronne est de l'ordre de 1 à 2 cm avec une fréquence d'environ 3 Hz. Par conséquent, les facteurs d'amortissement utilisés dans l'essai 5 ont été retenus parce que l'amplitude et les modes de vibration obtenus lors de cette simulation concordent le mieux avec les observations faites sur un conducteur réel.

TABLEAU T1: Facteurs d'amortissement modal

	facteurs d'amortissement					
	essai 1	2	3	4	5	6
mode 1	0.0	.000001	.00001	.0001	.001	.01
mode 2	0.0	.000002	.00002	.0002	.002	.02
mode 3	0.0	.000003	.00003	.0003	.003	.03
mode 4	0.0	.000004	.00004	.0004	.004	.04
mode 5	0.0	.000005	.00005	.0005	.005	.05
mode 6	0.0	.000006	.00006	.0006	.006	.06
mode 7	0.0	.000007	.00007	.0007	.007	.07
mode 8	0.0	.000008	.00008	.0008	.008	.08
mode 9	0.0	.000009	.00009	.0009	.009	.09
mode 10	0.0	.000010	.00010	.0010	.010	.10

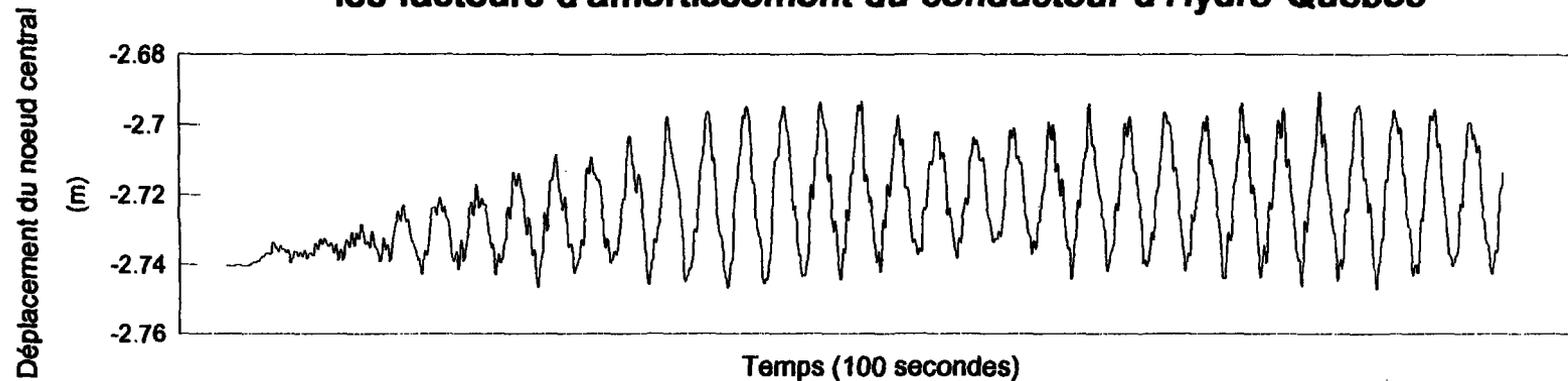
**Graphique G1 : Simulation effectuée dans le but de valider  
les facteurs d'amortissement du conducteur d'Hydro-Québec**



Polarité positive, champ de 13,0 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Essai 1**

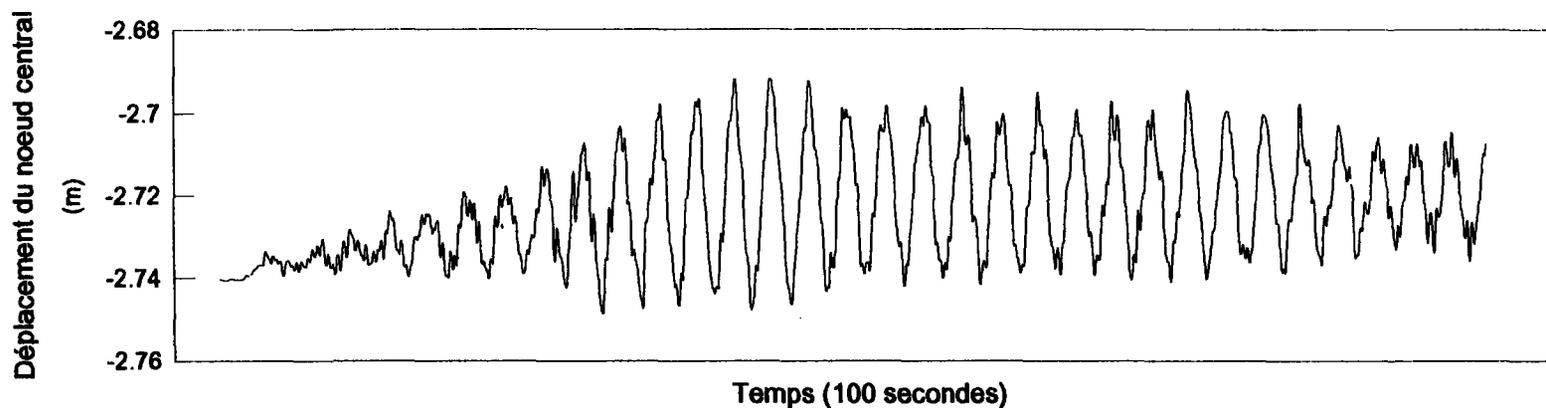
**Graphique G2 : Simulation effectuée dans le but de valider  
les facteurs d'amortissement du conducteur d'Hydro-Québec**



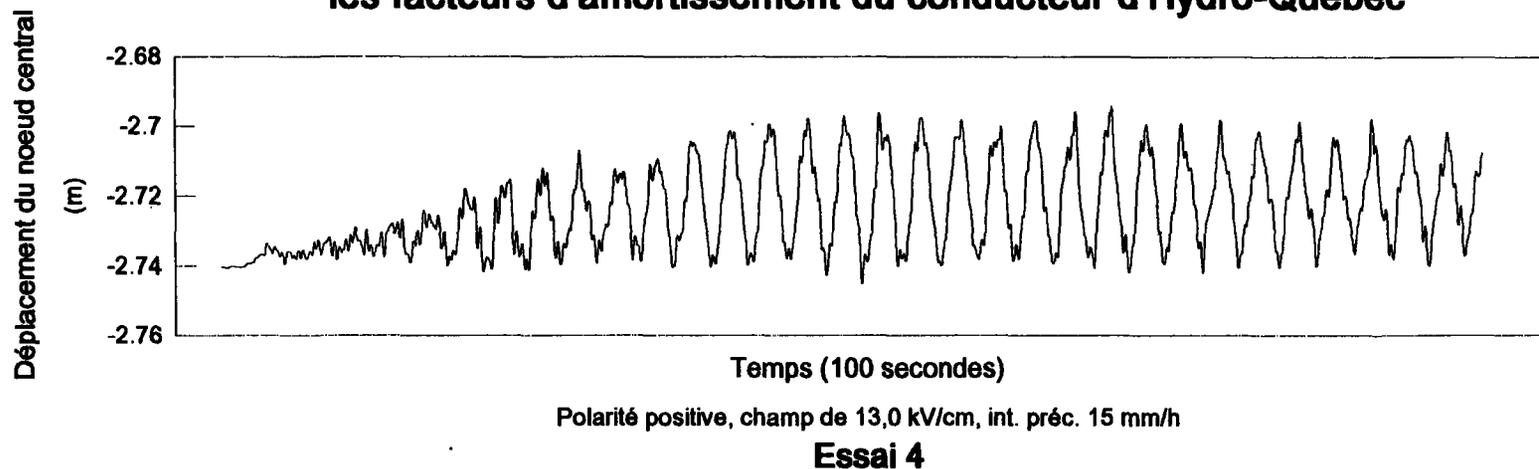
Polarité positive, champ de 13,0 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Essai 2**

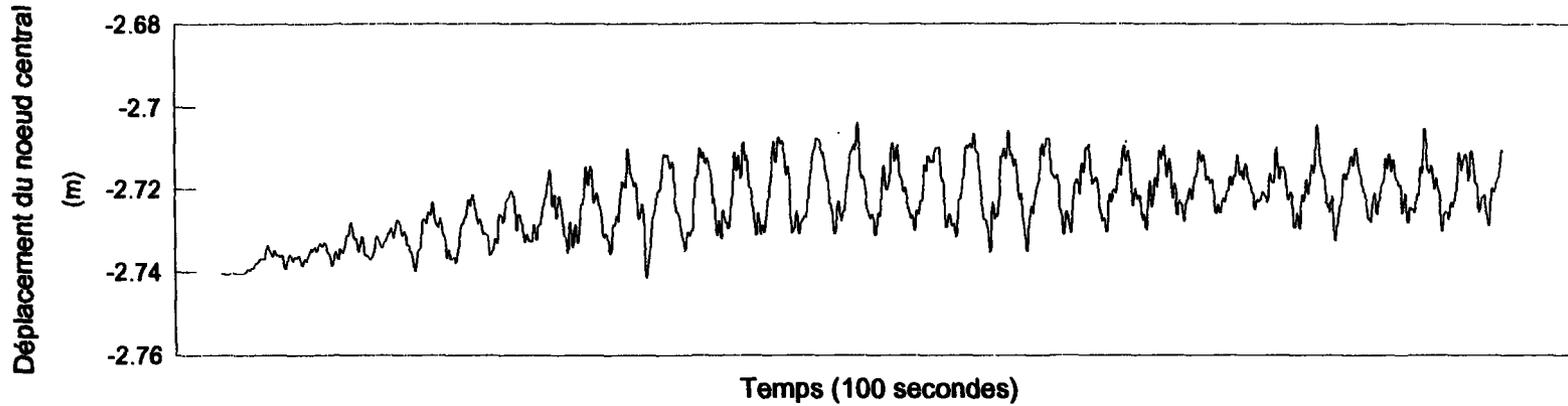
### Graphique G3 : Simulation effectuée dans le but de valider les facteurs d'amortissement du conducteur d'Hydro-Québec



### Graphique G4 : Simulation effectuée dans le but de valider les facteurs d'amortissement du conducteur d'Hydro-Québec



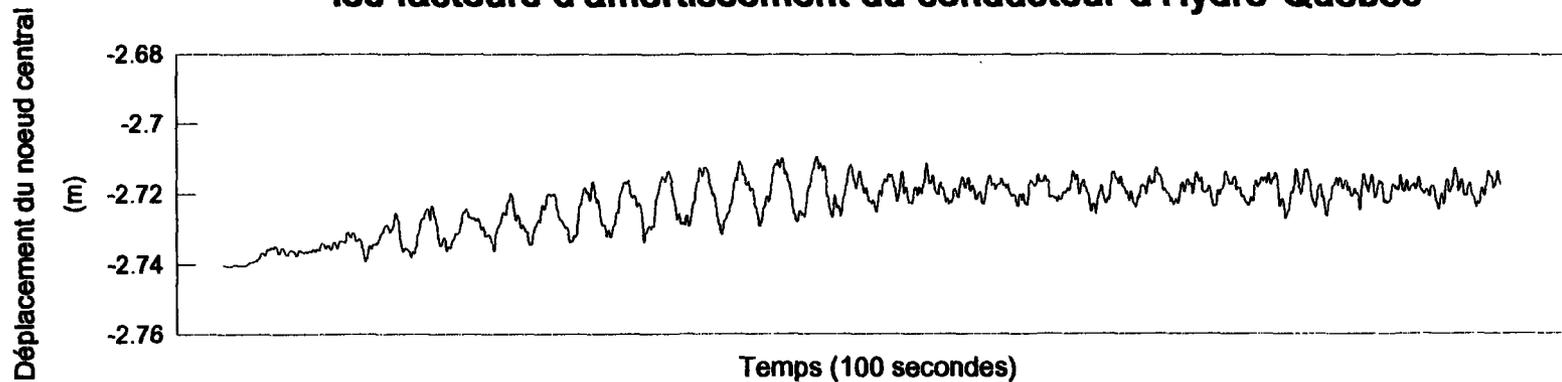
**Graphique G5 : Simulation effectuée dans le but de valider les facteurs d'amortissement du conducteur d'Hydro-Québec**



Polarité positive, champ de 13,0 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Essai 5**

**Graphique G6 : Simulation effectuée dans le but de valider les facteurs d'amortissement du conducteur d'Hydro-Québec**



Polarité positive, champ de 13,0 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Essai 6**

**ANNEXE D**

**ANNEXE D: SIMULATIONS SERVANT À VALIDER LES ÉCARTS TYPES.**

Des données relatives à la distribution spatiale des gouttes d'eau le long des câbles n'étant pas disponibles, il a été décidé de simuler les vibrations des conducteurs avec différentes valeurs d'écart type.

Les écarts types suivants sont utilisés: 20m, 30m, 40m et 50m pour le câble d'Hydro-Québec et 30m, 40m, 50m, 60m, 70m et 80m pour le câble de Shah. Tous les essais ont été réalisés avec un champ électrique de 13,0 kV/cm en polarité positive et une intensité de précipitation de 15 mm/h.

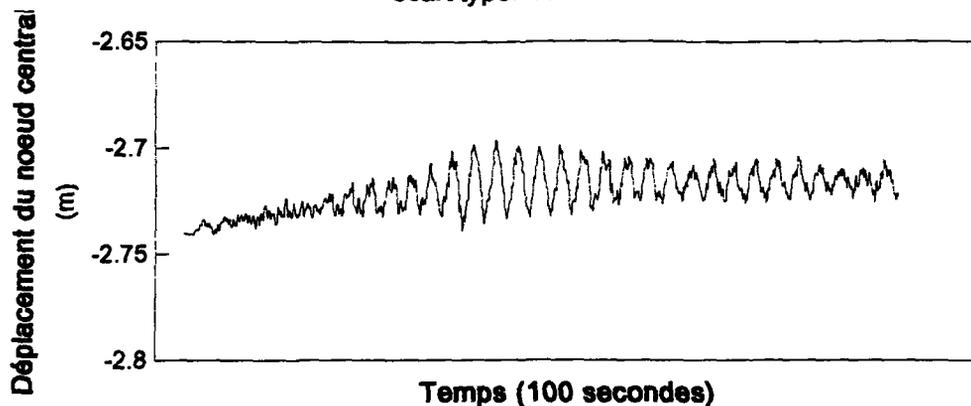
Les graphiques G1 à G5 montrent les résultats obtenus avec le câble d'Hydro-Québec. L'amplitude des vibrations varie de 1 à 5 cm avec une fréquence fondamentale de 0,33 hz et des harmoniques variant de 0,66 à 2 hz.

Les graphiques G6 à G12 montrent les résultats obtenus avec le câble de Shah. L'amplitude des vibrations varie 1 à 4 cm avec une fréquence fondamentale de 0,24 hz et des harmoniques variant de 0,48 à 2 Hz.

L'écart type du conducteur utilisé par Shah et Morgan est

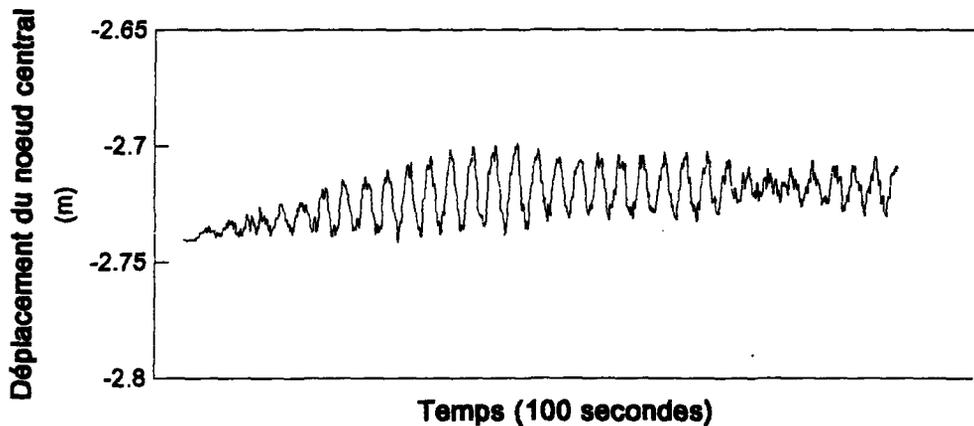
fixé à 50m et celui du conducteur d'Hydro-Québec à 40m pour toutes les simulations à venir, parce que les amplitudes et les modes de vibration obtenus lors des simulations avec ces écarts types sont conformes aux observations faites sur le champ.

**Graphique D1: Détermination de l'écart type du conducteur d'Hydro-Québec**  
écart type: 20 m



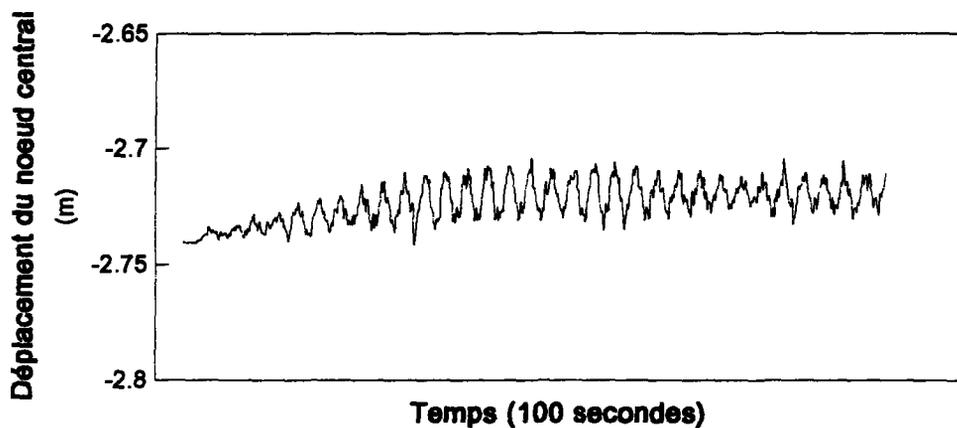
Polarité positive, champ de 13 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Graphique D2: Détermination de l'écart type du conducteur d'Hydro-Québec**  
écart type: 30 m



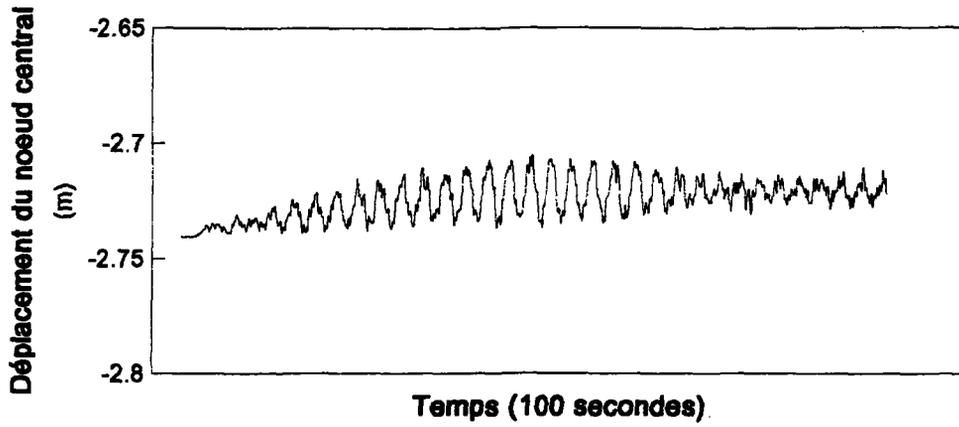
Polarité positive, champ de 13 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Graphique D3: Détermination de l'écart type du conducteur d'Hydro-Québec**  
écart type: 40 m



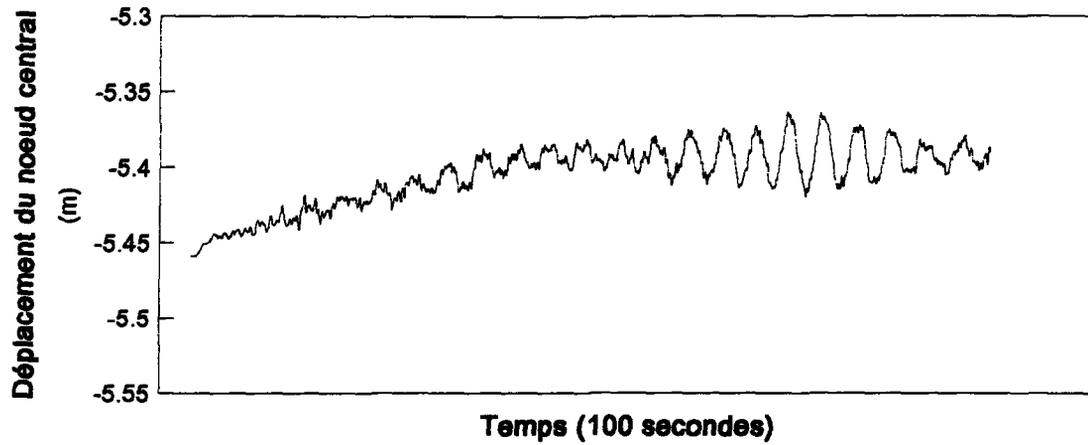
Polarité positive, champ de 13 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Graphique D4: Détermination de l'écart type du conducteur d'Hydro-Québec**  
écart type: 50 m



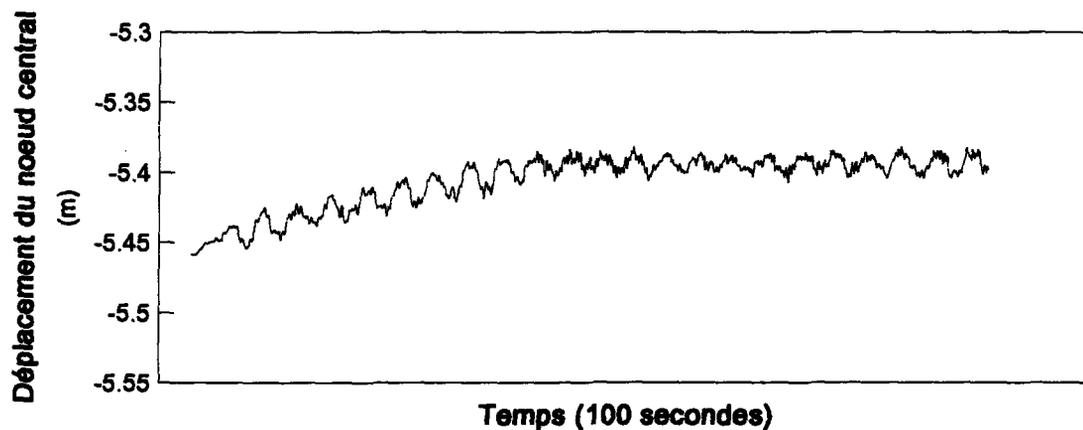
Polarité positive, champ de 13 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Graphique D6: Détermination de l'écart type du conducteur utilisé par Shah et Morgan. écart type: 30 m**



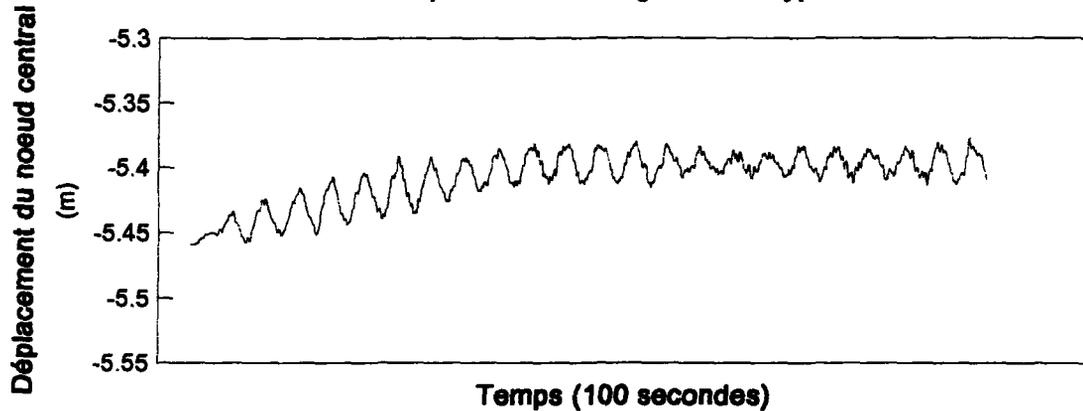
Polarité positive, champ de 13.0 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Graphique D7: Détermination de l'écart type du conducteur utilisé par Shah et Morgan. écart type: 40 m**



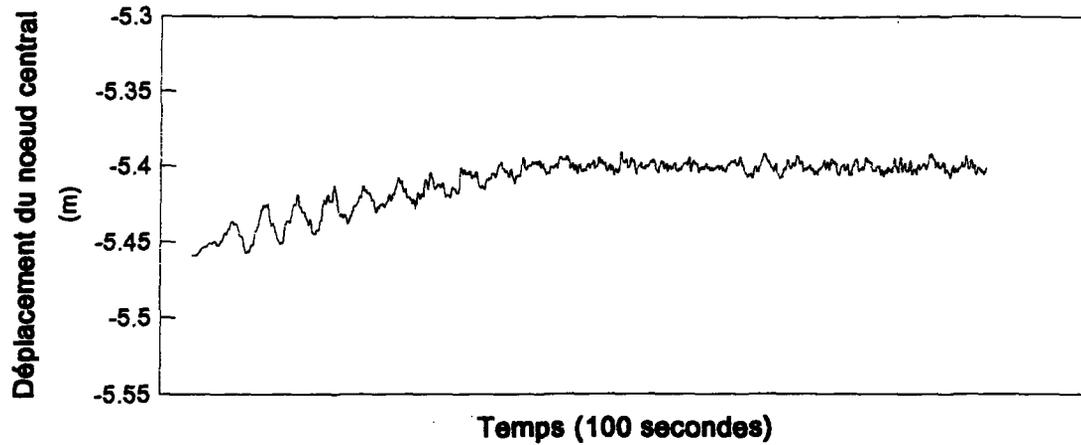
Polarité positive, champ de 13.0 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Graphique D8: Détermination de l'écart type du conducteur utilisé par Shah et Morgan. écart type: 50 m**



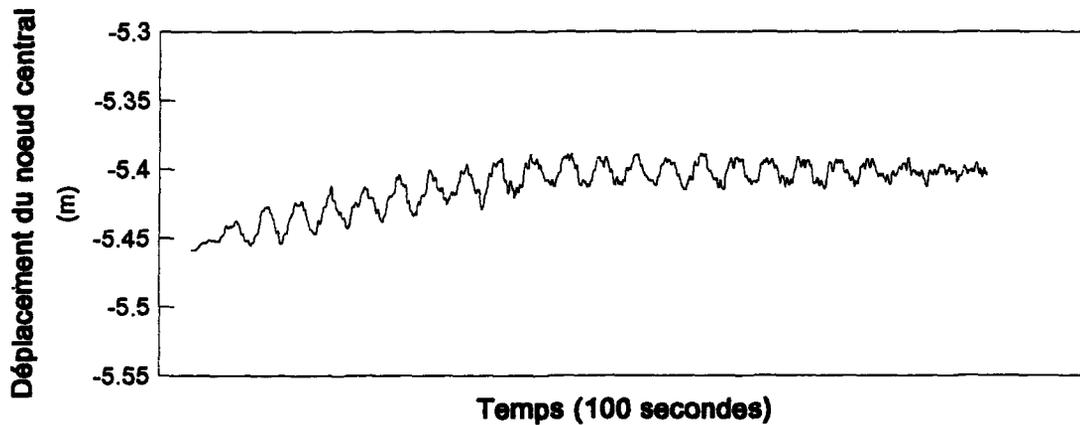
Polarité positive, champ de 13.0 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Graphique D9: Détermination de l'écart type du conducteur  
utilisé par Shah et Morgan. écart type: 60 m**



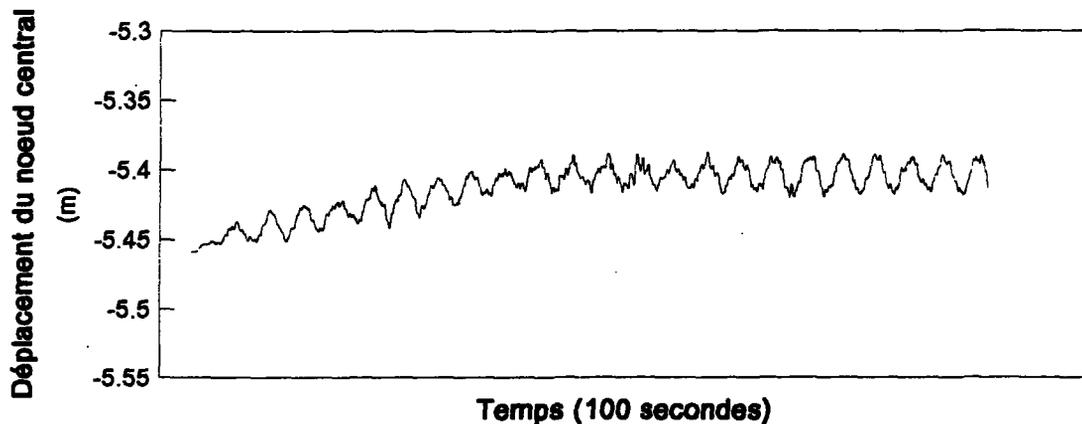
Polarité positive, champ de 13.0 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Graphique D10: Détermination de l'écart type du conducteur  
utilisé par Shah et Morgan. écart type: 70 m**



Polarité positive, champ de 13.0 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**Graphique D11: Détermination de l'écart type du conducteur  
utilisé par Shah et Morgan. écart type: 80 m**



Polarité positive, champ de 13.0 kV/cm, int. préc. 15 mm/h

**ANNEXE E**

**ANNEXE E: SIMULATION AVEC LA MÉTHODE DE WILSON**

Une deuxième méthode numérique a été programmée afin de valider les résultats obtenus avec la méthode de superposition modale. La méthode de Wilson (aussi appelée Wilson- $\Theta$ ) est utilisée parce qu'il s'agit d'une méthode stable lorsque  $\Theta \geq 1,37$ .

L'amortissement a été évalué à l'aide de la méthode du "Rayleigh Damping". Il a été supposé que la matrice amortissement est linéairement proportionnelle à la matrice masse et à la matrice rigidité [1,2] tel que:

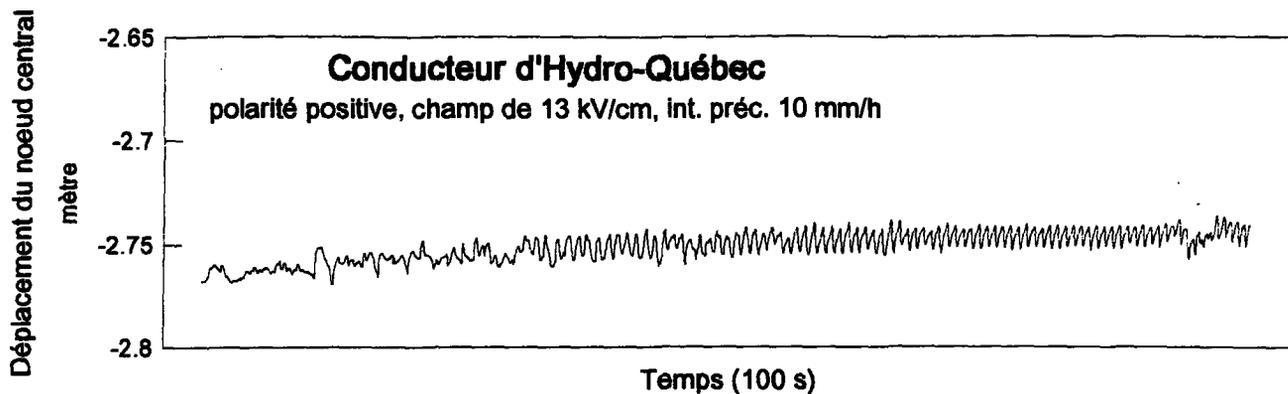
$$[C] = \alpha [M] + \beta [k].$$

Plusieurs valeurs de  $\alpha$  et de  $\beta$  ont été testées à l'aide des résultats expérimentaux obtenu en utilisant un conducteur court, dans le but de connaître leurs influences sur l'amplitude et le type de vibration. Les valeurs retenues sont:  $\alpha = 0,03$  et  $\beta = 100$ .

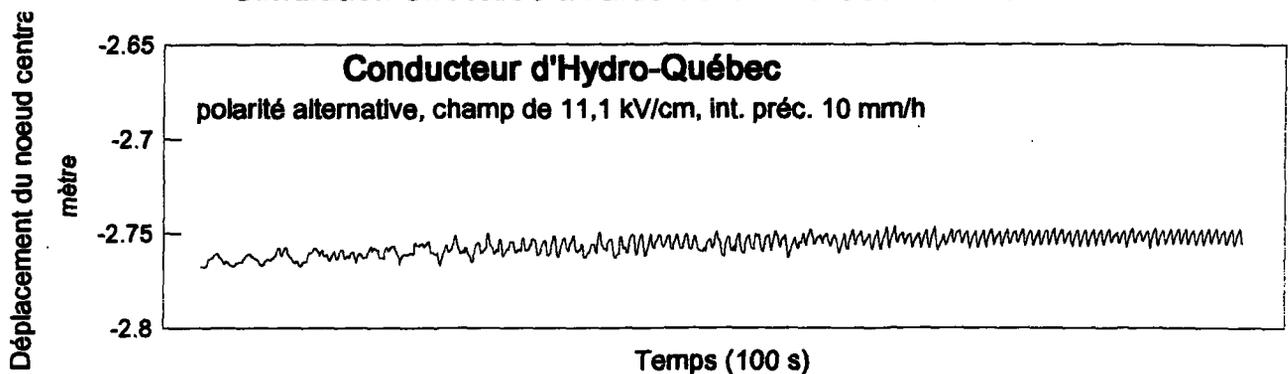
Les graphiques E1 à E6 présentent les simulations d'un conducteur d'une ligne d'Hydro-Québec pour différentes valeurs et polarités du champ électrique et différentes intensités de précipitation. Les résultats montrent que

l'amplitude des vibrations varie de 1 à 2 cm avec une fréquence de 1 Hz, ce qui est conforme aux résultats obtenus avec la méthode de superposition modale.

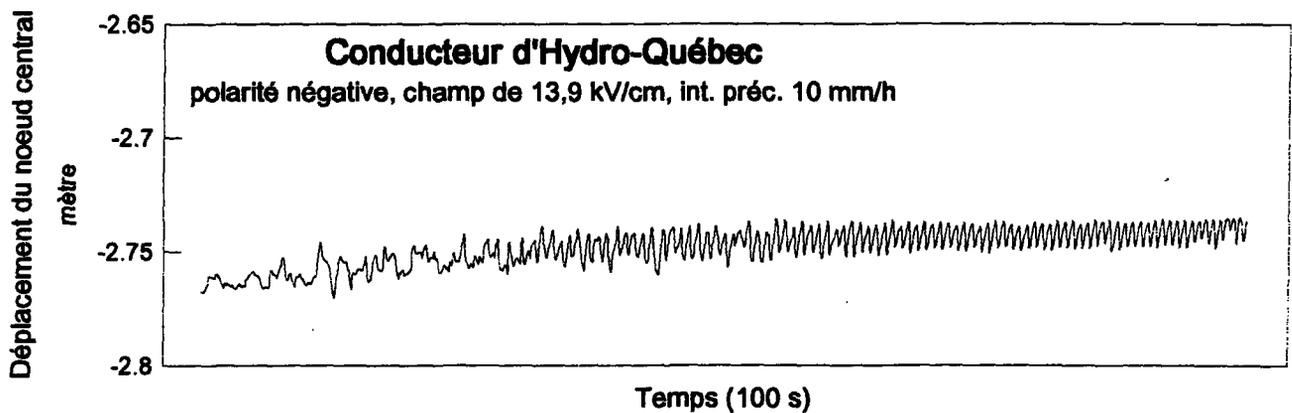
**Graphique E1: Déplacement du noeud central du conducteur en fonction du temps.  
Simulation effectuée à l'aide de la méthode de Wilson**



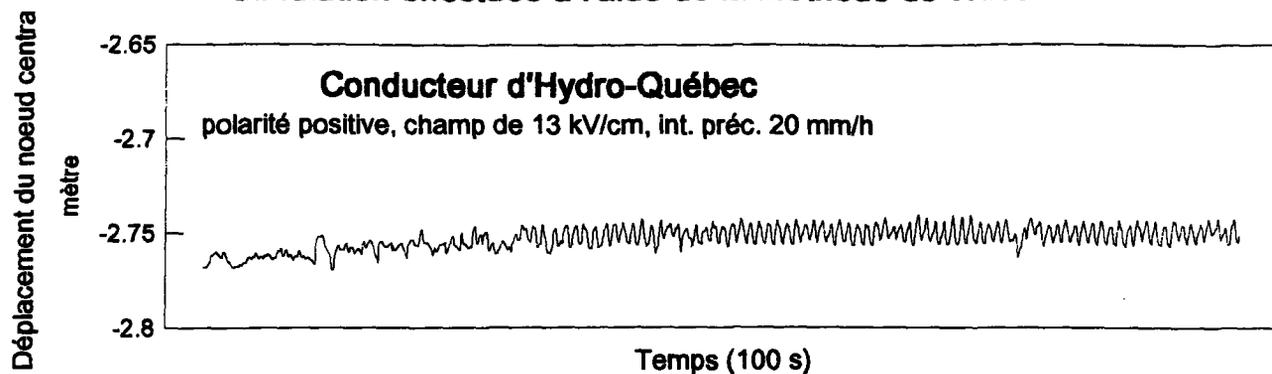
**Graphique E2: Déplacement du noeud central du conducteur en fonction du temps  
Simulation effectuée à l'aide de la méthode de Wilson**



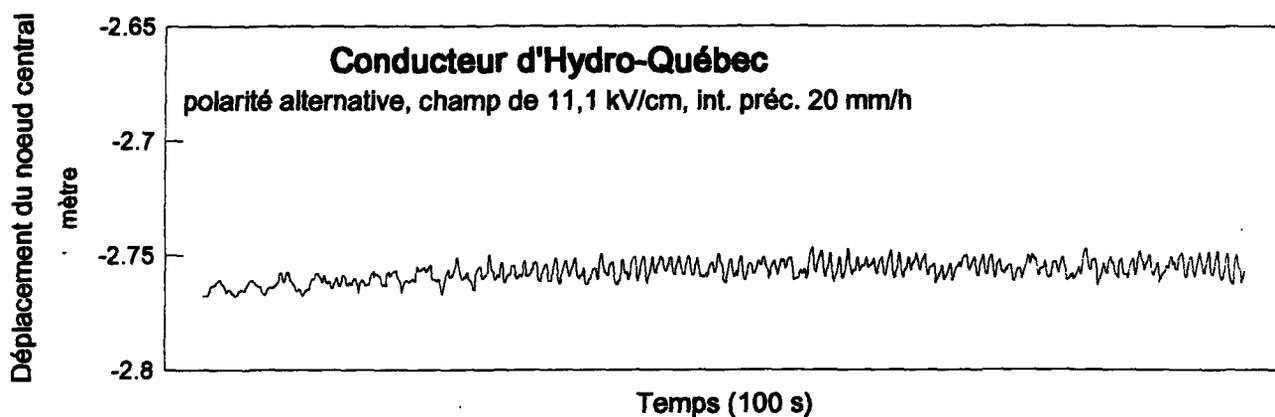
**Graphique E3: Déplacement du noeud central du conducteur en fonction du temps  
Simulation effectuée à l'aide de la méthode de Wilson**



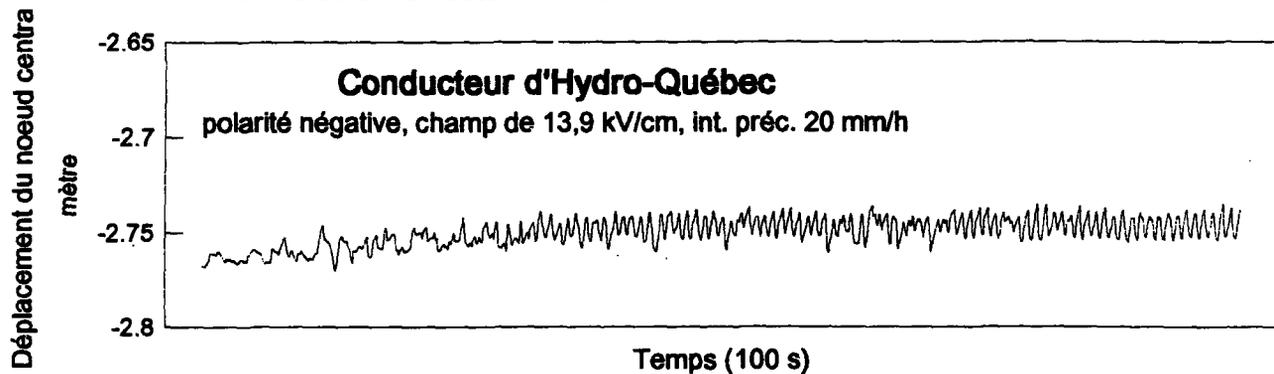
**Graphique E4: Déplacement du noeud central du conducteur en fonction du temps**  
**Simulation effectuée à l'aide de la méthode de Wilson**



**Graphique E5: Déplacement du noeud central du conducteur en fonction du temps**  
**Simulation effectuée à l'aide de la méthode de Wilson**



**Graphique E6: Déplacement du noeud central du conducteur en fonction du temps**  
**Simulation effectuée à l'aide de la méthode de Wilson**



**ANNEXE F**

**ANNEXE F: LISTING DU PROGRAMME****Organigramme**

programme principal . . . . .	132
sous-routine resol . . . . .	133

<b>Programme principal . . . . .</b>	<b>137</b>
--------------------------------------	------------

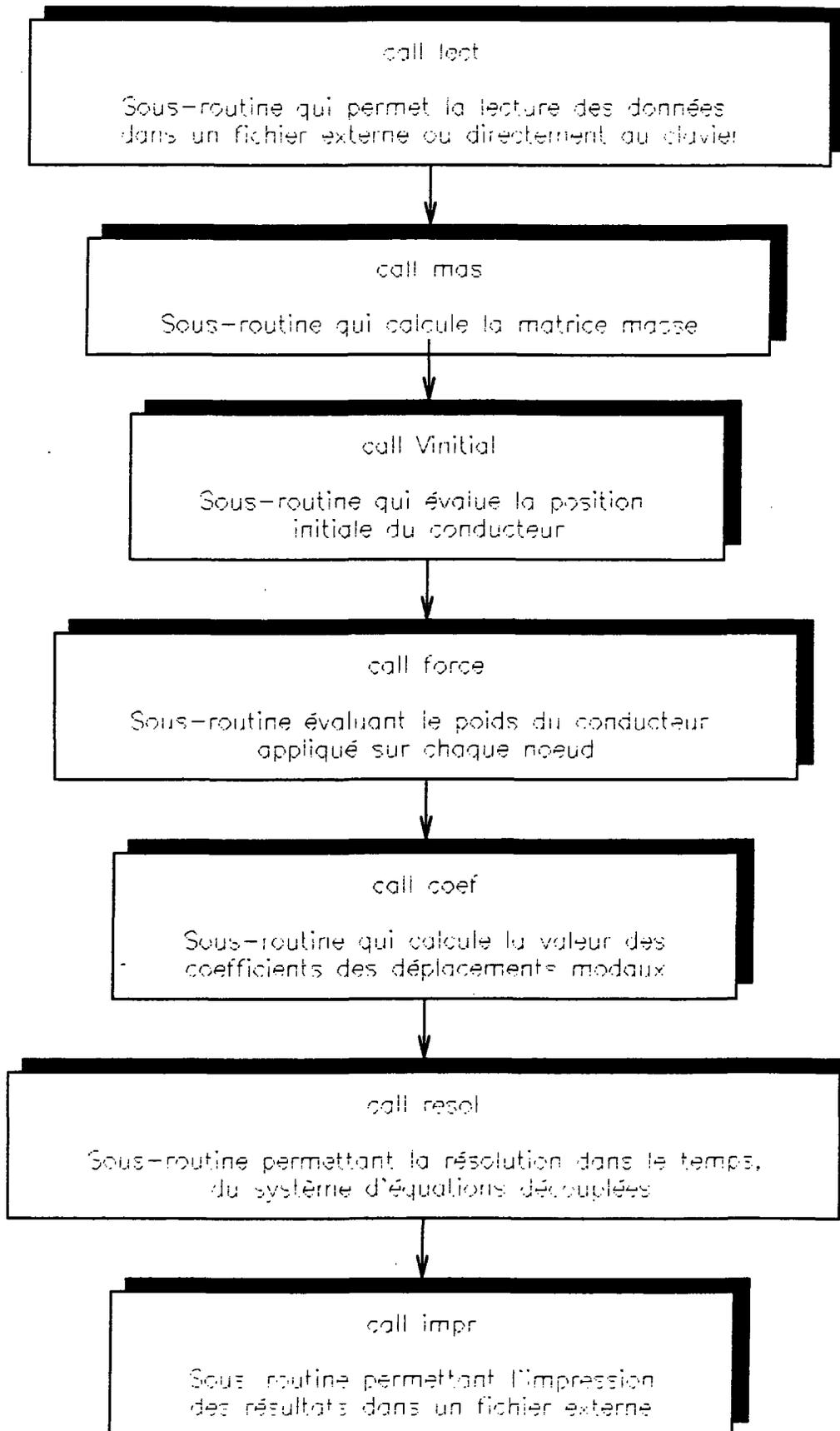
**Sous-routine**

lect . . . . .	139
impr . . . . .	141
mas . . . . .	142
Vinitial . . . . .	143
coef . . . . .	145
force . . . . .	146
resol . . . . .	147

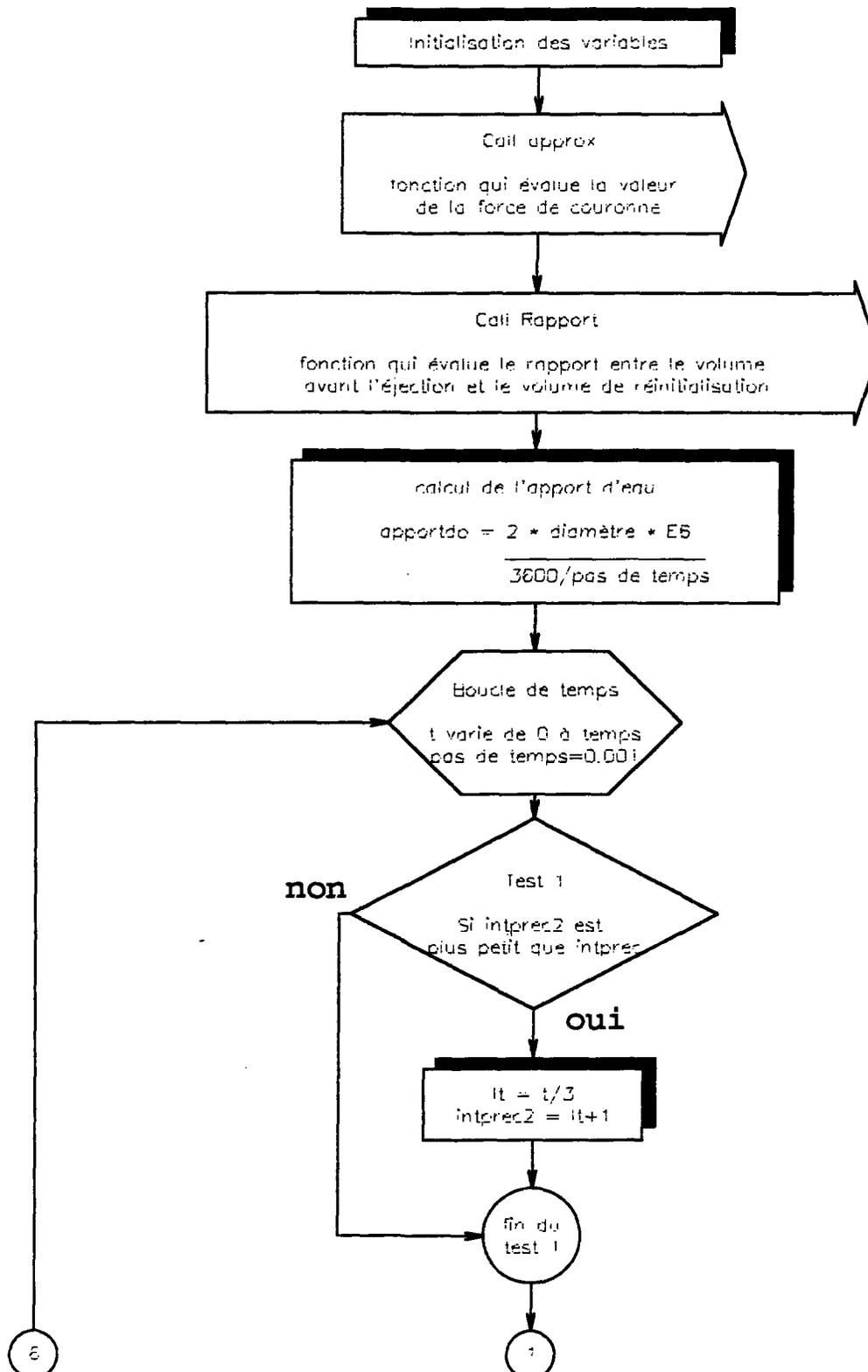
**Fonction**

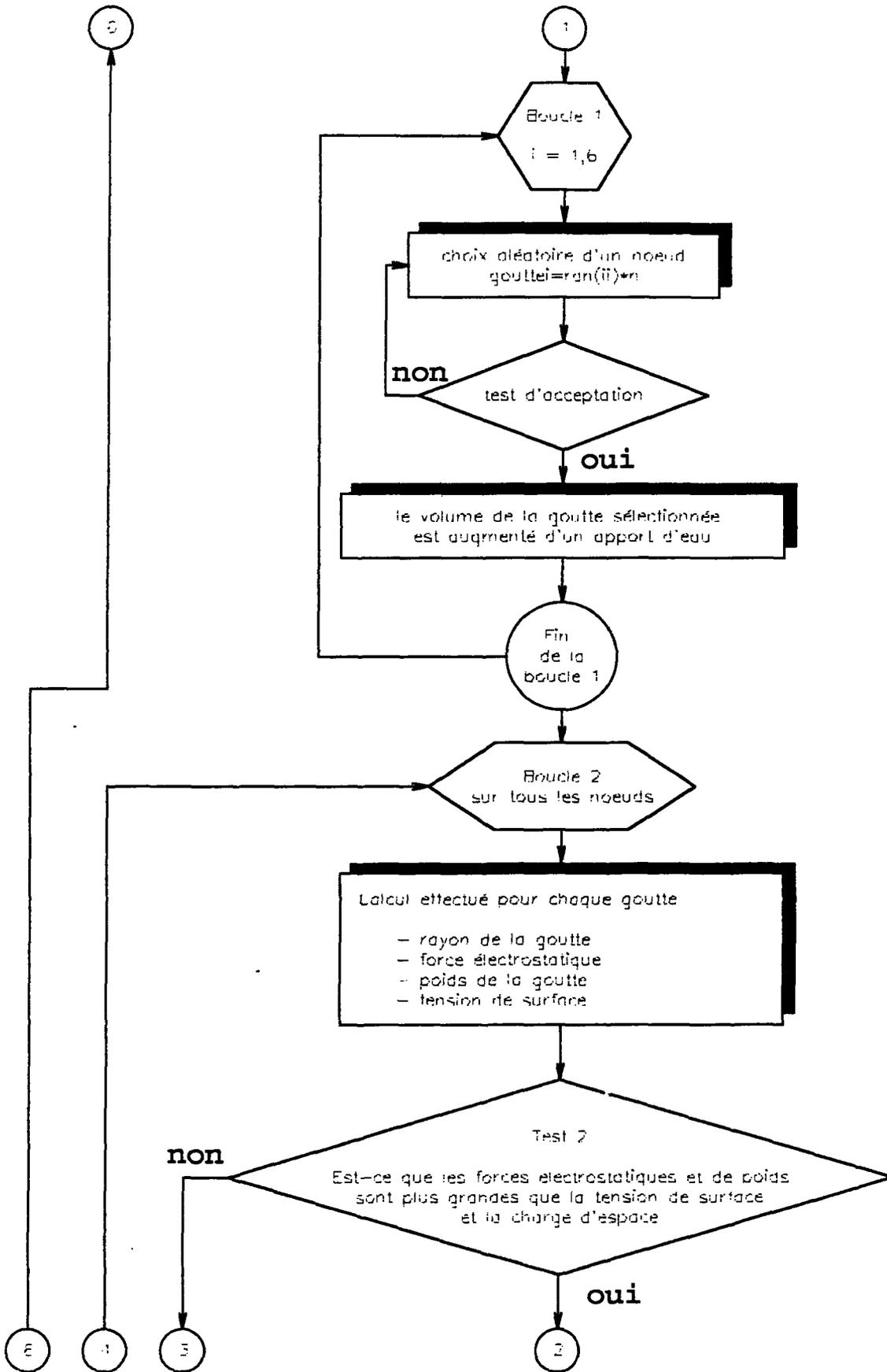
gauss . . . . .	154
approx . . . . .	155
rapport . . . . .	156

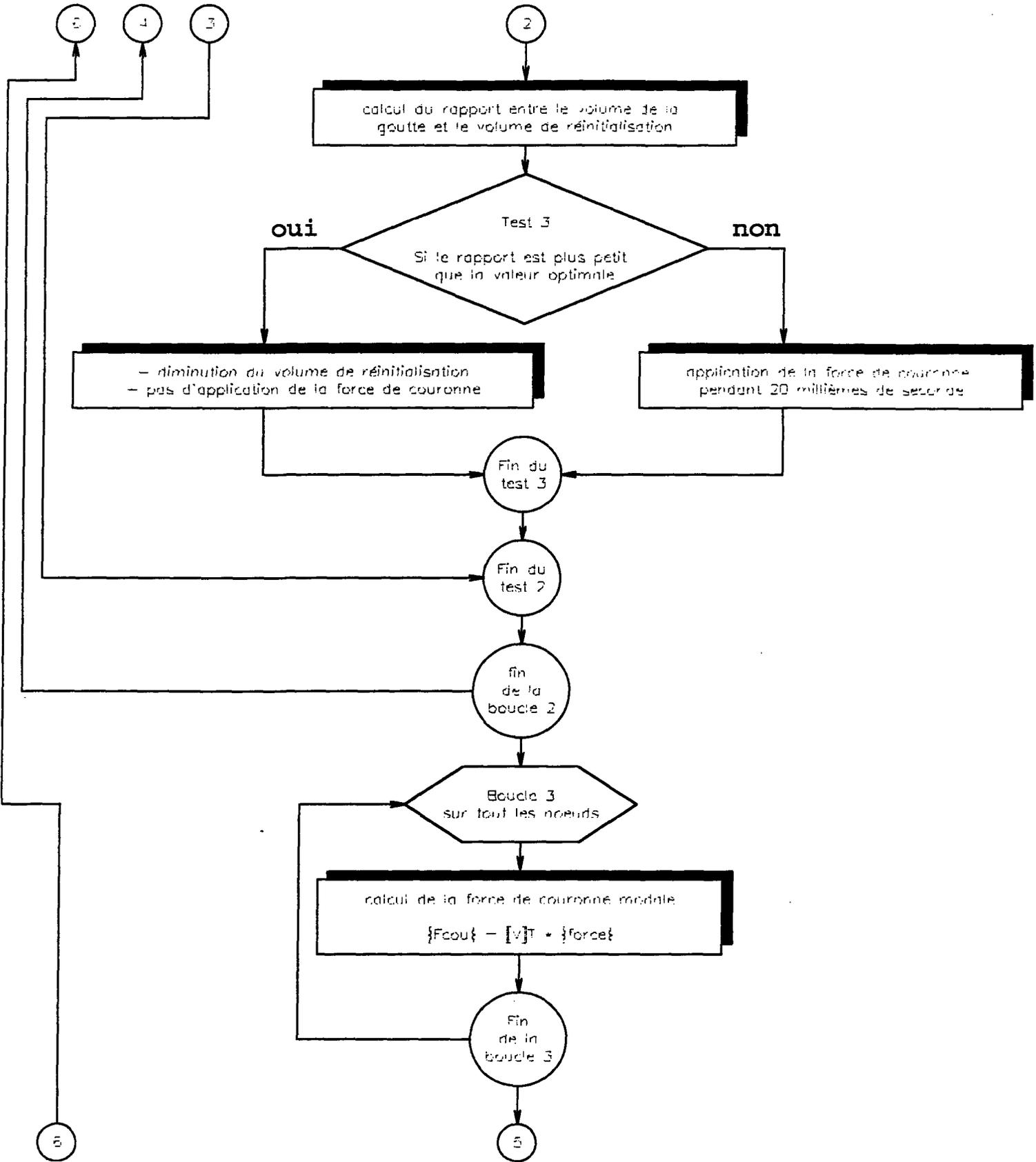
## Organigramme du programme principal



# Organigramme de la sous-routine RESOL







calcul du rapport entre le volume de la goutte et le volume de réinitialisation

Test 3  
Si le rapport est plus petit que la valeur optimale

- diminution du volume de réinitialisation  
- pas d'application de la force de couronne

application de la force de couronne pendant 20 millièmes de seconde

Fin du test 3

Fin du test 2

fin de la boucle 2

Boucle 3 sur tout les noeuds

calcul de la force de couronne modale  
 $\{F_{cou}\} = [V]T + \{force\}$

Fin de la boucle 3

5

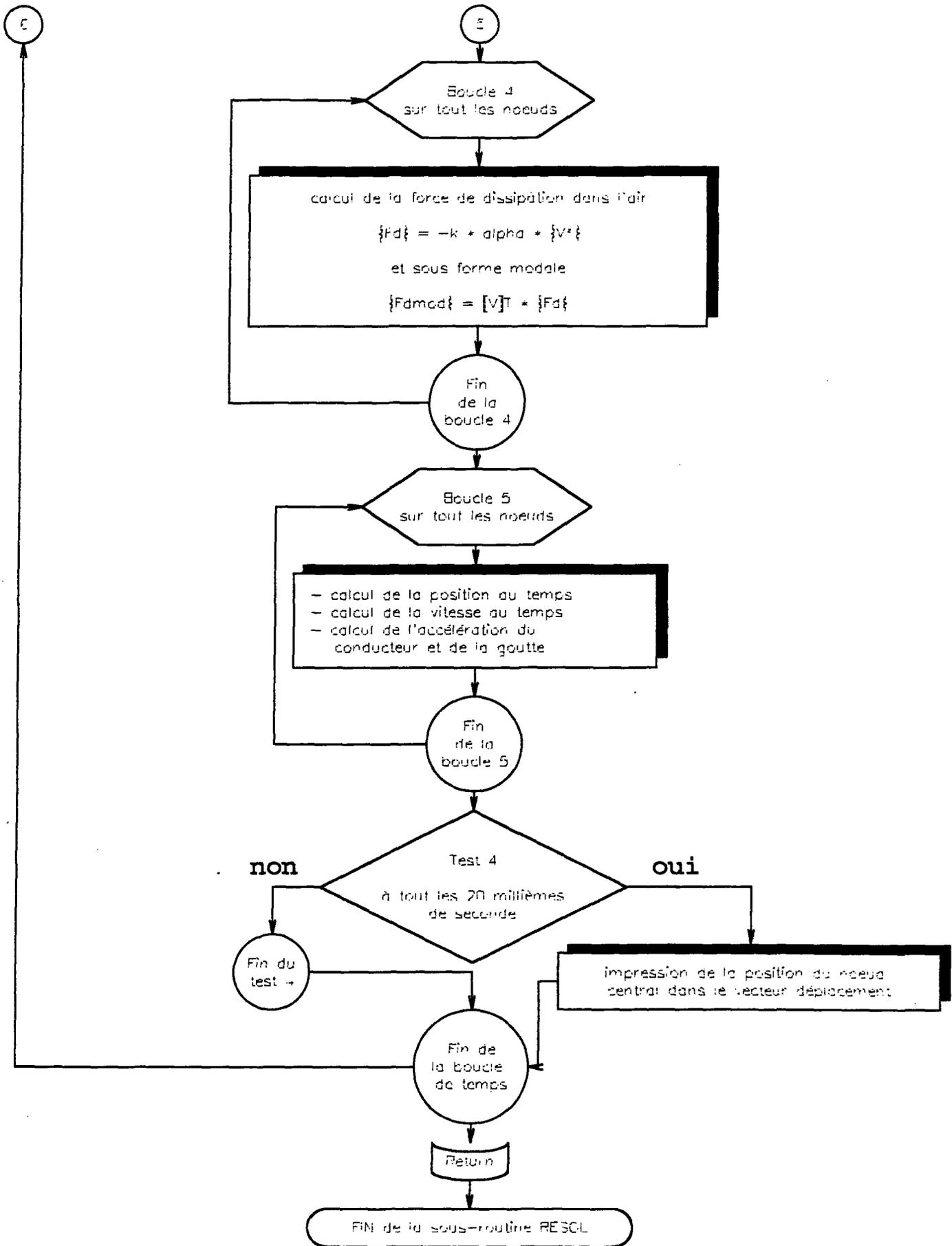
5

3

4

3

2





```
c    tens_mec  tension mécanique aux extrémités du câble
c    rau       densité linéique du câble (kg/m)
c    polarite  polarité du champ électrique
c    s         compteur
c    lec       fichier de lecture des données
c    imp       fichier d'impression des résultats
```

```
c
```

```
*****
```

```
c
```

```
    call lect
    call mas
    call Vinitial
    call coef
    call force
    call resol
    call impr
    stop
    end
```

```

subroutine lect
c
c lecture des données dans le fichier forLEC.dat
c
c *****
c
implicit double precision (a-h,o-z)
double precision intprec, Ma, longueur
integer polarite
common /carac/ n,m, eignvec(200,200)
common /phys/ eignval(200), amortiss(200)
common /forc/ poid
common /temps1/ deltat
common /temps2/ temps
common /donnee/ champE, intprec, polarite, diametre
common /rien/ Ma
common /phys2/ longueur, tens_mec, rau
c
c Lecture du nom du fichier de données
c
write(6,*) ' Avez-vous un fichier contenant les données?'
write(6,*) '      si oui, tapez le numéro xxx du fichier
              FORxxx.DAT.'
write(6,*) '      si non, tapez 0'
read(5,1000) lec
1000 format(i3)
c
c Lecture des données dans le fichier forLEC.dat
c et des valeurs et vecteurs propres dans le fichier for073.dat
c
if(lec.ne.0)then
  read(lec,*)rau, longueur, diametre, tens_mec, n,m
  read(lec,*) (amortiss(i), i=1,m)
  do i=1,m
    read(073,*) (eignvec(j,i), j=1,n)
    read(073,*) eignval(i)
  enddo
c
c s'il n'y a pas de fichier de données, on peut les entrer
c manuellement
c
else
  write(6,*) ' Quelle est la densité linéique (kg/m) du câble'
  read(5,*)rau
  write(6,*) ' Quelle est la longueur (m) totale du câble'
  read(5,*)longueur
  write(6,*) ' Quel est le diamètre du câble'
  read(5,*)diametre
  write(6,*) ' Quelle est la tension mécanique (N) appliquée'
  write(6,*) ' aux extrémités du câble'
  read(5,*)tens_mec
  write(6,*) ' Combien voulez-vous de noeuds et de modes'

```

```

read(5,*)n,m
write(6,*)'  Donnez les ',m,'valeurs d"amortissement
modal'
do i=1,m
  read(5,*)amortiss(i)
enddo
write(6,*)'  Entrez le numéro xxx du fichier FORxxx.DAT
dans'
write(6,*)'  lequel vous voulez enregistrer vos données.'
read(5,*)imp
write(imp,*)rau,longueur,diametre,tens_mec,n,m
write(imp,*)(amortiss(i),i=1,m)
if(n.eq.200)then
  do i=1,m
    read(073,*)(eignvec(j,i),j=1,n)
    read(073,*)eignval(i)
  enddo
endif
endif
poid=-rau*9.81*longueur/n

```

c  
c  
c

```

write(6,*)'  Quelle est la valeur de "deltat" et de t'
read(5,*)deltat,temps
write(6,*)'  Quelle est la polarité du champ électrique'
write(6,*)'  Si la polarité est négative: tapez 1'
write(6,*)'  positive: 2'
write(6,*)'  alternative: 3'
read(5,*)polarite
write(6,*)'  Quelle est la valeur du champ électrique en kV/cm'
read(5,*)champE
write(6,*)'  Quelle est l'intensité des précipitations en
mm/hr'
read(5,*)intprec
return
end

```

```

subroutine impr
C
C  impression des résultats
C
C
C *****
C
C  Signification des variables
C
C  dep_max = déplacement vertical maximum atteint par le noeud
C           central pendant une simulation.
C  dep_min = déplacement vertical minimum atteint par le noeud
C           central pendant une simulation.
C  dummy   = variable de calcul
C
C *****
C
C  implicit double precision (a-h,o-z)
C  integer s
C  common /result/ s,deplac(7500),vitesse(7500),acceler(7500)
C
C  le fichier d'impression des résultats est: for106.dat
C
C  imp=106
C
C  Recherche du déplacement maximal du noeud central
C  et impression du vecteur déplacement
C
C  dep_max=deplac(1)
C  dep_min=dep_max
C  do i=1,s
C     dummy=deplac(i)
C     if(dummy.lt.dep_min)dep_min=dummy
C     if(dummy.gt.dep_max)dep_max=dummy
C     write(imp,*)deplac(i)
C  enddo
C
C  calcul du déplacement maximal et impression du résultat
C
C  write(6,*)' dep_max =',dep_max
C  write(6,*)' dep_min  =',dep_min
C  dummy=dep_max-dep_min
C  write(6,*)' amplitude de vibration',dummy
C  return
C  end

```

**subroutine mas**

```
C
C
C*****
C
C  calcul de la matrice masse
C
C  implicit double precision (a-h,o-z)
C  double precision masse,long
C  common /carac/ n,m,eignvec(200,200)
C  common /mass/ masse(200,200)
C  common /phys2/ long,tens,rau
C
C  initialisation de la matrice globale [masse]
C
C  do i=1,n
C    do j=1,n
C      masse(i,j)=0.0
C      if(i.eq.j)masse(i,j)=4.0
C      k=i-j
C      if(abs(k).eq.1)masse(i,j)=1.0
C
C  coef de masse = rau * longueur elem / 6.0
C
C    masse(i,j)=masse(i,j)*(rau/(n-1))*long/6.0
C  enddo
C  enddo
C  masse(1,1)=1.0
C  masse(n,n)=1.0
C  return
C  end
```

**subroutine Vinitial**

**calcul de la valeur initiale du déplacement modale**

**vecB = {v}<sup>T</sup> \* [masse] \* {pos\_init}**

\*\*\*\*\*

**Signification des variables**

tamp2       = matrice (n.n) de calcul  
 tampon      = variable de calcul  
 h           = flèche au centre de la portée  
 x           = position du i<sup>em</sup> noeud  
 element     = longueur d'un élément  
 angle       = valeur de l'angle du cosinus hyperbolique

\*\*\*\*\*

implicit double precision (a-h,o-z)  
 dimension tamp2(200,200),pos\_init(200)  
 double precision masse,long  
 common /carac/ n,m,eignvec(200,200)  
 common /mass/ masse(200,200)  
 common /coef/ vecB(200),vecC(200)  
 common /phys2/ long,tens,rau

calcul de la longueur d'un élément

element=long/(n-1)  
 poid=rau\*9.81

calcul de la flèche au centre de la portée

h=tens/poid\*(cosh(poid\*long/(2.\*tens))-1)

calcul de la position initiale de chaque noeud

```
do i=2,n-1
  x=(i-1)*element
  angle=(long/2-x)*poid/tens
  pos_init(i)=tens/poid*(cosh(angle)-1)-h
enddo
pos_init(1)=0.0
pos_init(n)=0.0
```

Calcul de la position initiale modale (vecB)

```
do i=1,m
  do k=1,n
    do j=1,n
      tampon=eignvec(j,i)*masse(j,k)
```

```
        tamp2(i,k)=tamp2(i,k)+tampon
    enddo
    tampon=tamp2(i,k)*pos_init(k)
    vecB(i)=vecB(i)+tampon
enddo
vecC(i)=vecB(i)
enddo
return
end
```

**subroutine coef**

```

C
C calcul des vecteurs coefficients E,F,G
C
C *****
C
C Signification des variables
C
C omega = vecteur (nx1) contenant la fréquence naturelle de
C         chaque mode de vibration.
C tampon = variable de calcul
C
C *****
C
C implicit double precision (a-h,o-z)
C dimension omega(200)
C common /carac/ n,m,eignvec(200,200)
C common /phys/ eignval(200),amortiss(200)
C common /temps1/ deltat
C common /coef2/ coefE(200),coefF(200),coefG(200)
C
C Calcul des coefficients modaux qui multiplient les
C déplacements modaux
C
C do i=1,m
C omega(i)=sqrt(eignval(i))
C tampon=omega(i)*amortiss(i)*deltat
C coefE(i)=(2-omega(i)**2*deltat**2)/(1+tampon)
C coefF(i)=(tampon-1)/(1+tampon)
C coefG(i)=deltat**2/(1+tampon)
C enddo
C return
C end

```

```

subroutine force
C
C calcul du vecteur force
C
C *****
C
C Signification des variables
C
C poids = vecteur (nx1) contenant la valeur de la masse
C          concentrée sur chaque noeud.
C tampon = variable de calcul.
C
C *****
C
C implicit double precision (a-h,o-z)
C dimension poids(200)
C common /carac/ n,m,eignvec(200,200)
C common /forc/ poid
C common /forc2/ Fgrav(200)
C do i=2,n-1
C poids(i)=poid
C enddo
C poids(1)=0.0
C poids(n)=0.0
C
C Calcul de la force gravitationnelle modale
C
C do i=1,m
C Fgrav(i)=0.0
C   do j=1,n
C     tampon=eignvec(j,i)*poids(j)
C     Fgrav(i)=Fgrav(i)+tampon
C   enddo
C enddo
C return
C end

```

subroutine resol

résolution du système d'équation

\*\*\*\*\*

Signification des vecteurs

nom	description	dimension
accgou	accélération totale de chaque goutte	(n-1)
acc1 et acc2	acc. du conducteur au temps $t_n$ et $t_{n-1}$	(n-1)
alpha	vitesse du câble divisée par son module	(n-1)
champ	champ électrique correspondant aux forces dans les vecteurs neg, pos et alt	(11-1)
compteur	nombre d'éjections de chaque goutte	(n-1)
Fcou	valeur de la force couronne modale	(m-1)
Fd	force de dissipation dans l'air	(n-1)
Fdmod	force modale de dissipation dans l'air	(m-1)
Feject	force de poids + force électrostatique	(n-1)
Fi	Force modale	(m-1)
force	force appliquée sur chaque noeud	(n-1)
Fwd	force électrostatique	(n-1)
gouttei	position des gouttes sélectionnées pour l'application de la force couronne	(6-1)
hauteur	hauteur de chaque goutte d'eau	(n-1)
impuls	temps d'application de la force impuls ionnelle	(n-1)
lgouttei	valeur entière de la position des gouttes sélectionnées pour l'application de la force couronne	(6-1)
neg, pos et alt	valeur de la force de couronne de forme sinusoidale pour les polarités négative, positive et alternative	(11-1)
poids	poids de chaque goutte	(n-1)
pol	vecteur de calcul contenant la valeur de la force de couronne de forme sinusoidale	(11-1)
position	position du câble	(n-1)
rayon	rayon de chaque goutte	(n-1)
tension	tension de surface de chaque goutte	(n-1)
vit1 et vit2	vitesse du câble au temps $t_n$ et $t_{n-1}$	(n-1)
volgou	volume d'eau de chaque goutte	(n-1)
y1 et y2	position du câble au temps $t_n$ et $t_{n-1}$	(n-1)

\*\*\*\*\*

Signification des variables

nom description

```

c      accgrav      accélération gravitationnelle
c      apportdo     volume d'eau ajouté à chaque pas de temps
c      FF           valeur de la force de couronne impulsionnelle
c      ii           nombre initial pour la fonction "random"
c      intprec2     augmentation graduelle de l'intensité des
c                  précipitations
c      milieu       noeud central du conducteur
c      q            compteur d'itération
c      rap          rapport optimal entre le volume d'éjection et
c                  le volume de ré-initialisation
c      rau          densité volumique de l'eau
c      rapport      rapport entre le volume d'éjection et le volume
c                  de ré-initialisation
c      vv          volume de ré-initialisation d'une goutte

```

```

c      *****

```

```

c      implicit double precision (a-h,o-z)
c      dimension position(200),Fcou(200),volgou(200),poids(200),
c      limpuls(200),force(200),Fi(200),y1(200),y2(200),vit1(200),
c      lvit2(200),accgou(200),acc1(200),acc2(200),compteur(200),
c      lalpha(200),Fd(200),Fdmod(200),feject(200),fwd(200),
c      lrayon(200),tension(200),Fpres(200),neg(11),pos(11),alt(11),
c      lpol(11),champ(11),volfinal(200),vvv(11),pos_init(200)
c      double precision k,longueur,intprec,neg
c      integer q,compteur,s,polarite
c      common /carac/ n,m,eignvec(200,200)
c      common /temps1/ deltat
c      common /temps2/ temps
c      common /phys2/ longueur,tens_mec
c      common /donnee/ champE,intprec,polarite,diametre
c      common /coef/ vecB(200),vecC(200)
c      common /coef2/ coefE(200),coefF(200),coefG(200)
c      common /forc2/ Fgrav(200)
c      common /deplacem/ vecA(200)
c      common /result/ s,deplac(7500),vitesse(7500),acceler(7500)
c      data (champ(i),i=1,11)/9.3,10.2,11.1,12.1,13,13.9,14.9,15.8,
c      1 16.7,17.6,18.6/
c      data (neg(i),i=1,11)/.08,.09,.18,1.69,2.3,2.44,2.16,1.75,
c      1 1.51,1.36,1.27/
c      data (pos(i),i=1,11)/.08,.15,.6,1.6,2.1,2.0,1.8,1.3,1.0,
c      1 .85,.75/
c      data (alt(i),i=1,11)/.18,.68,1.53,1.41,1.0,.49,.25,.22,
c      1 .2,.2,.2/
c      ii=51789
c      pi=3.141592654

```

```

c      Détermination de la valeur adjacente et plus petite (ou égale)
c      au champ électrique choisi pour la simulation.

```

```

c      do i=1,11
c          if(champE.lt.champ(i))goto 21

```

```

        j=i
    enddo
21  continue
    if((j.eq.10).or.(j.eq.11))j=9
    do i=1,11
        if(polarite.eq.1)pol(i)=neg(i)
        if(polarite.eq.2)pol(i)=pos(i)
        if(polarite.eq.3)pol(i)=alt(i)
    enddo
    FF=champE
c
c  Appel de la sous-routine qui calcule la valeur
c  de la force de couronne sous forme impulsionnelle
c  à l'aide d'une extrapolation quadratique
c
    call approx(champ(j),FF,pol(j))
c
c  Appel de la sous-routine qui évalue le rapport entre
c  le volume des gouttelettes éjectées et le volume restant
c
    call F1(champE,rap,polarite)
c
c  Initialisation du volume de la goutte
c
    do i=1,n
        volgou(i)=0.0
    enddo
    accgrav=9.81
    rau=1000.0
    vv=1.0
    hauteur=10.0
c
c  Calcul de la quantité d'eau (kg3) ajoutée à chaque pas de
c  temps
c
    apportdq=2.0*diametre*1E+6/(3600/deltat)
c
c  Boucle de temps
c
    do t=deltat,temps,deltat
c
c  Augmentation graduelle de l'intensité des précipitations
c
        if(intprec2.lt.intprec)then
            lt=t/3
            intprec2=lt+1
        endif
c
c  Sélection aléatoire de 6 noeuds qui auront un apport d'eau
c  supplémentaire
c
        do i=1,6

```

```

c
c   Génération aléatoire d'une goutte
c
c   10      gouttei=ran(ii)*n
           lgouttei=gouttei
c
c   Test de Monte Carlo permettant de garder ou de rejeter le
c   choix de la goutte
c
           x=lgouttei*longueur/n
           prob=ran(ii)
           if(prob.gt.gauss(x,b))goto 10
c
c   Application de l'apport d'eau sur la goutte choisie
c
           volgou(lgouttei)=volgou(lgouttei)+(intprec2*apportdo)
           enddo
c
c   Calcul de l'équilibre de chaque goutte.
c
c   Les forces électrostatiques, gravitationnelles,
c   dues à la tension de surface et aux charges d'espace
c   sont évaluées pour chaque goutte.
c
           do i=1,n
               rayon(i)=((vv+volgou(i))*3.0/(2*pi))**.33333333
               Fwd(i)=58.06E-18*(champE*1E+5)**2*rayon(i)**2
               poids(i)=rau*accgou(i)*(vv+volgou(i))*1E-9
               Feject(i)=poids(i)+Fwd(i)
20          tension(i)=2*pi*rayon(i)*72.8E-6+0.0005
c
c   Comparaison des forces qui tendent à faire éjecter la
c   goutte aux forces qui la retiennent. Pour chaque goutte où
c   les forces d'éjection sont plus grandes, il y a application
c   de la force de couronne pendant 0.020 sec après un délai de
c   0.010 sec.
c
           if(Feject(i).gt.tension(i))then
               if(vv.eq.0.0)goto 23
22          rapport=(vv+volgou(i))/vv
c
c   Vérification du rapport de la goutte éjectée avec le volume de
c   ré-initialisation
c
           if(rapport.lt.rap)then
               vv=.99*vv
               goto 23
           endif
           impuls(i)=30
           endif
23          enddo
           vvv(6)=vv

```

```

tampon=0.0
do i=1,5
  vvv(i)=vvv(i+1)
  tampon=vvv(i)+tampon
enddo
vv=tampon/5.0
C
C Si nécessaire, application de la force de couronne
C
do i=1,n
  if((vv+volgou(i)).gt.(rap*vv))vv=1.0001*vv
  if(impuls(i).gt.0)then
    impuls(i)=impuls(i)-1
    if(impuls(i).eq.20)compteur(i)=compteur(i)+1
    volgou(i)=0.0
    if(impuls(i).lt.20)force(i)=FF
  else
    force(i)=0.0
  endif
enddo
C
C Calcul de la force de couronne modale
C
do i=1,m
  Fcou(i)=0.0
  do j=1,n
    tampon=eignvec(j,i)*force(j)
    Fcou(i)=Fcou(i)+tampon
  enddo
enddo
C
C Calcul de la force de dissipation dans l'air
C
C
C

$$F_d = -k * \alpha * V^2$$

C
C où  $F_d$  = Force de dissipation dans l'air
C
C V = vitesse du câble
C
C alpha = vitesse du câble divisée par son module
C
C k = 0.5 * rau_air * diametre * CD
C
C rau_air = densité de l'air
C
C diametre = diamètre du câble
C
C CD = coefficient de trainée
C
rau_air=1.2
CD=1.0

```

```

k=0.5*rau_air*diametre*CD
do i=1,n
  if(vit2(i).eq.0.0)goto 3
  alpha(i)=vit2(i)/abs(vit2(i))
  Fd(i)=(-k*alpha(i)*vit2(i)**2)*longueur/n
3
enddo
C
C
C Calcul de la force modale de dissipation dans l'air
C
do i=1,m
  Fdmod(i)=0.0
  do j=1,n
    tampon=eignvec(j,i)*Fd(j)
    Fdmod(i)=Fdmod(i)+tampon
  enddo
enddo
C
C Calcul du déplacement modal
C
do i=1,m
  Fi(i)=Fgrav(i)+Fdmod(i)+Fcou(i)
  vecA(i)=coefE(i)*vecB(i)+coefF(i)*vecC(i)+coefG(i)*Fi(i)
  vecC(i)=vecB(i)
  vecB(i)=vecA(i)
enddo
C
C Calcul du déplacement réel
C
do i=1,n
  position(i)=0.0
  do j=1,m
    tampon=eignvec(i,j)*vecA(j)
    position(i)=position(i)+tampon
  enddo
  if(y1(i).eq.0.0)y2(i)=position(i)
enddo
C
C Calcul de la vitesse et de l'accélération de chaque noeud
C
do i=1,n
  y1(i)=y2(i)
  y2(i)=position(i)
  vit1(i)=vit2(i)
  vit2(i)=(((y2(i)-y1(i))/deltat)+vit1(i))/2.0
  acc1(i)=acc2(i)
  acc2(i)=(((vit2(i)-vit1(i))/deltat)+acc1(i))/2.0
  accgou(i)=acc2(i)+accgrav
enddo
q=q+1
if(q.ge.20)then
  q=0
  s=s+1

```

```
milieu=n/2
deplac(s)=position(milieu)
write(6,*)s
vitesse(s)=vit2(milieu)
acceler(s)=acc2(milieu)
endif
enddo
write(6,*)(compteur(i),i=1,n,3)
return
end
```

```

c   FUNCTION GAUSS
c
c   Fonction qui évalue la probabilité qu'une goutte sélectionnée
c   soit retenue
c
c   ****
c
c   Signification des variables
c
c   nom           description
c
c   a             moyenne de la distribution statistique
c   b             écart type de la distribution statistique
c   gauss        fonction de probabilité statistique
c
c   ****
c
c   fonction gauss(x,b)
c   real maximum
c   pi=3.141592654
c   coef=sqrt(2*pi)
c   e=2.718281828
c
c   moyenne (a) et écart type (b) de la distribution des gouttes
c   d'eau le long du câble de haute tension.
c
c   b=40
c   a=152.4
c
c   fonction de probabilité statistique suivant une loi normale
c
c   gauss=e**(-0.5*((x-a)/b)**2)
c   return
c   end

```

```

C      FONCTION APPROX
C
C      Fonction qui évalue la force de couronne sous forme
C      impulsienne à l'aide d'une interpolation quadratique.
C
C*****
C
C      Signification des variables
C
C      nom          description
C
C      phi          fonction d'interpolation quadratique
C      x            valeur du champ électrique
C      xx           valeur interpolée de la force de couronne après
C                  ajustement
C      y            valeur du champ électrique du tableau T3.1, plus
C                  petite ou égale à la valeur x
C      yy           variable de calcul
C      yyy          valeur interpolée de la force de couronne avant
C                  ajustement
C*****
C
C      subroutine approx(x,xx,y)
C      implicit double precision (a-h,o-z)
C      dimension x(1),y(1),phi(3)
C
C      fonction d'interpolation
C
C      phi(1)=((xx-x(2))*(xx-x(3)))/((x(1)-x(2))*(x(1)-x(3)))
C      phi(2)=((xx-x(1))*(xx-x(3)))/((x(2)-x(1))*(x(2)-x(3)))
C      phi(3)=((xx-x(1))*(xx-x(2)))/((x(3)-x(1))*(x(3)-x(2)))
C
C      évaluation de la valeur de la force
C
C      do i=1,3
C      yy=phi(i)*y(i)
C      yyy=yyy+yy
C      enddo
C
C      modification de la valeur de la force
C
C      0.01 pour égaliser la force expérimentale
C      22.08 pour passer de la forme impulsienne à la forme
C            sinusoidale
C      22.86 facteur de correction à cause du nombre de gouttes
C            par mètre (200 noeuds pour 304.8 mètres pour le
C            câble de Shah et 15 gouttes par mètres).
C
C      xx=yyy*0.01*22.08*22.86
C      return
C      end

```

```
C      FONCTION  RAPPORT
C
C      Fonction évaluant le rapport optimum entre le volume des
C      gouttelettes éjectées et le volume de la goutte restante.
C
C      *****
C
C      Signification des variables
C
C      nom          description
C
C      x            champ électrique
C      y            polarité du champ électrique
C
C      *****
C
C      fonction rapport(x,y,n)
C      if(n.eq.1)y=0.096847+0.201745*x-0.014534*x**2+3.777E-4*x**3
C      if(n.eq.2)y=0.4799+0.121261*x-0.008785*x**2+2.352E-4*x**3
C      if(n.eq.3)y=0.770793+0.056067*x-0.004006*x**2+0.000117*x**3
C      return
C      end
```