

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI  
COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE

PAR  
ERIC PERRON

MODÉLISATION DU DÉVELOPPEMENT  
DE LA COUCHE LIMITÉ SUR UN FILM FLUIDE

OCTOBRE 1993



### **Mise en garde/Advice**

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

## Résumé

La formation de glace sur les avions au sol, qui est nuisible au décollage, est empêchée par l'application de fluides antigivre et dégivrants. La présence de ces fluides sur les ailes, tout comme la glace, au moment de l'accélération diminue la force verticale (portance) appliquée par l'écoulement d'air sur l'aile. Cette diminution est directement reliée à l'épaisseur de la couche limite de l'air qui se développe au-dessus du fluide. Des procédures expérimentales permettent de définir le comportement de l'écoulement de l'air, sur l'aile d'avion, en présence du film fluide à partir des mesures de l'épaisseur de déplacement de la couche limite (EDCL) sur une plaque plane horizontale. Le coût de ces essais force la recherche à s'orienter vers la prédiction analytique basée essentiellement sur les caractéristiques du fluide appliqué. Ce projet est une contribution à la recherche dans ce domaine qui consiste à la détermination de méthode de prédiction des pertes de portance en fonction des caractéristiques du fluide.

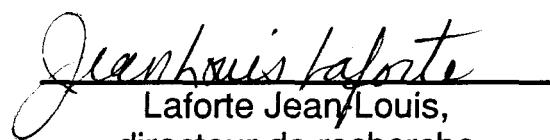
Le projet consiste en une étude approfondie du comportement pseudo-plastique (viscosité) des fluides antigivre commerciaux associée à celle du développement de la couche limite sur une plaque plane recouverte d'un film fluide antigivre durant une accélération similaire à celle d'un décollage d'un avion de ligne. Un volet analytique s'ajoute aux résultats expérimentaux, d'une part pour obtenir un algorithme de calculs qui permet de prédire la valeur de l'EDCL en turbulence, à partir du profil de vitesses, en conjonction avec l'équation de Von Kármán et d'autre part pour prédire les

conditions qui amènent l'instabilité hydrodynamique de l'interface air/fluide selon la méthode développée par Yih.

Cette étude a permis de définir que les vagues à l'interface air/fluide sont générées à la transition laminaire-turbulent à une vitesse de l'ordre de 15 m/s. De plus, on constate qu'une partie importante du fluide est éliminée lorsque la présence des vagues, qui augmentent le frottement, force le fluide pseudo-plastique à se liquéfier. C'est à ce moment, que l'EDCL est le plus élevé et par conséquent, la perte de portance maximum. Les résultats montrent que le taux d'élimination du fluide au moment de cette instabilité est maximum. De plus, cette étude permet de comparer les hauteurs des vagues à celles des rugosités dynamiques équivalentes. En effet, les vagues ont un impact semblable à celui des rugosités sur une plaque plane rugueuse. Ainsi, lorsque le régime d'écoulement de l'air atteint 65 m/s après 30 s, les effets de hauteur et de densité des vagues sur l'EDCL sont du même ordre. Durant la période d'élimination massique du fluide, au début de l'instabilité et de la formation des vagues, le phénomène rugueux est plus complexe car les vagues forment des amas de fluide qui bloquent l'écoulement de l'air. Une application pratique de cette étude permet de définir que les vitesses de rotation sur le mandrin du viscosimètre nécessaires pour créer la même sollicitation que l'air sur le fluide, appliquées sur l'aile, sont de l'ordre de 0,3 RPM lorsque l'avion est au repos et 200 RPM lorsque l'avion de ligne quitte le sol.



Perron Eric,  
étudiant



Laforte Jean-Louis,  
directeur de recherche

## **Remerciements**

Je tiens à remercier premièrement Monsieur Jean-Louis Laforte, D.Sc.A. et Monsieur Patrick René Louchez, Ph.D., professeurs-chercheurs au sein du Groupe de Recherche en Ingénierie de l'Environnement Atmosphérique (GRIEA) qui sont respectivement directeur et co-directeur de ma maîtrise, pour avoir dirigé mes travaux et pour m'avoir donné de judicieux conseils lorsque nécessaire. Je remercie spécialement le GRIEA et le programme de bourse PAIR pour leur soutien financier. Je remercie également tous les membres du GRIEA pour leur aide très appréciée.

Je tiens aussi à remercier Monsieur Rung T. Bui, Ph.D., directeur du groupe de recherche en ingénierie des procédés et systèmes pour son aide au niveau des équipements informatiques.

Je dois également remercier Monsieur René Verreault, Ph.D., pour m'avoir permis d'utiliser son système de caméra infrarouge et remercier Monsieur Frédéric Gagnon pour son aide à l'opération de ce système.

Enfin, je tiens à remercier mes proches et plus particulièrement, ma soeur Mona Perron, de leur soutien durant toute la durée de mes travaux.

## Table des matières

Résumé.....	ii
Remerciements .....	iv
Table des matières .....	v
Liste des tableaux .....	viii
Liste des figures .....	xi
Notations .....	xiv
1. Introduction .....	1
1.1 Problématique.....	1
1.2 Objectifs .....	6
1.3 Méthodologie .....	7
1.4 Plan de travail .....	9
2. Études expérimentales .....	10
2.1 Étude rhéologique .....	10
2.1.1 Définition de la viscosité .....	11
2.1.2 Description des mesures.....	12
2.1.3 Méthode de calcul .....	13
2.1.4 Résultats .....	15
2.2 Mesure dyriamique de l'épaisseur de déplacement de la couche limite.....	20
2.2.1 Installation générale .....	20
2.2.2 Mesure des pressions statiques.....	23
2.2.3 Méthode de calcul de l'épaisseur de déplacement .....	24
2.2.4 Description des essais .....	27

2.2.5 Résultats .....	28
2.3 Mesure de l'épaisseur du film fluide en soufflerie .....	35
2.3.1 Acquisition et traitement des images .....	35
2.3.2 Méthode de calcul de l'épaisseur de déplacement .....	39
2.3.3 Résultats .....	43
3. Modélisation analytique et numérique .....	47
3.1 Modélisation de la couche limite de l'air .....	47
3.1.1 Introduction.....	47
3.1.2 Description de la couche limite turbulente rugueuse.....	49
3.1.3 Algorithme de calcul des lois intégrales rugueuses .....	53
3.1.4 Validation du modèle .....	57
3.1.5 Profil de vitesses de l'air sur film fluide.....	62
3.2 Modélisation de l'interface air/fluide.....	66
3.2.1 Description du double écoulement.....	66
3.2.2 Équation des perturbations à l'interface .....	69
3.2.3 Calcul de stabilité de l'interface .....	74
4. Interprétation des résultats .....	77
4.1 Description de la dynamique du fluide .....	77
4.2 Viscosité du fluide .....	85
4.3 Rugosité du fluide .....	87
4.3.1 Rugosité dynamique du fluide.....	87
4.3.2 Correction en tenant compte de la densité des rugosités dynamiques .....	91
5. Conclusion .....	94
Bibliographie .....	100

## Annexes:

Annexe A	Lissage de la viscosité pour le liquide A-409 .....	103
Annexe B	Caractéristiques physiques de différents fluides antigivre et dégivrants commerciaux .....	108
Annexe C	Mesures des capteurs de pression pour les cas d'intérêts....	112
Annexe D	Calibration pour la vérification de la loi de Beer-Lambert .....	122
Annexe E	Images à 12,1 secondes et 30 secondes .....	126
Annexe F	Intensités lumineuses mesurées à 12,1 s et 30 s .....	129
Annexe G	Organigramme du programme de simulation EDCL_1 .....	136
Annexe H	Code source du programme EDCL_1 .....	138
Annexe I	Organigramme du programme de simulation EDCL_2 .....	148
Annexe J	Code source du programme EDCL_2 .....	150
Annexe K	Validation du modèle sur plaque plane lisse.....	161
Annexe L	Validation du modèle sur plaque plane rugueuse .....	166
Annexe M	Résultats du calcul de B avec le liquide A-409 .....	171
Annexe N	Résultats du calcul de B avec les différents fluides commerciaux .....	177
Annexe O	Calculs de stabilité pour les cas avec le liquide A-409 .....	190

## Liste des tableaux

Tableau 1.1	Fluides antigivre commerciaux.....	8
Tableau 2.1	Constantes de conversion du viscosimètre .....	15
Tableau 2.2	Lectures du viscosimètre pour le fluide A-409 .....	16
Tableau 2.3	Viscosité, cisaillement et taux de déformation du liquide A-409.....	16
Tableau 2.4	Constantes de viscosité pour les liquides commerciaux à 0 °C .....	18
Tableau 2.5	Dimensions de la conduite d'essai .....	22
Tableau 2.6	Constantes $D_A$ , $D_B$ et $F_A$ , $F_B$ et $F_C$ aux deux positions de mesure .....	26
Tableau 2.7	Définitions des cas particuliers.....	29
Tableau 2.8	Épaisseur de déplacement pour chaque cas .....	30
Tableau 2.9	Épaisseurs de déplacement pour différents fluides commerciaux: cas 2B .....	30
Tableau 2.10	Épaisseur de liquide et intensité transmise associée.....	40
Tableau 2.11	Mesures en soufflerie pour le calcul des constantes de la loi de Beer-Lambert.....	42
Tableau 2.12	Mesure des paramètres de rugosité du fluide A-409 .....	44
Tableau 2.13	Épaisseur du liquide A-409 à la position 2 .....	45
Tableau 2.14	Épaisseur du film évaluée à 30 secondes pour différents fluides antigivre commerciaux .....	45

Tableau 3.1	Définitions .....	49
Tableau 3.2	Définition des trois régions du profil .....	51
Tableau 3.3	Constantes B associées aux rugosités pour validation .....	60
Tableau 3.4	Estimation de l'EDCL à la position 2 .....	63
Tableau 3.5	EDCL avec fluide A-409 à 20 °C .....	64
Tableau 3.6	EDCL pour les fluides commerciaux à 0 °C (cas 2B).....	64
Tableau 3.7	Constantes B calculées avec le liquide A-409 à 20 °C .....	65
Tableau 3.8	Constantes B calculées pour différents fluides commerciaux à 0 °C .....	65
Tableau 3.9	Longueur d'onde des vagues calculée pour les quatre cas avec le liquide A-409 .....	76
Tableau 3.10	Longueur d'onde des vagues calculée pour différents liquides commerciaux.....	76
Tableau 4.1	Vitesse à l'interface air/fluide avec le liquide A-409 à 20 °C .....	84
Tableau 4.2	Vitesse à l'interface air/fluide avec différents fluides commerciaux à 0 °C .....	84
Tableau 4.3	Débit du liquide A-409 à 20 °C .....	84
Tableau 4.4	Débit des fluides commerciaux au point critique à 0 °C .....	85
Tableau 4.5	Vitesse de rotation du mandrin sur le viscosimètre avec le liquide A-409 à 20 °C .....	86
Tableau 4.6	Vitesse de rotation du mandrin sur le viscosimètre et vitesse de l'écoulement d'air en soufflerie avec différents fluides commerciaux à 0 °C .....	86

Tableau 4.7	Rugosités dynamiques avec liquide A-409 à 20 °C .....	88
Tableau 4.8	Rugosités dynamiques avec différents fluides commerciaux à 0 °C .....	90
Tableau 4.9	Rugosités dynamiques corrigées avec le fluide A-409 à 20 °C .....	92

## Liste des figures

Figure 1.1 Force résultante de portance sur une aile .....	3
Figure 1.2 Définition de l'EDCL .....	4
Figure 2.1 Variation de la viscosité du liquide A-409 avec la vitesse du mandrin .....	17
Figure 2.2 Cisaillement en fonction du taux de déformation pour le liquide A-409 à 20 °C .....	19
Figure 2.3 Viscosité du liquide A-409 en fonction du taux de déformation .....	19
Figure 2.4 Vue générale de la soufflerie .....	21
Figure 2.5 Vue en élévation de la zone d'essai.....	21
Figure 2.6 Dimensions de la conduite d'essai.....	22
Figure 2.7 Épaisseurs de la couche limite.....	26
Figure 2.8 Vitesse et EDCL fonction du temps sans fluide, à 0,76 m .....	31
Figure 2.9 Vitesse et EDCL fonction du temps avec fluide A-409, à 0,76 m .....	31
Figure 2.10 Vitesse et EDCL fonction du temps à 20 °C sans fluide, à 1,5 m .....	32
Figure 2.11 Vitesse et EDCL fonction du temps avec fluide A-409, à 1,5 m .....	32
Figure 2.12 Épaisseur de déplacement sans fluide en fonction de la vitesse: cas 1A .....	33
Figure 2.13 Épaisseur de déplacement sans fluide en fonction de la vitesse: cas 1B .....	33

Figure 2.14 Épaisseur de déplacement sans fluide en fonction de la vitesse: cas 2A .....	34
Figure 2.15 Épaisseur de déplacement sans fluide en fonction de la vitesse: cas 2B .....	34
Figure 2.16 Position de la ligne de mesure des épaisseurs .....	37
Figure 2.17 Position de la caméra infrarouge sur la soufflerie .....	38
Figure 2.18 Droite de régression de la loi de Beer-Lambert .....	41
Figure 2.19 Épaisseur du liquide à 0,1 seconde .....	43
Figure 2.20 Paramètres de rugosité du fluide .....	44
Figure 2.21 Épaisseur du liquide (e) à 12,1 secondes .....	46
Figure 2.22 Épaisseur du liquide (e) à 30 secondes .....	46
Figure 3.1 Profil de vitesses .....	51
Figure 3.2 Variation du profil de Coles (Wake) .....	52
Figure 3.3 Exemple de sortie du programme EDCL_1 .....	56
Figure 3.4 Comparaison des EDCL sur une plaque plane lisse .....	58
Figure 3.5 Comparaison des coefficients de frottement locaux sur une plaque plane lisse .....	59
Figure 3.6 Comparaison des coefficients de frottement local sur une plaque plane rugueuse $\tilde{k} = 50$ .....	61
Figure 3.7 Comparaison des coefficients de frottement local sur une plaque plane rugueuse $\tilde{k} = 100$ .....	61
Figure 3.8 Comparaison des coefficients de frottement local sur une plaque plane rugueuse $\tilde{k} = 500$ .....	61

Figure 3.9 Comparaison des coefficients de frottement local sur une plaque plane rugueuse $\tilde{k} = 1000$ .....	62
Figure 3.10 Écoulements parallèles .....	67
Figure 4.1 Effets de la densité des rugosités .....	93

## Notations

A	Constante de la fonction: $\tau(\dot{\gamma}) = A\dot{\gamma}^m$	Pa
a	Gradient de vitesse	----
B	Constante du profil de vitesses	----
b	Inverse du gradient de vitesse $a_A$	----
$C_\tau$	Constante pour le calcul du cisaillement	Pa
$C_f$	Coefficient de frottement local	----
c	Vitesse de phase complexe	m/s
D	EDCL / hauteur de frottement: $\delta^*/y_*$	----
d	Épaisseur moyenne du fluide	m
$d'$	Écart type d'épaisseur de fluide	m
e	Épaisseur locale du fluide	m
exp	Exponentiel naturel: 2,718	----
F	Profil universel en D: $f(D)$	----
f	Profil de vitesses	----
Fr	Nombre de Froude	----
H	Hauteur de la conduite	m
h	Solution harmonique pour la pression	----
$I_1$	Intégrale de $f$	----
$I_2$	Intégrale de $f^2$	----
K	Constante de Von Kármán	----
$k_d$	Hauteur de rugosité équivalente dynamique	m
$k_g$	Hauteur de rugosité équivalente géométrique	m
L	Variable de calcul	----
I	Largeur de la conduite	m

m	Puissance de la fonction: $\tau(\dot{\gamma}) = A\dot{\gamma}^m$	---
P	Pression statique	Pa
p	Pression totale: $P + p'$	Pa
p'	Pression instantannée	Pa
Q	Variable de calcul	---
r	Rapport des densités fluide/air	---
Re	Nombre de Reynolds	---
T	$Re_\theta$	---
t	Temps	s
$\bar{U}$	Composante horizontale moyenne de la vitesse	m/s
U	Vitesse de frottement adimensionnée: $u_*/U_\infty$	---
$U_i$	Vitesse à l'interface air-liquide	m/s
u'	Fluctuation de la vitesse horizontale	m/s
$u_*$	Vitesse de frottement	m/s
v'	Fluctuation de la vitesse verticale	m/s
x	Distance longitudinale sur la plaque plane	m
X	Nombre de Reynolds en x: $Re_x$	---
y	Hauteur au-dessus de la plaque plane	m
$y_*$	Hauteur de frottement	m
<hr/>		
$\alpha$	Nombre d'ondes	$m^{-1}$
$\beta$	Coefficient d'absorption	$m^{-1}$
$\dot{\gamma}$	Taux de déformation	$s^{-1}$
$\delta$	Épaisseur de la couche limite	m
$\delta^*$	Épaisseur de déplacement de la couche limite: EDCL	m
$\delta_f$	Épaisseur de déplacement (EDCL) expérimentale	m

$\delta_s$	Épaisseur de déplacement sans fluide	m
$\delta_t$	Épaisseur de déplacement totale, fluide + air	m
$\theta$	Épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite	m
$I$	Intensité lumineuse transmise	---
$I_0$	Intensité lumineuse incidente	---
$\lambda$	Distance moyenne entre deux vagues	m
$\mu$	Viscosité dynamique	Pa-s
$\nu$	Viscosité cinématique	$m^2/s$
$P$	Fonction du sillage de Coles	---
$\rho$	Densité	$kg/m^3$
$\sigma$	Taux de croissance des vagues	---
$T$	Tension de surface air/fluide	$N/m$
$\tau$	Contrainte de cisaillement	Pa
$\tau_i$	Contrainte de cisaillement à l'interface air/fluide	Pa
$\tau_p$	Contrainte de cisaillement à la paroi	Pa
$\phi$	Solution harmonique du potentiel de vitesse	$m/s^2$
$\tilde{\psi}$	Fonction courant adimensionnée	----

### Indices

Les variables avec un  $\sim$  correspondent aux valeurs adimensionnelles des variables.

Les indices 1, 2, 3 et 4 se réfèrent aux positions  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  et  $x_4$  sur la plaque plane.

Les indices  $a$ ,  $f$  et  $\infty$ , se réfèrent respectivement à l'air, le fluide et l'écoulement libre.

Les indices  $\theta$ ,  $x$ , et  $d$ , se réfèrent respectivement à l'épaisseur de quantité de mouvement, la position  $x$  et l'épaisseur du liquide.

# CHAPITRE 1

## Introduction

### 1.1 Problématique

En hiver, les avions au sol sont souvent exposés à des conditions atmosphériques proches ou sous le point de congélation de l'eau. Sous certaines conditions de précipitation ou d'humidité, il y a formation de glace sur les ailes et le fuselage des avions. Dans ces conditions, l'avion ne peut décoller de façon sécuritaire, car la présence de dépôts sur les ailes perturbe la distribution des pressions autour de l'aile et entraîne une diminution de la capacité de portance qui est la force verticale appliquée à l'avion (Ziertzen and Hill, 1987).

Afin de remédier à ce problème, et ainsi augmenter la sécurité au décollage, des produits antigivre et dégivrants ont été développés. L'application sur les ailes des liquides dégivrants permet d'enlever la glace déjà formée, tandis que les liquides antigivre sont utilisés pour prévenir la formation de glace.

Initialement, après la seconde guerre mondiale, seuls des produits de dégivrage ont été utilisés. Ce sont des fluides, de faible viscosité, dont la composition typique utilisée est de 50% eau et 50% glycol. Cependant leur capacité de résistance à la formation de glace est limitée (typiquement moins de 3 minutes). Au cours de la dernière décennie, l'accroissement du trafic aérien a augmenté le temps d'attente au décollage, en bout de piste. Pour éviter de fréquents dégivrages, des fluides antigivre ont été développés afin de permettre une résistance, à toute forme de glace, supérieure à 30 minutes. La procédure opérationnelle doit permettre le décollage de l'avion sans nettoyage préalable des restes du fluide car il y aurait, de nouveau, risque de formation de glace entre l'instant du nettoyage et l'instant du décollage. Or, les fluides antigivre sont très visqueux et, bien que de nature pseudo-plastique (voir chapitre 2), ils ne sont pas entièrement éliminés au cours de l'accélération au sol avant le décollement des roues de l'avion (Carbonaro and al., 1985). En conséquence, l'aile est contaminée et le problème de perturbation de la portance se pose de nouveau (Carbonaro, 1986).

Des études ont montré que la perte de portance occasionnée par les fluides antigivre sur les ailes, au moment du décollage, peut être de l'ordre de 10 % sur les gros transporteurs aériens (B737, DC10, Airbus, etc.) (Carbonaro, 1986 et Runyan and Hill, 1989) et 20 % sur les avions commutateurs (Ellis and al., 1991). Une variation de portance est nécessairement due à une modification de la distribution des pressions autour de l'aile. Cette dernière dépend des caractéristiques géométriques et

dynamiques de la couche limite qui est une mince couche d'air à la surface de l'aile dans laquelle la vitesse relative à l'avion devient nulle.

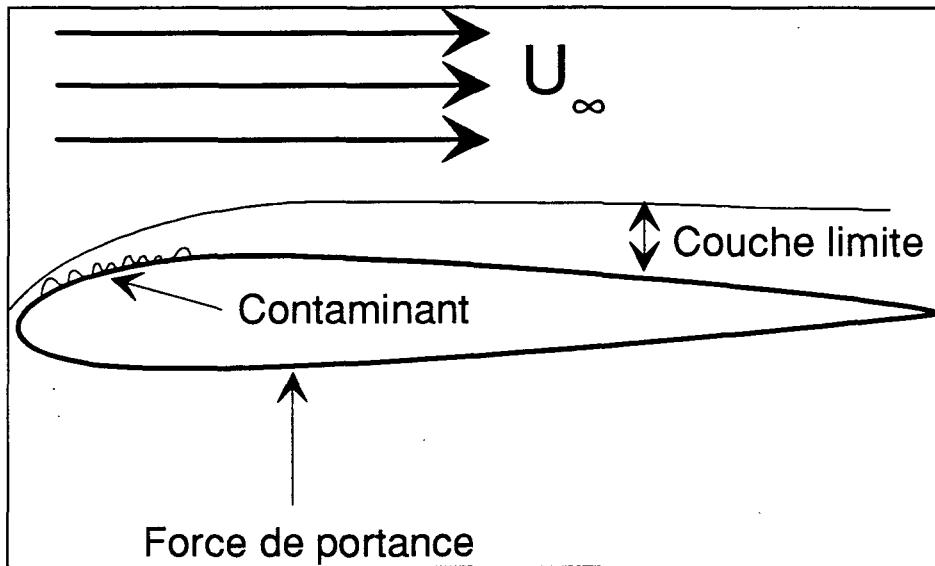


Figure 1.1 Force résultante de portance sur une aile

À la suite des travaux de Carbonaro (Carbonaro, 1987), il a été reconnu que l'épaisseur de la couche limite, développée sur une plaque plane de longueur comparable à la corde d'une aile d'avion recouverte d'un film de fluide antigivre et soumise à une accélération égale à celle produite durant le roulage au sol de l'avion au décollage, pouvait être directement corrélée aux pertes de portance. Plus précisément, l'épaisseur de déplacement de la couche limite (EDCL), notée par la lettre grecque  $\delta^*$ , mesurée en bout de plaque à la fin de la rampe de vitesse (après 30 s), s'est révélée être proportionnelle aux pertes de portance mesurées en soufflerie sur des ailes bidimensionnelles. En conséquence, l'évaluation du niveau de sécurité des décollages d'un avion, présentant des restes d'un fluide antigivre sur ses ailes, peut se faire par la mesure de l'EDCL développée sur

un film fluide appliqué sur une plaque plane horizontale sous des conditions d'accélération pertinentes (Zierten and Hill, 1991).

L'EDCL ( $\delta^*$ ) représente l'épaisseur fictive qu'il faudrait ajouter au sol pour que le même débit de fluide passe à travers une section droite dans le cas d'un profil de vitesses uniforme ( $U_\infty$ ). La représentation mathématique de l'épaisseur de déplacement est présentée par l'équation 1.1 suivante,

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\bar{U}}{U_\infty}\right) \cdot dy \quad (1.1)$$

où  $\bar{U}$  est la vitesse moyenne à une hauteur  $y$ .

La figure 1.2 donne une représentation schématique de la couche limite et de l'EDCL.

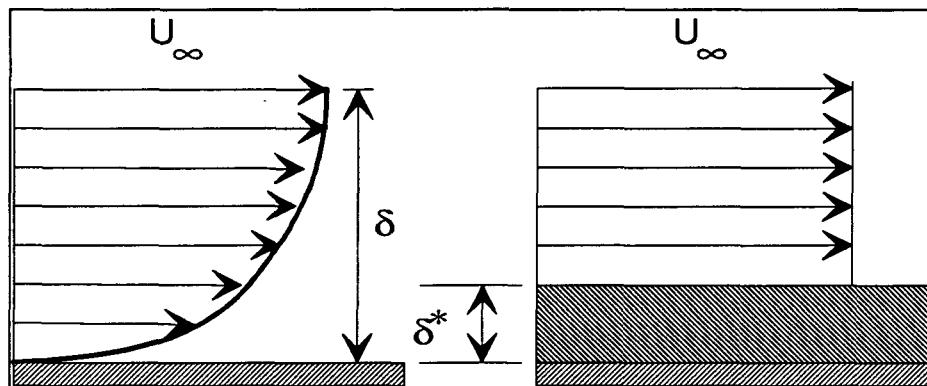


Figure 1.2 Définition de l'EDCL

Remarquons que plus la couche limite est grande, plus l'épaisseur de déplacement augmente. Ainsi, l'épaisseur de déplacement varie proportionnellement à celle de la couche limite. Il est cependant plus facile de mesurer

l'épaisseur de déplacement que la couche limite comme on le verra au chapitre 3.

Présentement, il existe une procédure d'essai normalisée (ASTM) définie par le Groupe de Recherche en Ingénierie de l'Environnement Atmosphérique (GRIEA) de l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC) en collaboration avec la compagnie BOEING qui utilise la mesure de l'EDCL telle qu'indiquée précédemment (Laforte et al., 1992). Ces évaluations sont obligatoires tous les deux ans pour tous les fluides commerciaux et sont effectuées dans deux laboratoires certifiés par l'Aerospace Industries of America (AIA) et l'Association Européenne des Constructeurs de Matériel Aérospatiale (AECMA). Ces laboratoires sont ceux du Von Kármán Institute for Fluid Dynamics (VKI) à Bruxelles et du GRIEA à Chicoutimi.

Étant donné le coût des procédures expérimentales (Runyan et Hill, 1989) ainsi que leurs différences avec les conditions réelles, les efforts de la recherche dans le domaine s'orientent maintenant vers la prédiction des effets aérodynamiques, au décollage, dus à la présence d'un film fluide pseudo-plastique.

La première étape consistera à pouvoir, par le calcul, retrouver les valeurs de l'EDCL obtenues sur plaque plane. Le problème de couche limite turbulente accélérée sur un film fluide pseudo-plastique n'a pas encore été étudié. Il s'agit d'une simulation particulièrement complexe qui ne peut être efficacement traitée par les logiciels généraux (FLUENT, PHOENICS etc.);

on ne peut donc prévoir la mise au point d'un tel outil avant plusieurs années. D'autre part, les informations partielles sur le mécanisme de perturbation de la couche limite par l'interface air/liquide sont très limitées. Une comparaison faite par Carbonaro (1987) avec les résultats classiques, indique que la rugosité créée par l'instabilité hydrodynamique du film fluide (vagues) peut être en partie responsable des valeurs de l'EDCL qui sont trois à quatre fois supérieures à celles existantes sur surface solide lisse. Cependant jusqu'à présent une estimation quantitative de ce phénomène n'a pas été présentée essentiellement pour deux raisons: (i) les informations sur la couche limite turbulente rugueuse sont limitées à la valeur du cisaillement et ne donne pas l'EDCL et (ii) on ne connaît pas précisément la valeur du cisaillement dans le fluide en cours d'accélération.

## 1.2 Objectifs

L'étude présentée est une contribution à la détermination de méthodes de prédiction des pertes de portance en fonction des caractéristiques physiques du film fluide. L'objectif général de ce travail est la compréhension des phénomènes physiques intervenant dans la modification de la couche limite de l'air sur un film fluide durant une accélération simulant un décollage d'avion de ligne. Plus spécifiquement, le but du travail est de déterminer dans quelle mesure la rugosité formée par les vagues, dues à l'instabilité hydrodynamique de l'interface air/fluide, est responsable de la valeur de l'EDCL mesurée sur une plaque plane à la fin

d'une accélération de l'air semblable à l'accélération au sol des gros transporteurs aériens. De façon complémentaire, l'objectif du travail est aussi de déterminer les valeurs du cisaillement dans le fluide en cours d'accélération, ce qui permet d'atteindre les objectifs spécifiques et généraux mentionnés ci-dessus et, d'autre part, permet d'évaluer la pertinence des mesures de viscosités qui sont les mesures de références effectuées par les manufacturiers de fluides et les compagnies aériennes.

### 1.3 Méthodologie

La réalisation des objectifs mentionnés au paragraphe précédent, est obtenue à l'aide d'une combinaison d'études expérimentales et analytiques. La présentation s'appuie sur l'utilisation des fluides antigivre commerciaux les plus représentatifs. Il est à noter que ces fluides ne seront pas caractérisés physiquement ou chimiquement de façon à préserver la confidentialité sur les formulations, l'objectif n'étant pas ici d'identifier le rôle des composants dans le comportement dynamique du fluide. La présentation des méthodes et des résultats pour l'ensemble des fluides antigivre à pour but de valider les calculs et donner une indication de la variabilité des comportements qui peuvent être rencontrés actuellement dans la pratique. Les fluides utilisés sont répertoriés au tableau 1.1. Le comportement détaillé (à différents instants et différentes positions) ne sera effectué que pour un fluide de référence (le fluide A-409). Les résultats pour

les autres fluides seront donnés dans la situation critique (soit en bout de plaque, à la fin de l'accélération).

Tableau 1.1 Fluides antigivre commerciaux

Compagnie	Nom du liquide	Code du GRIEA
OCTAGON	Forty Below	A-207
KILFROST	ABC-3	A-341
HOECHST	LVT 1704	A-390
UNION CARBIDE	UC 5.1	A-409
SPCA	AD 104	A-425
TEXACO	TWD-X1	A-459
MILITAIRE	MIL-A 8243	M-005

Le volet expérimental comprend deux ensembles de travaux. Le premier ensemble correspond à l'étude approfondie du comportement pseudo-plastique des fluides. Cette partie s'effectue au laboratoire de viscosimétrie du GRIEA. Le second ensemble correspond à l'observation de la couche limite sur plaque plane recouverte d'un film fluide antigivre durant une accélération de l'air semblable à celle d'un décollage. Cette partie se déroule dans la soufflerie réfrigérée du GRIEA.

Le volet analytique comprend lui aussi deux activités. La première activité est le développement d'un algorithme de calcul qui permet de prédire la valeur de l'EDCL en turbulence rugueuse à partir d'un profil de vitesses en conjonction avec l'équation de Von Kármán. La seconde activité est le calcul de l'instabilité hydrodynamique de l'interface air/fluide. L'équation de Orr-

Somerfeld est utilisée pour obtenir les résultats d'amplification des perturbations harmoniques selon la méthode développée par Yih (1989).

## 1.4 Plan de travail

Les étapes spécifiques du travail sont les suivantes:

Le volet expérimental consiste en trois étapes,

- 1.1 Étude de la rhéologie des fluides antigivre commerciaux.
- 1.2 Mesures de l'épaisseur de la couche limite lors d'un test aérodynamique pour tous les fluides antigivre commerciaux.
- 1.3 Mesures de l'épaisseur du film fluide lors d'un test aérodynamique (avec liquide antigivre A-409).

Le volet analytique consiste en deux étapes :

- 2.1 Modélisation des vagues pour les différents fluides.
- 2.2 Calcul de la rugosité équivalente pour les différents fluides.

Finalement, les résultats expérimentaux et numériques seront comparés et combinés pour déduire les valeurs de cisaillement et de l'EDCL.

# CHAPITRE 2

## Études expérimentales

Ce chapitre regroupe les mesures expérimentales nécessaires pour décrire l'évolution du comportement de l'air et du fluide au cours de l'accélération. Les mesures de la viscosité du liquide à l'aide du viscosimètre, les mesures de l'épaisseur de déplacement de la couche limite et les mesures de l'épaisseur du liquide en soufflerie sont présentées.

### 2.1 Étude rhéologique

La majorité des fluides antigivre utilisés en aéronautique sont non newtoniens. La viscosité d'un fluide newtonien varie seulement selon la température, par contre celle d'un fluide non newtonien varie non seulement avec la température mais aussi selon le cisaillement appliqué au fluide. Dans ce projet, il est nécessaire de connaître la viscosité du fluide en fonction du cisaillement appliqué. En effet, lors d'une accélération en soufflerie, sur une plaque plane enduite d'un film fluide, les conditions de frottement à la surface du fluide varient selon l'évolution de la vitesse. Cette variation de cisaillement occasionne, pour les fluides non newtoniens, une variation de la viscosité. Une première étape importante est l'étude

rhéologique du fluide étudié qui permet de connaître la viscosité en fonction du cisaillement. On utilisera ces résultats pour déterminer la viscosité en tout temps durant l'accélération simulant le décollage.

### 2.1.1 Définition de la viscosité

La viscosité dynamique,  $\mu$ , est la propriété physique du fluide qui nous informe sur la résistance des liens entre les molécules du fluide. La viscosité est relative aux forces tangentielles qui n'interviennent que lorsqu'il existe des gradients de vitesse. Selon la loi de Newton, la relation entre la contrainte de cisaillement (une force tangentielle exprimée par unité de surface) et un gradient de vitesse est linéaire,

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (2.1)$$

où       $\tau$ = Contrainte de cisaillement (Pa)  
 $\mu$ = Viscosité dynamique (Pa·s)  
 $\dot{\gamma}$ = Taux de déformation ( $s^{-1}$ )

Dans le cas d'un fluide newtonien  $\mu$  est une constante, dans le cas non newtonien  $\mu$  varie avec  $\dot{\gamma}$ . Dans le cas d'une vitesse horizontale  $\bar{U}$  variant selon la direction perpendiculaire ( $y$ ) on a:

$$\dot{\gamma} = \frac{d\bar{U}}{dy} \quad (2.2)$$

### 2.1.2 Description des mesures

La viscosité dynamique est mesurée à l'aide d'un viscosimètre. Le viscosimètre BROOKFIELD LVT-DV-II du GRIEA est utilisé. Le viscosimètre mesure la torsion nécessaire exercée sur un mandrin en rotation dans le fluide. Les mandrins utilisés pour les lectures sont généralement des disques ou des cylindres. Les mesures du viscosimètre sont prises à différentes vitesses de rotation du mandrin, ce qui correspond à différents gradients de vitesse et différents états de cisaillement. Un bain à température contrôlée permet de mesurer la viscosité à différentes températures précises selon les conditions d'utilisation du fluide. Les températures permises vont de -30 °C à la température ambiante.

La précision du viscosimètre BROOKFIELD utilisé est de  $\pm 1$  unité de lecture. Puisque l'échelle de lecture du viscosimètre est comprise entre 0 et 100, l'erreur relative dépend donc de la lecture. À titre d'exemple, si la lecture du viscosimètre est de  $14.2 \pm 1$  alors l'erreur relative sera de 7 %.

À titre de référence, on présente la méthode de mesure de viscosité pour le liquide A-409. Ce liquide est un fluide antigivre (non newtonien). Pour faciliter les mesures ultérieures de l'épaisseur, le fluide A-409 est coloré à la pyronine B. Cette coloration affecte la viscosité du fluide et il est important de noter que c'est bien la viscosité du fluide coloré qui est utilisée dans cette étude.

Puisque les essais en soufflerie de cette étude sont exécutés à la température de la pièce, la viscosité du fluide est mesurée à différentes vitesses, à la température ambiante (20 °C).

Afin d'obtenir la meilleure précision sur la viscosité, différents mandrins sont utilisés pour les mesures à différentes vitesses. Pour le liquide A-409, le mandrin #1 de la gamme LV est utilisé pour effectuer les mesures dont les vitesses de rotation sont 0.3, 0.6, 1.5, 3.0 et 6.0 rotations par minute (RPM), alors que le mandrin #2 de la gamme LVT permet d'effectuer les lectures à haute vitesse de rotation, soit à 30 et 60 RPM.

### 2.1.3 Méthode de calcul

La viscosité dynamique est calculée par la lecture en (%) du viscosimètre multipliée par une constante qui dépend du mandrin utilisé et de la vitesse de rotation de ce dernier. Les constantes de conversion de la mesure du viscosimètre pour les mandrins #1 et #2 sont présentées au tableau 2.1.

Le calcul du cisaillement,  $\tau$ , dépend du mandrin. Pour les mandrins cylindriques, tel le mandrin #1, le calcul du cisaillement est réduit à un bilan de forces radiales (tangentielles à la rotation) sur le mandrin puisque les effets de bouts sont négligeables. Le calcul est :

$$\tau = C_\tau T_I \quad (2.3)$$

$T_I$  étant la lecture de la torsion sur le viscosimètre correspondant au pourcentage de la torsion exercée sur le mandrin (%) et,

$$C_\tau = \frac{T_{\max}}{2\pi R_m^2 L_m}$$

Dans cette équation,  $T_{\max}$  est la torsion maximum,  $R_m$  le rayon du mandrin,  $L_m$  la longueur du mandrin. Pour le mandrin #1, on a  $C_\tau = 0,0161 \text{ Pa}$  avec  $R_m = 9,421 \text{ mm}$ ,  $L_m = 74,93 \text{ mm}$  et  $T_{\max} = 6,737 \text{ Nm}$ .

Pour les disques, les effets de bout ne sont plus négligeables. Il est donc nécessaire de se référer aux calibrations données par le manufacturier de l'instrument pour le calcul du cisaillement (Mitschka, 1982). Il est suggéré de calculer le cisaillement à partir de l'équation 2.4 suivante:

$$\tau = C_\tau T_I \quad (2.4)$$

La constante  $C_\tau$  pour le mandrin #2 (disque) =  $0,119 \text{ Pa}$ .

Le taux de déformation est calculé grâce à l'équation 2.1 donnant la définition de la viscosité.

Tableau 2.1 Constantes de conversion du viscosimètre

Vitesse du mandrin (RPM)	Constantes pour le mandrin #1 (Pa-s)	Constantes pour le mandrin #2 (Pa-s)
0,3	0,2	.1,0
0,6	0,1	0,5
1,5	0,04	0,2
3,0	0,02	0,1
6,0	0,01	0,05
12,0	0,005	0,025
30,0	0,002	0,010
60,0	0,001	0,005

### 2.1.4 Résultats

Les valeurs  $T_1$  mesurées au viscosimètre pour le fluide A-409 sont indiquées au tableau 2.2. La courbe donnant la viscosité en fonction de la vitesse de rotation du mandrin est présentée à la figure 2.1. Les valeurs de viscosité,  $\mu$ , du cisaillement,  $\tau$ , et du taux de déformation,  $\dot{\gamma}$ , sont présentées au tableau 2.3. On notera sur la figure 2.1 et au tableau 2.3 que les erreurs de mesures (et de calculs associés) sont inférieures à 10 % et diminuent avec la vitesse imposée.

Tableau 2.2 Lectures du viscosimètre pour le fluide A-409

Mandrin #	Vitesse (RPM)	$T_I$ (%)
1	0,3	14,2
1	0,6	21,0
1	1,5	34,6
1	3,0	48,5
1	6,0	66,7
1	12,0	91,5
2	30,0	30,4
2	60,0	43,1

Tableau 2.3 Viscosité, cisaillement et taux de déformation du liquide A-409

RPM	$\mu$ (Pa -sec)	Erreur (%)	$\tau$	Erreur (%)	$\dot{\gamma}$	Erreur (%)
0,3	2,8400	7,0	0,2289	7,0	0,0806	14,1
0,6	2,1000	4,8	0,3402	4,8	0,1620	9,5
1,5	1,3840	2,9	0,5578	2,9	0,4030	5,8
3,0	0,9700	2,1	0,7819	2,1	0,8061	4,1
6,0	0,6670	1,5	1,0754	1,5	1,6123	3,0
12,0	0,4575	1,1	1,4752	1,1	3,2245	2,2
30,0	0,3040	3,3	3,6176	3,3	11,9000	6,6
60,0	0,2115	2,3	5,1289	2,3	24,2501	4,6

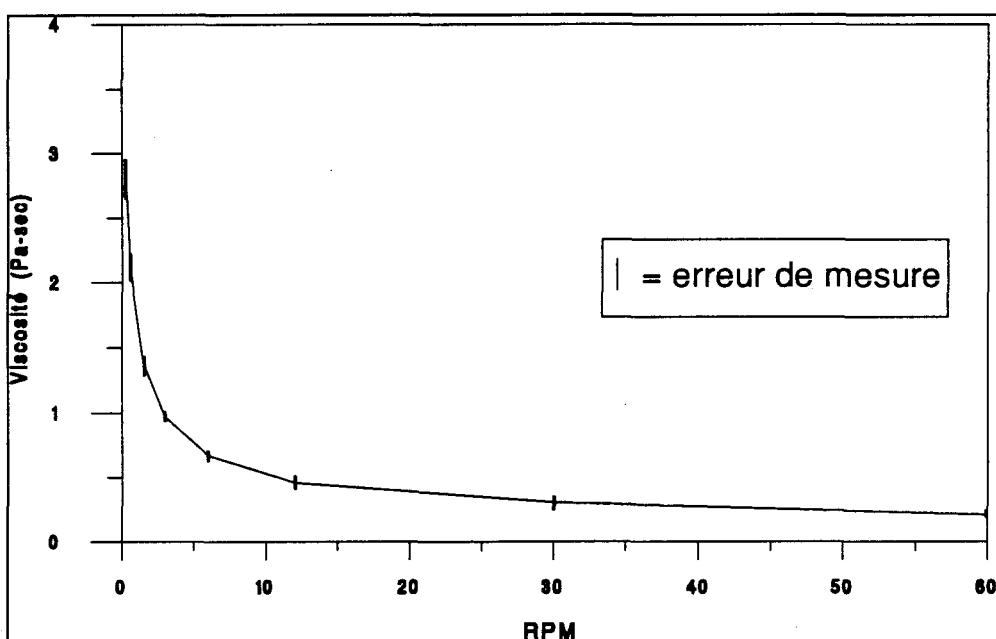


Figure 2.1 Variation de la viscosité du liquide A-409 avec la vitesse du mandrin

Le cisaillement en fonction du taux de distorsion est généralement présenté sous la forme suivante :

$$\tau = A \cdot \dot{\gamma}^m, \quad (2.5)$$

où A et m sont des constantes.

On retrouve à l'annexe A le calcul qui permet de calculer les constantes (A et m) provenant du lissage par la méthode des moindres carrés pondérés. Pour le liquide A-409 à 20 °C, la valeur de A est de 0,86 et celle de m, de 0,57. La fonction de l'équation 2.5 est représentée à la figure 2.2. Sur la figure 2.3, on observe le caractère pseudo-plastique du fluide A-409. La viscosité n'est pas constante. Pour de faibles taux de

déformation, la viscosité est environ dix fois supérieure à celle mesurée aux grandes valeurs du taux de déformation.

Les viscosités mesurées pour les fluides commerciaux (autre que A-409) sont présentées en annexe B. Les constantes A et m pour ces fluides à 0 °C sont regroupées dans le tableau 2.4. On remarque d'abord que le fluide M-005 est newtonien alors que tous les autres sont pseudo-plastique. La constante de puissance est du même ordre pour tous les antigivre (0,6), cependant la constante multiplicative varie approximativement de 1 à 3 ce qui indique des niveaux de viscosités significativement différents pour les divers antigivre utilisés dans les aéroports.

Tableau 2.4 Constantes de viscosité pour les liquides commerciaux à 0 °C

Liquide	A	m
A-207	2,05	0,65
A-341	2,66	0,60
A-390	3,15	0,52
A-425	1,93	0,60
A-459	2,49	0,60
M-005	0,14	1,00

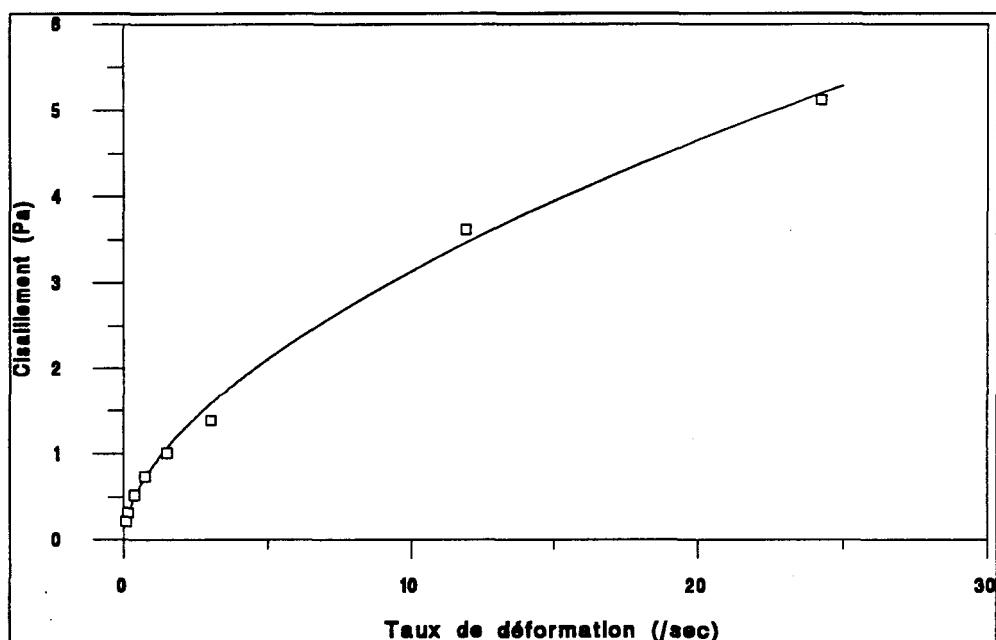


Figure 2.2 Cisaillement en fonction du taux de déformation pour le liquide A-409 à 20 °C

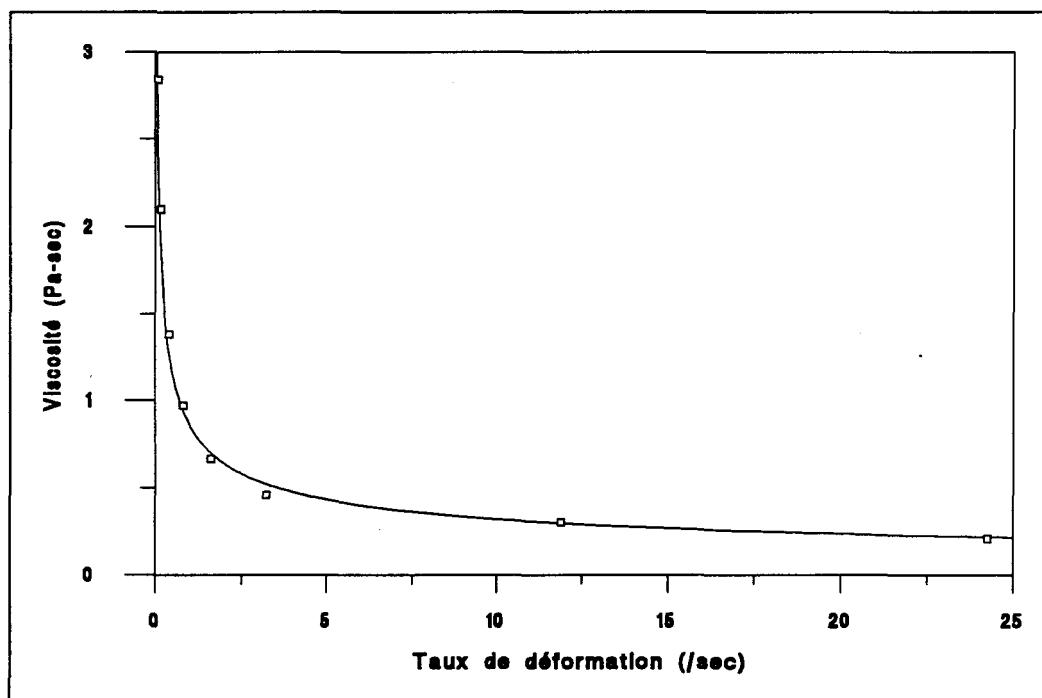


Figure 2.3 Viscosité du liquide A-409 en fonction du taux de déformation .

## 2.2 Mesure dynamique de l'épaisseur de déplacement de la couche limite

### 2.2.1 Installation générale

L'épaisseur de déplacement est calculée à partir des mesures de pression statique effectuées à différents endroits dans la conduite d'essai posée à l'intérieur du tunnel de la soufflerie du GRIEA. La soufflerie permet une circulation d'air en circuit fermé sur une longueur totale de 30 m. La section d'essai mesure 50 cm de large, 60 cm de haut et 1,5 m de long. Un ventilateur actionné par un moteur AC de 50 hp permet d'obtenir une vitesse d'air atteignant jusqu'à  $70 \pm 0,5$  m/s dans la section d'essai. Les parois de la soufflerie sont isolées, et un échangeur de chaleur de 75 tonnes de réfrigération permet d'atteindre des températures de l'ordre de -30 °C. La figure 2.4 montre un schéma des différentes composantes de la soufflerie.

La conduite qui permet d'effectuer les mesures de couche limite sur plaque plane est installée dans la section d'essai. Les positions des capteurs de pression sont présentées à la figure 2.5.

La conduite est composée essentiellement de quatre plaques planes à angles droits. Durant un essai avec fluide, la plaque plane inférieure est enduite de liquide. La conduite est étanche et la plaque horizontale supérieure est amovible pour permettre l'application et le nettoyage après l'essai.

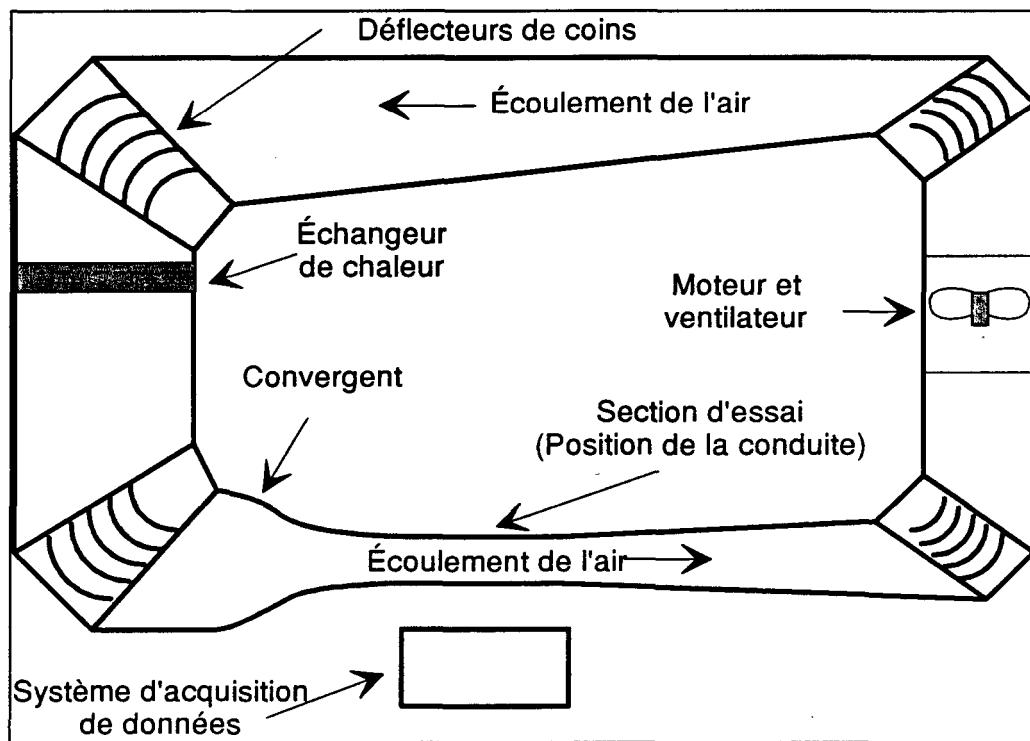


Figure 2.4 Vue générale de la soufflerie

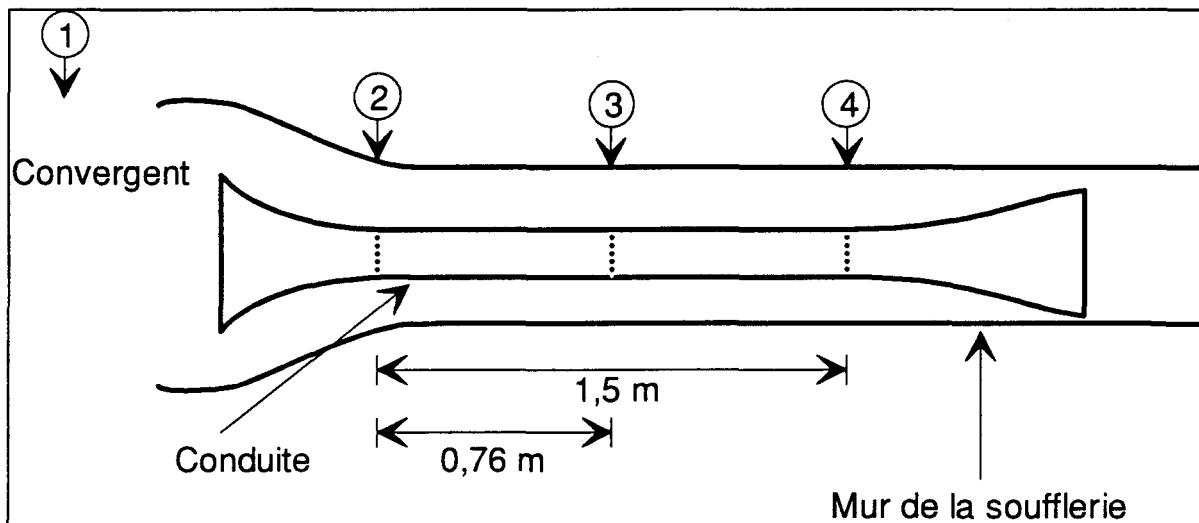


Figure 2.5 Vue en élévation de la zone d'essai

La conduite mesure 1,5 mètres de long et a une section de 303,3 mm de large et de 100,9 mm de hauteur à l'entrée; sa hauteur atteint 111,0 mm à son autre extrémité. La conduite est en forme de diffuseur permettant ainsi

d'avoir une vitesse constante de l'écoulement libre et ce, malgré le développement de la couche limite. Les dimensions de la conduite aux différentes positions de mesures de pressions sont regroupées dans le tableau 2.5.

Tableau 2.5 Dimensions de la conduite d'essai

Position	Distance (m)	Largeur l (mm)	Hauteur H (mm)
2	0,08	303,30	100,90
3	0,76	303,30	106,02
4	1,50	303,30	111,00

Un schéma simplifié de la conduite d'essai est présenté à la figure 2.6.

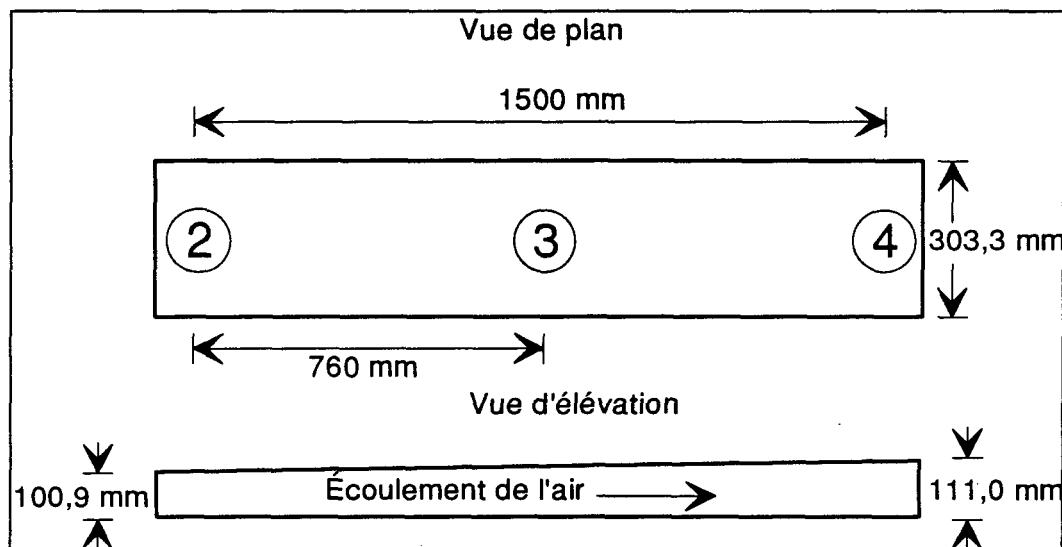


Figure 2.6 Dimensions de la conduite d'essai

## 2.2.2 Mesure des pressions statiques

La méthode qui permet de calculer l'épaisseur de déplacement de la couche limite est basée essentiellement sur son influence directe (blocage) sur le champ de vitesse. La différence de pression à l'entrée de la conduite (bord d'attaque) et à la position désirée de lecture ainsi que les dimensions physiques de la conduite permettent d'exécuter les calculs (Laforte, 1991a et 1991b). Outre les dimensions physiques de la conduite d'essai, il est nécessaire de recueillir trois lectures de pression à des endroits précis. Une première mesure de pression est effectuée afin de déterminer la pression statique de référence. Cette dernière est prise avant le convergent et est dénotée  $P_1$ . La suivante, désignée par  $P_2$ , est prise à l'entrée de la conduite d'essai. Une troisième mesure de pression doit être prise à la position désirée pour le calcul de l'épaisseur de déplacement. Dans notre cas, les pressions sont mesurées à 0,76 mètre et à 1,5 mètres et elles sont dénotées respectivement par  $P_3$  et  $P_4$ . Les mesures des différents capteurs de pression ainsi que la vitesse en fonction du temps et les mesures de température et d'humidité sont toutes enregistrées sous un nom de fichier assigné par ordinateur au cours de l'essai. L'enregistrement des mesures de pression est effectué durant la totalité des essais à une fréquence d'environ deux lectures par seconde par capteur.

Les capteurs de pression utilisés pour les mesures aux positions 1 et 2 ( $P_1$  et  $P_2$ ) sont reliés à un convertisseur piezo-électrique Omega ayant une précision de  $\pm 1\%$  et le capteur de pression à la position 3 ou 4 est relié à un

convertisseur Validyne ayant une précision de 0.5%. Les capteurs sont placés aux endroits spécifiques pour la lecture, et ce, de façon à minimiser leurs effets sur l'écoulement de l'air.

### 2.2.3 Méthode de calcul de l'épaisseur de déplacement

La méthode de calcul est basée sur le blocage qui restreint l'écoulement de l'air dans la conduite. L'épaisseur de la couche limite et l'épaisseur du fluide sont les causes de ce blocage.

Le blocage provient des restrictions associées à chacune des plaques qui composent la conduite. Ainsi, le blocage qui provient du plancher de la conduite est composé de l'épaisseur de déplacement de la couche limite plus l'épaisseur du fluide. Par contre, le blocage occasionné par les autres parois (murs et plafond) n'est composé que de l'épaisseur de déplacement. Pour cette raison, le calcul de l'épaisseur de déplacement de la couche limite sans fluide est effectué avant le calcul avec fluide pour ainsi permettre le calcul du blocage occasionné uniquement par l'écoulement sur le plancher de la conduite.

Le calcul de l'épaisseur de déplacement sans fluide  $\delta_s$  se fait à partir des mesures de pression prises dans la conduite d'essai en accord avec l'équation 2.6.

$$\delta_s^* = D_A - D_B \sqrt{\frac{(P_1 - P_2)}{(P_1 - P_2) + (P_2 - P_i)}} \quad (2.6)$$

$$\text{où } D_A = \frac{H_i \cdot l_i}{2(H_i + l_i)}, \quad D_B = \frac{H_2 \cdot l_2}{2(H_i + l_i)}$$

L'indice  $i$  signifie la position de la mesure présentée à la figure 2.6 et les hauteurs  $H$  et les largeurs  $l$  sont présentées dans le tableau 2.5. Les valeurs des constantes  $D_A$  et  $D_B$  sont indiquées dans le tableau 2.6.

L'équation 2.7 présente la formule de l'épaisseur de déplacement de la couche limite sur une plaque plane avec fluide désignée par  $\delta_t^*$ .

$$\delta_t^* = F_A - F_B \cdot \delta_s^* - F_C \sqrt{\frac{(P_1 - P_2)}{(P_1 - P_2) + (P_2 - P_i)}} \quad (2.7)$$

$$\text{où } F_A = H_i, \quad F_B = 1 + \frac{2H_i}{l_i}, \quad F_C = \frac{H_2 \cdot l_2}{l_i}$$

Les constantes nécessaires aux calculs de l'épaisseur de déplacement à partir des différences de pression sont indiquées dans le tableau 2.6.

Tableau 2.6 Constantes  $D_A$ ,  $D_B$  et  $F_A$ ,  $F_B$  et  $F_C$  aux deux positions de mesure

Position	$D_A$ (mm)	$D_B$ (mm)	$F_A$ (mm)	$F_B$	$F_C$ (mm)
3	40,63	36,93	111,00	1,73	100,9
4	39,28	37,38	106,02	1,70	100,9

On définit l'épaisseur de déplacement total comme la somme de l'EDCL et de l'épaisseur du fluide. La valeur mesurée  $\delta_i^*$  représente la différence entre l'épaisseur de déplacement total à la position  $i$  ( $\delta_{t_3}^*$  ou  $\delta_{t_4}^*$ ) et celle à la position 2 ( $\delta_{t_2}^*$ ). La figure 2.7 nous permet de visualiser la valeur  $\delta_i^*$  calculée à partir des différences de pression. Sur ce schéma, la valeur  $\delta_i^*$  est indiquée, à titre d'exemple, pour la position 4 (1,5 m).

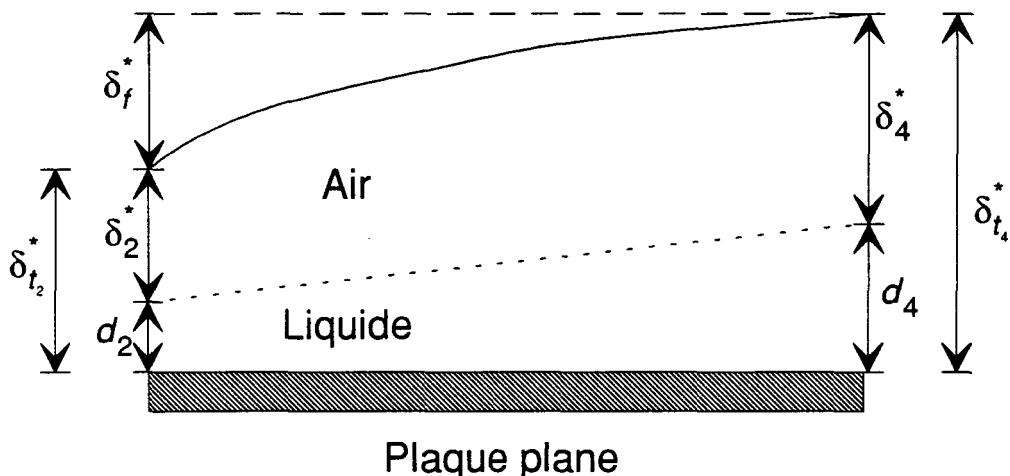


Figure 2.7 Épaisseurs de la couche limite

L'équation 2.8 présente la formule qui permet d'obtenir l'EDCL ( $\delta_i^*$ ) à la position de mesure  $i$  (3 ou 4).

$$\delta_i^* = \delta_f^* + (d_2 + \delta_2^*) - d_i \quad (2.8)$$

Notons que les épaisseurs (d) aux positions nécessaires pour ce calcul sont présentées dans ce chapitre à la section 2.3.

#### 2.2.4 Description des essais

Les essais en soufflerie permettent d'examiner l'élimination du fluide d'épaisseur initiale de 2 mm appliqué sur une plaque plane de 1,5 m de longueur; cette longueur correspond à la corde d'une aile d'avion de ligne. La durée de chaque essai est d'environ 60 secondes: il y a d'abord une accélération qui est de l'ordre de  $2,6 \text{ m/s}^2$  jusqu'à la vitesse maximum de 65 m/s (environ 30 secondes), ensuite la vitesse est maintenue à 65 m/s pendant 30 secondes, puis la soufflerie est arrêtée.

Les mesures pour les essais normalisés sont exécutées à 1,5 mètres, cependant cette distance n'est plus dans la région visible de la zone d'essai et la capture d'image est impossible. Pour cette raison, les essais en soufflerie présentés dans ce projet consistent en deux études, soit la mesure de l'épaisseur de déplacement de la couche limite à 0,76 mètre (position 3) pour le fluide A-409 et une mesure à 1,5 mètres (position 4), pour tous les fluides. Tous les essais en soufflerie sont effectués à la température ambiante 20 °C.

Chaque test nécessite l'application d'un litre de fluide. Cette quantité de fluide est étendue sur la plaque plane avec grattoir calibré. Après une période de repos de 5 minutes, le liquide est mesuré à différents endroits afin de vérifier l'épaisseur. A la fin de ces mesures, le test d'accélération simulant le décollage d'un avion de ligne (B737, DC10, Airbus etc) est amorcé; la rampe de vitesse est contrôlée par ordinateur par asservissement sur le signal de fréquence de l'alimentation du moteur du ventilateur.

### 2.2.5 Résultats

Les fichiers correspondant aux mesures des deux essais aérodynamiques avec fluides A-409 ainsi que les tests sans fluide correspondant sont présentés en annexe C. À partir des mesures expérimentales, on obtient l'épaisseur de déplacement de la couche limite par le développement mathématique présenté à la section 2.2.3.

L'évolution de l'EDCL et de la vitesse en fonction du temps pour les essais à 0,76 mètre sans fluide est présentée à la figure 2.8 et la figure 2.9 présente les mêmes valeurs avec le fluide A-409. Les figures 2.10 et 2.11 présentent les mêmes informations mais à la position de 1,5 m. On remarque que l'EDCL avec fluide varie avec le temps durant l'accélération et se stabilise en régime établi (à 65 m/s). De plus, lors de l'accélération, l'épaisseur de déplacement atteint une valeur maximum qui est facilement observable sur les figures 2.9 et 2.11.

Quatre situations particulières de l'évolution de l'EDCL sont examinées: régime de blocage maximum (à 0,76 m et 1,5 m) et régime établi après 30 secondes (à 0,76 m et 1,5 m). Pour faciliter les références futures, on associe un code à chacun des ces quatre cas: 1A, 1B, 2A, 2B (voir tableau 2.7)

Tableau 2.7 Définitions des cas particuliers

Nom du cas	Position de la lecture (m)	Vitesse de l'air (m/s)	Temps écoulé depuis le début du test (s)
1A	0,76	18,54	12,1
1B	0,76	65,00	30,5
2A	1,50	29,86	15,5
2B	1,50	65,00	35,0

Le calcul de l'épaisseur de déplacement avec fluide pour chaque cas nécessite l'évaluation de l'épaisseur de déplacement sans fluide qui correspond au même état de vitesse. L'étude des fichiers de mesures montre que les vitesses ne sont pas synchronisées avec le temps pour des essais avec et sans fluide. Pour cette raison, la valeur de l'EDCL a été lissée autour des temps correspondant à chaque cas d'intérêts. Les courbes sont présentées aux figures 2.12 à 2.15 pour les cas 1A, 1B, 2A et 2B respectivement. Les valeurs  $\delta_s^*$  obtenues sont indiquées au tableau 2.8 ainsi que les valeurs  $\delta_f^*$  calculées à partir des valeurs  $\delta_s^*$  et des mesures de pression durant les essais avec fluide (équation 2.7). Pour l'ensemble des fluides commerciaux seul le cas 2B est étudié et les résultats sont indiqués au tableau 2.9.

Tableau 2.8 Épaisseur de déplacement pour chaque cas

Cas	Temps (sec)	Vitesse de l'air (m/s)	$\delta_s^*$ (mm)	$\delta_f^*$ (mm)
1A	12,1	18,54	1,24	8,61
1B	30,5	65,00	1,25	2,18
2A	15,5	29,86	3,19	13,57
2B	35,0	65,00	2,78	4,80

Tableau 2.9 Épaisseurs de déplacement pour différents fluides commerciaux: cas 2B

Liquide	Vitesse de l'air (m/s)	$\delta_f^*$ (mm)
A-207	65,00	8,54
A-341	65,00	8,63
A-390	65,00	9,37
A-425	65,00	8,23
A-459	65,00	8,30
M-005	65,00	6,05

Les épaisseurs de déplacement calculées seront utilisées dans la section 3.1 du chapitre 3 afin de définir le profil de vitesses correspondant et ainsi calculer le cisaillement à l'interface et les rugosités dynamiques équivalentes.

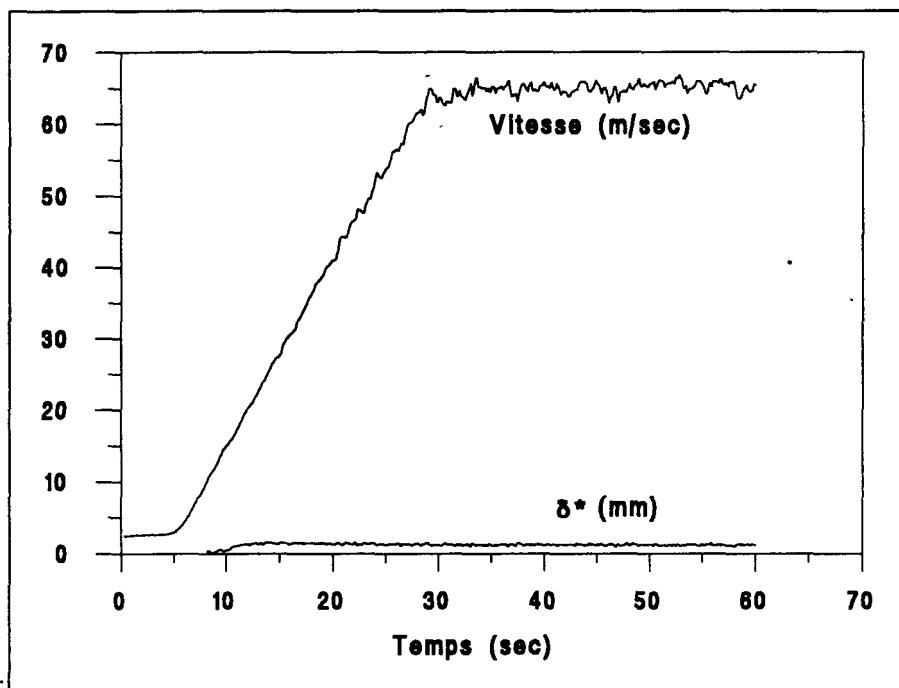


Figure 2.8 Vitesse et EDCL fonction du temps sans fluide, à 0,76 m

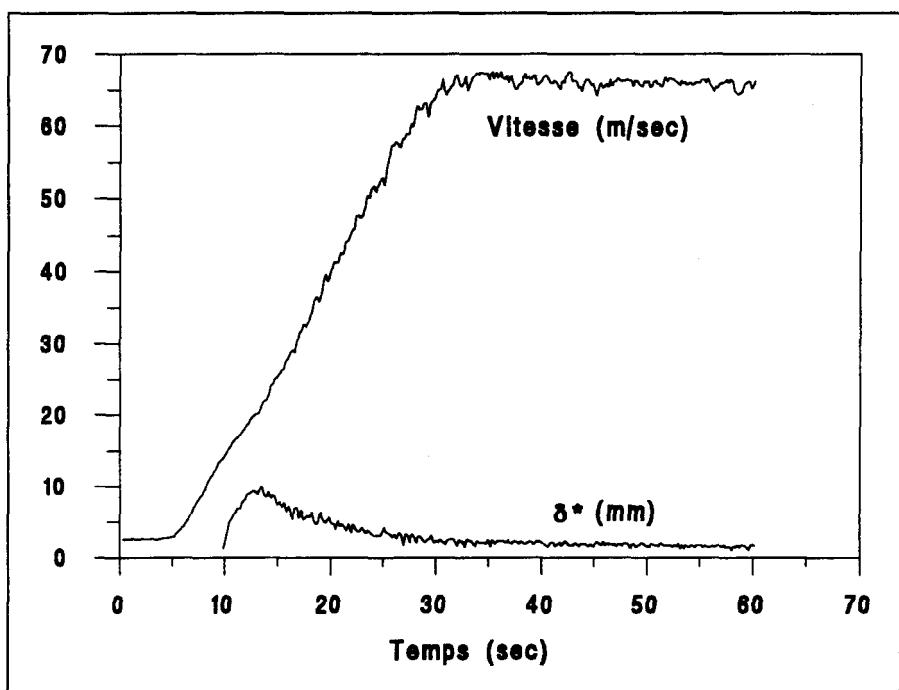


Figure 2.9 Vitesse et EDCL fonction du temps avec fluide A-409, à 0,76 m

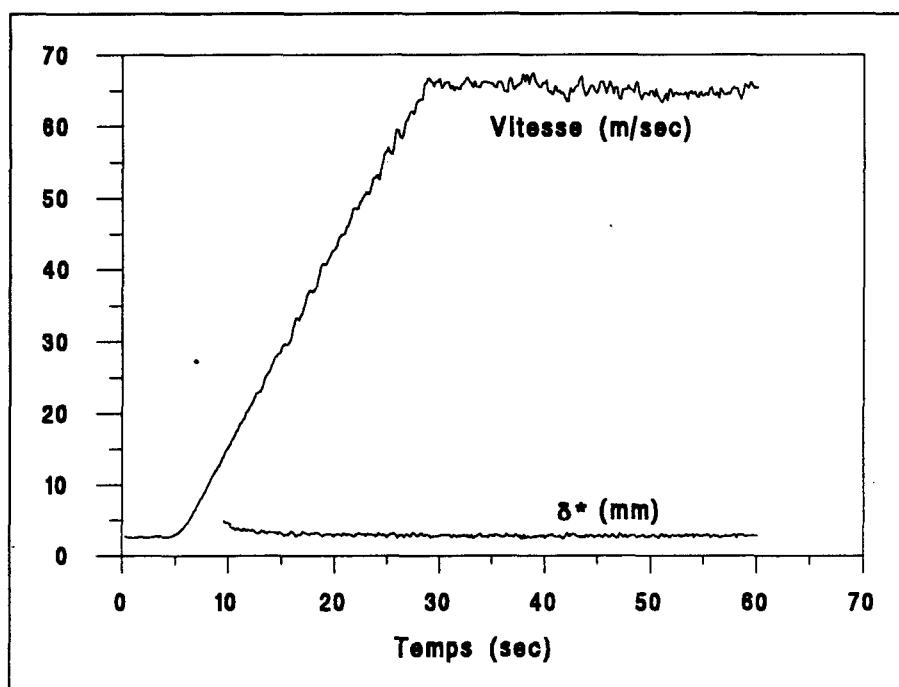


Figure 2.10 Vitesse et EDCL fonction du temps à 20 °C  
sans fluide, à 1,5 m

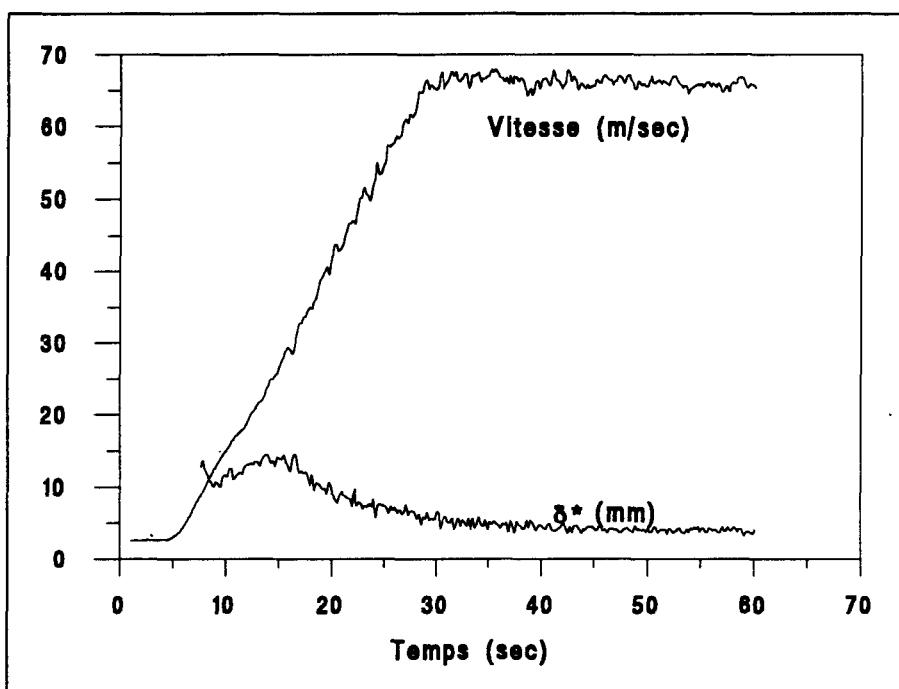


Figure 2.11 Vitesse et EDCL fonction du temps avec fluide  
A-409, à 1,5 m

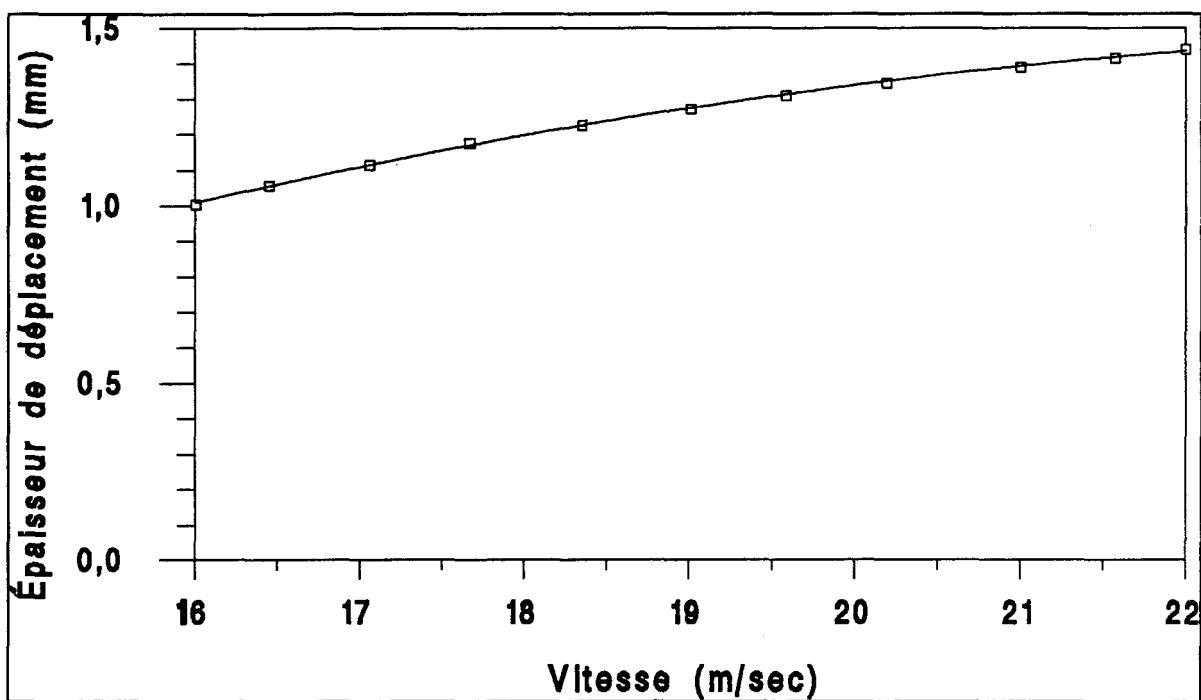


Figure 2.12 Épaisseur de déplacement sans fluide en fonction de la vitesse: cas 1A

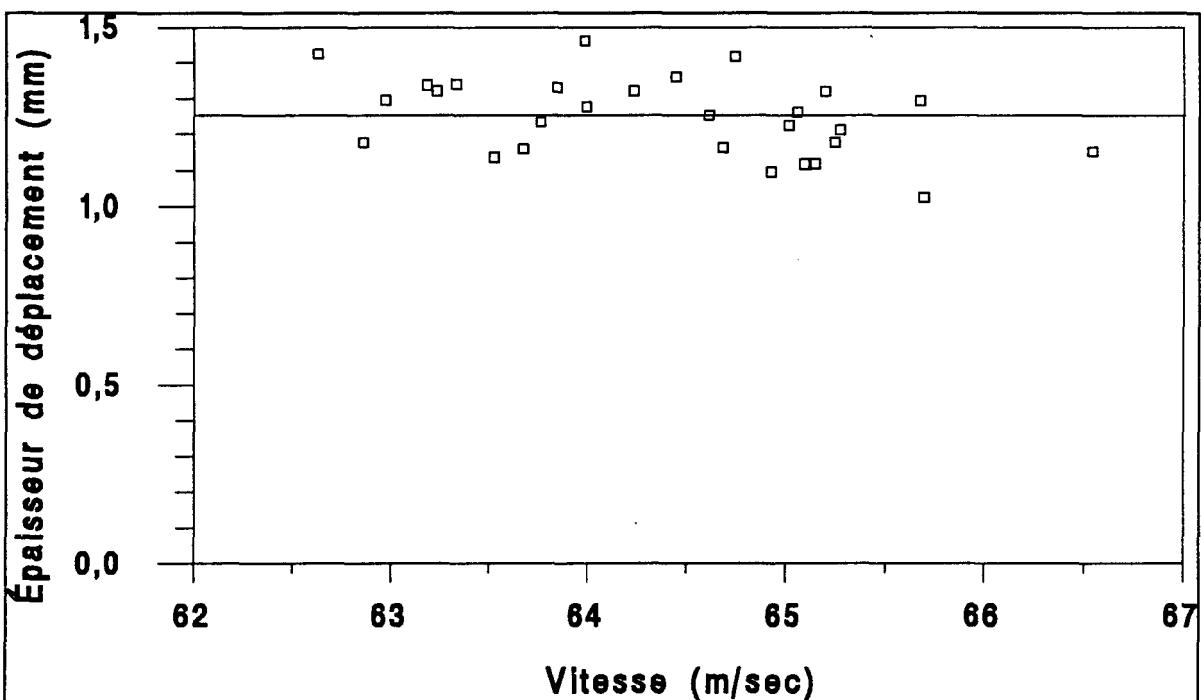


Figure 2.13 Épaisseur de déplacement sans fluide en fonction de la vitesse: cas 1B

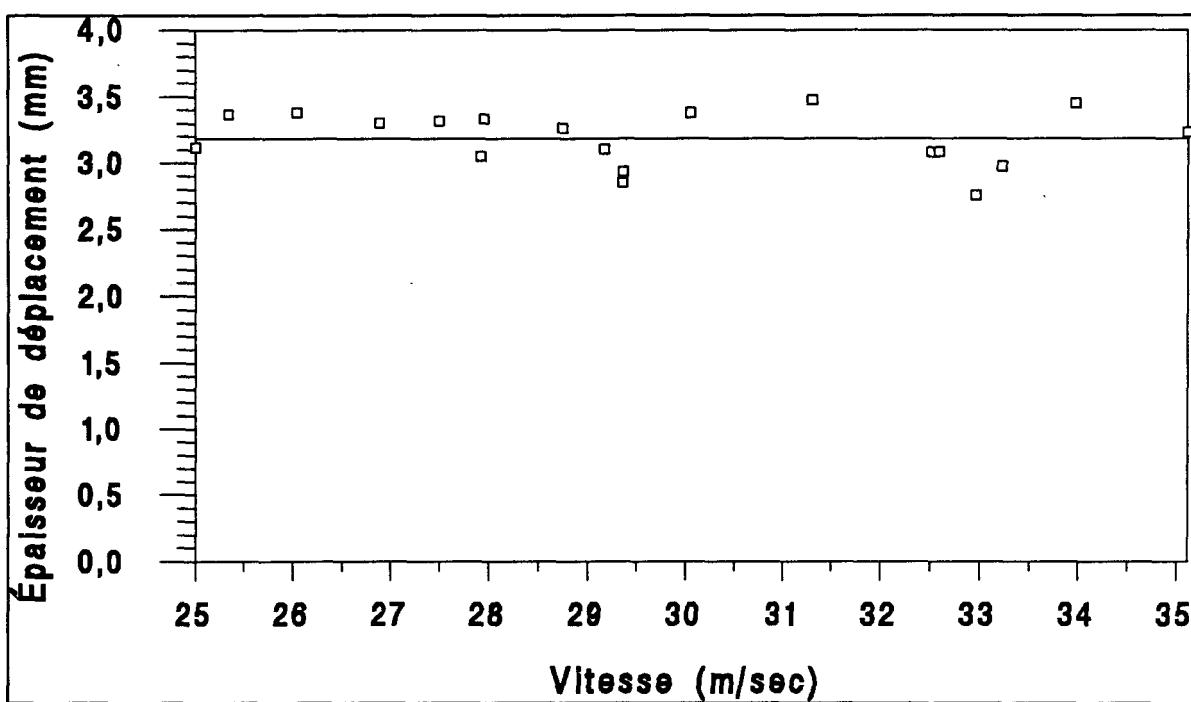


Figure 2.14 Épaisseur de déplacement sans fluide en fonction de la vitesse: cas 2A

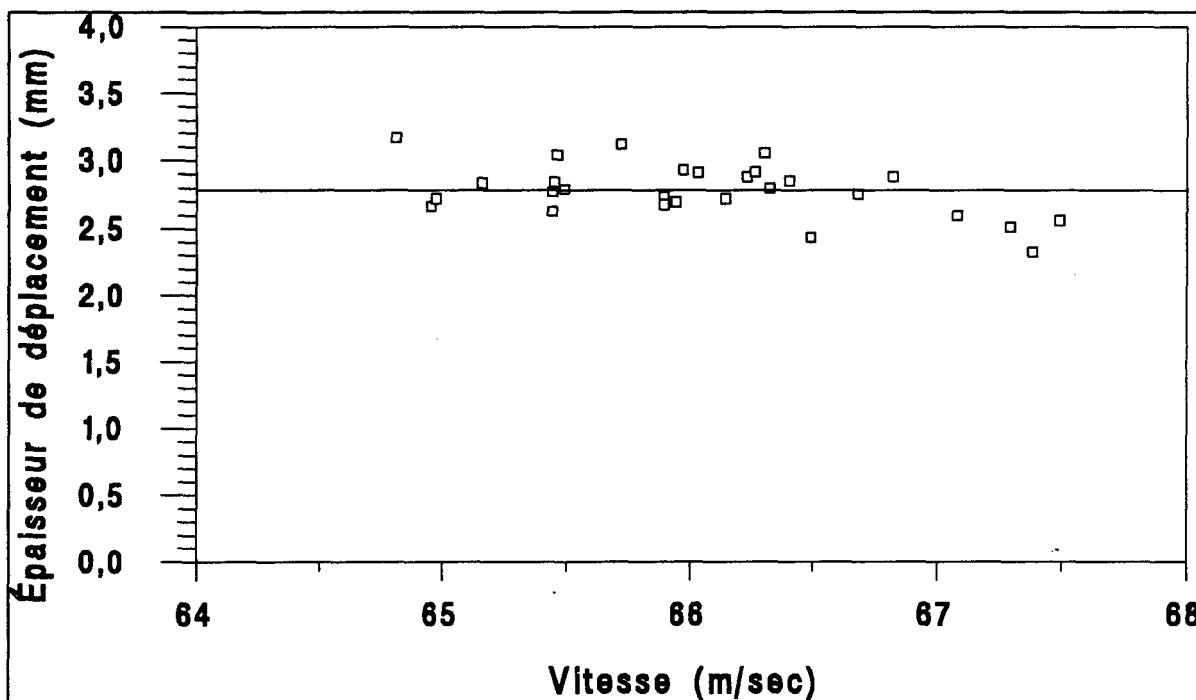


Figure 2.15 Épaisseur de déplacement sans fluide en fonction de la vitesse: cas 2B

## 2.3 Mesure de l'épaisseur du film fluide en soufflerie

### 2.3.1 Acquisition et traitement des images

La mesure de l'épaisseur de liquide lors des essais aérodynamiques peut être obtenue par la mesure de l'intensité lumineuse absorbée par le fluide grâce à un système d'enregistrement et de traitement d'image. La méthode expérimentale détaillée est décrite dans cette section.

Pour permettre les mesures, un système informatique d'acquisition muni d'une caméra infrarouge et d'un logiciel de traitement d'images est utilisé. L'utilisation des rayons lumineux infrarouges permet un meilleur contrôle de l'éclairage que dans le domaine du visible. La caméra est placée au-dessus de la zone d'essai de la soufflerie et est perpendiculaire à la plaque plane comme le montre la figure 2.17. Les murs et le plafond de la zone d'essai sont construits en plastique transparent (Plexiglass) afin de visualiser et de filmer les essais aérodynamiques.

Les images sont prises par une caméra et sont enregistrées sur une cassette vidéo. La caméra vidéo utilisée est munie de six (6) filtres et parmi ces filtres, deux filtres successifs sont les filtres infrarouges qui seront utilisés. Le spectre infrarouge est choisi puisqu'il permet un meilleur contrôle de l'éclairage. L'enregistrement des images est effectué du tout début jusqu'à la fin de l'essai. Un soin particulier est apporté à l'éclairage de la

zone d'essai afin de permettre une résolution et une précision optimales des images capturées.

La caméra est placée de façon à pouvoir filmer les images à la position 0,76 m sur la plaque plane. Les images sont enregistrées selon le standard cinématographique de 60 images par seconde. Les images recueillies sont combinées deux par deux et transférées en standard vidéo. Une image provenant d'une caméra vidéo standard est le résultat de deux balayages. Il en résulte que les images vidéo sont recueillies à un rythme de 30 images/s. La caméra utilisée comporte 3 paires de filtres qui alternent et chaque paire d'image permet de recueillir une image vidéo. L'absorption du liquide coloré est très distinct pour les rayons lumineux infrarouges incidents et pour cette raison, seules les images provenant du filtre infrarouge sont retenues. La fréquence de capture d'images avec le filtre infrarouge en mode vidéo est alors de 10 images/s.

Les images correspondant aux cas d'intérêts 1A et 1B ont été digitalisées. Les lectures d'intensité lumineuse ont été prises de façon à permettre de mesurer les vagues visibles. La visualisation de l'image nous permet de distinguer deux vagues. Il est donc opportun de mesurer les épaisseurs sur une ligne qui permet de bien représenter la forme des vagues. La figure 2.16 présente la ligne des mesures d'épaisseur pour l'image prise à 12,1 secondes. On remarque aussi la position du capteur de pression (pitot) qui permet la mesure de l'épaisseur de déplacement.

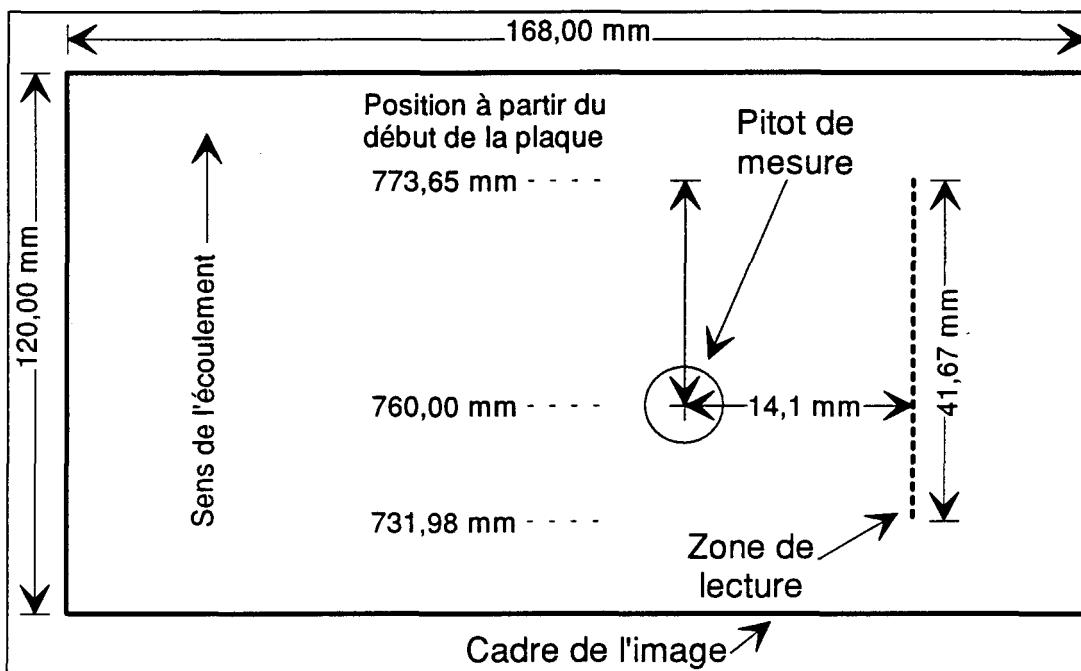


Figure 2.16 Position de la ligne de mesure des épaisseurs

La résolution des images recueillies est de 320 points de largeur par 240 points de hauteur. Une échelle graduée est posée au-dessous de la conduite d'essai afin de permettre de façon efficace de mesurer l'échelle de lecture. Une mesure de l'échelle prise sur l'image permet d'établir que la mesure réelle est 1,56 fois plus petite que celle mesurée sur l'image. En considérant cette échelle, on calcule les dimensions réelles de l'image qui sont de 168,00 mm de largeur x 120,00 mm de hauteur. Les mesures d'intensités prises sur la ligne de lecture couvrent une distance de 41,67 mm. Chaque point sur l'écran mesure en réalité 0,521 mm. Les intensités mesurées varient de 0 à 255 et sont présentées à l'annexe F. Il est à noter que les mesures prises sur l'image à 30,5 secondes sont effectuées sur une distance de 50 mm, soit de 745 mm à 795 mm à partir du bord de la plaque.

Après l'enregistrement, le traitement des images est fait par le logiciel Xybion Image Capture and Analysis System (XICAS) fabriqué par la corporation XYBION. Ce logiciel est utilisé sur ordinateur IBM PC compatible et permet de digitaliser les images, de les visualiser sur écran et d'effectuer des transformations. Le traitement des images permet de mesurer le ton de gris associé à un point sur l'image. Les tons de gris sont directement liés à l'intensité lumineuse reçue par la caméra.

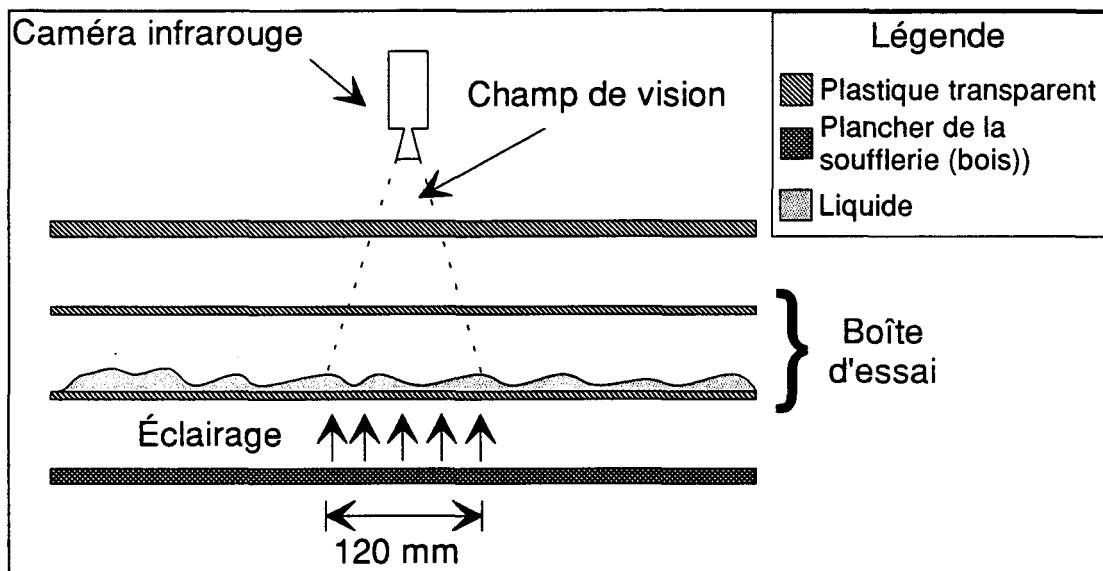


Figure 2.17 Position de la caméra infrarouge sur la soufflerie

### 2.3.2 Méthode de calcul de l'épaisseur du film fluide

Le liquide A-409 est coloré à la Pyronine B. Ce colorant est utilisé pour ses propriétés au niveau de l'absorption lumineuse en infrarouge. Une calibration a été faite préalablement afin de vérifier le comportement de l'intensité lumineuse à travers le liquide coloré avec la Pyronine B. La loi de Beer-Lambert relie le rapport entre l'intensité lumineuse incidente et l'intensité lumineuse transmise à travers un milieu et l'épaisseur de ce milieu (Fisher et Peters, 1968). Loi de Beer-Lambert se présente de la façon suivante:

$$I = I_0 \exp^{-\beta e} \quad (2.9)$$

$I_0$  = Intensité lumineuse incidente

$I$  = Intensité lumineuse transmise

$\beta$  = Coefficient d'absorption (/mm)

$e$  = Épaisseur du liquide (mm)

La concentration du colorant et les conditions d'éclairage sont intégrées dans la constante d'absorption ( $\beta$ ).

La validité de la loi avec le fluide A-409 coloré est vérifiée par une calibration sous des conditions d'éclairage bien contrôlées. Une série de 9 plats de Pétri contenant une épaisseur de liquide mesurée variant de 0 à 6,71 mm a été utilisée pour la calibration. Les épaisseurs sont de l'ordre des valeurs susceptibles d'être mesurées lors d'un essai aérodynamique. Les valeurs des intensités lumineuses transmises à travers les plats de Pétri ont

étée mesurées par le système. Le tableau 2.10 regroupe les épaisseurs et les intensités associées.

Tableau 2.10 Épaisseur de liquide et intensité transmise associée

Épaisseur de liquide (mm)	Intensité
0,00	214,05
0,58	208,49
1,14	202,11
1,69	192,25
2,25	186,60
3,36	167,78
4,47	161,46
5,59	148,90
6,71	140,30

Pour déterminer si l'épaisseur du fluide coloré est régie par la loi de Beer-Lambert, une droite de régression est effectuée sur le logarithme néperien du rapport des intensités en fonction de l'épaisseur du liquide. Les calculs détaillés reliés à cette vérification sont présentés en annexe D.

Le liquide coloré pour la calibration a un coefficient d'absorption  $\beta = 0,065 \text{ mm}^{-1}$  et l'intensité lumineuse incidente ( $I_0$ ) est de 215,04. La droite est très bien corrélée puisque le coefficient de régression est de 0,99. La figure 2.18 permet de constater que la loi de Beer-Lambert est applicable à nos mesures. Il est important de signaler que le coefficient d'absorption est une constante qui dépend non seulement de la

concentration du colorant mais, en plus, des conditions d'éclairage. Il est donc nécessaire d'effectuer le calcul de ce coefficient avant chaque série de mesures.

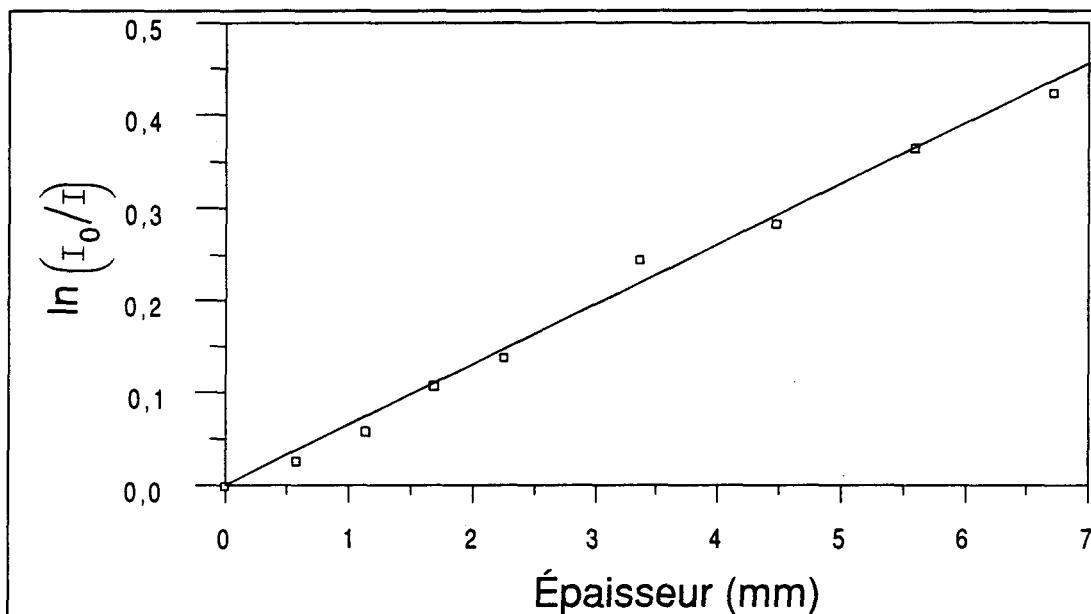


Figure 2.18 Droite de régression de la loi de Beer-Lambert

Le calcul des épaisseurs de liquide à chaque point est effectué par la formule de Beer-Lambert. Cette formule nécessite la connaissance de deux constantes, soit celle du coefficient d'absorption et celle de l'intensité incidente. Ces deux constantes doivent être déterminées à partir de deux mesures d'intensité lumineuse effectuées dans les mêmes conditions d'éclairage que l'essai filmé. Il est important de noter que la transformation des images capturées sur la bande vidéo occasionne un changement sur l'intensité. Pour cette raison, les deux mesures d'intensité qui permettent de calculer les constantes doivent être prises à partir du visionnement du vidéo afin d'obtenir une meilleure représentabilité. Le tableau 2.11 indique les

mesures des deux lectures prises pour le calcul des constantes. Il est à noter que la première lecture est prise juste avant le test et que la seconde lecture est prise à la fin de l'essai.

Tableau 2.11 Mesures en soufflerie pour le calcul des constantes de la loi de Beer-Lambert

Temps (sec)	Épaisseurs de liquide (mm)	Intensités mesurées
0	2,032	169,22
60	0,100	198,54

En insérant ces deux mesures connues dans la loi de Beer-Lambert, on calcule les deux constantes qui caractérisent le liquide coloré et les conditions d'éclairage des essais en soufflerie. La constante d'absorption calculée est 0,0827/mm et l'intensité lumineuse incidente est de 200,19. La fonction de Beer-Lambert prend la forme suivante pour les calculs des épaisseurs en fonction de l'intensité.

$$d = \frac{\ln\left(\frac{200,19}{I}\right)}{0,0827} \cdot \text{mm} \quad (2.8)$$

Les mesures d'intensité lumineuse de l'image au repos prise à 0,1 seconde sont présentées à la figure 2.19 afin de déterminer le bruit. Le bruit apporte une variation de  $\pm 0,25$  mm sur l'épaisseur du fluide. Cette variation est occasionnée par plusieurs facteurs tels le mouvement du fluide, la surface inégale du fluide et l'erreur de la digitalisation de l'image.

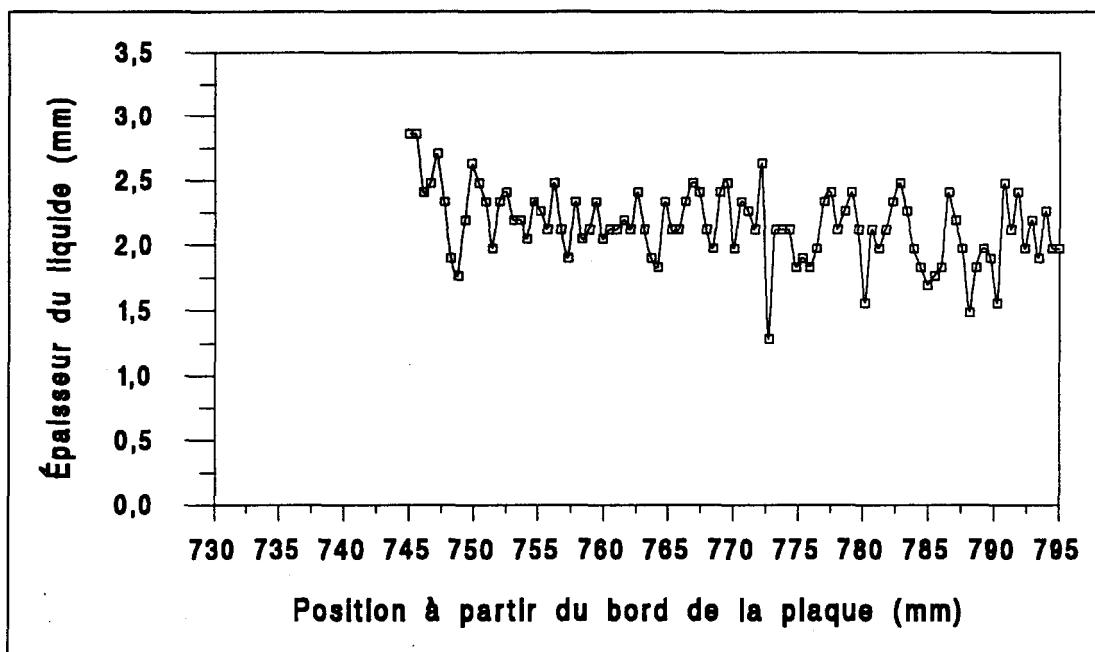


Figure 2.19 Épaisseur du liquide à 0,1 seconde

### 2.3.3 Résultats

La formule 2.9 est utilisée pour le calcul des épaisseurs à chaque point à laquelle l'intensité lumineuse a été mesurée. Les résultats numériques sont en annexe E et sous forme de graphiques, les figures 2.21 et 2.22 présentent les épaisseurs en fonction de la position pour les images prisent respectivement à 12,1 secondes et 30 secondes. Les épaisseurs obtenues permettent de calculer les paramètres de rugosité des vagues. La rugosité des vagues en terme de hauteur et de la distance entre les vagues est définie par la figure 2.20.

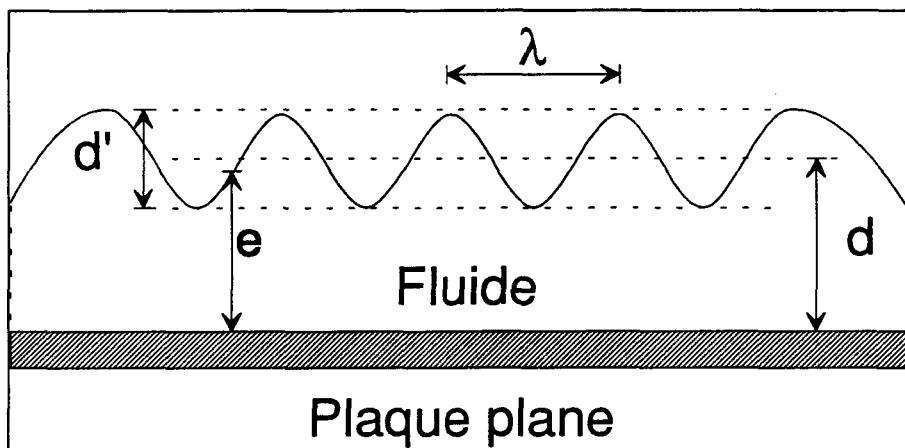


Figure 2.20 Paramètres de rugosité du fluide

L'analyse des images à 12,1 secondes et 30,5 secondes permet de mesurer la hauteur et la distribution des rugosités qui affectent le profil de la couche limite. Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.12.

Tableau 2.12 Mesure des paramètres de rugosité du fluide A-409

Position (m)	Temps (s)	Épaisseur (d) (mm)	Hauteur des vagues (d'') (mm)	Longueur d'onde (λ) (mm)
0,76 (3)	12,1	1,84	1,16	31,00
0,76 (3)	30,5	0,54	0,40	3,30
1,50 (4)	30,0	0,54	0,40	3,30

De plus, l'épaisseur du fluide à la position 2 est mesurée par jauge à la fin de l'accélération. Le tableau 2.13 regroupe les valeurs des épaisseurs de fluide A-409 mesurées à la fin pour des accélérations de 0 à 35 m/s en 30 secondes et de 0 à 65 m/s en 30 secondes. Ces mesures seront utilisées comme estimation de  $d_2$  pour tous les fluides commerciaux à la position 2.

Tableau 2.13 Épaisseur du liquide A-409 à la position 2

Accélération en 30 s.	$d_2$ (mm)
0 à 35 m/s	0,094
0 à 65 m/s	0,039

Le tableau 2.14 regroupe les valeurs des épaisseurs de fluide mesurées à 60 secondes par jauge pour les liquides antigivre commerciaux, ces épaisseurs serviront d'estimation des épaisseurs à 30 secondes.

Tableau 2.14 Épaisseur du film évaluée à 30 secondes pour différents fluides antigivre commerciaux

Liquide	Température °C	Épaisseur moyenne $d_4$ (mm)
A-207	0	0,23
A-341	0	0,29
A-390	0	0,19
A-425	0	0,18
A-459	0	0,30
M-005	0	0,15

Ces mesures seront utilisées plus loin, au chapitre 4, afin de déterminer les vitesses à l'interface air/fluide, l'EDCL à la position 3 ou 4. Elles seront aussi introduites dans l'étude de stabilité.

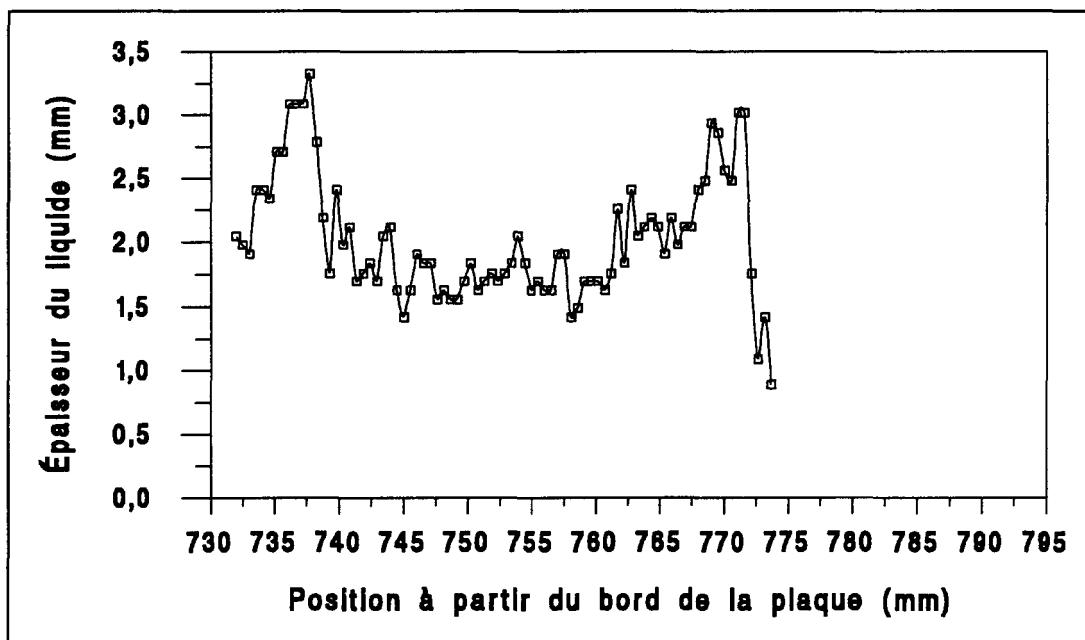


Figure 2.21 Épaisseur du liquide (e) à 12,1 secondes

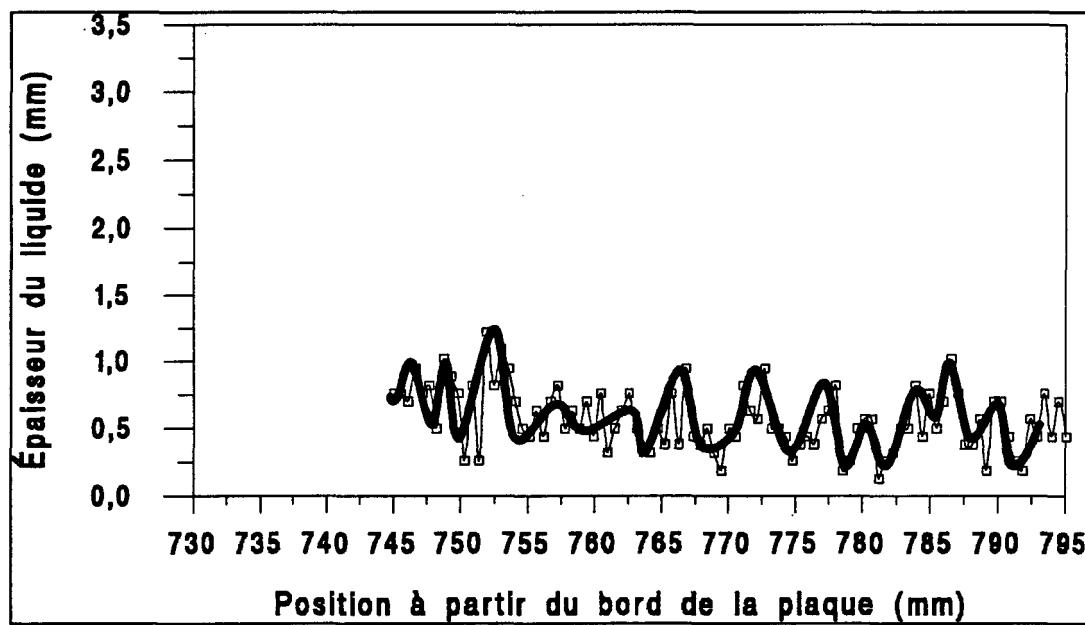


Figure 2.22 Épaisseur du liquide (e) à 30 secondes

# CHAPITRE 3

## Modélisation analytique et numérique

Ce chapitre présente deux modélisations distinctes. Une première qui consiste à la modélisation de la couche limite de l'air au-dessus du film fluide. Cette modélisation est basée sur le profil de vitesses représentant l'écoulement d'air sur une plaque plane rugueuse. Dans ce profil, les vagues créées à l'interface air/fluide sont remplacées par des rugosités dynamiques équivalentes obtenues par la constante  $B$ . La deuxième section de ce chapitre consiste à la modélisation de l'interface air/fluide. Cette modélisation permet de définir la longueur d'onde et la vitesse de phase des ondes générées lors de l'instabilité de l'interface.

### 3.1 Modélisation de la couche limite de l'air

#### 3.1.1 Introduction

L'objectif de cette modélisation est de calculer, par un programme de simulation, la rugosité dynamique équivalente ( $k_d$ ) créée par la déformation du fluide, durant l'accélération, connaissant la valeur  $\delta^*$ . Cette modélisation

est basée sur les équations intégrales qui régissent le développement de la couche limite turbulente sur une plaque plane rugueuse.

Les résultats existants concernant la couche limite turbulente rugueuse se limitent à la présentation de la formule donnant le coefficient de frottement local,  $C_f$ , en fonction de la hauteur de rugosité moyenne (paroi entièrement rugueuse) et du nombre de Reynolds. Cependant, jusqu'à présent, les lois donnant les valeurs des autres paramètres tels que  $\delta$ ,  $\delta^*$  ou  $\theta$  n'ont pas été présentées. Puisque l'analyse développée ici considère de façon prioritaire la valeur de l'EDCL ( $\delta^*$ ), il est nécessaire de développer une loi ou une méthode de calcul de  $\delta^*$  en fonction de la distance parcourue par la couche limite ( $x$ ) et de la hauteur moyenne des rugosités ( $k_d$ ). Cette loi sera ensuite inversée pour obtenir  $k_d$  en fonction de  $\delta^*$ , pour un  $x$  donné.

Le programme de modélisation de la couche limite EDCL\_1 permet de déterminer les paramètres de la couche limite turbulente à partir d'un profil de vitesses turbulent sur une plaque plane rugueuse. Une extension de ce programme (EDCL\_2) permet de déterminer le profil de vitesses correspondant à la rugosité occasionnée par la présence du fluide sur la plaque durant l'accélération. Ce calcul est basé sur l'EDCL mesurée durant un essai en soufflerie.

### 3.1.2 Description de la couche limite turbulente rugueuse

Les définitions de différents paramètres utilisés pour définir la couche limite sont regroupées dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 Définitions

Équations	Définitions	Unités
$\theta = \int_0^\delta \frac{\bar{U}}{U_\infty} \left(1 - \frac{\bar{U}}{U_\infty}\right) \cdot dy$	Épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite	m
$Re_x = \frac{U_\infty \cdot x}{v}$	Nombre de Reynolds basé sur la position x	----
$Re_\theta = \frac{U_\infty \cdot \theta}{v}$	Nombre de Reynolds basé sur $\theta$	----
$C_f = \frac{\tau_p}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = 2 \frac{d\theta}{dx}$	Coefficient de frottement local	----
$u_* = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$	Vitesse de frottement	m/s
$y_* = \frac{v}{u_*}$	Hauteur de frottement	m

Le profil de vitesses turbulent sur une plaque plane rugueuse est défini comme le profil universel (fonction  $f$ ) plus une fonction dite de "sillage" (Cebeci, 1974). Le profil de vitesses turbulent rugueux complet est formulé par l'équation 3.1.

$$\frac{\bar{U}}{u_*} = f\left(\frac{y}{y_*}\right) + \pi(Re_\theta) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{\delta}\right) \quad (3.1)$$

Le profil universel de vitesses représenté à la figure 3.1, est uniquement fonction de  $y/y_*$  et est composé de trois régions distinctes. La région interne, appelée aussi région visqueuse, est la région près de la paroi où les forces visqueuses sont prédominantes et limitent l'écoulement. Cette région a un profil de vitesses linéaire (voir tableau 3.2). La région externe de la couche limite est régie par une loi de vitesse logarithmique (voir tableau 3.2). Entre ces deux régions existe une zone de recouvrement qui peut être décrite par une fonction polynomiale (voir tableau 3.2). Le profil universel de vitesses n'est exacte que dans une zone qui occupe approximativement 20% de la couche limite près de la paroi. Plus haut, la vitesse s'écarte légèrement de ces valeurs et ce "défaut" par rapport au profil de vitesses universel a la forme du défaut de vitesse dans un sillage, c'est pourquoi la forme proposée par D. Coles (1956), qui est indiquée par l'équation 3.1, prend généralement le nom de fonction de sillage (la fonction  $\pi$  est représentée à la figure 3.2). Il est important de reconnaître que le profil de vitesses est entièrement défini par les conditions à la paroi ( $y_*$  et  $u_*$ , voir définition au tableau 3.1). Par contre le sillage est défini en fonction de  $\delta$ , ce qui signifie que, suffisamment loin de la paroi, la forme du profil ne dépend pas directement des conditions de paroi.

Tableau 3.2 Définition des trois régions du profil

Région	Lieu de validité	Profil de vitesses
Région interne	$0 \leq y \leq 3 y_*$	$\frac{\bar{U}}{u_*} = \frac{y}{y_*}$
Région de recouvrement	$3 y_* \leq y \leq 30 y_*$	$\frac{\bar{U}}{u_*} = g\left(\frac{y}{y_*}\right)$ Polynôme d'ordre 4
Région externe	$30 y_* \leq y \leq \delta y_*$	$\frac{\bar{U}}{u_*} = \frac{1}{K} \cdot \ln\left(\frac{y}{y_*}\right) + B$

La constante K est appelée constante de Von Kármán et est fixée à 0,41 pour cette étude.

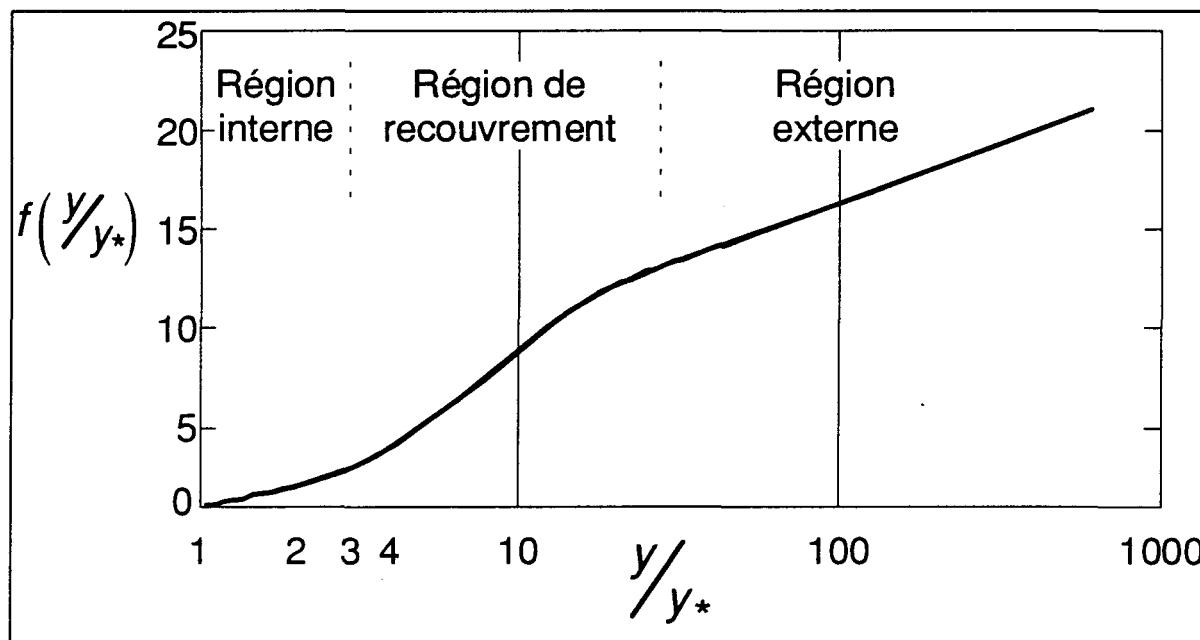


Figure 3.1 Profil de vitesses

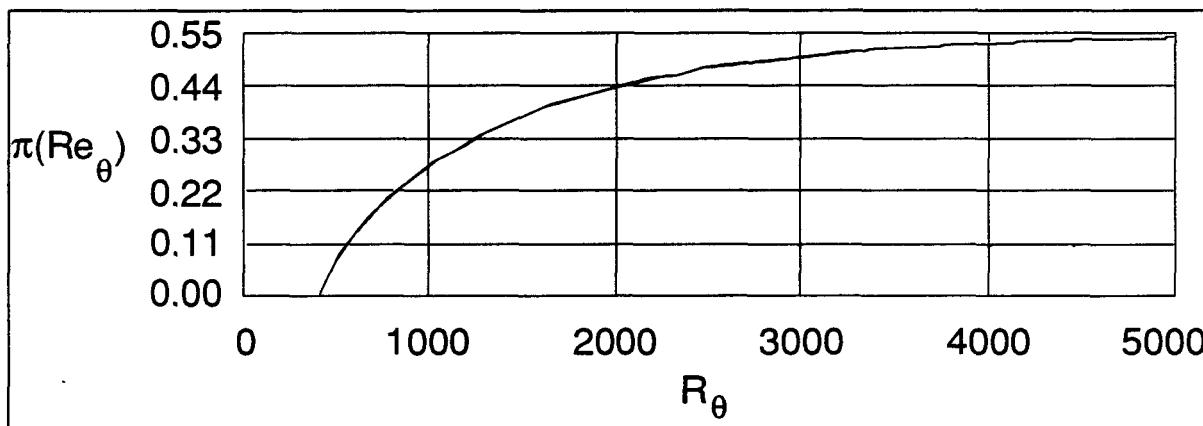


Figure 3.2 Variation du profil de Coles (Wake)

Des études effectuées sur l'influence de rugosités de type grain de sable par Nikuradse (1933) ont démontré que la rugosité de surface est représentée par le paramètre  $B$  qui compose la région logarithmique du profil. Pour une plaque plane lisse, le paramètre  $B$  est une constante que l'on peut fixer à 5,5. Pour une plaque plane rugueuse et dans le cas d'un régime rugueux établi ( $k_d/y_* \geq 60$ ), le paramètre  $B$  prend la forme logarithmique suivante (Cousteix, 1989):

$$B = -\frac{1}{K} \ln\left(\frac{k_d}{y_*}\right) + 8,48 \quad (3.2)$$

Le but de la modélisation présentée ci-après consiste à calculer la constante  $B$  du profil de vitesses qui représente les rugosités du film fluide (le calcul est basé sur l'épaisseur de déplacement mesurée en soufflerie durant l'accélération avec le fluide). Par la suite, la rugosité dynamique équivalente  $k_d$  est calculée à partir de cette constante par l'équation 3.2.

### 3.1.3 Algorithme de calcul des lois intégrales rugueuses

Les équations à la base de l'algorithme sont l'équation de Von Kármán (équation 3.5), la loi de friction (équation 3.1) et la définition de l'épaisseur de déplacement.

On introduit les expressions sans dimension suivantes:

$$X = \frac{U_\infty \cdot x}{v} = \text{Re}_x, \quad T = \frac{U_\infty \cdot \theta}{v} = \text{Re}_\theta, \quad D = \frac{\delta}{y_*} \text{ et } U = \frac{u_*}{U_\infty}. \quad (3.3)$$

On pose également

$$F = f(D)$$

$$P = \pi(T)$$

En appliquant  $y = \delta$  dans le profil de vitesses (équation 3.1) on obtient la loi de friction représentée par l'équation 3.4 suivante,

$$U = \frac{1}{F + P} \quad (3.4)$$

D'autre part, l'équation d'équilibre des forces horizontales permet d'obtenir l'équation de Von Kármán sous la forme suivante (Ryhming, 1985),

$$\frac{d\theta}{dx} = \left[ \frac{u_*}{U_\infty} \right]^2. \quad (3.5)$$

Sous forme adimensionnelle, on obtient:

$$\frac{dT}{dX} = U^2 \quad (3.6)$$

Enfin, en appliquant le profil de vitesses à la définition de l'épaisseur de quantité de mouvement ( $\theta$ ), on obtient l'équation suivante:

$$T = (I_1 - I_2 U) + \left(\frac{1}{2} P D - \frac{3}{8} P^2 U D\right) \quad (3.7)$$

Avec :  $I_1 = \int_0^D f(\varepsilon) \cdot d\varepsilon$  et  $I_2 = \int_0^D f^2(\varepsilon) \cdot d\varepsilon$

Les équations 3.4 et 3.7 constituent le système intégro-différentiel qui permet de calculer, de façon itérative, les paramètres  $D$  et  $T$  pour une valeur  $X$  (nombre de Reynolds) fixée.

Une fois les paramètres  $D$  et  $T$  (pour un  $X$  fixé) connus, on peut calculer les divers paramètres géométriques de la couche limite notamment, l'épaisseur de la couche limite,  $\delta$ , l'EDCL,  $\delta^*$ , et la hauteur de frottement,  $y_*$ .

Les paramètres  $D^*$ ,  $Y^*$ , et  $Y$  sont utilisés à cette fin:

$$D^* = \frac{\delta^*}{y_*} = D - U \cdot I_1 - \frac{P \cdot D}{2} \quad (3.8)$$

$$Y^* = \frac{\delta^*}{x} = \frac{D^*}{UX} \quad (3.9)$$

$$Y = \frac{\delta}{x} = \frac{D}{UX} \quad (3.10)$$

Finalement, le coefficient de frottement local est obtenu à partir de l'équation suivante,

$$C_f = 2U^2 = \frac{2}{(F + P)^2} \quad (3.11)$$

Le programme EDCL\_1 effectue la résolution des équations 3.4 et 3.7, à partir d'un profil de vitesses fixé (B). Le calcul des paramètres D et T est fait de manière itérative par incrément de X (nombre de Reynolds en x). Ces deux valeurs permettent de calculer les caractéristiques de la couche limite.

Les entrées du programme sont essentiellement les suivantes:

- Les noms des fichiers de sortie
- La vitesse de l'écoulement de l'air (m/s)
- La position de mesure de l'EDCL (m)
- Le nombre de Reynolds de la transition
- Les bornes de la zone de recouvrement
- Les valeurs de K et B du profil de vitesses
- L'incrément des itérations
- Divers paramètres d'enregistrement des données.

Le programme exécute les itérations à partir du nombre de Reynolds indiqué à la transition jusqu'au nombre de Reynolds associé à la position et la vitesse de la simulation. L'organigramme et le code source du programme de simulation EDCL\_1 sont respectivement en annexes G et H. La figure 3.3 montre un exemple de sortie du programme de simulation EDCL\_1. Les résultats présentés, à titre d'exemple, sont ceux de la simulation pour  $B = -8,5$  (ces valeurs, on le verra plus tard, correspondent au cas 1A avec le fluide A-409).

FICHIER :	zone1a1.dat				
K :	0.410000	B :	-8.500000		
REYNOLDS CRIT :	300000.0	D(REQ) :	0.428805D+03		
DELTA X :	500.0	PRECISION :	0.100000D-04		
VISCOSITE C :	0.122800D-04	V.DYNAM :	0.166000D-04		
DENSITE :	0.135160D+01	POSITION :	0.76		
VITESSE M/SEC :	0.185400D+02	REYNOLDS :	0.114743D+07		
RE	D	T	Y	D*	Y*
.30000D+06	0.428805D+03	0.477857D+03	0.907132D-02	0.132658D+03	0.280637D-02
.40000D+06	0.117614D+04	0.200783D+04	0.269937D-01	0.328594D+03	0.754160D-02
.50000D+06	0.166455D+04	0.307745D+04	0.336049D-01	0.440229D+03	0.888763D-02
.60000D+06	0.208396D+04	0.400335D+04	0.370493D-01	0.530406D+03	0.942973D-02
.70000D+06	0.246545D+04	0.484757D+04	0.390520D-01	0.610431D+03	0.966905D-02
.80000D+06	0.282092D+04	0.563653D+04	0.402741D-01	0.683637D+03	0.976022D-02
.90000D+06	0.315666D+04	0.638453D+04	0.410313D-01	0.751088D+03	0.976288D-02
.10000D+07	0.347681D+04	0.710045D+04	0.414977D-01	0.814607D+03	0.972278D-02
.11000D+07	0.378400D+04	0.779024D+04	0.417714D-01	0.874488D+03	0.965344D-02
.12000D+07	0.408010D+04	0.845817D+04	0.419130D-01	0.930741D+03	0.956109D-02

Figure 3.3 Exemple de sortie du programme EDCL\_1

Afin de déterminer l'état rugueux correspondant à celui créé par un fluide antigivre donné, c'est-à-dire pour déterminer la constante B du profil de vitesses logarithmique, le même noyau du programme de simulation EDCL\_1 est utilisé. La modification consiste à comparer l'EDCL mesurée en

soufflerie et celle calculée par le programme de simulation pour le même nombre de Reynolds. Un processus itératif permet, par la modification du profil de vitesses, de déterminer la constante B du profil nécessaire pour obtenir l'épaisseur de déplacement mesurée. L'organigramme et le code source du programme de simulation EDCL\_2 complet sont respectivement en annexes I et J.

### 3.1.4 Validation du modèle

La validation du modèle est faite grâce à la comparaison avec deux résultats classiques. La première validation consiste à vérifier l'EDCL et le coefficient de frottement local obtenus sur une plaque plane lisse. La deuxième validation consiste à la vérification du coefficient de frottement local calculé par le modèle rugueux avec les formules pour un écoulement complètement rugueux sur une plaque plane.

En ce qui concerne la première validation, les résultats obtenus par le modèle sur une plaque plane lisse ( $K = .41$  et  $B = 5.5$ ) sont présentés en annexe K. Les formules pour déterminer l'épaisseur de déplacement adimensionné ( $\delta^*/x$ ) et le coefficient de frottement local ( $C_f$ ) en fonction du nombre de Reynolds sont donnés par les équations 3.12 et 3.13. Ces formules sont basées sur la loi de frottement de Blasius et une hypothèse simple de profil de vitesses en loi de puissance ( $n = 7$ ) (White, 1974).

$$\frac{\delta^*}{x} = 0,0463 \times \text{Re}_x^{1/4} \quad (3.12)$$

$$C_f = 0,0577 \times \text{Re}_x^{1/4} \quad (3.13)$$

La figure 3.4 présente la comparaison des épaisseurs de déplacement provenant des deux calculs. Par exemple, pour un nombre de Reynolds de  $8 \times 10^6$ , la différence entre l'épaisseur de déplacement calculée par le modèle et celle de Blasius est de l'ordre de 0,1 %. La figure 3.5 présente la comparaison entre les coefficients de frottement local. La différence entre les deux calculs pour un nombre de Reynolds de  $8 \times 10^6$  est de l'ordre de 15 %. Numériquement, cette différence est acceptable puisque la différence est de l'ordre de la précision des mesures expérimentales sur les valeurs de frottement.

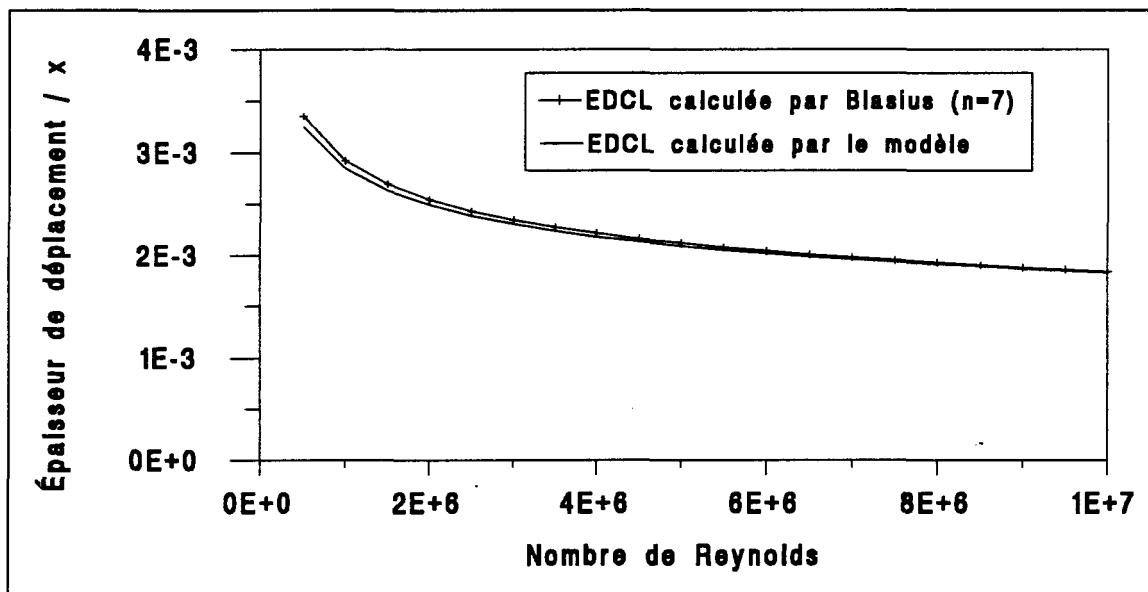


Figure 3.4 Comparaison des EDCL sur une plaque plane lisse

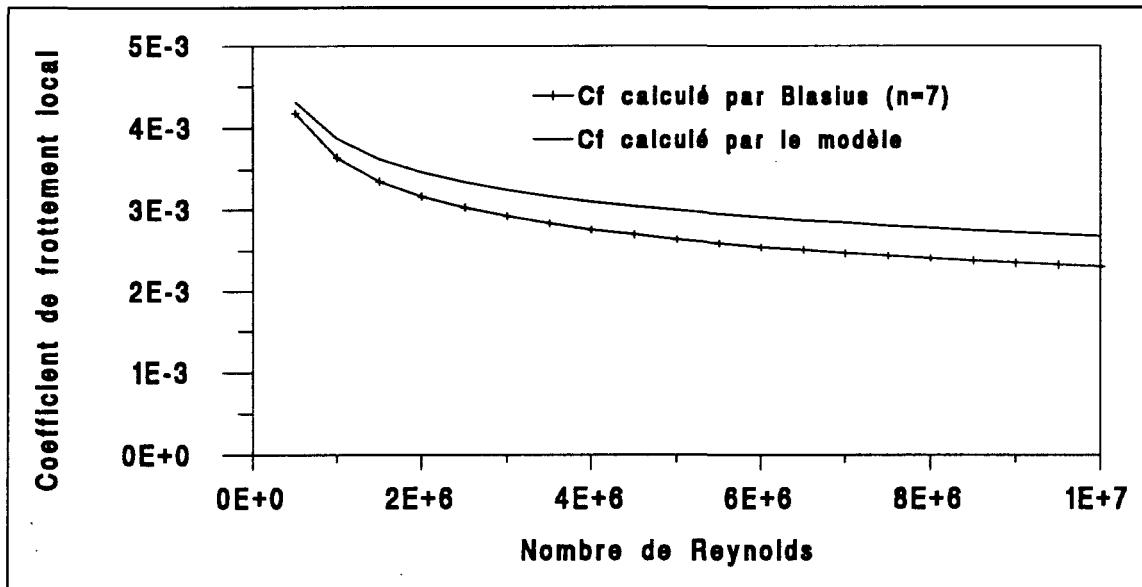


Figure 3.5 Comparaison des coefficients de frottement locaux sur une plaque plane lisse

En ce qui concerne la seconde validation, la formule dérivée par Prandtl et Schlichting (1934), qui est basée sur les expériences de Nikuradse (1933), relie le coefficient de frottement local sur une plaque plane rugueuse en fonction de la hauteur des rugosités (White, 1974). Cette équation, valide pour un écoulement totalement rugueux, est présentée ci-dessous:

$$C_f = \left( 2,87 + 1,58 \log\left(\frac{x}{k_d}\right) \right) \quad (3.14)$$

Dans cette formule, la valeur de  $k_d$  correspond à la hauteur moyenne des rugosités de la plaque. Les définitions du nombre de Reynolds et de la hauteur de frottement permettent d'établir le coefficient de frottement local en fonction des rugosités adimensionnées  $\tilde{k} = k_d/y_*$ .

$$C_f = \left( 2,87 + 1,58 \log \left( \frac{Re_x}{\tilde{k}} \times \frac{U_*}{U_\infty} \right) \right) \quad (3.15)$$

Afin de valider le modèle, le calcul du coefficient de frottement local est fait pour quatre états de rugosité  $k_d$  définie par la valeur  $\tilde{k}$ . L'équation 3.2 nous permet de déterminer les constantes B associées aux hauteurs de rugosité  $\tilde{k}$ . La validation est effectuée par le calcul du coefficient de frottement local à partir des constantes B représentant différents états de rugosités. Les hauteurs de rugosité  $\tilde{k}$  ainsi que les constantes B correspondantes sont présentées dans le tableau suivant:

Tableau 3.3 Constantes B associées aux rugosités pour validation

Hauteur des rugosités ( $\tilde{k} = k/y_*$ )	Constante B
50	-1,06
100	-2,75
500	-6,68
1000	-8,37

Les résultats obtenus par le modèle sur une plaque plane rugueuse avec les constantes B du tableau précédent sont présentés en annexe L. Les figures 3.6 à 3.9 illustrent les coefficients de frottement local calculés par le modèle (trait plein) et ceux calculés par l'équation 3.15 (trait pointillé).

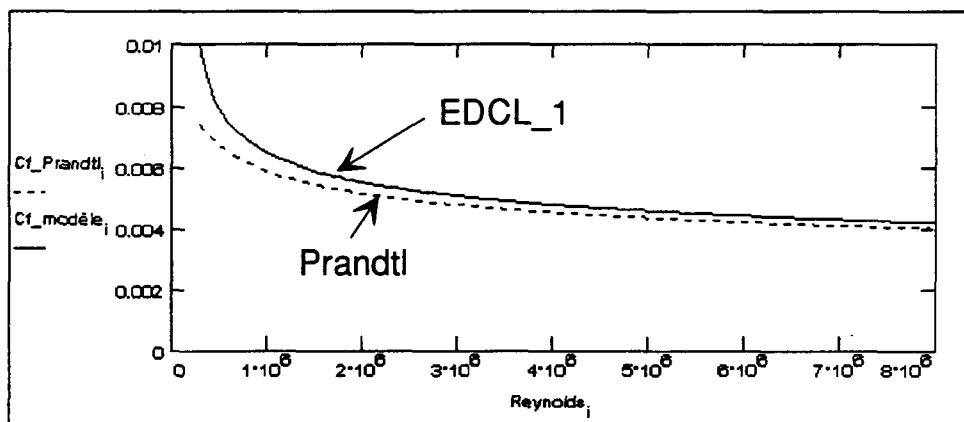


Figure 3.6 Comparaison des coefficients de frottement local sur une plaque plane rugueuse  $\tilde{k} = 50$

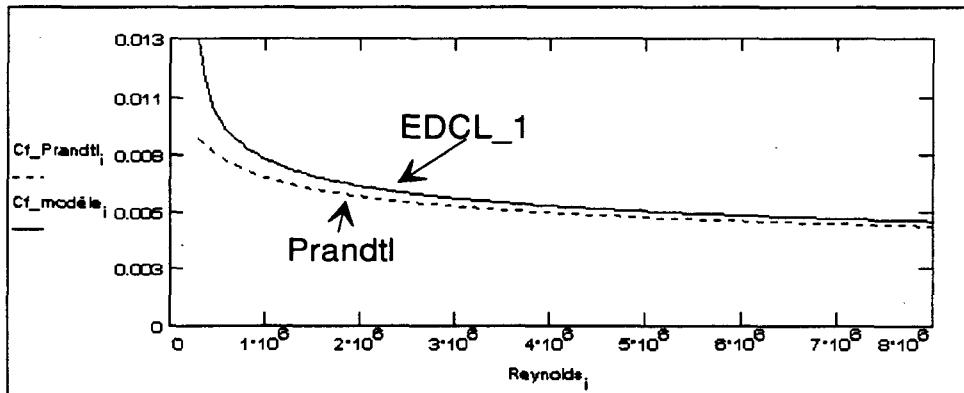


Figure 3.7 Comparaison des coefficients de frottement local sur une plaque plane rugueuse  $\tilde{k} = 100$

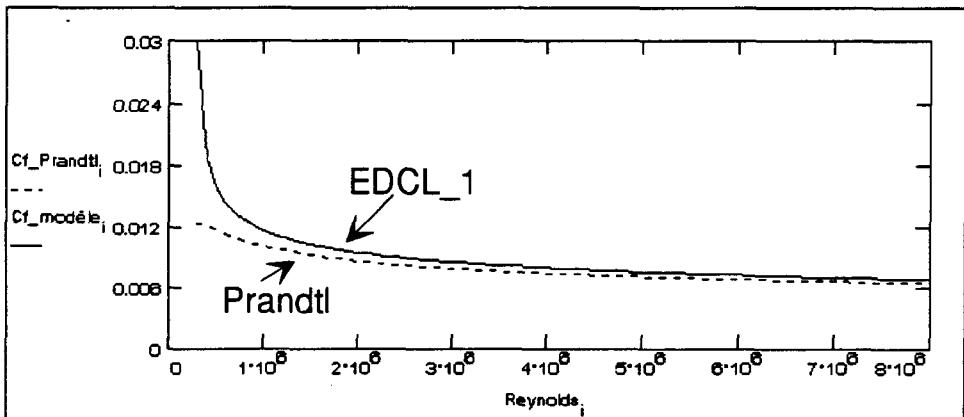


Figure 3.8 Comparaison des coefficients de frottement local sur une plaque plane rugueuse  $\tilde{k} = 500$

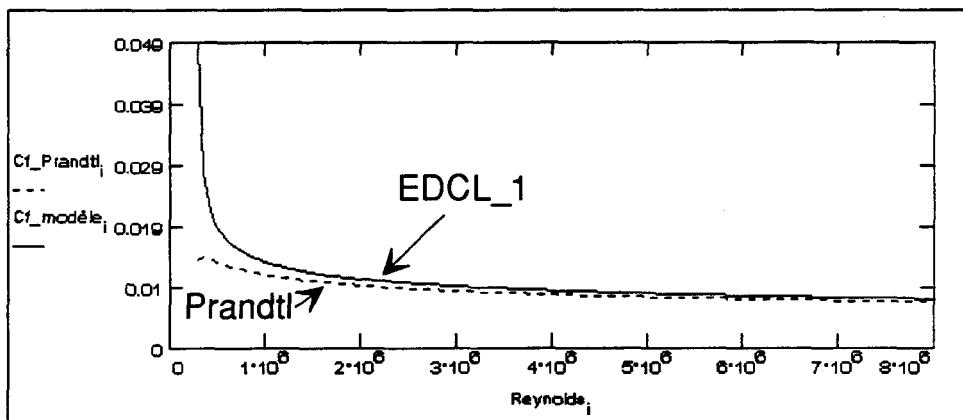


Figure 3.9 Comparaison des coefficients de frottement local sur une plaque plane rugueuse  $\tilde{k} = 1000$

Les figures précédentes permettent de valider le modèle pour un écoulement très rugueux ( $\tilde{k} \geq 500$ ). En effet, tel que défini par l'équation 3.14, l'évolution du coefficient de frottement local ( $C_f$ ) en fonction du nombre de Reynolds tend vers une constante. De plus, les quatre figures montrent une bonne corrélation entre les  $C_f$  calculés par le modèle et ceux calculés par l'équation 3.14. Conclusion, le modèle est valide pour les états d'écoulement lisse et rugueux.

### 3.1.5 Profil de vitesses de l'air sur film fluide

Comme on l'a indiqué précédemment, le profil de vitesses est entièrement déterminé une fois la constante  $B$  calculée. Les constantes  $B$  associées aux différents cas avec le fluide A-409 ainsi que celles du cas 2B (à 30 s) pour les autres fluides commerciaux sont calculées à partir des épaisseurs de déplacements mesurées en soufflerie.

Les EDCL utilisées dans le programme EDCL\_2 sont les valeurs  $\delta_i^*$  calculées à partir de l'équation 3.16 (voir section 2.2.3).

$$\delta_i^* = \delta_f^* + (d_2 + \delta_2^*) - d_i \quad (3.16)$$

On rappelle que l'indice  $i$  correspond à la position de mesure (3 ou 4). La figure 2.7 illustre l'exemple de la position 4. Cette formule fait intervenir les mesures expérimentales de l'épaisseur de déplacement  $\delta_f^*$  et de l'épaisseur du liquide  $d_i$  à la position correspondante. L'épaisseur de déplacement à la position 2 ( $\delta_2^*$ ), est évaluée à partir de l'équation intégrale développée par Blasius présentée à l'équation 3.12. Le nombre de Reynolds est calculé à  $x = 8$  cm, ce qui correspond à l'effet du convergent au début de la plaque. Le tableau 3.4 présente les estimations des épaisseurs de déplacement à la position 2 ( $\delta_2^*$ ), correspondant au différentes vitesses d'écoulement de l'air ( $x = 8$  cm, à 20 °C).

Tableau 3.4 Estimation de l'EDCL à la position 2

Vitesse (m/s)	Nombre de Reynolds	$\delta_2^*$ (mm)
18,54	$1,21 \times 10^5$	0,36
29,86	$1,95 \times 10^5$	0,32
65,00	$4,23 \times 10^5$	0,28

Les tableaux 3.5 et 3.6 regroupent les épaisseurs de déplacement calculées à partir des mesures expérimentales,  $\delta_f^*$ ,  $d_3$  et  $d_4$  présentées au chapitre 2 et des estimations précédentes.

Tableau 3.5 EDCL avec fluide A-409 à 20 °C

Cas	Vitesse de l'air (m/s)	$\delta^*$ (mm)
1A	18,54	7,22
1B	65,00	1,96
2A	29,86	11,50
2B	65,00	4,61

Tableau 3.6 EDCL pour les fluides commerciaux à 0 °C (cas 2B)

Liquide	Vitesse de l'air (m/s)	$\delta^*$ (mm)
A-207	65,00	8,63
A-341	65,00	8,78
A-390	65,00	9,50
A-425	65,00	8,38
A-459	65,00	8,49
M-005	65,00	6,22

Pour calculer les constantes B, le programme EDCL\_2 est exécuté à partir des épaisseurs de déplacement  $\delta^*$ , présentées aux tableaux 3.5 et 3.6 ainsi que les vitesses d'écoulement correspondantes.

Les constantes B calculées pour les quatre cas d'écoulement avec le fluide A-409 sont présentées dans le tableau 3.7. Les constantes B calculées pour les fluides commerciaux (cas 2B) sont regroupées dans le tableau 3.8.

Tableau 3.7 Constantes B calculées avec le liquide A-409 à 20 °C

Cas	Vitesse de l'air (m/s)	B
1A	18,54	-8,50
1B	65,00	+2,75
2A	29,86	-8,50
2B	65,00	-0,75

Tableau 3.8 Constantes B calculées pour différents fluides commerciaux à 0 °C

Liquide	Vitesse de l'air (m/s)	B
A-207	65,00	-7,50
A-341	65,00	-7,50
A-390	65,00	-8,50
A-425	65,00	-7,25
A-459	65,00	-7,50
M-005	65,00	-4,25

Les résultats détaillés sont regroupés en annexe M pour les quatre cas avec le fluide A-409 et en annexe N pour les différents fluides commerciaux. Les valeurs de la constante B calculées précédemment seront interprétées en terme de rugosité équivalente au chapitre 4.

## 3.2 Modélisation de l'interface air/fluide

### 3.2.1 Description du double écoulement

Grâce à la section précédente (3.1), on a une méthode de calcul de l'EDCL en fonction de la rugosité de paroi. Dans le cadre de cette étude, la paroi (en ce qui concerne l'air) est remplacée par l'interface air/fluide. Selon les observations expérimentales, cet interface est le siège d'une instabilité hydrodynamique (vagues) dès que le fluide se met en mouvement ( $U_\infty = 15$  m/s). La rugosité équivalente rencontrée par la couche limite de l'air est donc déterminée par la forme et la dynamique des vagues à l'interface. Le but du travail dans la section 3.2 est d'étudier analytiquement les conditions de formation de ces vagues.

La situation se présente comme un double écoulement d'air et de fluide, séparé par un interface parcouru de vagues, qui créent une perturbation du champ de vitesse et de pression dans chaque milieu.

On va d'abord décrire dans la section 3.2.1 un modèle simple du champ de vitesse et de pression du double écoulement non perturbé par les vagues.

On dénote  $U_i$  et  $\tau_i$ , la vitesse et le cisaillement à l'interface. Le champ de vitesse non perturbé dans le fluide est noté  $U_f$  et le champ de vitesse non perturbé dans l'air est noté  $U_a$  (il s'agit de la vitesse moyenne en

régime turbulent). Les composantes verticales des vitesses non perturbées sont considérées négligeables; on a donc une distribution hydrostatique des pressions non perturbées dans chaque milieu. Dans le fluide, la variation de vitesse peut être supposée linéaire car  $d$  est petit. Le profil du double écoulement est présenté à la figure 3.10. On dénote que l'axe horizontal a été placé à la hauteur de l'interface.

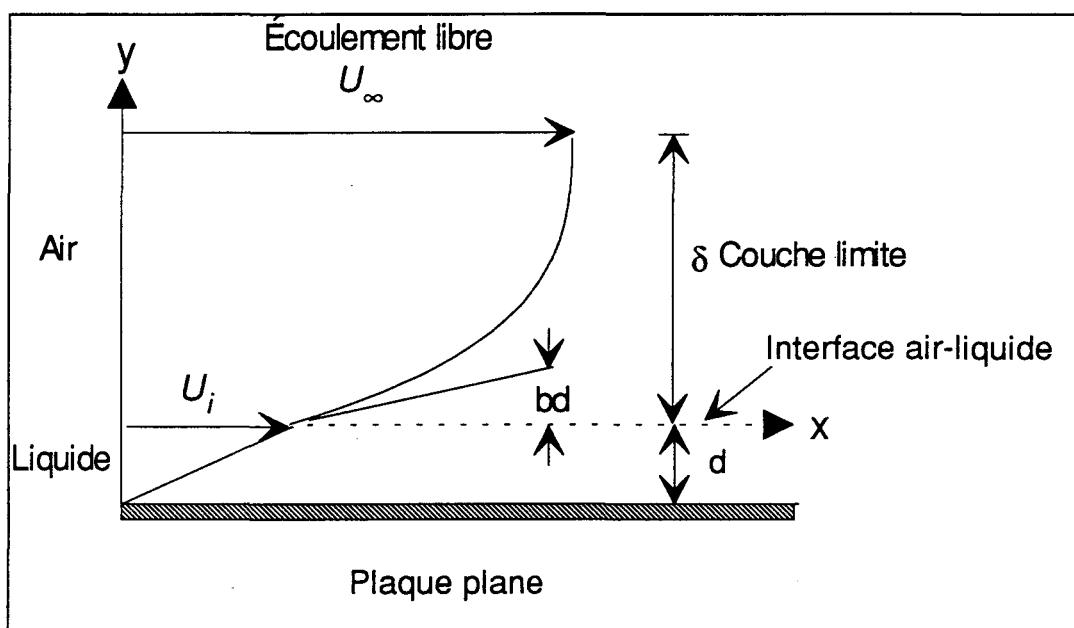


Figure 3.10 Écoulements parallèles

La continuité des vitesses et du cisaillement (mais discontinuité des taux de cisaillement) permet de déterminer les profils de vitesses en fonction de  $U_i$ . La vitesse non perturbée dans le fluide s'écrit:

$$U_f(y) = \frac{U_i}{d} y \quad (3.17)$$

La vitesse non perturbée dans l'air, juste au-dessus de l'interface (sur une hauteur qui sera précisée dans la section suivante), peut également être approximée par un profil linéaire:

$$U_a(y) = U_i + \frac{\mu_f}{\mu_a} \frac{U_i}{d} y \quad (3.18)$$

Ainsi, la vitesse à l'interface est le paramètre essentiel à la description des champs de vitesse non perturbés autour de l'interface. On peut obtenir ces valeurs à partir de la détermination du cisaillement dans l'air au niveau de l'interface ( $\tau_i$ ):

$$U_i = \frac{\tau_i}{\mu_f} d \quad (3.19)$$

En ce qui concerne le calcul d'instabilité, on pourra considérer que la génération des vagues se fait au début de la couche limite  $d$ , en régime laminaire (proche de la transition). Dans ce cas, la valeur du cisaillement pourra être facilement estimée à partir de la solution de Blasius (White, 1986) pour une couche limite laminaire suivante:

$$C_f = 0,664 \text{Re}_X^{1/2}$$

La tension de paroi,  $\tau_p$ , calculée à partir de cette valeur du coefficient de frottement local (tableau 3.1) sera alors prise égale à  $\tau_i$ .

### 3.2.2 Équation des perturbations à l'interface

Dans cette section, on va résoudre les équations du double écoulement autour de l'interface dans le cas où les champs de vitesses et de pressions sont considérés comme égaux aux valeurs non perturbées, décrites à la section précédente, plus une perturbation harmonique. On va tout d'abord dériver l'équation de stabilité (Orr-Sommerfeld) sans spécifier le milieu (air ou fluide) car le développement général est identique.

On dénote avec un tilde (~) les valeurs adimensionnées à l'aide de  $d$  pour les longueurs, de  $U_\infty$  pour les vitesses, de  $d/U_\infty$  pour les temps et de  $\frac{1}{2}\rho U_\infty^2$  pour les pressions.

Dans les deux milieux, les équations gouvernant les variables sont la continuité (équation 3.20), la quantité de mouvement (Navier-Stokes) horizontale (équation 3.21) et verticale (équation 3.22) soit (Yih, 1988):

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} = 0 \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} = - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}} + \frac{1}{Re_d} \left( \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^2} \right) \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} = - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{y}} - Fr^{-2} + \frac{1}{Re_d} \left( \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{y}^2} \right) \quad (3.22)$$

Avec  $Re_d = \frac{U_\infty d}{v_a}$  et  $Fr = \frac{U_\infty}{(gd)^{1/2}}$  (3.23)

On dénote  $\tilde{U}_0$  et  $\tilde{P}_0$  les valeurs non perturbées et  $\tilde{u}'$ ,  $\tilde{v}'$  et  $\tilde{p}'$  les composantes de perturbation (adimensionnées). On a donc:

$$\tilde{u} = \tilde{U}_0 + \tilde{u}'$$

$$\tilde{v} = \tilde{v}'$$

$$\tilde{p} = \tilde{P}_0 + \tilde{p}'$$

L'écoulement non perturbé, dans chaque milieu, est hydrostatique donc:

$$\frac{\partial \tilde{P}_0}{\partial \tilde{x}} = \frac{\partial \tilde{p}'}{\partial \tilde{x}}$$

$$\text{et } \frac{\partial \tilde{P}_0}{\partial \tilde{y}} = -Fr^{-2} + \frac{\partial \tilde{p}'}{\partial \tilde{y}}$$

D'autre part, puisque les perturbations  $\tilde{u}'$  et  $\tilde{v}'$  vérifient l'équation de continuité, on peut définir une fonction de courant  $\tilde{\psi}$  telle que:

$$\begin{aligned} \tilde{u}' &= \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \tilde{y}} & (3.24) \\ \tilde{v}' &= -\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \tilde{x}} \end{aligned}$$

On suppose que la perturbation est une onde sinusoïdale harmonique soit (Yih, 1989):

$$\begin{aligned} \tilde{\psi} &= \phi(\tilde{y})e^{(i\tilde{\alpha}(\tilde{x}-\tilde{c}\tilde{t}))} \\ \tilde{p}' &= h(\tilde{y})e^{(i\tilde{\alpha}(\tilde{x}-\tilde{c}\tilde{t}))} \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\text{Où } \tilde{\alpha} \text{ est réel et } \tilde{c} = \tilde{c}_r + i\tilde{c}_i. \quad (3.26)$$

La longueur d'onde des vagues de fluides générées lors de l'instabilité,  $\lambda$ , est obtenue à partir du nombre d'onde adimensionnel  $\tilde{\alpha}$  défini par l'équation suivante:

$$\lambda = \frac{2\pi d}{\tilde{\alpha}}.$$

La vitesse de phase (divisée par  $U_\infty$ ) est  $c_r$  et le facteur d'amortissement (ou d'amplification) est:

$$\sigma = \tilde{\alpha} \tilde{c}_i \quad (3.27)$$

En appliquant ces définitions aux équations de Navier-Stokes (3.21 et 3.22) on obtient:

$$i\tilde{\alpha} \{ (\tilde{U}_0 - \tilde{c}) \phi' - \tilde{U}_0' \phi \} = -i\tilde{\alpha} h + Re_d^{-1} (\phi''' - \tilde{\alpha}^2 \phi') \quad (3.28)$$

$$\tilde{\alpha}^2 (\tilde{c} - \tilde{U}_0) \phi = h' + (i\tilde{\alpha} Re_d^{-1}) (\phi'' - \tilde{\alpha}^2 \phi) \quad (3.29)$$

En éliminant la fonction  $h$ , on obtient donc l'équation de stabilité du problème (Orr-Sommerfeld),

$$\phi^{IV} - 2\tilde{\alpha}^2 \phi'' + \tilde{\alpha}^4 \phi = i\tilde{\alpha} Re_d (\tilde{U}_0 - \tilde{c}) (\phi'' - \tilde{\alpha}^2 \phi). \quad (3.30)$$

En appliquant cette équation au cas du fluide, on obtient,

$$\phi_f^{IV} - 2\tilde{\alpha}^2 \phi_f'' + \tilde{\alpha}^4 \phi_f = i\tilde{\alpha} Re_d \left( \frac{\mu_f}{\mu_a} \right)^{-1} r (\tilde{U}_f - \tilde{c}) (\phi_f'' - \tilde{\alpha}^2 \phi_f) \quad (3.31)$$

où  $r$  est le rapport des densités  $r = \frac{\rho_f}{\rho_a}$ .

De même pour l'écoulement de l'air on obtient:

$$\phi_a^{IV} - 2\tilde{\alpha}^2\phi_a'' + \tilde{\alpha}^4\phi_a = i\tilde{\alpha}Re_d(\tilde{U}_a - \tilde{c})(\phi_a'' - \tilde{\alpha}^2\phi_a) \quad (3.32)$$

Les conditions frontières au niveau de la plaque (pour  $\phi_f$  en  $y = -d$  soit  $\tilde{y} = -1$ ) correspondent au non glissement soit:

$$\begin{aligned} \phi_f(-1) &= 0 \\ \phi_f'(-1) &= 0 \end{aligned} \quad (3.33)$$

Au niveau de l'interface ( $\tilde{y} = 0$ ) où les conditions frontières correspondent à la continuité de vitesse (Yih, 1967):

$$\phi_a(0) = \phi_f(0) \quad (3.34)$$

$$\phi_a'(0) - \phi_f'(0) = \frac{\phi_a(0)}{\tilde{c}}(a_f - a_a) \quad (3.35)$$

à la continuité du cisaillement:

$$\phi_a''(0) + \tilde{\alpha}^2\phi_a(0) = \frac{\mu_f}{\mu_a} \left\{ \phi_f''(0) + \tilde{\alpha}^2\phi_f(0) \right\} \quad (3.36)$$

et à la continuité de la perturbation normale:

$$-i\tilde{\alpha}Re_d(\tilde{c}\phi_a' + a_a\phi_a(0)) - (\phi_a''' - \tilde{\alpha}^2\phi_a'(0)) + 2\tilde{\alpha}^2\phi_a'(0) + ir\tilde{\alpha}Re_d(\tilde{c}\phi_f' + a_f\phi_f) \quad (3.37)$$

$$+ \frac{\mu_f}{\mu_a}(\phi_f''' - \tilde{\alpha}^2\phi_f') - 2\tilde{\alpha}^2\frac{\mu_f}{\mu_a}\phi_f' = i\tilde{\alpha}Re_d((r-1)Fr^{-2}) + \tilde{\alpha}^2S \frac{\phi_a(0)}{c}$$

$$\text{Avec } S = \frac{T}{\rho_a U_\infty^2 d} \text{ et } \tilde{c}' = (\tilde{c} - a_f)$$

(notons que  $\tilde{c}' \approx \tilde{c}$  car  $a_f \approx 0$  et que  $T$  est la tension de surface)

En ce qui concerne les conditions frontières au sommet de la zone de l'air située juste au-dessus de l'interface, il faut spécifier la hauteur de cette zone et modéliser le champ de vitesse au-dessus de cette zone. Puisque seule la situation à l'interface est directement liée à la perturbation, on simplifie grossièrement la couche limite en considérant la zone linéaire jusqu'au point où  $U_a = U_\infty$ , la vitesse étant constante et égale à  $U_\infty$  au-dessus de cette zone ( $\phi = \phi_\infty$ ). La hauteur de la zone est (adimensionnée par  $d$ ) dénotée par  $b$  et s'obtient par la relation:

$$d \frac{\partial \tilde{U}_a}{\partial \tilde{y}} \bigg|_{\tilde{y}=0} = \frac{1}{b}$$

Les conditions de frontières en  $\tilde{y} = b$  sont donc la continuité de vitesse:

$$\phi_\infty(b) = \phi_a(b) \quad (3.38)$$

$$\phi_\infty(b) - \phi_a(b) = \frac{\phi_\infty(b)}{\{b(\tilde{c} - 1)\}}, \quad (3.39)$$

la continuité du cisaillement:

$$\phi_\infty''(b) - \tilde{\alpha}^2 \phi_\infty(b) = \phi_a''(b) + \tilde{\alpha}^2 \phi_a(b), \quad (3.40)$$

et la continuité de la perturbation normale:

$$\begin{aligned} & \left\{ -i\tilde{\alpha} \operatorname{Re}_d (\tilde{c} - 1) \phi_{\infty}'(b) - \phi_{\infty}'''(b) + \tilde{\alpha}^2 \phi_{\infty}'(b) \right\} + 2\tilde{\alpha}^2 \phi_{\infty}'(b) \\ &= \left\{ -i\tilde{\alpha} \operatorname{Re}_d \left[ (\tilde{c} - 1) \phi_a'(b) - a_a \phi_a'(b) \right] - \phi_a'''(b) + \tilde{\alpha}^2 \phi_a'(b) \right\} + 2\tilde{\alpha}^2 \phi_a'(b) \end{aligned} \quad (3.41)$$

### 3.2.3 Calcul de stabilité de l'interface

Le système d'équation gouvernant la stabilité de l'écoulement consiste en les équations différentielles 3.30 et 3.31 et les conditions frontières 3.33 à 3.41.

La résolution de ce système d'équation permet d'obtenir l'équation suivante (Yih, 1989):

$$\frac{b^2 \mu_f c'}{\mu_a R} = \left[ \frac{Q}{L} - b^2 \left( (r-1) Fr^{-2} + \tilde{\alpha}^2 S \right) \right] \cdot \left[ \frac{\sinh(\tilde{\alpha}) \cosh(\tilde{\alpha}) - \tilde{\alpha}}{2\tilde{\alpha}^2 (\cosh^2(\tilde{\alpha}) + \tilde{\alpha}^2)} \right] \quad (3.44)$$

Avec

$$\begin{aligned} L &= L_r + iL_i \\ L &= b^{-1} - \tilde{\alpha}(1 + \lambda) + \left[ -\gamma \beta^{-1} \varepsilon^{-1} (1 - \lambda) \right] \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$Q = Q_r + iQ_i \quad (3.44)$$

et  $Q = (1 - \lambda) \left( i + 3\gamma \beta^{-1} \tilde{\alpha}^2 \varepsilon^2 \right) - \frac{2\tilde{\alpha}}{\operatorname{Re}_d} \{ 1 - \tilde{\alpha} b (1 + \lambda) \}$

En prenant,

$$\lambda = \frac{1}{2\tilde{\alpha}b} \left( 1 - \exp^{-2\tilde{\alpha}b} \right), \quad \varepsilon = \left( \frac{b}{\tilde{\alpha} \operatorname{Re}_d} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{et} \quad \gamma \beta^{-1} = -(1,1155 + 0,6440i) \quad (3.45)$$

La partie réelle de cette équation correspond à la vitesse de phase et la partie imaginaire au taux de croissance de la perturbation.

En prenant  $\tilde{c}'_r = \tilde{c}_r - a_f$  et  $\sigma = \tilde{\alpha}c_i$  on obtient les deux équations soit celle de la vitesse de phase, équation 3.46, et celle du taux de croissance, équation 3.47, en fonction du nombre de vagues.

$$\frac{b^2 \mu_f}{\mu_a R} \tilde{c}'_r = \operatorname{Re} \left( \frac{Q}{L} \right) \frac{\sinh(\tilde{\alpha}) \cosh(\tilde{\alpha}) - \tilde{\alpha}}{2\tilde{\alpha}^2 (\cosh^2(\tilde{\alpha}) + \tilde{\alpha}^2)} \quad (3.46)$$

$$\frac{b^2 \mu_f}{\mu_a R} \sigma = \left[ \operatorname{Im} \left( \frac{Q}{L} \right) - b^2 \left( (r-1) Fr^{-2} + \tilde{\alpha}^2 S \right) \right] \cdot \left[ \frac{\sinh(\tilde{\alpha}) \cosh(\tilde{\alpha}) - \tilde{\alpha}}{2\tilde{\alpha}(\cosh^2(\tilde{\alpha}) + \tilde{\alpha}^2)} \right] \quad (3.47)$$

On remarquera que, dans toute analyse de stabilité, l'information de base obtenue concerne l'amplification des ondes. C'est à dire que l'étude du facteur d'amplification ( $\sigma$ ) va permettre d'identifier les longueurs d'onde ( $\lambda$ ) privilégiées dans l'instabilité. L'amplitude des perturbations (la hauteur des vagues) n'est pas fournie par cette analyse.

Les longueurs d'onde calculées par le modèle pour les différents cas avec le liquide A-409 ainsi que les vitesses de phase sont présentées dans le tableau 3.9. Le tableau 3.10 regroupe les longueurs d'onde et les vitesses de phase calculées pour différents fluides commerciaux. Dans ce tableau, les calculs sont exécutés afin de représenter la situation critique au décollage de l'avion soit  $U_\infty = 65$  m/s,  $x = 1,5$  m à  $0^\circ\text{C}$ . L'annexe O

présente les feuilles de calculs qui permettent de calculer ces valeurs pour les différents fluides.

Tableau 3.9 Longueur d'onde des vagues calculée pour les cas avec le liquide A-409

Position (x)	Vitesse (m/s)	$\lambda$ calculée (mm)	Vitesse de phase (mm/s)
0,76 m	18,54	20,82	2,18
0,76 m	65,00	3,25	50,09
1,50 m	29,86	12,16	29,28
1,50 m	65,00	3,21	53,42

Tableau 3.10 Longueur d'onde des vagues calculée pour différents liquides commerciaux ( $U_{\infty} = 65$  m/s,  $x = 1,5$  m à 0 °C)

Liquide	$\lambda$ calculée (mm)	Vitesse de phase (mm/s)
A-207	2,57	1,74
A-341	2,73	1,85
A-390	2,43	0,57
A-425	2,53	1,05
A-459	2,49	0,98
M-005	2,37	8,8

Les longueurs d'onde et les vitesses de phase obtenues dans cette section seront utilisées dans le chapitre 4 afin de décrire le comportement du fluide durant l'accélération.

# CHAPITRE 4

## Interprétation des résultats

Ce chapitre regroupe les mesures du chapitre 2 avec les résultats obtenus par les modélisations du chapitre 3 afin d'interpréter la dynamique du fluide durant l'accélération (élimination), de calculer les vitesses du mandrin sur le viscosimètre nécessaires pour créer les mêmes sollicitations sur le fluide en soufflerie et de déterminer la rugosité dynamique équivalente occasionnée par la présence des vagues à l'interface air/fluide.

### 4.1 Description de la dynamique du fluide

Grâce au développement analytique et numérique, il est possible de donner une interprétation physique du comportement typique d'un fluide pseudo-plastique au cours de l'essai aérodynamique. Dans ce qui suit, on va donc décrire l'histoire du comportement du fluide appliqué sur la plaque et interpréter son élimination durant l'accélération. On se rappellera que l'accélération en soufflerie de l'air au-dessus du film fluide sur la plaque plane permet de représenter convenablement la sollicitation réelle exercée sur le fluide appliqué sur l'aile d'un avion de ligne. L'étude de stabilité (voir chapitre 3.2) nous permet de définir les conditions nécessaires à la

formation des vagues. Par exemple, la génération des vagues au-dessus du liquide pseudo-plastique A-409 à 20 °C commence à une vitesse d'écoulement de l'air égale à 16,28 m/s. De façon générale, cette vitesse critique est de l'ordre de 15 m/s. On peut décomposer le comportement du fluide en quatre périodes successives qui sont décrites dans ce qui suit.

Au cours de la première période, la vitesse varie de 0 m/s à la vitesse critique qui est entre 10 et 15 m/s. Durant cette période, le fluide est quasi-immobile et très visqueux. Par exemple, la viscosité du liquide A-409 à 20 °C est de l'ordre de 2,5 Pa·s pour des vitesses de l'air inférieures à 10 m/s.

La seconde période représente le début du déplacement du fluide avant la formation des vagues. C'est la période de l'accélération avant la formation des vagues ( $U_\infty \leq 15 \text{ m/s}$ ) qui ne dure donc qu'environ 7 secondes. On se souviendra que l'accélération au sol est d'environ  $2,6 \text{ m/s}^2$  ainsi, la vitesse de l'avion passe de 0 à 65 m/s en moins de 30 secondes. Comme il est signalé au chapitre 3.2, les vagues sont générées à la transition du régime de l'écoulement laminaire à turbulent, sur la plaque et ce, à une vitesse critique qui est de l'ordre de 15 m/s. Puisque le frottement sur l'aile est très faible avant la formation des vagues, soit 0,5 Pa à 15 m/s, le liquide est encore visqueux et l'épaisseur du fluide est proche de l'épaisseur initiale soit 2 mm dans le cas des fluides antigivre. Les épaisseurs (e) mesurées à 12,1 secondes avec le fluide A-409 (voir figure 2.21) montrent que l'épaisseur moyenne (d) du fluide est égale à 1,84 mm, et à ce moment la

vitesse de l'air est supérieure à la vitesse critique. Ces mesures permettent de vérifier qu'avant la formation des vagues, le mouvement du fluide est lent. On peut ainsi calculer la vitesse à l'interface  $U_i$  telle qu'indiquée à la section 3.2.1. La plus grande vitesse à l'interface du liquide avant la formation des vagues ( $U_\infty = 16,28$  m/s et  $x = 1,5$  m) est alors de l'ordre 1 mm/s. L'élimination du fluide est donc négligeable pour des vitesses inférieures ou égales à la vitesse critique.

La formation des vagues correspond à la troisième période qui est caractérisée par le mouvement de masse significatif du fluide. C'est durant cette période que survient l'élimination principale du fluide. C'est de plus au début de cette période que l'EDCL mesurée en soufflerie est la plus élevée, ce qui signifie une perturbation maximum de l'écoulement par le fluide.

Tout d'abord, l'étude de stabilité montre que les vagues sont générées à la transition du régime d'écoulement laminaire à turbulent. La transition correspond à un nombre de Reynolds de l'ordre de  $Re_x \approx 5 \times 10^5$ , ce qui correspond à environ 30 cm à partir du bord de la plaque pour une vitesse de 15 m/s. Dès que les vagues apparaissent, le frottement augmente et la viscosité des fluides pseudo-plastiques diminue. Deux phénomènes parallèles prédominent durant cette période. En effet, la présence des vagues au moment de l'instabilité maximum de l'interface permet au fluide de se liquéfier. De cette façon, la croissance des vagues est accentuée, ce qui permet l'élimination rapide du fluide. Durant cette période, les vagues deviennent très volumineuses et génèrent des poches

de fluide qui obstruent l'écoulement et permettent d'une part l'élimination rapide du fluide et d'autre part une augmentation significative de l'EDCL. L'EDCL maximum obtenue avec le fluide A-409, se situe à 0,76 mètre à une vitesse de 21 m/s (à 13,5 secondes après le début de l'accélération). Ces poches de fluide sont les résultats de la combinaison entre la viscosité du fluide, la vitesse de l'écoulement, et permettent ainsi, un maximum de croissance des vagues. Notons que ces amas sont générés au début de l'instabilité, puisque la perturbation est présente à partir de 12 secondes. Ces poches de fluide sont responsables d'une part de l'EDCL maximum et d'autre part de l'élimination du fluide. Par la suite, l'épaisseur du fluide diminue, les distances entre les vagues diminuent et l'EDCL tend vers des valeurs constantes.

Comme on vient de l'expliquer, le passage des poches de fluide correspond à une valeur élevée de l'EDCL soit une perturbation importante de la couche limite et par le fait même d'une diminution de la portance. Il est donc important d'examiner la durée de ce phénomène, c'est à dire le temps nécessaire pour que les poches soient entièrement balayées de la plaque. Examinons donc la cinétique des vagues durant cette période.

Puisque l'accélération de l'air continue, la viscosité et l'épaisseur du fluide diminuent, les vagues sont générées avec des distances variables entre elles. Par exemple, avec le liquide A-409, la distance entre les crêtes des vagues générées à 16,3 m/s (à 10,8 secondes et  $x = 0,38$  m) sur la plaque est de l'ordre de 30 mm et les vagues générées à 18,5 m/s (à 12,1

secondes et  $x = 0,33$  m) sont distancées de 20,82 mm (voir chapitre 3, tableau 3.9). Ainsi, il est important de signaler que les mesures des épaisseurs de fluide, qui ont permis de déterminer la longueur d'onde des vagues à 12,1 secondes (18,5 m/s), sont faites à environ 38 cm après la transition. Ainsi, les vagues mesurées à  $x = 0,76$  m sont produites à  $x = 0,38$  mètre avec une vitesse  $U_\infty = 16,3$  m/s, soit à 10,8 secondes à partir du début de l'accélération. Ces valeurs nous permettent d'évaluer la vitesse moyenne de ces poches, soit 300 mm/s. On remarquera plus loin que cette valeur est de beaucoup supérieure à la vitesse à l'interface et aussi à la vitesse de phase des vagues générées (voir tableau 3.9). Cette constatation permet d'établir que les vagues sont accélérées par une force de poussée qui provient de l'écoulement d'air. En effet, tel un obstacle dans l'écoulement, les vagues sont propulsées par une combinaison de force (frottement et poussée). En examinant les figures 2.9 et 2.11, on constate que la perturbation de l'EDCL par les poches de fluide dure environ 5 secondes. De plus, l'analyse des mesures de l'EDCL pour un fluide typique à différentes températures montre que la durée du blocage maximum est inversement proportionnelle à la température.

Évaluons le débit de fluide durant cette période. Le calcul des constantes B reliées aux rugosités provoquées par la présence du fluide (voir section 3.1.5) permet d'obtenir le coefficient de frottement local associé à chaque état rugueux et permet ainsi de calculer le cisaillement exercé sur le fluide correspondant. Par exemple, le cisaillement exercé sur le fluide A-409 par une vitesse d'écoulement d'air de 18,5 m/s est 3,11 Pa et à

ce moment la viscosité de ce fluide pseudo-plastique est réduite à 0,32 Pa. À partir de ces résultats et de l'épaisseur du fluide, on calcule la vitesse du fluide à l'interface en utilisant l'équation 3.19 présentée au chapitre 3. La vitesse à l'interface obtenue pour une vitesse d'écoulement de l'air de 18,5 m/s est 18,14 mm/s. Puisque les épaisseurs de liquide au cours de l'accélération sont très petites, il est réaliste de considérer la distribution de vitesse linéaire dans le fluide (voir chapitre 3.2.1). L'équation 4.1 permet d'obtenir le nombre de litres de liquide éliminé par seconde pour chaque état de vitesse dans la conduite d'essai.

$$\text{Débit} = \frac{U_i \times d \times l}{2} \quad (4.1)$$

où  $l$  = largeur de la plaque (30,3 cm)

À titre d'exemple, le débit de liquide A-409 à la vitesse de 18,5 m/s est 5,06 ml/s, ce qui correspond à l'élimination de 0,5 % du liquide en 1 seconde. Remarquons que pour le liquide A-409, le débit maximum de 5 ml/sec est atteint à une faible vitesse de l'écoulement d'air, soit au début de l'instabilité. Il faudrait donc, environ 200 secondes pour permettre l'élimination totale du fluide. Il est clair que le débit du fluide occasionné par le frottement à la surface n'est pas suffisant pour justifier l'élimination réelle durant l'accélération, puisqu'en réalité, 30 secondes suffisent pour éliminer le fluide.

La quatrième période correspond au moment où le fluide est presque entièrement éliminé et que son mouvement est très faible. C'est durant cette période quasi-permanente que l'avion quitte le sol à une vitesse de 65 m/s

soit à 30 secondes depuis le début de l'accélération. Ce moment correspond en quelque sorte au régime permanent, puisque l'accélération est nulle et qu'il ne reste qu'un petit résidu de fluide sur l'aile. Effectivement, après le passage des vagues volumineuses au moment de la liquéfaction du fluide, il ne reste qu'un film très mince de liquide, ce qui explique que les débits obtenus durant cette période sont plus faibles que ceux de la période précédente (voir tableau 4.1). On constate également dans le tableau 4.2 que les débits sont plus petits pour les fluides commerciaux. Cette différence est attribuable à la température des essais. En effet, les essais avec le fluide A-409 sont exécutés à 20 °C et ceux avec les autres fluides à 0 °C, on remarque donc que la viscosité est très sensible à la température et ce, malgré son comportement pseudo-plastique. À ce moment, la présence du fluide occasionne cependant une perturbation de l'EDCL. Cette perturbation dépend donc de l'épaisseur du film résiduel qui dépend du taux d'élimination du fluide durant toute l'accélération. De plus, à ce moment, des petites vagues distancées d'environ 3 mm (voir section 2.2.3, tableau 2.12) présentent un effet de rugosité non négligeable, comme on le verra plus loin.

Le tableau 4.1 suivant regroupe les valeurs du cisaillement, les viscosités et les vitesses à l'interface pour les cas à 65 m/s avec le fluide A-409 et le tableau 4.2 présente les mêmes valeurs pour les autres fluides commerciaux.

Tableau 4.1 Vitesse à l'interface air/fluide avec le liquide A-409 à 20 °C

Position (x)	Vitesse (m/s)	$\tau$ (Pa)	$\mu$ (Pa-s)	$U_i$ (mm/s)
0,76 m	65,00	10,65	0,13	45,81
1,50 m	65,00	12,06	0,11	56,98

Tableau 4.2 Vitesse à l'interface air/fluide avec différents fluides commerciaux à 0 °C

Liquide	Vitesse (m/s)	$\tau$ (Pa)	$\mu$ (Pa-s)	$U_i$ (mm/s)
A-207	65,00	20,31	0,61	7,68
A-341	65,00	20,31	0,70	8,46
A-390	65,00	22,21	0,53	7,95
A-425	65,00	19,87	0,42	8,10
A-459	65,00	20,31	0,59	6,83
M-005	65,00	15,47	0,14	16,14

Le tableau 4.3 regroupe les débits du fluide pour les cas à 65 m/s avec le fluide A-409 et le tableau 4.4 présente les mêmes valeurs pour les autres fluides commerciaux.

Tableau 4.3 Débit du liquide A-409 à 20 °C

Position (x)	Vitesse (m/s)	Débit (ml/s)
0,76 m (1B)	65,00	3,75
1,50 m (2B)	65,00	4,66

Tableau 4.4 Débit des fluides commerciaux au point critique à 0 °C

Liquide	Vitesse (m/s)	Débit (ml/s)
A-207	65,00	0,27
A-341	65,00	0,37
A-390	65,00	0,23
A-425	65,00	0,22
A-459	65,00	0,31
M-005	65,00	0,37

## 4.2 Viscosité du fluide

Dans cette partie, l'utilisation des résultats en soufflerie et l'étude rhéologique des fluides permettent, de façon pratique, de calculer la vitesse du mandrin sur le viscosimètre nécessaire pour obtenir les mêmes conditions qui sont exercées sur le fluide sur la plaque.

En effet, l'introduction des cisaillements calculés à partir des coefficients de frottement obtenus par le programme EDCL\_2 pour chaque fluide dans l'équation 2.6 permet d'obtenir la viscosité du fluide en tout temps durant l'accélération. L'application pratique des résultats obtenus par l'étude rhéologique permet de relier le cisaillement sur le fluide en soufflerie durant l'accélération et la vitesse de rotation du mandrin sur le viscosimètre. De cette manière, il est possible de définir la vitesse du mandrin sur le viscosimètre nécessaire pour simuler les mêmes sollicitations rhéologiques sur le fluide.

Le tableau 4.5 présente les vitesses de rotation du mandrin sur le viscosimètre pour obtenir le même cisaillement que les écoulements d'air génèrent à l'interface air/fluide pour le fluide A-409 et les mêmes valeurs calculées pour les autres fluides commerciaux sont regroupées dans le tableau 4.6 .

Tableau 4.5 Vitesse de rotation du mandrin sur le viscosimètre avec le liquide A-409 à 20 °C

Position (x)	Vitesse (m/s)	$\tau$ (Pa)	$\mu$ (Pa-s)	RPM
0,76 m	18,54	3,11	0,32	28,06
0,76 m	65,00	10,65	0,13	175,71
1,50 m	29,86	5,74	0,20	70,16
1,50 m	65,00	12,06	0,11	221,46

Tableau 4.6 Vitesse de rotation du mandrin sur le viscosimètre et vitesse de l'écoulement d'air en soufflerie avec différents fluides commerciaux à 0 °C

Liquide	Vitesse (m/s)	$\tau$ (Pa)	$\mu$ (Pa-s)	RPM
A-207	65,00	20,31	0,61	84,14
A-341	65,00	20,31	0,70	73,51
A-390	65,00	22,21	0,53	105,00
A-425	65,00	19,87	0,42	120,05
A-459	65,00	20,31	0,59	86,03
M-005	65,00	15,47	0,14	502,41

Pour simuler la même sollicitation rhéologique du fluide A-409 à 20 °C au point critique (65 m/s) en soufflerie, la vitesse de rotation du mandrin sur le viscosimètre doit être environ 200 RPM. Cette vitesse est plus de trois (3) fois supérieures à celle des mesures rhéologiques effectuées par le viscosimètre BROOKFIELD (Max = 60 RPM). Les vitesses de rotation pour les différents fluides commerciaux à 0 °C au point critique sont de l'ordre 100 RPM. Par comparaison, on peut remarquer que la différence de température a un impact remarqué sur la sollicitation rhéologique du fluide en soufflerie. Précisons que le fluide M-005 n'est pas un fluide comparable aux autres puisqu'il est newtonien et que sa viscosité est très faible.

### 4.3 Rugosité du fluide

L'étude des rugosités est divisée en deux parties. La première qui consiste à comparer les hauteurs mesurées des vagues au-dessus du fluide et les rugosités équivalentes calculées à partir de l'EDCL et la seconde qui permet de définir l'importance de la distance et de l'étendue des vagues, soit la densité des rugosités équivalentes.

#### 4.3.1 Rugosité dynamique du fluide

Des études montrent que les hauteurs de rugosités peuvent être corrélées avec la constante B du profil de vitesses. L'équation 3.4 prend la

forme de l'équation 4.2. pour permettre le calcul de la rugosité équivalente  $k_d$ .

$$k_d = y_* \times e^{\left(\frac{B-8,48}{-2,44}\right)} \quad (4.2)$$

La hauteur de frottement ainsi que la constante B du profil de vitesses sont nécessaires pour le calcul de  $k_d$ . Ces valeurs proviennent du programme de simulation EDCL\_2 qui calcule entre autre la constante B et la valeur de  $D^*$  à partir de l'épaisseur de déplacement mesurée en soufflerie. Les définitions de ces paramètres sont intégrées dans l'équation 4.2 et permettent ainsi le calcul de la rugosité dynamique présentée par l'équation 4.3,

$$k_d = \frac{\delta^*}{D^*} \times \exp\left(\frac{B-8,48}{-2,44}\right) \quad (4.3)$$

Le tableau 4.7 regroupe les rugosités dynamiques et géométriques pour les cas avec le fluide A-409. On souligne que les valeurs de rugosités géométriques ( $k_g$ ) correspondent avec les valeurs d' mesurées au chapitre 2.

Tableau 4.7 Rugosités dynamiques avec liquide A-409 à 20 °C

Cas	$D^*$	B	$\delta^*$ (mm)	$k_d$ (mm)	$k_g$ (mm)
1A	901,17	-8,50	7,22	8,41	1,16
1B	455,56	+2,75	1,96	0,05	0,30
2A	1950,00	-8,50	11,50	6,21	-----
2B	1140,00	-0,75	4,61	0,18	0,30

On remarque que les rugosités dynamiques calculées à 65 m/s (cas 1B et 2B) calculées avec le fluide A-409 sont très petites. Ainsi, il est difficile d'interpréter une comparaison réaliste entre les rugosités mesurées (de l'ordre de l'erreur) et celles calculées par le modèle. Cependant, il est important de noter que l'effet des rugosités est plus faible à 65 m/s que lorsque l'EDCL est à son maximum (près du cas 1A). Nous sommes donc en présence d'un régime rugueux semblable à celui sur une plaque plane ayant des hauteurs de rugosités du même ordre que la hauteur moyenne des vagues.

Cependant pour le cas 1A, avec le même fluide (A-409), les rugosités dynamiques sont beaucoup plus élevées que les rugosités géométriques. Le mouvement des vagues qui survient lorsque le fluide se liquéfie est responsable de cette différence. En effet, on remarque qu'à ce moment les vagues ne sont pas de même hauteur et de même longueur d'onde, déjà les amas de fluide responsables de l'élimination rapide du liquide sont créés avant le point de lecture et perturbent l'écoulement d'air. Ainsi, nous ne sommes plus en présence d'un simple écoulement rugueux mais bien d'un phénomène de déplacement massique du fluide. Le tableau 4.8 présente les rugosités dynamiques calculées à  $x = 1,5$  m à 65 m/s pour les fluides commerciaux à 0 °C.

Tableau 4.8 Rugosités dynamiques avec différents fluides commerciaux à 0 °C

Liquide	D*	B	δ* (mm)	k <sub>d</sub> (mm)
A-207	2750,00	-7,50	8,63	2,19
A-341	2750,00	-7,50	8,78	2,23
A-390	3210,00	-8,50	9,50	3,12
A-425	2650,00	-7,25	8,38	1,99
A-459	2750,00	-7,50	8,49	2,16
M-005	1730,00	-4,25	6,22	0,66

Les  $k_d$  calculées avec les fluides commerciaux à la même vitesse (65 m/s) et à la même position sont supérieures à celles calculées en présence du fluide A-409 (cas 2B). Cette différence est attribuable à la différence de température entre les essais. Les épaisseurs des fluides commerciaux mesurées ne permettent pas de quantifier les hauteurs géométriques des vagues. Cependant, une simple analyse du comportement du fluide à l'aide du liquide A-409, permet d'établir que le même phénomène rugueux simple créé par les résidus de fluide se retrouve à 65 m/s avec tous les fluides lorsque l'avion quitte le sol. Évidemment, à basse température, la viscosité demeure assez élevée et le fluide se liquéfie plus lentement, alors les vagues sur le résidu de fluide sont plus élevées qu'à 20 °C.

### 4.3.2 Correction en tenant compte de la densité des rugosités dynamiques

Regardons maintenant l'influence de la densité des rugosités sur l'épaisseur de déplacement. Les études de Betterman (1965) ont permis de déterminer les effets de la densité des rugosités sur le profil de vitesses. En 1965, les études effectuées par Betterman ont permis de définir le profil de vitesses relié aux distances entre des éléments de rugosités en deux dimensions (tige). Le profil présenté par Betterman prend la forme de l'équation 4.4.

$$\frac{\bar{U}}{u_*} = \frac{1}{.41} \ln\left(\frac{y}{y_*}\right) + 5,5 - \Delta\left(\frac{\bar{U}}{u_*}\right) \quad (4.4)$$

Donc, l'effet de densité des rugosités correspond à une fonction ( $\Delta$ ) soustraite au profil de vitesses universel. Dans notre cas, la constante B, du profil de vitesses turbulent et rugueux, correspond à la valeur  $5,5 - \Delta(\bar{U}/u_*)$ .

L'équation 4.5 ci-après permet de relier les paramètres de rugosité avec la variation du profil de vitesses. Cette fonction est valide pour des valeurs de  $1 \leq \Lambda \leq 5$ . Pour de plus grandes valeurs de  $\Lambda$ , la fonction devient celle représentée par l'équation 4.6.

$$\Delta\left(\frac{\bar{U}}{u_*}\right) = 2,43 \ln\left(\frac{k_d}{y_*}\right) + 17,35 \times (0,706 \ln \Lambda - 1) \quad (4.5)$$

$$\Delta\left(\frac{\bar{U}}{u_*}\right) = 2,43 \ln\left(\frac{k_d}{y_*}\right) - 5,85 \times (0,479 \ln \Lambda - 1) \quad (4.6)$$

Où  $\Lambda$  représente le ratio entre la surface totale et la surface recouverte par les rugosités. La figure 4.1 présente sous forme de schéma, la relation entre la constante sur le profil de vitesses et la densité des rugosités. Le calcul des densités des rugosités est effectué à partir des équations 4.4 et 4.5.

L'étude des images pour le cas 1A et 1B avec le fluide A-409, permet de déterminer le rapport géométrique entre l'aire totale et l'aire couverte par les rugosités. La forme triangulaire déformée des vagues rend difficile la comparaison avec les tiges de Betterman, cependant une bonne représentation de la densité des vagues est obtenue en prenant la largeur de la vague à 50% de sa hauteur. Pour le cas 1A, le rapport  $\Lambda = 4,63$  et le rapport  $\Lambda$  pour le cas 1B est environ 2,26. En introduisant les rapports ( $\Lambda$ ), les constantes B ainsi que les hauteurs de frottement dans l'équation 4.5, on obtient les hauteurs de rugosités équivalentes corrigées en tenant compte de la densité. Le tableau 4.9 suivant présente les hauteurs de rugosités corrigées par la densité.

Tableau 4.9    Rugosités dynamiques corrigées avec le fluide A-409 à 20 °C

Cas	$k_g$ (mm)	$k_d$ (corrigés) (mm)
1A	1,16	1,39
1B	0,30	0,28

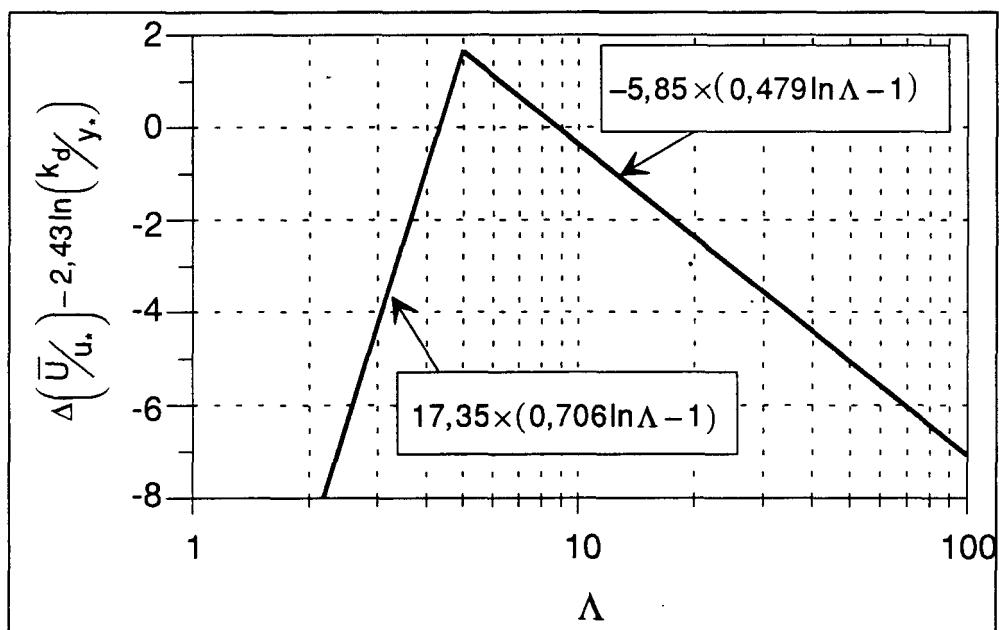


Figure 4.1 Effets de la densité des rugosités

Bien que les rugosités obtenues par les vagues sont de formes triangulaires et elles sont difficilement comparables à des tiges de dimensions fixes présentées par Betterman (1965), les résultats obtenus permettent de montrer que la distance entre les vagues modifie le profil de vitesses et ainsi tend à augmenter l'EDCL. Cette modification tend à corriger les résultats obtenus par les rugosités simples sans interprétation de la densité. Remarquons que la hauteur de rugosité dynamique pour le cas 1A est supérieure de 20% à celle mesurée, ce qui caractérise le mouvement du fluide. De plus, pour le cas 1B, la correction de la rugosité permet de se rapprocher de la hauteur mesurée. Cette constatation est attribuable au fait qu'à ce moment, le mouvement des vagues est très faible, ainsi il est normal d'obtenir la valeur de la rugosité dynamique égale à celle mesurée, qui est pratiquement statique.

## CHAPITRE 5

### Conclusions

Afin de prévenir la formation de glace ou de givre sur les avions au sol dans les aéroports nordiques, les ailes d'avions sont enduites de liquide antigivre. La présence de ces liquides sur les ailes affecte toutefois de façon négative la performance de l'avion au décollage. Ces effets sont caractérisés par une perturbation de la distribution de pression autour de l'aile, ce qui amène une diminution de la portance, soit la force verticale appliquée par l'air sur l'aile de l'avion. Des études démontrent que cette force est directement reliée à l'épaisseur de la couche limite qui se développe dans l'air au dessus de la paroi de l'aile. Cette étude est donc basée sur les mesures de l'épaisseur de la couche limite prises en soufflerie sur une plaque plane recouverte d'un fluide antigivre soumise à une accélération de l'air comparable à celle sur une aile d'avion de ligne de longueur équivalente.

Jusqu'à présent, aucune étude n'avait fourni une estimation quantitative du phénomène relié à la présence des fluides dégivrants et antigivre au moment du décollage. Cependant, grâce à cette étude il est possible de décrire le comportement du fluide au cours de l'accélération au sol d'un avion de ligne.

En effet, les résultats de cette étude permettent d'établir plusieurs relations au sujet de l'interface air/liquide. La combinaison du volet expérimental et analytique permet de prédire non seulement la vitesse de l'écoulement d'air nécessaire à la formation des vagues mais aussi la distance entre celles-ci (la longueur d'onde). Par cette prédiction, il est maintenant possible de définir, à partir d'une simple étude rhéologique du fluide antigivre, la vitesse de l'avion pour laquelle les vagues sont les plus néfastes au décollage. Le traitement des images a de plus permis de visualiser et de vérifier, image par image, la création et la dynamique de ces vagues. À partir de cette étude, le comportement du fluide durant l'accélération peut être représenté par quatre périodes successives. Ces périodes sont décrites brièvement dans ce qui suit.

- La première période dure environ 10 secondes et correspond au début de l'accélération ( $0 \leq U_x \leq 15$  m/s), soit avant la formation des vagues. Le fluide durant cette période subit un frottement laminaire, puis turbulent similaire à une plaque plane lisse. Pour cette période, le fluide est très visqueux et son épaisseur correspond pratiquement à celle initiale. Bref, pour une vitesse de l'avion inférieure à celle requise pour la formation des vagues, le liquide demeure immobile sur l'aile. De façon pratique, l'avion peut atteindre une vitesse de l'ordre de 50 km/hrs, à 20 °C, avant que le fluide subisse un frottement qui le forcera à se liquéfier. En effet, même si l'avion se déplace au sol avant son accélération pour le décollage (par

exemple pour se rendre en bout de piste), le liquide antigivre demeure sur l'aile afin d'empêcher la formation de glace de façon sécuritaire.

- L'apparition des vagues à l'interface air/fluide, qui correspond au début de l'instabilité, caractérise la seconde période. La vitesse de cette courte période est généralement de l'ordre de 15 m/s.

- On remarque que la viscosité du fluide est très présente durant la troisième période. En effet, les vagues générées durant la courte période précédente augmente de façon significative le frottement à l'interface air/fluide. L'augmentation du frottement fait ressortir le comportement pseudo-plastique des fluides antigivre et le liquide devient très fluide. Au même moment, des amas de fluide distancés les uns des autres sont créés. Ces amas sont les principaux responsables de l'élimination du fluide car leurs formes obstruent l'écoulement d'air et ils sont entraînés à une vitesse de l'ordre de 300 mm/s. Ces amas sont générés sur une période de quelques secondes correspondant à la formation des vagues. La présence de ces amas correspond donc à la durée de l'instabilité qui les génère et à leur temps de passage sur la plaque qui se produit à des vitesses d'écoulement entre  $10 \leq U_\infty \leq 50$  m/s.

- Après le passage des amas de fluide, seul un mince résidu de fluide demeure collé sur la plaque. Ce résidu est le facteur dominant du développement de la couche limite au moment critique. En effet, l'épaisseur du fluide, au moment où les roues de l'avion quittent le sol, à 30 s,

correspond aux mesures prises à 65 m/s sur la plaque. Le fluide à ce moment ne s'élimine pas rapidement et les vagues générées sont très rapprochées et ne se déplacent presque pas, de cette façon, l'historique du fluide durant l'accélération est dominant pour la prédiction de cette quatrième période qui peut durer environ 10 secondes pour une vitesse d'écoulement de l'air inférieure à 50 m/s.

De plus, cette étude permet d'obtenir des hauteurs de rugosité dynamique à partir des valeurs de l'EDCL mesurées en soufflerie. En effet, nous pouvons maintenant, à partir d'un raisonnement similaire à un écoulement sur une plaque plane rugueuse, caractériser l'effet de la géométrie de l'interface du air/fluide et le cisaillement sur l'EDCL. L'analyse du comportement de l'interface air/fluide pour différentes vitesses d'écoulement avec le fluide A-409 nous permet de remarquer que, pour le régime permanent, la rugosité dynamique ( $k_d$ ) est du même ordre que la rugosité géométrique ( $k_g$ ). De plus, l'observation des vagues lors d'un essai en soufflerie nous permet de visualiser que l'enveloppe de la vague ne se déplace pratiquement plus puisque l'épaisseur du liquide est très petite. Ainsi, pour des écoulements en régime permanent à 30 s, lorsque le fluide est presque éliminé, la présence de ce dernier est similaire à la présence des rugosités ayant une hauteur équivalente à celle de la hauteur moyenne des vagues. Cependant, lors du régime transitoire, le comportement des fluides pseudo-plastiques est très complexe et on remarque que le mouvement du fluide est caractérisé par des rugosités dynamiques supérieures aux rugosités géométriques.

Le modèle présenté dans cette étude permet aussi de calculer le coefficient de frottement local associé à la mesure de l'épaisseur de déplacement obtenue sur la plaque plane recouverte du film fluide antigivre. Le GRIEA possède maintenant un outil numérique capable d'établir le cisaillement à la surface du fluide. La contrainte de cisaillement est une caractéristique très importante dans l'analyse du comportement des fluides non newtonniens. Dans le cas d'un écoulement d'air au-dessus d'un fluide non newtonnien, la viscosité est modulée par le cisaillement à la surface. La viscosité des fluides antigivre est une des plus importantes caractéristiques, puisque cette propriété permet d'établir le niveau de sollicitation du fluide durant l'accélération au sol de l'avion de ligne. Le cisaillement calculé permet d'établir que, durant l'accélération, le frottement de l'air à l'interface air/fluide exerce un taux de déformation sur le fluide correspondant à une vitesse de rotation du mandrin sur le viscosimètre variant de 0,3 RPM au repos jusqu'à 221 RPM en régime permanent (65 m/s). Ces résultats sont très utiles puisqu'ils permettront de prédire le comportement du fluide sur l'aile à partir de mesures de viscosimétrie effectuées à différents taux de cisaillement.

Finalement, ce projet a permis d'élaborer plusieurs méthodes numériques susceptibles de donner les informations nécessaires à l'étude des fluides dégivrants et antigivre. Le modèle présenté ici permet en effet de calculer le cisaillement et d'autres valeurs associées à la couche limite à partir des mesures de l'EDCL en soufflerie. Il ne permet toutefois pas de

définir l'épaisseur de la couche limite sans faire intervenir aucune mesure expérimentale. Ce projet contribue également à faire avancer la modélisation entièrement numérique de la couche limite d'une part, en définissant les principaux points d'intérêts critiques durant l'accélération, et d'autre part en modélisant les vagues d'un fluide par des rugosités dynamiques. Par ailleurs, l'influence de la température sur l'EDCL n'est pas explicitement considérée dans cette étude; les outils développés par ce projet permettront cependant de faciliter la généralisation, à différentes températures, du comportement des fluides antigivre et dégivrants durant l'accélération, et ce dans le but de diminuer les épaisseurs de déplacement de la couche limite qui apportent les pertes de portance.

## Bibliographie

- Carbonaro, M., Locatelli, C., Mantegazza, C., McSpadden, C., Moller., (1985). "Experimental Study of Flow of a Film of Aircraft De-icing Fluid during a Simulated Take-off at Subfreezing Temperatures". VKI Contract Report 1985-02, May 1985.
- Carbonaro, M., (1986). "Experimental Study of the Aerodynamic Characteristics of a Two-Dimensional Wing Model Covered With De/Anti-icing Fluid During a Simulated Take-off at Subfreezing Temperatures". VKI Contract report 1986-22, August 1986.
- Carbonaro, M., (1987). "Further Study of the Aerodynamic Performance of a Two-Dimensional Wing Model Covered with Simulated Frost or With De/Anti-icing Fluid During a Wind Tunnel-simulated Take-off at Subfreezing Temperatures". VKI Contract report 1987-29, July 1987.
- Cebeci, T. and Smith, M.O., (1974). "Analysis of Turbulent Boundary Layers". Academic Press, New York, 1974, p. 128-140.
- Coles, D., (1956). "The Law of the Wake in the Turbulent Boundary Layer". J. Fluid Mech. 1 (1956) 191.
- Cousteix, J., (1989). "Aérodynamique: Turbulence et couche limite". Cepadues-Editions, Toulouse, 1989. p. 402-404.
- Ellis, N.D., Nettleton, T.R. and Eggleston, B., (1991). BOEING CANADA 1991 "Effects of Anti-icing/De-icing Fluids on Take-off Performance of Commuter Aircraft.". Report DHC-TDC-90-1 Transport Canada De Havilland March 91, 101 p.

- Fisher, R.B. and Peters, D.G., (1968). "Quantitative Chemical Analysis". W.B. SAUNDERS Company, Philadelphia, 1968, p.621-625.
- Laforte, J.L., Bouchard, G., Louchez, P.R., (1991a). "Aerodynamic Acceptance Testing of Aircraft Ground De/Anti-icing Fluids Flat Plate Test". GRIEA Report to Transportation Development Center Policy and Coordination Group Transport Canada., Montreal, Canada, 1991a.
- Laforte, J.L., Bouchard, G., Louchez, P.R., (1991b). "Wind Tunnel Investigation of the Behaviour of De/Anti-icing Fluids During a Simulated Takes-off". GRIEA Report to Union Carbide Canada Ltd., Montreal, Canada, 1991b.
- Laforte, J.L., Louchez, P.R., Bouchard, G., (1992). "Standard Test Method of Aerodynamic Acceptance of Aircraft Ground De-icing fluids". American Society of Testing and Materials, prepared by GRIEA in collaboration with Aerodynamics Engineering Boeing Commercial Group, april 1992.
- Mitschka, P., (1982). "Simple Conversion of Brookfield R.V.T. readings into functions" .Rheological Acta 21, 207-208 (1982).
- Nikuradse J., (1933). "Strömungsgesetze in rauhen". Rohren., Forsch. Arb. Ing. Wes. N°361 (1933)(Laws of flow in rough Pipes - NACA TM 1292).
- Prandtl, L. and Schlichting, H., (1934). "Wertf. Reederei, Hafen". vol. 1934, pp.1-4 (see also "Collection Works," vol. II, pp. 648-662).
- Runyan, L.J., Zierten, T.A., Hill, G., (1989). "Flight and Wind Tunnel Investigation of Aerodynamic Effects of Aircraft Ground De-icing/Anti-icing Fluids" (paper no 24). AGARD Conference proceedings 470, Flight in adverse environmental conditions, Gol, Norway, May 1989.
- Ryhming, I.L., (1985). "Dynamiques des Fluides". Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1985, p. 223-226.

White, F.M., (1974). "Viscous Fluid Flow". McGraw-Hill inc, New York, 1974, p. 453-505.

White, F.M., (1986). "Fluid Mechanics second edition". McGraw-Hill inc, New York, 1986, p. 386-431.

Yih, C.S. Wave Formation on a Liquid Layer for De-icing Airplane Wing. J. Fluid. Mech., 212 (1990) 41-53.

Yih, C.S., (1967). "Instability Due to Viscosity Stratification". J. Fluid. Mech., 27, 1967, p. 337-352.

Yih, C.S., (1988). "Fluid Mechanics". West River Press, Michigan, 1988, p. 165-243.

Ziertsen, T.A., Hill, E.G., (1987). "Effects of Wing Simulated Frost on Airplane Performance". Paper presented at VKI Lecture Series on "Influence of environmental factors on aircraft wing performance", VKI LS 1987-03, February 1987.

Ziertsen, T.A., Hill, E.G., (1991). "Wind Tunnel Investigation of the Aerodynamic Effects of Aircraft Ground De-icing/Anti-icing Fluids and Criteria for Aero-dynamic Acceptance". AGARD FDP Specialist Meeting "Effects of adverse weather on aerodynamics", Toulouse, France, April 1991.

## **ANNEXE A**

### **Lissage de la viscosité pour le liquide A-409**

## Évaluation de la viscosité du fluide A-409 (UC 5.1)

Lecture obtenue par le viscosimètre à 20 degrés Celsius

i := 1 .. Nmax      j := 1 .. Nmax

RPM<sub>i</sub> :=      Lecture<sub>i</sub> :=       $\mu_i :=$        $\tau_i :=$ 

.3	14.2	2.84 · Pa · sec	.2289 · Pa
.6	21.1	2.1 · Pa · sec	.3402 · Pa
1.5	34.6	1.3840 · Pa · sec	.5578 · Pa
3	48.5	0.9700 · Pa · sec	.7819 · Pa
6	66.7	0.6670 · Pa · sec	1.0754 · Pa
12	91.5	0.4575 · Pa · sec	1.4752 · Pa
30	30.4	0.3040 · Pa · sec	3.6176 · Pa
60	43.1	0.2115 · Pa · sec	5.1289 · Pa

$$\gamma_i := \frac{\tau_i}{\mu_i} \quad \frac{\gamma_i}{\text{sec}^{-1}}$$

0.08
0.16
0.4
0.81
1.61
3.22
11.9
24.25

Méthode des moindres carrés pour lisser une droite à travers le modèle ln-In

$$Y_i := \ln\left(\frac{\tau_i}{Pa}\right) \quad X_i := \ln(\gamma_i \cdot \text{sec})$$

Matrice Z

$$Z_{(i,0)} := 1 \quad Z_{(i,1)} := X_i$$

Matrice de pondération

$$W_{i,j} := \text{if}[i \neq j, 0, \left(\frac{\tau_i}{Pa}\right)^2]$$

Calcul matriciel pour déterminer les constantes du modèle linéarisé

$$S := Z^T \cdot W \cdot Z \quad S = \begin{pmatrix} 43.82 & 118.63 \\ 118.63 & 351.94 \end{pmatrix}$$

$$D := Z^T \cdot W \cdot Y \quad D = \begin{pmatrix} 60.23 \\ 180.45 \end{pmatrix}$$

$$C := S^{-1} \cdot D \quad C = \begin{pmatrix} -0.15 \\ 0.56 \end{pmatrix}$$

Droite de lissage du modèle ln-In

$$Y_{th}(x) := C_0 + C_1 \cdot x$$

Validité du modèle

$$Y_{moy} := \text{mean}(Y)$$

$$Y_{moy} = -3.18 \cdot 10^{-5}$$

$$R_{carre} := \sum_i (Y_i - Y_{th}(X_i))^2 \quad R_{carre} = 0.05$$

$$Y_{carre} := \sum (Y_i)^2 \quad Y_{carre} = 8.22$$

$$rc := 1 - \frac{R_{carre}}{R_{ocarre}} \quad \text{Coefficient de régression } rc = 0.99$$

Cisaillement en fonction du taux de déformation

Constantes

$$k := e^{c_0} \quad k = 0.86$$

$$n := C_1 \quad n = 0.56$$

Fonction

$$\tau_{liss}(\gamma) := [k \cdot (\gamma \text{ sec})^n] \cdot Pa$$

Viscosité en fonction du cisaillement

Constantes

$$N := \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad N = -0.77$$

$$K_c := k^{\left(\frac{1}{n}\right)} \quad K_c = 0.76$$

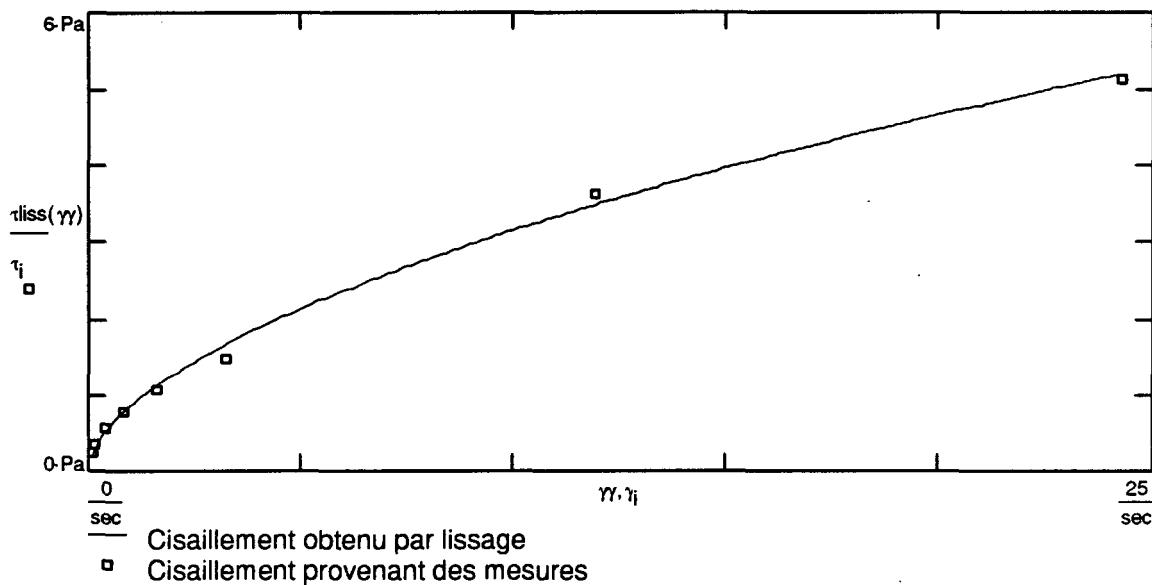
Fonction

$$\mu_{liss}(\tau) := \left[ K_c \cdot \left( \frac{\tau}{Pa} \right)^N \right] \cdot Pa \cdot sec$$

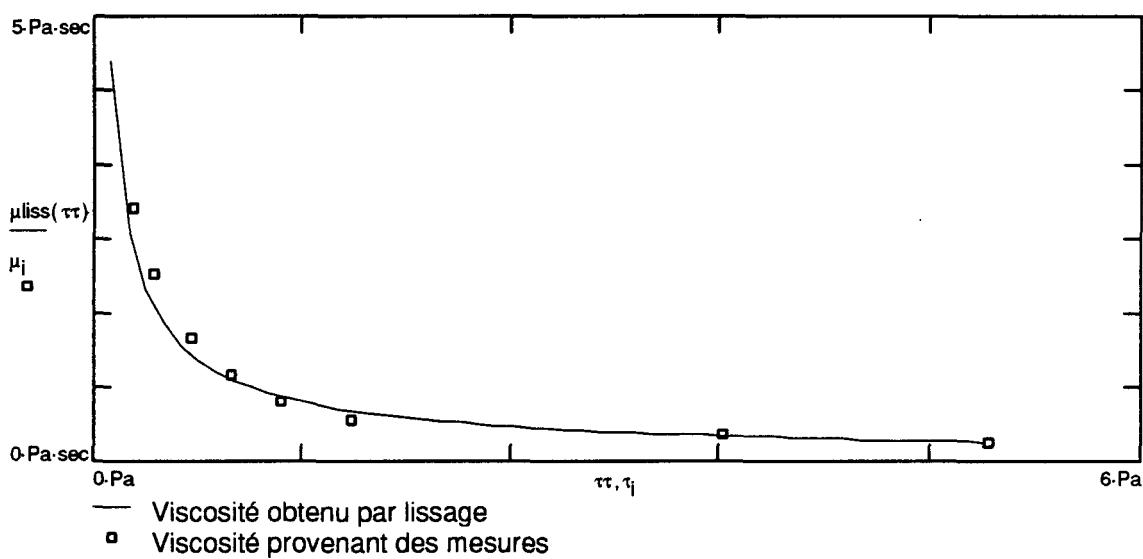
Tableau des résultats

$\tau_i$ Pa	$\tau_{liss}(\gamma_i)$ Pa	$\mu_i$ Pa.sec	$\mu_{liss}(\tau_i)$ Pa.sec	Erreur_Rel <sub>i</sub>	$\gamma_i$ sec <sup>-1</sup>	Erreur_Rel <sub>i</sub> .2
0.23	0.21	2.84	2.37	7.04	0.081	14.08
0.34	0.31	2.1	1.74	4.74	0.162	9.48
0.56	0.51	1.38	1.19	2.89	0.403	5.78
0.78	0.76	0.97	0.92	2.06	0.806	4.12
1.08	1.12	0.67	0.72	1.5	1.612	3
1.48	1.66	0.46	0.56	1.09	3.224	2.19
3.62	3.47	0.3	0.28	3.29	11.9	6.58
5.13	5.19	0.21	0.22	2.32	24.25	4.64

$$\gamma\gamma := \gamma_1, \gamma_1 + \frac{1}{\text{sec}} \dots \gamma_{N_{\text{max}}}$$



$$\tau\tau := .1 \cdot \text{Pa}, .2 \cdot \text{Pa} \dots \tau_{N_{\text{max}}}$$



## **ANNEXE B**

### **Caractéristiques physiques de différents fluides antigivre et dégivrants commerciaux**

Compagnie : HOECHST  
Nom commercial : LP1896 (TV70)  
Désignation GRIEA : A-390  
Tension de surface : 32,2 dynes/cm

Viscosité à 20 °C :

Vitesse du mandrin	0,3 RPM	6 RPM	30 RPM
Viscosité (Pa-sec)	7,400	1,425	0,691

Compagnie : KILFROST  
Nom commercial : ABC-3  
Désignation GRIEA : A-341  
Tension de surface : 34,7 dynes/cm

Viscosité à 20 °C :

Vitesse du mandrin	0,3 RPM	6 RPM	30 RPM
Viscosité (Pa-sec)	5,200	1,185	0,615

Compagnie : OCTAGON  
Nom commercial : FORTY BELOW  
Désignation GRIEA : A-270  
Tension de surface : 34,2 dynes/cm

Viscosité à 20 °C :

Vitesse du mandrin	0,3 RPM	6 RPM	30 RPM
Viscosité (Pa-sec)	3,800	0,935	0,507

---

Compagnie : SPCA  
Nom commercial : AD-104-93  
Désignation GRIEA : A-425  
Tension de surface : 38,2 dynes/cm

Viscosité à 20 °C :

Vitesse du mandrin	0,3 RPM	6 RPM	30 RPM
Viscosité (Pa-sec)	8,400	1,230	0,572

Compagnie : TEXACO  
Nom commercial : ANTI-ICING TWD-X1  
Désignation GRIEA : A-459  
Tension de surface : 33,6 dynes/cm

Viscosité à 20 °C :

Vitesse du mandrin	0,3 RPM	6 RPM	30 RPM
Viscosité (Pa-sec)	7,900	1,415	0,662

---

Compagnie : OCTAGON  
Nom commercial : MIL-A 8243 D  
Désignation GRIEA : M-005  
Tension de surface : 40,3 dynes/cm

Viscosité à 20 °C :

Vitesse du mandrin	0,3 RPM	6 RPM	30 RPM
Viscosité (Pa-sec)	0,040	0,035	0,0374

## **ANNEXE C**

### **Mesures des capteurs de pression pour les cas d'intérêts**

Les mesures de pression permettant de calculer l'évolution de l'épaisseur de déplacement avec fluide et sans fluide sont présentées dans cette annexe. On retrouve les mesures prises à 0,76 mètre et celles à 1.5 mètres.

L'unité des mesures de pression P1-P2 et P2-P3 est en pouces d'eau, celle des températures sont en °C. L'unité du temps est en secondes écoulées depuis le début du test. La vitesse de l'écoulement d'air est en m/sec et Rh désigne le % d'humidité de l'air. L'épaisseur de déplacement à la dernière colonne de ce tableau est indiquée en mm.

## Essai sans fluide à 0,76 m

Temps	P1-P2	P2-P3	Ta	Tf	Vitesse (m/sec)	Rh	$\delta_f^*$ (mm)
10,14	0,59	-0,04	23,17	22,98	15,21	54,77	0,56
10,35	0,62	-0,04	23,17	22,98	15,63	54,77	0,63
10,55	0,65	-0,03	23,17	22,99	15,94	54,77	1,00
10,76	0,69	-0,03	23,17	22,98	16,45	54,80	1,06
10,97	0,74	-0,03	23,17	22,99	17,06	54,77	1,12
11,18	0,80	-0,03	23,17	22,99	17,67	54,78	1,18
11,39	0,86	-0,03	23,17	22,98	18,35	54,77	1,23
11,59	0,92	-0,03	23,19	22,99	19,00	54,77	1,27
11,80	0,98	-0,03	23,16	22,99	19,58	54,77	1,31
12,01	1,04	-0,03	23,15	22,99	20,19	54,75	1,35
12,21	1,10	-0,04	23,16	22,98	20,70	54,77	1,20

## Essai sans fluide à 0,76 m

Temps	P1-P2	P2-P3	Ta	Tf	Vitesse (m/sec)	Rh	$\delta_f^*$ (mm)
28,92	10,54	-0,19	23,26	23,22	64,00	54,86	1,56
29,13	10,90	-0,35	23,25	23,21	65,07	54,87	1,28
29,31	10,84	-0,42	23,26	23,23	64,89	54,88	1,15
29,48	10,58	-0,39	23,25	23,24	64,10	54,86	1,19
29,66	10,57	-0,36	23,25	23,24	64,10	54,86	1,24
29,83	10,24	-0,36	23,27	23,19	63,07	54,86	1,22
30,04	10,46	-0,36	23,25	23,23	63,76	54,86	1,24
30,22	10,38	-0,41	23,24	23,23	63,52	54,84	1,14
30,39	10,17	-0,38	23,25	23,20	62,86	54,84	1,18
30,60	10,09	-0,25	23,25	23,25	62,63	54,85	1,42
30,81	10,29	-0,31	23,25	23,23	63,23	54,85	1,32
31,01	10,20	-0,32	23,24	23,19	62,97	54,84	1,30
31,22	10,27	-0,30	23,24	23,20	63,18	54,83	1,34
31,43	10,88	-0,38	23,23	23,18	65,01	54,83	1,23
31,60	10,85	-0,45	23,23	23,21	64,92	54,83	1,10
31,78	10,49	-0,31	23,23	23,22	63,84	54,82	1,33
31,95	10,77	-0,41	23,20	23,21	64,68	54,83	1,16
32,13	10,54	-0,34	23,21	23,21	63,99	54,83	1,28
32,30	10,43	-0,40	23,22	23,16	63,67	54,82	1,16
32,48	10,32	-0,30	23,22	23,12	63,33	54,82	1,34
32,69	10,62	-0,32	23,19	23,13	64,23	54,81	1,32
32,86	10,78	-0,27	23,19	23,14	64,74	54,81	1,42
33,04	11,11	-0,50	23,19	23,14	65,69	54,80	1,03
33,21	10,53	-0,24	23,20	23,16	63,98	54,80	1,46
33,39	11,10	-0,35	23,21	23,15	65,67	54,81	1,29
33,57	11,40	-0,44	23,18	23,14	66,54	54,81	1,15
33,77	10,94	-0,33	23,18	23,13	65,19	54,82	1,32
33,95	10,96	-0,39	23,19	23,14	65,27	54,81	1,21
34,12	10,89	-0,36	23,18	23,13	65,05	54,81	1,26
34,30	10,92	-0,44	23,17	23,13	65,14	54,79	1,12
34,48	10,74	-0,36	23,18	23,15	64,61	54,79	1,25
34,65	10,90	-0,44	23,17	23,16	65,09	54,79	1,12
34,83	10,68	-0,30	23,18	23,14	64,44	54,80	1,36
35,00	10,96	-0,41	23,19	23,15	65,24	54,78	1,18

## Essai avec fluide à 0,76 m (cas 1A)

Temps	P1-P2	P2-P3	Ta	Tf	Vitesse (m/sec)	Rh	$\delta_f^*$ (mm)
10,41	0,60	0,02	23,29	23,37	15,28	54,47	4,64
10,62	0,63	0,03	23,29	23,34	15,74	54,50	5,32
10,83	0,68	0,04	23,27	23,35	16,28	54,49	5,84
11,03	0,71	0,05	23,29	23,36	16,66	54,49	6,37
11,24	0,73	0,06	23,27	23,37	16,90	54,47	6,91
11,45	0,76	0,06	23,28	23,35	17,28	54,46	6,76
11,66	0,78	0,08	23,27	23,34	17,50	54,48	7,81
11,86	0,83	0,09	23,28	23,37	18,02	54,49	8,06
12,07	0,88	0,11	23,28	23,39	18,56	54,48	8,77
12,28	0,93	0,12	23,28	23,39	19,03	54,49	8,94
12,49	0,98	0,13	23,28	23,36	19,61	54,48	9,09
12,69	1,00	0,14	23,29	23,34	19,81	54,48	9,40
12,90	1,03	0,14	23,26	23,34	20,11	54,49	9,23
13,11	1,04	0,13	23,29	23,34	20,20	54,49	8,77
13,32	1,09	0,16	23,30	23,31	20,61	54,47	9,68
13,52	1,18	0,18	23,27	23,31	21,47	54,49	9,91
13,73	1,24	0,15	23,30	23,32	21,99	54,47	8,60
13,94	1,25	0,15	23,30	23,30	22,05	54,48	8,56
14,14	1,33	0,18	23,28	23,33	22,82	54,49	9,20
14,35	1,49	0,17	23,30	23,30	24,15	54,48	8,30
14,56	1,52	0,19	23,29	23,29	24,39	54,49	8,77
14,77	1,61	0,18	23,30	23,30	25,08	54,49	8,21

## Essai avec fluide à 0,76 m (cas 1B)

Temps	P1-P2	P2-P3	Ta	Tf	Vitesse (m/sec)	Rh	$\delta_f^*$ (mm)
29,19	9,66	-0,10	23,45	22,53	61,27	54,72	2,47
29,40	10,26	-0,08	23,47	22,53	63,15	54,72	2,60
29,61	10,38	0,03	23,43	22,52	63,53	54,73	3,14
29,82	10,47	-0,20	23,45	22,47	63,79	54,75	2,02
30,02	10,79	-0,14	23,43	22,49	64,77	54,75	2,34
30,23	10,91	-0,18	23,44	22,47	65,11	54,75	2,16
30,41	10,92	-0,10	23,42	22,50	65,15	54,74	2,53
30,58	11,42	-0,18	23,43	22,54	66,61	54,75	2,19
30,79	10,88	-0,19	23,42	22,54	65,03	54,76	2,11
30,96	10,65	-0,25	23,41	22,48	64,35	54,72	1,79
31,14	10,82	-0,11	23,42	22,50	64,87	54,75	2,48
31,31	10,95	-0,10	23,44	22,49	65,25	54,76	2,53
31,49	11,06	-0,08	23,42	22,49	65,58	54,75	2,63
31,67	11,26	-0,08	23,42	22,51	66,17	54,77	2,64
31,84	11,56	-0,16	23,40	22,51	67,05	54,76	2,29
32,05	11,48	-0,30	23,40	22,57	66,79	54,76	1,65
32,26	11,07	-0,10	23,39	22,59	65,60	54,77	2,54
32,43	11,05	-0,18	23,39	22,58	65,54	54,77	2,17
32,61	11,24	-0,16	23,40	22,58	66,11	54,79	2,27
32,78	11,56	-0,34	23,38	22,52	67,01	54,79	1,48
32,99	10,84	-0,09	23,38	22,50	64,91	54,79	2,58
33,17	11,11	-0,14	23,40	22,47	65,72	54,81	2,36
33,34	11,36	-0,13	23,39	22,50	66,45	54,79	2,42
33,55	11,56	-0,22	23,36	22,47	67,04	54,79	2,02
33,75	11,67	-0,32	23,36	22,48	67,35	54,81	1,59
33,96	11,63	-0,15	23,34	22,43	67,23	54,79	2,34
34,17	11,69	-0,22	23,34	22,36	67,41	54,80	2,03
34,37	11,66	-0,20	23,35	22,36	67,32	54,81	2,12
34,58	11,64	-0,19	23,33	22,36	67,27	54,83	2,16
34,79	11,65	-0,24	23,33	22,30	67,30	54,83	1,94
34,99	11,39	-0,10	23,34	22,31	66,54	54,82	2,55

## Essai sans fluide à 1,5 m

Temps	P1-P2	P2-P3	Ta	Tf	Vitesse (m/sec)	Rh	$\delta_f^*$ (mm)
13,59	1,65	-0,05	26,20	25,78	25,40	35,11	3,12
13,80	1,70	-0,03	26,20	25,78	25,74	35,09	3,37
14,01	1,79	-0,03	26,18	25,76	26,45	35,10	3,38
14,21	1,91	-0,04	26,20	25,76	27,28	35,09	3,30
14,42	1,99	-0,04	26,19	25,78	27,89	35,09	3,32
14,63	2,06	-0,07	26,19	25,78	28,31	35,07	3,05
14,83	2,06	-0,04	26,22	25,76	28,35	35,08	3,33
15,04	2,18	-0,05	26,21	25,75	29,14	35,11	3,27
15,25	2,27	-0,10	26,22	25,75	29,75	35,10	2,86
15,45	2,24	-0,07	26,20	25,76	29,56	35,10	3,11
15,66	2,27	-0,09	26,22	25,76	29,76	35,09	2,94
15,86	2,38	-0,04	26,22	25,78	30,44	35,09	3,38
16,07	2,58	-0,03	26,27	25,77	31,70	35,10	3,48
16,25	2,78	-0,09	26,28	25,77	32,91	35,09	3,08
16,42	2,86	-0,14	26,26	25,75	33,36	35,11	2,76
16,63	2,79	-0,09	26,31	25,76	32,99	35,10	3,09
16,83	2,90	-0,11	26,38	25,76	33,62	35,11	2,98
17,04	3,03	-0,04	26,38	25,71	34,38	35,09	3,45
17,25	3,24	-0,08	26,37	25,76	35,51	35,10	3,23

## Essai sans fluide à 1,5 m

Temps	P1-P2	P2-P3	Ta	Tf	Vitesse (m/sec)	Rh	$\delta_f^*$ (mm)
29,03	11,36	-0,50	26,54	25,69	66,45	35,17	2,86
29,20	11,32	-0,63	26,52	25,70	66,30	35,17	2,62
29,37	11,06	-0,54	26,52	25,71	65,54	35,15	2,76
29,55	11,33	-0,54	26,53	25,71	66,35	35,14	2,78
29,72	11,33	-0,57	26,53	25,71	66,35	35,18	2,73
29,90	11,46	-0,52	26,51	25,71	66,73	35,18	2,83
30,10	11,01	-0,44	26,53	25,73	65,40	35,19	2,94
30,28	11,10	-0,47	26,52	25,71	65,68	35,17	2,89
30,45	11,24	-0,45	26,54	25,72	66,09	35,17	2,93
30,63	11,30	-0,43	26,54	25,70	66,27	35,16	2,97
30,80	11,28	-0,46	26,53	25,71	66,21	35,15	2,92
30,98	10,96	-0,35	26,52	25,72	65,26	35,19	3,09
31,15	11,13	-0,63	26,53	25,71	65,74	35,16	2,61
31,32	10,87	-0,46	26,52	25,70	64,98	35,16	2,89
31,50	11,03	-0,46	26,50	25,72	65,47	35,16	2,90
31,67	10,98	-0,60	26,50	25,71	65,32	35,15	2,64
31,85	10,94	-0,50	26,50	25,71	65,20	35,16	2,82
32,02	11,16	-0,53	26,50	25,71	65,84	35,18	2,79
32,20	11,21	-0,51	26,49	25,71	65,99	35,18	2,83
32,37	11,37	-0,46	26,50	25,73	66,46	35,18	2,93
32,55	11,54	-0,54	26,49	25,71	66,95	35,17	2,80
32,75	11,36	-0,45	26,47	25,73	66,43	35,20	2,94
32,93	11,24	-0,68	26,49	25,73	66,07	35,19	2,53
33,10	11,02	-0,45	26,49	25,72	65,43	35,17	2,92
33,28	11,34	-0,69	26,48	25,71	66,35	35,18	2,52
33,45	11,06	-0,57	26,47	25,73	65,54	35,17	2,71
33,62	11,08	-0,51	26,45	25,70	65,61	35,16	2,82
33,80	11,04	-0,42	26,45	25,73	65,49	35,16	2,97
33,97	11,26	-0,33	26,49	25,72	66,15	35,16	3,14
34,15	11,29	-0,60	26,47	25,71	66,22	35,18	2,67
34,32	11,32	-0,60	26,46	25,72	66,31	35,18	2,68

## Essai avec fluide à 1,5 m (cas 2A)

Temps	P1-P2	P2-P3	Ta	Tf	Vitesse (m/sec)	Rh	$\delta_f^*$ (mm)
12,36	1,04	0,19	26,30	24,83	20,13	35,02	13,31
12,56	1,07	0,19	26,31	24,85	20,48	35,02	13,11
12,77	1,11	0,21	26,31	24,84	20,85	35,03	13,57
12,98	1,18	0,22	26,33	24,85	21,50	35,00	13,46
13,18	1,22	0,21	26,32	24,85	21,80	35,02	12,89
13,39	1,24	0,24	26,32	24,87	21,99	35,02	13,73
13,60	1,30	0,27	26,31	24,90	22,52	35,02	14,28
13,80	1,41	0,30	26,30	24,92	23,47	35,01	14,47
14,01	1,49	0,31	26,30	24,88	24,15	35,04	14,29
14,21	1,59	0,29	26,30	24,90	24,89	35,03	13,30
14,42	1,59	0,30	26,32	24,90	24,93	35,05	13,55
14,63	1,65	0,28	26,31	24,93	25,37	35,01	12,80
14,83	1,69	0,35	26,31	24,95	25,67	35,02	14,25
15,04	1,85	0,37	26,29	24,93	26,86	35,03	13,98
15,25	1,94	0,38	26,28	24,97	27,48	35,01	13,82
15,45	2,05	0,44	26,27	24,92	28,28	35,02	14,54
15,66	2,17	0,41	26,25	24,90	29,10	35,03	13,56
15,87	2,22	0,38	26,28	24,90	29,43	35,03	12,86
16,07	2,15	0,33	26,27	24,93	28,96	35,03	12,14
16,28	2,08	0,41	26,27	24,90	28,47	35,02	13,87
16,48	2,23	0,48	26,26	24,91	29,49	35,02	14,56
16,69	2,56	0,52	26,30	24,89	31,61	35,02	14,10
16,90	2,77	0,41	26,31	24,89	32,84	35,05	11,92
17,10	2,75	0,43	26,31	24,86	32,76	35,01	12,26
17,31	2,91	0,43	26,36	24,87	33,66	35,03	11,91
17,52	2,91	0,45	26,48	24,87	33,66	35,02	12,19
17,72	3,08	0,44	26,50	24,88	34,65	35,02	11,71
17,93	3,14	0,34	26,44	24,90	34,98	35,03	10,25
18,13	3,11	0,45	26,52	24,85	34,80	35,02	11,78

## Essai avec fluide à 1,5 m (cas 2B)

Temps	P1-P2	P2-P3	Ta	Tf	Vitesse (m/sec)	Rh	$\delta_f^*$ (mm)
29,15	10,94	0,31	26,61	25,20	65,25	35,08	6,59
29,33	11,14	0,06	26,61	25,21	65,83	35,10	5,46
29,50	11,05	0,08	26,60	25,21	65,56	35,10	5,55
29,68	10,96	0,07	26,59	25,20	65,29	35,08	5,51
29,85	10,90	0,08	26,61	25,17	65,12	35,08	5,56
30,02	10,97	0,29	26,60	25,18	65,33	35,09	6,50
30,20	11,47	0,34	26,59	25,21	66,81	35,08	6,65
30,41	11,80	-0,22	26,58	25,19	67,72	35,08	4,24
30,61	10,99	0,01	26,58	25,19	65,38	35,10	5,24
30,79	11,22	0,17	26,58	25,17	66,06	35,11	5,95
30,96	11,25	0,13	26,58	25,17	66,16	35,09	5,77
31,14	11,52	-0,03	26,56	25,20	66,92	35,12	5,06
31,34	11,80	-0,04	26,56	25,21	67,74	35,10	5,02
31,55	11,58	0,13	26,56	25,21	67,11	35,12	5,75
31,75	11,77	-0,26	26,54	25,18	67,64	35,14	4,06
31,96	11,33	-0,04	26,56	25,22	66,39	35,18	5,01
32,16	11,33	0,14	26,55	25,23	66,38	35,20	5,81
32,37	11,46	-0,14	26,55	25,24	66,73	35,24	4,57
32,58	11,64	0,06	26,53	25,25	67,29	35,24	5,45
32,78	11,66	-0,04	26,56	25,22	67,34	35,26	5,02
32,99	10,99	-0,14	26,54	25,25	65,37	35,30	4,54
33,16	11,17	0,15	26,54	25,27	65,93	35,29	5,86
33,34	11,62	-0,26	26,54	25,25	67,20	35,34	4,04
33,54	11,55	0,12	26,53	25,27	67,02	35,35	5,71
33,75	11,67	-0,20	26,53	25,27	67,34	35,37	4,32
33,95	11,73	-0,06	26,52	25,27	67,53	35,37	4,93
34,16	11,26	0,17	26,53	25,13	66,18	35,38	5,94
34,33	11,43	-0,09	26,52	25,10	66,66	35,41	4,79
34,54	11,42	-0,14	26,53	25,16	66,65	35,43	4,57
34,75	11,52	0,06	26,51	25,08	66,95	35,44	5,45
34,95	11,58	-0,25	26,53	25,13	67,10	35,48	4,08

## **ANNEXE D**

### **Calibration pour la vérification de la loi de Beer-Lambert**

Vérification de la validité de la loi de Beer-Lambert avec le liquide antigivre A-409 coloré avec de la Pyronin B.

Intensité lumineuse transmise à travers le pétri contenant le volume de liquide

$i = 0 \dots 8$

Volume <sub>i</sub> :=	I <sub>i</sub> :=	Variance <sub>i</sub>	EcartType <sub>i</sub>
0.0 · mL	214.05	102.37	10.12
10.5 · mL	208.49	109.93	10.48
20.7 · mL	202.11	90.02	9.49
30.9 · mL	192.25	81.66	9.04
41.10 · mL	186.60	76.49	8.75
61.3 · mL	167.78	71.12	8.43
81.5 · mL	161.46	71.09	8.43
101.9 · mL	148.90	69.36	8.33
122.4 · mL	140.30	70.75	8.41

Calcul de l'aire du plat de pétri

$$\text{Aire} := (6 \cdot 2.54 \cdot \text{cm})^2 \cdot \frac{\pi}{4} \quad \text{Aire} = 182.41 \cdot \text{cm}^2$$

Calcul de l'épaisseur de liquide à partir du volume et de l'aire du plat de pétri

$$d_i := \frac{\left( \text{Volume}_i \cdot 1.0 \cdot \frac{\text{cm}^3}{\text{mL}} \right)}{\text{Aire}}$$

Variable de transformation pour linéariser le modèle

$$Y_i := \ln(I_i)$$

Y <sub>i</sub>	d <sub>i</sub>
5.37	0
5.34	0.58
5.31	1.13
5.26	1.69
5.23	2.25
5.12	3.36
5.08	4.47
5	5.59
4.94	6.71

## Construction des matrices pour le lissage

$$Z_{(i,1)} := d_i$$

$$Z_{(i,0)} := 1 \cdot \text{mm}$$

$$S := Z^T \cdot Z \quad S = \begin{pmatrix} 9 & 25.78 \\ 25.78 & 117.05 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$$

$$D := Z^T \cdot Y \quad D = \begin{pmatrix} 46.66 \\ 130.84 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$C := S^{-1} \cdot D \quad C = \begin{pmatrix} 5.37 \\ -0.07 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^{-1}$$

Transformation des coefficients du lissage pour obtenir la fonction reliant l'épaisseur du liquide et l'intensité lumineuse transmise

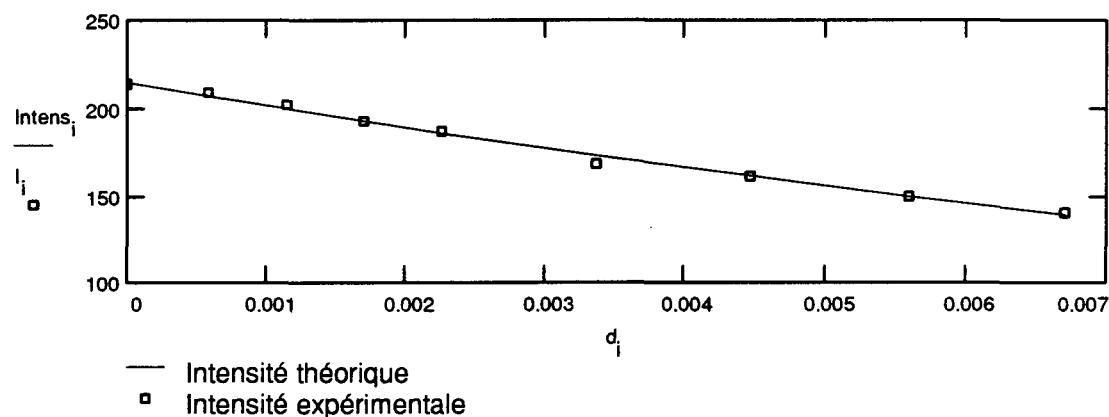
$$\text{Intens}_0 := e^{C_0 \cdot \text{mm}} \quad \alpha := -C_1$$

$$\text{Intens}_0 = 215.04 \quad \alpha = 0.07 \cdot \frac{1}{\text{mm}}$$

Intensité lumineuse en fonction de l'épaisseur selon la loi de Beer-Lambert

$$\text{Intens}_i := \text{Intens}_0 \cdot e^{-\alpha \cdot d_i}$$

Graphique de l'intensité lumineuse transmise en fonction de l'épaisseur du liquide coloré



## Vérification du modèle, calcul du coefficient de régression

$$Imoy := \text{mean}(I) \quad Imoy = 180.22$$

$$R := \sum_i (Intens_i - I_i)^2 \quad R = 37.08$$

$$Rzero := \sum_i (I_i - Imoy)^2 \quad Rzero = 5.69 \cdot 10^3$$

$$Rlzero := Rzero - R \quad Rlzero = 5.65 \cdot 10^3$$

$$r := \frac{Rlzero}{Rzero} \quad r = 0.99$$

## **ANNEXE E**

**Images à 12,1 secondes et 30 secondes**

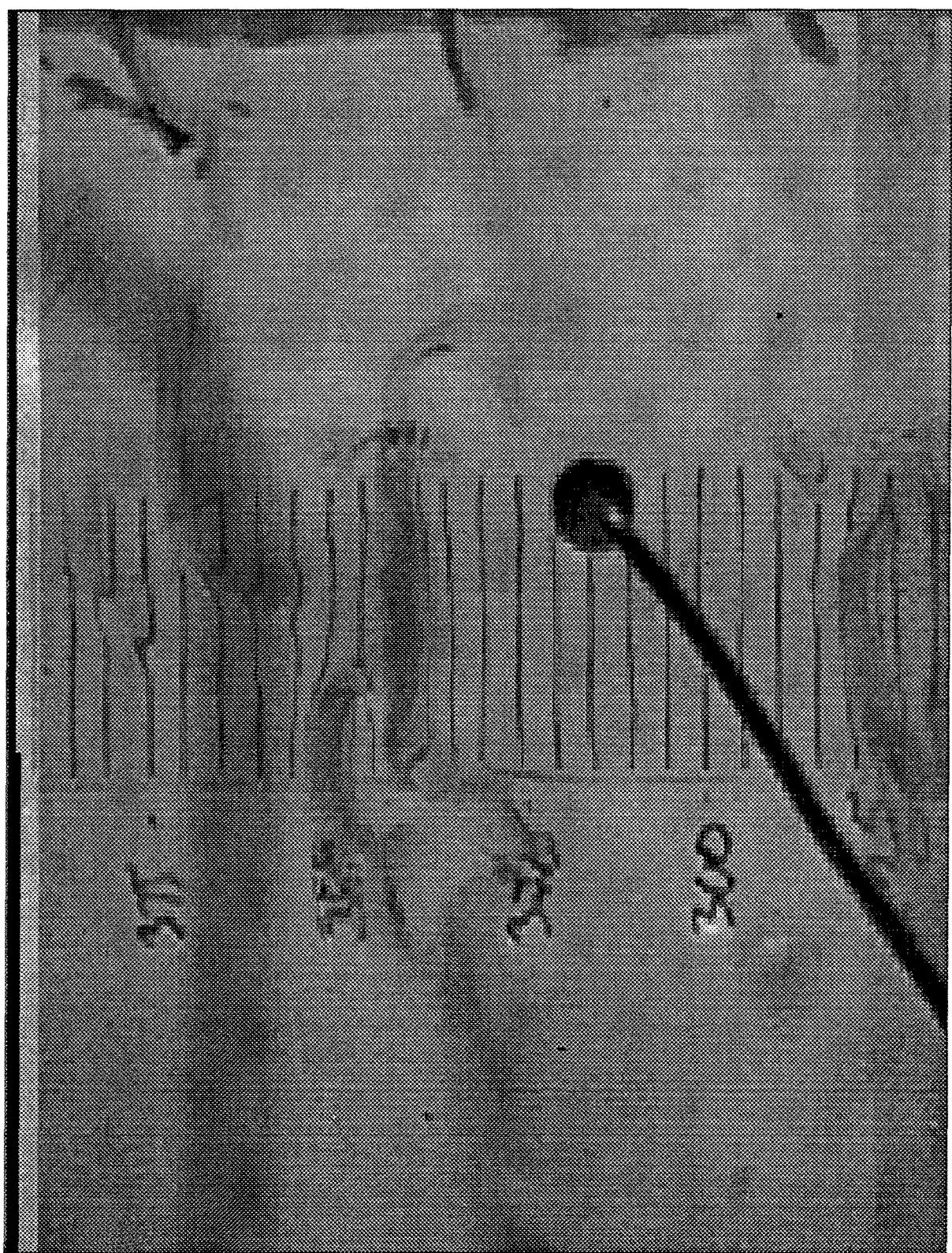


Image à 12,1 secondes

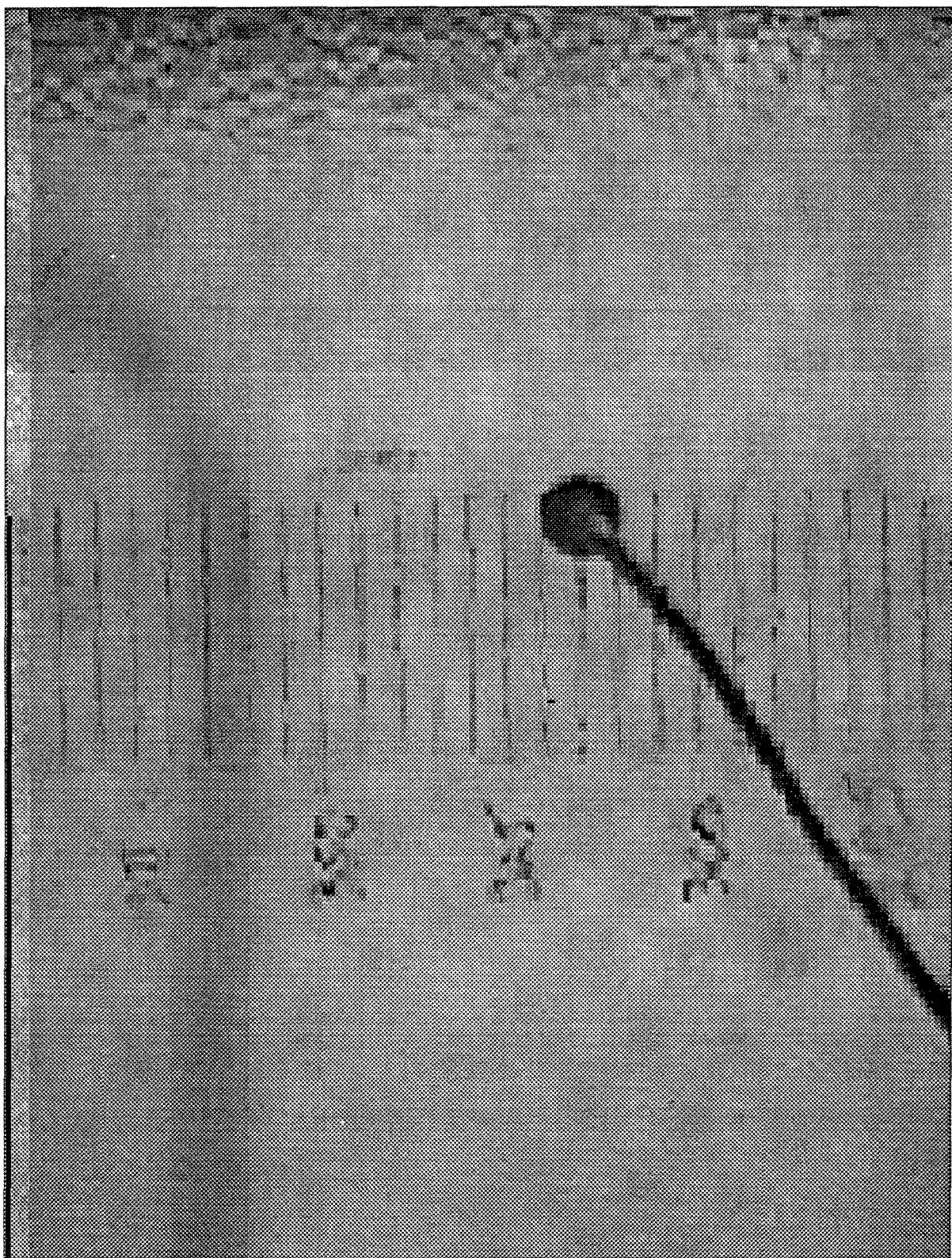


Image à 30 secondes

## **ANNEXE F**

**Intensités lumineuses mesurées à 12,1 s et 30 s**

## Intensité lumineuse mesurée à 0,1 seconde

Position (mm)	Intensité de 0 à 255	Épaisseur (mm)
745,00	158,00	2,86
745,53	158,00	2,86
746,06	164,00	2,41
746,60	163,00	2,48
747,13	160,00	2,71
747,66	165,00	2,34
748,19	171,00	1,91
748,72	173,00	1,76
749,26	167,00	2,19
749,79	161,00	2,63
750,32	163,00	2,48
750,85	165,00	2,34
751,38	170,00	1,98
751,91	165,00	2,34
752,45	164,00	2,41
752,98	167,00	2,19
753,51	167,00	2,19
754,04	169,00	2,05
754,57	165,00	2,34
755,11	166,00	2,26
755,64	168,00	2,12
756,17	163,00	2,48
756,70	168,00	2,12
757,23	171,00	1,91
757,77	165,00	2,34
758,30	169,00	2,05
758,83	168,00	2,12
759,36	165,00	2,34
759,89	169,00	2,05
760,43	168,00	2,12
760,96	168,00	2,12
761,49	167,00	2,19
762,02	168,00	2,12
762,55	164,00	2,41

Position (mm)	Intensité de 0 à 255	Épaisseur (mm)
771,06	166,00	2,26
771,60	168,00	2,12
772,13	161,00	2,63
772,66	180,00	1,29
773,19	168,00	2,12
773,72	168,00	2,12
774,26	168,00	2,12
774,79	172,00	1,84
775,32	171,00	1,91
775,85	172,00	1,84
776,38	170,00	1,98
776,91	165,00	2,34
777,45	164,00	2,41
777,98	168,00	2,12
778,51	166,00	2,26
779,04	164,00	2,41
779,57	168,00	2,12
780,11	176,00	1,56
780,64	168,00	2,12
781,17	170,00	1,98
781,70	168,00	2,12
782,23	165,00	2,34
782,77	163,00	2,48
783,30	166,00	2,26
783,83	170,00	1,98
784,36	172,00	1,84
784,89	174,00	1,70
785,43	173,00	1,76
785,96	172,00	1,84
786,49	164,00	2,41
787,02	167,00	2,19
787,55	170,00	1,98
788,09	177,00	1,49
788,62	172,00	1,84

Position (mm)	Intensité de 0 à 255	Épaisseur (mm)
763,09	168,00	2,12
763,62	171,00	1,91
764,15	172,00	1,84
764,68	165,00	2,34
765,21	168,00	2,12
765,74	168,00	2,12
766,28	165,00	2,34
766,81	163,00	2,48
767,34	164,00	2,41
767,87	168,00	2,12
768,40	170,00	1,98
768,94	164,00	2,41
769,47	163,00	2,48
770,00	170,00	1,98
770,53	165,00	2,34

Position (mm)	Intensité de 0 à 255	Épaisseur (mm)
789,15	170,00	1,98
789,68	171,00	1,91
790,21	176,00	1,56
790,74	163,00	2,48
791,28	168,00	2,12
791,81	164,00	2,41
792,34	170,00	1,98
792,87	167,00	2,19
793,40	171,00	1,91
793,94	166,00	2,26
794,47	170,00	1,98
795,00	170,00	1,98

## Intensité lumineuse mesurée à 12,1 secondes

Position (mm)	Intensité de 0 à 255	Épaisseur (mm)
731,98	169,00	2,05
732,50	170,00	1,98
733,02	171,00	1,91
733,54	164,00	2,41
734,06	164,00	2,41
734,58	165,00	2,34
735,10	160,00	2,71
735,63	160,00	2,71
736,15	155,00	3,09
736,67	155,00	3,09
737,19	155,00	3,09
737,71	152,00	3,33
738,23	159,00	2,79
738,75	167,00	2,19
739,27	173,00	1,76
739,79	164,00	2,41
740,31	170,00	1,98
740,83	168,00	2,12
741,35	174,00	1,70
741,88	173,00	1,76
742,40	172,00	1,84
742,92	174,00	1,70
743,44	169,00	2,05
743,96	168,00	2,12
744,48	175,00	1,63
745,00	178,00	1,42
745,52	175,00	1,63
746,04	171,00	1,91
746,56	172,00	1,84
747,08	172,00	1,84
747,60	176,00	1,56
748,13	175,00	1,63
748,65	176,00	1,56

Position (mm)	Intensité de 0 à 255	Épaisseur (mm)
754,38	172,00	1,84
754,90	175,00	1,63
755,42	174,00	1,70
755,94	175,00	1,63
756,46	175,00	1,63
756,98	171,00	1,91
757,50	171,00	1,91
758,02	178,00	1,42
758,54	177,00	1,49
759,06	174,00	1,70
759,58	174,00	1,70
760,10	174,00	1,70
760,63	175,00	1,63
761,15	173,00	1,76
761,67	166,00	2,26
762,19	172,00	1,84
762,71	164,00	2,41
763,23	169,00	2,05
763,75	168,00	2,12
764,27	167,00	2,19
764,79	168,00	2,12
765,31	171,00	1,91
765,83	167,00	2,19
766,35	170,00	1,98
766,88	168,00	2,12
767,40	168,00	2,12
767,92	164,00	2,41
768,44	163,00	2,48
768,96	157,00	2,94
769,48	158,00	2,86
770,00	162,00	2,56
770,52	163,00	2,48
771,04	156,00	3,02

Position (mm)	Intensité de 0 à 255	Épaisseur (mm)
749,17	176,00	1,56
749,69	174,00	1,70
750,21	172,00	1,84
750,73	175,00	1,63
751,25	174,00	1,70
751,77	173,00	1,76
752,29	174,00	1,70
752,81	173,00	1,76
753,33	172,00	1,84
753,85	169,00	2,05

Position (mm)	Intensité de 0 à 255	Épaisseur (mm)
771,56	156,00	3,02
772,08	173,00	1,76
772,60	183,00	1,09
773,13	178,00	1,42
773,65	186,00	0,89

## Intensité lumineuse mesurée à 30 secondes

Position	Intensité	Épaisseur
(mm)	de 0 à 255	(mm)
745,00	188,00	0,76
745,53	188,00	0,76
746,06	189,00	0,70
746,60	185,00	0,95
747,13	188,00	0,76
747,66	187,00	0,82
748,19	192,00	0,50
748,72	184,00	1,02
749,26	186,00	0,89
749,79	188,00	0,76
750,32	196,00	0,26
750,85	187,00	0,82
751,38	196,00	0,26
751,91	181,00	1,22
752,45	187,00	0,82
752,98	183,00	1,09
753,51	185,00	0,95
754,04	189,00	0,70
754,57	192,00	0,50
755,11	193,00	0,44
755,64	190,00	0,63
756,17	193,00	0,44
756,70	189,00	0,70
757,23	187,00	0,82
757,77	192,00	0,50
758,30	190,00	0,63
758,83	192,00	0,50
759,36	189,00	0,70
759,89	193,00	0,44
760,43	188,00	0,76
760,96	195,00	0,32
761,49	192,00	0,50
762,02	190,00	0,63

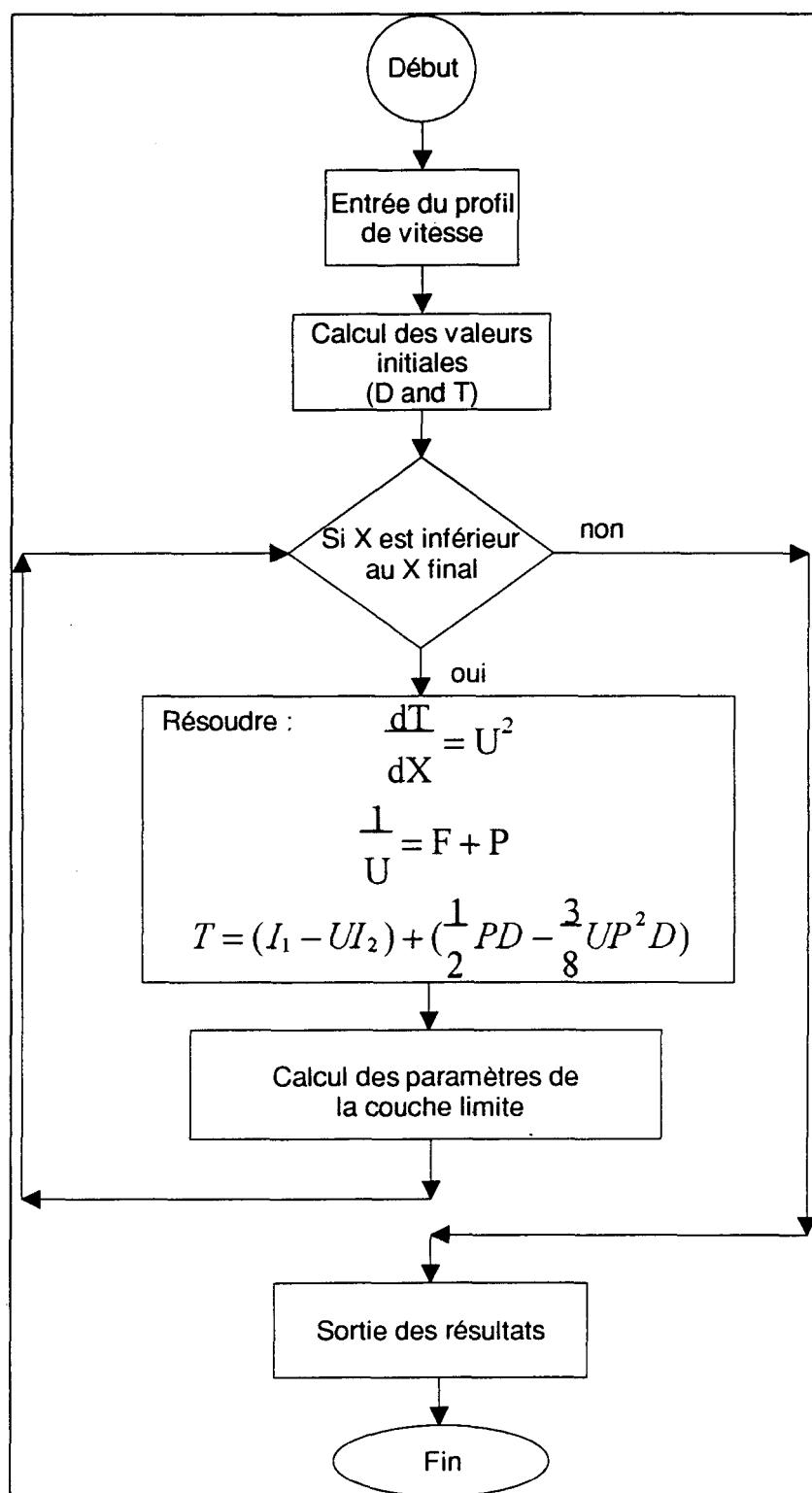
Position	Intensité	Épaisseur
(mm)	de 0 à 255	(mm)
771,06	187,00	0,82
771,60	190,00	0,63
772,13	191,00	0,57
772,66	185,00	0,95
773,19	192,00	0,50
773,72	192,00	0,50
774,26	193,00	0,44
774,79	196,00	0,26
775,32	194,00	0,38
775,85	193,00	0,44
776,38	194,00	0,38
776,91	191,00	0,57
777,45	190,00	0,63
777,98	187,00	0,82
778,51	197,00	0,19
779,04	196,00	0,26
779,57	192,00	0,50
780,11	191,00	0,57
780,64	191,00	0,57
781,17	198,00	0,13
781,70	196,00	0,26
782,23	195,00	0,32
782,77	192,00	0,50
783,30	192,00	0,50
783,83	187,00	0,82
784,36	193,00	0,44
784,89	188,00	0,76
785,43	192,00	0,50
785,96	189,00	0,70
786,49	184,00	1,02
787,02	188,00	0,76
787,55	194,00	0,38
788,09	194,00	0,38

Position (mm)	Intensité de 0 à 255	Épaisseur (mm)
762,55	188,00	0,76
763,09	192,00	0,50
763,62	195,00	0,32
764,15	195,00	0,32
764,68	192,00	0,50
765,21	194,00	0,38
765,74	188,00	0,76
766,28	194,00	0,38
766,81	185,00	0,95
767,34	193,00	0,44
767,87	194,00	0,38
768,40	192,00	0,50
768,94	195,00	0,32
769,47	197,00	0,19
770,00	192,00	0,50
770,53	193,00	0,44

Position (mm)	Intensité de 0 à 255	Épaisseur (mm)
788,62	191,00	0,57
789,15	197,00	0,19
789,68	189,00	0,70
790,21	189,00	0,70
790,74	193,00	0,44
791,28	196,00	0,26
791,81	197,00	0,19
792,34	191,00	0,57
792,87	193,00	0,44
793,40	188,00	0,76
793,94	193,00	0,44
794,47	189,00	0,70
795,00	193,00	0,44

## **ANNEXE G**

**Organigramme du programme de simulation EDCL\_1**



## **ANNEXE H**

### **Code source du programme EDCL\_1**

```
*****
*          PROGRAMME EDCL_1.FOR : CE PROGRAMME CALCULE LA VALEUR DE L'EDCL
*          A PARTIR DU PROFIL DE VITESSE TURBULENTE.
*****
*****
```

DOUBLE PRECISION DROITE,GAUCHE,K,CB,A,B,C,D,E,R,PASI,POSI  
DOUBLE PRECISION VITESSE,DELX,REC,YC,UC,DXC,FT1,FT2,FT3,THC,XTHC  
DOUBLE PRECISION MA(5,5),VB(5),VC(5),DD(5000),RE(5000)  
DOUBLE PRECISION Y(5000),DSTAR(5000),YSTAR(5000),CF(5000)  
DOUBLE PRECISION FONCT,F3,DINTE1,DINTE2,SILLON,ROOTT  
DOUBLE PRECISION DDOLD,DDNEW,REOLD,RENEW,TTOLD,TTNEW  
DOUBLE PRECISION INT2,INT1,DELTAT,NOMBRE,REYNOL,TT(5000)  
DOUBLE PRECISION T1,T2,T3,PRECIS,FIN,FRER,FRACT,BLDTE  
DOUBLE PRECISION DENS,VISCC,VISCD,BLDTT,PBLDT,TEST,DELB  
INTEGER ITER,I,J,COMPT  
CHARACTER\*30 FICHE,FICHE2  
LOGICAL FLAG,FLAG2,TFLAG2  
COMMON /COEFF/A,B,C,D,E,GAUCHE,DROITE

\*\*\*\*\* 1.0 CARACTERISTIQUES DU FLUIDE POTENTIEL

VISCC=1.228D-5  
VISCD=1.66D-5  
DENS=1.3516D0

\*\*\*\*\* 1.0.1 CARACTERISTIQUES DE L'ECOULEMENT

WRITE(6,\*)"ENTREZ LE FICHIER DE SORTIE 1"  
READ(5,\*)FICHE  
WRITE(6,\*)"ENTREZ LE FICHIER DE SORTIE 2"  
READ(5,\*)FICHE2  
WRITE(6,\*)"ENTREZ LA VITESSE DE L' 'ECOULEMENT D' 'AIR'  
READ(5,\*)VITESSE  
WRITE(6,\*)"ENTREZ LA POSITION EN X"  
READ(5,\*)POSI  
WRITE(6,\*)"ENTREZ LE NOMBRE DE RENOLDS DE TRANSITION"  
READ(5,\*)REC

\*\*\*\*\* 1.1 ENTREE DES VARIABLES DE DEPART

WRITE(6,\*)"ENTREZ LES POINTS DE RACCORDS GAUCHE ET DROITE"  
READ(5,\*)GAUCHE,DROITE  
WRITE(6,\*)"ENTREZ LA VALEUR DE K ET B DE LA LOI LOGARITHMIQUE"  
READ(5,\*)K,CB

\*\*\*\*\* 1.1.1 PAS D'ITERATION

```

*
*
WRITE(6,*) 'ENTREZ LE PAS D''ITERATION (DELTAX) '
READ(5,*) DELX
WRITE(6,*) 'ENTREZ LA FREQUENCE DE MEMORISATION (ENTIER) '
READ(5,*) FRER
NOMBRE=800.0D0
REYNOL=POSI*VITESSE/VISCC
ENTIER=DNINT((REYNOL-REC) / (DELX*FRER))
FIN=REC+(ENTIER+1) * (DELX*FRER)
WRITE(6,*) 'FIN :',FIN
WRITE(6,*) 'NOMBRE DE CALCUL :', (ENTIER+1.0D0)*FRER
WRITE(6,*) 'NOMBRE DE MEMORISE :',ENTIER+1.0D0
*
*
*** 1.1.2 ENTREE DE LA PRECISION DES CALCULS
*
*
WRITE(6,*) 'ENTREZ LA PRECISION DES CALCULS'
READ(5,*) PRECIS
600 FORMAT(1X,F10.5,F10.5)
*
*
*** 2.0 CALCUL DES COEFFICIENTS DE LA FONCTION DE RECOUVREMENT
*
*
IF (CB.GT.0.0D0) THEN
***
*** 2.1 FORMATION DE LA MATRICE A
*
*
MA(1,1)=GAUCHE**4.0
MA(1,2)=GAUCHE**3.0
MA(1,3)=GAUCHE**2.0
MA(1,4)=GAUCHE**1.0
MA(1,5)=1.0D0
MA(2,1)=4.0D0*GAUCHE**3.0
MA(2,2)=3.0D0*GAUCHE**2.0
MA(2,3)=2.0D0*GAUCHE
MA(2,4)=1.0D0
MA(2,5)=0.0D0
MA(3,1)=DROITE**4.0
MA(3,2)=DROITE**3.0
MA(3,3)=DROITE**2.0
MA(3,4)=DROITE**1.0
MA(3,5)=1.0D0
MA(4,1)=4.0D0*DROITE**3.0
MA(4,2)=3.0D0*DROITE**2.0
MA(4,3)=2.0D0*DROITE
MA(4,4)=1.0D0
MA(4,5)=0.0D0
MA(5,1)=12.0D0*DROITE**2.0
MA(5,2)=6.0D0*DROITE
MA(5,3)=2.0D0
MA(5,4)=0.0D0
MA(5,5)=0.0D0
*
*
*** 2.2 FORMATION DU VECTEUR B

```

```
*
*
VB(1)=GAUCHE
VB(2)=1.0D0
VB(3)=F3(DROITE,K,CB)
VB(4)=1.0D0/K*1.0D0/DROITE
VB(5)=-1.0D0/K*1.0D0/DROITE**2.0
*
*
*** 2.3 APPEL DE LA SOUS-ROUTINE QUI RESOUD DES MATRICES CARREES (E;E)
*
*
CALL MATRIC (MA,VB,VC,5,6)
*
*
*** 2.4 ASSIGNATION DES COEFFICIENTS
*
*
A=VC(1)
B=VC(2)
C=VC(3)
D=VC(4)
E=VC(5)

ELSE

A=0.0D0
B=0.0D0
C=0.0D0
D=(F3(DROITE,K,CB)-GAUCHE)/(DROITE-GAUCHE)
E=GAUCHE*(1-D)
END IF
*
*
*** 3.0 CALCUL DE LA VALEUR DC(XC) DE DEPART
*
*
YC=0.37*REC**(-1./5.0)
UC=(0.0577D0/2.0D0*REC**(-1.0/5.0))**(0.5)
DXC=REC*YC*UC
XTHC=0.036D0*REC**(-1./5.0)
THC=XTHC*REC
RE(1)=REC
DD(1)=DXC
*
*
*** 3.1 CALCUL DE L'INTEGRALE DE DEPART DE 0 A D(1)
*
*
PAS=(DD(1)-0.0D0)/NOMBRE
INT2=DINTE2(0.D0,DD(1),K,CB,PAS)
INT1=DINTE1(0.D0,DD(1),K,CB,PAS)
*
*
*** 3.2 FRONTIERE POUR TROUVER LA VALEUR DE TT(1)
*
*
DELTAT=PRECIS
T1=THC
```

```

T2=T1+DELTAT
*
*
*** 3.3 DEBUT DES ITERATIONS SELON NEWTON RAPHSON
*
*
ITER=1
FT1=ROOTT(DD(1),T1,K,CB,INT1,INT2)
FT2=ROOTT(DD(1),T2,K,CB,INT1,INT2)
T3=T1- (FT1/((FT1-FT2)/(T1-T2)))
FT3=ROOTT(DD(1),T3,K,CB,INT1,INT2)
DO WHILE (DABS(FT3).GT.PRECIS.AND.ITER.LT.1000)
  T1=T3
  FT1=FT3
  T2=T1+DELTAT
  FT2=ROOTT(DD(1),T2,K,CB,INT1,INT2)
  T3=T1- (FT1/((FT1-FT2)/(T1-T2)))
  FT3=ROOTT(DD(1),T3,K,CB,INT1,INT2)
  ITER=ITER+1
END DO
TT(1)=T3
*
*
*** 3.4 CALCUL DE Y(1)
*
*
Y(1)=DD(1)/(FONCT(DD(1),TT(1),K,CB)*RE(1))
*
*
*** 3.5 CALCUL DE DSTAR(1)
*
*
DSTAR(1)=DD(1)-(FONCT(DD(1),TT(1),K,CB)
+           *(INT1+(SILLON(TT(1))/2.0D0)*DD(1)))
*
*
*** 3.6 CALCUL DE YSTAR(1)
*
*
YSTAR(1)=DSTAR(1)/(FONCT(DD(1),TT(1),K,CB)*RE(1))
*
*
*** 3.7 CALCUL DE CF(1)
*
*
CF(1)=2.0D0*(FONCT(DD(1),TT(1),K,CB))**2.0
*
*
*** 4.0 CALCUL DE D ET T
*
*
TTOLD=TT(1)
DDOLD=DD(1)
REOLD=RE(1)
I=1
COMPT=1
DO WHILE (REOLD.LE.FIN)
  RENEW=REOLD+DELX

```

```

TTNEW=TTOLD+((FONCT(DDOLD,TTOLD,K,CB))**2.)*DELX)
CALL RACINE(R,DDOLD,TTNEW,K,CB,INT1,INT2,PRECIS)
DDNEW=R
FRACT=DMOD(RENEW,FRER*DELX)
IF (FRACT.EQ.0.0D0) THEN
  I=I+1
  RE(I)=RENEW
  DD(I)=DDNEW
  TT(I)=TTNEW
*
*
*** 4.1 CALCUL DE Y(D)
*
*
Y(I)=DD(I)/(FONCT(DD(I),TT(I),K,CB)*RE(I))
*
*
*** 4.2 CALCUL DE DSTAR(D)
*
*
DSTAR(I)=DD(I)-(FONCT(DD(I),TT(I),K,CB)
+           *(INT1+(SILLON(TT(I))/2.0D0)*DD(I)))
*
*
*** 4.3 CALCUL DE YSTAR(D)
*
*
YSTAR(I)=DSTAR(I)/(FONCT(DD(I),TT(I),K,CB)*RE(I))
*
*
*** 4.4 CALCUL DE CF(D)
*
*
CF(I)=2.0D0*(FONCT(DD(I),TT(I),K,CB))**2.0
J=I
ENDIF
REOLD=RENEW
DDOLD=DDNEW
TTOLD=TTNEW
END DO
*
*
*** FICHIER DE SORTIE
*
*
OPEN(UNIT=2,FILE=FICHE,STATUS='unknown')
WRITE(2,*)'FICHIER :',FICHE
WRITE(2,160)K,CB
WRITE(2,150)RE(1),DXC
WRITE(2,151)DELX,PRECIS
WRITE(2,152)VISCC,VISCD
WRITE(2,153)DENS,POSI
WRITE(2,155)VITESSE,REYNOL
WRITE(2,*)
WRITE(2,*)
WRITE(2,157)
OPEN(UNIT=3,FILE=FICHE2,STATUS='unknown')
WRITE(3,*)'FICHIER :',FICHE2
WRITE(3,160)K,CB

```

```

      WRITE(3,150)RE(1),DXC
      WRITE(3,151)DELX,PRECIS
      WRITE(3,152)VISCC,VISCD
      WRITE(3,153)DENS,POSI
      WRITE(3,155)VITESS,REYNOL
      WRITE(3,*)*
      WRITE(3,161)
      I=1
      DO WHILE (I.LE.J)
          WRITE(2,154)RE(I),DD(I),TT(I),Y(I),DSTAR(I),YSTAR(I)
      WRITE(3,156)RE(I),Y(I),YSTAR(I),FONCT(DD(I),TT(I),K,CB),CF(I)
          I=I+1
      END DO
      CLOSE(2)
150  FORMAT(1X,'REYNOLDS CRIT :',2X,F15.1,5X,'D(Rec)      :',2X,D15.6)
151  FORMAT(1X,'DELTA X      :',2X,F15.1,5X,'PRECISION :',2X,D15.6)
152  FORMAT(1X,'VISCOSITE C  :',2X,D15.6,5X,'V.DYNAM    :',2X,D15.6)
153  FORMAT(1X,'DENSITE =    :',2X,D15.6,5X,'POSITION   :',2X,F15.2)
154  FORMAT(1X,D10.5,5(1X,D12.6))
155  FORMAT(1X,'VITESSE M/SEC :',2X,D15.6,5X,'REYNOLDS  :',2X,D15.6)
156  FORMAT(1X,D10.5,4(1X,D12.6))
157  FORMAT(6X,'RE',10X,'D',12X,'T',12X,'Y',12X,'D*',12X,'Y*')
158  FORMAT(12X,'% OF RUN =',1X,F5.2)
160  FORMAT(1X,'K        :',2X,F15.6,5X,'B      :',2X,F15.6)
161  FORMAT(6X,'RE',10X,'Y',12X,'Y*',11X,'U',12X,'CF')
5000 FORMAT(5X,'B =',F6.3,5X,'BL CAL =',F10.5,5X,'delta B =',F10.5)
      STOP
      END
*
*
*** FONCTION RACINE D DE LA FONCTION
*
*
SUBROUTINE RACINE(R,DTEM,T,K,CB,INT1,INT2,PRECIS)
DOUBLE PRECISION R,DTEM,T,K,CB,D1,D2,D3,DELTAD,ROOTT,PRECIS
DOUBLE PRECISION FD1,FD2,FD3,INT1,INT2,DINTE1,DINTE2
DOUBLE PRECISION INTE11,INTE12,PAS
INTEGER ITER
*
*
*** FRONTIERE POUR TROUVER LA VALEUR DE D
*
*
DELTAD=PRECIS
D1=DTEM
D2=D1+DELTAD
*
*
* DEBUT DES ITERATIONS SELON NEWTON RAPHSON
*
*
ITER=1
FD1=ROOTT(D1,T,K,CB,INT1,INT2)
FD2=ROOTT(D2,T,K,CB,INT1,INT2)
D3=D1- (FD1/((FD1-FD2)/(D1-D2)))
PAS=DABS((D3-DTEM)/50.0D0)
INTE11=INT1+DINTE1(DTEM,D3,K,CB,PAS)
INTE12=INT2+DINTE2(DTEM,D3,K,CB,PAS)

```

```

FD3=ROOTT(D3,T,K,CB,INTE11,INTE12)
*
*
* TEST DE CONTINUITÉ DES ITERATIONS, PRECISION NON ACQUISE ET ITER PLUS PETI
T QUE 50
*
DO WHILE (DABS(FD3).GT.PRECIS.AND.ITER.LT.1000)
D1=D3
FD1=FD3
D2=D1+DELTAD
FD2=ROOTT(D2,T,K,CB,INTE11,INTE12)
D3=D1- (FD1/((FD1-FD2)/(D1-D2)))
PAS=DABS((D3-DTEM)/50.0D0)
INTE11=INT1+DINTE1(DTEM,D3,K,CB,PAS)
INTE12=INT2+DINTE2(DTEM,D3,K,CB,PAS)
FD3=ROOTT(D3,T,K,CB,INTE11,INTE12)
ITER=ITER+1
END DO
R=D3
INT1=INTE11
INT2=INTE12
RETURN
END
*
*
*** RESOLUTION DE MATRICE
*
*
SUBROUTINE MATRIC (AA,B1,X1,E,E1)
*
* DECLARATIONS DES VARIABLES ET DES TABLEAUX UTILISEES
*
INTEGER E,E1,K
DOUBLE PRECISION A1(10,10), AA(E,E), B1(E), X1(E), X111
*
*
INITIALISATION D'UNE MATRICE TEMPORAIRE AUGMENTEE QUI SUBIRA LA
"GAUSS COMPACT" AFIN DE PRESERVER LA MATRICE INITIALE.
*
DO I=1,E
    DO J=1,E
        A1(I,J)=AA(I,J)
    END DO
    A1(I,E1)=B1(I)
END DO
*
* ELIMINATION DE LA MATRICE A POUR FORMER A" (TRIANG. SUPERIEUR)
*
DO 1010 K=1,(E-1)
    DO 1020 I=(K+1),E
        DO 1030 J=(K+1),E1
            A1(I,J)=A1(I,J)-((A1(I,K)*A1(K,J))/A1(K,K))
1030
1020
    END DO
1010
END DO
*
* SUBSTITUTION A REBOURS
*
X1(E)=A1(E,E1)/A1(E,E)

```

```

DO 1050 I=(E-1),1,-1
      X111=0.0D0
      DO 1060 J=(I+1),E
            X111=X111+A1(I,J)*X1(J)
1060      END DO
      X1(I)=(A1(I,E1)-X111)/A1(I,I)
1050      END DO
      RETURN
      END
*
*
***   FONCTION U
*
*
FUNCTION FONCT(D1,T1,K,CB)
DOUBLE PRECISION FONCT,SILLON,D1,T1,FSL,K,CB
*
FONCT=1.0D0/ (FSL(D1,K,CB)+SILLON(T1))
*
RETURN
END
*
*
***   FONCTION ROOTT
*
*
FUNCTION ROOTT(D,T,K,CB,INTE1,INTE2)
DOUBLE PRECISION T,D,K,CB,INTE1,INTE2,ROOT1,ROOT2,ROOTT,SILLON
DOUBLE PRECISION FONCT
ROOT1=(INTE1-FONCT(D,T,K,CB)*INTE2)
ROOT2=(.5D0*SILLON(T)-.375D0*(SILLON(T))**2.0*FONCT(D,T,K,CB))*D
ROOTT=ROOT1+ROOT2-T
RETURN
END
*
*
***   FONCTION DELTA INTE2 (FSL **2)
*
*
FUNCTION DINTE2(DEBUT,FIN,K,CB,PASSA)
DOUBLE PRECISION DINTE2,DEBUT,FIN,FSL,S,K,CB
DOUBLE PRECISION PASSA,DELI0
DINTE2=0.0D0
DELI0=0.0D0
IF ((FIN-DEBUT).GT.0.0D0) THEN
      DO 500 S=DEBUT,FIN-2.0D0*PASSA,2.0D0*PASSA
            DELI0=PASSA/3.0D0*((FSL(S,K,CB))**2.0+4.0D0
            +(FSL(S+PASSA,K,CB))**2.0+(FSL(S+2.0D0*PASSA,K,CB))**2.0)
            DINTE2=DINTE2+DELI0
500      CONTINUE
ELSE
      DINTE2=0.0D0
END IF
RETURN
END
*
*
***   FONCTION DELTA INTE1 (FSL)
*

```

```

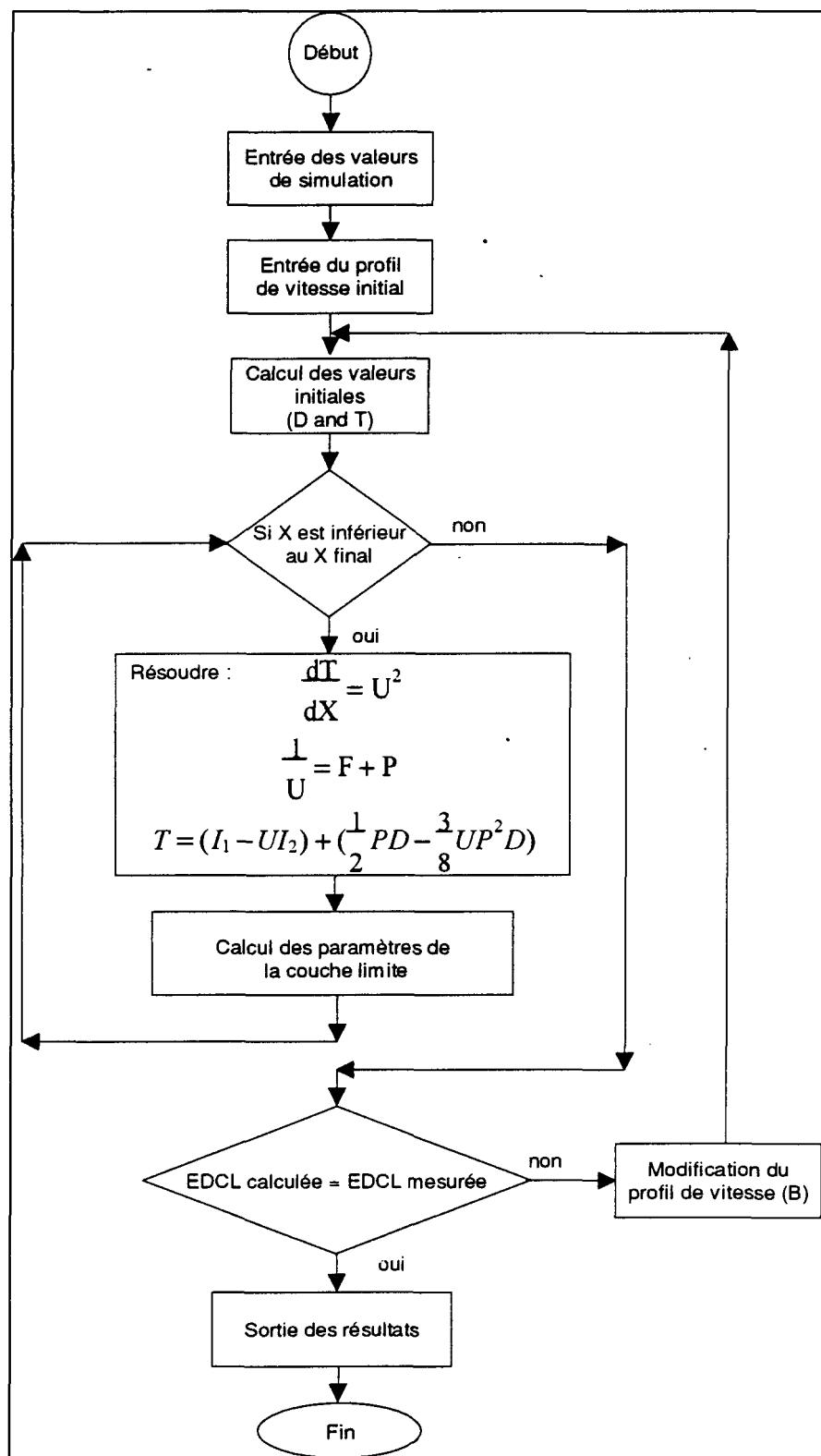
*
FUNCTION DINTE1(DEBUT,FIN,K,CB,PASSA)
DOUBLE PRECISION DINTE1,DEBUT,FIN,FSL,S,K,CB
DOUBLE PRECISION PASSA,DELI1
DINTE1=0.0D0
DELI1=0.0D0
IF ((FIN-DEBUT).GT.0.0D0) THEN
  DO 501 S=DEBUT,FIN-2.0D0*PASSA,2.0D0*PASSA
    DELI1=PASSA/3.0D0*(FSL(S,K,CB)
  +  +4.0D0*FSL(S+PASSA,K,CB)+FSL(S+(2.0D0*PASSA),K,CB))
    DINTE1=DINTE1+DELI1
501  CONTINUE
ELSE
  DINTE1=0.0D0
END IF
RETURN
END
*
*
*** FONCTION FSL
*
FUNCTION FSL(Z,K,CB)
DOUBLE PRECISION FSL,F3
DOUBLE PRECISION Z,A,B,C,D,E,K,CB,GAUCHE,DROITE
COMMON /COEFF/A,B,C,D,E,GAUCHE,DROITE
IF (Z.LE.GAUCHE) THEN
  FSL=Z
ELSE IF (Z.LE.DROITE) THEN
  FSL=A*Z**4.0+B*Z**3.0+C*Z**2.0+D*Z+E
ELSE
  FSL=F3(Z,K,CB)
ENDIF
RETURN
END

FUNCTION F3(Z,K,CB)
DOUBLE PRECISION F3,K,CB,Z
F3=((1.0D0/K)*DLOG(Z))+CB
RETURN
END
*
*
*** FONCTION SILLAGE DE COLES
*
FUNCTION SILLON(RTETA)
DOUBLE PRECISION SILLON,RTETA,Z1
Z1=(RTETA/425.0D0-1.0D0)
IF (Z1.GT.0.0D0) THEN
  SILLON=0.55D0*(1-DEXP(-.243D0*Z1**0.5-.298D0*Z1))
ELSE
  SILLON=0.0D0
ENDIF
RETURN
END

```

## **ANNEXE I**

### **Organigramme du programme de simulation EDCL\_2**



## **ANNEXE J**

**Code source du programme EDCL\_2**

```
*****
*
*
*      PROGRAMME EDCL_2.FOR : CE PROGRAMME CALCULE LA CONSTANTE B DU
*      PROFIL DE VITESSE TURBULENT PAR
*      COMPARAISON ENTRE LA VALEUR DE L'EDCL
*      CALCULEE ET EXPERIMENTALE.
*
*
*****
*
*
*
DOUBLE PRECISION DROITE,GAUCHE,K,CB,A,B,C,D,E,R,PAS,POSI
DOUBLE PRECISION VITESSE,DELX,REC,YC,UC,DXC,FT1,FT2,FT3,THC,XTHC
DOUBLE PRECISION MA(5,5),VB(5),VC(5),DD(5000),RE(5000)
DOUBLE PRECISION Y(5000),DSTAR(5000),YSTAR(5000),CF(5000)
DOUBLE PRECISION FONCT,F3,DINTE1,DINTE2,SILLON,ROTT
DOUBLE PRECISION DDOLD,DDNEW,REOLD,RENEW,TTOLD,TTNEW
DOUBLE PRECISION INT2,INT1,DELTAT,NOMBRE,REYNOL,TT(5000)
DOUBLE PRECISION T1,T2,T3,PRECIS,FIN,FRER,FRACT,BLDTE
DOUBLE PRECISION DENS,VISCC,VISCD,BLDTT,PBLDT,TEST,DELB
INTEGER ITER,I,J,COMPT
CHARACTER*30 FICHE,FICHE2
LOGICAL FLAG,FLAG2,TFLAG2
COMMON /COEFF/A,B,C,D,E,GAUCHE,DROITE
*
*
***      1.0 CARACTERISTIQUES DU FLUIDE POTENTIEL
*
*
VISCC=1.228D-5
VISCD=1.66D-5
DENS=1.3516D0
*
*
***      1.0.1 CARACTERISTIQUES DE L'ECOULEMENT
*
*
WRITE(6,*)"ENTREZ LE FICHIER DE SORTIE 1"
READ(5,*)FICHE
WRITE(6,*)"ENTREZ LE FICHIER DE SORTIE 2"
READ(5,*)FICHE2
WRITE(6,*)"ENTREZ LA VITESSE DE L'ECOULEMENT D'AIR"
READ(5,*)VITESSE
WRITE(6,*)"ENTREZ LA POSITION EN x"
READ(5,*)POSI
WRITE(6,*)"ENTREZ LE BLDT EXPERIMENTAL"
READ(5,*)BLDTE
WRITE(6,*)"ENTREZ LE NOMBRE DE RENOLDS DE TRANSITION"
READ(5,*)REC
*
*
***      1.1 ENTREE DES VARIABLES DE DEPART
*
*
WRITE(6,*)"ENTREZ LES POINTS DE RACCORDS GAUCHE ET DROITE"
READ(5,*)GAUCHE,DROITE
WRITE(6,*)"ENTREZ DELTA B DESIRE"
```

```
READ(5,*)DELB
FLAG2=.TRUE.
WRITE(6,*)"ENTREZ LA VALEUR DE K ET B DE LA LOI LOGARITHMIQUE"
READ(5,*)K,CB
*
*
*** 1.1.1 PAS D'ITERATION
*
*
WRITE(6,*)"ENTREZ LE PAS D'ITERATION (DELTAX)"
READ(5,*)DELX
WRITE(6,*)"ENTREZ LA FREQUENCE DE MEMORISATION (ENTIER)"
READ(5,*)FRER
NOMBRE=800.0D0
REYNOL=POSI*VITESS/VISCC
ENTIER=DNINT((REYNOL-REC)/(DELX*FRER))
FIN=REC+(ENTIER+1)*(DELX*FRER)
WRITE(6,*)"FIN      :",FIN
WRITE(6,*)"NOMBRE DE CALCUL  :", (ENTIER+1.0D0)*FRER
WRITE(6,*)"NOMBRE DE MEMORISE  :",ENTIER+1.0D0
*
*
*** 1.1.2 ENTREE DE LA PRECISION DES CALCULS
*
*
WRITE(6,*)"ENTREZ LA PRECISION DES CALCULS"
READ(5,*)PRECIS
WRITE(6,*)"ENTREZ LA PRECISION DU BLDT EN %"
READ(5,*)PBLDT
PBLDT=BLDTE*PBLDT/100.0D0
FLAG=.TRUE.
DO WHILE (FLAG)
600 FORMAT(1X,F10.5,F10.5)
*
*
*** 2.0 CALCUL DES COEFFICIENTS DE LA FONCTION DE RECOUVREMENT
*
*
IF (CB.GT.0.0D0) THEN
*
*** 2.1 FORMATION DE LA MATRICE A
*
*
MA(1,1)=GAUCHE**4.0
MA(1,2)=GAUCHE**3.0
MA(1,3)=GAUCHE**2.0
MA(1,4)=GAUCHE**1.0
MA(1,5)=1.0D0
MA(2,1)=4.0D0*GAUCHE**3.0
MA(2,2)=3.0D0*GAUCHE**2.0
MA(2,3)=2.0D0*GAUCHE
MA(2,4)=1.0D0
MA(2,5)=0.0D0
MA(3,1)=DROITE**4.0
MA(3,2)=DROITE**3.0
MA(3,3)=DROITE**2.0
MA(3,4)=DROITE**1.0
MA(3,5)=1.0D0
MA(4,1)=4.0D0*DROITE**3.0
```

```
MA(4,2)=3.0D0*DROITE**2.0
MA(4,3)=2.0D0*DROITE
MA(4,4)=1.0D0
MA(4,5)=0.0D0
MA(5,1)=12.0D0*DROITE**2.0
MA(5,2)=6.0D0*DROITE
MA(5,3)=2.0D0
MA(5,4)=0.0D0
MA(5,5)=0.0D0
*
*
*** 2.2 FORMATION DU VECTEUR B
*
*
VB(1)=GAUCHE
VB(2)=1.0D0
VB(3)=F3(DROITE,K,CB)
VB(4)=1.0D0/K*1.0D0/DROITE
VB(5)=-1.0D0/K*1.0D0/DROITE**2.0
*
*
*** 2.3 APPEL DE LA SOUS-ROUTINE QUI RESOUD DES MATRICES CARREES (E,E)
*
*
CALL MATRIC (MA,VB,VC,5,6)
*
*
*** 2.4 ASSIGNATION DES COEFFICIENTS
*
*
A=VC(1)
B=VC(2)
C=VC(3)
D=VC(4)
E=VC(5)

ELSE

A=0.0D0
B=0.0D0
C=0.0D0
D=(F3(DROITE,K,CB)-GAUCHE)/(DROITE-GAUCHE)
E=GAUCHE*(1-D)
END IF
*
*
*** 3.0 CALCUL DE LA VALEUR DC(XC) DE DEPART
*
*
YC=0.37*REC**(-1./5.0)
UC=(0.0577D0/2.0D0*REC**(-1.0/5.0))**0.5
DXC=REC*YC*UC
XTHC=0.036D0*REC**(-1./5.0)
THC=XTHC*REC
RE(1)=REC
DD(1)=DXC
*
*
*** 3.1 CALCUL DE L'INTEGRALE DE DEPART DE 0 A D(1)
```

```
*
*
PAS=(DD(1)-0.0D0)/NOMBRE
INT2=DINTE2(0.D0,DD(1),K,CB,PAS)
INT1=DINTE1(0.D0,DD(1),K,CB,PAS)
*
*
*** 3.2 FRONTIERE POUR TROUVER LA VALEUR DE TT(1)
*
*
DELTAT=PRECIS
T1=THC
T2=T1+DELTAT
*
*
*** 3.3 DEBUT DES ITERATIONS SELON NEWTON RAPHSON
*
*
ITER=1
FT1=ROOTT(DD(1),T1,K,CB,INT1,INT2)
FT2=ROOTT(DD(1),T2,K,CB,INT1,INT2)
T3=T1- (FT1/((FT1-FT2)/(T1-T2)))
FT3=ROOTT(DD(1),T3,K,CB,INT1,INT2)
DO WHILE (DABS(FT3).GT.PRECIS.AND.ITER.LT.1000)
  T1=T3
  FT1=FT3
  T2=T1+DELTAT
  FT2=ROOTT(DD(1),T2,K,CB,INT1,INT2)
  T3=T1- (FT1/((FT1-FT2)/(T1-T2)))
  FT3=ROOTT(DD(1),T3,K,CB,INT1,INT2)
  ITER=ITER+1
END DO
TT(1)=T3
*
*
*** 3.4 CALCUL DE Y(1)
*
*
Y(1)=DD(1)/(FONCT(DD(1),TT(1),K,CB)*RE(1))
*
*
*** 3.5 CALCUL DE DSTAR(1)
*
*
DSTAR(1)=DD(1)-(FONCT(DD(1),TT(1),K,CB)
+          *(INT1+(SILLON(TT(1))/2.0D0)*DD(1)))
*
*
*** 3.6 CALCUL DE YSTAR(1)
*
*
YSTAR(1)=DSTAR(1)/(FONCT(DD(1),TT(1),K,CB)*RE(1))
*
*
*** 3.7 CALCUL DE CF(1)
*
*
CF(1)=2.0D0*(FONCT(DD(1),TT(1),K,CB))**2.0
```

```

*
*
*** 4.0 CALCUL DE D ET T
*
*
      TTOLD=TT(1)
      DDOLD=DD(1)
      REOLD=RE(1)
      I=1
      COMPT=1
      DO WHILE (REOLD.LE.FIN)
          RENEW=REOLD+DELX
          TTNEW=TTOLD+((FONCT(DDOLD,TTOLD,K,CB))**2.)*DELX)
          CALL RACINE(R,DDOLD,TTNEW,K,CB,INT1,INT2,PRECIS)
          DDNEW=R
          FRACT=DMOD(RENEW,FRER*DELX)
          IF (FRACT.EQ.0.0D0) THEN
              I=I+1
              RE(I)=RENEW
              DD(I)=DDNEW
              TT(I)=TTNEW
*
*
*** 4.1 CALCUL DE Y(D)
*
*
      Y(I)=DD(I)/(FONCT(DD(I),TT(I),K,CB)*RE(I))
*
*
*** 4.2 CALCUL DE DSTAR(D)
*
*
      DSTAR(I)=DD(I)-(FONCT(DD(I),TT(I),K,CB)
      +          *(INT1+(SILLON(TT(I))/2.0D0)*DD(I)))
*
*
*** 4.3 CALCUL DE YSTAR(D)
*
*
      YSTAR(I)=DSTAR(I)/(FONCT(DD(I),TT(I),K,CB)*RE(I))
*
*
*** 4.4 CALCUL DE CF(D)
*
*
      CF(I)=2.0D0*(FONCT(DD(I),TT(I),K,CB))**2.0
      J=I
      ENDIF
      REOLD=RENEW
      DDOLD=DDNEW
      TTOLD=TTNEW
      END DO
      BLDTT=YSTAR(I)*POSI
      TEST=BLDTT-BLDTE
      TFLAG2=FLAG2
      IF (DABS(TEST).GT.PBLDT) THEN
          IF (TEST.LT.0.0D0) THEN
              DELB=-1.0D0*DABS(DELB)
              FLAG2=.TRUE.

```

```

ELSE
  FLAG2=.FALSE.
  DELB=DABS (DELB)
END IF
IF (TFLAG2.NEQV.FLAG2) THEN
  DELB=DELB/2.0D0
END IF
WRITE(6,5000)CB,BLDTT,TEST
CB=CB+DELB
ELSE
  FLAG=.FALSE.
END IF
END DO
*
*
*** FICHIER DE SORTIE
*
OPEN(UNIT=2,FILE=FICHE,STATUS='unknown')
WRITE(2,*)'FICHIER :',FICHE
WRITE(2,160)K,CB
WRITE(2,150)RE(1),DXC
WRITE(2,151)DELX,PRECIS
WRITE(2,152)VISCC,VISCD
WRITE(2,153)DENS,POSI
WRITE(2,155)VITESS,REYNOL
WRITE(2,*)
WRITE(2,*)
WRITE(2,157)
OPEN(UNIT=3,FILE=FICHE2,STATUS='unknown')
WRITE(3,*)'FICHIER :',FICHE2
WRITE(3,160)K,CB
WRITE(3,150)RE(1),DXC
WRITE(3,151)DELX,PRECIS
WRITE(3,152)VISCC,VISCD
WRITE(3,153)DENS,POSI
WRITE(3,155)VITESS,REYNOL
WRITE(3,*)
WRITE(3,*)
WRITE(3,161)
I=1
DO WHILE (I.LE.J)
  WRITE(2,154)RE(I),DD(I),TT(I),Y(I),DSTAR(I),YSTAR(I)
  WRITE(3,156)RE(I),Y(I),YSTAR(I),FONCT(DD(I),TT(I),K,CB),CF(I)
  I=I+1
END DO
CLOSE(2)
150 FORMAT(1X,'REYNOLDS CRIT :',2X,F15.1,5X,'D(REc)      :',2X,D15.6)
151 FORMAT(1X,'DELTA X      :',2X,F15.1,5X,'PRECISION   :',2X,D15.6)
152 FORMAT(1X,'VISCOSITE C  :',2X,D15.6,5X,'V.DYNAM     :',2X,D15.6)
153 FORMAT(1X,'DENSITE =     :',2X,D15.6,5X,'POSITION    :',2X,F15.2)
154 FORMAT(1X,D10.5,5(1X,D12.6))
155 FORMAT(1X,'VITESSE M/SEC :',2X,D15.6,5X,'REYNOLDS   :',2X,D15.6)
156 FORMAT(1X,D10.5,4(1X,D12.6))
157 FORMAT(6X,'RE',10X,'D',12X,'T',12X,'Y',12X,'D*',12X,'Y*')
158 FORMAT(12X,'% OF RUN =',1X,F5.2)
160 FORMAT(1X,'K      :',2X,F15.6,5X,'B      :',2X,F15.6)
161 FORMAT(6X,'RE',10X,'Y',12X,'Y*',11X,'U',12X,'CF')
5000 FORMAT(5X,'B =',F6.3,5X,'BL CAL =',F10.5,5X,'delta B =',F10.5)

```

```

STOP
END
*
*
*** FONCTION RACINE D DE LA FONCTION
*
*
SUBROUTINE RACINE(R,DTEM,T,K,CB,INT1,INT2,PRECIS)
DOUBLE PRECISION R,DTEM,T,K,CB,D1,D2,D3,DELTAD,ROOTT,PRECIS
DOUBLE PRECISION FD1,FD2,FD3,INT1,INT2,DINTE1,DINTE2
DOUBLE PRECISION INTE11,INTE12,PAS
INTEGER ITER
*
*
*** FRONTIERE POUR TROUVER LA VALEUR DE D
*
*
DELTAD=PRECIS
D1=DTEM
D2=D1+DELTAD
*
*
* DEBUT DES ITERATIONS SELON NEWTON RAPHSON
*
*
ITER=1
FD1=ROOTT(D1,T,K,CB,INT1,INT2)
FD2=ROOTT(D2,T,K,CB,INT1,INT2)
D3=D1-((FD1-FD2)/(D1-D2))
PAS=DABS((D3-DTEM)/50.0D0)
INTE11=INT1+DINTE1(DTEM,D3,K,CB,PAS)
INTE12=INT2+DINTE2(DTEM,D3,K,CB,PAS)
FD3=ROOTT(D3,T,K,CB,INTE11,INTE12)
*
*
* TEST DE CONTINUITE DES ITERATIONS, PRECISION NON ACQUISE ET ITER PLUS PETI
T QUE 50
*
DO WHILE (DABS(FD3).GT.PRECIS.AND.ITER.LT.1000)
D1=D3
FD1=FD3
D2=D1+DELTAD
FD2=ROOTT(D2,T,K,CB,INTE11,INTE12)
D3=D1-((FD1-FD2)/(D1-D2))
PAS=DABS((D3-DTEM)/50.0D0)
INTE11=INT1+DINTE1(DTEM,D3,K,CB,PAS)
INTE12=INT2+DINTE2(DTEM,D3,K,CB,PAS)
FD3=ROOTT(D3,T,K,CB,INTE11,INTE12)
ITER=ITER+1
END DO
R=D3
INT1=INTE11
INT2=INTE12
RETURN
END
*
*
*** RESOLUTION DE MATRICE
*

```

```

*
*      SUBROUTINE MATRIC (AA,B1,X1,E,E1)
*
*      DECLARATIONS DES VARIABLES ET DES TABLEAUX UTILISES
*
*      INTEGER E,E1,K
*      DOUBLE PRECISION A1(10,10), AA(E,E), B1(E), X1(E), X111
*
*
*      INITIALISATION D'UNE MATRICE TEMPORAIRE AUGMENTER QUI SUBIRA LA
*      "GAUSS COMPACT" AFIN DE PRESERVER LA MATRICE INITIALE.
*
*      DO  I=1,E
*          DO  J=1,E
*              A1(I,J)=AA(I,J)
*          END DO
*          A1(I,E1)=B1(I)
*      END DO
*
*      ELIMINATION DE LA MATRICE A POUR FORMER A" (TRIANG. SUPERIEUR)
*
*      DO 1010 K=1,(E-1)
*          DO 1020 I=(K+1),E
*              DO 1030 J=(K+1),E1
*                  A1(I,J)=A1(I,J)-((A1(I,K)*A1(K,J))/A1(K,K))
*              END DO
*          END DO
*      1010  END DO
*
*      SUBSTITUTION A REBOURS
*
*      X1(E)=A1(E,E1)/A1(E,E)
*      DO 1050 I=(E-1),1,-1
*          X111=0.0D0
*              DO 1060 J=(I+1),E
*                  X111=X111+A1(I,J)*X1(J)
*              END DO
*          1050  X1(I)=(A1(I,E1)-X111)/A1(I,I)
*          END DO
*      RETURN
*      END
*
*
*      ***  FONCTION U
*
*
*      FUNCTION FONCT(D1,T1,K,CB)
*      DOUBLE PRECISION FONCT,SILLON,D1,T1,FSL,K,CB
*
*      FONCT=1.0D0/(FSL(D1,K,CB)+SILLON(T1))
*
*      RETURN
*      END
*
*
*      ***  FONCTION ROOTT
*
*
*      FUNCTION ROOTT(D,T,K,CB,INTE1,INTE2)

```

```

DOUBLE PRECISION T,D,K,CB,INTE1,INTE2,ROOT1,ROOT2,ROOTT,SILLON
DOUBLE PRECISION FONCT
ROOT1=(INTE1-FONCT(D,T,K,CB)*INTE2)
ROOT2=(.5D0*SILLON(T)-.375D0*(SILLON(T))**2.0*FONCT(D,T,K,CB))*D
ROOTT=ROOT1+ROOT2-T
RETURN
END
*
*
*** FONCTION DELTA INTE2 (FSL **2)
*
*
FUNCTION DINTE2(DEBUT,FIN,K,CB,PASSA)
DOUBLE PRECISION DINTE2,DEBUT,FIN,FSL,S,K,CB
DOUBLE PRECISION PASSA,DELI0
DINTE2=0.0D0
DELI0=0.0D0
IF ((FIN-DEBUT).GT.0.0D0) THEN
    DO 500 S=DEBUT,FIN-2.0D0*PASSA,2.0D0*PASSA
        DELI0=PASSA/3.0D0*((FSL(S,K,CB))**2.0+4.0D0
    + *(FSL(S+PASSA,K,CB))**2.0+(FSL(S+2.0D0*PASSA,K,CB))**2.0)
    DINTE2=DINTE2+DELI0
500    CONTINUE
ELSE
    DINTE2=0.0D0
END IF
RETURN
END
*
*
*** FONCTION DELTA INTE1 (FSL)
*
*
FUNCTION DINTE1(DEBUT,FIN,K,CB,PASSA)
DOUBLE PRECISION DINTE1,DEBUT,FIN,FSL,S,K,CB
DOUBLE PRECISION PASSA,DELI1
DINTE1=0.0D0
DELI1=0.0D0
IF ((FIN-DEBUT).GT.0.0D0) THEN
    DO 501 S=DEBUT,FIN-2.0D0*PASSA,2.0D0*PASSA
        DELI1=PASSA/3.0D0*(FSL(S,K,CB)
    + +4.0D0*FSL(S+PASSA,K,CB)+FSL(S+(2.0D0*PASSA),K,CB))
    DINTE1=DINTE1+DELI1
501    CONTINUE
ELSE
    DINTE1=0.0D0
END IF
RETURN
END
*
*
*** FONCTION FSL
*
*
FUNCTION FSL(Z,K,CB)
DOUBLE PRECISION FSL,F3
DOUBLE PRECISION Z,A,B,C,D,E,K,CB,GAUCHE,DROITE
COMMON /COEFF/A,B,C,D,E,GAUCHE,DROITE
IF (Z.LE.GAUCHE) THEN

```

```
FSL=Z
ELSE IF (Z.LE.DROITE) THEN
  FSL=A*Z**4.0+B*Z**3.0+C*Z**2.0+D*Z+E
ELSE
  FSL=F3(Z,K,CB)
ENDIF
RETURN
END

FUNCTION F3(Z,K,CB)
DOUBLE PRECISION F3,K,CB,Z
F3=((1.0D0/K)*DLOG(Z))+CB
RETURN
END
*
*
***  FONCTION SILLAGE DE COLES
*
FUNCTION SILLON(RTETA)
DOUBLE PRECISION SILLON,RTETA,Z1
Z1=(RTETA/425.0D0-1.0D0)
IF (Z1.GT.0.0D0) THEN
  SILLON=0.55D0*(1-DEXP(-.243D0*Z1**0.5-.298D0*Z1))
ELSE
  SILLON=0.0D0
ENDIF
RETURN
END
```

## **ANNEXE K**

**Validation du modèle sur plaque plane lisse**

## Validation de l'EDCL sur plaque plane lisse

 $NMAX := 203$  $i := 0..NMAX \quad j := 0..NMAX$  $Reynold_i := \text{READ}(reynold)$  $Reynold_{NMAX} = 1.045 \cdot 10^7$  $Dstar_i := \text{READ}(dse)$  $Dstar_{NMAX} = 0.001856$ 

Méthode des moindres carrés pour lisser une droite à travers le modèle ln-In

 $Y_i := \ln(Dstar_i) \quad X_i := \ln(Reynold_i)$  $Z_{(i,0)} := 1 \quad Z_{(i,1)} := X_i$  $S := Z^T \cdot Z \quad S = \begin{pmatrix} 204 & 3113.585641 \\ 3113.585641 & 4.765077 \cdot 10^4 \end{pmatrix}$  $D := Z^T \cdot Y \quad D = \begin{pmatrix} -1250.689538 \\ -1.911359 \cdot 10^4 \end{pmatrix}$  $C := S^{-1} \cdot D \quad C = \begin{pmatrix} -3.208167 \\ -0.191491 \end{pmatrix}$  $Yth(x) := C_0 + C_1 \cdot x$ 

## Validité du modèle ln-In

 $Ymoy := \text{mean}(Y) \quad Ymoy = -6.130831$  $Rcarre := \sum_i (Y_i - Yth(X_i))^2 \quad Rcarre = 0.034112$  $Ycarre := \sum_i (Y_i)^2 \quad Ycarre = 7672.535129$  $Rocarre := \sum_i (Y_i - Ymoy)^2 \quad Rocarre = 4.768848$

$$rc := 1 - \frac{R_{\text{carre}}}{R_{\text{ocarre}}} \quad \text{Coefficient de régression} \quad rc = 0.992847$$

EDCL en fonction du nombre de Reynolds

Constantes

$$k := e^{c_0} \quad k = 0.040431$$

$$n := C_1 \quad n = -0.191491$$

Fonction

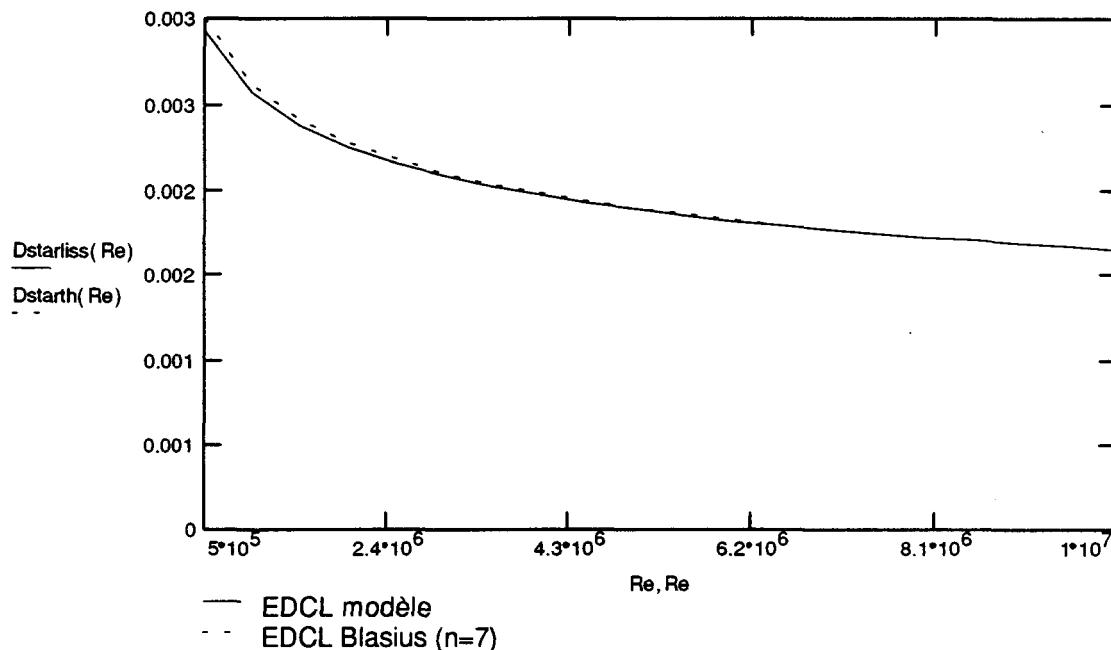
$$D_{\text{starliss}}(\gamma) := [k \cdot (\gamma)^n]$$

EDCL en fonction du nombre de Reynolds Blasius (n=7)

$$D_{\text{starth}}(R) := 0.0463 \cdot R^{-\frac{1}{5}}$$

Graphique des EDCL provenant du modèle et de Blasius (n=7) en fonction du nombre de Reynolds.

$$Re := 5 \cdot 10^5, 1 \cdot 10^6 \dots 1 \cdot 10^7$$



## Validation du coefficient de frottement local sur plaque plane lisse

 $NMAX := 203$  $i := 0..NMAX \quad j := 0..NMAX$  $Reynold_i := READ(reynold)$ 

$Reynold_{NMAX} = 1.045 \cdot 10^7$

 $Cf_i := READ(cf)$ 

$Cf_{NMAX} = 0.002673$

Méthode des moindres carrés pour lisser une droite à travers le modèle ln-ln

$Y_i := \ln(Cf_i) \quad X_i := \ln(Reynold_i)$

$Z_{(i,0)} := 1 \quad Z_{(i,1)} := X_i$

$S := Z^T \cdot Z \quad S = \begin{pmatrix} 204 & 3113.585641 \\ 3113.585641 & 4.765077 \cdot 10^4 \end{pmatrix}$

$D := Z^T \cdot Y \quad D = \begin{pmatrix} -1180.27807 \\ -1.803473 \cdot 10^4 \end{pmatrix}$

$C := S^{-1} \cdot D \quad C = \begin{pmatrix} -3.358605 \\ -0.15902 \end{pmatrix}$

$Y_{th}(x) := C_0 + C_1 \cdot x$

## Validité du modèle ln-ln

$Ymoy := mean(Y) \quad Ymoy = -5.785677$

$Rcarre := \sum_i (Y_i - Y_{th}(X_i))^2 \quad Rcarre = 0.001826$

$Ycarre := \sum_i (Y_i)^2 \quad Ycarre = 6831.974441$

$Rocarre := \sum_i (Y_i - Ymoy)^2 \quad Rocarre = 3.266977$

$$rc := 1 - \frac{R_{\text{carre}}}{R_{\text{ocarre}}} \quad \text{Coefficient de régression} \quad rc = 0.999441$$

Coefficient de cisaillement local en fonction du nombre de Reynolds

Constantes

$$k := e^{C_0} \quad k = 0.034784$$

$$n := C_1 \quad n = -0.15902$$

Fonction

$$C_{\text{fliss}}(\gamma) := [k \cdot (\gamma)^n]$$

Coefficient de cisaillement local en fonction du nombre de Reynolds Blasius (n=7)

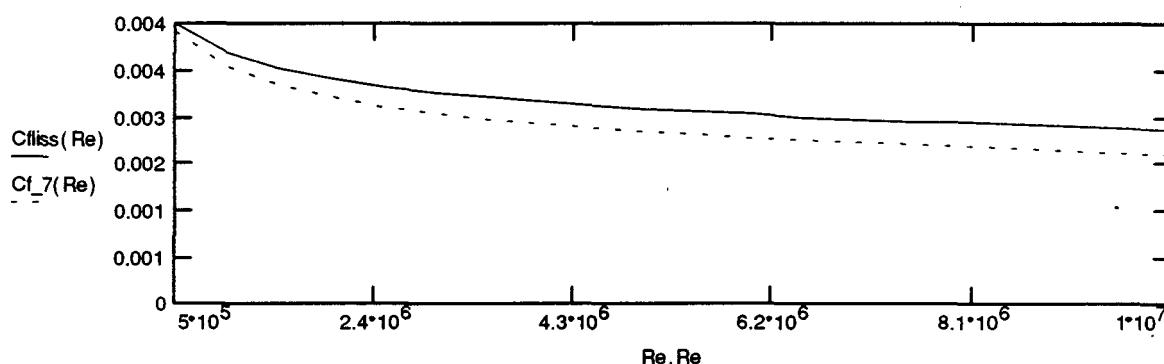
$$Cf_7(R) := 0.0577 \cdot R^{-2}$$

Calcul de l'erreur à  $R = 8000000$

$$\frac{C_{\text{fliss}}(8 \cdot 10^6) - Cf_7(8 \cdot 10^6)}{Cf_7(8 \cdot 10^6)} \cdot 100 = 15.634819$$

Graphique des coefficients de frottement local provenant du modèle et de Blasius (n=7) en fonction du nombre de Reynolds.

$$Re := 5 \cdot 10^5, 1 \cdot 10^6 \dots 1 \cdot 10^7$$



## **ANNEXE L**

**Validation du modèle sur plaque plane rugueuse**

Validation du modèle rugueux avec  $B = -1,06$  ( $k = 50$ )

$NMAX := 154$        $ktil := 50$

$i := 0..NMAX$        $j := 0..NMAX$

$Reynolds_i := READ(reynold)$

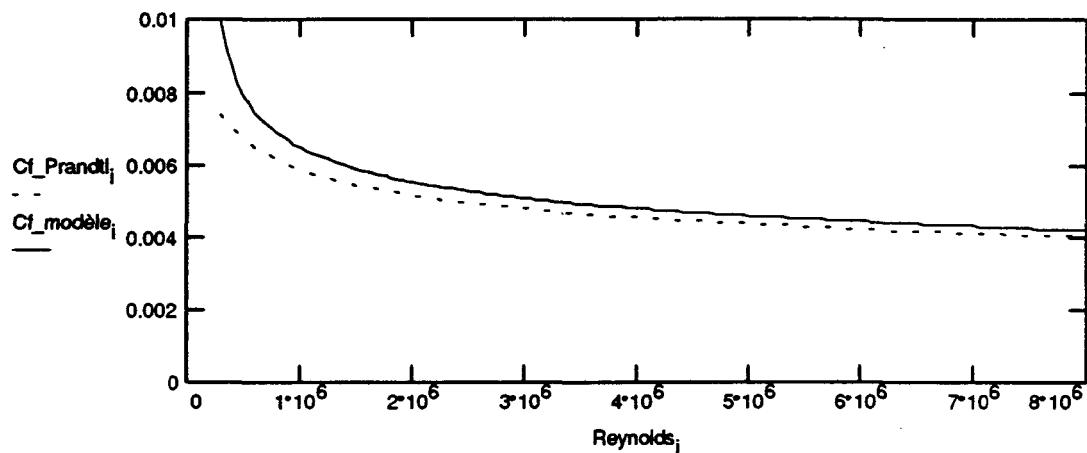
$Reynolds_{NMAX} = 8 \cdot 10^6$

$U_i := READ(DU)$

$Cf_modèle_i := READ(cf)$

$$XK_i := \frac{Reynolds_i}{ktil} \cdot U_i$$

$$Cf_{Prandtl_i} := (2.87 + 1.58 \cdot \log(XK_i))^{-2.5}$$



Validation du modèle rugueux avec  $B = -2,75$  ( $k = 100$ )

$$NMAX := 154 \quad ktil := 100$$

$$i := 0..NMAX \quad j := 0..NMAX$$

$$Reynolds_i := READ(reynold)$$

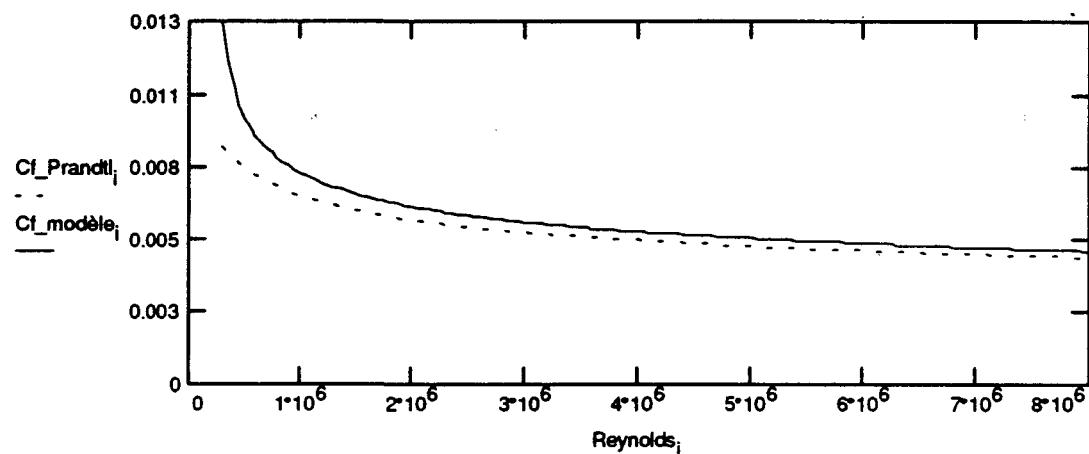
$$Reynolds_{NMAX} = 8 \cdot 10^6$$

$$U_i := READ(DU)$$

$$Cf\_modèle_i := READ(cf)$$

$$XK_i := \frac{Reynolds_i}{ktil} \cdot U_i$$

$$Cf\_Prandtl_i := (2.87 + 1.58 \cdot \log(XK_i))^{-2.5}$$



Validation du modèle rugueux avec  $B = -6,68$  ( $k = 500$ )

$NMAX := 102$        $ktil := 500$

$i := 0..NMAX$        $j := 0..NMAX$

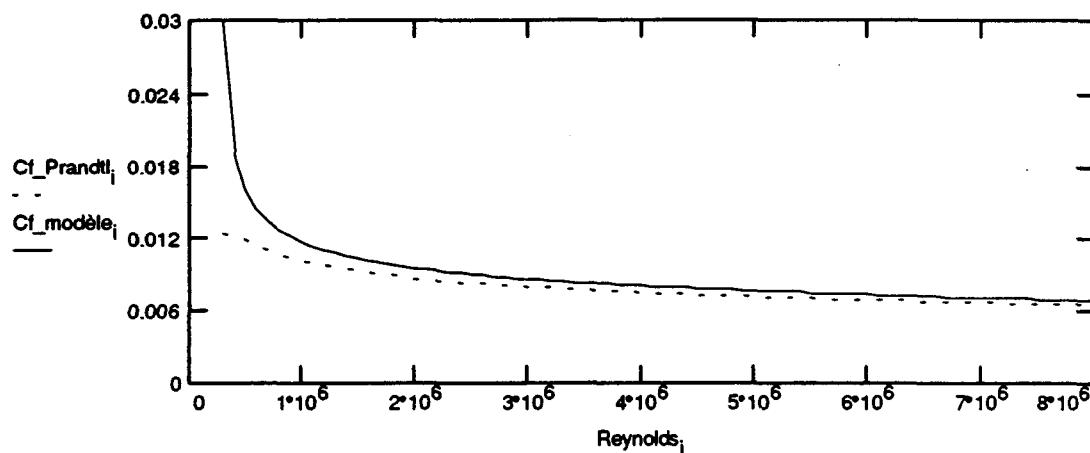
$Reynolds_i := READ(reynold)$

$U_i := READ(DU)$

$Cf_modèle_i := READ(cf)$

$$XK_i := \frac{Reynolds_i}{ktil} \cdot U_i$$

$$Cf_{Prandtl_i} := (2.87 + 1.58 \cdot \log(XK_i))^{-2.5}$$



Validation du modèle rugueux avec  $B = -8,37$  ( $k = 1000$ )

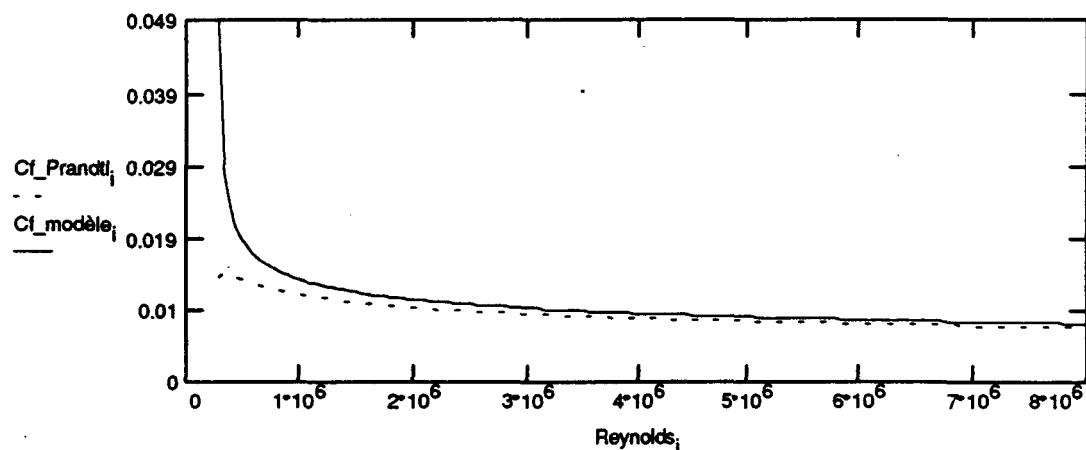
NMAX := 154      ktil := 1000

i := 0 .. NMAX      j := 0 .. NMAX

Reynolds<sub>i</sub> := READ(reynold)Reynolds<sub>NMAX</sub> =  $8 \cdot 10^6$ U<sub>i</sub> := READ(DU)Cf\_modèle<sub>i</sub> := READ(cf)

$$XK_i := \frac{\text{Reynolds}_i}{ktil} \cdot U_i$$

$$Cf_{\text{Prandtl}}_i := (2.87 + 1.58 \cdot \log(XK_i))^{-2.5}$$



## **ANNEXE M**

**Résultats du calcul de B avec le liquide A-409**

FICHIER : zone1a2.dat

K	:	0.410000	B	:	-8.500000
REYNOLDS CRIT	:	300000.0	D(Rec)	:	0.428805D+03
DELTA X	:	500.0	PRECISION	:	0.100000D-04
VISCOSITE C	:	0.122800D-04	V.DYNAM	:	0.166000D-04
DENSITE =	:	0.135160D+01	POSITION	:	0.76
VITESSE M/SEC	:	0.185400D+02	REYNOLDS	:	0.114743D+07

RE	Y	Y*	U	CF
.30000D+06	0.907132D-02	0.280637D-02	0.157568D+00	0.496553D-01
.40000D+06	0.269937D-01	0.754160D-02	0.108927D+00	0.237302D-01
.50000D+06	0.336049D-01	0.888763D-02	0.990655D-01	0.196280D-01
.60000D+06	0.370493D-01	0.942973D-02	0.937472D-01	0.175771D-01
.70000D+06	0.390520D-01	0.966905D-02	0.901893D-01	0.162682D-01
.80000D+06	0.402741D-01	0.976022D-02	0.875539D-01	0.153314D-01
.90000D+06	0.410313D-01	0.976288D-02	0.854811D-01	0.146140D-01
.10000D+07	0.414977D-01	0.972278D-02	0.837834D-01	0.140393D-01
.11000D+07	0.417714D-01	0.965344D-02	0.823530D-01	0.135640D-01
.12000D+07	0.419130D-01	0.956109D-02	0.811223D-01	0.131617D-01

## FICHIER : zone1b2.dat

K :	0.410000	B :	2.750000
REYNOLDS CRIT :	300000.0	D(Rec) :	0.428805D+03
DELTA X :	500.0	PRECISION :	0.100000D-04
VISCOSITE C :	0.122800D-04	V.DYNAM :	0.166000D-04
DENSITE = :	0.135160D+01	POSITION :	0.76
VITESSE M/SEC :	0.650000D+02	REYNOLDS :	0.402280D+07

RE	Y	Y*	U	CF
.30000D+06	0.253756D-01	0.335878D-02	0.563278D-01	0.634564D-02
.40000D+06	0.250079D-01	0.338588D-02	0.543076D-01	0.589863D-02
.50000D+06	0.245534D-01	0.336554D-02	0.528955D-01	0.559586D-02
.60000D+06	0.241229D-01	0.332923D-02	0.518208D-01	0.537079D-02
.70000D+06	0.237394D-01	0.328501D-02	0.509591D-01	0.519366D-02
.80000D+06	0.234009D-01	0.323468D-02	0.502438D-01	0.504888D-02
.90000D+06	0.231030D-01	0.318523D-02	0.496345D-01	0.492717D-02
.10000D+07	0.228409D-01	0.314203D-02	0.491051D-01	0.482263D-02
.11000D+07	0.226085D-01	0.310286D-02	0.486381D-01	0.473132D-02
.12000D+07	0.224012D-01	0.306786D-02	0.482209D-01	0.465052D-02
.13000D+07	0.222148D-01	0.303587D-02	0.478446D-01	0.457822D-02
.14000D+07	0.220450D-01	0.300270D-02	0.475025D-01	0.451298D-02
.15000D+07	0.218907D-01	0.297566D-02	0.471889D-01	0.445359D-02
.16000D+07	0.217488D-01	0.294870D-02	0.468999D-01	0.439920D-02
.17000D+07	0.216181D-01	0.292564D-02	0.466319D-01	0.434907D-02
.18000D+07	0.214966D-01	0.290302D-02	0.463824D-01	0.430266D-02
.19000D+07	0.213835D-01	0.288251D-02	0.461491D-01	0.425948D-02
.20000D+07	0.212773D-01	0.286228D-02	0.459302D-01	0.421916D-02
.21000D+07	0.211773D-01	0.284301D-02	0.457241D-01	0.418138D-02
.22000D+07	0.210829D-01	0.282478D-02	0.455294D-01	0.414585D-02
.23000D+07	0.209934D-01	0.280705D-02	0.453451D-01	0.411235D-02
.24000D+07	0.209087D-01	0.279165D-02	0.451700D-01	0.408066D-02
.25000D+07	0.208274D-01	0.277463D-02	0.450036D-01	0.405065D-02
.26000D+07	0.207494D-01	0.275673D-02	0.448450D-01	0.402215D-02
.27000D+07	0.206755D-01	0.274312D-02	0.446934D-01	0.399499D-02
.28000D+07	0.206040D-01	0.272767D-02	0.445484D-01	0.396912D-02
.29000D+07	0.205354D-01	0.271338D-02	0.444094D-01	0.394439D-02
.30000D+07	0.204697D-01	0.270139D-02	0.442759D-01	0.392071D-02
.31000D+07	0.204060D-01	0.268824D-02	0.441477D-01	0.389803D-02
.32000D+07	0.203446D-01	0.267563D-02	0.440242D-01	0.387627D-02
.33000D+07	0.202854D-01	0.266483D-02	0.439052D-01	0.385534D-02
.34000D+07	0.202280D-01	0.265344D-02	0.437905D-01	0.383521D-02
.35000D+07	0.201719D-01	0.264058D-02	0.436797D-01	0.381583D-02
.36000D+07	0.201178D-01	0.262979D-02	0.435725D-01	0.379713D-02
.37000D+07	0.200651D-01	0.261858D-02	0.434688D-01	0.377908D-02
.38000D+07	0.200138D-01	0.260768D-02	0.433684D-01	0.376164D-02
.39000D+07	0.199642D-01	0.259794D-02	0.432710D-01	0.374476D-02
.40000D+07	0.199157D-01	0.258803D-02	0.431765D-01	0.372843D-02
.41000D+07	0.198687D-01	0.257926D-02	0.430848D-01	0.371259D-02

## FICHIER : zone2a2.dat

K	0.410000	B	-8.500000
REYNOLDS CRIT	300000.0	D(REc)	0.428805D+03
DELTA X	500.0	PRECISION	0.100000D-04
VISCOSITE C	0.122800D-04	V.DYNAM	0.166000D-04
DENSITE =	0.135160D+01	POSITION	1.50
VITESSE M/SEC	0.298600D+02	REYNOLDS	0.364739D+07

RE	Y	Y*	U	CF
.30000D+06	0.907132D-02	0.280637D-02	0.157568D+00	0.496553D-01
.40000D+06	0.269937D-01	0.754160D-02	0.108927D+00	0.237302D-01
.50000D+06	0.336049D-01	0.888763D-02	0.990655D-01	0.196280D-01
.60000D+06	0.370493D-01	0.942973D-02	0.937472D-01	0.175771D-01
.70000D+06	0.390520D-01	0.966905D-02	0.901893D-01	0.162682D-01
.80000D+06	0.402741D-01	0.976022D-02	0.875539D-01	0.153314D-01
.90000D+06	0.410313D-01	0.976288D-02	0.854811D-01	0.146140D-01
.10000D+07	0.414977D-01	0.972278D-02	0.837834D-01	0.140393D-01
.11000D+07	0.417714D-01	0.965344D-02	0.823530D-01	0.135640D-01
.12000D+07	0.419130D-01	0.956109D-02	0.811223D-01	0.131617D-01
.13000D+07	0.419654D-01	0.946514D-02	0.800449D-01	0.128144D-01
.14000D+07	0.419534D-01	0.936085D-02	0.790894D-01	0.125103D-01
.15000D+07	0.418969D-01	0.925823D-02	0.782324D-01	0.122406D-01
.16000D+07	0.418080D-01	0.915457D-02	0.774568D-01	0.119991D-01
.17000D+07	0.416978D-01	0.905915D-02	0.767490D-01	0.117808D-01
.18000D+07	0.415723D-01	0.896881D-02	0.760988D-01	0.115820D-01
.19000D+07	0.414331D-01	0.887282D-02	0.754989D-01	0.114002D-01
.20000D+07	0.412871D-01	0.878427D-02	0.749419D-01	0.112326D-01
.21000D+07	0.411353D-01	0.869658D-02	0.744228D-01	0.110775D-01
.22000D+07	0.409808D-01	0.861417D-02	0.739369D-01	0.109333D-01
.23000D+07	0.408247D-01	0.853468D-02	0.734805D-01	0.107988D-01
.24000D+07	0.406676D-01	0.845672D-02	0.730506D-01	0.106728D-01
.25000D+07	0.405116D-01	0.838464D-02	0.726442D-01	0.105543D-01
.26000D+07	0.403574D-01	0.831794D-02	0.722589D-01	0.104427D-01
.27000D+07	0.402034D-01	0.824923D-02	0.718934D-01	0.103373D-01
.28000D+07	0.400507D-01	0.818068D-02	0.715457D-01	0.102376D-01
.29000D+07	0.399015D-01	0.812049D-02	0.712138D-01	0.101428D-01
.30000D+07	0.397550D-01	0.806360D-02	0.708966D-01	0.100527D-01
.31000D+07	0.396099D-01	0.800510D-02	0.705933D-01	0.996683D-02
.32000D+07	0.394675D-01	0.794920D-02	0.703025D-01	0.988490D-02
.33000D+07	0.393276D-01	0.789503D-02	0.700235D-01	0.980657D-02
.34000D+07	0.391905D-01	0.784319D-02	0.697552D-01	0.973157D-02
.35000D+07	0.390564D-01	0.779475D-02	0.694968D-01	0.965962D-02
.36000D+07	0.389246D-01	0.774684D-02	0.692479D-01	0.959055D-02
.37000D+07	0.387952D-01	0.769977D-02	0.690079D-01	0.952418D-02

## FICHIER : zone2b2.dat

K :	0.410000	B :	-0.750000
REYNOLDS CRIT :	300000.0	D(REc) :	0.428805D+03
DELTA X :	500.0	PRECISION :	0.100000D-04
VISCOSITE C :	0.122800D-04	V.DYNAM :	0.166000D-04
DENSITE = :	0.135160D+01	POSITION :	1.50
VITESSE M/SEC :	0.660000D+02	REYNOLDS :	0.806189D+07

RE	Y	Y*	U	CF
.30000D+06	0.203601D-01	0.401181D-02	0.702033D-01	0.985702D-02
.40000D+06	0.235266D-01	0.441966D-02	0.655692D-01	0.859865D-02
.50000D+06	0.247908D-01	0.451703D-02	0.629329D-01	0.792109D-02
.60000D+06	0.253589D-01	0.452085D-02	0.611195D-01	0.747119D-02
.70000D+06	0.256196D-01	0.448619D-02	0.597513D-01	0.714043D-02
.80000D+06	0.257288D-01	0.444289D-02	0.586597D-01	0.688193D-02
.90000D+06	0.257569D-01	0.439671D-02	0.577562D-01	0.667155D-02
.10000D+07	0.257380D-01	0.434654D-02	0.569884D-01	0.649535D-02
.11000D+07	0.256905D-01	0.429383D-02	0.563230D-01	0.634456D-02
.12000D+07	0.256253D-01	0.423929D-02	0.557374D-01	0.621331D-02
.13000D+07	0.255513D-01	0.419317D-02	0.552149D-01	0.609736D-02
.14000D+07	0.254697D-01	0.414332D-02	0.547446D-01	0.599393D-02
.15000D+07	0.253850D-01	0.409813D-02	0.543171D-01	0.590070D-02
.16000D+07	0.252985D-01	0.405542D-02	0.539259D-01	0.581600D-02
.17000D+07	0.252117D-01	0.401600D-02	0.535655D-01	0.573852D-02
.18000D+07	0.251254D-01	0.398068D-02	0.532316D-01	0.566721D-02
.19000D+07	0.250398D-01	0.394741D-02	0.529209D-01	0.560124D-02
.20000D+07	0.249548D-01	0.391394D-02	0.526307D-01	0.553997D-02
.21000D+07	0.248713D-01	0.388376D-02	0.523583D-01	0.548279D-02
.22000D+07	0.247889D-01	0.385334D-02	0.521021D-01	0.542926D-02
.23000D+07	0.247080D-01	0.382475D-02	0.518603D-01	0.537897D-02
.24000D+07	0.246283D-01	0.379596D-02	0.516314D-01	0.533161D-02
.25000D+07	0.245499D-01	0.376773D-02	0.514143D-01	0.528686D-02
.26000D+07	0.244741D-01	0.374438D-02	0.512076D-01	0.524444D-02
.27000D+07	0.243995D-01	0.372063D-02	0.510107D-01	0.520419D-02
.28000D+07	0.243265D-01	0.369787D-02	0.508227D-01	0.516589D-02
.29000D+07	0.242549D-01	0.367535D-02	0.506429D-01	0.512940D-02
.30000D+07	0.241846D-01	0.365294D-02	0.504706D-01	0.509456D-02
.31000D+07	0.241160D-01	0.363168D-02	0.503053D-01	0.506124D-02
.32000D+07	0.240490D-01	0.361248D-02	0.501463D-01	0.502931D-02
.33000D+07	0.239835D-01	0.359339D-02	0.499934D-01	0.499869D-02
.34000D+07	0.239190D-01	0.357373D-02	0.498462D-01	0.496928D-02
.35000D+07	0.238561D-01	0.355591D-02	0.497041D-01	0.494099D-02
.36000D+07	0.237949D-01	0.353978D-02	0.495668D-01	0.491373D-02
.37000D+07	0.237348D-01	0.352356D-02	0.494341D-01	0.488746D-02
.38000D+07	0.236758D-01	0.350727D-02	0.493058D-01	0.486212D-02
.39000D+07	0.236180D-01	0.349151D-02	0.491815D-01	0.483764D-02
.40000D+07	0.235617D-01	0.347713D-02	0.490610D-01	0.481395D-02
.41000D+07	0.235062D-01	0.346198D-02	0.489441D-01	0.479105D-02
.42000D+07	0.234519D-01	0.344795D-02	0.488306D-01	0.476885D-02
.43000D+07	0.233988D-01	0.343443D-02	0.487203D-01	0.474734D-02
.44000D+07	0.233465D-01	0.342046D-02	0.486131D-01	0.472648D-02
.45000D+07	0.232950D-01	0.340597D-02	0.485089D-01	0.470623D-02
.46000D+07	0.232449D-01	0.339358D-02	0.484074D-01	0.468655D-02
.47000D+07	0.231957D-01	0.338105D-02	0.483085D-01	0.466741D-02
.48000D+07	0.231474D-01	0.336896D-02	0.482120D-01	0.464880D-02
.49000D+07	0.231002D-01	0.335843D-02	0.481180D-01	0.463068D-02
.50000D+07	0.230536D-01	0.334646D-02	0.480262D-01	0.461304D-02

RE	Y	Y*	U	CF
.51000D+07	0.230079D-01	0.333511D-02	0.479367D-01	0.459585D-02
.52000D+07	0.229632D-01	0.332492D-02	0.478491D-01	0.457908D-02
.53000D+07	0.229191D-01	0.331451D-02	0.477636D-01	0.456272D-02
.54000D+07	0.228759D-01	0.330416D-02	0.476800D-01	0.454677D-02
.55000D+07	0.228334D-01	0.329427D-02	0.475982D-01	0.453118D-02
.56000D+07	0.227916D-01	0.328457D-02	0.475182D-01	0.451596D-02
.57000D+07	0.227503D-01	0.327395D-02	0.474399D-01	0.450110D-02
.58000D+07	0.227098D-01	0.326442D-02	0.473632D-01	0.448655D-02
.59000D+07	0.226698D-01	0.325413D-02	0.472882D-01	0.447234D-02
.60000D+07	0.226305D-01	0.324423D-02	0.472146D-01	0.445843D-02
.61000D+07	0.225917D-01	0.323409D-02	0.471425D-01	0.444482D-02
.62000D+07	0.225537D-01	0.322502D-02	0.470717D-01	0.443149D-02
.63000D+07	0.225161D-01	0.321536D-02	0.470023D-01	0.441843D-02
.64000D+07	0.224791D-01	0.320571D-02	0.469342D-01	0.440564D-02
.65000D+07	0.224427D-01	0.319691D-02	0.468674D-01	0.439310D-02
.66000D+07	0.224067D-01	0.318748D-02	0.468018D-01	0.438081D-02
.67000D+07	0.223714D-01	0.317866D-02	0.467373D-01	0.436875D-02
.68000D+07	0.223366D-01	0.317031D-02	0.466740D-01	0.435692D-02
.69000D+07	0.223022D-01	0.316141D-02	0.466118D-01	0.434532D-02
.70000D+07	0.222683D-01	0.315283D-02	0.465506D-01	0.433392D-02
.71000D+07	0.222350D-01	0.314489D-02	0.464905D-01	0.432273D-02
.72000D+07	0.222019D-01	0.313618D-02	0.464314D-01	0.431175D-02
.73000D+07	0.221694D-01	0.312801D-02	0.463732D-01	0.430095D-02
.74000D+07	0.221374D-01	0.312012D-02	0.463160D-01	0.429034D-02
.75000D+07	0.221058D-01	0.311221D-02	0.462597D-01	0.427991D-02
.76000D+07	0.220746D-01	0.310456D-02	0.462042D-01	0.426966D-02
.77000D+07	0.220438D-01	0.309675D-02	0.461497D-01	0.425958D-02
.78000D+07	0.220134D-01	0.308934D-02	0.460959D-01	0.424966D-02
.79000D+07	0.219836D-01	0.308258D-02	0.460429D-01	0.423990D-02
.80000D+07	0.219540D-01	0.307556D-02	0.459908D-01	0.423030D-02
.81000D+07	0.219248D-01	0.306825D-02	0.459394D-01	0.422085D-02
.82000D+07	0.218960D-01	0.306152D-02	0.458887D-01	0.421155D-02

## **ANNEXE N**

**Résultats du calcul de B avec les différents fluides commerciaux**

## FICHIER :a207\_2.dat

K :	0.410000	B :	-7.500000
REYNOLDS CRIT :	300000.0	D(ReC) :	0.428805D+03
DELTA X :	1000.0	PRECISION :	0.100000D-03
VISCOSITE C :	0.122800D-04	V.DYNAM :	0.166000D-04
DENSITE = :	0.135160D+01	POSITION :	1.50
VITESSE M/SEC :	0.650000D+02	REYNOLDS :	0.793974D+07

RE	Y	Y*	U	CF
.30000D+06	0.105605D-01	0.297820D-02	0.135348D+00	0.366384D-01
.40000D+06	0.253899D-01	0.662432D-02	0.101606D+00	0.206476D-01
.50000D+06	0.311469D-01	0.778607D-02	0.930813D-01	0.173283D-01
.60000D+06	0.341550D-01	0.822114D-02	0.883728D-01	0.156195D-01
.70000D+06	0.359166D-01	0.842444D-02	0.851875D-01	0.145138D-01
.80000D+06	0.370022D-01	0.849698D-02	0.828127D-01	0.137159D-01
.90000D+06	0.376840D-01	0.849794D-02	0.809367D-01	0.131015D-01
.10000D+07	0.381134D-01	0.846868D-02	0.793947D-01	0.126070D-01
.11000D+07	0.383739D-01	0.841668D-02	0.780923D-01	0.121968D-01
.12000D+07	0.385211D-01	0.835637D-02	0.769683D-01	0.118482D-01
.13000D+07	0.385906D-01	0.829644D-02	0.759820D-01	0.115465D-01
.14000D+07	0.386027D-01	0.822927D-02	0.751058D-01	0.112818D-01
.15000D+07	0.385696D-01	0.814550D-02	0.743203D-01	0.110470D-01
.16000D+07	0.385077D-01	0.806660D-02	0.736083D-01	0.108364D-01
.17000D+07	0.384242D-01	0.798882D-02	0.729584D-01	0.106459D-01
.18000D+07	0.383257D-01	0.791549D-02	0.723610D-01	0.104722D-01
.19000D+07	0.382162D-01	0.784509D-02	0.718090D-01	0.103131D-01
.20000D+07	0.380985D-01	0.777526D-02	0.712963D-01	0.101663D-01
.21000D+07	0.379753D-01	0.770800D-02	0.708182D-01	0.100304D-01
.22000D+07	0.378474D-01	0.763943D-02	0.703707D-01	0.990407D-02
.23000D+07	0.377207D-01	0.758575D-02	0.699494D-01	0.978582D-02
.24000D+07	0.375912D-01	0.752728D-02	0.695526D-01	0.967513D-02
.25000D+07	0.374602D-01	0.746675D-02	0.691779D-01	0.957116D-02
.26000D+07	0.373294D-01	0.740818D-02	0.688228D-01	0.947316D-02
.27000D+07	0.371997D-01	0.735326D-02	0.684855D-01	0.938052D-02
.28000D+07	0.370714D-01	0.730132D-02	0.681642D-01	0.929273D-02
.29000D+07	0.369437D-01	0.724775D-02	0.678581D-01	0.920944D-02
.30000D+07	0.368180D-01	0.719782D-02	0.675654D-01	0.913017D-02
.31000D+07	0.366951D-01	0.715347D-02	0.672850D-01	0.905454D-02
.32000D+07	0.365734D-01	0.710782D-02	0.670164D-01	0.898239D-02
.33000D+07	0.364519D-01	0.705730D-02	0.667589D-01	0.891350D-02
.34000D+07	0.363331D-01	0.701073D-02	0.665112D-01	0.884748D-02
.35000D+07	0.362162D-01	0.696556D-02	0.662728D-01	0.878417D-02
.36000D+07	0.361012D-01	0.692143D-02	0.660431D-01	0.872338D-02
.37000D+07	0.359883D-01	0.687889D-02	0.658215D-01	0.866493D-02
.38000D+07	0.358773D-01	0.683699D-02	0.656074D-01	0.860867D-02
.39000D+07	0.357680D-01	0.679571D-02	0.654005D-01	0.855446D-02
.40000D+07	0.356609D-01	0.675588D-02	0.652003D-01	0.850216D-02
.41000D+07	0.355559D-01	0.671821D-02	0.650063D-01	0.845165D-02
.42000D+07	0.354525D-01	0.667998D-02	0.648184D-01	0.840284D-02
.43000D+07	0.353517D-01	0.664582D-02	0.646358D-01	0.835559D-02
.44000D+07	0.352523D-01	0.661102D-02	0.644587D-01	0.830985D-02
.45000D+07	0.351544D-01	0.657565D-02	0.642867D-01	0.826556D-02
.46000D+07	0.350585D-01	0.654236D-02	0.641194D-01	0.822259D-02
.47000D+07	0.349643D-01	0.650988D-02	0.639566D-01	0.818090D-02
.48000D+07	0.348723D-01	0.647996D-02	0.637980D-01	0.814038D-02
.49000D+07	0.347813D-01	0.644833D-02	0.636437D-01	0.810104D-02
.50000D+07	0.346918D-01	0.641745D-02	0.634933D-01	0.806279D-02

RE	Y	Y*	U	CF
.51000D+07	0.346045D-01	0.638956D-02	0.633464D-01	0.802555D-02
.52000D+07	0.345181D-01	0.635964D-02	0.632033D-01	0.798933D-02
.53000D+07	0.344338D-01	0.633337D-02	0.630635D-01	0.795400D-02
.54000D+07	0.343509D-01	0.630706D-02	0.629269D-01	0.791958D-02
.55000D+07	0.342689D-01	0.627977D-02	0.627935D-01	0.788605D-02
.56000D+07	0.341883D-01	0.625307D-02	0.626631D-01	0.785333D-02
.57000D+07	0.341094D-01	0.622821D-02	0.625355D-01	0.782138D-02
.58000D+07	0.340314D-01	0.620258D-02	0.624108D-01	0.779020D-02
.59000D+07	0.339546D-01	0.617713D-02	0.622887D-01	0.775975D-02
.60000D+07	0.338791D-01	0.615237D-02	0.621691D-01	0.772999D-02
.61000D+07	0.338044D-01	0.612675D-02	0.620521D-01	0.770092D-02
.62000D+07	0.337314D-01	0.610364D-02	0.619373D-01	0.767245D-02
.63000D+07	0.336592D-01	0.607983D-02	0.618248D-01	0.764462D-02
.64000D+07	0.335885D-01	0.605791D-02	0.617145D-01	0.761735D-02
.65000D+07	0.335187D-01	0.603576D-02	0.616063D-01	0.759066D-02
.66000D+07	0.334499D-01	0.601387D-02	0.615001D-01	0.756452D-02
.67000D+07	0.333822D-01	0.599268D-02	0.613959D-01	0.753891D-02
.68000D+07	0.333156D-01	0.597246D-02	0.612935D-01	0.751379D-02
.69000D+07	0.332497D-01	0.595113D-02	0.611931D-01	0.748919D-02
.70000D+07	0.331845D-01	0.592959D-02	0.610945D-01	0.746507D-02
.71000D+07	0.331209D-01	0.591086D-02	0.609975D-01	0.744138D-02
.72000D+07	0.330578D-01	0.589075D-02	0.609022D-01	0.741815D-02
.73000D+07	0.329956D-01	0.587127D-02	0.608085D-01	0.739535D-02
.74000D+07	0.329345D-01	0.585305D-02	0.607163D-01	0.737294D-02
.75000D+07	0.328743D-01	0.583513D-02	0.606257D-01	0.735094D-02
.76000D+07	0.328147D-01	0.581696D-02	0.605365D-01	0.732934D-02
.77000D+07	0.327559D-01	0.579870D-02	0.604488D-01	0.730811D-02
.78000D+07	0.326979D-01	0.578110D-02	0.603624D-01	0.728725D-02
.79000D+07	0.326406D-01	0.576341D-02	0.602775D-01	0.726674D-02
.80000D+07	0.325843D-01	0.574698D-02	0.601937D-01	0.724657D-02

## FICHIER :a341\_2.dat

K :	0.410000	B :	-7.500000
REYNOLDS CRIT :	300000.0	D(ReC) :	0.428805D+03
DELTA X :	1000.0	PRECISION :	0.100000D-03
VISCOSITE C :	0.122800D-04	V.DYNAM :	0.166000D-04
DENSITE = :	0.135160D+01	POSITION :	1.50
VITESSE M/SEC :	0.650000D+02	REYNOLDS :	0.793974D+07

RE	Y	Y*	U	CF
.30000D+06	0.105605D-01	0.297820D-02	0.135348D+00	0.366384D-01
.40000D+06	0.253899D-01	0.662432D-02	0.101606D+00	0.206476D-01
.50000D+06	0.311469D-01	0.778607D-02	0.930813D-01	0.173283D-01
.60000D+06	0.341550D-01	0.822114D-02	0.883728D-01	0.156195D-01
.70000D+06	0.359166D-01	0.842444D-02	0.851875D-01	0.145138D-01
.80000D+06	0.370022D-01	0.849698D-02	0.828127D-01	0.137159D-01
.90000D+06	0.376840D-01	0.849794D-02	0.809367D-01	0.131015D-01
.10000D+07	0.381134D-01	0.846868D-02	0.793947D-01	0.126070D-01
.11000D+07	0.383739D-01	0.841668D-02	0.780923D-01	0.121968D-01
.12000D+07	0.385211D-01	0.835637D-02	0.769683D-01	0.118482D-01
.13000D+07	0.385906D-01	0.829644D-02	0.759820D-01	0.115465D-01
.14000D+07	0.386027D-01	0.822927D-02	0.751058D-01	0.112818D-01
.15000D+07	0.385696D-01	0.814550D-02	0.743203D-01	0.110470D-01
.16000D+07	0.385077D-01	0.806660D-02	0.736083D-01	0.108364D-01
.17000D+07	0.384242D-01	0.798882D-02	0.729584D-01	0.106459D-01
.18000D+07	0.383257D-01	0.791549D-02	0.723610D-01	0.104722D-01
.19000D+07	0.382162D-01	0.784509D-02	0.718090D-01	0.103131D-01
.20000D+07	0.380985D-01	0.777526D-02	0.712963D-01	0.101663D-01
.21000D+07	0.379753D-01	0.770800D-02	0.708182D-01	0.100304D-01
.22000D+07	0.378474D-01	0.763943D-02	0.703707D-01	0.990407D-02
.23000D+07	0.377207D-01	0.758575D-02	0.699494D-01	0.978582D-02
.24000D+07	0.375912D-01	0.752728D-02	0.695526D-01	0.967513D-02
.25000D+07	0.374602D-01	0.746675D-02	0.691779D-01	0.957116D-02
.26000D+07	0.373294D-01	0.740818D-02	0.688228D-01	0.947316D-02
.27000D+07	0.371997D-01	0.735326D-02	0.684855D-01	0.938052D-02
.28000D+07	0.370714D-01	0.730132D-02	0.681642D-01	0.929273D-02
.29000D+07	0.369437D-01	0.724775D-02	0.678581D-01	0.920944D-02
.30000D+07	0.368180D-01	0.719782D-02	0.675654D-01	0.913017D-02
.31000D+07	0.366951D-01	0.715347D-02	0.672850D-01	0.905454D-02
.32000D+07	0.365734D-01	0.710782D-02	0.670164D-01	0.898239D-02
.33000D+07	0.364519D-01	0.705730D-02	0.667589D-01	0.891350D-02
.34000D+07	0.363331D-01	0.701073D-02	0.665112D-01	0.884748D-02
.35000D+07	0.362162D-01	0.696556D-02	0.662728D-01	0.878417D-02
.36000D+07	0.361012D-01	0.692143D-02	0.660431D-01	0.872338D-02
.37000D+07	0.359883D-01	0.687889D-02	0.658215D-01	0.866493D-02
.38000D+07	0.358773D-01	0.683699D-02	0.656074D-01	0.860867D-02
.39000D+07	0.357680D-01	0.679571D-02	0.654005D-01	0.855446D-02
.40000D+07	0.356609D-01	0.675588D-02	0.652003D-01	0.850216D-02
.41000D+07	0.355559D-01	0.671821D-02	0.650063D-01	0.845165D-02
.42000D+07	0.354525D-01	0.667998D-02	0.648184D-01	0.840284D-02
.43000D+07	0.353517D-01	0.664582D-02	0.646358D-01	0.835559D-02
.44000D+07	0.352523D-01	0.661102D-02	0.644587D-01	0.830985D-02
.45000D+07	0.351544D-01	0.657565D-02	0.642867D-01	0.826556D-02
.46000D+07	0.350585D-01	0.654236D-02	0.641194D-01	0.822259D-02
.47000D+07	0.349643D-01	0.650988D-02	0.639566D-01	0.818090D-02
.48000D+07	0.348723D-01	0.647996D-02	0.637980D-01	0.814038D-02
.49000D+07	0.347813D-01	0.644833D-02	0.636437D-01	0.810104D-02
.50000D+07	0.346918D-01	0.641745D-02	0.634933D-01	0.806279D-02

RE	Y	Y*	U	CF
.51000D+07	0.346045D-01	0.638956D-02	0.633464D-01	0.802555D-02
.52000D+07	0.345181D-01	0.635964D-02	0.632033D-01	0.798933D-02
.53000D+07	0.344338D-01	0.633337D-02	0.630635D-01	0.795400D-02
.54000D+07	0.343509D-01	0.630706D-02	0.629269D-01	0.791958D-02
.55000D+07	0.342689D-01	0.627977D-02	0.627935D-01	0.788605D-02
.56000D+07	0.341883D-01	0.625307D-02	0.626631D-01	0.785333D-02
.57000D+07	0.341094D-01	0.622821D-02	0.625355D-01	0.782138D-02
.58000D+07	0.340314D-01	0.620258D-02	0.624108D-01	0.779020D-02
.59000D+07	0.339546D-01	0.617713D-02	0.622887D-01	0.775975D-02
.60000D+07	0.338791D-01	0.615237D-02	0.621691D-01	0.772999D-02
.61000D+07	0.338044D-01	0.612675D-02	0.620521D-01	0.770092D-02
.62000D+07	0.337314D-01	0.610364D-02	0.619373D-01	0.767245D-02
.63000D+07	0.336592D-01	0.607983D-02	0.618248D-01	0.764462D-02
.64000D+07	0.335885D-01	0.605791D-02	0.617145D-01	0.761735D-02
.65000D+07	0.335187D-01	0.603576D-02	0.616063D-01	0.759066D-02
.66000D+07	0.334499D-01	0.601387D-02	0.615001D-01	0.756452D-02
.67000D+07	0.333822D-01	0.599268D-02	0.613959D-01	0.753891D-02
.68000D+07	0.333156D-01	0.597246D-02	0.612935D-01	0.751379D-02
.69000D+07	0.332497D-01	0.595113D-02	0.611931D-01	0.748919D-02
.70000D+07	0.331845D-01	0.592959D-02	0.610945D-01	0.746507D-02
.71000D+07	0.331209D-01	0.591086D-02	0.609975D-01	0.744138D-02
.72000D+07	0.330578D-01	0.589075D-02	0.609022D-01	0.741815D-02
.73000D+07	0.329956D-01	0.587127D-02	0.608085D-01	0.739535D-02
.74000D+07	0.329345D-01	0.585305D-02	0.607163D-01	0.737294D-02
.75000D+07	0.328743D-01	0.583513D-02	0.606257D-01	0.735094D-02
.76000D+07	0.328147D-01	0.581696D-02	0.605365D-01	0.732934D-02
.77000D+07	0.327559D-01	0.579870D-02	0.604488D-01	0.730811D-02
.78000D+07	0.326979D-01	0.578110D-02	0.603624D-01	0.728725D-02
.79000D+07	0.326406D-01	0.576341D-02	0.602775D-01	0.726674D-02
.80000D+07	0.325843D-01	0.574698D-02	0.601937D-01	0.724657D-02

## FICHIER :a390\_2.dat

K	: 0.410000	B	: -8.500000
REYNOLDS CRIT	: 300000.0	D(ReC)	: 0.428805D+03
DELTA X	: 1000.0	PRECISION	: 0.100000D-03
VISCOSITE C	: 0.122800D-04	V.DYNAM	: 0.166000D-04
DENSITE =	: 0.135160D+01	POSITION	: 1.50
VITESSE M/SEC	: 0.650000D+02	REYNOLDS	: 0.793974D+07

RE	Y	Y*	U	CF
.30000D+06	0.907132D-02	0.280637D-02	0.157568D+00	0.496553D-01
.40000D+06	0.269652D-01	0.745377D-02	0.108949D+00	0.237396D-01
.50000D+06	0.335523D-01	0.878607D-02	0.990946D-01	0.196395D-01
.60000D+06	0.369911D-01	0.933939D-02	0.937740D-01	0.175871D-01
.70000D+06	0.389867D-01	0.956935D-02	0.902162D-01	0.162779D-01
.80000D+06	0.402024D-01	0.965014D-02	0.875812D-01	0.153409D-01
.90000D+06	0.409542D-01	0.964602D-02	0.855088D-01	0.146235D-01
.10000D+07	0.414202D-01	0.961185D-02	0.838099D-01	0.140482D-01
.11000D+07	0.416923D-01	0.954079D-02	0.823791D-01	0.135726D-01
.12000D+07	0.418348D-01	0.945459D-02	0.811474D-01	0.131698D-01
.13000D+07	0.418912D-01	0.937242D-02	0.800680D-01	0.128218D-01
.14000D+07	0.418839D-01	0.928240D-02	0.791106D-01	0.125170D-01
.15000D+07	0.418325D-01	0.919269D-02	0.782517D-01	0.122467D-01
.16000D+07	0.417479D-01	0.909860D-02	0.774745D-01	0.120046D-01
.17000D+07	0.416416D-01	0.901003D-02	0.767653D-01	0.117858D-01
.18000D+07	0.415193D-01	0.892462D-02	0.761140D-01	0.115867D-01
.19000D+07	0.413844D-01	0.883764D-02	0.755127D-01	0.114043D-01
.20000D+07	0.412418D-01	0.875451D-02	0.749546D-01	0.112364D-01
.21000D+07	0.410935D-01	0.867266D-02	0.744345D-01	0.110810D-01
.22000D+07	0.409435D-01	0.859938D-02	0.739472D-01	0.109364D-01
.23000D+07	0.407911D-01	0.852653D-02	0.734897D-01	0.108015D-01
.24000D+07	0.406379D-01	0.845597D-02	0.730586D-01	0.106751D-01
.25000D+07	0.404838D-01	0.838356D-02	0.726517D-01	0.105565D-01
.26000D+07	0.403295D-01	0.831077D-02	0.722664D-01	0.104449D-01
.27000D+07	0.401781D-01	0.824613D-02	0.719002D-01	0.103393D-01
.28000D+07	0.400282D-01	0.818310D-02	0.715517D-01	0.102393D-01
.29000D+07	0.398803D-01	0.812253D-02	0.712194D-01	0.101444D-01
.30000D+07	0.397347D-01	0.806426D-02	0.709019D-01	0.100542D-01
.31000D+07	0.395918D-01	0.800975D-02	0.705980D-01	0.996817D-02
.32000D+07	0.394499D-01	0.795192D-02	0.703071D-01	0.988618D-02
.33000D+07	0.393119D-01	0.790103D-02	0.700275D-01	0.980771D-02
.34000D+07	0.391752D-01	0.784734D-02	0.697591D-01	0.973267D-02
.35000D+07	0.390415D-01	0.779699D-02	0.695007D-01	0.966069D-02
.36000D+07	0.389110D-01	0.775106D-02	0.692514D-01	0.959153D-02
.37000D+07	0.387824D-01	0.770443D-02	0.690112D-01	0.952508D-02
.38000D+07	0.386563D-01	0.765909D-02	0.687791D-01	0.946113D-02
.39000D+07	0.385319D-01	0.761227D-02	0.685550D-01	0.939958D-02
.40000D+07	0.384108D-01	0.757053D-02	0.683379D-01	0.934014D-02
.41000D+07	0.382916D-01	0.752845D-02	0.681278D-01	0.928279D-02
.42000D+07	0.381739D-01	0.748442D-02	0.679243D-01	0.922742D-02
.43000D+07	0.380587D-01	0.744266D-02	0.677269D-01	0.917386D-02
.44000D+07	0.379455D-01	0.740171D-02	0.675352D-01	0.912201D-02
.45000D+07	0.378347D-01	0.736258D-02	0.673490D-01	0.907178D-02
.46000D+07	0.377258D-01	0.732392D-02	0.671680D-01	0.902308D-02
.47000D+07	0.376188D-01	0.728621D-02	0.669919D-01	0.897584D-02
.48000D+07	0.375135D-01	0.724823D-02	0.668206D-01	0.892999D-02
.49000D+07	0.374106D-01	0.721302D-02	0.666537D-01	0.888542D-02
.50000D+07	0.373096D-01	0.717863D-02	0.664909D-01	0.884209D-02

RE	Y	Y*	U	CF
.51000D+07	0.372105D-01	0.714589D-02	0.663322D-01	0.879993D-02
.52000D+07	0.371127D-01	0.711194D-02	0.661775D-01	0.875892D-02
.53000D+07	0.370167D-01	0.707896D-02	0.660265D-01	0.871899D-02
.54000D+07	0.369227D-01	0.704795D-02	0.658789D-01	0.868005D-02
.55000D+07	0.368300D-01	0.701658D-02	0.657348D-01	0.864212D-02
.56000D+07	0.367389D-01	0.698608D-02	0.655939D-01	0.860511D-02
.57000D+07	0.366489D-01	0.695468D-02	0.654562D-01	0.856903D-02
.58000D+07	0.365611D-01	0.692659D-02	0.653213D-01	0.853375D-02
.59000D+07	0.364743D-01	0.689702D-02	0.651895D-01	0.849934D-02
.60000D+07	0.363891D-01	0.686896D-02	0.650603D-01	0.846569D-02
.61000D+07	0.363050D-01	0.684074D-02	0.649339D-01	0.843282D-02
.62000D+07	0.362230D-01	0.681571D-02	0.648098D-01	0.840063D-02
.63000D+07	0.361422D-01	0.679061D-02	0.646883D-01	0.836914D-02
.64000D+07	0.360620D-01	0.676361D-02	0.645692D-01	0.833837D-02
.65000D+07	0.359834D-01	0.673862D-02	0.644524D-01	0.830822D-02
.66000D+07	0.359064D-01	0.671555D-02	0.643376D-01	0.827866D-02
.67000D+07	0.358299D-01	0.668999D-02	0.642252D-01	0.824976D-02
.68000D+07	0.357547D-01	0.666600D-02	0.641148D-01	0.822141D-02
.69000D+07	0.356806D-01	0.664182D-02	0.640064D-01	0.819364D-02
.70000D+07	0.356076D-01	0.661852D-02	0.638999D-01	0.816639D-02
.71000D+07	0.355357D-01	0.659593D-02	0.637952D-01	0.813966D-02
.72000D+07	0.354648D-01	0.657312D-02	0.636924D-01	0.811345D-02
.73000D+07	0.353950D-01	0.655143D-02	0.635913D-01	0.808771D-02
.74000D+07	0.353259D-01	0.652896D-02	0.634920D-01	0.806246D-02
.75000D+07	0.352579D-01	0.650714D-02	0.633942D-01	0.803766D-02
.76000D+07	0.351906D-01	0.648512D-02	0.632981D-01	0.801331D-02
.77000D+07	0.351243D-01	0.646361D-02	0.632036D-01	0.798938D-02
.78000D+07	0.350592D-01	0.644379D-02	0.631104D-01	0.796585D-02
.79000D+07	0.349948D-01	0.642334D-02	0.630188D-01	0.794274D-02
.80000D+07	0.349315D-01	0.640440D-02	0.629285D-01	0.791999D-02

## FICHIER :a425\_2.dat

K	:	0.410000	B	:	-7.250000
REYNOLDS CRIT	:	300000.0	D(REQ)	:	0.428805D+03
DELTA X	:	1000.0	PRECISION	:	0.100000D-03
VISCOSITE C	:	0.122800D-04	V.DYNAM	:	0.166000D-04
DENSITE =	:	0.135160D+01	POSITION	:	1.50
VITESSE M/SEC	:	0.650000D+02	REYNOLDS	:	0.793974D+07

RE	Y	Y*	U	CF
.30000D+06	0.109288D-01	0.301913D-02	0.130788D+00	0.342109D-01
.40000D+06	0.250806D-01	0.645901D-02	0.998526D-01	0.199411D-01
.50000D+06	0.306173D-01	0.753988D-02	0.916573D-01	0.168021D-01
.60000D+06	0.335247D-01	0.797405D-02	0.870916D-01	0.151699D-01
.70000D+06	0.352191D-01	0.813930D-02	0.839981D-01	0.141114D-01
.80000D+06	0.362710D-01	0.821693D-02	0.816846D-01	0.133448D-01
.90000D+06	0.369401D-01	0.824200D-02	0.798526D-01	0.127529D-01
.10000D+07	0.373615D-01	0.822067D-02	0.783466D-01	0.122764D-01
.11000D+07	0.376198D-01	0.817536D-02	0.770737D-01	0.118807D-01
.12000D+07	0.377677D-01	0.812132D-02	0.759748D-01	0.115443D-01
.13000D+07	0.378353D-01	0.805095D-02	0.750115D-01	0.112534D-01
.14000D+07	0.378503D-01	0.798758D-02	0.741546D-01	0.109978D-01
.15000D+07	0.378232D-01	0.791469D-02	0.733855D-01	0.107709D-01
.16000D+07	0.377660D-01	0.783846D-02	0.726888D-01	0.105673D-01
.17000D+07	0.376875D-01	0.776404D-02	0.720527D-01	0.103832D-01
.18000D+07	0.375934D-01	0.769047D-02	0.714682D-01	0.102154D-01
.19000D+07	0.374887D-01	0.762078D-02	0.709279D-01	0.100615D-01
.20000D+07	0.373763D-01	0.755419D-02	0.704259D-01	0.991962D-02
.21000D+07	0.372610D-01	0.749922D-02	0.699569D-01	0.978795D-02
.22000D+07	0.371408D-01	0.744090D-02	0.695181D-01	0.966552D-02
.23000D+07	0.370159D-01	0.737588D-02	0.691063D-01	0.955135D-02
.24000D+07	0.368900D-01	0.731458D-02	0.687180D-01	0.944433D-02
.25000D+07	0.367656D-01	0.726283D-02	0.683505D-01	0.934357D-02
.26000D+07	0.366400D-01	0.720801D-02	0.680025D-01	0.924867D-02
.27000D+07	0.365145D-01	0.715277D-02	0.676720D-01	0.915901D-02
.28000D+07	0.363901D-01	0.710016D-02	0.673575D-01	0.907405D-02
.29000D+07	0.362675D-01	0.705158D-02	0.670572D-01	0.899335D-02
.30000D+07	0.361456D-01	0.700106D-02	0.667706D-01	0.891662D-02
.31000D+07	0.360244D-01	0.694926D-02	0.664964D-01	0.884354D-02
.32000D+07	0.359059D-01	0.690268D-02	0.662333D-01	0.877371D-02
.33000D+07	0.357884D-01	0.685448D-02	0.659810D-01	0.870698D-02
.34000D+07	0.356733D-01	0.680977D-02	0.657382D-01	0.864303D-02
.35000D+07	0.355600D-01	0.676610D-02	0.655046D-01	0.858170D-02
.36000D+07	0.354484D-01	0.672312D-02	0.652794D-01	0.852281D-02
.37000D+07	0.353387D-01	0.668081D-02	0.650623D-01	0.846620D-02
.38000D+07	0.352313D-01	0.664148D-02	0.648524D-01	0.841166D-02
.39000D+07	0.351259D-01	0.660351D-02	0.646495D-01	0.835910D-02
.40000D+07	0.350228D-01	0.656818D-02	0.644530D-01	0.830837D-02
.41000D+07	0.349207D-01	0.653062D-02	0.642628D-01	0.825942D-02
.42000D+07	0.348214D-01	0.649740D-02	0.640783D-01	0.821206D-02
.43000D+07	0.347236D-01	0.646425D-02	0.638993D-01	0.816624D-02
.44000D+07	0.346274D-01	0.643071D-02	0.637256D-01	0.812190D-02
.45000D+07	0.345327D-01	0.639778D-02	0.635568D-01	0.807894D-02
.46000D+07	0.344393D-01	0.636359D-02	0.633929D-01	0.803731D-02
.47000D+07	0.343481D-01	0.633253D-02	0.632332D-01	0.799687D-02
.48000D+07	0.342584D-01	0.630198D-02	0.630778D-01	0.795761D-02
.49000D+07	0.341700D-01	0.627130D-02	0.629264D-01	0.791946D-02
.50000D+07	0.340836D-01	0.624281D-02	0.627788D-01	0.788235D-02

RE	Y	Y*	U	CF
.51000D+07	0.339984D-01	0.621414D-02	0.626348D-01	0.784625D-02
.52000D+07	0.339145D-01	0.618512D-02	0.624945D-01	0.781112D-02
.53000D+07	0.338324D-01	0.615852D-02	0.623573D-01	0.777688D-02
.54000D+07	0.337513D-01	0.613096D-02	0.622235D-01	0.774353D-02
.55000D+07	0.336720D-01	0.610570D-02	0.620926D-01	0.771098D-02
.56000D+07	0.335939D-01	0.608040D-02	0.619647D-01	0.767924D-02
.57000D+07	0.335170D-01	0.605562D-02	0.618395D-01	0.764826D-02
.58000D+07	0.334412D-01	0.603047D-02	0.617172D-01	0.761802D-02
.59000D+07	0.333668D-01	0.600670D-02	0.615973D-01	0.758847D-02
.60000D+07	0.332932D-01	0.598205D-02	0.614801D-01	0.755960D-02
.61000D+07	0.332210D-01	0.595873D-02	0.613652D-01	0.753137D-02
.62000D+07	0.331500D-01	0.593635D-02	0.612526D-01	0.750375D-02
.63000D+07	0.330799D-01	0.591327D-02	0.611422D-01	0.747674D-02
.64000D+07	0.330108D-01	0.589080D-02	0.610340D-01	0.745030D-02
.65000D+07	0.329430D-01	0.586922D-02	0.609279D-01	0.742441D-02
.66000D+07	0.328764D-01	0.584910D-02	0.608236D-01	0.739903D-02
.67000D+07	0.328106D-01	0.582889D-02	0.607214D-01	0.737416D-02
.68000D+07	0.327456D-01	0.580785D-02	0.606210D-01	0.734981D-02
.69000D+07	0.326815D-01	0.578749D-02	0.605224D-01	0.732593D-02
.70000D+07	0.326188D-01	0.576905D-02	0.604255D-01	0.730249D-02
.71000D+07	0.325567D-01	0.574966D-02	0.603304D-01	0.727951D-02
.72000D+07	0.324955D-01	0.573087D-02	0.602368D-01	0.725695D-02
.73000D+07	0.324350D-01	0.571172D-02	0.601449D-01	0.723482D-02
.74000D+07	0.323755D-01	0.569396D-02	0.600545D-01	0.721308D-02
.75000D+07	0.323168D-01	0.567582D-02	0.599655D-01	0.719173D-02
.76000D+07	0.322591D-01	0.565915D-02	0.598780D-01	0.717075D-02
.77000D+07	0.322021D-01	0.564235D-02	0.597919D-01	0.715013D-02
.78000D+07	0.321456D-01	0.562493D-02	0.597071D-01	0.712988D-02
.79000D+07	0.320899D-01	0.560766D-02	0.596237D-01	0.710998D-02
.80000D+07	0.320351D-01	0.559164D-02	0.595415D-01	0.709039D-02

## FICHIER :a459\_2.dat

K :	0.410000	B :	-7.500000
REYNOLDS CRIT :	300000.0	D(Rec) :	0.428805D+03
DELTA X :	1000.0	PRECISION :	0.100000D-03
VISCOSITE C :	0.122800D-04	V.DYNAM :	0.166000D-04
DENSITE = :	0.135160D+01	POSITION :	1.50
VITESSE M/SEC :	0.650000D+02	REYNOLDS :	0.793974D+07

RE	Y	Y*	U	CF
.30000D+06	0.105605D-01	0.297820D-02	0.135348D+00	0.366384D-01
.40000D+06	0.253899D-01	0.662432D-02	0.101606D+00	0.206476D-01
.50000D+06	0.311469D-01	0.778607D-02	0.930813D-01	0.173283D-01
.60000D+06	0.341550D-01	0.822114D-02	0.883728D-01	0.156195D-01
.70000D+06	0.359166D-01	0.842444D-02	0.851875D-01	0.145138D-01
.80000D+06	0.370022D-01	0.849698D-02	0.828127D-01	0.137159D-01
.90000D+06	0.376840D-01	0.849794D-02	0.809367D-01	0.131015D-01
.10000D+07	0.381134D-01	0.846868D-02	0.793947D-01	0.126070D-01
.11000D+07	0.383739D-01	0.841668D-02	0.780923D-01	0.121968D-01
.12000D+07	0.385211D-01	0.835637D-02	0.769683D-01	0.118482D-01
.13000D+07	0.385906D-01	0.829644D-02	0.759820D-01	0.115465D-01
.14000D+07	0.386027D-01	0.822927D-02	0.751058D-01	0.112818D-01
.15000D+07	0.385696D-01	0.814550D-02	0.743203D-01	0.110470D-01
.16000D+07	0.385077D-01	0.806660D-02	0.736083D-01	0.108364D-01
.17000D+07	0.384242D-01	0.798882D-02	0.729584D-01	0.106459D-01
.18000D+07	0.383257D-01	0.791549D-02	0.723610D-01	0.104722D-01
.19000D+07	0.382162D-01	0.784509D-02	0.718090D-01	0.103131D-01
.20000D+07	0.380985D-01	0.777526D-02	0.712963D-01	0.101663D-01
.21000D+07	0.379753D-01	0.770800D-02	0.708182D-01	0.100304D-01
.22000D+07	0.378474D-01	0.763943D-02	0.703707D-01	0.990407D-02
.23000D+07	0.377207D-01	0.758575D-02	0.699494D-01	0.978582D-02
.24000D+07	0.375912D-01	0.752728D-02	0.695526D-01	0.967513D-02
.25000D+07	0.374602D-01	0.746675D-02	0.691779D-01	0.957116D-02
.26000D+07	0.373294D-01	0.740818D-02	0.688228D-01	0.947316D-02
.27000D+07	0.371997D-01	0.735326D-02	0.684855D-01	0.938052D-02
.28000D+07	0.370714D-01	0.730132D-02	0.681642D-01	0.929273D-02
.29000D+07	0.369437D-01	0.724775D-02	0.678581D-01	0.920944D-02
.30000D+07	0.368180D-01	0.719782D-02	0.675654D-01	0.913017D-02
.31000D+07	0.366951D-01	0.715347D-02	0.672850D-01	0.905454D-02
.32000D+07	0.365734D-01	0.710782D-02	0.670164D-01	0.898239D-02
.33000D+07	0.364519D-01	0.705730D-02	0.667589D-01	0.891350D-02
.34000D+07	0.363331D-01	0.701073D-02	0.665112D-01	0.884748D-02
.35000D+07	0.362162D-01	0.696556D-02	0.662728D-01	0.878417D-02
.36000D+07	0.361012D-01	0.692143D-02	0.660431D-01	0.872338D-02
.37000D+07	0.359883D-01	0.687889D-02	0.658215D-01	0.866493D-02
.38000D+07	0.358773D-01	0.683699D-02	0.656074D-01	0.860867D-02
.39000D+07	0.357680D-01	0.679571D-02	0.654005D-01	0.855446D-02
.40000D+07	0.356609D-01	0.675588D-02	0.652003D-01	0.850216D-02
.41000D+07	0.355559D-01	0.671821D-02	0.650063D-01	0.845165D-02
.42000D+07	0.354525D-01	0.667998D-02	0.648184D-01	0.840284D-02
.43000D+07	0.353517D-01	0.664582D-02	0.646358D-01	0.835559D-02
.44000D+07	0.352523D-01	0.661102D-02	0.644587D-01	0.830985D-02
.45000D+07	0.351544D-01	0.657565D-02	0.642867D-01	0.826556D-02
.46000D+07	0.350585D-01	0.654236D-02	0.641194D-01	0.822259D-02
.47000D+07	0.349643D-01	0.650988D-02	0.639566D-01	0.818090D-02
.48000D+07	0.348723D-01	0.647996D-02	0.637980D-01	0.814038D-02
.49000D+07	0.347813D-01	0.644833D-02	0.636437D-01	0.810104D-02
.50000D+07	0.346918D-01	0.641745D-02	0.634933D-01	0.806279D-02

RE	Y	Y*	U	CF
.51000D+07	0.346045D-01	0.638956D-02	0.633464D-01	0.802555D-02
.52000D+07	0.345181D-01	0.635964D-02	0.632033D-01	0.798933D-02
.53000D+07	0.344338D-01	0.633337D-02	0.630635D-01	0.795400D-02
.54000D+07	0.343509D-01	0.630706D-02	0.629269D-01	0.791958D-02
.55000D+07	0.342689D-01	0.627977D-02	0.627935D-01	0.788605D-02
.56000D+07	0.341883D-01	0.625307D-02	0.626631D-01	0.785333D-02
.57000D+07	0.341094D-01	0.622821D-02	0.625355D-01	0.782138D-02
.58000D+07	0.340314D-01	0.620258D-02	0.624108D-01	0.779020D-02
.59000D+07	0.339546D-01	0.617713D-02	0.622887D-01	0.775975D-02
.60000D+07	0.338791D-01	0.615237D-02	0.621691D-01	0.772999D-02
.61000D+07	0.338044D-01	0.612675D-02	0.620521D-01	0.770092D-02
.62000D+07	0.337314D-01	0.610364D-02	0.619373D-01	0.767245D-02
.63000D+07	0.336592D-01	0.607983D-02	0.618248D-01	0.764462D-02
.64000D+07	0.335885D-01	0.605791D-02	0.617145D-01	0.761735D-02
.65000D+07	0.335187D-01	0.603576D-02	0.616063D-01	0.759066D-02
.66000D+07	0.334499D-01	0.601387D-02	0.615001D-01	0.756452D-02
.67000D+07	0.333822D-01	0.599268D-02	0.613959D-01	0.753891D-02
.68000D+07	0.333156D-01	0.597246D-02	0.612935D-01	0.751379D-02
.69000D+07	0.332497D-01	0.595113D-02	0.611931D-01	0.748919D-02
.70000D+07	0.331845D-01	0.592959D-02	0.610945D-01	0.746507D-02
.71000D+07	0.331209D-01	0.591086D-02	0.609975D-01	0.744138D-02
.72000D+07	0.330578D-01	0.589075D-02	0.609022D-01	0.741815D-02
.73000D+07	0.329956D-01	0.587127D-02	0.608085D-01	0.739535D-02
.74000D+07	0.329345D-01	0.585305D-02	0.607163D-01	0.737294D-02
.75000D+07	0.328743D-01	0.583513D-02	0.606257D-01	0.735094D-02
.76000D+07	0.328147D-01	0.581696D-02	0.605365D-01	0.732934D-02
.77000D+07	0.327559D-01	0.579870D-02	0.604488D-01	0.730811D-02
.78000D+07	0.326979D-01	0.578110D-02	0.603624D-01	0.728725D-02
.79000D+07	0.326406D-01	0.576341D-02	0.602775D-01	0.726674D-02
.80000D+07	0.325843D-01	0.574698D-02	0.601937D-01	0.724657D-02

## FICHIER :m005\_2.dat

K :	0.410000	B :	-4.250000
REYNOLDS CRIT :	300000.0	D(REC) :	0.428805D+03
DELTA X :	1000.0	PRECISION :	0.100000D-03
VISCOSITE C :	0.122800D-04	V.DYNAM :	0.166000D-04
DENSITE = :	0.135160D+01	POSITION :	1.50
VITESSE M/SEC :	0.650000D+02	REYNOLDS :	0.793974D+07

RE	Y	Y*	U	CF
.30000D+06	0.153017D-01	0.348727D-02	0.934114D-01	0.174514D-01
.40000D+06	0.230979D-01	0.499483D-02	0.815001D-01	0.132845D-01
.50000D+06	0.263987D-01	0.553721D-02	0.765441D-01	0.117180D-01
.60000D+06	0.281301D-01	0.575632D-02	0.734983D-01	0.108040D-01
.70000D+06	0.291343D-01	0.584156D-02	0.713357D-01	0.101776D-01
.80000D+06	0.297483D-01	0.586265D-02	0.696764D-01	0.970961D-02
.90000D+06	0.301321D-01	0.584874D-02	0.683399D-01	0.934067D-02
.10000D+07	0.303731D-01	0.582637D-02	0.672257D-01	0.903859D-02
.11000D+07	0.305155D-01	0.578360D-02	0.662753D-01	0.878484D-02
.12000D+07	0.305956D-01	0.574791D-02	0.654476D-01	0.856679D-02
.13000D+07	0.306284D-01	0.570311D-02	0.647172D-01	0.837664D-02
.14000D+07	0.306271D-01	0.565445D-02	0.640649D-01	0.820863D-02
.15000D+07	0.306023D-01	0.560849D-02	0.634762D-01	0.805845D-02
.16000D+07	0.305594D-01	0.556196D-02	0.629407D-01	0.792306D-02
.17000D+07	0.305028D-01	0.551367D-02	0.624502D-01	0.780007D-02
.18000D+07	0.304354D-01	0.546313D-02	0.619985D-01	0.768763D-02
.19000D+07	0.303638D-01	0.542557D-02	0.615791D-01	0.758397D-02
.20000D+07	0.302853D-01	0.538149D-02	0.611891D-01	0.748822D-02
.21000D+07	0.302031D-01	0.533926D-02	0.608246D-01	0.739927D-02
.22000D+07	0.301181D-01	0.529743D-02	0.604827D-01	0.731631D-02
.23000D+07	0.300319D-01	0.525872D-02	0.601607D-01	0.723862D-02
.24000D+07	0.299449D-01	0.522203D-02	0.598566D-01	0.716564D-02
.25000D+07	0.298568D-01	0.518409D-02	0.595690D-01	0.709693D-02
.26000D+07	0.297690D-01	0.514854D-02	0.592959D-01	0.703201D-02
.27000D+07	0.296811D-01	0.511267D-02	0.590363D-01	0.697057D-02
.28000D+07	0.295944D-01	0.508039D-02	0.587887D-01	0.691223D-02
.29000D+07	0.295082D-01	0.504807D-02	0.585524D-01	0.685676D-02
.30000D+07	0.294226D-01	0.501580D-02	0.583263D-01	0.680392D-02
.31000D+07	0.293376D-01	0.498270D-02	0.581099D-01	0.675352D-02
.32000D+07	0.292548D-01	0.495480D-02	0.579020D-01	0.670527D-02
.33000D+07	0.291726D-01	0.492568D-02	0.577023D-01	0.665910D-02
.34000D+07	0.290913D-01	0.489577D-02	0.575102D-01	0.661485D-02
.35000D+07	0.290116D-01	0.486863D-02	0.573251D-01	0.657233D-02
.36000D+07	0.289336D-01	0.484380D-02	0.571464D-01	0.653143D-02
.37000D+07	0.288566D-01	0.481836D-02	0.569740D-01	0.649208D-02
.38000D+07	0.287808D-01	0.479336D-02	0.568074D-01	0.645416D-02
.39000D+07	0.287066D-01	0.477044D-02	0.566461D-01	0.641755D-02
.40000D+07	0.286335D-01	0.474742D-02	0.564899D-01	0.638222D-02
.41000D+07	0.285616D-01	0.472452D-02	0.563386D-01	0.634807D-02
.42000D+07	0.284912D-01	0.470328D-02	0.561917D-01	0.631502D-02
.43000D+07	0.284220D-01	0.468255D-02	0.560492D-01	0.628302D-02
.44000D+07	0.283538D-01	0.466189D-02	0.559107D-01	0.625201D-02
.45000D+07	0.282871D-01	0.464271D-02	0.557760D-01	0.622193D-02
.46000D+07	0.282214D-01	0.462336D-02	0.556451D-01	0.619274D-02
.47000D+07	0.281566D-01	0.460350D-02	0.555176D-01	0.616441D-02
.48000D+07	0.280931D-01	0.458484D-02	0.553934D-01	0.613686D-02
.49000D+07	0.280306D-01	0.456659D-02	0.552724D-01	0.611008D-02
.50000D+07	0.279692D-01	0.454872D-02	0.551544D-01	0.608401D-02

RE	Y	Y*	U	CF
.51000D+07	0.279079D-01	0.452760D-02	0.550395D-01	0.605869D-02
.52000D+07	0.278484D-01	0.451038D-02	0.549271D-01	0.603397D-02
.53000D+07	0.277897D-01	0.449268D-02	0.548174D-01	0.600989D-02
.54000D+07	0.277323D-01	0.447698D-02	0.547101D-01	0.598639D-02
.55000D+07	0.276757D-01	0.446110D-02	0.546053D-01	0.596347D-02
.56000D+07	0.276201D-01	0.444554D-02	0.545027D-01	0.594109D-02
.57000D+07	0.275652D-01	0.442996D-02	0.544024D-01	0.591925D-02
.58000D+07	0.275112D-01	0.441469D-02	0.543042D-01	0.589790D-02
.59000D+07	0.274582D-01	0.440015D-02	0.542081D-01	0.587703D-02
.60000D+07	0.274059D-01	0.438544D-02	0.541139D-01	0.585663D-02
.61000D+07	0.273548D-01	0.437285D-02	0.540216D-01	0.583666D-02
.62000D+07	0.273042D-01	0.435948D-02	0.539311D-01	0.581712D-02
.63000D+07	0.272545D-01	0.434648D-02	0.538423D-01	0.579799D-02
.64000D+07	0.272053D-01	0.433290D-02	0.537553D-01	0.577927D-02
.65000D+07	0.271570D-01	0.432034D-02	0.536699D-01	0.576092D-02
.66000D+07	0.271093D-01	0.430760D-02	0.535861D-01	0.574294D-02
.67000D+07	0.270623D-01	0.429507D-02	0.535038D-01	0.572532D-02
.68000D+07	0.270157D-01	0.428199D-02	0.534231D-01	0.570805D-02
.69000D+07	0.269700D-01	0.426951D-02	0.533437D-01	0.569111D-02
.70000D+07	0.269250D-01	0.425796D-02	0.532657D-01	0.567447D-02
.71000D+07	0.268805D-01	0.424587D-02	0.531891D-01	0.565816D-02
.72000D+07	0.268365D-01	0.423386D-02	0.531138D-01	0.564214D-02
.73000D+07	0.267934D-01	0.422296D-02	0.530396D-01	0.562640D-02
.74000D+07	0.267508D-01	0.421165D-02	0.529667D-01	0.561095D-02
.75000D+07	0.267085D-01	0.420007D-02	0.528951D-01	0.559578D-02
.76000D+07	0.266670D-01	0.418922D-02	0.528245D-01	0.558086D-02
.77000D+07	0.266260D-01	0.417864D-02	0.527550D-01	0.556619D-02
.78000D+07	0.265857D-01	0.416853D-02	0.526866D-01	0.555177D-02
.79000D+07	0.265459D-01	0.415867D-02	0.526193D-01	0.553758D-02
.80000D+07	0.265065D-01	0.414864D-02	0.525530D-01	0.552363D-02

## **ANNEXE O**

**Calculs de stabilité pour les cas avec le liquide A-409**

## Cahier de calculs zone 1A

## Fluide A-409

Température : 20 degrés Celsius

## Étude de stabilité

$$\mu := 1.66 \cdot 10^{-5} \cdot \text{Pa} \cdot \text{sec} \quad \rho := 1.3516 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad v := \frac{\mu}{\rho} \quad v = 1.2282 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}}$$

$$U_\infty := 18.54 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad d := 1.84 \cdot \text{mm} \quad T := 33.2 \cdot \frac{\text{dyne}}{\text{cm}} \quad X_{lam} := \frac{5 \cdot 10^5 \cdot v}{U_\infty}$$

$$R_{lam} := \frac{U_\infty \cdot X_{lam}}{v} \quad R_{lam} = 5 \cdot 10^5 \quad X_{lam} = 0.3312 \cdot \text{m} \quad X_{turb} := .76 \cdot \text{m}$$

$$R_d := \frac{U_\infty \cdot d}{v} \quad R_d = 2.7776 \cdot 10^3 \quad C_{lam} := .664 \cdot R_{lam} \quad \text{--- (1)}$$

$$R_{turb} := \frac{U_\infty \cdot X_{turb}}{v} \quad R_{turb} = 1.1473 \cdot 10^6 \quad \text{--- (2)}$$

$$\tau_{lam} := \frac{\rho}{2} \cdot U_\infty^2 \cdot C_{lam} \quad \tau_{lam} = 0.2181 \cdot \text{Pa} \quad \mu_{fonc}(\tau_{lam}) = 2.4547 \cdot \text{Pa} \cdot \text{sec}$$

$$\mu_2 := \mu_{fonc}(\tau_{lam}) \quad M := \frac{\mu_2}{\mu} \quad M = 1.4787 \cdot 10^5$$

$$\tau_0 := \tau_{lam} \quad \tau_0 = 0.2181 \cdot \text{Pa}$$

Dans le liquide de profondeur  $d$  (const.), la distribution de vitesse est supposée linéaire, donc si  $U_i$  = vitesse de l'interface à la transition, alors la continuité du cisaillement exige que :

$$\mu_2 \cdot \frac{U_i}{d} = \tau_0 \quad \text{Donc,} \quad U_i := \frac{\tau_0 \cdot d}{\mu_2} \quad U_i = 0.164 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$$

Détermination de  $a_2$ , le gradient de vitesse sans unité

$$a_2 := \frac{U_i}{U_\infty} \quad U_{i_su} := a_2 \quad U_{i_su} = 8.81922 \cdot 10^{-6} \quad \text{Vitesse de l'interface en unité de } U \text{ extérieur.}$$

Maintenant, regardons l'évolution de  $U_1$  (vitesse près de la surface dans l'air)

$$U_1(Y) := \frac{Y}{b-d} \quad \text{pour } 0 < Y < bd \text{ et } 1 \text{ si } Y > bd$$

La couche limite est ici remplacée par  $bd$ , ou  $b$  :

$$\frac{d}{dY} U_1 \cdot (b \cdot d) := 1_0 \quad \text{Donc, à } Y = 0 : \quad DU_1 := \frac{\tau_0}{\mu} \quad DU_1 = 1.3141 \cdot 10^4 \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$b := \left( \frac{DU_1 \cdot d}{U_\infty} \right)^{-1} \quad b = 0.7668$$

$$\lambda(\alpha) := \frac{1}{2 \cdot \alpha \cdot b} \cdot \left[ 1 - e^{-(2 \cdot \alpha \cdot b)} \right] \quad \text{Temp1} := -(1.1155 + 0.644i)$$

$$\varepsilon(\alpha) := \left( \frac{b}{\alpha \cdot Rd} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$P(\alpha) := b^{-1} - \alpha \cdot (1 + \lambda(\alpha)) - \text{Temp1} \cdot \varepsilon(\alpha)^{-1} \cdot (1 - \lambda(\alpha))$$

$$Q(\alpha) := (1 - \lambda(\alpha)) \cdot \left[ (0 + i) + 3 \cdot \text{Temp1} \cdot \alpha^2 \cdot \varepsilon(\alpha)^2 \right] - \frac{2 \cdot \alpha}{Rd} \cdot (1 - \alpha \cdot b \cdot (1 + \lambda(\alpha)))$$

Caractéristiques complémentaires de l'écoulement du liquide:

$$\rho_l := 1110 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad r := \frac{\rho_l}{\rho} \quad r = 821.2489 \quad \text{Rapport des densités}$$

$$Fo := \frac{U_\infty}{(g \cdot d)^{.5}} \quad Fo = 138.0195 \quad \text{Nombre de Froude}$$

$$S := \frac{T}{\rho \cdot U_\infty^2 \cdot d} \quad S = 0.0388 \quad \text{Tension de surface}$$

$$FF := Fo^{-2} \cdot (r - 1) \quad FF = 0.0431$$

La formule du taux de croissance :

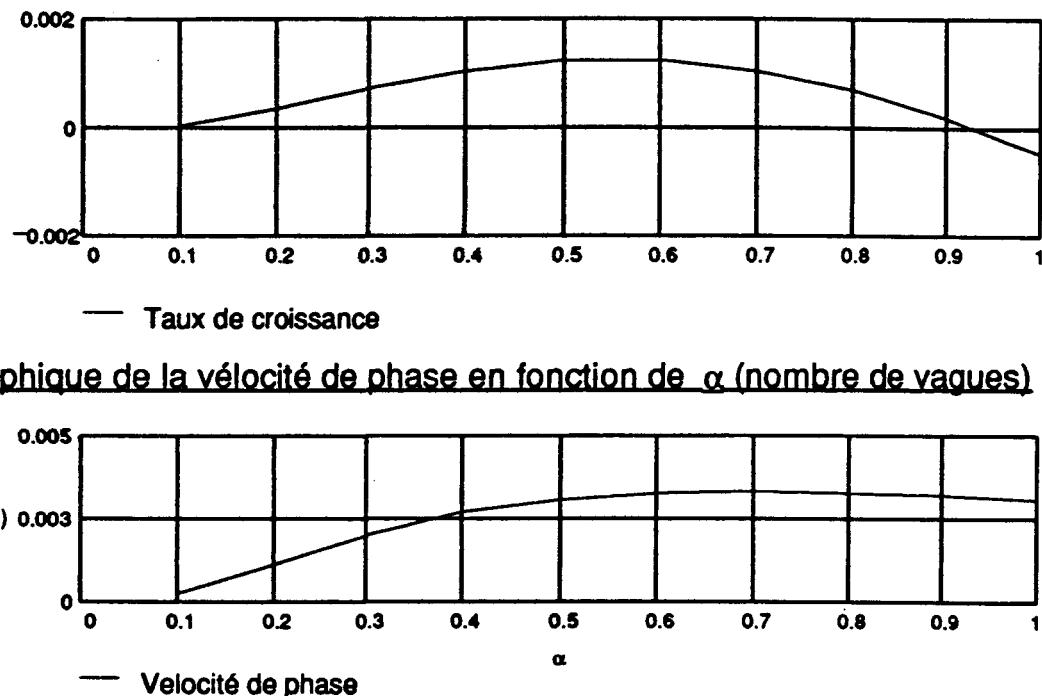
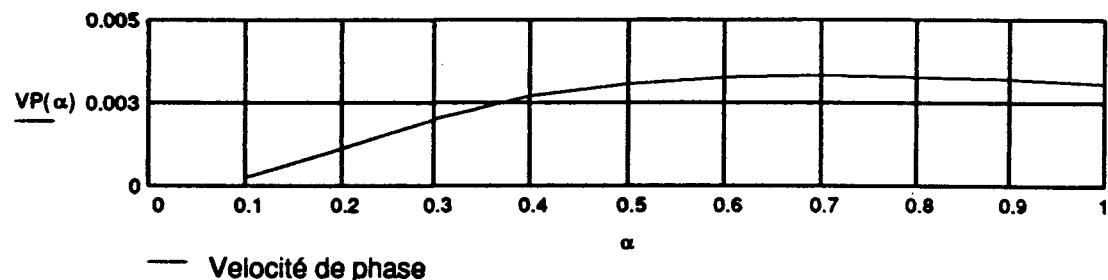
$$\sigma i(\alpha) := \left[ \text{Im} \left( \frac{Q(\alpha)}{P(\alpha)} \right) - b^2 \cdot (FF + \alpha^2 \cdot S) \right] \cdot \left[ \frac{(\sinh(\alpha) \cdot \cosh(\alpha)) - \alpha}{2 \cdot \alpha \cdot [(\cosh(\alpha))^2 + \alpha^2]} \right]$$

La formule de la vitesse de phase:

$$VP(\alpha) := \left[ \left( \text{Re} \left( \frac{Q(\alpha)}{P(\alpha)} \right) \right) \cdot \frac{(\sinh(\alpha) \cdot \cosh(\alpha)) - \alpha}{2 \cdot \alpha^2 \cdot [(\cosh(\alpha))^2 + \alpha^2]} \right]$$

Graphique du taux de croissance en fonction de  $\alpha$  (nombre de vagues)

$$\alpha := 0.1, 0.2 \dots 1.0$$

Graphique de la vitesse de phase en fonction de  $\alpha$  (nombre de vagues)Calcul du maximum global du taux de croissance :

$$\alpha := 1$$

Given

$$\frac{d}{d\alpha} \sigma_i(\alpha) = 0$$

$$\alpha_{\max} := \text{FIND}(\alpha)$$

$$\alpha_{\max} = 0.5552$$

Calcul du taux de croissance maximum :

$$\sigma_i(\alpha_{\max}) = 1.241675 \cdot 10^{-3}$$

Calcul de la vitesse de phase au taux de croissance maximum :

$$VP(\alpha_{\max}) = 3.201231 \cdot 10^{-3}$$

Calcul de la longueur d'onde au maximum de croissance :

$$\text{coeff} := \frac{b^2 \cdot M}{Rd} \quad \text{coeff} = 31.3027$$

$$\lambda(\alpha) := \frac{2 \cdot \pi \cdot d}{\alpha} \quad \lambda(\alpha_{\max}) = 20.8224 \cdot \text{mm}$$

Calcul de Cr et Ci au taux de croissance maximum :

$$Cr := (VP(\alpha_{\max})) \cdot \text{coeff}^1 + a2 \quad Cr = 1.110862 \cdot 10^{-4}$$

$$Ci := \frac{\sigma_i(\alpha_{\max}) \cdot \text{coeff}^1}{\alpha_{\max}} \quad Ci = 7.144299 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Dist} := \frac{X_{\lambda\max}}{d} \quad \text{Dist} = 180.0124$$

$$Cc := Cr + Ci \cdot i \quad Cd := (Cr + Ci \cdot i) \cdot U_{\infty} \quad Cd = 2.0595 + 1.3246i \cdot \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$$

Calcul de  $\alpha$  minimum pour observer une formation de vagues :

$$\alpha := .1$$

Given

$$\sigma_i(\alpha) = 0.000$$

$$\alpha_0 := \text{FIND}(\alpha) \quad \alpha_0 = 0.049232422 \quad \lambda(\alpha_0) = 234.8262 \cdot \text{mm}$$

Calcul de  $\alpha$  maximum pour observer une formation de vagues :

$$\alpha := 3$$

Given

$$\sigma_i(\alpha) = 0$$

$$\alpha_2 := \text{FIND}(\alpha) \quad \alpha_2 = 0.9324061097 \quad \lambda(\alpha_2) = 12.3992 \cdot \text{mm}$$

## Cahier de calculs zone 1B

## Fluide A-409

Température : 20 degrés Celsius

## Étude de stabilité

$$\mu := 1.66 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{sec} \quad \rho := 1.3516 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad v := \frac{\mu}{\rho} \quad v = 1.23 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}}$$

$$U_\infty := 65.00 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad d := 0.54 \cdot \text{mm} \quad T := 33.2 \cdot \frac{\text{dyne}}{\text{cm}} \quad X_{lam} := \frac{5 \cdot 10^5 \cdot v}{U_\infty}$$

$$R_{lam} := \frac{U_\infty \cdot X_{lam}}{v} \quad R_{lam} = 5 \cdot 10^5 \quad X_{lam} = 0.09 \cdot \text{m} \quad X_{turb} := .76 \cdot \text{m}$$

$$R_d := \frac{U_\infty \cdot d}{v} \quad R_d = 2.86 \cdot 10^3 \quad C_{lam} := .664 \cdot R_{lam} \quad - \left( \frac{1}{2} \right)$$

$$R_{turb} := \frac{U_\infty \cdot X_{turb}}{v} \quad R_{turb} = 4.02 \cdot 10^6$$

$$\tau_{lam} := \frac{\rho}{2} \cdot U_\infty^2 \cdot C_{lam} \quad \tau_{lam} = 2.68 \cdot \text{Pa} \quad \mu_{fonc}(\tau_{lam}) = 0.36 \cdot \text{Pa} \cdot \text{sec}$$

$$\mu_2 := \mu_{fonc}(\tau_{lam}) \quad M := \frac{\mu_2}{\mu} \quad M = 2.14 \cdot 10^4$$

$$\tau_0 := \tau_{lam} \quad \tau_0 = 2.68 \cdot \text{Pa}$$

Dans le liquide de profondeur  $d$  (const.), la distribution de vitesse est supposée linéaire, donc si  $U_i$  = vitesse de l'interface à la transition, alors la continuité du cisaillement exige que :

$$\mu_2 \cdot \frac{U_i}{d} = \tau_0 \quad \text{Donc,} \quad U_i := \frac{\tau_0 \cdot d}{\mu_2} \quad U_i = 4.071 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$$

Détermination de  $a_2$ , le gradient de vitesse sans unité

$$a_2 := \frac{U_i}{U_\infty} \quad U_{i_su} := a_2 \quad U_{i_su} = 6.263359 \cdot 10^{-5} \quad \begin{array}{l} \text{Vitesse de l'interface en} \\ \text{unité de } U \text{ extérieur.} \end{array}$$

Maintenant, regardons l'évolution de  $U_1$  (vitesse près de la surface dans l'air)

$$U_1(Y) := \frac{Y}{b \cdot d} \quad \text{pour } 0 < Y < bd \text{ et } 1 \text{ si } Y > bd$$

La couche limite est ici remplacée par  $bd$ , ou  $b$  :

$$\frac{d}{dY} U_1 \cdot (b \cdot d) := 10 \quad \text{Donc, à } Y = 0 : \quad DU_1 := \frac{\tau_0}{\mu} \quad DU_1 = 1.62 \cdot 10^5 \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$b := \left( \frac{DU_1 \cdot d}{U_\infty} \right)^{-1} \quad b = 0.75$$

$$\lambda(\alpha) := \frac{1}{2 \cdot \alpha \cdot b} \cdot \left[ 1 - e^{-(2 \cdot \alpha \cdot b)} \right] \quad \text{Temp1} := -(1.1155 + 0.644i)$$

$$\varepsilon(\alpha) := \left( \frac{b}{\alpha \cdot Rd} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$P(\alpha) := b^{-1} - \alpha \cdot (1 + \lambda(\alpha)) - \text{Temp1} \cdot \varepsilon(\alpha)^{-1} \cdot (1 - \lambda(\alpha))$$

$$Q(\alpha) := (1 - \lambda(\alpha)) \cdot \left[ (0 + i) + 3 \cdot \text{Temp1} \cdot \alpha^2 \cdot \varepsilon(\alpha)^2 \right] - \frac{2 \cdot \alpha}{Rd} \cdot (1 - \alpha \cdot b \cdot (1 + \lambda(\alpha)))$$

Caractéristiques complémentaires de l'écoulement du liquide:

$$\rho_l := 1110 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad r := \frac{\rho_l}{\rho} \quad r = 821.25 \quad \text{Rapport des densités}$$

$$Fo := \frac{U_\infty}{(g \cdot d)^{1/2}} \quad Fo = 893.22 \quad \text{Nombre de Froude}$$

$$S := \frac{T}{\rho \cdot U_\infty^2 \cdot d} \quad S = 0.01 \quad \text{Tension de surface}$$

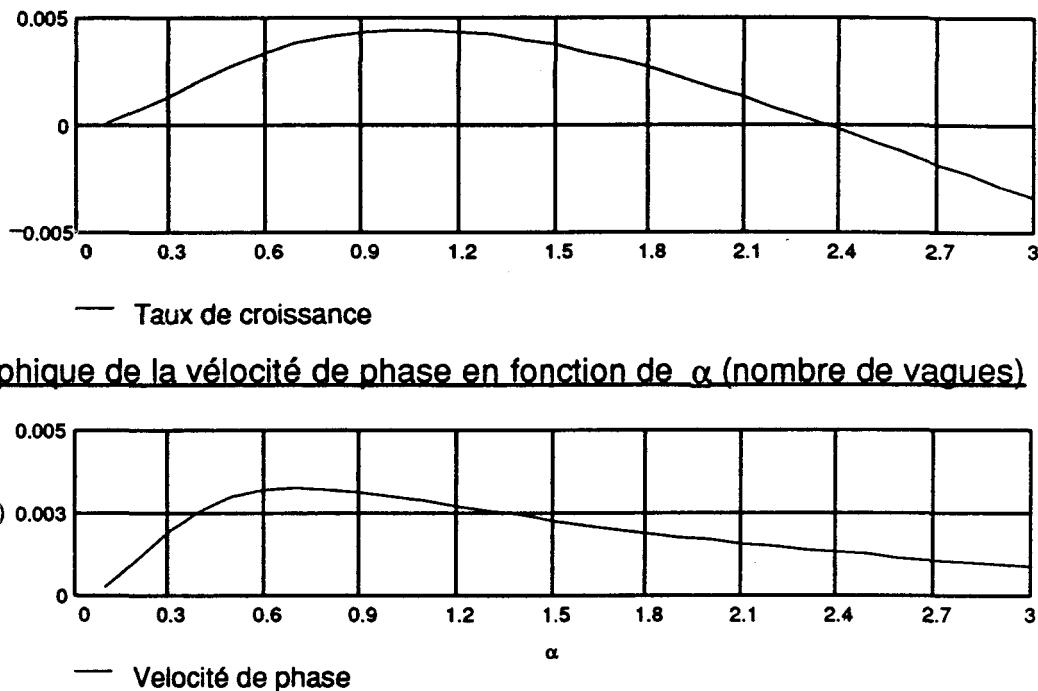
$$FF := Fo^{-2} \cdot (r - 1) \quad FF = 0$$

La formule du taux de croissance :

$$\sigma_i(\alpha) := \left[ \text{Im} \left( \frac{Q(\alpha)}{P(\alpha)} \right) - b^2 \cdot (FF + \alpha^2 \cdot S) \right] \cdot \left[ \frac{(\sinh(\alpha) \cdot \cosh(\alpha)) - \alpha}{2 \cdot \alpha \cdot [(\cosh(\alpha))^2 + \alpha^2]} \right]$$

La formule de la vitesse de phase:

$$VP(\alpha) := \left[ \left( \text{Re} \left( \frac{Q(\alpha)}{P(\alpha)} \right) \right) \cdot \frac{(\sinh(\alpha) \cdot \cosh(\alpha)) - \alpha}{2 \cdot \alpha^2 \cdot [(\cosh(\alpha))^2 + \alpha^2]} \right]$$

Graphique du taux de croissance en fonction de  $\alpha$  (nombre de vagues) $\alpha := 0.1, .2 .. 3.0$ Graphique de la vitesse de phase en fonction de  $\alpha$  (nombre de vagues)Calcul du maximum global du taux de croissance : $\alpha := 1$ 

Given

$$\frac{d}{d\alpha} \sigma_i(\alpha) = 0$$

 $\alpha_{\max} := \text{FIND}(\alpha)$  $\alpha_{\max} = 1.04$ Calcul du taux de croissance maximum :

$$\sigma_i(\alpha_{\max}) = 4.442847 \cdot 10^{-3}$$

Calcul de la vitesse de phase au taux de croissance maximum :

$$VP(\alpha_{\max}) = 2.925321 \cdot 10^{-3}$$

Calcul de la longueur d'onde au maximum de croissance :

$$\text{coeff} := \frac{b^2 \cdot M}{Rd} \quad \text{coeff} = 4.16$$

$$\lambda(\alpha_{\text{lp}}) := \frac{2 \cdot \pi \cdot d}{\alpha_{\text{lp}}} \quad \lambda(\alpha_{\text{max}}) = 3.25 \cdot \text{mm}$$

Calcul de Cr et Ci au taux de croissance maximum :

$$Cr := (\text{VP}(\alpha_{\text{max}})) \cdot \text{coeff}^1 + a2 \quad Cr = 7.652662 \cdot 10^{-4}$$

$$Ci := \frac{\sigma i(\alpha_{\text{max}}) \cdot \text{coeff}^1}{\alpha_{\text{max}}} \quad Ci = 0.001022$$

$$\text{Dist} := \frac{X_{\text{lam}}}{d} \quad \text{Dist} = 174.95$$

$$Cc := Cr + Ci \cdot i \quad Cd := (Cr + Ci \cdot i) \cdot U_{\infty} \quad Cd = 49.74 + 66.44i \cdot \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$$

Calcul de  $\alpha$  minimum pour observer une formation de vagues :

$$\alpha := .1$$

Given

$$\sigma i(\alpha) = 0.000$$

$$\alpha_0 := \text{FIND}(\alpha) \quad \alpha_0 = 0.0010280914 \quad \lambda(\alpha_0) = 3.3 \cdot 10^3 \cdot \text{mm}$$

Calcul de  $\alpha$  maximum pour observer une formation de vagues :

$$\alpha := 3$$

Given

$$\sigma i(\alpha) = 0$$

$$\alpha_2 := \text{FIND}(\alpha) \quad \alpha_2 = 2.360182562 \quad \lambda(\alpha_2) = 1.44 \cdot \text{mm}$$

## Cahier de calculs zone 2A

Fluide A-409

Température : 20 degrés Celsius

## Étude de stabilité

$$\mu := 1.66 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{sec} \quad \rho := 1.3516 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad v := \frac{\mu}{\rho} \quad v = 1.2282 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}}$$

$$U_\infty := 29.86 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} \quad d := 2.45 \cdot \text{mm} \quad T := 33.2 \cdot \frac{\text{dyne}}{\text{cm}} \quad X_{lam} := \frac{5 \cdot 10^5 \cdot v}{U_\infty}$$

$$R_{lam} := \frac{U_\infty \cdot X_{lam}}{v} \quad R_{lam} = 5 \cdot 10^5 \quad X_{lam} = 0.2057 \cdot \text{m} \quad X_{turb} := 1.5 \cdot \text{m}$$

$$R_d := \frac{U_\infty \cdot d}{v} \quad R_d = 5.9566 \cdot 10^3 \quad C_{flam} := .664 \cdot R_{lam}^{-\frac{1}{2}}$$

$$R_{turb} := \frac{U_\infty \cdot X_{turb}}{v} \quad R_{turb} = 3.6469 \cdot 10^6$$

$$\tau_{lam} := \frac{\rho \cdot U_\infty^2 \cdot C_{flam}}{2} \quad \tau_{lam} = 0.5658 \cdot \text{Pa} \quad \mu_{fond}(\tau_{lam}) = 1.1783 \cdot \text{Pa} \cdot \text{sec}$$

$$\mu_2 := \mu_{fond}(\tau_{lam}) \quad M := \frac{\mu_2}{\mu} \quad M = 7.0981 \cdot 10^4$$

$$\tau_0 := \tau_{lam} \quad \tau_0 = 0.5658 \cdot \text{Pa}$$

Dans le liquide de profondeur  $d$  (const.), la distribution de vitesse est supposée linéaire, donc si  $U_i$  = vitesse de l'interface à la transition, alors la continuité du cisaillement exige que :

$$\mu_2 \cdot \frac{U_i}{d} = \tau_0 \quad \text{Donc,} \quad U_i := \frac{\tau_0 \cdot d}{\mu_2} \quad U_i = 1.177 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$$

Détermination de  $a_2$ , le gradient de vitesse sans unité

$$a_2 := \frac{U_i}{U_\infty} \quad U_{i,su} := a_2 \quad U_{i,su} = 3.940105 \cdot 10^{-5} \quad \begin{array}{l} \text{Vitesse de l'interface en} \\ \text{unité de } U \text{ extérieur.} \end{array}$$

Maintenant, regardons l'évolution de  $U_1$  (vitesse près de la surface dans l'air)

$$U_1(Y) := \frac{Y}{b \cdot d} \quad \text{pour } 0 < Y < bd \text{ et } 1 \text{ si } Y > bd$$

La couche limite est ici remplacée par  $bd$ , ou  $b$  :

$$\frac{d}{dY} U_1 \cdot (b \cdot d) := 1_0 \quad \text{Donc, à } Y = 0 : \quad DU_1 := \frac{\tau_0}{\mu} \quad DU_1 = 3.4086 \cdot 10^4 \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$b := \left( \frac{DU_1 \cdot d}{U_\infty} \right)^{-1} \quad b = 0.3576$$

$$\lambda(\alpha) := \frac{1}{2 \cdot \alpha \cdot b} \cdot \left[ 1 - e^{-(2 \cdot \alpha \cdot b)} \right] \quad \text{Temp1} := -(1.1155 + 0.644i)$$

$$\varepsilon(\alpha) := \left( \frac{b}{\alpha \cdot Rd} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$P(\alpha) := b^{-1} - \alpha \cdot (1 + \lambda(\alpha)) - \text{Temp1} \cdot \varepsilon(\alpha)^{-1} \cdot (1 - \lambda(\alpha))$$

$$Q(\alpha) := (1 - \lambda(\alpha)) \cdot \left[ (0 + i) + 3 \cdot \text{Temp1} \cdot \alpha^2 \cdot \varepsilon(\alpha)^2 \right] - \frac{2 \cdot \alpha}{Rd} \cdot (1 - \alpha \cdot b \cdot (1 + \lambda(\alpha)))$$

Caractéristiques complémentaires de l'écoulement du liquide:

$$\rho_l := 1110 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad r := \frac{\rho_l}{\rho} \quad r = 821.2489 \quad \text{Rapport des densités}$$

$$Fo := \frac{U_\infty}{(g \cdot d)^{.5}} \quad Fo = 192.64 \quad \text{Nombre de Froude}$$

$$S := \frac{T}{\rho \cdot U_\infty^2 \cdot d} \quad S = 0.0112 \quad \text{Tension de surface}$$

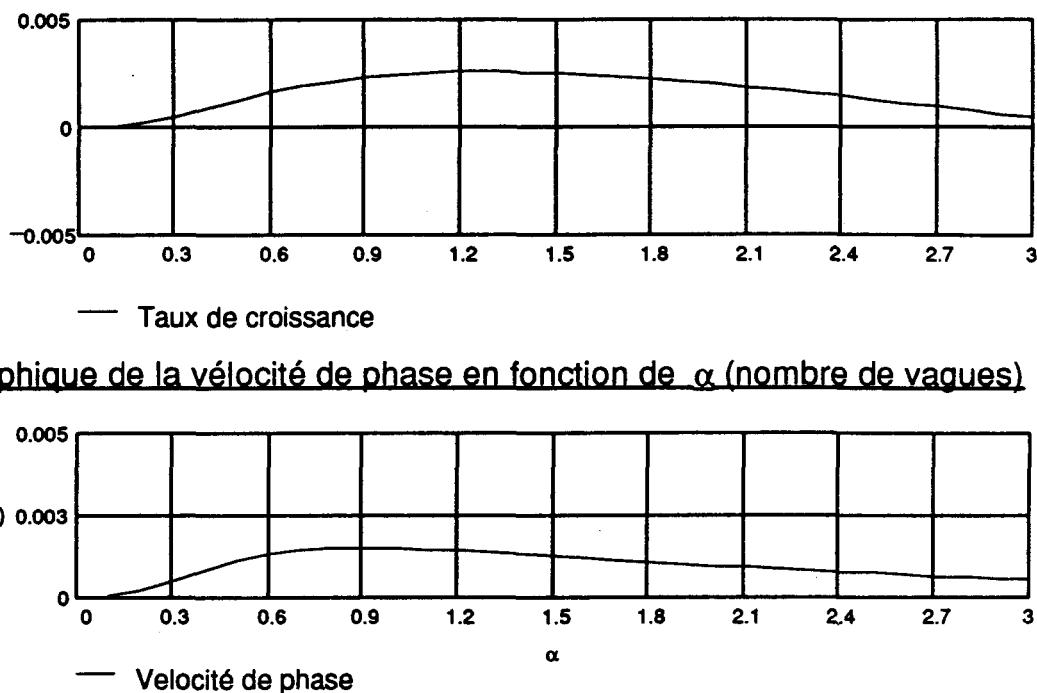
$$FF := Fo^{-2} \cdot (r - 1) \quad FF = 0.0221$$

La formule du taux de croissance :

$$\sigma i(\alpha) := \left[ \text{Im} \left( \frac{Q(\alpha)}{P(\alpha)} \right) - b^2 \cdot (FF + \alpha^2 \cdot S) \right] \cdot \left[ \frac{(\sinh(\alpha) \cdot \cosh(\alpha)) - \alpha}{2 \cdot \alpha \cdot [(\cosh(\alpha))^2 + \alpha^2]} \right]$$

La formule de la vitesse de phase:

$$VP(\alpha) := \left[ \left( \text{Re} \left( \frac{Q(\alpha)}{P(\alpha)} \right) \right) \cdot \frac{(\sinh(\alpha) \cdot \cosh(\alpha)) - \alpha}{2 \cdot \alpha^2 \cdot [(\cosh(\alpha))^2 + \alpha^2]} \right]$$

Graphique du taux de croissance en fonction de  $\alpha$  (nombre de vagues) $\alpha := 0.1, .2.. 3.0$ Calcul du maximum global du taux de croissance : $\alpha := 1$ 

Given

$$\frac{d}{d\alpha} \sigma_i(\alpha) = 0$$

 $\alpha_{\max} := \text{FIND}(\alpha)$  $\alpha_{\max} = 1.2657$ Calcul du taux de croissance maximum :

$$\sigma_i(\alpha_{\max}) = 2.564558 \cdot 10^{-3}$$

Calcul de la vitesse de phase au taux de croissance maximum :

$$VP(\alpha_{\max}) = 1.37828 \cdot 10^{-3}$$

Calcul de la longueur d'onde au maximum de croissance :

$$\text{coeff} := \frac{b^2 \cdot M}{Rd} \quad \text{coeff} = 1.5235$$

$$\lambda(\alpha) := \frac{2 \cdot \pi \cdot d}{\alpha} \quad \lambda(\alpha_{\max}) = 12.1623 \cdot \text{mm}$$

Calcul de Cr et Ci au taux de croissance maximum :

$$Cr := (VP(\alpha_{\max})) \cdot \text{coeff}^{-1} + a2 \quad Cr = 9.440711 \cdot 10^{-4}$$

$$Ci := \frac{\sigma_i(\alpha_{\max}) \cdot \text{coeff}^{-1}}{\alpha_{\max}} \quad Ci = 0.00133$$

$$\text{Dist} := \frac{X_{\text{lam}}}{d} \quad \text{Dist} = 83.941$$

$$Cc := Cr + Ci \cdot i \quad Cd := (Cr + Ci \cdot i) \cdot U_{\infty} \quad Cd = 28.19 + 39.7123i \cdot \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$$

Calcul de  $\alpha$  minimum pour observer une formation de vagues :

$$\alpha := .1$$

Given

$$\sigma_i(\alpha) = 0.000$$

$$\alpha_0 := \text{FIND}(\alpha) \quad \alpha_0 = 0.0223844555 \quad \lambda(\alpha_0) = 687.7006 \cdot \text{mm}$$

Calcul de  $\alpha$  maximum pour observer une formation de vagues :

$$\alpha := 3$$

Given

$$\sigma_i(\alpha) = 0$$

$$\alpha_2 := \text{FIND}(\alpha) \quad \alpha_2 = 3.2823132853 \quad \lambda(\alpha_2) = 4.6899 \cdot \text{mm}$$

## Cahier de calculs zone 2B

## Fluide A-409

Température : 20 degrés Celsius

## Étude de stabilité

$$\begin{aligned}
 \mu &:= 1.66 \cdot 10^{-5} \cdot \text{Pa} \cdot \text{sec} & \rho &:= 1.3516 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & v &:= \frac{\mu}{\rho} & v &= 1.2282 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}} \\
 U_\infty &:= 65.00 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} & d &:= 0.54 \cdot \text{mm} & T &:= 33.2 \cdot \frac{\text{dynes}}{\text{cm}} & X_{lam} &:= \frac{5 \cdot 10^5 \cdot v}{U_\infty} \\
 R_{xlam} &:= \frac{U_\infty \cdot X_{lam}}{v} & R_{xlam} &= 5 \cdot 10^5 & X_{lam} &= 0.0945 \cdot \text{m} & X_{turb} &:= 1.5 \cdot \text{m} \\
 R_d &:= \frac{U_\infty \cdot d}{v} & R_d &= 2.8579 \cdot 10^3 & C_{flam} &:= .664 \cdot R_{xlam} & & \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \\
 R_{xturb} &:= \frac{U_\infty \cdot X_{turb}}{v} & R_{xturb} &= 7.9386 \cdot 10^6 & & & & \\
 \tau_{lam} &:= \frac{\rho \cdot U_\infty^2 \cdot C_{flam}}{2} & \tau_{lam} &= 2.6812 \cdot \text{Pa} & \mu_{fonc}(\tau_{lam}) &= 0.3556 \cdot \text{Pa} \cdot \text{sec} & & \\
 \mu_2 &:= \mu_{fonc}(\tau_{lam}) & M &:= \frac{\mu_2}{\mu} & M &= 2.1424 \cdot 10^4 & & \\
 \tau_0 &:= \tau_{lam} & & & & & & \\
 & & & & \tau_0 &= 2.6812 \cdot \text{Pa} & & \\
 \end{aligned}$$

Dans le liquide de profondeur  $d$  (const.), la distribution de vitesse est supposée linéaire, donc si  $U_i$  = vitesse de l'interface à la transition, alors la continuité du cisaillement exige que :

$$\mu_2 \cdot \frac{U_i}{d} = \tau_0 \quad \text{Donc,} \quad U_i := \frac{\tau_0 \cdot d}{\mu_2} \quad U_i = 4.071 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$$

Détermination de  $a_2$ , le gradient de vitesse sans unité

$$a_2 := \frac{U_i}{U_\infty} \quad U_{i\_su} := a_2 \quad U_{i\_su} = 6.263359 \cdot 10^{-5} \quad \begin{array}{l} \text{Vitesse de l'interface en} \\ \text{unité de } U \text{ extérieur.} \end{array}$$

Maintenant, regardons l'évolution de  $U_1$  (vitesse près de la surface dans l'air)

$$U_1(Y) := \frac{Y}{b \cdot d} \quad \text{pour } 0 < Y < bd \text{ et } 1 \text{ si } Y > bd$$

La couche limite est ici remplacée par  $bd$ , ou  $b$  :

$$\frac{d}{dY} U_1 \cdot (b \cdot d) := 1 \quad \text{Donc, à } Y = 0 : \quad DU_1 := \frac{\tau_0}{\mu} \quad DU_1 = 1.6152 \cdot 10^5 \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$b := \left( \frac{DU_1 \cdot d}{U_\infty} \right)^{-1} \quad b = 0.7452$$

$$\lambda(\alpha) := \frac{1}{2 \cdot \alpha \cdot b} \cdot [1 - e^{-(2 \cdot \alpha \cdot b)}] \quad \text{Temp1} := -(1.1155 + 0.644i)$$

$$\varepsilon(\alpha) := \left( \frac{b}{\alpha \cdot Rd} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$P(\alpha) := b^{-1} - \alpha \cdot (1 + \lambda(\alpha)) - \text{Temp1} \cdot \varepsilon(\alpha)^{-1} \cdot (1 - \lambda(\alpha))$$

$$Q(\alpha) := (1 - \lambda(\alpha)) \cdot [(0 + i) + 3 \cdot \text{Temp1} \cdot \alpha^2 \cdot \varepsilon(\alpha)^2] - \frac{2 \cdot \alpha}{Rd} \cdot (1 - \alpha \cdot b \cdot (1 + \lambda(\alpha)))$$

Caractéristiques complémentaires de l'écoulement du liquide:

$$\rho_l := 1110 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad r := \frac{\rho_l}{\rho} \quad r = 821.2489 \quad \text{Rapport des densités}$$

$$Fo := \frac{U_\infty}{(g \cdot d)^{.5}} \quad Fo = 893.2153 \quad \text{Nombre de Froude}$$

$$S := \frac{T}{\rho \cdot U_\infty^2 \cdot d} \quad S = 0.0108 \quad \text{Tension de surface}$$

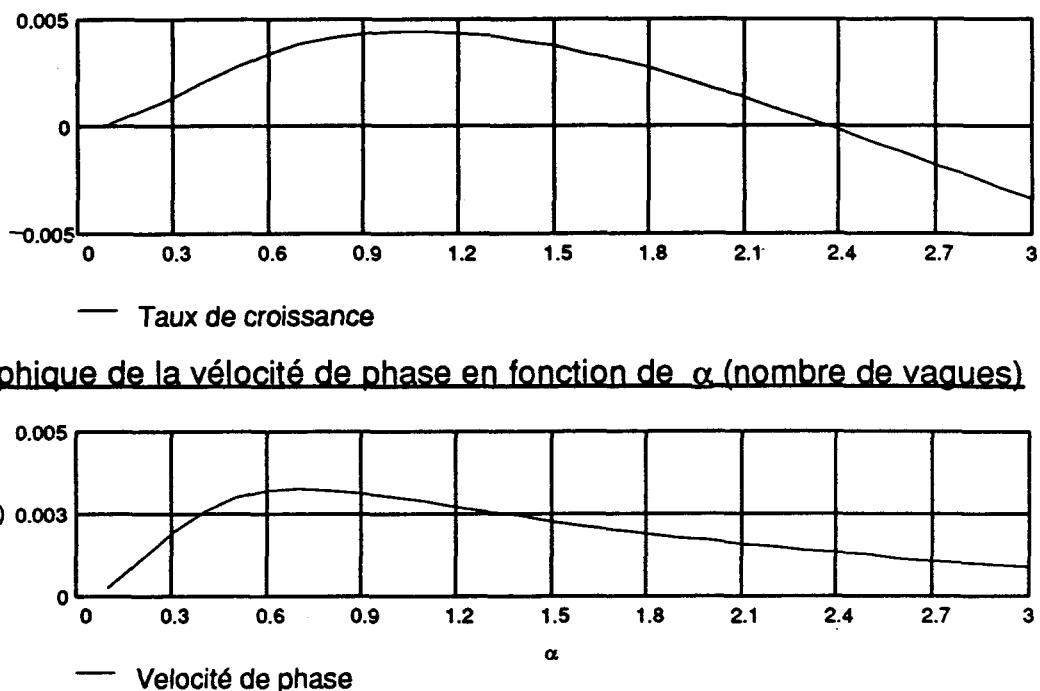
$$FF := Fo^{-2} \cdot (r - 1) \quad FF = 0.001$$

La formule du taux de croissance :

$$\sigma_i(\alpha) := \left[ \text{Im} \left( \frac{Q(\alpha)}{P(\alpha)} \right) - b^2 \cdot (FF + \alpha^2 \cdot S) \right] \cdot \left[ \frac{(\sinh(\alpha) \cdot \cosh(\alpha)) - \alpha}{2 \cdot \alpha \cdot [(\cosh(\alpha))^2 + \alpha^2]} \right]$$

La formule de la vitesse de phase:

$$VP(\alpha) := \left[ \left( \text{Re} \left( \frac{Q(\alpha)}{P(\alpha)} \right) \right) \cdot \frac{(\sinh(\alpha) \cdot \cosh(\alpha)) - \alpha}{2 \cdot \alpha^2 \cdot [(\cosh(\alpha))^2 + \alpha^2]} \right]$$

Graphique du taux de croissance en fonction de  $\alpha$  (nombre de vagues) $\alpha := 0.1, 0.2 \dots 3.0$ Calcul du maximum global du taux de croissance : $\alpha := 1$ 

Given

$$\frac{d}{d\alpha} \sigma_i(\alpha) = 0$$

 $\alpha_{\max} := \text{FIND}(\alpha)$  $\alpha_{\max} = 1.044$ Calcul du taux de croissance maximum :

$$\sigma_i(\alpha_{\max}) = 4.442847 \cdot 10^{-3}$$

Calcul de la vitesse de phase au taux de croissance maximum :

$$VP(\alpha_{\max}) = 2.925321 \cdot 10^{-3}$$

Calcul de la longueur d'onde au maximum de croissance :

$$\text{coeff} := \frac{b^2 \cdot M}{Rd} \quad \text{coeff} = 4.1634$$

$$\lambda(\alpha) := \frac{2 \cdot \pi \cdot d}{\alpha} \quad \lambda(\alpha_{\max}) = 3.25 \cdot \text{mm}$$

Calcul de Cr et Ci au taux de croissance maximum :

$$Cr := (VP(\alpha_{\max})) \cdot \text{coeff}^1 + a2 \quad Cr = 7.652662 \cdot 10^{-4}$$

$$Ci := \frac{\sigma_i(\alpha_{\max}) \cdot \text{coeff}^1}{\alpha_{\max}} \quad Ci = 0.001022$$

$$\text{Dist} := \frac{X_{\text{lam}}}{d} \quad \text{Dist} = 174.9536 \quad \lambda(\alpha_{\max}) = 3.25 \cdot \text{mm}$$

$$Cc := Cr + Ci \cdot i \quad Cd := (Cr + Ci \cdot i) \cdot U_{\infty} \quad Cd = 49.7423 + 66.4416i \cdot \frac{\text{mm}}{\text{sec}}$$

Calcul de  $\alpha$  minimum pour observer une formation de vagues :

$$\alpha := .1$$

Given

$$\sigma_i(\alpha) = 0.000$$

$$\alpha_0 := \text{FIND}(\alpha) \quad \alpha_0 = 0.0010280914 \quad \lambda(\alpha_0) = 3.3002 \cdot 10^3 \cdot \text{mm}$$

Calcul de  $\alpha$  maximum pour observer une formation de vagues :

$$\alpha := 3$$

Given

$$\sigma_i(\alpha) = 0$$

$$\alpha_2 := \text{FIND}(\alpha) \quad \alpha_2 = 2.360182562 \quad \lambda(\alpha_2) = 1.4376 \cdot \text{mm}$$