UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ À

L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN ÉDUCATION

PAR

LUCETTE SAVARD

B.Sp.Ens.Sec. (math)

ANALYSE DES EFFETS DE L'UTILISATION DE TROIS MÉTHODES D'APPRENTISSAGE DE LA RÈGLE MULTIPLICATIVE DES SIGNES ALGÉBRIQUES, PAR DES ÉLÈVES DE PREMIÈRE SECONDAIRE EN FONCTION DU NIVEAU DE RAISONNEMENT

DÉCEMBRE 1992

REMERCIEMENTS

Nous désirons exprimer notre très vive gratitude à Monsieur Jean Auger, Ph.D., professeur au Département des sciences de l'éducation à l'Université du Québec à Chicoutimi, pour avoir, avec une constante attention, suivi et guidé notre recherche.

Nous tenons également à adresser nos plus sincères remerciements aux enseignants qui ont autorisé leurs élèves à se prêter à l'expérimentation et ainsi rendre possible cette recherche.

Nous remercions les élèves et le personnel de l'école pour leur disponibilité et ceux qui de près ou de loin, ont participé à cette recherche.

Résumé

La présente recherche avait pour objet d'étudier le développement d'une approche constructiviste de l'enseignement d'un élément de base de l'algèbre. A l'aide de la théorie piagétienne du développement opératoire, nous avons analysé les effets de trois méthodes d'apprentissage de la règle multiplicative des signes algébriques.

Une méthode pédagogique différente était utilisée avec chacun des trois groupes sélectionnés à partir de deux classes de première secondaire. Nous avons eu recours à la méthode verbale avec le premier groupe provenant d'une classe de cheminement particulier de formation (CPT); avec les deux autres groupes formés à partir d'une classe dite de "douance", les méthodes intuitive et active furent choisies.

Bien que les résultats des sujets des deux derniers groupes s'avèrent supérieurs à ceux des élèves en difficulté d'apprentissage (CPT), c'est au niveau des questions de compréhension algébrique que l'effet de la méthode d'apprentissage semble particulièrement significative. Les résultats démontrent que le style d'apprentissage est en corrélation avec la compréhension de la règle multiplicative des signes algébriques.

L'analyse porte également sur l'attitude envers la mathématique. Les données recueillies auprès des trois groupes démontrent que l'attitude envers la mathématique est constante tout au long de l'expérimentation, malgré l'application de différentes méthodes pédagogiques.

De plus, la cote d'attitude mathématique est peu influencée par les résultats académiques des sujets ou le style d'apprentissage privilégié. Enfin, les sujets ont tendance à s'attribuer un plus grand intérêt pour la mathématique, comparativement à la cote obtenue à l'aide du test d'attitudes mathématiques.

Les résultats de la recherche mettent en évidence l'importance d'utiliser pour l'enseignement de l'algèbre des exemples et des exercices concrets.

Comme la compréhension des règles algébriques rejoint en réalité tous les problèmes de la logique, il devient primordial de préparer les élèves à cet apprentissage algébrique par des exercices et des jeux qui font appel à la logique, et ce, dès le primaire.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES ANNEXES

LISTE DE FIGURES

INTRODUCTION

Depuis plusieurs années les difficultés d'apprentissage rencontrées par les élèves du secondaire en mathématique, et plus particulièrement, en algèbre suscitent bien des interrogations de la part des intervenants en éducation. Différentes mesures ont été utilisées pour cerner et contrer ce phénomène mais les résultats ne rencontrent pas les attentes.

Le nombre croissant d'élèves en difficulté d'apprentissage tend à confirmer que le modèle d'apprentissage utilisé aurait avantage à être modifié selon des critères reflétant le processus d'apprentissage.

Il apparaît donc essentiel de réexaminer la pertinence de certaines méthodes utilisées pour l'enseignement de la mathématique à des élèves de secondaire.

S'inscrivant dans un courant constructiviste, la présente recherche consiste en une étude expérimentale ayant pour but de vérifier l'impact qu'aura, selon le niveau opératoire d'élèves de première secondaire, l'application de trois méthodes d'apprentissage lors de l'enseignement de la règle multiplicative des signes algébriques. Par ailleurs, nous examinerons l'attitude qu'ont les élèves envers la mathématique.

A partir des travaux de Lydia Müller (1956), nous avons adapté à un apprentissage en situation de groupe, le modèle d'intervention individuelle élaboré par cette auteure dans son ouvrage *Recherche sur la compréhension des règles algébriques*.

Si l'on considère l'adolescent tel qu'il est sur le plan cognitif et non pas comme nous voudrions qu'il soit pour les besoins des programmes scolaires, il semble important de situer l'enseignement qui lui est offert au niveau concret.

L'enseignant doit donc viser à ce que son enseignement porte sur des "savoir-faire" afin de permettre à l'élève de niveau opératoire concret de développer sa pensée formelle.

Le double problème d'un enseignement mathématique aux fondements concrets et permettant une évolution vers une formalisation accrue de la pensée formelle, trouve une ébauche de solution dans l'utilisation de matériels adaptés au stade du développement mental de l'apprenant.

Le cadre de référence du présent rapport de recherche est précisé dans le premier chapitre. Le second chapitre résume l'analyse des écrits pertinents et conduit à la formulation d'hypothèses de recherche. Le troisième chapitre identifie les composantes du cadre expérimental conduisant à la vérification des hypothèses. Nous retrouvons dans le quatrième chapitre, la présentation et l'analyse des informations recueillies, suivies des méthodes d'apprentissage utilisées et leur impact selon le niveau opératoire de l'apprenant et enfin, l'influence possible des méthodes pédagogiques utilisées sur l'attitude du sujet envers la mathématique, et plus particulièrement envers l'algèbre. Le dernier chapitre présente les limites de la recherche et la conclusion.

Afin de donner à cette recherche des limites raisonnables, nous avons restreint nos expériences à un champ assez étroit des éléments algébriques, celui de la règle multiplicative des signes.

CHAPITRE PREMIER

LE CADRE DE RÉFÉRENCE

1.1 Le cadre de référence

Les élèves qui échouent dans l'apprentissage de la mathématique manifestent souvent à l'égard de ce langage, une antipathie qui suscite des difficultés dès les premières années d'études. Selon Lise St-Pierre et Micheline Marcotte (1989), dès que le jeune entre en première année, le plaisir s'estompe; la place pour jouer, pour expérimenter et découvrir par lui-même le sens et la nature des choses se fait rare.

> *En classe l'enfant s'assoit, ne fait pas de bruit puis écoute parler quelqu'un qui lui communique un contenu tout fait (...). En première année l'enfant ne choisit plus, il obéit. (...) tous apprennent de la même façon, de la même manière* (Cirade, 1989 : 138).

Une situation qui continuera à être encouragée par la suite. Pourtant ces élèves ont démontré qu'ils avaient une capacité d'instruction et de développement intellectuel très développée pour arriver à faire autant de progrès dans la compréhension du monde qui les entoure et en si peu de temps. Cependant, dès qu'ils entrent à l'école, la capacité d'apprentissage de plusieurs change, ou plutôt, l'école la fait changer. L'élève travaillera dorénavant à un rythme, un seul, celui imposé par le maître.

Rapidement, l'élève fera connaissance avec le succès ou l'échec et leurs conséquences. Et si, comme l'affirme Palacio-Quintin le succès :

> *fixe les bonnes réponses, développe l'intérêt, le goût pour l'école et la confiance en soi, (et que) l'échec engendre la frustration, l'agressivité, la perte de confiance en soi, la régression, le repli sur soi, le désenchantement, l'apathie, la lenteur et l'hypo ou l'hyper-activité (Palacio-Quintin, 1987 : XIV),*

l'importance de contourner ce conditionnement négatif s'avère primordial et de première urgence car, l'échec ou le succès modifie négativement ou positivement l'attitude de l'élève face à un apprentissage.

C'est au début du secondaire que commence un apprentissage qui cause problème, soit l'algèbre. Dans ce processus d'apprentissage de l'algèbre, les solutions privilégiées dépendent de la conception qu'a l'enseignant de ce qu'est apprendre, enseigner et éduquer, de la place occupée par l'apprenant, le maître et le programme et enfin, de la responsabilité de chacun quant aux causes du succès ou de l'échec.

Cette discipline a préoccupé de nombreux pédagogues (Papy, Dienes, Cuisenaire, Piaget, Papert ...) et leurs recherches ont généré différents courants de pensée qui ont par la suite coloré, chacun à leur façon et à des doses différentes, les "nouveaux programmes" qui n'en finissent plus de se succéder. Tous devaient nous conduire à une amélioration de l'apprentissage de la mathématique mais, force est de constater que les résultats ne sont pas nécessairement ceux escomptés, et que les difficultés des élèves se présentent toujours de la même façon.

> *Les difficultés se manifestent toujours sur les mêmes opérations et de la même manière. (...) l'adolescent vit exactement les mêmes situations qu'avant la réforme* (Auger, 1986 : 7).

L'enseignement de la mathématique reste axé sur le maître et, "... réforme ou pas, la mathématique demeure pour beaucoup d'élèves synonyme d'ennui, sinon de panique, voire de terreur (Guilleret, 1974 : Auger, 1986, p.6)". L'évaluation effectuée à l'Institut de Technologie Laval de 1959 à 1969, puis reprise de 1970 à 1973 indique clairement, selon Auger (1986 : 6) que "les difficultés sont identiques".

Pratte (1987) parle même d'une forte hausse des échecs en mathématique, chez les élèves de troisième secondaire, hausse pouvant se situer aux environs de 44%. Les résultats des examens de math 216 et 314, publiés en janvier 1989 par le MEQ, confirment cette tendance : en deuxième secondaire la moyenne est de 53,6% et en troisième secondaire, elle est de 48,3% de réussite.

Nous pouvons convenir avec Baruk que :

> (...) *en mathématiques toutes les transformations conjuguées des programmes et des méthodes n'affectent pas plus le fond de la question que n'est affecté celui des océans par tout ce qui en surface, fait des vagues* (Baruk, 1973, p.45).

Puisque la réforme n'a pas réussi à modifier les problèmes rencontrés dans l'enseignement de la mathématique, il importe, comme le préconise Auger (1986) de découvrir la cause de ces difficultés et de rechercher, à travers les tentatives de correction, un modèle qui permettrait, à tout le moins, une réduction, si ce n'est une élimination des difficultés.

A. Le savoir enseigné et le savoir découvert

Actuellement, nous assistons dans nos écoles à une revalorisation des matières traditionnelles. La normalisation des apprentissages et l'incitation à un enseignement plus académique se greffent à ce retour. Ces modèles pédagogiques conventionnels établissent que les élèves doivent apprendre. Le savoir s'enseigne, il ne s'acquiert pas par la découverte. Quelques privilégiés détiennent le savoir, - et le pouvoir -, qui sera transmis à tous les élèves, de la même façon. C'est le nivellement, afin d'éliminer toutes tentatives de différences ou toute possibilité de voir les différences.

Théorie bien différente de celle avancée par Jacquard (1989 : 123) pour qui le savoir est une nourriture; l'élève est nourri de tout le savoir humain. Ceux qui n'ont pas faim seront d'après cet auteur :

> (...) *mis en compétition et obligés d'avoir un appétit artificiel. De cette façon seront sélectionnés ceux qui ont la plus grande capacité de manger sans avoir faim et de vomir le plus tard possible* (Jacquard, 1989 : 123).

C'est une façon d'éduquer. L'étymologie du verbe éduquer nous donne cependant le choix d'une autre attitude. Si l'éducation en latin c'est educere (norreture) pour nourriture, c'est aussi educare pour conduire hors de soi-même, élever. De nombreux auteurs (Avanzini, 1967; Piaget, 1969; Baruk, 1973; Collette, 1975 ; Souline, 1980; Auger, 1986) ont écrit sur l'importance du désir d'apprendre dans tout apprentissage. En accord avec eux Jacquard (1989 : 123) précise que "*la nourriture vient après l'appétit. L'essentiel c'est de provoquer cet appétit*".

A cette étape, le rôle de l'enseignant, d'après Yvan Landry (1983 : 8), est d'accompagner l'élève "*dans sa quête pour se saisir et saisir le monde, pour se transformer et transformer le monde*".

B. Place des différents intervenants

L'école traditionnelle ne connaît guère qu'un type de relations : l'action du maître sur l'élève. Or, affirme Piaget (1969), cette relation appartient à ce que les sociologues appellent la contrainte. Le maître est revêtu de toute l'autorité et l'élève lui doit obéissance. Le caractère coercitif d'une telle relation n'apparaît qu'en cas de non-soumission; cette contrainte peut même être douce et aisément acceptée par l'écolier. Le piège de la passivité est amorcé très tôt. Ce type de relation, tout en mettant en valeur le savoir encyclopédique du professeur, fait que l'élève accepte toutes faites les affirmations émanant du maître et incruste en lui l'idée que "l'autorité le dispense de réflexion" (Piaget, 1969 : 262). Le même auteur signale qu'une telle pédagogie est "incapable d'amener l'enfant à l'autonomie de la conscience personnelle (et ...) échoue ainsi à préparer l'enfant aux valeurs essentielles de la société contemporaine".

L'éducation traditionnelle traite l'enfant en petit adulte, en être raisonnant et pensant au niveau de l'adulte. La différence entre le point de départ et le point d'arrivée réside dans le manque de connaissances et d'expérience de l'enfant. La tâche de l'éducateur sera de combler cette lacune coûte que coûte. Bien entendu, les méthodes nouvelles d'éducation n'éliminent pas l'action sociale du maître, mais y ajoutent l'action effective au sens le plus complet (c'est-à-dire intérêts compris) du sujet.

C. Responsabilité à l'égard du rendement scolaire

A l'ère de la performance à tout prix, bien des évaluations ne servent qu'à nourrir le syndrome de la médaille d'or. L'étudiant se rend compte qu'il passe des heures et des heures à apprendre pour oublier. Comme le souligne Baruk (1973 : 81), "une des principales caractéristiques de l'activité mathématique est l'amnésie, qui prend des formes différentes selon le sujet"; il est alors compréhensible que nous n'obtenions que de piètres résultats même si nous recommençons perpétuellement les mêmes explications.

Pourtant, "on n'apprend rien , sinon par une conquête active" (Piaget, 1969). Voilà pourquoi la fonction du maître ne consiste plus, selon Avanzini (1967), à transmettre des connaissances, mais à susciter chez l'élève le désir de les recevoir.

La mathématique n'est pas de l'aviation mais de l'alpinisme. Les obstacles ne se survolent pas en toute hâte; leur conquête doit se faire pouce par pouce, au rythme de chacun, et à l'intérieur de situations appropriées.

Si les rôles changent, les responsabilités de chacun concernant le succès ou l'échec de l'apprenant risquent de suivre le même courant. L'échec en mathématique ne sera plus,

> (...) *l'échec de l'enfant mais celui de l'enseignement; l'échec de l'enseignement n'est pas celui des enseignants mais celui de l'Enseignement, mythique, mystificateur, théorisé depuis un espace vide d'enfants vrais par des instances au pouvoir, hélas, trop réel* (Baruk, 1973 : 86).

Les causes des échecs risquent d'être fort nombreuses et même d'être différentes selon le sexe. Tobias (1980 : 39) rapporte que lorsque les garçons manquent une épreuve, ils expliquent cet échec par leur manque de travail, tandis que pour une énorme majorité de fille la raison invoquée sera leur incapacité. La célèbre "bosse des maths" pourra même être invoquée. Notons que dans les deux cas, l'explication causale est convergente (centrée vers soi).

Plusieurs auteurs (Baruk, 1973; Tobias, 1980; Palacio-Quintin, 1987) jouent le rôle d'avocat du diable en présentant le coupable idéal comme étant la paresse de l'apprenant. D'autres (Avanzini, 1967; Gattuso-Lacasse, 1987) parlent du manque d'effort, de la peur de l'élève.

Afin d'innocenter parents et maître, l'entière responsabilité de l'échec ne peut qu'être octroyée à l'enfant. Tous les mauvais résultats seront imputés à ce qu'on appelle, selon la littérature citée plus haut, la paresse de l'enfant ou son manque d'effort.

> *L'attribution de l'échec à la bêtise compromet la famille: l'intelligence n'est-elle pas considérée comme héréditaire? Accuser l'enfant d'être bête, c'est pour ses parents, s'accuser eux-mêmes; aussi ne s'y résignent-ils que quand, toute autre hypothèse est exclue. Au contraire lui reprocher d'être paresseux, c'est l'inculper lui-même et rejeter sur lui la culpabilité (Avanzini, 1967 : 45).*

Mais, toujours selon le même auteur, il n'y a pourtant pas d'élèves paresseux; il n'y a seulement que des "explications paresseuses de l'absence de travail". Et faute d'être discernée, la vraie raison demeure. La paresse est bien plus la conséquence d'une suite répétée d'échecs que la cause de l'insuccès. Lorsqu'un écolier échoue, il devient urgent de se demander pourquoi, et il importe de le faire le plus rapidement possible, pour ne pas laisser s'aggraver la situation et ne pas favoriser l'accoutumance à l'insuccès ou à la résignation.

Ne pas réagir à l'échec par la récusation des valeurs intellectuelles, mais par la récusation de ce qui provoque l'échec, reste pour Avanzini, la ligne de conduite privilégiée à suivre. L'échec du jeune, c'est en même temps, et nécessairement, celui de l'enseignement qui lui est donné, celui du maître.

D. Sentiment de responsabilité de l'enseignant

Les recherches menées par Guskey (1981) rejoignent d'autres travaux américains (Crondall, Katkovsky et Crondall, 1965; Rose et Medway, 1981) qui mesurent les croyances de l'enseignant dans ses capacités à contrôler les facteurs influençant le succès ou l'échec scolaire de ses élèves.

L'instrument mis au point par Guskey (1981) évalue le sentiment de responsabilité face au rendement scolaire des élèves, intitulé *Responsibility for Student Achievement questionnaire (R.S.A.)*. Ce questionnaire vise à déterminer dans quelle mesure l'enseignant se sent personnellement impliqué face au succès et à l'échec scolaire de ses élèves.

Kratochvill, Carkhuff & Berenson (1967), Aspy (1969), Stoffer (1970) ont démontré qu'une attitude empathique de la part de l'enseignant provoque une amélioration des résultats scolaires des élèves; l'originalité du travail de Guskey est de vérifier cette attitude face au rendement scolaire en ayant, pour sujet d'étude, les enseignants plutôt que les élèves.

Au cours de ses travaux, Guskey a découvert une différence entre le score des femmes et celui des hommes : les femmes se sentent plus responsables que les hommes du rendement scolaire de leurs élèves. Plus précisément, les femmes assument plus de responsabilité au niveau du succès scolaire, alors que la différence au niveau des échecs n'est pas significative.

Au Québec, dans le cadre d'une recherche-action, Goyette, Villeneuve et Nezet-Séguin (1984) ont traduit en français l'instrument de Guskey et l'ont administré à 12 enseignants du secondaire. Ils ont découvert, comme Guskey (1981), "une forte tendance des enseignants à s'attribuer plus de responsabilité à l'égard des succès qu'à l'égard des échecs de leurs élèves".

Potvin (1987) a également vérifié ce sentiment de responsabilité des enseignants envers le succès et l'échec scolaire des élèves. L'instrument de mesure utilisé dans le cadre de cette recherche est la version française (S.R.R.E.)[1] du questionnaire américain (R.S.A.)[2] de Guskey

[1] S.R.R.E. : *Sentiment de Responsabilité des enseignants face au Rendement des Élèves,* Goyette et al., 1984.

(1981) réalisée et utilisée dans le cadre des travaux de Goyette, Villeneuve et Nezet-Séguin (1984).

L'analyse des résultats démontre que les enseignants se sentent plutôt responsables des succès scolaires des élèves, mais attribuent les échecs de ceux-ci à des causes externes (intérêts, motivation, capacité des élèves, caractéristiques de l'environnement physique ou humain) sur lesquelles ils n'ont pas de contrôle direct.

Cette tendance chez les enseignants à s'approprier les succès et à attribuer les échecs à des causes externes, souvent en ligne directe avec l'élève, est conforme à ce que l'on retrouve généralement dans la littérature.

---

[1] R.S.A. : *Responsability for Student Achievement questionnaire*, Guskey, 1981.

E. Sentiment de responsabilité des élèves

Une fois encore l'élève se retrouve au banc des accusés comme le premier responsable de son échec. Cette image de lui-même, que lui renvoie ses piètres performances en mathématique, affecte sa confiance en ses habilités mathématiques et même en lui-même.

> *La confiance en sa capacité à apprendre des mathématiques est une particularité de la perception qu'on a de soi en rapport avec sa performance scolaire* (Gattuso et Lacasse, 1986 : 20).

Wolf (1984), dans <u>La bosse des maths est-elle une maladie mentale?</u>, souligne que la moitié des difficultés des élèves en mathématique vient de l'état d'esprit avec lequel ils abordent cette discipline. Les sentiments négatifs tels l'insécurité, le manque de confiance en soi ou d'anxiété que l'élève nourrit à l'égard de la mathématique sont, plus souvent qu'autrement, responsables des échecs des élèves en mathématique. Comme l'affirme Tobias (1978 : 84) : "Ce qui est alors en question, c'est leur attitude, non leurs aptitudes".

Ces attitudes négatives, tout en inhibant leurs capacités intellectuelles et leur "*appétit mathématique*", diminuent d'autant l'accès à un raisonnement de qualité dont les élèves font pourtant preuve dans un contexte autre que la mathématique.

La relation qu'a l'élève avec cette discipline est également conditionnée par la représentation de la mathématique véhiculée par l'enseignant. Comme le souligne Nimier,

> *(...) il n'y a pas de bonnes ou de mauvaises représentations, mais nous devons reconnaître qu'il y a des représentations qui favorisent plus ou moins l'investissement des élèves, et pourraient de ce fait améliorer la relation qu'entretient l'élève avec cette discipline (Nimier, 1985 : 54).*

La solution ne peut être que constructiviste, c'est-à-dire que le sujet doit être actif et le professeur questionnant, même si:

> *Pour le système, l'important c'est l'objectif à atteindre; ce n'est pas la construction d'une notion (ou opération) et sa stabilité à long terme, mais la performance immédiate, glorifiante et rassurante qui prouve l'atteinte de l'objectif. Peu importe que la performance soit illusoire et temporaire, mais que le jour "J" de l'examen, l'étudiant performe selon le désir du maître et de ses parents. Aucune importan-*

> *ce, si année après année, il faut répéter la même chose pour la même raison. Le maître entretient la dépendance en maintenant le mythe chez l'élève que le maître sait tout et que l'élève ne sait rien (Auger, 1986 : 86).*

Le nombre d'échecs toujours aussi grand en mathématique, et plus particulièrement en algèbre, nous conduit à bâtir une intervention auprès d'élèves de première secondaire, basée sur la théorie de Piaget puisque cette théorie concerne spécifiquement le développement opératoire de l'élève et s'appuie sur des comportements observables.

Le rôle de l'enseignant et de la pédagogie privilégiée est d'aider le sujet à se structurer, non pas dans le sens d'*obliger à*, mais afin de lui fournir les matériaux dont il a besoin, et une situation augmentant les occasions qu'il a de *construire*.

1.2 L'énoncé du problème

Le problème abordé par cette recherche concerne l'échec en mathématique et plus particulièrement en algèbre au début du secondaire.

Afin d'éviter que la situation d'échec ne s'installe, et n'influence le comportement futur du sujet face à l'algèbre, une notion de base, la loi multiplicative des signes, vue dès les débuts de l'enseignement de cette discipline, sera étudiée en situation de groupe.

Cette recherche tente d'abord de développer une approche constructiviste de la loi multiplicative des signes algébriques à l'aide d'exercices allant du niveau opératoire concret au niveau formel.

A partir d'une didactique constructiviste expérimentée en situation individuelle par Lydia Müller (1956), mais que nous avons modifiée pour la rendre utilisable en situation de groupe, nous évaluerons les effets de l'utilisation de trois méthodes d'apprentissage de la règle multiplicative des signes algébriques, auprès de trois groupes formés à partir de deux classes d'élèves de première secondaire, en fonction du niveau de raisonnement évalué au préalable.

De plus, la concrétisation de cette règle algébrique abstraite, devrait faciliter pour les enseignants l'appropriation du modèle faisant appel aux différents niveaux opératoires et son intégration subséquente à leur enseignement.

Des recherches récentes (Auger, 1975; Desautels, 1978; Torkia-Lagacé, 1980) sur le développement logico-mathématique des adolescents québécois ont révélé que peu d'adolescents ont atteint un niveau formel de raisonnement. Pourtant le contenu offert au secondaire laisserait plutôt croire le contraire.

Cette recherche pourra également fournir des indices quant à l'importance de l'utilisation de matériels concrets selon le niveau opératoire du sujet.

Finalement, la recherche pourra avoir un impact auprès de la clientèle à laquelle elle s'adresse puisqu'elle leur permettra une approche concrète d'une notion abstraite. Le fait de comprendre devrait donner le désir d'explorer et d'approfondir cette discipline. L'impact pourrait aussi être auprès des professeurs, une connaissance du niveau opératoire de l'adolescent risquant d'influencer le choix des interventions et des stratégies pédagogiques à utiliser avec cette clientèle.

1.3 But et objectifs spécifiques

Le but de cette recherche consiste à analyser les effets de l'utilisation de trois méthodes d'apprentissage de la règle multiplicative des signes, par des élèves de première secondaire en fonction du niveau de raisonnement.

Les objectifs spécifiques de la recherche sont :

1.3.1 déterminer les principes pédagogiques à la base d'une didactique constructiviste pour l'apprentissage de la règle multiplicative des signes;

1.3.2 rendre opérationnel auprès d'une clientèle en situation de groupe, de première secondaire, l'approche individuelle utilisée par Lydia Müller;

1.3.3 découvrir l'existence d'une relation entre les effets de l'utilisation d'une méthode et le niveau opératoire existant;

1.3.4 vérifier l'influence de cette méthode pédagogique sur l'attitude du sujet face à la mathématique.

1.4 Rationnel de l'étude

A partir de chacun des objectifs spécifiques décrits précédemment, plusieurs conjonctures peuvent être envisagées.

A. Principes pédagogiques privilégiés par une didactique constructiviste

Plutôt que de répéter, année après année, les mêmes notions à partir des mêmes explications, il serait intéressant de pousser plus loin les découvertes. Le guide pédagogique en mathématique, produit par le MEQ (1981), suggère l'orientation à donner à la réflexion toujours plus poussée sur l'enseignement de la mathématique.

> *Certains travaux en psychologie cognitive -ceux de Piaget en particulier- montrent que l'apprentissage d'un concept est le produit d'un long processus, comportant des étapes multiples, se déroulant à des rythmes variables selon les individus et prenant racine dans des situations "concrètes"* (M.E.Q., 1981 : 2).

"L'action externe reste le point d'ancrage (Palacio-Quintin, 1987 : 27)", d'une action intériorisée. Le premier objectif devrait permettre de démontrer qu'une notion construite est plus stable à court ou moyen terme.

C'est au tournant des années soixante-dix que la démarche méthodologique et théorique de l'épistémologie génétique semble conduire à un point de vue unificateur fondé sur l'idée de construction. Piaget propose :

> *(...) une épistémologie (...) qui met en évidence l'activité du sujet (...), qui s'appuie de même sur l'objet tout en le considérant comme une limite (...) et qui surtout voit en la connaissance une construction continuelle* (Piaget, 1970 : 10).

A partir des travaux de Brunschvicg et de Baldwin, Piaget (1924) a pu remonter aux sources de la connaissance afin d'en reconstituer la genèse. Cette genèse a été très progressivement conçue comme une construction.

Les travaux de Piaget mettent en évidence les structures puis les mécanismes fonctionnels à l'oeuvre dans le développement. Ce chercheur en est venu à une conception progressive de la connaissance en terme de construction qui conduira à l'émergence d'une nouvelle direction, distincte des conceptions éducatives traditionnelles.

Le constructivisme piagétien est une théorie dans laquelle le progrès est le résultat d'une construction endogène. L'épistémologie constructiviste a donc essayé de montrer que, quels que soient les événements externes qui jouent le rôle de déclencheurs, la construction est interne au sujet. Le constructivisme piagétien est une philosophie axée sur l'activité du sujet.

Piaget (1969) insiste sur le rôle prépondérant de l'action dans les processus cognitifs. Selon cette école de pensée, l'enfant est conçu comme étant l'artisan de ses connaissances, dont la nature ne peut être autre qu'active.

Il s'exprime à ce sujet en ces termes : "(...) les connaissances dérivent de l'action (...), connaître un objet, c'est agir sur lui (et) le transformer (...) (Piaget, 1969 : 48-49)" et réfléchir sur le processus.

La connaissance que l'enfant construit est tirée de son environnement et se base "surtout sur des découvertes qu'il fait en agissant sur des objets, en les comparant, en les transformant, en les combinant, etc. (Palacio-Quintin, 1987 : 27)".

L'interaction entre le sujet et l'objet se déroule à l'intérieur du sujet (Nicolas, 1976) c'est-à-dire au niveau de son action. Il souligne également que l'action dont parle Piaget ne consiste pas seulement en actes externes et objectifs, mais aussi en actes internes ou mentaux. Pour qu'il y ait acte proprement intelligent, il faut que l'action soit intériorisée, mais l'action externe reste le point d'appui de cette action intériorisée. A la suite de Piaget, Palacio-Quintin constate que "le point de départ de la connaissance vient donc essentiellement du sujet et de son action (Palacio-Quintin, 1987 : 27)".

Selon cette auteure, les principes qui orientent l'organisation et le mode de présentation de l'apprentissage sont :

- les stades se succèdent toujours dans le même ordre à une vitesse variable, selon le sujet; pour que l'intervention du maître soit efficace, il devra choisir un apprentissage qui vise le niveau exact de la hiérarchie cognitive où se trouve le sujet ainsi que le niveau immédiatement supérieur. Il va sans dire qu'une évaluation aura été préalablement faite;

- les connaissances dérivant de l'action, l'école doit permettre à l'apprenant d'agir, non pas en introduisant des travaux manuels et des activités physiques mais plutôt en permettant " à l'enfant de réaliser ses propres expériences, de réfléchir sur le déroulement même de son action plutôt que se centrer exclusivement sur les résultats de son action (p.34)."

- une expérience suffisante au plan sensori-moteur est nécessaire avant d'introduire des apprentissages à un niveau abstrait et même à un niveau opératoire concret;

- base essentielle de la pensée opératoire, la notion d'invariance et de conservation sera construite à partir d'expériences pertinentes;

- la mise en présence de divers points de vue d'une même situation stimule la capacité de l'élève à se décentrer et favorise la réversibilité de la pensée ainsi que le processus d'équilibration.

Dans l'optique constructiviste, la tâche la plus importante du maître, consiste à choisir les situations pertinentes et à poser les bonnes questions. "La construction passe par l'action tandis qu'apprendre fait appel à la mémoire (Auger, 1965 : 69)".

B. Approche individuelle appliquée à une situation de groupe

Le second objectif vise l'utilisation en situation de groupe de l'approche individuelle utilisée par Lydia Müller (1956). Piaget (1947) avait observé que le principe d'inversion pouvait faire l'objet de jeux très simples et que ces jeux représentaient un moyen de préparer à l'étude de la règle des signes et des éléments de l'algèbre. Les observations de Piaget ont ainsi orienté les travaux de Müller dont les expériences permettent de suivre pas à pas les étapes de la compréhension de la règle multiplicative des signes algébriques.

Même s'il est acquis que l'enseignement à un groupe diffère grandement de celui donné à un seul sujet, nous proposons une approche qui servira à l'enseignement d'une notion nouvelle dans le cadre d'une organisation pédagogique régulière.

Les recherches en mathématique (Müller, 1956; Chassagny, 1963; Jaulin-Mannoni, 1977; Noelting, 1982; Piaget et Inhelder, 1982; Auger, 1986; Gattuso-Lacasse, 1987; Palacio-Quintin, 1987) se font principalement en rééducation. Cependant, peu d'études en ont étendu le concept à une démarche aussi naturelle que possible à une organisation pédagogique régulière en situation de groupe.

C. Effet d'une méthode pédagogique selon le niveau opératoire du sujet

Le troisième objectif permet de supposer que la méthode pédagogique utilisée pour l'enseignement d'une notion abstraite, la règle multiplicative des signes algébriques, aura un effet plus ou moins grand selon le niveau opératoire du sujet. De plus, nous analyserons la nature des progrès en fonction du niveau initial du développement du sujet.

D. Influence de la méthode pédagogique utilisée sur l'attitude mathématique du sujet

Notre dernier objectif vise à mesurer si la construction d'une notion nouvelle, tout en amenant une plus grande stabilité des connaissances du sujet, améliore l'attitude du sujet vis-à-vis la mathématique.

En effet, lorsqu'enfin un élève "comprend", il sait que la mathématique peut se découvrir et ainsi, son ouverture à la mathématique n'en sera que plus grande.

Pour Auger (1986 : 73), "une situation active, où l'intervention du maître est non explicative, entraîne la construction stable d'une opération et un accroissement de l'intérêt", tandis que le savoir qui n'est pas vraiment découvert sera inutile et rapidement oublié.

Les auteurs qui favorisent le constructivisme sont en accord avec Piaget (1969) qui affirme qu'une fois qu'une connaissance est construite elle ne sera plus oubliée et continuera toujours de se construire vers plus de stabilité et de cohérence à tous les niveaux du développement.

1.5 Délimitation de la recherche

Cette étude se limite géographiquement à une ville de la Côte Nord, Port-Cartier. L'étude est aussi restreinte par son échantillonnage. Deux classes de la commission scolaire locale, une de première et une autre de deuxième secondaire (mais inscrite au programme de mathématique de première secondaire, Math 116 à la polyvalente locale) ont participé à cette étude. Cinquante élèves furent préalablement identifiés comme participant à la recherche. Finalement, trente sujets répartis en trois groupes, G_1, G_2 et G_3, furent retenus pour participer à l'étude .

La composition des deux groupes expérimentaux (G_2 et G_3) et du groupe contrôle (G_1) a été effectuée en fonction des critères suivants:

- l'élève devait participer à l'expérimentation pendant toute sa durée;
- en autant que cela soit possible, chaque groupe doit être composé d'un nombre égal de garçons et de filles. Ce critère sera impossible à rencontrer pour le deuxième groupe en raison du nombre trop restreint de garçons dans le groupe.

Le tableau 1 présente la composition finale des trois groupes formés à partir des deux classes de première secondaire.

Tableau 1

Composition de la population

Classe Groupe	CPT n=19	Classe "douance" n=31	TOTAL N=50
G_1	10	-	10
G_2	-	10	10
G_3	-	10	10

Finalement, les sujets retenus ne sont pas très représentatifs de la clientèle scolaire du cours Math 116. La première classe de 19 élèves, à partir de laquelle 10 élèves répondant aux différents critères formeront le groupe G_1, est celle de cheminement particulier de formation (CPT) de type temporaire. Ces élèves en difficulté d'adaptation et d'apprentissage présentent un retard scolaire de un à deux ans en langue maternelle et en mathématique. La répartition des cours offerts dans ce programme leur permet de couvrir le 1er cycle du secondaire, non pas en deux ans comme ceux du cours régulier, mais sur une période de trois ans. De plus, le nombre de cours en français et en mathématique est doublé.

Quant à la deuxième classe de 31 élèves, elle permettra la formation des deux autres groupes de 10 élèves chacun, G_2 et G_3. Cette classe dite de "douance", au sens cognitif seulement, ne correspond que bien peu à la définition officielle que le MEQ propose du terme douance.

> *La douance se présente comme un ensemble "multidimensionnel" de caractéristiques qui se retrouve à des degrés divers dans chaque individu doué. C'est ainsi que s'impose de plus en plus dans les milieux de l'éducation une conception de la douance qui embrasserait, outre le domaine cognitif, les domaines socio-affectifs et sensori-moteur et celui de la créativité (M.E.Q., 1985 : 23).*

Deux critères ont servi à la sélection, à la fin du cours primaire, des élèves de cette classe de première secondaire :

a) une performance académique d'au moins 75% de moyenne générale en français, en mathématique et en anglais;

b) un résultat au test d'habilité mentale Otis-Lennon[3] les classant dans le premier cinquième de tous les élèves inscrits à ce niveau.

Ces critères permettent de trancher dans les cas douteux ou de confirmer le choix d'un élève retenu.

Une classe dite de "douance" (élèves doués cognitivement) ainsi qu'une autre de cheminement particulier (CPT) ne peuvent cependant représenter fidèlement tous les autres groupes que nous pourrions retrouver à ce niveau ou à un autre du secondaire.

Les résultats devront donc être évalués en fonction des particularités de la clientèle qui a participé à l'expérience.

---

[3] Test permettant de mesurer le Q.I. du sujet.

1.6 La limitation

La sélection des classes participantes a été déterminée en coopération avec les enseignants de première secondaire et la direction de l'école. Il apparaît clairement que le temps consacré aux expérimentations inquiète plus particulièrement les enseignants des groupes réguliers. Ils se demandent si les élèves participants auront réussi à couvrir tous les éléments du programme prévus pour ce laps de temps et surtout, à retenir les connaissances vues. Après discussion, il est convenu que deux classes participeront à cette expérimentation : celle dite de "douance" et enfin celle de CPT (cheminement particulier de formation de type temporaire).

A l'intérieur des groupes retenus, tous les élèves ont participé à la recherche, mais n'ont pas été nécessairement inclus dans l'échantillon retenu : une absence, soit à un cours ou à l'entrevue, rendait l'expérimentation incomplète et difficilement utilisable pour une analyse des résultats.

1.7 Un aperçu de l'ensemble

Les objectifs de la présente recherche sont d'abord de développer auprès des élèves de première secondaire une approche constructiviste de l'enseignement de la règle multiplicative des signes et ensuite, d'explorer l'effet de cette approche sur leur attitude vis-à-vis la mathématique.

Conscients des difficultés à vaincre, nous avons adapté et expérimenté en situation de groupe, un modèle d'intervention mis au point par Lydia Müller en situation individuelle, en vue de faciliter les débuts d'apprentissage en algèbre. Il s'agissait, en quelque sorte, de tenter d'établir un lien entre une théorie abstraite de la règle multiplicative des signes et sa concrétisation à l'aide d'exercices allant du concret à l'abstrait, afin de faciliter pour les enseignants l'appropriation du modèle et son intégration subséquente à leur pratique.

Pour répondre aux questions soulevées dans la problématique, la recherche sera structurée à partir de trois hypothèses de base reliées aux différentes variables : d'abord la variable *sujet*, puis la variable *méthode d'apprentissage* et enfin la variable *attitude*.

CHAPITRE 2

CADRE THÉORIQUE DE L'ENSEIGNEMENT

DE

LA RÈGLE DES SIGNES

Piaget et ses collaborateurs ont élaboré une théorie fort complexe qu'il serait vain de vouloir résumer en quelques pages. Nous décrirons, en premier lieu, les périodes de l'évolution intellectuelle selon Piaget, tout en accordant une importance plus grande à celles qui correspondent au niveau opératoire des élèves de première secondaire, soient les périodes deux et trois; en second lieu, certains concepts, dont la conservation et la réversibilité, principes particulièrement importants pour la compréhension des expérimentations, seront développés.

L'évolution intellectuelle se divise en trois grandes périodes. Ces périodes se succèdent "dans un ordre constant en dépit des accélérations et des ralentissements dans le temps (Palacio-Quintin, 1987 : 11)". Chaque période est essentielle et prépare "celle qui lui succède et marque l'achèvement de la précédente (loc. cit.)". L'accession à un stade à un âge donné n'est atteint que lorsque 50% des sujets de cet âge s'y situent.

Une période de développement ne se comprend que si l'on connaît celle qui l'a précédée et celle qui la suivra; un stade n'a de sens que si les caractéristiques du stade antécédent et celles du stade subséquent nous sont familières.

Les trois grandes périodes qui, selon Piaget (1956) marquent l'évolution mentale, sont celles de l'intelligence sensori-motrice, des opérations concrètes et des opérations formelles (voir figure 1).

Nous nous restreindrons dans cette recherche, à l'analyse des périodes du développement mental de l'élève participant, en fonction de la règle multiplicative des signes : soit la période des opérations concrètes ainsi que celle des opérations formelles.

2.1 Le niveau opératoire des sujets et la règle des signes

Connaître l'enfant constitue une condition essentielle à qui veut enseigner convenablement. La théorie opératoire de Piaget a su mettre en évidence les ressources naturelles dont dispose l'enfant.

Nous inspirant de cette théorie, nous avons sélectionné pour des élèves de première secondaire, des jeux et des exercices qui devraient les amener à réfléchir et à découvrir la règle multiplicative des signes, dans la mesure de leur capacité. La théorie opératoire a su montrer l'interaction entre le sujet et l'objet. Dans la règle des signes, le point essentiel est l'opération et non pas le symbole. L'action vient en premier, elle est suivie du symbole. La formulation, tout en accompagnant l'action, marque aussi une étape dans le raisonnement.

L'enseignement de la règle multiplicative des signes envisagé se propose de respecter le développement tel qu'il s'effectue spontanément chez l'élève selon le niveau opératoire où il se situe.

Les expériences retenues se rapportent, soit à la période des opérations concrètes, soit à celle des opérations formelles.

A. Période des opérations concrètes

A cette période, en plus de présenter la règle des signes concrètement, tous les éléments de la règle pourront être présents, en autant qu'il s'agisse d'un matériel manipulable.

La psychologie opératoire montre qu'à cette période, l'enfant est capable de multiplication logique, autrement dit de considérer deux facteurs simultanément. Piaget (1941) constate que, dès le stade concret, l'enfant est capable d'addition et de multiplication, puisque celle-ci n'est en fait qu'une addition itérée.

Après expérimentation, Müller estime qu'un enfant de ce stade opératoire concret est capable de jouer avec les quatre formes de la règle des signes; il arrive même à exécuter la forme de la règle des signes qui cause bien des difficultés aux élèves du niveau secondaire, à savoir la multiplication de deux quantités négatives.

Cependant, il demeure inaccessible à un élève du stade concret de faire la relation entre le jeu et la règle des signes mathématiques.

1. Période des opérations concrètes

La période "*les opérations concrètes*" concerne directement le groupe d'âge des sujets concernés par cette recherche.

L'élève y devient capable de sérier des ensembles, de classer des objets selon des critères précis, spécifiés et conçoit que des objets modifiés ou transformés conservent certaines de leurs propriétés. Il est alors capable de réaliser des opérations réversibles; cette réversibilité permet la construction du principe de conservation qui constitue, dans la théorie piagétienne, un indice de choix de l'achèvement d'une structure opératoire (voir figure 1).

PÉRIODES	SOUS-PÉRIODES	STADES	AGES CHRONOLOGIQUES *(approximatifs)*
I *L'intelligence sensori-motrice*		1. Les exercices réflexes	0 à 1 mois
		2. Les premières habitudes et les réactions circulaires "primaires"	1 à 4½ mois
		3. Coordination de la vision et de la préhension et les réactions circulaires "secondaires"	4½ à 8-9 mois
		4. Coordination des schèmes secondaires et leur application aux situations nouvelles	8-9 à 11-12 mois
		5. Différenciation des schèmes d'action par réaction circulaire "tertiaire" et découverte des moyens nouveaux	11-12 à 18 mois
		6. Début de l'intériorisation des schèmes et solution de quelques problèmes par déduction	18 à 24 mois
II *L'intelligence représentative* et la période des opérations concrètes	A Les représentations pré-opératoires	1. Apparition de la fonction symbolique et début de l'intériorisation des schèmes d'action en représaentation	2 à 3½-4 ans
		2. Organisations représentatives fondées soit sur des configurations statiques, soit sur une assimilation à l'action propre	4 à 5½ ans
		3. Régulations représentatives articulées	5½ à 7-8 ans
	B Les opérations concrètes	1. Les opérations simples (classification, sériations, correspondances termes à termes, etc.)	8 à 9-10 ans
		2. Les systèmes d'ensemble (coordonnées euclédiennes, concepts projectifs, simultanéité)	9 à 10-11 ans
III *L'intelligence représentative* et les opérations formelles		1. La logique hypothético-déductive et les opérations combinatoires	11-12 à 13-14 ans
		2. La structure de "réseau" et le groupe des 4 transformations (INRC)	13-14 ans

Figure 1

L'intelligence est un point d'arrivée [4]

[4] Cette figure est tirée de PIAGET, *Les stades du développement intellectuel de l'enfant et de l'adolescent*, 1956, p.37 ss.

2. Principe de conservation

La conservation est définie comme "la conviction selon laquelle certains attributs (nombre, poids, masse) restent invariables, même si l'apparence de l'objet change (Piaget, 1977 : 75)".

Piaget a mis au point une épreuve de conservation qui permet d'analyser l'évolution du raisonnement de l'enfant : l'épreuve de la boulette d'argile utilisée pour examiner la constance de la quantité de matière, du poids ou du volume, à travers différentes altérations. Les résultats de ces épreuves effectuées avec des enfants de Genève (Piaget et Inhelder, 1941) ont conduit à la découverte d'un ordre de succession dans la séquence d'acquisition de la conservation. Cette découverte fut par après, selon Palacio-Quintin (1987), confirmée chez d'autres populations par d'autres études (Lovell et Ogilvie, 1960; Elkind, 1961; Uzgiris, 1964; Pringah, 1976).

Selon ces recherches, la conservation de la quantité de la matière est acquise en premier vers 7-8 ans, suivie vers 9-10 ans, de celle du poids, et enfin, à partir de 11-12 ans, de celle du volume.

L'épreuve de conservation de la matière a également été utilisée par Palacio-Quintin (1987), afin de vérifier la pertinence d'une certaine approche d'apprentissage favorisant l'apparition de structure de pensée typiquement opératoire .

Les résultats obtenus par la recherche de Palacio-Quintin rejoignent l'objectif fixé de prévenir les difficultés d'apprentissages en mathématique ou de les maîtriser dès les premières années scolaires, en favorisant la construction des opérations logico-mathématiques.

Des enfants de classe d'attente, grâce à une stimulation adéquate, ont pu non seulement dépasser d'autres enfants souffrant du même retard (groupe-témoin), mais aussi rattraper une partie de leur retard par rapport à la population générale.

Le passage au stade concret se marque par une sorte d'équilibre. L'enfant peut considérer plusieurs facteurs à la fois et exécuter ainsi une multiplication. Les opérations réversibles que l'enfant peut dès lors d'exécuter, indiquent qu'il pourra saisir la règle des signes.

Deux restrictions sont cependant formulées par Piaget, rapporte Müller (1956 : 21) :

1. l'enfant ne pourra raisonner sur les signes qu'en partant de faits concrets;
2. il parviendra à ces raisonnements plus ou moins tôt suivant les notions utilisées pour favoriser ces raisonnements.

La règle des signes reste l'expérience la plus directe de la réversibilité et le développement de l'intelligence se caractérise par la réversibilité croissante (Müller, 1956).

Dans sa recherche expérimentale sur la compréhension des règles algébriques, Müller (1956 : 23) propose les hypothèses suivantes :

> *Si la théorie opératoire est exacte, la règle des signes sera saisie :*
>
> *1. de façon représentative préopératoire, dès l'âge de 4 ou 5 ans;*
> *2. sur le plan concret, dès 7 ou 8 ans;*
> *3. sur le plan formel, dès l'âge de 11 ou 12 ans.*

De plus, cette même psychologie opératoire lui permet d'affirmer que :

1. *La plupart des pédagogues ont tort de n'utiliser que la méthode verbale pour exposer la règle des signes.*
2. *Ceux qui sont d'accord quant à la place importante accordée aux données concrètes devraient laisser les élèves manipuler.*

L'expérimentation de cette recherche a été conduite auprès de plus de 674 élèves de 5 à 15 ans; ces élèves ont participé à différentes expériences mettant en oeuvre, entre autres, les notions d'inversion et de réversibilité.

Les résultats obtenus confirment que la compréhension de la règle de signes passe par trois étapes principales :

1. le stade de la pensée représentative préopératoire;
2. celui des opérations concrètes;
3. celui des opérations formelles.

De plus, les résultats de l'expérimentation démontrent que :

1. Les notions d'inversion et d'équivalence qui sont à la base de tout calcul algébrique, sont *accessibles* à des jeunes dès l'âge de 5 ans à la condition qu'une forme concrète soit adoptée. L'expérience ne peut cependant être saisie dans son ensemble.
2. Au stade des opérations concrètes (7-11 ans) l'expérience se rapproche davantage de la règle des signes mathématiques.
3. Les enfants du stade formel (à partir de 11 ou 12 ans) peuvent formuler clairement l'expérience sous la forme des règles exprimées en termes concrets, mais n'arrivent qu'avec difficulté, eux aussi, à exprimer ces mêmes rapports à l'aide de signes abstraits. Ils saisissent la relation entre l'expérience et la règle des signes mathématiques et cette explication concrète est appréciée.

B. Période des opérations formelles

L'âge des élèves qui ont participé à cette recherche se situe, pour la plupart, à l'aube de cette période des opérations formelles. Ces jeunes adolescents du début secondaire pourront appliquer les opérations réussies à des propositions, c'est-à-dire à des énoncés verbaux.

Le sujet de ce niveau réussit à combiner le réel et le possible à l'intérieur de ses raisonnements. Sa pensée devient hypothético-déductive. Les opérations combinatoires et la logique des propositions sont à sa portée.

Pour les élèves qui connaissent les éléments de l'algèbre, la représentation concrète de la règle des signes est, d'après Müller (1956), une véritable révélation. Ce fait confirme que les opérations formelles s'appuient sur des opérations concrètes dont elles reçoivent le contenu.

2.2 Méthodes pédagogiques et la règle des signes

La méthode pédagogique utilisée pour l'enseignement de la règle des signes a une grande influence quant aux résultats obtenus. La pédagogie de l'enseignement de la mathématique utilise généralement, l'une des trois méthodes suivantes :

A. la méthode verbale;

B. la méthode intuitive;

C. la méthode active.

Le proverbe chinois suivant résume très bien les résultats escomptés lors de l'utilisation de ces différentes méthodes : *"J'entends et j'oublie, je vois et je me souviens, je fais et je comprends"*.

A. La méthode verbale

Cette méthode donne toute l'importance à la parole et aux textes, aux maîtres et au livre. Deux procédés peuvent être utilisés par le maître :

1. la transmission : le maître se contente d'énoncer la loi devant les élèves;
2. l'explication : le maître s'efforce de faire comprendre la règle aux élèves.

D'un point de vue historique, "la méthode verbale a été en vigueur jusqu'à la fin du X1X^e siècle" (Baruk, 1956 : 28); bien que le XX^e siècle ait permis une certaine diversification des méthodes utilisées, cette méthode reste difficilement détrônable.

Les arguments en sa faveur ne manquent pas. Les professeurs qui se contentent de donner la loi de la règle des signes aux élèves et leur font apprendre par coeur, justifient souvent leur choix par le fait que les élèves ne sauraient comprendre les explications et que, de plus, le temps manque pour "voir" tout le programme.

En examinant les dernières éditions des livres de mathématique présentant cette notion, il est difficile de déceler les modifications faites, tant elles sont inexistantes ou, si minimes que seulement une personne, très au fait de la pédagogie mathématique, peut juger de leur existence ou de leur pertinence.

L'exercice logique "*Les amis et les ennemis*" (voir annexe 4), utilisé par Müller en 1956 lors de son expérimentation, est repris par Beauregard (1990) comme un moyen très efficace pour la mémorisation de la règle des signes; elle présente cet exercice comme une suite de "*proverbes indiens*".

L'utilisation d'axiomes permet la construction de modèles simplifiés du réel, mais ne peut remplacer les expériences qui lui correspondent. Les opérations logiques correspondent à des opérations de la pensée qui n'atteint son équilibre complet qu'au dernier stade de son développement. Toutes font appel à un seul et même processus de réversibilité qui demeure lié à l'action et aux mouvements. Les résultats expérimentaux de Müller (1956) ont confirmé l'hypothèse selon laquelle le mécanisme qui fait intervenir la règle des signes est concret et non pas formel.

De plus, l'exercice logique "*Les amis et les ennemis*" en touchant le domaine affectif introduit des facteurs étrangers à la règle des signes proprement dite; les degrés d'amitié sont divers et ces termes évoquent, d'un sujet à l'autre, des expériences ou des souvenirs personnels et variables.

Les méthodes pédagogiques verbales impliquent donc des difficultés difficilement contournables. Les expériences que les méthodes actives résolvent d'une façon constructive, ne peuvent pas, par le langage, être exprimées d'une manière entièrement satisfaisante. Il semble impossible de traduire exactement les opérations mathématiques sur le plan verbal. Le langage ne peut exprimer ce que les faits et l'expérience, donnent d'une façon directe et toute simple.

Même présentée sous une forme logique, la règle des signes sera d'après Müller, acquise plus tardivement que si elle avait été présentée sous une forme concrète et convenablement structurée.

Pourtant, cette notion algébrique continue d'être "expliquée" et non pas "construite". L'ajout d'un exercice présentant la règle des signes sous une forme logique, ne représente qu'un moyen mnémotechnique de plus.

B. La méthode intuitive

Cette méthode utilise aussi les mots et les phrases, mais y ajoute des images, des objets. Elle fait appel aux sens, mais laisse l'enfant dans une trop grande passivité; c'est le maître qui y est très actif.

L'utilisation des techniques audiovisuelles développe "un monde de signifiants qui, par lui-même, est étranger aux signifiés (...) (Nicolas, 1976 : 213)". Pour cet auteur, les méthodes dites actives sont la *négation* de l'*activité du sujet*. En fait ces méthodes sont intuitives et non pas actives. A ce sujet Piaget affirme que:

> *L'image, le film, les procédés audiovisuels dont toute pédagogie voulant se donner l'illusion d'être moderne nous rebat aujourd'hui les oreilles, sont des auxiliaires précieux à titres d'adjuvants ou de béquilles spirituelles* (...) (Piaget, 1969 :110).

Mais le verbalisme de l'image existe, tout comme le verbalisme du mot; les méthodes intuitives ne font que substituer un verbalisme plus élégant et plus tape à l'oeil au verbalisme traditionnel.

C. La méthode active ou expérimentale

Les méthodes verbales et intuitives dont nous venons de parler ne font pas appel à l'activité de l'enfant. Remarquons qu'Hubert (1946) adopte ce même classement des méthodes pédagogiques. Au début de son chapitre sur les méthodes actives, il fait allusion à Ferrière (1922) qui a constaté que c'est la défectuosité de l'enseignement verbal et l'insuffisance des méthodes intuitives, qui lorsque confrontées avec les premières conclusions de la psychologie expérimentale, ont conduit à recourir aux méthodes dites actives. Hubert ajoute entre autres que les méthodes actives s'opposent radicalement à tout ce qu'il y a de passif dans les procédés verbaux et intuitifs.

Cette méthode laisse l'enfant agir, expérimenter et découvrir par lui-même. C'est beaucoup plus que l'ajout de travaux manuels ou d'activités physiques. Selon Palacio-Quintin (1987), c'est une attitude globale à développer chez l'enfant afin de lui permettre de réaliser ses propres expériences et de réfléchir sur le déroulement même de son action.

Si le point central des méthodes actives se trouve dans la construction spontanée, l'essentiel de cette méthode réside dans la liberté que le maître laisse à l'enfant pour construire ses opérations spontanément.

Il faut cependant reconnaître que cette dernière méthode n'est que rarement utilisée dans le cadre normal des cours dispensés dans nos écoles. Introduites d'abord dans les classes de maternelles, les méthodes actives ont sans doute leur place dans l'enseignement élémentaire; elles n'ont que peu ou pas été utilisées dans l'enseignement au secondaire.

Les explications des auteurs (Euler, Margot, Grosgurin, Spicher[5]) qui ont traité de la règle des signes, s'attardent surtout aux procédés verbaux et, à l'occasion, aux procédés intuitifs. Elles ne font pas appel à l'activité du sujet, comme si l'expérience concrète comptait pour bien peu dans la compréhension de la mathématique.

---

[5] Cités en annexe par Lydia Müller, 1956, p.191-236.

Certains, tout comme Rolle, conseillent tout simplement d'éviter les nombres négatifs :

> *(...) on pourra toujours faire que chaque inconnue dégagée soit exprimée par un nombre positif, si l'on se sert de la méthode qui suit : ou bien on conclura que la chose est impossible (Rolle, 1650 : voir Müller, 1956 : 191-192).*

Quant à Brunschvicg (1929 : voir Müller, 1956 : 196-197), c'est par décret que la règle des signes sera posée et que, de toute évidence, le produit de (-) par (-) est un nombre positif.

Euler (1770 : voir Müller, 1956 : 199-200) résout le cas où (-) est multiplié par (-) en affirmant que la réponse ne peut être le signe (-), car :

> *(...) - par + donne -ab, et que -a par -b ne peut produire le même résultat que -a par +b, mais il doit en résulter l'opposé, c'est-à-dire +ab; par conséquent nous avons cette règle : - multiplié par - fait +, de même que + multiplié par +.*

Comparativement à ceux qui l'ont précédé, Grosgurin (1936 : voir Müller, 1956 : 210) innove en présentant la loi de la règle des signes à partir de l'addition.

Multiplication en nombres algébriques

. *Soit l'addition*
$(+4) + (+4) + (+4) =$
$= 4 + 4 + 4 = 12$

Notation abrégée
$(+4) . (+3) = +12$

signifie :
(+4) ... 3 fois en addition

soit la suite de soustractions
$-(+4) - (+4) - (+4) =$
$= -4 -4 -4 = -12$

Notation abrégée :
$(+4) . (-3) = - 12$
signifie : (+4) ... 3 fois soustrait

de même :
$(-4) +(-4) + (-4) =$
$-4 + -4 + -4 = -12$

$(-4) . (+3) = -12$

signifie :
(-4) ... 3 fois en addition

De même :

$- (-4) - (-4) - (-4) =$
$= 4 + 4 + 4 = 12$

$(-4) . (-3) = 12$
signifie : (-4) ... 3 fois soustrait

Résumons ces quatre multiplications :

$$(+4) . (+3) = +12$$
$$(-4) . (-3) = +12$$
$$(-4) . (+3) = -12$$
$$(+4) . (-3) = -12$$

On en déduit cette <u>règle des signes de la multiplication :</u>

Pour obtenir le produit de deux nombres algébriques, on donne au produit de leurs valeurs absolues[6] :

le signe + si les deux nombres sont de mêmes signes;
le signe - si les deux nombres sont de signes contraires.

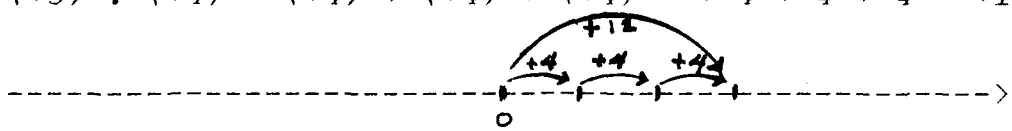
---

[6] Valeur d'un nombre sans tenir compte de son signe.

D'une façon semblable Spicher (1944 : voir Müller : 210-212) démontre la loi, mais ajoute à l'explication une démonstration à l'aide de l'axe des nombres.

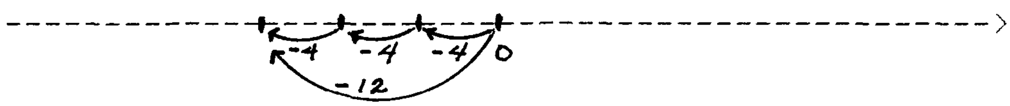
Exemple :

$(+3) \cdot (+4) = (+4) + (+4) + (+4) = +4 + 4 + 4 = +12$



Exemple :

$(+3) \cdot (-4) = (-4) + (-4) + (-4) = -4 - 4 - 4 = -12$



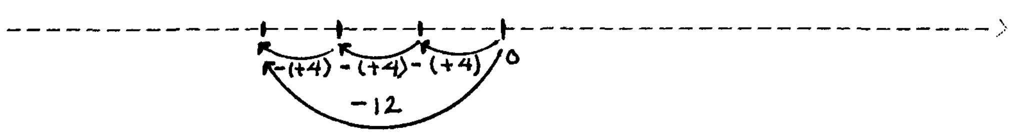
Deuxième cas :

Le multiplicateur est négatif.

<u>Définition</u> : Multiplier un nombre algébrique par un multiplicateur négatif (-3) par exemple, c'est compter trois fois ce nombre dans le sens contraire à son sens propre.

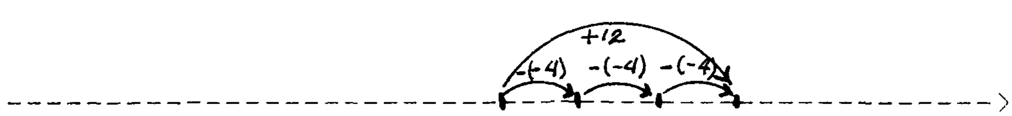
Exemple :

$(-3) \cdot (+4) = -(+4) - (+4) - (+4) = -4 - 4 - 4 = -12$



Exemple :

$(-3) \cdot (-4) = -(-4) - (-4) - (-4) = +4 + 4 + 4 = +12$



On en déduit la règle suivante :

Le produit de deux facteurs de même signe est positif.
Le produit de deux facteurs de signes contraires est négatif.

Lefébure[7] (1897 : voir Müller : 223-225) donne la règle qui suit :

Le produit de deux quantités algébriques s'obtient en effectuant le produit de leurs valeurs absolues et en affectant ce produit du signe de la première quantité si la seconde est positive, et du signe opposé au signe de la première, si la seconde est négative.

Il propose de vérifier la règle abstraite par une application concrète à l'aide d'un problème qui ne constitue pas pour autant une démonstration mais une justification de la loi.

Application. __ Problème. __ Un train parcourt avec une vitesse de 60 km à l'heure la ligne de chemin de fer reliant les villes A et B et traverse actuellement la gare de N. A quelle distance x de cette gare se trouve-t-il à une époque séparée de l'instant présent par un intervalle de 3 heures?

Pour mieux faire comprendre la règle multiplicative et en particulier pour faire saisir le rôle que joue le mul-

[7] B. Lefébure S.J., *Cours développé d'algèbre élémentaire.* Namur, Librairie Classique de Ad. Wesmael-Charlier, 1897, tome I, p.52-55.

tiplicateur affecté du signe + ou du signe - , Margot (1925 : voir Müller : 225-226) utilise la variation de température de deux milieux C et F comme justification de la règle des signes.

1. *Milieu C, **chaud, température** +10º.*

   Si la <u>chaleur augmente</u> de 3 fois 2º (+ 2º x +3), la <u>colonne</u> de mercure <u>monte</u> de 6 divisions ou indique une élévation de température de 6º, soit +6º.

   *Si la **chaleur diminue** de 3 fois 2º (- 2º x +3), la **colonne descend** de 6 divisions ou indique un abaissement de température de 6º, soit - 6º.*

2. *Milieu **F, froid, température** - 8º.*

   *Si le **froid augmente** de 3 fois 2º (- 2º x +3), la **colonne descend** de 6 divisions, soit -6º.*

   *Si le **froid diminue** de 3 fois 2º (-2º x -3), la **colonne monte** de 6 divisions, soit + 6º.*

Dans les éditions récentes des livres de mathématique utilisés dans nos écoles pour l'enseignement de l'algèbre, les différents auteurs (Charlebois, Gagnon, Hanna, 1977; Drolet, Rochette, 1984; Breton, Smith, Dechamplain, 1985) reprennent, en tout ou en partie, l'une ou/et l'autre des explications citées. Précisons qu'au départ les auteurs postulent que la direction vers la droite ou vers le haut est positive, donc normative; cela n'est pas évident pour le gaucher et l'ambidextre.

2.3 Attitude du sujet et la règle des signes

Dans l'apprentissage de la mathématique par un individu, une attirance, une sympathie, ou au contraire, une répulsion, une antipathie plus ou moins marquée est développée. La réaction du sujet vis-à-vis non seulement cet apprentissage, mais aussi par rapport à la place de plus en plus grande de ses utilisations et de sa valeur sélective dans la société, se manifeste par une attirance plus ou moins grande envers la mathématique. La mesure quantitative de cette attirance qu'on appelle attitude, sera mesurée à partir d'une échelle d'attitude.

Définition de l'attitude

L'attitude est un concept familier à la majorité des gens, mais il reste cependant difficile, selon Allport (1935), d'élaborer une définition suffisamment étendue pour couvrir les nombreux aspects reconnus par les psychologues et, en même temps, suffisamment étroite pour exclure ceux ne concernant pas les attitudes à l'étude. Cet auteur traduit l'attitude en termes d'une disposition à l'action, alors que Thurstone (1928) ramène l'attitude à la somme des sensations, idées, convictions, sentiments, relatifs à un objet déterminé. L'unanimité n'est pas chose faite dans les différentes tentatives d'éclaircir la nature des attitudes. Cependant, pour cette recherche, c'est la définition de Thibaudeau (1975-1977) que nous retiendrons car elle correspond davantage à l'usage courant et au sens qu'on lui en donne dans cette recherche :

> *(...) une disposition acquise et stable d'un sujet à se comporter d'une façon consistante par rapport à un objet ou à un groupe d'objets, non pas tel qu'il est réellement, mais tel qu'il le perçoit* (Thibaudeau, 1975-1977 : 52).

Cette signification de l'attitude se retrouve également dans les écrits récents (Hilgard, Atkinson et Atkinson, 1980; Darley *et al.*, 1984; Lerner *et al.*, 1986).

Définir une attitude, c'est aussi la mesurer à l'aide d'un instrument approprié qu'on appelle échelle. Dans une définition qui rejoint celle de Thibaudeau (1975-1977), Débaty (1967), met en lumière le rôle joué par les opinions dans la mesure des attitudes. La hiérarchisation des opinions permet de coter les attitudes en faisant la somme des approbations ou des désapprobations. Il sera ainsi possible de situer les sujets le long d'un *continuum* psychologique allant de l'attitude la plus défavorable à la plus favorable (deux pôles extrêmes). De cette façon l'attitude d'un individu à l'égard de la mathématique, est également définie par la position qu'il occupe sur une échelle construite dans le but de sérier les participants en fonction de leur attitude ou de leur opinion sur leur attitude.

2.4 Originalité de la recherche

Si plusieurs auteurs ont travaillé en situation individuelle, bien peu ont utilisé un enseignement en situation de groupe et rares sont les expériences qui se sont faites au secondaire.

Rappelons que les objectifs de la présente recherche sont d'abord de développer auprès de sujets de première secondaire une approche constructiviste de l'enseignement de la règle multiplicative des signes algébriques et d'explorer l'effet de cette approche sur leur attitude envers la mathématique.

HYPOTHÈSES

La recherche sera orientée à partir de trois hypothèses de base reliées aux différentes variables :

1. Hypothèses reliées à la variable **sujet**

   1.1 Les sujets de niveau opératoire concret sont ceux pour lesquels l'apprentissage à l'aide de jeux et d'exercices concrets est le plus significatif (Hyp. 1.1).

1.2 Les sujets de niveau opératoire formel réussissent mieux que les sujets des autres niveaux, mais leurs gains sont moins considérables que ceux du niveau opératoire concret (Hyp. 1.2).

2. Hypothèse reliée à la variable **méthode d'apprentissage**

2.1 La manipulation d'objets par le sujet, facilite davantage la compréhension de la règle multiplicative des signes (Hyp. 2).

3. Hypothèse reliée à la variable **attitude**

3.1 Le fait de rendre concrète, au moyen de jeux et d'exercices, la loi multiplicative des signes, favorise une attitude plus positive du sujet face à la mathématique en rendant l'opération mathématique plus significative pour lui (Hyp. 3).

Les hypothèses à l'étude, telles qu'énoncées précédemment, feront l'objet d'une vérification à l'aide du plan expérimental exposé dans le chapitre qui suit.

CHAPITRE 111

CADRE MÉTHODOLOGIQUE

La méthodologie utilisée dans cette étude se situe dans le prolongement des travaux de Müller (1956) et a été expérimentée, auprès de trois groupes sélectionnés à partir de deux classes de première secondaire. De plus, l'expérimentation a été faite dans le cadre normal des cours réguliers du programme de mathématique 116.

Ce troisième chapitre présente et décrit la méthodologie utilisée pour l'expérimentation. En premier lieu, nous présentons une description des sujets impliqués dans cette étude, suivie du processus de sélection des sujets. La deuxième partie de ce chapitre décrit les instruments de mesure utilisés ainsi que leur mode d'utilisation. Finalement, les différentes étapes du déroulement de la recherche ainsi que la procédure d'analyse des résultats liés au plan expérimental y sont exposées.

3.1 Population à l'étude

La population étudiée est constituée d'élèves québécois, âgés de 12 à 14 ans, qui suivent le cours de Math 116. Les élèves de l'échantillon retenu vivent dans un milieu minier situé loin des grands centres.

Sélection des sujets

Cette étude implique la participation de deux classes de première secondaire de la polyvalente de la Commission scolaire de Port-Cartier. Cinquante-cinq élèves furent préalablement identifiés comme participants à l'expérimentation. Finalement, trente sujets furent retenus pour prendre part à la recherche.

Le choix des sujets a été effectué en fonction des critères suivants :

- que l'élève ait participé à l'expérimentation pendant toute sa durée, soit trois semaines;
- que les garçons et les filles soient en nombre égal dans chacun des groupes;

- que la moyenne en mathématique des groupes G_2 et G_3 soit de même valeur;
- être disponible, après les heures de cours, pour une rencontre individuelle d'environ 30 minutes, où aura lieu l'évaluation du niveau opératoire;
- l'âge du sujet doit se situer à l'intérieur de l'intervalle 12-14 ans.

Les trente sujets participant, répondent à ces critères, sauf pour le sexe. Le tableau 2 présente la répartition des 30 sujets de l'étude selon leur âge au début de l'expérimentation.

Tableau 2

Répartition des sujets
selon l'âge

Age (ans)	Fréquence	Pourcentage
12	19	63,3
13	7	23,3
14	4	13,3
Total	30	100

Au début de la passation des différentes épreuves de l'expérimentation, l'échantillon retenu était composé (voir tableau 2) de dix-neuf sujets (63,3%) de 12 ans, de sept sujets (23,3%) de 13 ans et enfin, de quatre sujets (13,3%) âgés de 14 ans.

Le tableau 3 présente la répartition des sujets ayant participé à la recherche, selon le sexe.

Tableau 3

Répartition des sujets selon le sexe

Sexe	Fréquence	Pourcentage
Féminin	19	63,3
Masculin	11	36,7
Total	30	100

La répartition des sujets de l'étude selon le sexe indique que les garçons ne comptent que pour 36,7% des sujets retenus. Il n'y avait que six garçons sur 31 issus de la classe de "douance" à partir de laquelle deux groupes, G_2 et G_3, ont été formés. Un garçon fera partie du 2e groupe, tandis que les cinq autres seront intégrés au 3e groupe; les cinq autres garçons proviennent de la classe de cheminement particulier (CPT). Il a donc été impossible de former trois groupes composés d'un nombre égal de garçons et de filles; seuls les groupes G_1 et G_3 répondent à ce critère.

La répartition, selon l'âge et le sexe des sujets de l'étude, est présenté au tableau 4.

Tableau 4

Répartition des sujets selon l'âge et le sexe

Sexe \ Age	12	13	14	Total
Féminin	12 (63%)	5 (26%)	2 (11%)	19
Masculin	7 (64%)	2 (18%)	2 (18%)	11
Total	19	7	4	30

La répartition des 19 filles est la suivante : douze ont 12 ans (63%), cinq ont 13 ans (26%) et deux ont 14 ans (11%). Quant aux 11 garçons, sept ont 12 ans (64%), deux ont 13 ans (18%) et deux ont 14 ans (18%).

Les sujets choisis pour participer à l'expérimentation étaient tous inscrits dans des classes de première secondaire. Le nombre de sujets âgés de 11 ans ou 15 ans étant trop marginal pour faire l'objet d'une analyse, seuls les sujets de 12 ans, 13 ans et 14 ans ont été retenus pour la formation des groupes participant à la recherche.

Le tableau 5 indique la répartition des sujets de l'étude, selon le groupe et l'âge.

Tableau 5

Répartition des sujets selon le groupe et l'âge

Groupes	12 ans	13 ans	14 ans	Total
G_1	4	2	4	10
G_2	7	3	-	10
G_3	8	2	-	10
Total	19 (63,3%)	7 (23,3%)	4 (13,3%)	30

L'analyse du tableau 5 révèle que les sujets de 12 ans, tout en ayant le plus grand nombre de représentants (63,3%), se retrouvent également en très grand nombre dans les groupes G_2 (70%) et G_3 (80%). Les élèves âgés de 14 ans sont concentrés exclusivement dans le groupe G_1. Un fait qui s'explique facilement puisque les élèves de ce groupe éprouvent de grandes difficultés et présentent un retard académique d'au plus deux ans.

Répartis selon le groupe et le sexe dans le tableau 6, les groupes G_1 et G_3 comprennent un nombre égal de garçons et de filles. Il a cependant été impossible que le groupe

G_2 rencontre ce critère, la classe ayant servi à former les groupes G_2 et G_3 ne comportant qu'un total de 7 garçons.

Tableau 6

Répartition des sujets
selon le groupe et le sexe

Groupes	Féminin	Masculin	Total
G_1	5	5	10
G_2	9	1	10
G_3	5	5	10
Total	19	11	30

Trois groupes ont été formés à partir de 2 classes de première secondaire, (G_1 à partir de la classe de CPT[8] et G_2 et G_3 à partir de la classe de "douance") inscrites au cours de Math 116.

Ces trois groupes constituent les groupes expérimentaux qui participent aux activités basées sur les différentes étapes de la compréhension de la règle multiplicative des signes algébriques.

[8] CPT : Cheminement Particulier de formation de type Temporaire.

3.2 Instruments de mesure

Pour répondre aux besoins de la recherche, nous avons utilisé deux types d'instruments permettant de mesurer chacune des variables de l'étude :

A. Instruments de mesure et d'évaluation

1. L'échelle de développement de la pensée logique (E.P.L.) de François Longeot (1966).
2. Test de rendement scolaire vérifiant le niveau de connaissance et le niveau de compréhension de la règle multiplicative des signes algébriques (Müller, 1956).
3. Échelle d'Attitudes mathématiques de Débaty (1967).

B. Instruments de recherche

1. Matériel manipulable

a) La voiture

- dont le point d'arrivée est situé en avant ou en arrière du sujet;
- dont le point d'arrivée est situé en avant ou en arrière du sujet, avec tableau;
- dont le point d'arrivée est situé en avant ou en arrière du sujet, avec tableau et synthèse de ce tableau.

b) Les miroirs

- le mot "étoile" écrit à l'encre :

  . avec un miroir
  . avec deux miroirs

- le mot "étoile" écrit en couleur :

  . avec un miroir
  . avec deux miroirs

Les items du matériel manipulable décrit précédemment sont classés, dans le tableau 7, selon le niveau opératoire.

Tableau 7

Niveau des items

Niveaux	1ère expérience	2o expérience
Opérations concrètes	. But en avant ou en arrière du sujet. . Tableau	. Avec miroirs et papier.
Formel	. Tableau de synthèse.	. Equivalence . Correspondance avec la règle des signes.

2. Questions verbales

a) Les expériences logiques

- Les amis et les ennemis
- Les négations
- Les ordres
- L'inversion (post-test)

b) Les expériences mathématiques (post-test)

- Expériences algébriques
- Explication de la règle des signes

3.3 Mode d'utilisation

A. L'échelle de développement de la pensée logique (E.P.L.) de François Longeot (1966) .

Les travaux de Longeot se particularisent en ce qu'ils mettent en jeu l'administration d'épreuves opératoires développées par Piaget et Inhelder (1951).

Choix des épreuves

Le choix des épreuves entrant dans la composition de l'échelle génétique a tout d'abord été fait d'après le type d'opérations intellectuelles qu'elles mettaient en jeu. Les épreuves choisies devaient également offrir la possibilité de contourner certaines contraintes. D'abord, la durée de l'application des différentes épreuves devait correspondre à environ 30 minutes, d'où la nécessité de ne retenir qu'un petit nombre d'épreuves. Il fallait ensuite que le matériel des épreuves fût peu encombrant, en plus d'être facile à construire, à manipuler et à transporter. Enfin, les épreuves devaient être complémentaires et non parallèles.

Trois épreuves correspondaient à ces critères de façon satisfaisante : l'épreuve de la conservation, celle sur les permutations et enfin, l'épreuve faisant appel aux notions de proportion et de probabilité. En général, chaque épreuve comprend plusieurs items qui correspondent aux possibilités du raisonnement, propres aux différents stades.

Description des épreuves

Chaque élève sera soumis, individuellement, dans les conditions précisées aux annexes 7 et 8, à trois épreuves sur des thèmes directement empruntés à Piaget. Les épreuves retenues, après une étude exploratoire portant sur un grand nombre de situations et de transformations, sont les suivantes :

a. Épreuve de la <u>conservation</u> de la quantité, du volume, associée à une épreuve de <u>dissociation</u> du poids et du volume;

b. Épreuve d'opérations combinatoires dans le cas de permutations;

c. Épreuve faisant appel au groupe I.N.R.C.[9], appliquée aux notions de proportion et de probabilité.

---

[9] I.N.R.C. : **I** (transformation identique), **N** (inverse), **R** (réciproque), **C** (corrélative).

Quoiqu'elles soient fort connues dans leurs principes, force nous est de les décrire de façon détaillée (voir annexe 8). En effet, des modifications quantitatives, manipulatoires et verbales, etc. sont toujours susceptibles de faire varier les résultats.

Ces épreuves (Piaget et Inhelder, 1951) ont donné lieu à de nombreuses recherches. Celles de Longeot (1966), Auger (1973, 1980, 1986), Noelting (1980,1982), Palacio-Quintin (1987) nous ont été particulièrement utiles.

B. Test de rendement scolaire vérifiant le niveau de connaissance et le niveau de compréhension de la règle multiplicative des signes.

Ce test servira de pré-test et post-test et sera utilisé pour vérifier l'hypothèse 1 reliée à la variable **sujet.** L'épreuve se compose de trois parties :

- Expériences algébriques.
- Explication de la règle multiplicative des signes.
- Inversion.

Ce questionnaire a été utilisé par Müller (1956), comme contre-épreuve, au terme de ses recherches sur la compréhension de la règle multiplicative des signes. Dans le cadre de cette recherche, ce test fut utilisé sous sa forme originale.

C. Échelle d'Attitudes mathématiques (Débaty, 1967)

Le niveau latent des attitudes d'un sujet est, selon Débaty (1967), cause de son adhésion à différentes opinions manifestes et du rejet d'autres opinions, l'ensemble de celles-ci formant l'échelle d'attitudes. L'opinion représente l'expression verbale de l'attitude. Elle correspond, selon Gagné (1986 : 80), "*aux arguments invoqués pour expliquer ou justifier l'attitude*".

Le degré des attitudes envers la mathématique sera mesuré par le test **Échelle**[10] **d'Attitudes Math.** conçu par Débaty (1967). Ce test de 20 questions constitue un instrument de mesure qui rassemble les différentes opinions positives

[10] L'usage veut qu'on utilise les termes "*échelles d'attitudes* et "*questionnaires d'opinions*".

(10) et négatives (10) caractéristiques des diverses attitudes possibles vis-à-vis la mathématique. Les questions énoncées positivement (Q_+) correspondent aux questions 1, 3, 5, 6, 8, 11, 13, 15, 17 et 20; celles classée négativement (Q_-) coïncident avec les questions 2, 4, 7, 9, 10, 12, 14, 16, 18 et 19.

Chaque opinion offre une possibilité d'une réponse divisée en cinq intervalles égaux, s'échelonnant de "tout à fait faux" (- -) à "tout à fait vrai" (+ +). Ce nombre est impair afin de faire apparaître un intervalle central. Le côté positif de l'échelle, le côté (+) et (+ +), et le côté négatif de celle-ci, le côté (-) et (- -), sont divisés de cette façon en deux intervalles de degrés croissants à partir de l'intervalle central. De plus, cette échelle est bipolaire, en ce sens qu'elle comporte un pôle positif (à droite) et un pôle négatif (à gauche), et ses divers échelons indiquent l'intensité de cette valence positive ou négative.

Notre travail consistera à calculer la cote d'attitude mathématique à partir des opinions de chacun des sujets. La méthode des **"classements additionnés"** (summated rating) consiste à apprécier chaque item sur une échelle de cinq points et servira à établir la cote d'opinion. La compilation des réponses fournies aux divers énoncés permet de construire un score d'attitude pour chaque répondant, en calculant la moyenne arithmétique des valeurs associées à chaque réponse :

- -	tout à fait faux	1 point
-	plutôt faux	2 points
?	sans opinion tranchée	3 points
+	plutôt vrai	4 points
+ +	tout à fait vrai	5 points

Si un item est énoncé négativement (Q.), l'échelle des valeurs ci-dessus est inversée.

La cote d'attitude d'un individu est la somme de ses approbations ou de ses désapprobations. Ainsi, lorsqu'un individu se déclare tout à fait en accord avec la plupart des énoncés favorables et tout à fait en désaccord avec les énoncés défavorables, il obtient un score très élevé, se rapprochant de 5,00. A l'opposé, si un répondant entretient une attitude très négative, son score sera très faible, voisin de 1,00. Lorsqu'un score se situe autour de 3,00, c'est que le répondant a une attitude partagée ou ambivalente vis-à-vis la mathématique. Ce score peut d'ailleurs découler tout autant d'un grand nombre de réponses 3 (sans opinion tranchée) sur l'échelle, que d'une répartition à peu près égale entre les réponses -- (tout à fait faux), - (plutôt faux) et + (plutôt vrai), ++ (tout à fait vrai).

Cette cote d'attitude mathématique servira à la vérification de l'hypothèse 3.

3.4 Procédures expérimentales

Nous présentons maintenant les différentes étapes du déroulement de la recherche, ainsi que les procédures liées au plan expérimental.

A. Les démarches préliminaires et le protocole

Les procédures préliminaires à l'expérimentation ont débuté dès la rentrée des classes en septembre 1990. Nous avons rencontré le responsable à la pédagogie de la Commission scolaire, puis le directeur de la polyvalente, afin de leur exposer les grandes lignes du projet de recherche et obtenir le consentement nécessaire à la poursuite des démarches, en vue de la réalisation du projet.

Afin d'éviter que les élèves participant à l'expérimentation ne soit en retard dans leur programme de mathématique de première secondaire, la clientèle ciblée pour la recherche se retrouve être celle de la classe de douance (élèves doués et obtenant des résultats les classant à la tête du premier cinquième), ainsi que celle du cheminement particulier de formation de type temporaire (CPT). Les élèves doués peuvent facilement voir les notions du programme en moins de temps que ceux du cours régulier, tandis que les élèves du cheminement particulier temporaire (CPT) reçoivent les mêmes notions du programme mais répartis sur deux fois plus de temps. Les enseignants concernés accordent facilement leur consentement pour que leurs élèves participent à ce projet.

A partir des deux classes sélectionnées, trois groupes seront formés. Avec chacun d'eux, une méthode d'apprentissage différente sera utilisée pour l'enseignement de la règle multiplicative des signes algébriques :

G_1 : Méthode verbale (Cheminement Particulier de formation de type Temporaire, C.P.T)

G_2 : Méthode intuitive (classe "doués")

G_3 : Méthode active (classe "doués")

En résumé, le schéma expérimental a le format suivant :

G_1	Pré-test	X_1	Post-test
G_2	Pré-test	X_2	Post-test
G_3	Pré-test	X_3	Post-test

B. Méthodes pédagogiques

Pour l'enseignement de la règle multiplicative des signes, une des trois méthodes pédagogiques suivantes a été utilisée et détermine ainsi le numéro attribué au groupe pour toute l'expérimentation.

G_1 : la méthode verbale

L'enseignant se contente de donner la loi devant l'élève, tout en s'efforçant de la rendre compréhensible à l'aide de multiples explications et répétitions (voir annexe 5, G_1).

G_2 : la méthode intuitive

Cette méthode fait intervenir le concret, le visible, le tangible. L'enseignant fait appel à l'intuition sous forme de représentations imagées, de figures ou d'objets. Cette méthode implique une attitude passive du sujet du moins en apparence. L'enseignant explique, à l'aide de matériels, et l'élève écoute (voir annexe 6, G_2).

G_3 : la méthode active

L'élève y construit ses opérations, spontanément. Le rôle du maître consiste à lui procurer le matériel qui lui est nécessaire et à prendre garde de ne suggérer que l'indispensable (voir annexe 6, G_3).

C. Rencontres

Une *rencontre individuelle*, d'au moins 30 minutes, est nécessaire avec chacun des élèves des trois groupes, afin de procéder à l'évaluation du niveau opératoire de chaque sujet de l'étude. Ces rencontres individuelles, peu importe le groupe, s'échelonneront tout au long des mois de novembre, décembre 1990 et janvier 1991.

Le tableau 8 donne le nombre de rencontres nécessaires à l'expérimentation selon la méthode pédagogique utilisée dans chacun des groupes.

Tableau 8

Tableau des rencontres selon les groupes

Groupe \ Rencontres	Individuelles	Collectives	Total
G_1	1	4	5
G_2	1	5	6
G_3	1	5	6

Si une seule rencontre individuelle est nécessaire avec chacun des sujets, le nombre de rencontres collectives quant à lui varie, de plus ou moins un, selon la méthode pédagogique utilisée : quatre rencontres collectives avec la méthode verbale, tandis que les méthodes intuitive et active nécessitent chacune cinq rencontres.

Le contenu de chacune des séances de l'expérimentation, et ce, selon la méthode utilisée, est exposé au tableau 9.

Tableau 9

Tableau des rencontres collectives selon la méthode utilisée dans les groupes rencontrés

Groupes\Rencontres	1	2	3	4	5	Total
G_1/X_1	Pré-test	Cours 1	Cours 2	Post-test	-	4
G_2/X_2	Pré-test	Cours 1	Cours 2	Cours 3	Post-test	5
G_3/X_3	Pré-test	Cours 1	Cours 2	Cours 3	Post-test	5

Pour le groupe G_1, la méthode verbale sera utilisée. Quatre rencontres collectives seront nécessaires : deux serviront à administrer les pré et post-test, alors que les deux autres rencontres correspondent aux cours sur la loi multiplicative des signes algébriques. Ces rencontres se dérouleront pendant trois semaines consécutives, en décembre 1990.

La méthode intuitive sera employée pour le groupe G_2 et la méthode active pour le groupe G_3. Ces deux groupes seront rencontrés collectivement à cinq reprises. La première rencontre servira à l'administration du pré-test. Les trois autres séances auront lieu en novembre 1990 à raison d'une intervention par semaine. Le post-test sera administré en décembre de la même année.

3.5 Procédure d'analyse des résultats

L'analyse des résultats se fera à deux niveaux. Au premier niveau nous mesurerons l'effet d'une méthode d'apprentissage de la règle multiplicative des signes algébriques selon le niveau opératoire du sujet; au second niveau, nous analyserons le changement d'attitude du sujet envers la mathématique.

Le plan d'analyse des données est donc double. Il doit permettre de vérifier si l'utilisation d'une certaine méthode pédagogique aura un impact plus ou moins grand en relation avec le niveau opératoire du sujet. L'analyse doit également vérifier l'existence d'un lien entre une méthode d'apprentissage et l'attitude mathématique du sujet envers la mathématique.

3.6 Vérification des hypothèses

En fonction de la première hypothèse de la recherche, nous vérifierons la compréhension de la règle multiplicative des signes algébriques selon le niveau opératoire du sujet.

Cette hypothèse suppose que la compréhension de la règle multiplicative des signes algébriques doit être semblable à l'intérieur des trois groupes ayant participé à l'expérimentation. Pour vérifier cette hypothèse, le niveau opératoire de chaque sujet aura été évalué individuellement à l'aide de l'échelle de développement de la pensée logique (EPL) conçue par Longeot (1969) à partir des épreuves opératoires développées auparavant par Piaget.

En ce qui a trait à la deuxième hypothèse, sa vérification se fera à l'aide des résultats obtenus lors de l'enseignement de la règle des signes, à partir de trois méthodes pédagogiques différentes : la méthode verbale avec le groupe-témoin, les méthodes intuitive et active avec les deux autres groupes de l'expérimentation.

Finalement, l'hypothèse reliée à la variable **attitude** sera vérifiée à partir des scores *obtenus au* test d'Attitudes mathématiques (Débaty, 1967).

CHAPITRE IV

PRÉSENTATION ET ANALYSE DES RÉSULTATS

Le but de ce chapitre est de présenter et d'analyser les résultats obtenus par notre recherche.

Ce chapitre est divisé en trois parties qui correspondent chacune à l'une des trois hypothèses de recherche. Dans chaque partie, nous présentons les résultats relatifs à l'hypothèse concernée, suivis d'une interprétation qui vise à confirmer ou infirmer l'hypothèse en question.

L'étude des données recueillies s'est faite avec les différents outils employés : les renseignements généraux et l'échelle de la pensée logique (EPL[11]) pour la première hypothèse, les expériences algébriques pour la deuxième hypothèse et l'Échelle d'Attitudes mathématiques pour la troisième hypothèse. Après la présentation des résultats relatifs à l'outil d'évaluation utilisé, une analyse de ces résultats servira à mettre les trois hypothèses de recherche à l'épreuve.

Cette recherche avait pour but de démontrer l'existence possible d'une relation entre le choix d'une méthode pédagogique utilisée pour l'enseignement de la règle

---

[11] EPL : Échelle de développement de la Pensée Logique

multiplicative des signes algébriques et le niveau opératoire du sujet. Il était également prévu de vérifier l'influence éventuelle d'une méthode pédagogique sur l'attitude du sujet face à la mathématique.

4.1 Vérification de la première hypothèse

L'évaluation du niveau opératoire des sujets a été effectuée à l'aide de trois épreuves sélectionnées à partir de l'Échelle de développement de la pensée logique (Longeot, 1966) : une première épreuve, la conservation du poids et du volume, puis une autre faisant appel aux permutations et enfin celle sur les notions de proportion et de probabilité. Chaque épreuve comprend plusieurs items et ces items concordent avec les possibilités du raisonnement propres aux différents stades.

Les résultats présentés correspondent aux taux de réussite aux différents items qui permettront à la fin, le classement des sujets selon le niveau opératoire atteint : niveau concret, préformel, formel A et formel B.

Pour chacun des niveaux opératoires, les taux de réussite sont d'abord présentés **selon l'âge** des sujets; suivent les taux de réussite **selon le groupe** auquel appartient le sujet. Les derniers tableaux de cette partie présentent le classement des sujets de l'étude selon le niveau opératoire atteint.

Selon la première hypothèse, *les sujets de niveau opératoire concret sont ceux pour lesquels l'apprentissage à l'aide de jeux et d'exercices est le plus significatif;* de plus, *les sujets de niveau opératoire formel réussissent mieux, mais leurs gains sont moins considérables.*

L'incidence des variables, *niveau opératoire* et *méthode d'apprentissage*, sera vérifiée lors de la mise à l'épreuve de cette première hypothèse. Nous aurons également besoin pour cette vérification des résultats aux tests algébriques dont les résultats ne seront présentés qu'en deuxième partie de ce chapitre. Pour cette raison, cette première partie ne comprendra que la présentation des données recueillies à partir de l'EPL. C'est à la fin de la deuxième partie de ce chapitre que se retrouvera l'analyse des résultats permettant de confirmer ou d'infirmer ces deux volets de la première hypothèse.

A. Épreuves de niveau concret

Les tableaux qui suivent présentent, dans un premier temps, les taux de réussite selon l'âge et dans un second temps, selon la méthode pédagogique utilisée dans les groupes : G_1 la méthode verbale, G_2 la méthode intuitive et enfin G_3, la méthode active.

Le petit nombre (10) de sujets dans chaque groupe d'âge rend difficile l'interprétation des pourcentages de réussite par âge. Ces taux fixent toutefois un certain ordre de grandeur qui pourra servir à l'analyse de la pertinence de l'emploi des méthodes pédagogiques concrètes.

Les premiers items mesurés se situent au niveau des opérations concrètes. Les tableaux 10 et 11 présentent le nombre de sujets de l'étude ayant réussi les items de ce niveau, d'abord selon l'âge, puis selon le groupe/méthode.

Tableau 10

Réussite aux items de niveau concret
selon l'âge des sujets

Items \ Age	12	13	14	Total
1/4 et 2/4	19	7	4	30
3/5 et 3/7; 2/4 et 3/7	17	7	3	27
Conservation du poids	4	3	2	9
1/2 et 1/3; Pm (1er niveau)	16	7	4	27
Maximum possible	n = 19	n = 7	n = 4	N = 30

Tableau 11

Réussite aux items de niveau concret
selon le groupe des sujets

Items \ Groupe	G_1	G_2	G_3	Total
1/4 et 2/4	10	10	10	30
3/5 et 3/7; 2/4 et 3/7	8	9	10	27
Conservation du poids	3	4	2	9
1/2 et 1/3; Pm (1er niveau)	8	9	10	27
Maximum possible	n = 10	n = 10	n = 10	N = 30

Les items qui concernent les proportions de niveau concret sont réussis par la majorité des sujets, et ceci peu importe l'âge ou le groupe. Un item de niveau concret fait cependant problème, celui de la conservation du poids qui n'est réussi que par neuf des 30 sujets de l'étude. De plus, ce sont les sujets de 12 ans qui réussissent en plus grand nombre (4) cet item, bien que la différence avec les autres sujets ne soit pas significative.

B. Epreuves de niveau préformel

La même façon de procéder a été utilisée pour la présentation des données recueillies à partir des items de niveau préformel. Une épreuve est réussie si le sujet raisonne au niveau concerné. Les tableaux 12 et 13 présentent le nombre de réussites à ces items d'abord selon l'âge, puis selon le groupe des sujets de l'étude. Les données de l'item "1/2 et 2/4" seront analysées avant celles recueillies sur les deux premiers items de niveau préformel de l'épreuve sur la conservation.

Les trois items de l'épreuve sur la conservation seront analysés dans le tableau 14 où les trois items de l'épreuve sur la conservation ont été regroupés.

Tableau 12

Réussite aux items de niveau préformel
selon l'âge des sujets

Items \ Age	12	13	14	Total
Conservation du volume	10	4	1	15
Dissociation pds/volume	13	5	1	19
1/2 et 2/4	7	3	0	10

Les sujets âgés de 12 ans, dont un représentant du groupe G_1, réussissent majoritairement (7/10) l'item de niveau préformel sur les proportions. Aucun des sujets de 14 ans n'a pu constater ou justifier l'équivalence des deux fractions.

Tableau 13

Réussite aux problèmes de niveau préformel
selon le groupe des sujets

Items \ Groupes	G_1	G_2	G_3	Total
Conservation du volume	2	8	5	15
Dissociation Pds/volume	4	7	8	19
1/2 et 2/4	1	4	5	10

Le nombre de réussites obtenu à l'item "1/2 et 2/4" (10/30) met en évidence la difficulté des sujets à reconnaître les fractions équivalentes; dans le groupe G_1, un seul sujet de niveau formel A, a identifié ou justifié "1/2 et 2/4" comme équivalent; dans les deux autres groupes, le nombre de réussites approche ou est égal à la moitié des sujets. Plusieurs anticipaient mathématiquement que 1/2 était bien égal à 2/4, mais ils n'étaient pas en mesure d'établir une relation entre la fraction et la probabilité de tirage d'un jeton avec une croix qui pourtant était la même d'un côté comme de l'autre.

Les tableaux 12 et 13 présentaient la dernière partie des données de l'épreuve de conservation. Tous les items de cette épreuve sont réunis dans le tableau 14.

Tableau 14

Taux de réussite aux items sur la conservation selon le groupe

CONSERVATION	G_1	G_2	G_3	Moyenne
Conservation/Poids	30%	40%	20%	30%
Conservation/Volume	20%	80%	50%	50%
Dissociation Pds/Vol.	40%	70%	80%	63%

L'analyse des données du tableau 14 nous permet d'observer la relation hiérarchique des résultats concernant l'épreuve de conservation : CP < CV < DPV. Le taux de 30% pour la conservation du poids, augmente à 50% pour la conservation du volume et va jusqu'à 63% pour l'item dissociation poids/volume. Ces épreuves sont présentées selon un ordre de succession découvert par Piaget et Inhelder (1941) dans la séquence d'acquisition de la conservation.

C. Epreuves de niveau formel A

Les items de niveau formel A forment une suite d'épreuves sur les proportions et les permutations amorcées aux niveaux concret et préformel. Les tableaux 15 et 16 transmettent, comme annoncé au début de ce chapitre, les résultats des épreuves de niveau formel A, d'abord selon l'âge et ensuite selon le groupe.

Tableau 15

Réussite aux épreuves de niveau formel A
selon l'âge des sujets

Items \ Age	12	13	14	Total
1/3 et 2/6; 2/6 et 3/9	4	2	0	6
Pm (2^e niveau)	8	1	1	10

Tableau 16

Réussite aux épreuves de niveau formel A
selon le groupe des sujets

Items \ Groupe	G_1	G_2	G_3	Total
1/3 et 2/6; 2/6 et 3/9	0	2	4	6
Pm (2^e niveau)	2	5	3	10

Le nombre de réussites à ce premier item de niveau formel A n'est que de six sujets sur 30 comme l'indique les tableaux 15 et 16. Aucun des sujets de 14 ans n'a réussi cet item. Il faut se rappeler que ces sujets se retrouvent en G_1 où d'ailleurs, aucun sujet n'a pu constater l'équivalence de ces fractions.

Si le premier item sur la permutation a été réussi par 27[12] des 30 sujets (90%), il en est tout autrement du deuxième item sur la permutation : seulement 10 des sujets solutionnent cet item. Parmi ceux-ci, ce sont les sujets de 12 ans des groupes G_2 et G_3 (élèves doués) qui y parviennent en très grande majorité (8/10). Si les sujets du groupe G_2 réussissent cet item à un taux de 50%, les taux fléchissent à 30% pour G_3 et atteignent 20% pour les sujets de G_1(CPT).

D. Epreuves de niveau formel B

Les problèmes de niveau formel B complètent les épreuves amorcées aux niveaux précédents. Le premier item de niveau formel B termine l'épreuve sur les proportions, tandis que le deuxième complète celle sur les permutations. Les tableaux 17 et 18 exposent les résultats aux problèmes formels B.

---

[12] Voir les tableaux 10 et 11.

Tableau 17

Réussite aux épreuves de niveau formel B selon l'âge des sujets

Items \ Age	12 n = 19	13 n = 7	14 n = 4	Total n = 30
2/6 et 3/8	9	6	1	16
Pm (3^e niveau)	1	0	0	1

Plusieurs sujets de 12 ans (9/19) ont réussi ce dernier item de niveau formel B, et presque tous les sujets de 13 ans (6/7) ont répondu correctement à l'item "2/6 et 3/8" sur les proportions.

Tableau 18

Réussite aux épreuves de niveau formel B selon le groupe des sujets

Items \ Groupe	G_1	G_2	G_3	Total
2/6 et 3/8	5	5	6	16
Pm (3^e niveau)	0	1	0	1

Si plus de la moitié des sujets réussisse le premier item, il en est tout autrement pour celui qui complète l'épreuve sur les permutations, où un seul élève (12 ans du G_2) apporte la bonne réponse à ce dernier item qui terminait les épreuves dont les résultats permettront la classification des sujets selon leur stade opératoire.

E. Age moyen d'accès aux différents stades

Les résultats aux différentes épreuves ont permis de déterminer le niveau opératoire de chacun des sujets des différents groupes à l'aide du barème qui apparaît dans le tableau qui suit.

Tableau 19

Barème

Stade concret	0,5 à 6 points
Stade préformel	7 à 10 points
Stade formel A	11 à 14 points
Stade formel B	15 à 18 points

A partir de ce barème, nous avons fait coïncider les résultats obtenus aux trois épreuves par chacun des sujets, au stade opératoire correspondant; en dernier lieu, la moyenne de chacun des groupes est présentée à la dernière colonne du tableau 20.

Tableau 20

Moyenne des résultats obtenus aux différentes épreuves selon le groupe de chacun des sujets

Sujet/ Groupe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Moy
G_1	5	6	10	6	2	7	9	6	5	11	6,6
G_2	14	8	9	11	9	9	10	15	11	1	9,7
G_3	10	12	15	9	11	10	13	14	10	10	11,4

L'analyse du tableau 20 met en évidence la grande différence dans les moyennes de G_1 (6,6%) et G_3 (11%) différence qui était prévisible en raison de la clientèle qui composait chacun de ces groupes : G_1, des élèves en difficulté d'apprentissage et G_2 et G_3, des élèves dit "doués". Les informations recueillies dans le cadre de cette recherche ne permettent pas d'expliquer la différence entre G_2 (9,7%) et G_3 (11%), une différence entre les deux groupes déjà mise en évidence par les données recueillies sur l'intérêt vis-à-vis la mathématique.

En dernière analyse, les tableaux 21 et 22 indiquant le nombre de sujets ayant atteint un niveau opératoire, d'abord selon l'âge, puis selon le groupe auquel appartient chacun des sujets participants à la recherche, sont présentés.

Tableau 21

Taux d'accès aux différents stades selon l'âge

Stade \ Age	12 ans n=19	13 ans n=7	14 ans n=4	Total (%) n=30
Stade concret	3 (16%)	1 (14%)	3 (75%)	7 (23,3%)
Stade préformel	9 (47%)	3 (43%)	1 (25%)	13 (43,3%)
Stade formel A	7 (37%)	1 (14%)	0	8 (26,7%)
Stade formel B	0	2 (29%)	0	2 (6,7%)

En analysant les taux d'accès aux différents stades des sujets de 12 et 13 ans, nous y retrouvons un taux de représentation semblable, que ce soit au niveau concret ou au niveau préformel. Par contre, c'est dans la classe des 13 ans que se retrouvent les deux sujets de niveau formel B. La présence des sujets de 14 ans au niveau des stades concret et préformel, pourrait en partie s'expliquer par le fait que ces sujets viennent du groupe d'élèves éprouvant de graves difficultés d'apprentissage, le groupe G_1.

Tableau 22

Taux d'accès aux différents stades
selon le groupe

Groupes \ Stades	G_1 n=10	G_2 n=10	G_3 n=10	Total (%) n=30
Stade concret	6 (60%)	1 (10%)	0	7 (23,3%)
Stade préformel	3 (30%)	5 (50%)	5 (50%)	13 (43,3%)
Stade formel A	1 (10%)	3 (30%)	4 (40%)	8 (26,7%)
Stade formel B	0	1 (10%)	1 (10%)	2 (6,7%)

Les élèves des groupes G_2 et G_3 ont une performance à peu près semblable aux différents stades et se retrouvent pour une grande majorité (80 % et 90 %) aux stades préformel et formel A. Si 30 % et 40 % des sujets de ces deux groupes se situent au stade formel A, il faut également signaler que 50 % de ces sujets sont classés au stade préformel.

Les sujets du groupe G_1 se situent à 90 % au stade concret ou préformel.

Les données sur la variable **sujet** ont été présentées dans cette première partie; il nous faudra les données sur les méthodes d'apprentissages, présentées dans la section sur les "Expériences algébriques", pour mettre cette hypothèse à l'épreuve puisque cette première hypothèse met en interaction les variables **sujet** et **méthode d'apprentissage.**

4.2 Vérification de la deuxième hypothèse

Les résultats de la recherche sur la règle multiplicative des signes algébriques ont été obtenus à partir d'expériences algébriques qui comprennent en premier lieu, une série d'exercices algébriques très simples; ces expériences sont suivies, en second lieu, d'une explication de la règle des signes par les élèves et se terminent par des questions sur l'inversion.

A. Exercices algébriques

Voici les exercices présentés aux sujets :			Les résultats sont :
1.	(-3) x (+2) x (-4) x (-5)	=	-120
2.	(-1) 5	=	- 5
3.	(+3) x (+4)	=	+ 12
	(+3) x (-4)	=	- 12
	(-3) x (+4)	=	- 12
	(-3) x (-4)	=	+ 12

Voyons d'abord la comparaison des résultats des différents groupes. Le tableau 23 nous permet de comparer les moyennes obtenues par les différents groupes ainsi que les progrès réalisés entre le pré-test et le post-test.

Tableau 23

Moyenne et progrès obtenus aux exercices algébriques selon le groupe

Groupe	Méthode verbale (G_1)		Méthode intuitive (G_2)		Méthode active (G_3)	
Test	Pré	Post	Pré	Post	Pré	Post
Moyenne (n= 6)	1,2	3,5	1,0	5,4	1,2	4,7
Progrès (en %)	38%		73%		58%	

A partir des résultats obtenus dans la série d'exercices algébriques, il appert que le groupe où la méthode intuitive est utilisée, soit G_2, a un progrès nettement supérieur (73%), comparé au progrès obtenu par le groupe où la méthode active a été employée, G_3 (58%); la marge est encore plus grande quand on regarde le pourcentage de progrès du groupe G_1, où nous avons eu recours à la méthode verbale pour l'enseignement de la règle multiplicative des signes algébriques.

Les résultats regroupés dans le tableau 24, selon le niveau opératoire des participants font ressortir, eux aussi, de grandes marges entre les pourcentages de progrès mesurés.

Tableau 24

Résultats aux exercices algébriques
selon le niveau opératoire

Stade	Concret n = 7		Préformel n = 13		Formel A n = 8		Formel B n = 2	
Test	Pré	Post	Pré	Post	Pré	Post	Pré	Post
Moyenne (sur 6)	1,4	3,4	1,2	5,5	0,8	4,2	1	3,5
Progrès (en %)	33%		72%		57%		42%	

Toutes méthodes pédagogiques mises à part, il ressort des données du tableau précédent, que ce sont les sujets de niveau préformel qui ont un taux de progrès des performances le plus marqué (72%); suivent, dans un ordre décroissant, les sujets de niveau formel A (57%), puis ceux de niveau formel B (42%) et enfin ceux de niveau concret (33%). L'analyse des résultats présentée ici ne permet, ni l'utilisation du niveau opératoire des sujets comme valeur prédictive de leur performance, ni l'explication du rôle joué par le niveau opératoire des sujets dans les différences de progrès observés. Le petit nombre de sujets représentant chacun des niveaux opératoires à l'intérieur de chacun des groupes exclut une analyse fine des résultats.

Dans l'ensemble, la règle multiplicative des signes algébriques présentée dans sa plus simple expression, accompagnée de petits coefficients, est correctement appliquée par les élèves du groupe G_2. Pour le groupe G_3, n'eut été de deux élèves qui ont obtenu "1", et un autre "2" comme résultat au post-test, la même remarque s'appliquerait. Les élèves du groupe G_1, quant à eux, avec une moyenne de 58% (3,5/6) au post-test, ne maîtrisent pas, et ceci en majorité, la règle multiplicative des signes algébriques.

B. Explication de la règle des signes

Après avoir fait exécuter aux sujets les exercices algébriques dont les résultats viennent d'être présentés, les sujets ont eu à donner l'explication de la règle multiplicative des signes algébriques à partir des quatre questions qui suivent.

Voici les questions posées. Nous demandons :

1. l'explication, définition ou démonstration de la règle des signes;
2. des exemples ou une explication;
3. une représentation graphique;
4. une réponse et une justification de l'affirmation suivante : "*La multiplication d'une réponse négative par une réponse négative donne un négatif.*"

Les élèves du groupe G_1 (méthode verbale) n'en savaient guère plus au post-test qu'au pré-test, sur la règle multiplicative des signes algébriques, si ce n'est un élève qui a donné la loi au complet comme explication. Quant aux neuf autres, aucun n'a pu fournir ni une explication, ni représentation graphique ou justification.

Au pré-test, une grande confusion ressort des explications fournies par les sujets du groupe G_2 (méthode intuitive) comme justification à la règle multiplicative des signes algébriques. Neuf élèves sur dix ont tenté une explication qui s'avéra fausse pour sept d'entre eux; les deux autres limiteront l'explication de la règle multiplicative des signes algébriques à une suite d'additions. Personne n'a pu répondre à la dernière question.

Changement radical au post-test, puisque huit élèves ont répondu correctement aux questions. Six d'entre eux se servent des exemples illustrés en classe comme justification à la dernière question. Un seul élève ne réussit pas à répondre aux questions sur l'explication de la règle multiplicative des signes algébriques. Après vérification, ce sujet a toutefois obtenu une note parfaite (6/6) aux exercices algébriques.

Les mêmes constatations s'appliquent aux sujets du groupe G_3. Au pré-test, six élèves apportent quelques éléments de réponses (majoritairement à la dernière question), mais pas un seul ne réussit à expliquer la loi sans faute. Par contre, au post-test, neuf sujets répondent à toutes les questions. A la dernière question, qui demandait beaucoup d'opérations de la part des élèves, sept ont répondu correctement et trois d'entre eux donnent comme explication les exercices sur l'orientation faits durant les cours (voir annexe 6).

En conclusion de ces deux expériences proposées aux mêmes sujets, l'une portant sur des exercices algébriques et l'autre sur l'explication de la règle des signes, nous constatons que plusieurs sujets du groupe G_1 arrivent à résoudre de petits exercices sur la règle des signes, alors qu'ils ne comprennent rien à la règle elle-même. De plus, les élèves qui ont travaillé avec la méthode active (G_3), montrent une plus grande diversité et disposent de plus d'opérations dans leurs explications.

C. L'inversion

L'inversion jouant un rôle fondamental dans la règle des signes, nous avons fait, comme Müller (1956), quelques investigations à propos de ce terme lui-même.

Les sept questions suivantes ont été posées (Müller, 1956 : 155):

1. Donner la définition d'inversion.
2. Citer des exemples d'inversion.
3. Donner des synonymes d'inversion.
4. Expliquer l'expression : "*l'inversion d'une inversion*".
5. Donner des exemples "*d'inversion d'une inversion*".
6. Répondre à la question : *Qu'est-ce que le contraire de l'inversion?*
7. Représentation graphique (d'exemples d'inversions et d'exemples d'inversion d'une inversion).

Ces questions ont été présentées aux sujets dans l'ordre que nous venons d'indiquer. Dans l'ensemble, les réponses indiquent que les sujets ne savent pas nécessairement faire la différence entre exemples, définitions, synonymes, etc. Certains donnaient la même réponse peu importe la question. Les questions #1, #2 et #3 ont donné lieu à ce genre de confusion.

Les données recueillies à partir de cette troisième partie des pré-test et post-test portant sur l'inversion sont présentées au tableau 25.

Au pré-test, le nombre d'élèves qui n'ont répondu à aucune des questions est plus élevé chez le groupe G_1 (50%), comparé à 20% pour les groupes G_2 et G_3. De plus, suite aux interventions pédagogiques, le pourcentage de "*sans réponse*" est réduit à zéro chez les deux derniers groupes tandis qu'il est, au contraire, majoré à 70%, chez les sujets du groupe G_1.

Les interventions pédagogiques de type verbal n'ont pas favorisé, dans ce groupe, un enrichissement au niveau des moyennes. Un seul sujet a repris, comme réponse à la question #1, la même réponse que celle apportée au pré-test; les autres ont préféré s'abstenir.

Tableau 25

Moyennes aux différentes questions du pré-test et du post-test, selon le groupe

GROUPE	G_1		G_2		G_3	
QUESTION	Pré-test	Post-test	Pré-test	Post-test	Pré-test	Post-test
1	2	1	3	8	6	9
2	-	-	5	7	7	10
3	2	-	5	7	6	7
4	-	-	3	7	6	8
5	-	-	0	7	3	6
6	-	-	1	5	2	7
7	-	-	0	7	0	6
Moyenne* (en %)	5,7%	1,4%	24%	68,6%	42,9%	78,6%

Moyenne*: La moyenne du groupe en % a été obtenue en comptabilisant le nombre de réponses satisfaisantes divisé par le nombre total de réponses, 70 (7 questions x 10 sujets/$_{gr}$).

Il appert que c'est au niveau de la double inversion (#5, #6 et #7) qu'un progrès évident est observé chez les groupes G_2 et G_3. Trois formes d'inversions se retrouvent dans les différentes réponses : changements d'ordre, de sens ou de rotation. Les sujets arrivent facilement à expliquer la double inversion à l'aide des expériences concrètes réalisées en classe.

Si les moyennes observées ont subi un recul, de 5,7% à 1,4%, chez les sujets de G_1 qui ont reçu un enseignement à l'aide d'une méthode verbale, il en est tout autrement pour les deux autres groupes; les interventions ont occasionné un net progrès, de 24% à 68,6% pour le groupe G_2, et de 42,9% à 78,6% pour le dernier groupe, G_3.

Rien pourtant, dans cette recherche, ne permet d'expliquer la différence de moyenne au pré-test entre G_2 (24%) et G_3 (43%). Les deux groupes forment, en réalité, une seule et même classe de première secondaire. Les pré-test et post-test étaient d'ailleurs administrés aux deux groupes réunis. De plus, lors de la formation de ces deux groupes, le partage a été fait de façon à respecter l'équilibre des moyennes mathématiques entre les deux groupes : chacun des élèves du groupe G_2 était pairé avec un autre du groupe G_3 de moyenne mathématique à peu près équivalente.

Nous vérifions avec la deuxième hypothèse, reliée à la variable ***méthode d'apprentissage***, si la manipulation d'objets par le sujet, facilitait d'autant la compréhension de la règle multiplicative des signes algébriques lors de cet apprentissage.

Si des données analysées plus haut, il ressort très clairement que les sujets ayant reçu une intervention verbale de la part de l'expérimentateur ne comprennent rien au processus à la base de la règle des signes, elles ne permettent cependant pas de conclure que l'utilisation de la méthode active par rapport à la méthode intuitive est supérieure.

Les données sur la variable **sujet** ont été présentées en première partie, mais nous avions besoin des données présentées dans la section sur les "Expériences algébriques" pour que la première hypothèse soit mise à l'épreuve, car cette hypothèse met en interaction les variables sujet et méthode d'apprentissage. Selon cette première hypothèse :

1. *Les sujets de niveau opératoire concret sont ceux pour lesquels l'apprentissage à l'aide de jeux et d'exercices concrets est le plus significatif.*

2. *Les sujets de niveau opératoire formel réussissent mieux, mais leur gains sont moins considérables.*

Les sujets de groupe G_1, ne font pas partie des résultats du tableau 26; la méthode verbale ayant été utilisée pour l'apprentissage de la règle multiplicative des signes algébriques, il n'y a pas eu, avec ce groupe, de jeux ou d'exercices concrets pour l'enseignement de cette notion algébrique. Le nombre de sujets se trouve ainsi, pour cette hypothèse, réduit à 20 élèves.

Le tableau 26 présente le pourcentage des gains des sujets des groupes G_2 et G_3, selon le niveau opératoire atteint.

Tableau 26

Pourcentage des gains des sujets des groupes G_2 et G_3 selon le niveau opératoire

Niveau	Concret (n=1)		Préformel (n=10)		Formel A et B (n=9)	
	Pré-test	Post-test	Pré-test	Post-test	Pré-test	Post-test
Moyenne	16,7%	83,3%	25%	95%	11%	72%
Gain (%)	66,6%		70%		61%	

Suite aux résultats obtenus à partir des épreuves de l'EPL, un seul sujet a été classé au niveau concret dans les groupes G_2 et G_3. Ce sujet a bien obtenu un gain de 66% dans ses résultats sur les expériences algébriques, mais la généralisation reste impossible à partir de ce seul résultat.

Quant à la deuxième partie de cette première hypothèse, ce sont les sujets de niveau préformel qui ont le mieux réussi, tant au pré-test (25%) qu'au post-test (95%). Par le fait même, ce sont les sujets de niveau préformel, dans cette étude, qui ont un pourcentage de gain (70%) le plus élevé. Il est évident que les sujets de niveau formel avaient moins de progrès à faire que ceux du niveau préformel.

4.3 Vérification de la troisième hypothèse

Avec la troisième hypothèse de cette recherche nous vérifions si *le fait de rendre concrète la loi multiplicative des signes algébriques, au moyen de jeux et d'exercices, favorise une attitude plus positive du sujet face à la mathématique* en rendant l'opération mathématique plus significative pour lui. L'attitude envers la mathématique des sujets ayant accès à une **méthode** pédagogique **active** (G_3) sera plus grandement améliorée par rapport à ceux des deux autres groupes qui auront respectivement reçu des explications à partir d'une **méthode intuitive** (G_2) ou d'**une méthode verbale** (G_1).

Dans cette recherche, la mesure de l'attitude mathématique s'est faite à deux occasions, au début et à la fin de l'expérimentation, à l'aide du questionnaire d'**Attitudes mathématiques.** Les résultats obtenus pour chacun des trois groupes sont présentés au tableau 27. Ce tableau comprend deux parties : une première où la cote est obtenue à partir des cinq choix de réponses (sur 5) et une deuxième où cette cote est calculée à nouveau à partir de quatre choix de réponses (sur 4).

Ce double calcul a été nécessaire afin de vérifier si les réponses "sans opinion" pouvait modifier la cote obtenue par les répondants. En effet, la cote 3 pourrait être obtenue par un sujet qui aurait, comme choix de réponse à chacune des opinions présentées, opté pour le "sans opinion". Une telle cote peut donc avoir une double lecture : soit une attitude des répondants partagée entre les différents choix ou une autre attitude faite d'indifférence ou d'ambiguïté; ce score "3" peut tout autant découler d'un trop grand nombre de réponses "3", "sans opinion tranchée", (20 opinions x la cote 3 = 60) sur l'échelle des attitudes que d'une répartition à peu près égale entre les réponses qui vont du "tout à fait faux" à "tout à fait vrai".

Tableau 27

Cotes des groupes
au test d'Attitudes mathématiques

Groupe	$COTE_1$ (avec 5 intervalles)		$COTE_2$ (avec 4 intervalles)	
	Pré-test	Post-test	Pré-test	Post-test
G_1	3,30 (66%)	3,25 (65%)	2,65 (66%)	2,68 (67 %)
G_2	3,31 (66%)	3,29 (66%)	2,68 (67%)	2,67 (67 %)
G_3	3,50 (70%)	3,47 (69%)	3,07 (77%)	3,01 (75 %)

$Cote_1$: sur 5 $Cote_2$: sur 4

En deuxième partie, les scores aux pré-test et post-test ont été recalculés avec quatre intervalles (sur 80 : 20 opinions x 4 intervalles), les points accordés au choix "sans opinion" ayant été soustrait du résultat obtenu avec cinq intervalles (sur 100 : 20 opinions x 5 intervalles). La $cote_1$ et la $cote_2$ sont obtenues en divisant le total (sur 100 ou sur 80) par le nombre (20) d'opinions analysées. Chacune des cotes est, par après, présentée en pourcentage afin de pouvoir les comparer.

Les moyennes du groupe G_1, au pré-test ou au post-test, restent constantes, que la cote soit calculée avec ou sans le choix de réponse "sans opinion". Ce groupe, avec des pourcentages se situant entre 65% et 67%, peut être considéré comme ayant une attitude mathématique plutôt neutre avec cependant une tendance vers le positif. Un résultat qui ne présente que peu de surprise, compte tenu que ces élèves sont classés "en difficulté" et que leur performance mathématique constituait une des raisons de ce classement.

Les moyennes obtenues, au pré-test et au post-test, par le groupe G_2 sont elles aussi constantes, à un pour cent près, peu importe la méthode utilisée pour le calcul. Ces résultats n'indiquent pas de différence de pourcentage quant à l'attitude mathématique entre le groupe G_1 et le groupe G_2. Pourtant les sujets de ce deuxième groupe performent très bien en mathématique et n'ont pas pour autant une attitude plus favorable envers la mathématique que ceux éprouvant un retard très marqué. Leur bonne performance n'a pas eu d'effet sur leur attitude face à cette discipline.

Les résultats du troisième groupe sont constants tout comme ceux des deux autres groupes. Si l'analyse de la deuxième cote n'indique que peu ou pas de changements pour les groupes G_1 et G_2, le tableau 27 révèle cependant une hausse de cette cote pour le groupe G_3 (de 70% à 77%). Cette hausse de cote se justifie par un choix moins fréquent de l'intervalle "3" par les répondants de ce groupe. Un résultat de plus ou moins 76% indique une attitude un peu plus positive envers la mathématique que celle des deux autres groupes. Les groupes G_2 et G_3, tout en ayant des performances mathématiques semblables, ont pourtant une différence au niveau de l'attitude mathématique, différence qui s'agrandit encore davantage si l'on utilise la cote $_2$ pour calculer les résultats.

Comme les moyennes l'indiquent, il n'y a pour ainsi dire, pas de différence entre les résultats des différents groupes au test d'Attitudes mathématiques, même si le dernier groupe a une tendance un peu plus positive, que ce soit au pré-test ou au post-test, et ceci peu importe la méthode pédagogique utilisée. Les scores observés précédemment au tableau 27 dépassent de peu la cote "3" (60%). L'attitude des répondants vis-à-vis la mathématique reste constante, malgré l'application de méthodes pédagogiques différentes durant l'expérimentation, que le calcul se fasse avec quatre ou cinq choix de réponses.

L'analyse des résultats n'indiquent pas que les sujets des trois groupes ont une attitude plus ou moins favorable envers la mathématique aussi bien après l'expérimentation qu'avant les interventions en classe. On peut cependant affirmer que l'attitude des sujets vis-à-vis la mathématique, telle que mesurée par le test **Attitudes mathématiques**, est stable et que la cote obtenue est bien représentative de cette attitude, quoique différente de l'idée que l'élève s'en fait.

A la première rencontre les élèves ont eu, à partir de la question #8 du questionnaire *Renseignements généraux* (voir annexe 1), à situer *l'intérêt manifesté vis-à-vis la mathématique*, à l'aide de quatre cotes allant de *m'intéresse beaucoup* (4 points) à *me laisse indifférent* (1 point). La notation des cotes est comparable à celle utilisée pour l'obtention de la $cote_1$ et de la $cote_2$. Les cotes sont traduites en pourcentage afin de pouvoir les comparer avec les cotes obtenues à l'aide du test **Echelle d'Attitudes Math.** (voir annexe 3).

Le tableau 28 présente les résultats, selon le groupe, de cette auto-évaluation des sujets de l'étude, concernant leur intérêt vis-à-vis la mathématique.

Tableau 28

Cote (sur 4 et en %) à l'auto-évaluation des sujets concernant l'intérêt vis-à-vis la mathématique, selon le groupe

Groupe \ Intérêt	A	B	C	D	Cote*
G_1	4	6	0	0	3,4 (85%)
G_2	5	4	1	0	3,2 (80%)
G_3	7	2	1	0	3,6 (90%)
Total	16 (53,3%)	12 (40%)	2 (6,7%)	-	3,4 (85%)

Légende : A m'intéresse beaucoup
B m'intéresse un peu
C ne m'intéresse pas
D me laisse indifférent

Cote : La cote du groupe a été obtenu en calculant la moyenne arithmétique des valeurs associées à chaque réponse par chacun des sujets du groupe. La cote maximum est de quatre.

L'analyse de ces données en fonction du groupe et de l'intérêt manifesté pour la mathématique révèle des cotes supérieures à la $Cote_2$ (voir tableau 27) obtenue à l'aide du questionnaire **Attitudes mathématiques**. La différence est de +18% (85% - 67%) pour le groupe G_1, de +13% (80% - 67%) pour le groupe G_2 et de +15% (90% - 75%) pour le groupe G_3.

La tendance à s'attribuer un plus grand intérêt pour la mathématique que celui mesuré à l'aide du test **Attitudes mathématiques**, est même plus accentuée (+18%) chez le groupe G_1 ayant de graves difficultés dans cette discipline. Dans les trois groupes, la mathématique est perçue par le sujet comme **intéressant beaucoup** (85%, 80% et 90%) que ce soit pour l'élève classé "en difficulté" ou pour celui classé "doué". La comparaison de la cote obtenue à partir de la question #8 des Renseignements généraux à la $Cote_2$ nous amène à constater que les élèves ont tendance à évaluer à la hausse l'intérêt manifesté pour la mathématique. Dans le cadre de cette recherche les causes de cette distorsion restent inconnues, plusieurs facteurs ayant pu intervenir.

Dans l'ensemble, les données de la présente recherche suggèrent que le niveau d'attitude observé avant et après une intervention est stable, et ce, peu importe la méthode pédagogique utilisée. Par conséquent, la troisième hypothèse qui annonçait que :

> *Le fait de rendre concrète, au moyen de jeux et d'exercices, la loi multiplicative des signes algébriques, favorise une attitude plus positive du sujet face à la mathématique,*

n'est pas, dans le cadre de cette recherche, confirmée.

CHAPITRE V

CONCLUSION

Nous parvenons au terme de notre recherche sans prétendre naturellement avoir épuisé le sujet. Les résultats obtenus ne sont qu'un point de départ à d'autres interrogations sur l'enseignement de la règle des signes, en particulier, et de l'algèbre en général.

Considérée seule, cette expérience n'a qu'une portée très modeste. Elle ne peut offrir que des jalons aux chercheurs préoccupés par un phénomène aussi complexe que l'apprentissage de l'algèbre. L'échantillon étudié est restreint, les contenus cognitifs sont très spécifiques et le fait de travailler en milieu scolaire plutôt qu'en laboratoire empêche un contrôle sur de nombreuses variables contextuelles.

Tout en étant conscients des limites inhérentes à ce choix de recherche sur l'apprentissage de la règle multiplicative des signes algébriques, nous avons comparé trois approches pédagogiques. Deux des trois groupes auxquels elles furent présentées étaient équivalents quant à leur capacité scolaire. Ils l'étaient cependant tous quant à leur niveau scolaire et à leur connaissance de la règle multiplicative des signes algébriques. Enfin, les trois groupes furent soumis aux mêmes évaluations.

Avant d'apporter nos conclusions concernant l'enseignement de la règle multiplicative des signes algébriques, nous reprendrons, ce qui constitue la base de notre travail expérimental, les résultats les plus caractéristiques obtenus à la suite de la mise à l'épreuve des trois différentes hypothèses. Nous montrerons dans quelle mesure notre recherche dans son ensemble a pu répondre aux questions que nous nous étions posées.

Les constatations les plus importantes de notre recherche portent sur le rôle joué, dans l'apprentissage de la règle multiplicative des signes algébriques, d'abord par le niveau opératoire du sujet, puis par la méthode pédagogique utilisée et enfin par l'attitude du sujet envers la mathématique.

Nous avons procédé à des expériences et à des évaluations destinées à confirmer ou à infirmer les hypothèses de travail. Nous avons travaillé avec 50 sujets de 11 à 15 ans. Les résultats de la recherche proviennent des 30 sujets de 12 à 14 ans, retenus à la suite d'une deuxième sélection.

L'algèbre étant un domaine où peu de chercheurs s'aventurent, nous avons tâtonné et essayé de trouver, à partir de la recherche faite par Lydia Müller sur la compréhension des règles algébriques chez l'enfant, des expériences qui pourraient s'appliquer dans le cours normal de l'enseignement de la règle multiplicative des signes algébriques à toute une classe de première secondaire.

5.1 Niveau opératoire

Pour vérifier le premier objectif de cette recherche, il nous fallait d'abord mesurer le niveau opératoire des sujets de l'expérience à l'aide des trois épreuves sélectionnées à partir de l'EDL de Longeot (1969).

Des données recueillies sur l'épreuve de la conservation, il est possible d'y observer une relation entre l'épreuve de la conservation du poids (CP), de la conservation du volume (CV) et de la dissociation du poids et du volume (DPV) : CP < CV < DPV. Ces épreuves ont été présentées selon l'ordre de succession de la séquence d'acquisition de la conservation, découvert par Piaget et Inhelder (1941).

Cet ordre de succession a d'ailleurs été confirmé chez d'autres populations par les études de Lovell et Ogilvie (1960), d'Elkind (1961), Uzgiris (1964) et Pungah (1976). De ces recherches il ressort que la première acquisition est celle de la conservation de la quantité vers 7-8 ans, suivie de celle du poids vers 9-10 ans et finalement celle du volume à partir de 11-12 ans. La relation dans la séquence d'acquisition de la conservation a été constatée chez les sujets de notre étude. Dans l'ensemble, tous les sujets arrivent difficilement à la conservation du poids; cependant, les sujets des deux derniers groupes réussissent, à un taux élevé, la dissociation poids/volume.

De plus, les résultats à l'épreuve sur les proportions, mettent en évidence la limite mathématique vers laquelle nous conduit l'utilisation de la méthode verbale. Les sujets de première secondaire arrivent à résoudre "mathématiquement" les proportions mais sont incapables de les utiliser correctement dans l'épreuve avec les jetons. L'enseignement d'une mathématique, coupée de la réalité et représentant les notions enseignées sous leur forme abstraite, produit chez le sujet une dichotomie entre la mathématique enseignée à l'école et celle nécessaire pour résoudre des problèmes de la vie courante.

5.2 Expériences algébriques

Le deuxième objectif, devait nous permettre de vérifier les effets de trois méthodes pédagogiques différentes lors d'expériences algébriques.

Nous constatons que la règle multiplicative des signes algébriques, présentée sous une forme verbale, est difficilement acquise et n'est pas signifiante pour les sujets du premier groupe (G_1). Par contre, chez les deux autres groupes (G_2 et G_3), les expériences ont mis en évidence le fait que, des quatre formes de la règle des signes, la plus difficile est la double négation, le contraire du contraire ou l'inversion de l'inversion, c'est-à-dire la forme qui, sur le plan mathématique, correspond à la multiplication de deux quantités négatives. En adoptant une forme concrète pour l'enseignement de la règle multiplicative des signes algébriques, les notions d'inversion et d'équivalence qui sont à la base de tout calcul algébrique, sont plus facilement accessibles aux sujets de l'étude, peu importe leur niveau opératoire.

Nos expériences matérialisant la règle multiplicative des signes algébriques nous ont également permis de constater que l'algèbre, peut s'enseigner d'une manière concrète. Pour certains sujets, les expériences concrètes de la règle des signes, sont une révélation d'un monde "inconnu" pas si abstrait que ça et manipulable autrement que par des formules magiques, vides de sens et sans fondements réels.

Un retour aux sources s'avère nécessaire. Une façon intéressante et sans prétention, a été utilisée par Manon Beauregard (1990) dans la série Pense ... et compte #3 pour aborder l'algèbre. Cependant, il serait important de ne pas attendre d'avoir le nez sur la situation problème avant de réagir. Faire acquérir aux élèves, et ce dès la fin du primaire, les pré-requis indispensables à l'apprentissage de cette discipline qui cause tant de problèmes serait un moyen préventif à explorer. Des exercices ou jeux concrets, basés sur les inversions et les équivalences, prépareraient les élèves à des acquisitions algébriques ultérieures plus stables. Il nous paraît, en tout cas, que des exercices ou des jeux bien choisis qui mettraient à la portée des élèves, sous une forme concrète, les principes à la base de l'algèbre, faciliteraient la compréhension des premières notions de l'algèbre et même une poursuite ultérieure, plus positive, de leurs études mathématiques. Un travail a été produit en ce sens par Linda Holden Charles (1990), *Algebra Thinking : First Experiences*. Basé sur l'importance de faire explorer les concepts algébriques d'une façon informelle par les élèves de fin primaire début secondaire, le but de *Algebra Thinking : First Experiences* est de construire une base logique facilitant une étude ultérieure de l'algèbre.

Il n'y a rien de nouveau dans l'affirmation que ***l'enseignement doit commencer par l'action concrète.*** Où ça le devient, c'est quand nous reprenons le même texte en l'appliquant à l'algèbre. *L'enseignement* ***de l'algèbre*** *doit commencer par l'action concrète* du sujet.

Ceci nous amène à une conclusion d'ordre pédagogique. Étant donné que les expériences mettent en lumière ce fait d'une vérité reconnue dans bien d'autres domaines, que l'acte concret précède l'opération formelle, fait qui se trouve pleinement vérifié dans les différentes étapes de la compréhension algébrique, il est souhaitable de recommander l'usage d'exemples et d'exercices concrets dans l'enseignement de l'algèbre. De plus, comme la compréhension des règles algébriques rejoint en réalité tous les problèmes de la logique, pourquoi ne pas préparer les élèves à cet apprentissage par des exercices et des jeux logiques et ce, dès le primaire.

5.3 Attitude mathématique

Un dernier objectif devait nous permettre de vérifier les effets d'une méthode pédagogique sur l'attitude envers la mathématique des sujets de l'étude.

Les résultats permettent d'affirmer que les interventions pédagogiques, qui se sont déroulées sur une période d'environ six semaines, n'entraînent pas une différence marquée, que ce soit entre les scores obtenus au début ou à la fin des interventions, ou entre les moyennes des différents groupes comparés entre eux, et ce, malgré la présence de deux catégories de sujets dont les résultats mathématiques sont diamétralement opposés. Le troisième groupe où la méthode active est utilisée, représente le seul groupe où une hausse a été observée, en modifiant la technique de calcul de la cote de l'attitude mathématique.

Ces faits sont compatibles avec ceux obtenus par Otis (1973) et par Pommiers (1974). Dans ces deux dernières recherches, les auteurs ne parviennent pas à modifier positivement l'attitude d'élèves de sixième année face à la mathématique suite à l'application de techniques opérantes avec jetons. Dans l'étude d'Otis (1973), les 16 sujets d'un groupe-témoin ont même des attitudes plus négatives après l'intervention. L'auteur justifie ce résultat par le fait que l'attitude des sujets est souvent plus élevée au début de l'année scolaire. Sans système motivationnel externe et compte tenu que ces sujets présentent un problème de sous-rendement scolaire (comme le groupe G_1), l'attitude face aux apprentissages académiques se détériorent tout au cours de l'année scolaire parce que le système impose une perception en lieu et place de la construction.

Par contre les résultats de cette recherche vont à l'encontre de ceux de Paquin (1978) et ceux de Forget (1981). Dans l'étude de Paquin (1978), l'amélioration de l'intérêt des sujets envers une matière scolaire suite au renforcement (jeux éducatifs) du rendement relié à cette même matière est observée. La recherche de Forget (1981) confirme les résultats de Paquin. Ces deux auteurs font cependant une différence entre attitude et intérêt. Pour eux l'attitude est mesurée par des questionnaires écrits où le sujet doit indiquer ses préférences tandis que l'intérêt pour une activité quelconque est mesuré par **le comportement de préférence** à cette matière scolaire.

Cependant l'enseignement de la règle multiplicative des signes algébriques à l'aide de la méthode active reste à privilégier parce qu'elle comporte des éléments déclencheurs efficaces pour amorcer un changement d'attitude envers la mathématique. Toutefois, l'attitude ne change pas spontanément et un certain temps est nécessaire pour améliorer une attitude; nécessairement le délai sera encore plus long avant que nous puissions observer des changements quantifiables et stables. Il est explicable et justifiable que nous ayons observé une augmentation de l'attitude positive en classe, sans que nécessairement toute cette augmentation soit quantifiable par le test sur les attitudes. Les résultats de notre recherche ajoutent, par ailleurs, une composante puisque la comparaison entre la perception que se fait l'élève de son attitude en mathématique et la cote obtenue au test, semble indiquer que les sujets ont tendance à s'attribuer une cote plus élevée que celle obtenue à l'aide du questionnaire d'attitudes mathématiques.

Le temps consacré à l'expérimentation étant relativement court, il serait recommandable, en vue d'obtenir des résultats plus concluants, qu'un temps d'expérimentation plus long soit prévu. De plus, si des effets sur l'attitude ont été observés, il serait intéressant de faire une reprise de mesures quelques mois après la fin de l'expérimentation dans le but de vérifier la stabilité des effets sur l'attitude des sujets. L'élève qui rencontre des difficultés d'apprentissage depuis un bon nombre d'années n'améliore pas nécessairement sa performance après seulement quelques interventions. L'utilisation d'une pédagogie active génère, petit à petit, des effets dont la perception chez le sujet n'est possible qu'après un temps relatif à chacun. La succession des échecs, année après année, n'est pas sans laisser des séquelles; en utilisant une démarche constructiviste on peut sortir le sujet de ce "marasme" et envisager une action plus positive et structurante de sa part.

Piaget, dans la préface du livre de Lydia Müller (1956) dont les recherches sur la compréhension des règles algébriques chez l'enfant ont servi de pierre angulaire à cette recherche, précise que :

> *si vraiment la mathématique se trouve reliée (...) à la logique, et si vraiment la logique procède des lois de l'intelligence en actes et pas seulement du langage, alors il faut avouer que le problème des meilleures méthodes didactiques propres à une telle branche du savoir n'est pas encore résolu, étant donné le nombre d'élèves intelligents et respectueux de la logique, qui ne comprennent rien, ou croient ne rien comprendre, à cette science universelle* (Piaget : voir préface Müller, 1956 : 3)

L'enseignement de la règle multiplicative des signes algébriques n'est pas seulement affaire de connaissances accumulées mais aussi d'approche pédagogique concrète et d'attitude positive vis-à-vis la mathématique. Il faut que l'enseignant s'ingénie à multiplier les occasions de développer et d'exercer une pareille attitude. On a pris l'habitude d'associer les exercices concrets à l'éducation préscolaire et à l'enseignement primaire; pourtant, on apprend et on découvre à tout âge, grâce aux actions ou aux opérations que le sujet effectue. Pourquoi ne pas s'ingénier à découvrir des situations, des approches pédagogiques structurantes pour le sujet, non pas dans le sens d'*obliger à* mais plutôt de fournir à l'élève le milieu dont il a besoin pour être actif et augmenter ainsi les occasions qu'il a de *construire plus*. Finalement, ce qui est important, c'est de provoquer chez le sujet le besoin et le goût d'apprendre.

La prévention et la correction des difficultés d'apprentissage, en algèbre ou ailleurs, ont besoin d'une personnalisation de l'enseignement. Tournons-nous donc vers le *sujet qui apprend*, ses caractéristiques, ses compétences et ses modes de pensée.

BIBLIOGRAPHIE

AUGER, Jean (1965), L'inconscient et les mathématiques, Montréal : Edition mathématicologique, 3 tomes en 1 volume.

AUGER, Jean (1975), Les déterminants du succès et de l'échec en mathématique, Mémoire de maîtrise, Université de Montréal.

AUGER, Jean (1986), Rééducation logico-mathématique, mathématicothérapie, Montréal, 150 p.

AUGER, Jean (1988), Analyse des facteurs qui influencent la construction de la langue mathématique, Université du Québec à Chicoutimi, 34 p.

AVANZINI, Guy (1967), L'échec scolaire, Paris : Editions Le Centurion / Formation, 202 p.

BARUK, Stella (1973), Échec et maths, Paris : Editions du Seuil, 310 p.

BARUK, Stella (1977), Fabrice : ou l'école des mathématiques, Paris : Editions du Seuil, 264 p.

BEAUREGARD, Manon (1989), Pense ... et compte! #3, Laval : Editions FM, 308 p.

BRETON, G., SMITH, J.-G. et DeCHAMPLAIN, D. (1985), Mathématique au secondaire BMS 3, Montréal : Les Éditions HRW ltée, 437 p.

CHARLES, Linda Holden (1990), Algebra thinking : first experiences, California : Creative Publications, 124 p.

CHASSAGNY, Claude (1963), Manuel pour la rééducation des mathématiques, Paris : Editions Neret, 221 p.

CHATEAU, Jean (1967), L'enfant et le jeu, Paris : Les Éditions du Scarabée, 202 p.

COLETTE, Jean-Paul (1978), Mesure des attitudes des étudiants du collège à l'égard des mathématiques, Cégep Montmorency.

CRANDALL, V.C., KATKOVSKY, W. et CRANDALL, V.J. (1965), "Children's beliefs in their own control of reinforcement in intellectual-academic achievement situations", Child Development, no. 36, p. 91-109.

DARLEY, J.M. et GLUCKSBERG, S. (1984), Psychology, 2e éd., New York : Prentice-Hall.

DEBATY, Pol (1967), La mesure des attitudes, Paris : PUF, 202 p.

DROLET, M. et ROCHETTE, H.(1984), Mathématique soleil 2, Montréal : Guérin, p 8-18.

FORGET, Jacques (1981), Modification du rendement et des intérêts en mathématique, Thèse de doctorat, Université de Montréal, 380 p.

GAGNÉ, Françoys (1986), Douance, talent et accélération, du préscolaire à l'université, Montréal : Centre Éducatif et Culturel inc., 338 p.

GATTUSO, Linda et LACASSE, Reynald (1986), Les Mathophobes : une expérience de réinsertion au niveau collégial. Montréal, Cégep du Vieux-Montréal, 195 p.

GOYETTE, G., VILLENEUVE, J., et NEZET-SEGUIN, C. (1984), Recherche-action et perfectionnement des enseignants : bilan d'une expérience, Québec : Presses de l'Université du Québec.

GUILLERAULT, G. (1974), "L'échec en mathématiques", dans Revue de psychologie, Paris : Retz-CEPL, Vol. 46, mars, p. 11-15.

GUSKEY, T.R. (1981), "Measurement of the responsability teachers assume for academic successes and failures in the classroom", Journal of teacher education, vol. 32, no. 3, p. 44-51.

HANNA, S., GAGNON, B. et CHARLEBOIS, H. (1977), Horizons mathématiques/2, (Math is/2, 1975), Montréal : Éditions Beauchemin Ltée, p. 233-255.

HILGARD, E., ATKINSON, R.L. et ATKINSON, R.C. (1980), Introduction à la psychologie, traduit par D. Bélanger, Montréal : Éditions Études Vivantes.

HUBERT, R. (1946), Traité de pédagogie générale, Paris : Presses Universitaires de France.

INHELDER, Bärbel et al. (1974), Apprentissage et structures de la connaissance, Paris : PUF, 356 p.

INHELDER, Bärbel et De CAPRONA, Denys (1985), "Constructivisme et création des nouveautés", dans Archives de psychologie, Vol. 53, no. 224, p. 7-17.

JACQUARD, Albert (1989), "Rencontre avec Albert Jacquard", dans Apprentissage et socialisation, Volume 12, numéro 2, juin, p. 123-125.

JAULIN-MANNONI, Francine (1973), Pédagogie des structures logiques élémentaires, Paris : Editions Esf, 133 p.

JAULIN-MANNONI, Francine (1975), Le pourquoi en mathématique, Paris : Editions ESF, 206 p.

JAULIN-MANNONI, Francine (1977), La rééducation du raisonnement mathématique, Paris : Editions ESF, 194 p.

LAFORTUNE, Louise *et al.* (1986), Femmes et Mathématique, Montréal : Editions du remue-ménage, 260 p.

LAFORTUNE, Louise *et al.* (1989), Quelles différences?, Montréal : Éditions du remue-ménage, 180 p.

LANDRY, Yvan (1983), Créer, se créer, Montréal : Editions Québec/Amérique.

LAVEAULT, Dany et CORBEIL, Pierre (1983), "Psychopédagogie du jeu de simulation pour l'apprentissage de l'histoire", dans Monographie des sciences de l'éducation, vol. II, no 4, 22 p.

LAVEAULT, Dany et CORBEIL, Pierre (1986), "Psychopédagogie du jeu de simulation pour l'apprentissage de l'histoire", dans Revue des sciences de l'éducation, Vol. XII, no 1, p. 25-43.

LERNER, R.M. *et al.* (1986), Psychology, New York : MacMillan.

LONGEOT, François (1966), L'échelle de développement de la pensée logique, Paris : E.A.P., 44 p.

LOVELL, Kenneth R. (1972) "Intellectual growth and understanding mathematics", Journal for research in mathematics, education, mai, p. 164-182.

MALE, Pierre (1969), Psychologie de l'adolescent, Paris : Presses Universitaires de France, 261 p.

MARGOT, Michel (1960), L'école opérante, Neuchâtel, Suisse : Delachaux et Niestlé, 175 p.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU QUÉBEC (1981), Programme d'études secondaires, mathématique premier cycle, D.G.D.P., # 16-3301, 43 p.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU QUÉBEC (1989), "Évaluation des programmes d'études mathématiques, secondaire 216 et 314", dans Feuillet d'information, Direction du développement de l'évaluation, # 16-7541-07, 6 p.

MÜLLER, Lydia (1956), Recherche sur la compréhension des règles algébriques chez l'enfant, préface de Jean Piaget, Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, 241 p.

MURRAY, Frank B. et al. (1979), The impact of piagetian theory on education, philosophy, psychiatry, and psychology, University Park Presse, Baltimore, p. 157-223.

NICOLAS, André (1976), Jean Piaget, Seghers.

NIMIER, Jacques (1976), Mathématique et affectivité, Paris : Stock, 244 p.

NOELTING, Gérald (1982), Le développement cognitif et le mécanisme de l'équilibration, Chicoutimi : Gaëtan Morin Editeur, 520 p.

PALACIO-QUINTIN, Ercilla (1987), Apprendre les mathématiques : un jeu d'enfant, Sillery : PUQ, 269 p.

PALASCIO, Richard et al. (1977), Simulations et jeux, Québec : Télé-université, 192 p.

PATENAUDE, Paul (1981), Guide des termes et symboles utilisés en mathématique, GRMS, 195 p.

PIAGET, Jean (1956), "Les stades du développement intellectuel de l'enfant et de l'adolescent", dans Le problème des stades en psychologie de l'enfant. 111ème symposium de l'association de psychologie scientifique de langue française, Genève 1955, Paris : Presses Universitaires de France, p.33-42.

PIAGET, Jean (1959), Genèse des structures élémentaires, Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, 295 p.

PIAGET, Jean (1963), La construction du réel chez l'enfant, 3e éd., Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, 342 pages.

PIAGET, Jean (1964), La formation du symbole chez l'enfant, Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, France.

PIAGET, Jean (1969), Psychologie et pédagogie, Paris : Editions Denoël.

PIAGET, Jean et INHELDER, Bärbel (1982), La psychologie de l'enfant, 10e éd., Paris : PUF, 126 pages.

POTVIN, Pierre (1987), "Sentiment de responsabilité d'enseignants du secondaire à l'égard des succès et des échecs de leurs élèves", Apprentissage et socialisation, vol. 10, no. 4, décembre, p. 211-217.

PRATTE, André (1987), "Forte hausse des échecs en mathématiques", dans La Presse, 10 mars.

ST-PIERRE, Lise et MARCOTTE, Micheline (1987), Colloque Jeux et apprentissage, Cirade, UQAM, 218 p.

SOULINE, Victor (1980), Le massacre des innocents, Montréal : Guérin, 96 p.

THIBEAUDEAU, G. (1975-1977), Test projectif d'attitude scolaire (T.A.S), Montréal : Institut de recherches psychologiques Inc.

TOBIAS, Sheila (1980), Le mythe des maths, traduit par Romain Jacoud, Paris-Montréal : Études vivantes, 172 p.

TORKIA-LAGACÉ, Mirete (1980), La pensée formelle chez les étudiants de collège 1 : objectif ou réalité? Cégep de Limoilou.

VIAL, Jean (1981), Jeu et éducation, les ludothèques, Paris : PUF l'éducateur.

ANNEXE 1

RENSEIGNEMENTS GÉNÉRAUX

RENSEIGNEMENTS GÉNÉRAUX

1. Nom de ton école: ______________________________

2. Ton nom: ______________________________________

3. Ton niveau: ____________________________

4. Numéro de ta classe: ____________________________

5. Ton âge: ________ ans ________ mois

6. Sexe: féminin ____ masculin ____

7. As-tu suivi des cours de récupération durant les dernières vacances. Oui ____ Non____

8. La lettre correspondant à l'intérêt que tu manifestes pour les mathématiques serait :

   a) m'intéresse beaucoup.
   b) m'intéresse un peu.
   c) ne m'intéresse pas.
   d) me laisse indifférent.

9. Quelle idée te fais-tu de l'algèbre d'après tout ce que tu en as entendu dire?

   ____
   ____
   ____

10. Lorsque tu auras terminé de répondre aux questions qui suivent , vérifie l'heure et viens l'inscrire dans l'espace qui suit. ________________

ANNEXE 2

ECHELLE D'ATTITUDE EN MATHEMATIQUE

QUESTIONNAIRE

QUESTIONNAIRE

L'ÉCHELLE D'ATTITUDE EN MATHÉMATIQUE

1. Le goût ou le dégoût des mathématiques ne se discute pas plus que le goût ou le dégoût des langues mortes, du solfège ou de la chimie.

– –   –   ?   +   + +

2. Si on me demandait quelle branche supprimer, je désignerais sans hésitation le cours de mathématiques.

– –   –   ?   +   + +

3. Les grands penseurs ont, en général, une bonne formation mathématique.

– –   –   ?   +   + +

4. Les mathématiques sont monotones.

– –   –   ?   +   + +

5. L'étude des mathématiques n'est pas difficile si l'étudiant est ponctuel et attentif à chacune des leçons.

– –   –   ?   +   + +

6. L'étude des mathématiques aide à la compréhension des problèmes humains.

– –   –   ?   +   + +

7. Les mathématiques sont des matières arides et sèches.

— —	—	?	+	+ +

8. La résolution d'un problème ou d'un exercice mathématique représente pour moi une véritable récréation.

— —	—	?	+	+ +

9. Très peu de gens possèdent la "bosse" des mathématiques.

— —	—	?	+	+ +

10. Les mathématiques sont parmi les branches les plus difficiles à assimiler.

— —	—	?	+	+ +

11. Les cours de mathématiques m'intéressent au point de me faire négliger les autres cours.

— —	—	?	+	+ +

12. Un monde sans mathématiques me paraît être le paradis sur terre.

— —	—	?	+	+ +

13. Un cours de mathématiques n'est pas plus ennuyeux qu'un autre.

— —	—	?	+	+ +

14. Je ne nie pas l'utilité, la nécessité même, des mathé-mati-ques, mais il faut bien avouer qu'elles ne sont guère attirantes.

— —　　　—　　　?　　　+　　　+ +

15. Je m'amuse follement pendant les cours de mathématiques.

— —　　　—　　　?　　　+　　　+ +

16. Les cours de mathématiques présentent trop de théories abstraites et trop peu d'applications concrètes.

— —　　　—　　　?　　　+　　　+ +

17. La plus grande partie des mathématiques est accessible aux personnes d'intelligence moyenne.

— —　　　—　　　?　　　+　　　+ +

18. Les heures de mathématiques me paraissent longues, longues.

— —　　　—　　　?　　　+　　　+ +

19. Les mathématiques (Algèbre, Géométrie, etc.) ne sont pas utiles dans la recherche des solutions aux problèmes de la vie.

— —　　　—　　　?　　　+　　　+ +

20. Il serait aisé de donner aux jeunes le goût des sciences exactes, et en particulier celui des mathématiques.

— —　　　—　　　?　　　+　　　+ +

Répondez sincèrement, <u>pour vous-même</u>, en entourant le code-réponse qui correspond le mieux à votre opinion face à chaque affirmation proposée:

– –	–	?	+	+ +
tout à fait faux	plutôt faux	sans opinion tranchée	plutôt vrai	tout à fait vrai

N.B. : Lorsque tu as terminé, regarde l'heure et inscris-le à l`endroit prévu à cette fin sur la première page. Merci.

Ce questionnaire est une adaptation de :

DÉBATY, Pol. (1967), La mesure des attitudes. Paris : Presses Universitaires de France, p.192-193.

ANNEXE 3

TEST D'ATTITUDE EN MATHEMATIQUE

FEUILLE-REPONSES

FEUILLE-REPONSES

NOM : ______________________________ Date : __________

Heure (fin) : ______________________ Groupe : ________

ECHELLE D'ATTITUDES MATHéMATIQUES

Faire un X dans la case qui correspond à ton opinion

NUMÉRO	- - tout à fait faux	- plutôt faux	? sans opinion tranchée	+ plutôt vrai	+ + tout à fait vrai
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					

ANNEXE 4

EXPÉRIENCES ALGÉBRIQUES

Nom ______________________ Groupe ____________

Date ____________ Heure (fin) ________

1. EXPÉRIENCES ALGÉBRIQUES

1.1 (-3) x (+2) x (-4) x (-5) = ______________

1.2 (-1) 5 = ______________

1.3 (+3) x (+4) = ______________

(+3) x (-4) = ______________

(-3) x (+4) = ______________

(-3) x (-4) = ______________

11. EXPLICATION DE LA RÈGLE MULTIPLICATIVE DES SIGNES

a) L'explication, définition ou démonstration de la règle des signes multiplicative; ______________

____

____

b) Des exemples ou une explication; ______________

____

____

c) Une représentation graphique; ______________

____

____

d) La multiplication d'une quantité négative par une quantité négative donne un résultat **négatif**, donne la justification de cette réponse.

____

____

____

111. L'INVERSION

A) Donnez la définition d'inversion.

B) Citez des exemples d'inversion.

C) Donnez des synonymes d'inversion.

D) Expliquez ce que peut bien vouloir dire l'expression : **"l'inversion d'une inversion".**

E) Donnez des exemples **"d'inversion d'inversion".**

F) Répondre à la question : **Qu'est-ce que le contraire d'une inversion?**

G) Représentation graphique (d'exemples d'inversions et d'exemples d'inversion d'une inversion).

ANNEXE 5

COURS (1), G_1

COURS 1

(G_1)

MULTIPLICATION DES NOMBRES ENTIERS

RAPPEL

- N : ensemble des entiers naturels.
  { 0,1,2,3,4,5,...}

- Z : ensemble des entiers.
  {...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...}

Illustrez les deux ensembles précédents sur des axes des nombres.

AMORCE

Les problèmes de la vie courante t'amènent à découvrir la règle des signes concernant le produit ...

- d'un nombre entier positif par un nombre naturel;
- d'un nombre entier négatif par un nombre naturel.

Tu connais probablement la règle des signes dans le premier cas :

entier positif X N = entier positif

+ X + = +

Donnez quelques exemples.

Imagine maintenant que trois de tes ami(e)s te donnent **en cadeau**, chacun 5 $ ...

Que se passe-t-il si ces trois personnages te **prêtent**, chacun 5 $ ...

Dans le premier cas, tu reçois de chacun un **cadeau** de 5 $:

(5 $ + 5 $ + 5 $ = 15 $ ou 5 $ X 3 = 15 $)

Dans le second cas, tu dois **remettre** à chacun 5 $. Tu as donc une **dette** de 5 $ envers chacun :

(-5 $ + -5 $ + -5 $ = -15 $ ou -5 $ X 3 = -15 $)

Illustrez chacun de ces cas sur un axe des nombres .

Continuez le travail sur la feuille préparée à cet effet. Le #1 se fait au complet avec les élèves. Avec ce numéro, la loi des signes **multiplicative** sera vue :

. **entier positif X entier positif = entier positif**

+ X − = +

. **entier négatif X entier positif = entier négatif**

− X + = −

. **entier positif X entier négatif = entier négatif**

+ X − = −

. **entier négatif X entier négatif = entier positif**

X − = +

Les autres numéros (#2,#3,#4,#5 et #6) permettent une application de cette loi sous différentes formes.

Nom : ______________________ gr : ____ date : _______

MULTIPLICATION DES NOMBRES ENTIERS

1. Observe bien ce qui suit :

-1 x 8 = -8	-1 x -1 = __	-1 x 9 = __
-1 x 7 = -7	-1 x -2 = __	-1 x -9 = __
-1 x 6 = -6	-1 x -3 = __	
-1 x 5 = -5	-1 x -4 = __	______________________
-1 x 4 = -4	-1 x -5 = __	______________________
-1 x 3 = -_	-1 x -6 = __	______________________
-1 x 2 = __	-1 x -7 = __	______________________
-1 x 1 = __	-1 x -8 = __	______________________
-1 x 0 = __	______________________	

2. Exprime sous la forme d'un produit les graphiques suivants :

a) ______________________ : ______________________

b) ______________________ : ______________________

c) ______________________ : ______________________

d) ______________________ : ______________________

e) ______________________ : ______________________

3. Complète la table de multiplication suivante :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3							
-2							
-1							
0							
1							
2							
3							

4. Dis-moi si la réponse sera <u>positive</u> " **P** " ou <u>négative</u> " **N** " .

a) (-3) (+5) : _____ b) (+6) (+2) : _____ c) (+3) (+8) : _____
d) (-3) (+6) : _____ e) (+3) (+8) : _____ f) (-1) (-1) : _____
g) (+5) (-6) : _____ h) (-3) (+8) : _____

5. Complète chacun des énoncés suivants à l'aide des mots <u>positif</u> ou <u>négatif</u> selon le besoin.

a) Le produit d'un entier **positif** et d'un entier **positif** est un entier ________________ .
b) Le produit d'un entier **négatif** et d'un entier **négatif** est un entier ________________ .
c) Le produit d'un entier **négatif** et d'un entier **positif** est un entier ________________ .
d) Le produit d'un entier **positif** et d'un entier **négatif** est un entier ________________ .
e) Le produit d'un entier **négatif** et d'un entier _______ est un entier **positif.**
f) Le produit d'un entier _______ et d'un entier **positif** est un entier **négatif.**
g) Le produit d'un entier _______ et d'un entier **négatif** est un entier **négatif.**
h) Le produit d'un entier **positif** et d'un entier _______ est un entier **négatif.**
i) Le produit d'un entier _______ et d'un entier **négatif** est un entier **positif.**

6. Évalue chacune des expressions suivantes.

a) -3(-4) : ____ b) -4(-3) : ____ c) 4(-3) : ____

d) 3(-4) : ____ e) (-2)(-3) : ____ f) -4(-6): ____

g) -4(6) : ____ h) (3)(-6) : ____ i) -7(-7): ____

j) 8(-9) : ____ k) -9(-8) : ____ l) -8(9) : ____

m) -8(0) : ____ n) 9(-3) : ____ o) (-2)(4) : ____

ANNEXE 6

COURS (3), G_2 ET G_3

COURS 1 (G_2 et G_3)

STADE DES OPÉRATIONS CONCRETES

La règle des signes sera présentée concrètement. Tous les éléments de la règle seront présents, pour autant bien entendu qu'il s'agisse d'un matériel manipulable.

Tous les éléments d'une représentation concrète de la règle des signes avec multiplication numérique devraient être facilement accessibles à l'élève de première secondaire. C'est là le point que nos expériences devraient révéler.

LA VOITURE

C'est l'élève lui-même qui doit, durant l'expérience, passer de la multiplication d'une quantité positive par une quantité positive, à la multiplication de deux quantités négatives, et à celle d'une quantité positive par une négative.

Cette expérience fournit une sorte de lien entre les différentes formes de la règle des signes, lien que l'élève lui-même constituera.

L'expérimentateur place les élèves dans des conditions telles qu'ils ne peuvent pas faire autrement que d'établir la relation entre les différentes formes de la règle des signes.

La figure 1 représente la route sur laquelle l'expérimentateur déplacera la voiture. Elle est placée sur le mur qui est à la droite du groupe.

LA ROUTE

POINT D'ARRIVÉE		POINT D'ARRIVÉE
	DÉPART	
ARRIERE		AVANT

Figure 2

G_2

Le groupe est installé au centre de la salle d'expérience, à gauche de la banderole, tout près du point de départ de la voiture et dans une position telle que devant lui se trouve le premier point d'arrivée, et derrière lui, le second. La voiture pourra ainsi rouler non seulement en marche avant et en marche arrière, mais aussi avec le moteur dirigé vers le point d'arrivée situé en avant ou en arrière par rapport au groupe d'élèves. L'expérimentateur effectue lui-même, sur la bande de papier tenant lieu de route, les différents déplacements de la voiture; l'élève regarde.

G_3

La place qu'occupe l'élève durant l'expérience par rapport à la bande de papier représentant la route, perd de son importance puisque chaque élève a reproduit sur une feuille qu'il place sur son bureau, le schéma de la banderole collée sur le mur. De plus chacun a à sa disposition une petite voiture qu'il pourra faire rouler non seulement en marche avant et en marche arrière, mais aussi avec le moteur dirigé vers le point d'arrivée avant ou arrière par rapport à lui-même, et ce tout au long de cette partie de l'expérimentation.

SITUATIONS

1. Moteur dirigé au départ vers l'avant ou vers l'arrière par rapport aux sujets et à l'expérimentateur.
2. Marche avant ou marche arrière de la voiture.
3. Arrivée en avant ou en arrière, par rapport aux sujets et à l'expérimentateur.

REGLES DU JEU

1. La voiture peut rouler en marche avant et en marche arrière.

2. Lorsque la voiture a été placée sur la route, à son point de départ, elle peut rouler, soit vers l'avant par rapport aux sujets et à l'expérimentateur, soit vers l'arrière.

3. Le point d'arrivée de la voiture, par rapport aux élèves et à l'expérimentateur, peut être situé, soit en avant, soit en arrière.

TECHNIQUE ET RESULTATS

G_2

Nous avons procédé dans l'ordre suivant :

1. L'expérimentateur **montre** aux sujets comment la voiture fonctionne; il essaie devant eux la marche avant et la marche arrière.

2. L'expérimentateur **donne** la règle du jeu aux élèves tout en la démontrant par les déplacements de la voiture sur la banderole affichée sur le mur.

G_3

Nous avons procédé de la même façon que pour G_2, sauf que l'élève est invité à effectuer sur son trajet les mêmes mouvements que ceux faits l'expérimentateur :

1. Le sujet joue à son tour avec la voiture librement. Il la fait ainsi rouler en marche avant et en marche arrière.

2. Pendant que l'expérimentateur donne la règle du jeu aux élèves, ceux-ci peuvent également faire rouler **leur** voiture sur **leur** route pour illustrer les explications.

L'expérimentateur démontre, en plaçant d'abord la voiture à son point de départ, qu'il peut exécuter quatre trajets différents :

1. s'il oriente la voiture vers l'avant et la met en marche avant, elle arrivera en avant par rapport à lui;

2. s'il oriente la voiture vers l'arrière et la met en marche arrière, elle arrivera en avant par rapport à lui;

3. s'il oriente la voiture vers l'avant et la met en marche arrière, elle arrivera en arrière par rapport à lui;

4. s'il oriente la voiture vers l'arrière et la met en marche avant, elle arrivera en arrière par rapport à lui.

G_2

L'élève **regarde** l'expérimentateur démontrer les quatre trajets; sa participation se limite à répondre aux interrogations de l'expérimentateur.

G_3

L'élève peut reproduire avec son matériel les différents trajets illustrés par l'expérimentateur sur la banderole.

Il peut réaliser ainsi sur le plan concret les quatre formes de la règle des signes : il y a deux façons de faire rouler la voiture pour qu'elle arrive "en avant" et deux façons de la faire rouler pour qu'elle arrive "en arrière".

AVEC TABLEAU

La suite de l'expérience utilise le même dispositif et la même technique, mais en faisant intervenir un élément nouveau sous la forme d'un tableau que les sujets seront appelés à remplir. Ce qui les habituera à grouper les solutions dans une disposition analogue à celle des signes algébriques, mais sans utiliser encore ces signes eux-mêmes.

QUESTIONS

Combien y a-t-il de possibilités en tout, c'est-à dire de combien de façons différentes la voiture peut-elle circuler sur la route?

L'expérimentateur vérifie les réponses inscrites sur les feuilles.

Reprendre collectivement les différents trajets et demandez par la suite aux élèves d'inscrire les différentes solutions dans chacune des trois rubriques : **"orientation","marche" et "arrivée".**

TRAJETS

ORIENTATION	MARCHE	ARRIVEE

Dans l'esprit de l'expérimentateur "devant" ou "en avant" signifie ou représente le **positif**, tandis que "derrière" ou "en arrière" représente le **négatif.** Donc : **plus, plus,** ainsi que **moins, moins,**donnent **<u>plus</u>**, tandis que **plus,** moins, et moins, **plus,** donnent <u>moins</u>.

JEUX

1. Avec la voiture

L'expérimentateur pose des questions en indiquant la position de la voiture au départ (orientation vers l'avant ou vers l'arrière), et demande de deviner où la voiture arrivera, si c'est en avant ou en arrière par rapport à lui-même.

2. Sans la voiture

L'expérimentateur place un écran devant la voiture et pose des questions semblables, en indiquant chaque fois au sujet la position de départ de la voiture (orientation et marche) et en leur demandant de deviner le lieu d'arrivée de la voiture.

SYNTHESE DU TABLEAU

1. Que faut-il faire pour que la voiture arrive en avant?
2. Que faut-il faire pour que la voiture arrive en arrière?

<u>Chaque élève remplit son tableau</u>.

TRAJETS

ORIENTATION	MARCHE	ARRIVEE

Les élèves jouent et formulent leurs opérations en utilisant les termes de "**avant**" et "**arrière**". Certains se rendront compte que, **orientation** et **marche** semblable conduisent vers l'**avant**.

TABLEAU AVEC SIGNES

- Point d'arrivée avant .... positif
- Point d'arrivée arrière .... négatif
- Départ
  - voiture orientée vers l'avant .... positif
  - voiture orientée vers l'arrière .... négatif
- Marche avant .... positif
- Marche arrière .... négatif

TRAJETS

ORIENTATION	MARCHE	ARRIVEE

<u>Remplir le tableau en utilisant les signes "+" ou "-".</u>

COURS 2

LES MIROIRS

Dispositif

Deux miroirs, une feuille de papier transparent de même format que les miroirs utilisés et sur laquelle le mot "**étoile**" est écrit à l'encre. De l'autre côté de cette feuille, on a passé le mot "**étoile**" au crayon à colorer, tel qu'il est vu par transparence. Nous plaçons la feuille de papier sur la table de telle façon qu'on lise le mot "**étoile**" écrit à l'encre. Si, au haut de la feuille, nous plaçons un miroir vertical, perpendiculaire à la feuille, le mot "**étoile**" est reflété de telle façon qu'il est difficilement lisible. Au contraire, si nous plaçons un second miroir, parallèle au premier, au bas de la feuille transparente, l'image reflétée par ce second miroir donne le mot "**étoile**" dans sa configuration normale, c'est-à-dire tel qu'il est écrit à l'encre sur la feuille de papier. Cette partie de l'expérience illustre le fait que deux inversions ramènent l'ordre direct.

Ce sont deux inversions de même espèce; il s'agit en effet de la répétition d'une même opération (la réflexion dans un miroir) et par conséquent d'une représentation de la règle des signes additive.

On peut aussi obtenir une écriture correcte dans le miroir, en retournant la feuille de papier transparent, en la mettant du côté du mot écrit en couleur et en supprimant le second miroir. Cette façon de procéder, à savoir une rotation de 180° de la feuille transparente et l'emploi du miroir, fait de cette expérience une représentation de la règle des signes multiplicative.

Technique

Q_1. Devine comment sera reflété le mot "**étoile**" que tu vois sur la feuille transparente:

- Avec un miroir caché par un écran et le mot "**étoile**" placé devant;
- Avec le miroir sans écran, répéter l'expérience.

Q_2. Comment ferais-tu pour que le mot "**étoile**" soit reflété de son écriture habituelle.

- Avec un miroir.
- Avec deux miroirs.

RESUME

Q_1 . Que donne le mot "**étoile**" écrit à l'encre :

- Avec un miroir.
- Avec deux miroirs.

Q_2 . Que donne le mot "**étoile**" écrit en couleur :

- Avec un miroir.
- Avec deux miroirs.

COURS 3

Les expériences qui suivent portent sur de pures <u>questions verbales</u> faisant intervenir des signes "**plus**" et des signes "**moins**"; elles contiennent les quatre formes correspondant à la règle des signes :

1. **Les ami(e)s et les ennemi(e)s.**

2. **Les négations.**

3. **Les ordres.**

Voici la première d'entre elles :

1. <u>LES AMI(E)S ET LES ENNEMI(E)S</u>

L'inconvénient de cette expérience est qu'elle touche au domaine affectif; les degrés d'amitié que l'on peut envisager sont divers et ces termes évoquent immédiatement des expériences ou des souvenirs personnels. Pour parer à cette difficulté, nous avons fait intervenir deux camps, selon la technique suivante :

Technique

Pour introduire le sujet, nous disons à l'élève :

Imagine-toi que tu joues avec tes camarades. Vous vous divisez en deux camps, pour jouer au ballon, par exemple. Dans l'un des camps se trouvent tes ennemi(e)s et dans l'autre tes ami(e)s et toi-même. Je vais maintenant te poser quelques questions au sujet de tes ami(e)s et de tes ennemi(e)s.

S'il le faut, nous insistons sur le fait que les ami(e)s sont d'un côté et les ennemi(e)s de l'autre, afin que l'élève ne fasse aucune confusion à ce sujet. Voici ces questions:

1. **Que sont pour toi les ami(e)s de tes ami(e)s? Est-ce que ce sont tes ami(e)s ou tes ennemi(e)s?**
2. Même question à propos des **ennemi(e)s des ennemi(e)s.**
3. Même question à propos des **ami(e)s des ennemi(e)s.**
4. Même question à propos **des ennemi(e)s des ami(e)s.**

Une attention toute particulière a été donnée à la question 2, étant la question la plus difficilement résolue.

Si nous voulons mettre cette expérience sous une forme correspondant à la règle des signes complète, nous obtenons le tableau ci-dessous.

Comme le terme qui correspond à une inversion est l'ennemi(e), nous le considérons comme le terme **négatif,** tandis que le terme d'ami(e) peut être considéré comme **positif.**

1. **L'ami(e) de mon ami(e) est mon ami(e)**, correspond à :

$$+ \quad . \quad + \quad = \quad +$$

2. **L'ennemi(e) de mon ennemi(e) est mon ami(e)**, correspond à :

$$- \quad . \quad - \quad = \quad +$$

3. **L'ami(e) de mon ennemi(e) est mon ennemi(e)**, correspond à :

$$+ \quad . \quad - \quad = \quad -$$

4. **L'ennemi(e) de mon ami(e) est mon ennemi**, correspond à :

$$- \quad . \quad + \quad = \quad -$$

2. LES NEGATIONS

Les négations se comportent d'une façon semblable aux signes dans la règle des signes : une négation nie le fait, deux négations l'affirment ou équivalent à une affirmation. En faisant intervenir aussi des affirmations, il est facile de donner sur le plan verbal, l'équivalent de la règle des signes.

TECHNIQUE

Nous avons donné à nos sujets deux séries de phrases que nous avons introduites en ces termes :

> **Voici quelques phrases. Il se peut qu'elles correspondent à ce qui s'est passé, mais il se peut aussi que tel ne soit pas le cas. Si en réalité les choses se sont passées comme je le dis, tu écriras : "VRAI", sinon tu écriras : "FAUX".**

L'expérimentateur énumère les phrases en question les unes à la suite des autres afin que le sujet puisse répondre au fur et à mesure. Chaque phrase est répétée deux fois.

1ère série de questions

1. Je crois que tu t'es levé(e) ce matin.
2. Je crois que tu ne t'es pas levé(e) ce matin.
3. Je ne crois pas que tu t'es levé(e) ce matin.
4. Je ne crois pas que tu ne t'es pas levé(e) ce matin.

2e série de questions :

1. Je crois que tu es venu(e) à l'école ce matin.
2. Je ne crois pas que tu n'es pas venu(e) à l'école ce matin.
3. Je ne crois pas que tu n'es pas venu(e) à l'école ce matin.
4. Je crois que tu n'es pas venu(e) à l'école ce matin.

La question 3, qui fait intervenir une double négation, demandait une plus grande attention de la part de l'élève.

3. LES ORDRES

En interrogeant nos sujets, il nous semblait que des négations placées dans des ordres seraient plus facilement comprises par eux. C'est donc avec cette hypothèse que nous avons commencé cette dernière série de questions.

TECHNIQUE

Nous demandons à nos sujets s'ils doivent ou non obéir strictement aux ordres que nous leur donnons et de répondre par "OUI" ou par "NON".

1ère série de questions :

1. Je ne veux pas que tu écrives ton nom.
2. Je veux que tu écrives ton nom.
3. Je ne veux pas que tu n'écrives pas ton nom.
4. Je veux que tu n'écrivent pas ton nom.

2e série de questions :

1. Je ne veux pas que tu ne fermes pas les yeux.
2. Je veux que tu fermes les yeux.
3. Je ne veux pas que tu fermes les yeux.
4. Je veux que tu ne fermes pas les yeux.

COURS 3

FEUILLE-REPONSES de : ____________________ gr : ______

1. Les ami(e) et les ennemi(e)s

Questions	1	2	3	4
Amis				
Ennemis				

2. Les négations

- 1ère série

Questions	1	2	3	4
Vrai				
Faux				

- 2e série

Questions	1	2	3	4
Vrai				
Faux				

3. Les ordres

- 1ère série

Questions	1	2	3	4
Vrai				
Faux				

- 2e série

Questions	1	2	3	4
Vrai				
Faux				

ANNEXE 7

FEUILLE POUR LA PASSATION DES EPREUVES

Nom : ____________________ gr : ______ date : __________

ÉPREUVES

1. Conservation du POIDS et du VOLUME

1.1 Oui ou nom, et pourquoi. ____________________

1.2 Oui ou nom, et pourquoi. ____________________

1.3 Ce qui fait monter l'eau? Poids ou grosseur?

1.4 Dissociation Poids/Volume : ____________________

1.5 Saucisse (niveau) : ____________________

1.6 Morceaux (niveau) : ____________________

2. Permutations

2.1 Deux couleurs : ____________________

2.2 Trois couleurs : ____________________

2.3 Quatre couleurs : ____________________

2.4 Cinq ou plus couleurs : ____________________

3. Proportions

1/4 et 2/4 :	________	2/6 et 1/3 :	________
3/5 et 3/7 :	________	3/9 et 2/6 :	________
2/7 et 3/7 :	________	2/6 et 3/8 :	________
1/2 et 2/4 :	________		

ANNEXE 8

DESCRIPTION DES ÉPREUVES

A. L'épreuve de la conservation du poids et du volume avec deux boules de pâte à modeler, associée à une épreuve de dissociation du poids et du volume.

L'épreuve de la boulette d'argile est utilisée pour examiner la constance de la qualité de la matière, du poids ou du volume, à travers différentes modifications.

L'objet demeure dans le champ conceptuel de l'élève et est en même temps, soumis à des transformations. Le sujet doit alors découvrir si les changements affectent l'ensemble des caractères de la boule d'argile (sa quantité de matière, son poids ou son volume total) ou s'ils ne concernent que l'aspect extérieur (forme et dimension) en respectant la constance physique.

Description de l'épreuve

Deux boules de plasticine sont égalisées <u>au point de vue du poids</u> par le sujet lui-même. On en déforme une en galette très plate (9 à 10 cm de diamètre) et l'on demande si la galette et la boule pèse pareil ou pas et pourquoi afin que le sujet arrive à faire une évaluation comparée des poids.

La galette est ensuite coupée en <u>8 à 10 morceaux</u> et les mêmes questions sont posées.

À un autre moment de l'expérimentation, les deux boules sont égalisées <u>**au point de vue de la grosseur**</u>. Deux bocaux identiques, remplis d'eau aux deux tiers, sont présentés à l'élève qui constate ou voit à obtenir l'égalité des niveaux. Devant chaque bocal on pose une boule et on propose d'en immerger une en demandant au sujet de **prévoir** l'effet résultant. Si l'élève paraît étonné (exceptionnel), on met une boule dans l'eau et on lui fait constater ce qui fait monter l'eau quand on y plonge une boule (explication par le poids ou la grosseur). On propose alors l'immersion de l'autre boule et on demande encore une fois de **prévoir** le résultat et pourquoi.

L'une des deux boules de pâte est remplacée par une boule **en fer de même volume**. Chaque boule (celle en argile et celle en fer) est placée devant un des deux bocaux. On immerge effectivement la boule de plasticine; on fait constater l'élévation du niveau de l'eau, et l'on demande une prévision sur le niveau qui sera atteint dans le deuxième bocal si la boule de métal est également immergée. On demande à l'élève son avis justifié sur la hauteur des niveaux, lorsque chacune des deux boules est plongée dans un bocal. Cette partie de l'expérimentation vise à vérifier si le sujet est capable de dissociation au niveau du poids et du volume.

On reprend ensuite les deux boules de pâte de même grosseur, on en déforme une en saucisse et l'on demande comment les niveaux d'eau s'élèveront dans les bocaux, si l'on y plonge la boule et la saucisse.

La saucisse est coupée en <u>8 à 10 morceaux</u> et la même question est posée.

La conservation du poids est acquise au stade concret, la conservation du volume et la dissociation poids-volume apparaissent au stade préformel (intermédiaire).

B. Épreuve d'opérations combinatoires dans le cas de permutations.

Après un entraînement avec un ensemble de deux couleurs, puis de trois couleurs, l'épreuve de permutation comprend le rangement de quatre couleurs dans quatre cases (niveau formel A) et la généralisation aux rangements de cinq, puis six couleurs dans cinq, puis six cases.

Un jeton rouge et un jeton jaune sont alignés sur la table. On rappelle à l'élève les deux positions possibles des jetons, l'un par rapport à l'autre, en plaçant une seconde ligne de deux jetons en-dessous de la première.

ex. : R J
J R

Trois autres jetons (rouge, jaune, bleu) lui sont ensuite présentés et on lui demande <u>de prévoir</u> combien de manières différentes de placer les trois jetons en ligne sont possibles, en lui faisant **justifier** sa réponse. Le sujet dispose ensuite lui-même sur la table toutes les permutations qu'il est capable de trouver.

ex :			
	R	J	B
	R	B	J
	B	J	R
	B	R	J
	J	R	B
	J	B	R

La même procédure est suivie avec **quatre couleurs** (rouge, jaune, bleu et vert) au lieu de trois (**prévision** puis **construction** des permutations).

Dans la dernière partie, une **cinquième couleur** (noir) est ajoutée et on demande seulement le **pronostic justifié** dans le cas de cinq couleurs, puis de six couleurs différentes.

Les nombres donnés pour la prévision (avec quatre couleurs, stade concret : 8 car 6 + 2 ou 4 x 2, stade formel : 12 car 4 x 3 ou 16 car 4x4) et la technique adoptée pour disposer les permutations sont caractéristiques du stade atteint par la pensée logique du sujet.

C. Épreuve faisant appel au groupe I.N.R.C.[13] appliqué aux notions de proportion et de probabilité.

Durant l'administration de cette épreuve, on demande aux sujets de comparer les chances de tirage d'un jeton avec croix dans deux collections composées d'un nombre varié de jetons sans croix et avec croix. Le nombre de jetons avec et sans croix figurant dans les deux collections permet de composer des items correspondant aux divers stades opératoires.

Description de l'épreuve

On montre à l'élève des jetons jaunes, dont certains avec une croix noire sur l'une des faces et d'autres sans croix noire. On lui explique que l'on va faire deux tas avec des jetons avec et sans croix et qu'il faudra qu'il désigne le tas dans lequel on a le plus de chance de prendre un jeton avec croix du premier coup. Les croix sur les jetons ne restent pas visibles durant toute la passation de l'épreuve.

---

[13] Voir note #9.

On présente les huit items suivants (croix au numérateur, total des jetons au dénominateur) :

Pour le stade concret :

1/4 et 2/4; 3/5 et 3/7; 1/2 et 1/3;2/4 et 3/7.

Pour le stade intermédiaire ou préformel :

1/2 et 2/4.

Pour le stade formel A :

2/6 et 1/3. 3/9 et 2/6.

Pour le stade formel B :

2/6 et 3/8.

Ces trois épreuves ont été utilisées afin d'établir les niveaux d'apprentissage de chaque sujet participant à l'expérimentation. Ces niveaux d'apprentissage serviront par la suite à la vérification de la première hypothèse.

Instructions pour l'application

a. Description du matériel

(1). Conservation du poids et du volume

- 2 morceaux de pâte à modeler
  2 bocaux en verre d'une contenance de 1/3 de litre, gradués

  Dissociation

- 1 bille de métal de 4 cm de diamètre

(2). Permutation

- 32 jetons de chacune des 4 couleurs suivantes (rouge, vert, bleu, jaune)
- 1 jeton noir
- 1 boîte pouvant contenir tous les jetons

(3). Quantification des probabilités

- 12 jetons jaunes sans signes
- 8 jetons jaunes marqués d'une croix noire sur une face
- 1 boîte pouvant contenir tous les jetons

b. Ordre de passation

(1). Commencer l'examen par la conservation du volume et la dissociation du poids et du volume.

(2). Le poursuivre avec les permutations ou la quantification des probabilités.

(3). Continuer avec la quantification des probabilités ou les permutations suivant le cas.

(4). Terminer avec la conservation du poids s'il a lieu (on ne donne ce problème que s'il y a eu échec à l'un des deux autres problèmes de conservation : volume ou dissociation poids-volume).

c. Possibilités d'abréger les épreuves

(1). Vérifier la conservation du volume, la dissociation du poids et du volume; quant à la conservation du poids, ne donner cette épreuve que s'il y a eu échec à l'une des deux autres.

(2). S'il y a échec à la première partie de l'épreuve sur les permutations, (1° niveau, avec suggestions), arrêtez l'épreuve.

(3). S'il y a échec à l'item préformel 1/2 et 2/4, de l'épreuve sur la quantification des probabilités, arrêtez l'épreuve après les quatre items concrets (c'est-à-dire après l'item 2/4 et 3/7). L'ordre de passation est le suivant :

-	1/4 et <u>2/4</u>[14]	opératoire concret
-	<u>3/5</u> et 3/7	opératoire concret
-	2/4 et 1/2	préformel
-	<u>1/2</u> et 1/3	opératoire concret
-	<u>2/4</u> et 3/7	opératoire concret
-	2/6 et 1/3	formel A[15]
-	2/6 et <u>3/8</u>	formel B
-	3/9 et 2/6	formel A

[14] La fraction soulignée correspond à la réponse attendue.

[15] La pensée formelle se subdivise en deux parties : la pensée combinatoire (formel A) et la pensée hypothético-déductive (formel B).

d. Stades de développement

La technique de l'**analyse hiérarchique** a servi au calcul. Le total des bonnes réponses à chaque item permet d'établir la hiérarchie de leur difficulté. La classification des items d'après leur difficulté est d'abord comparée à leur classification a priori, d'après les stades de Piaget, les items des stades supérieurs étant théoriquement plus difficiles que les items des stades inférieurs.

- Items (6) du stade opératoire concret :

  . 1/4 et 2/4; 3/5 et 3/7; 2/4 et 3/7; 1/2 et 1/3;
  . Conservation du poids;
  . 1er niveau en permutation.

- Items (3) du stade préformel :

  . Conservation du volume;
  . Dissociation poids/volume;
  . 1/2 et 2/4.

- Items (3) du stade opératoire formel A :

  . 1/3 et 2/6; 2/6 et 3/9;
  . 2e niveau de permutation.

- Items (2) du stade opératoire formel B :

  . 2/6 et 3/8;
  . Découverte et généralisation de la loi des permuta tions (3e niveau).

Étalonnage et barèmes

Il s'agit d'abord d'adapter le système de notation permettant de faire correspondre à la note totale obtenue, l'un des stades de développement tel qu'appliqué par Longeot pour l'ensemble de ses épreuves.

- Pondération des problèmes

Afin d'accorder aux trois épreuves une importance égale dans la note finale, malgré les nombres inégaux de problèmes qu'elles comprennent, nous avons établi des pondérations. Elles font passer la note totale de 14 (nombre de problèmes) à 18 points.

Trois épreuves ont des items concrets. La note maximale à chacune de ces trois épreuves est la même que pour les items concrets. La réussite non spontanée aux permutations avec trois couleurs, seul problème du stade concret dans cette épreuve, vaut donc 2 points, ainsi que la réussite à la conservation du poids, pour la même raison. Les quatre items concrets de la quantification des probabilités sont notés chacun 0,5 point, donnant un total maximum de 2 points. La note maximale à l'ensemble des items concrets est donc de 6 points.

En ce qui concerne les problèmes intermédiaires ou préformels, la conservation du volume et la dissociation du poids et du volume sont notés 1 ou 0 (maximum : 2), le problème 1/2 et 2/4 vaut 2 points. La note maximale aux problèmes préformels est donc de 4 points.

Deux épreuves ont chacune deux problèmes du stade formel A, l'épreuve des permutations ainsi que celle de la quantification des probabilités. Tous les problèmes étant notés 1 ou 0 (maximum par épreuve : 2 points), la note maximale aux items formel A est de 4 points.

Au stade formel B, deux épreuves ont chacune un problème noté 2 ou 0. La note maximale aux problèmes de ce stade est donc de 4 points.

- Notation des épreuves

Chacun des items composant les trois épreuves, qui serviront à établir le niveau opératoire de chacun des sujets de l'expérimentation, a une valeur qui est présentée dans les tableaux qui suivent. Le tableau 1 fait connaître la valeur des items composant l'épreuve sur la conservation.

Tableau 1

Valeur des items sur la conservation

Conservation	Réussite	Maximum
1er : du poids (concret)	2 points	2 points
2e : du volume (préformel)	1 point	1 point
3e : dissociation	1 point	1 point

Dans cette épreuve, la réussite de chacun des items ne peut qu'être entière, ce qui explique le nombre égal de points attribué à chacun des items qu'il soit dans la colonne "réussite" ou "maximum".

Les points affectés à chacun des items de l'épreuve sur les permutations sont indiqués dans le tableau 2.

Tableau 2

Valeur des items sur les permutations

Permutation	Réussite	Maximum
1^{er} : avec 3 couleurs	2 points	2 points
2^{e} : avec 4 couleurs	2 points	2 points
3^{e} : avec 5 couleurs	2 points	2 points

Tout comme pour l'épreuve sur la conservation, la réussite à chacun des items sur les permutations ne peut qu'être entière.

La dernière épreuve portait sur la quantification des probabilités. Le tableau 3 nous présente la notation des items se rapportant à cette épreuve.

Tableau 3

Valeur des items sur la quantification des probabilités

Probabilité	Réussite	Maximum
Items concrets (4)	0,5 pt/item	2 points
Item préformel (1)	2 points	2 points
Items formels A (2)	1 pt/item	2 points
Items formels B (1)	2 points	2 points

- Interprétation de l'ensemble des résultats

La notation pondérée donne une importance égale aux trois épreuves, à tous les stades, malgré les nombres inégaux de problèmes qu'elles comprennent.

La note finale du sujet est transformée en stade de développement de la pensée logique. Nous posons comme admis que la réussite à la moitié au moins des problèmes d'un stade indique que le stade est atteint. Dans les cas où les réponses exactes et fausses d'un élève se hiérarchisent rigoureusement en conformité avec la théorie des stades de Piaget, nous obtenons l'étalonnage tel que présenté dans le tableau 4.

Barème

Stade concret	0,5 à 6 points
Stade préformel	7 à 10 points
Stade formel A	11 à 14 points
Stade formel B	15 à 18 points