

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ À

L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN RESSOURCES ET SYSTÈMES

PAR

LYNE GIRARD

B.S.App. (GÉNIE UNIFIÉ)

MODÈLE DYNAMIQUE EN DEUX DIMENSIONS

DU FOUR RIEDHAMMER

JANVIER 1988



Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

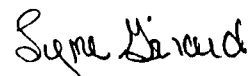
L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.


The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

RÉSUMÉ

La présente étude vise la modélisation et la simulation du four Riedhammer pour la cuisson des cathodes. On retrouve trois principales sections.

La première section décrit le fonctionnement et la géométrie du four Riedhammer utilisé au Centre des Produits Cathodiques de l'usine d'Arvida. La seconde section explique en détail la théorie du modèle dynamique et les équations s'y rattachant. On détaille entre autres les hypothèses simplificatrices, les équations de bilan d'énergie et de quantité de mouvement, le calcul du coefficient de transfert de chaleur, la méthode de résolution par différences finies "Hopscotch", la méthode de calcul des températures initiales de solide et la méthode utilisée pour les chambres en feu. Finalement, dans la dernière section, on simule des cycles de permutation de 28, 56 et 112 heures, puis on étudie les résultats obtenus.


Lyne Girard


Directeur de thèse : André Charette

REMERCIEMENTS

Je souhaite remercier mon directeur et mon co-directeur de thèse, messieurs André Charette et R.T. Bui pour leurs précieux conseils et leurs supports continus dans l'accomplissement de ce travail.

Mes remerciements s'adressent aussi à ma famille, en particulier à mon père et à mon mari, pour leurs encouragements sans limite.

Enfin, je tiens à souligner l'aide de la Société d'Electrolyse et de Chimie Alcan, et particulièrement M. Roger Coulombe, pour la présentation des données de base concernant le four Riedhammer.

Toutes ces personnes ont été indispensables à la réalisation de ce travail.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
RÉSUMÉ.....	1
REMERCIEMENTS.....	11
TABLE DES MATIÈRES.....	111
LISTE DES TABLEAUX.....	v
LISTE DES FIGURES.....	vi
LISTE DES ANNEXES.....	xiii
NOMENCLATURE.....	xiv
1. INTRODUCTION.....	1
2. TRAVAUX ANTÉRIEURS.....	3
3. DESCRIPTION DE LA FOURNAISE RIEDHAMMER.....	5
4. LA MODÉLISATION DU FOUR DE CUISSON DES CATHODES.....	13
4.1 Les hypothèses simplificatrices.....	13
4.2 Les données de base.....	16
4.3 La géométrie du four.....	17
4.4 Le développement des équations.....	23
4.4.1 Les équations de bilan d'énergie des gaz.....	23
4.4.2 Les équations de bilan d'énergie des solides.....	32
4.4.3 Le coefficient de transfert de chaleur total.....	42

4.4.4 L'équation de quantité de mouvement.....	44
4.5 La méthode de résolution.....	48
4.5.1 La méthode "Hopscotch" paire-impair.....	48
4.5.2 La description globale du modèle.....	50
4.5.3 Le calcul des températures initiales de solide.....	53
4.5.4 Les chambres soumises aux feux.....	58
5. LES SIMULATIONS ET LA DISCUSSION.....	62
5.1 La détermination des intervalles de position et de temps...	63
5.2 La simulation d'un cycle de 56 heures.....	64
5.2.1 Les paramètres de simulation.....	64
5.2.2 Les résultats obtenus.....	64
5.2.3 La convergence vers le régime établi.....	84
5.2.4 La comparaison avec les mesures expérimentales.....	92
5.3 La simulation d'un cycle de 28 heures.....	96
5.4 La simulation d'un cycle de 112 heures.....	97
5.5 La comparaison des différents cycles de cuisson.....	104
6. LA CONCLUSION.....	112
BIBLIOGRAPHIE.....	114
ANNEXES.....	116

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 4.1 Les données de base.....	16
Tableau 4.2 Les températures initiales du gaz.....	54
Tableau 5.1 Les paramètres de simulation pour un cycle de 56 heures.....	65
Tableau 5.2 Les coordonnées graphiques et cartésiennes.....	79
Tableau 5.3 Les températures mesurées et calculées des cathodes pour différents temps.....	95
Tableau 5.4 Les températures mesurées et calculées des gaz pour différents temps.....	96
Tableau 5.5 Les résultats obtenus pour différents cycles de cuisson.....	111

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 3.1 Dessin du four Riedhammer.....	6
Figure 3.2 Coupe A-A d'une chambre.....	8
Figure 3.3 Détails du four Riedhammer.....	9
Figure 3.4 Elévation d'une fosse.....	10
Figure 3.5 Chargement des cathodes dans une fosse.....	11
Figure 3.6 Représentation schématique de l'ensemble du four.....	12
Figure 4.1 Schéma du principe d'une alvéole.....	15
Figure 4.2 Température moyenne expérimentale du gaz selon la position longitudinale dans la zone de chauffe.....	18
Figure 4.3 Variation des températures expérimentales des cathodes supérieures dans le temps pour la zone de chauffe.....	19
Figure 4.4 Variation des températures expérimentales des cathodes inférieures dans le temps pour la zone de chauffe.....	20
Figure 4.5 Variation de la dépression au conduit d'aspiration selon le temps écoulé.....	21

Figure 4.6	Coupe simplifiée d'une chambre.....	22
Figure 4.7	Chargement simplifié des cathodes dans une fosse.....	24
Figure 4.8a	Représentation des coordonnées.....	25
Figure 4.8b	Représentation des solides en trois dimensions.....	26
Figure 4.9	Illustration des points de calcul dans le plan de conduction.....	27
Figure 4.10	Volume de contrôle global des gaz.....	28
Figure 4.11	Elément de solide central.....	33
Figure 4.12	Elément de paroi du côté droit.....	35
Figure 4.13	Elément de paroi du côté gauche.....	37
Figure 4.14	Elément de paroi supérieure.....	38
Figure 4.15	Elément de paroi inférieure.....	38
Figure 4.16	Elément du coin supérieur droit.....	40
Figure 4.17	Elément du coin supérieur gauche.....	40
Figure 4.18	Elément du coin inférieur droit.....	41
Figure 4.19	Elément du coin inférieur gauche.....	41
Figure 4.20	Volume de contrôle pour le gaz du conduit A.....	45
Figure 4.21	Elément simple expliquant la méthode "Hopscotch".....	50

Figure 4.22	Ordinogramme du modèle global.....	52
Figure 4.23	Graphique des températures initiales des gaz en fonction de la position longitudinale.....	56
Figure 4.24	Ordinogramme du calcul des températures initiales de solide.....	57
Figure 4.25	Ordinogramme du calcul des températures de gaz.....	60
Figure 5.1	Position des valeurs présentées graphiquement.....	66
Figure 5.2	Température du gaz A selon la position longitudinale à différents temps et NPP=5.....	67
Figure 5.3	Température du gaz B selon la position longitudinale à différents temps et NPP=5.....	68
Figure 5.4	Température du gaz C selon la position longitudinale à différents temps et NPP=5.....	69
Figure 5.5	Température de la brique B selon la position longitu- dinale à différents temps et NPP=5.....	70
Figure 5.6	Température du coke B selon la position longitudinale à différents temps et NPP=5.....	71
Figure 5.7	Température des cathodes B selon la position longitu- dinale à différents temps et NPP=5.....	72
Figure 5.8	Température A selon la position longitudinale à t=40 320 s et NPP=5.....	73
Figure 5.9	Température B selon la position longitudinale à t=40 320 s et NPP=5.....	74

Figure 5.10	Température C selon la position longitudinale à t=40 320 s et NPP=5.....	75
Figure 5.11	Température A selon la position longitudinale à t=201 600 s et NPP=5.....	76
Figure 5.12	Température B selon la position longitudinale à t=201 600 s et NPP=5.....	77
Figure 5.13	Température C selon la position longitudinale à t=201 600 s et NPP=5.....	78
Figure 5.14	Température du gaz B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 56 heures.....	80
Figure 5.15	Température de la brique B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 56 heures.....	81
Figure 5.16	Température du coke B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 56 heures.....	82
Figure 5.17	Température des cathodes B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 56 heures.....	83
Figure 5.18	Température de paroi A selon la position longitudi- nale à différentes permutations et t=40 320 s.....	85
Figure 5.19	Température de paroi B selon la position longitudi- nale à différentes permutations et t=40 320 s.....	86
Figure 5.20	Température de paroi C selon la position longitudi- nale à différentes permutations et t=40 320 s.....	87
Figure 5.21	Température de paroi A selon la position longitudi- nale à différentes permutations et t=201 600 s.....	88

Figure 5.22	Température de paroi B selon la position longitudinale à différentes permutations et $t=201\ 600\ s$	89
Figure 5.23	Température de paroi C selon la position longitudinale à différentes permutations et $t=201\ 600\ s$	90
Figure 5.24	Température de paroi B selon la position longitudinale pour les cas #0 et #1 à $t=0$ et $NPP=0$	91
Figure 5.25	Température de paroi B selon la position longitudinale pour les cas #0 et #1 à $t=201\ 600\ s$ et $NPP=6$	93
Figure 5.26	Température B selon la position longitudinale pour un cycle de 28 heures à $t=20\ 160\ s$ et $NPP=5$	98
Figure 5.27	Température B selon la position longitudinale pour un cycle de 28 heures à $t=100\ 800\ s$ et $NPP=5$	99
Figure 5.28	Température du gaz B selon le temps à $J=3$, $I=9$ et pour un cycle de 28 heures.....	100
Figure 5.29	Température de la brique B selon le temps à $J=3$, $I=9$ et pour un cycle de 28 heures.....	101
Figure 5.30	Température du coke B selon le temps à $J=3$, $I=9$ et pour un cycle de 28 heures.....	102
Figure 5.31	Température des cathodes B selon le temps à $J=3$, $I=9$ et pour un cycle de 28 heures.....	103
Figure 5.32	Température B selon la position longitudinale pour un cycle de 112 heures à $t=80\ 640\ s$ et $NPP=5$	105
Figure 5.33	Température B selon la position longitudinale pour un cycle de 112 heures à $t=403\ 200\ s$ et $NPP=5$	106

Figure 5.34	Température du gaz B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 112 heures.....	107
Figure 5.35	Température de la brique B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 112 heures.....	108
Figure 5.36	Température du coke B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 112 heures.....	109
Figure 5.37	Température des cathodes B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 112 heures.....	110
Figure II.1	Cheminement des gaz dans une chambre.....	123
Figure IV.1	Variation de la température expérimentale du gaz en fonction du temps pour la chambre #9.....	128
Figure IV.2	Variation de la température expérimentale du gaz en fonction du temps pour la chambre #8.....	129
Figure IV.3	Variation de la température expérimentale du gaz en fonction du temps pour la chambre #7.....	130
Figure IV.4	Variation de la température expérimentale du gaz en fonction du temps pour la chambre #6.....	131
Figure IV.5	Variation de la température expérimentale du gaz en fonction du temps pour la chambre #5.....	132
Figure IV.6	Variation de la température expérimentale du gaz en fonction du temps pour la chambre #4.....	133
Figure V.1	Ordinogramme général du modèle.....	138
Figure V.2	Ordinogramme RD21A.....	139

Figure V.3	Ordinogramme TEMPGAZ.....	140
Figure V.4	Ordinogramme DEBIT.....	146
Figure V.5	Ordinogramme HTA.....	147
Figure V.6	Ordinogramme HTB.....	148
Figure V.7	Ordinogramme HTC.....	149
Figure V.8	Ordinogramme FLUXFEUA.....	150
Figure V.9	Ordinogramme FLUXFEUB.....	151
Figure V.10	Ordinogramme FLUXFEUC.....	152
Figure V.11	Ordinogramme TEMPSOL.....	153

LISTE DES ANNEXES

	Page
Annexe I	
Propriétés des solides et du gaz.....	117
IA : Propriétés des solides.....	117
IB : Propriétés du gaz.....	119
Annexe II	
Périmètre moyen, aire moyenne et longueur équivalente.	121
IIA : Périmètre moyen et aire moyenne.....	121
IIB : Longueur équivalente.....	122
Annexe III	
Régime d'écoulement et facteur de Darcy.....	125
Annexe IV	
Variation de la température du gaz mesurée expérimentalement en fonction du temps.....	127
Annexe V	
Description des composantes du programme et leurs ordinogrammes.....	134
VA : Description des composantes du programme.....	134
VB : Ordinogramme des composantes du programme.....	137
Annexe VI	
Exemple d'impression des températures de solide et de gaz calculées.....	167
Annexe VII	
Listage des programmes et du fichier d'entrée.....	175

NOMENCLATURE

$A_{\text{condA}}, A_{\text{condB}}, A_{\text{condC}}$: Aire dans le plan X-Z des conduits de gaz A, B et C respectivement	$[m^2]$
Cp_b	: Capacité calorifique de la brique	$[J/kg \cdot K]$
Cp_c	: Capacité calorifique des cathodes	$[J/kg \cdot K]$
Cp_p	: Capacité calorifique du poussier	$[J/kg \cdot K]$
$Cp_{gA}, Cp_{gB}, Cp_{gC}$: Capacité calorifique du gaz dans les conduits A, B et C respectivement	$[J/kg \cdot K]$
Cp_o	: Capacité calorifique du solide situé au point 0	$[J/kg \cdot K]$
f_D	: Facteur de Darcy	$[-]$
f_F	: Facteur de Fanning	$[-]$
h_A, h_B, h_C	: Coefficient de transfert de chaleur total pour les gaz des conduits A, B et C respectivement	$[W/m^2 \cdot K]$
$h_{\text{convA}}, h_{\text{convB}}, h_{\text{convC}}$: Coefficient de transfert de chaleur en convection pour les gaz des conduits A, B et C respectivement	$[W/m^2 \cdot K]$
H_{gA}, H_{gB}, H_{gC}	: Enthalpie des gaz dans les conduits A, B et C respectivement	$[m^2/s^2]$

H_F	: Chaleur de combustion du combustible	[J/kg]
$h_{radA}, h_{radB}, h_{radC}$: Coefficient de transfert de chaleur en radiation pour les gaz des conduits A, B et C respectivement	$[W/m^2 \cdot K]$
I	: Position selon l'axe longitudinal du four	[-]
II	: Position selon l'axe longitudinal d'une chambre	[-]
I_{max}	: Position maximum selon l'axe longitudinal du four	[-]
II_{max}	: Position maximum selon l'axe longitudinal d'une chambre	[-]
J	: Position du gaz selon la hauteur du four	[-]
JJ	: Position du solide selon la hauteur du four	[-]
J_{max}	: Position maximum du gaz selon la hauteur du four	[-]
JJ_{max}	: Position maximum du solide selon la hauteur du four	[-]
K	: Position selon la largeur du four	[-]
K_b	: Conductivité de la brique	$[W/m \cdot K]$
K_c	: Conductivité des cathodes	$[W/m \cdot K]$
K_{max}	: Position maximum selon la largeur du four	[-]
K_p	: Conductivité du poussier	$[W/m \cdot K]$
L_A, L_C	: Largeur des conduits A et C selon l'axe Z	[m]
L_B	: Longueur du conduit B selon l'axe XX	[m]

- L_M : Epaisseur moyenne et symétrique des conduits A et C [m]
- $\dot{m}_{FA}, \dot{m}_{FB}, \dot{m}_{FC}$: Débit massique des combustibles dans les conduits A, B et C respectivement [kg/m.s]
- \dot{m}_g : Débit massique de gaz [kg/m.s]
- NPP : Nombre de périodes de permutation [-]
- NPP_{max} : Nombre maximum de périodes de permutation [-]
- P_A, P_B, P_C : Pression dans les conduits A, B et C respectivement [N/m^2]
- PER_A, PER_B, PER_C : Périmètre dans le plan X-Z pour les conduits A, B et C respectivement [m]
- $\dot{Q}_{convA}, \dot{Q}_{convB}, \dot{Q}_{convC}$: Chaleur par convection fournie par les gaz des conduits A, B et C respectivement [J/s]
- \dot{Q}_B : Chaleur par conduction transmise dans le solide du bas vers le centre [J/s]
- \dot{Q}_D : Chaleur par conduction transmise dans le solide du côté droit vers le centre [J/s]
- \dot{Q}_G : Chaleur par conduction transmise dans le solide du côté gauche vers le centre [J/s]
- \dot{Q}_H : Chaleur par conduction transmise dans le solide du haut vers le centre [J/s]
- $\dot{Q}_{FgA}, \dot{Q}_{FgB}, \dot{Q}_{FgC}$: Chaleur fournie par le combustible au gaz dans les conduits A, B et C respectivement [J/s]

$\dot{Q}_{gAA}, \dot{Q}_{gAB}, \dot{Q}_{gAC}$: Chaleur accumulée par les gaz dans les conduits A, B et C respectivement	[J/s]
$\dot{Q}_{gIA}, \dot{Q}_{gIB}, \dot{Q}_{gIC}$: Chaleur entrant avec les gaz dans les conduits A, B et C respectivement	[J/s]
$\dot{Q}_{gOA}, \dot{Q}_{gOB}, \dot{Q}_{gOC}$: Chaleur sortant avec les gaz dans les conduits A, B et C respectivement	[J/s]
$\dot{Q}_{gSA}, \dot{Q}_{gSB}, \dot{Q}_{gSC}$: Chaleur transmise au solide par les gaz dans les conduits A, B et C respectivement	[J/s]
$\dot{Q}_{SgA}, \dot{Q}_{SgB}, \dot{Q}_{SgC}$: Chaleur transmise au gaz par les solides dans les conduits A, B et C respectivement	[J/s]
$\dot{Q}_{VgA}, \dot{Q}_{VgB}, \dot{Q}_{VgC}$: Chaleur fournie par les volatiles au gaz dans les conduits A, B et C respectivement	[J/s]
Δt	: Intervalle de temps du cycle de cuisson	[s]
T_{gA}, T_{gB}, T_{gC}	: Température des gaz dans les conduits A, B et C respectivement	[K]
T_p	: Température du solide à la paroi	[K]
T_{SB}	: Température du solide en bas de la température du solide recherchée au point O	[K]
T_{SD}	: Température du solide à droite de la température du solide recherchée au point O	[K]
T_{SH}	: Température du solide en haut de la température du solide recherchée au point O	[K]
T_{SG}	: Température du solide à gauche de la température du solide	

recherchée au point 0	[K]
T_{SO} : Température du solide recherchée au point 0	[K]
V_A, V_B, V_C : Vitesse des gaz dans les conduits A, B et C respectivement	[m/s]
\bar{V}_g : Vitesse moyenne du gaz dans le four	[m/s]
V_o : Volume de contrôle pour la température de solide recherchée au point 0	[m ³]
X : Axe de position correspondant à la longueur dans le four	[-]
XX : Axe de position correspondant à la longueur dans une chambre	[-]
ΔX : Intervalle de position suivant l'axe X	[m]
ΔXX_1 : Intervalle de position dans la brique, selon l'axe XX	[m]
ΔXX_2 : Intervalle de position dans le poussier, selon l'axe XX	[m]
ΔXX_3 : Intervalle de position dans les cathodes, selon l'axe XX	[m]
ΔXX_D : Intervalle de position suivant l'axe XX, situé à droite de la température de solide recherchée au point 0	[m]
ΔXX_G : Intervalle de position suivant l'axe XX, situé à gauche de la température de solide recherchée au point 0	[m]
Y : Axe de position correspondant à la hauteur dans le four	[-]

ΔY	: Intervalle de position selon l'axe Y	[m]
Z	: Axe de position correspondant à la largeur dans le four	[-]
ΔZ_1	: Intervalle de position dans la brique, selon l'axe Z	[m]
ΔZ_2	: Intervalle de position dans le poussier, selon l'axe Z	[m]
ΔZ_3	: Intervalle de position dans les cathodes, selon l'axe Z	[m]
ΔZ_B	: Intervalle de position selon l'axe Z, situé en bas de la température de solide recherchée au point 0	[m]
ΔZ_H	: Intervalle de position selon l'axe Z, situé en haut de la température de solide recherchée au point 0	[m]

Lettres grecques

$\gamma_A, \gamma_B, \gamma_C$: Facteur binaire pour l'apport du combustible	[-]
ϵ	: Facteur d'émission globale	[-]
ϵ_g	: Facteur d'émission du gaz	[-]
ϵ_o	: Facteur d'émission de la paroi de brique	[-]
μ_g	: Viscosité du gaz	[kg/m·s]
ρ_b	: Densité de la brique	[kg/m ³]
ρ_c	: Densité des cathodes	[kg/m ³]
ρ_p	: Densité du poussier	[kg/m ³]

$\rho_{gA}, \rho_{gB}, \rho_{gC}$: Densité des gaz dans les conduits A, B et C
respectivement $[\text{kg/m}^3]$

τ : Contrainte de cisaillement du gaz sur la paroi des con-
duits $[\text{N/m}^2]$

σ : Constante de Stefan-Boltzmann $[\text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4]$

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

L'aluminium est fabriqué dans des cuves électrolytiques à partir de l'alumine. Le procédé d'électrolyse utilise des anodes chargées positivement et des cathodes chargées négativement pour passer un fort courant dans l'alumine. Ces anodes et cathodes sont produites à partir d'un mélange de coke et de brai cuit dans un long four durant plusieurs jours.

La présente étude vise la modélisation en deux dimensions du four de cuisson des cathodes. Il s'agit d'une fournaise de type Riedhammer ou verticale, constituée de plusieurs fosses où l'on dispose les cathodes. Celles-ci sont chauffées par des brûleurs que l'on déplace périodiquement. L'étude pratique du four nécessite des temps de cuisson très longs et des investissements coûteux. Ainsi une étude théorique offre l'avantage de modéliser et de simuler la cuisson sous différentes conditions avec des résultats immédiats.

Des études^[3,4] ont été réalisées précédemment en considérant un four horizontal comme un échangeur de chaleur à contre-courant. Ce modèle ne peut être repris ici, car le gradient de température vertical est trop important dans le four Riedhammer. Aussi doit-on utiliser un modèle dynamique basé sur le principe développé par Thibault^[5]. La grande complexité de la géométrie du four nous oblige à imposer plusieurs hypothèses simplificatrices. Incidemment, devant les difficultés inhérentes à un tel modèle et le peu de travaux réalisés à ce jour sur ce

type de four, la présente étude doit être vue comme une contribution à la modélisation d'une fournaise verticale plutôt qu'une étude complète. Le but que nous visions était de concevoir une approche mathématique qui permettrait de suivre adéquatement l'interaction entre le solide et le gaz autant suivant la verticale que l'horizontale, ce qui est essentiel dans une telle fournaise. Pour ce faire, il fallait coupler l'équation de comportement du gaz avec une résolution en deux dimensions du transfert de chaleur par conduction dans le solide. La solution de ce problème constitue l'élément principal dans ce travail. Pour limiter l'envergure du travail, nous avons choisi de négliger certains aspects tels que l'infiltration d'air et la combustion du poussier, tout en adoptant une géométrie simplifiée. Malgré ces limitations, le modèle réussit à simuler assez bien le comportement du four.

Les prochains chapitres présentent le développement mathématique du modèle, les équations de transfert de chaleur et la méthode de résolution utilisée. De plus, on y retrouve la simulation de la cuisson des cathodes sous différentes conditions et on y analyse les résultats fondamentaux.

CHAPITRE 2

TRAVAUX ANTÉRIEURS

Il existe quelques travaux portant sur la modélisation mathématique des fours horizontaux de cuisson d'anodes. Cependant, les modélisations des fours verticaux de cuisson de cathodes sont plus rares.

Keller et Disselhorst^[1] ont modélisé un four horizontal de cuisson d'anodes. Ils considéraient la fournaise comme un échangeur de chaleur à contre-courant en régime établi. Dans ce modèle, il n'y a pas d'évolution de la température par rapport au temps à une position donnée. Par contre, le temps est assimilé à la distance entre deux positions données.

Tarasiewicz^[2] a aussi étudié ce type de four. Il s'agit d'une modélisation en régime dynamique considérant la fournaise comme un échangeur de chaleur à contre-courant. Son travail permet de suivre l'évolution des températures dans une chambre du début à la fin d'une permutation. Il est toutefois incomplet en ce sens qu'il ne considère que la section de chauffage.

Bui, Charette et Bourgeois^[3,4] ont axé leurs travaux dans la suite de ceux de Keller et Disselhorst. Ils ont aussi associé le four à un échangeur de chaleur, mais en modélisant plus rigoureusement les infiltrations d'air et l'énergie apportée par la combustion de matières volatiles.

Toujours pour un four horizontal, Thibault^[5] a développé un modèle dynamique qui va beaucoup plus loin que celui de Tarasiewicz. Son étude

permet une modélisation complète des sections de chauffage et de refroidissement. La méthode utilisée permet d'obtenir un régime établi lorsque le profil de température calculé est identique à celui de la période de permutation précédente.

Furman et Martinera^[11] ont modifié un modèle développé pour représenter le transfert de chaleur des cuves électrolytiques et ils l'ont adapté à un four vertical de cuisson d'anodes. Ce modèle considère le four comme un espace tridimensionnel en régime dynamique. Pour résoudre l'équation de Fourier reliée au temps, on utilise une méthode par différences finies. Il faut initialement donner une différence de température mesurée expérimentalement entre le haut et le bas du conduit.

CHAPITRE 3

DESCRIPTION DE LA FOURNAISE

La différence entre des fournaises de types horizontal et vertical tient surtout à la façon dont les gaz chauds circulent à l'intérieur pour apporter la chaleur de cuisson nécessaire. Dans le premier type, les gaz circulent horizontalement dans deux conduits rectangulaires adjacents aux fosses. Le second type est plutôt caractérisé par un écoulement vertical des gaz à travers de petits conduits entourant chaque fosse. Cette différence de principe entraîne bien sûr de multiples différences au point de vue conception physique de l'ensemble.

Le présent travail a porté sur une fournaise verticale Riedhammer, soit celle de la Société d'Electrolyse et de Chimie Alcan, au Centre de Production de Cathodes^[6] à Arvida.

On retrouve à la figure 3.1 un dessin d'une partie du four Riedhammer étudié. Il est constitué de plusieurs chambres reliées en série dont la plupart ont des couvercles. Chaque chambre comprend cinq alvéoles où l'on dispose les cathodes pour la cuisson. Diverses ouvertures dans la brique des alvéoles, dans les murs séparant chaque chambre et dans les fondations permettent la circulation des gaz lors du cycle de cuisson. Pour chaque série de onze chambres, on retrouve un conduit d'amenée (soufflage) et un conduit d'évacuation (aspiration). L'énergie nécessaire à la cuisson des cathodes est fournie par deux rampes de cinq brûleurs alimentés en huile lourde.

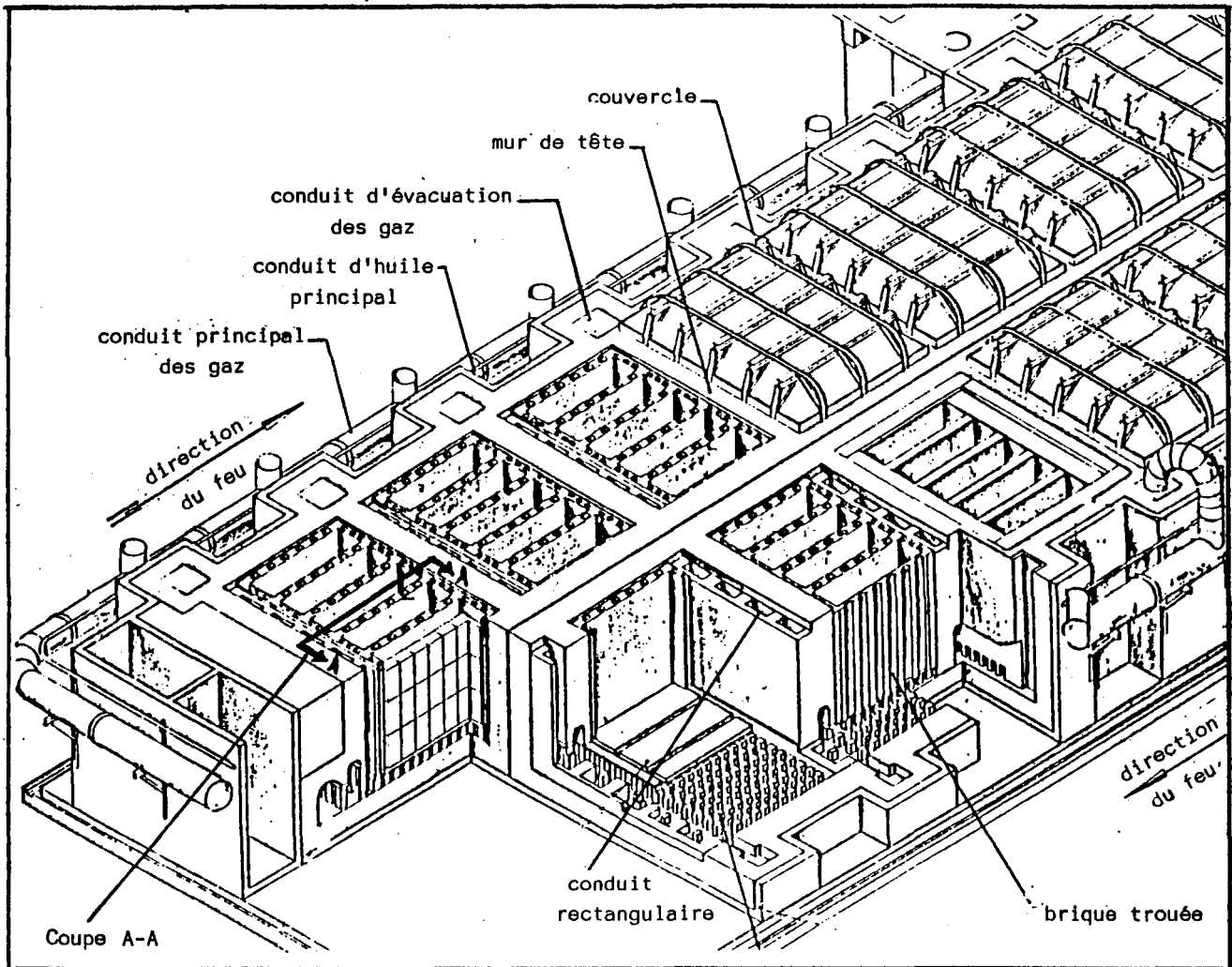


Figure 3.1: Dessin du four Riedhammer.

La coupe A-A du four à la figure 3.2 montre en détail la construction interne d'une chambre. Un réseau de briques définit le trajet précis du gaz. La paroi des alvéoles est faite de briques trouées, le conduit rectangulaire de briques est situé en amont de chaque alvéole et les piliers en briques sont placés sous chaque chambre. Toutes les fondations sont elles aussi en briques. Les figures 3.3 et 3.4 présentent la construction et l'agencement des briques d'une alvéole, d'un conduit rectangulaire et des piliers de fondation.

Il existe plusieurs formes de cathodes selon le type de cuves électrolytiques. Pour les besoins de l'étude, il a fallu choisir un chargement typique (réf. figure 3.5). On retrouve dans chaque alvéole douze cathodes de 2057 mm x 572 mm x 386 mm. Le reste de l'espace est comblé par du poussier de coke.

Avant de passer au chapitre suivant, il serait bon d'expliquer sommairement le cycle de cuisson des cathodes. La figure 3.6 facilitera la compréhension des principes de base. Un cycle de cuisson complet fait intervenir onze chambres et la période de permutation s'étend sur 56 heures. On rencontre en suivant la direction d'avancement des feux: une chambre de déchargement, une chambre de refroidissement forcé, une chambre de refroidissement naturel, une chambre de refroidissement sous couvercle, une chambre de chauffage constant, une chambre de chauffage progressif, quatre chambres de préchauffage et finalement une chambre de chargement. Après 56 heures d'opération, on déplace le conduit d'aspiration, le conduit de soufflage et les deux rampes de brûleurs d'une chambre (côté gauche sur la figure 3.6). Ainsi, la chambre nouvellement chargée commence son préchauffage, la chambre de montée en température progressive est maintenant à température constante. Chaque chambre est alors soumise aux conditions de la chambre précédente.

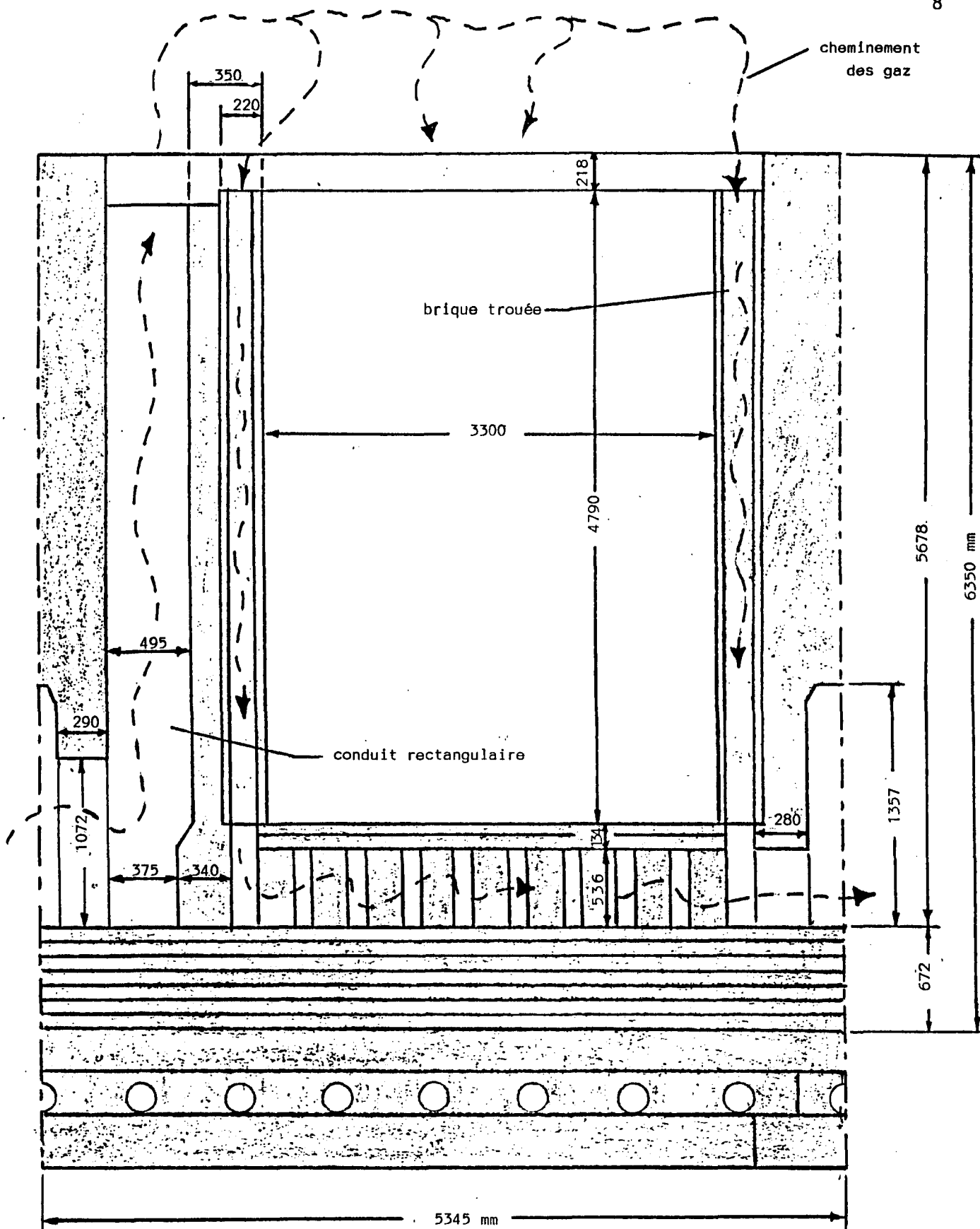
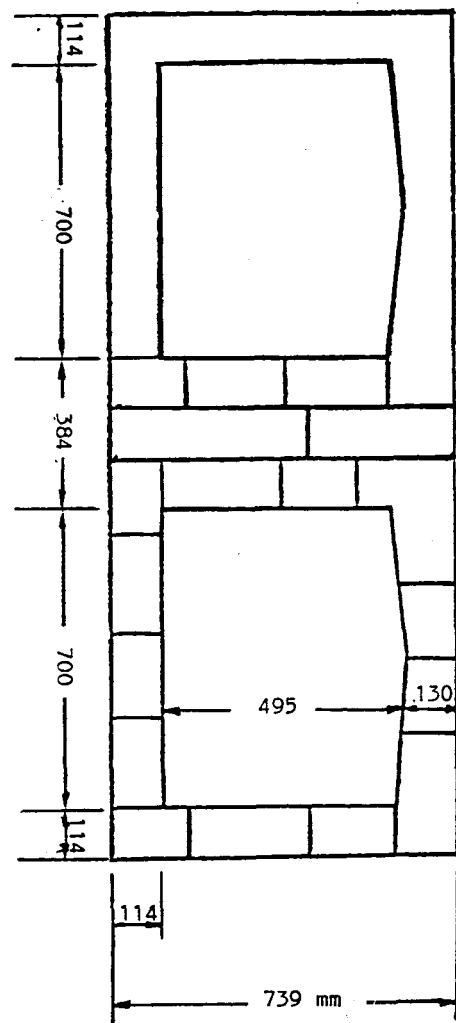
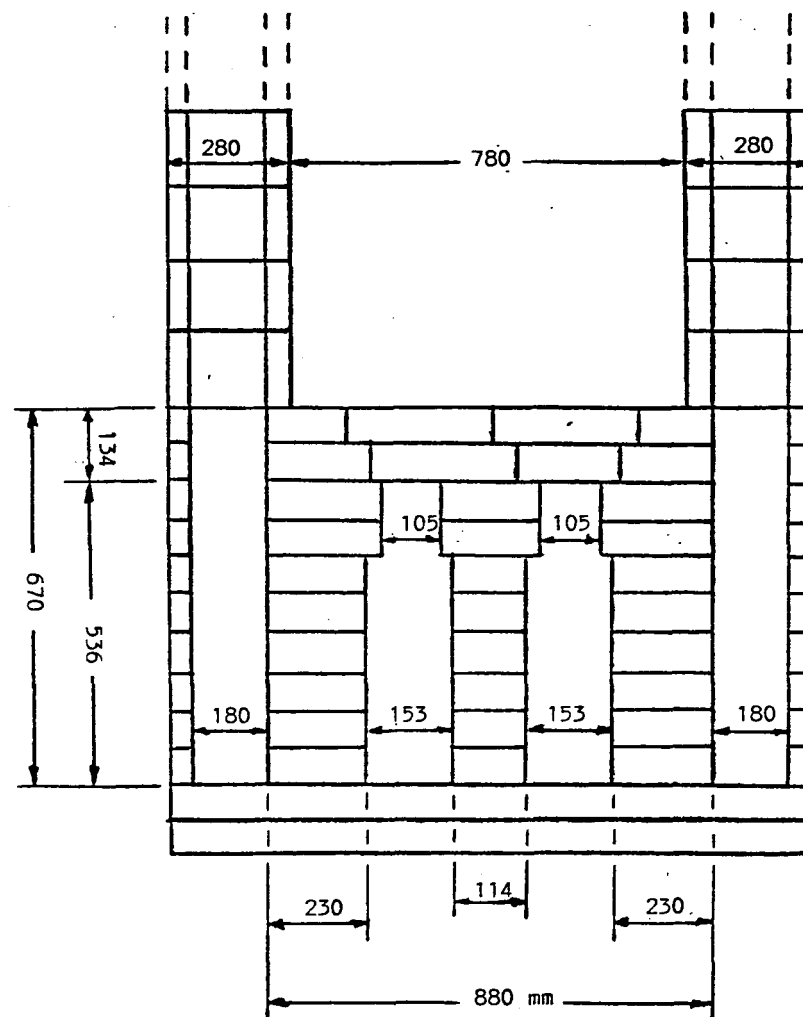


Figure 3.2: Coupe A-A d'une chambre.



Conduits rectangulaires



Briques des fondations

Figure 3.3: Détails du four Riedhammer.

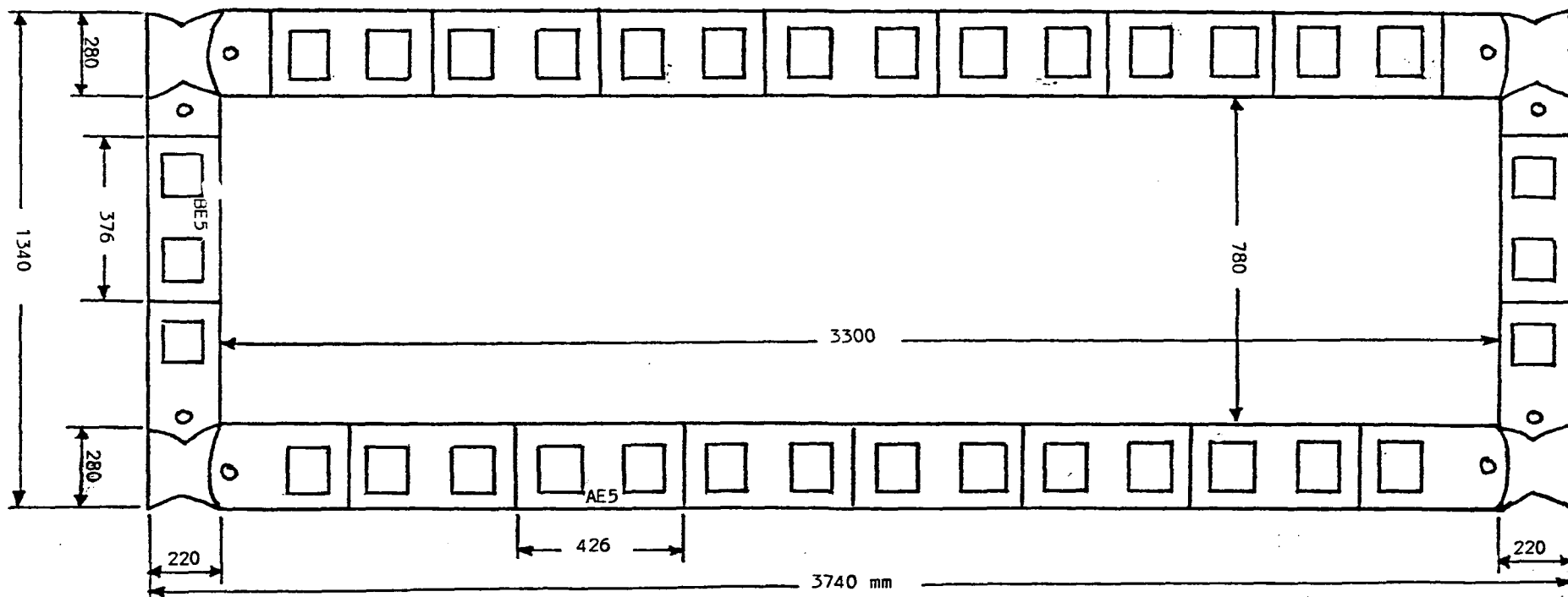
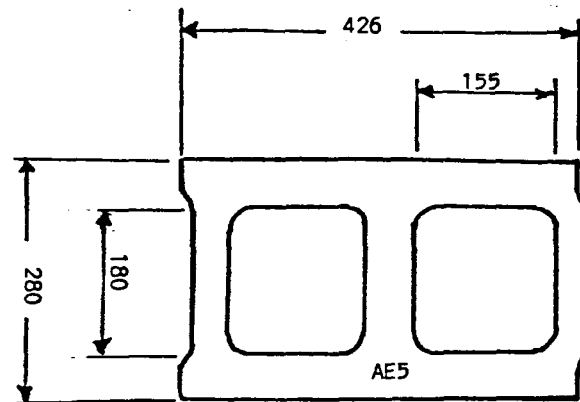
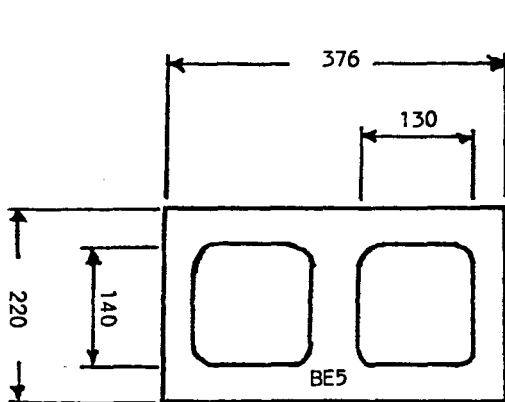


Figure 3.4: Elévation d'une fosse.

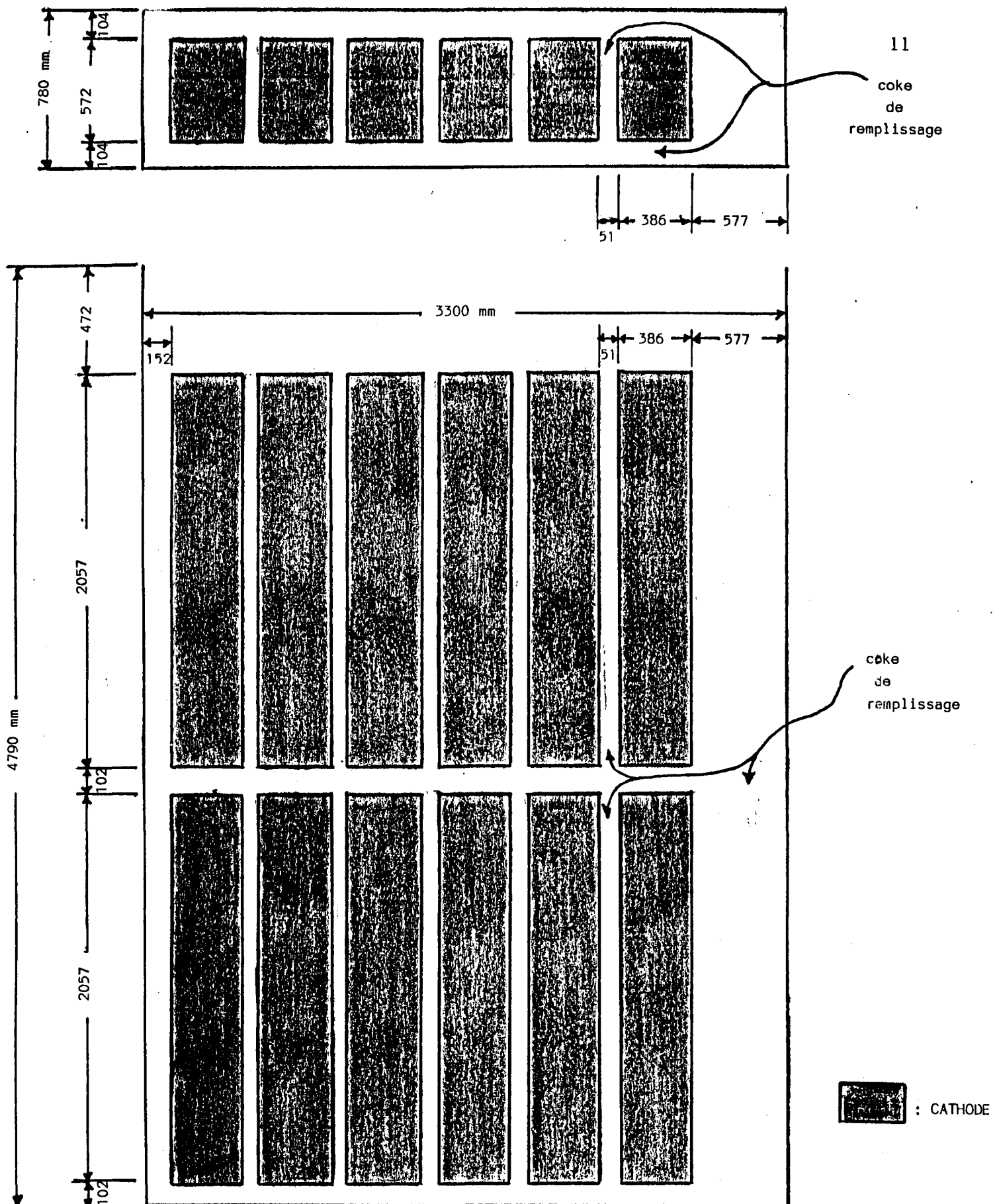


Figure 3.5: Chargement des cathodes dans une fosse.
(Selon la coupe A-A)

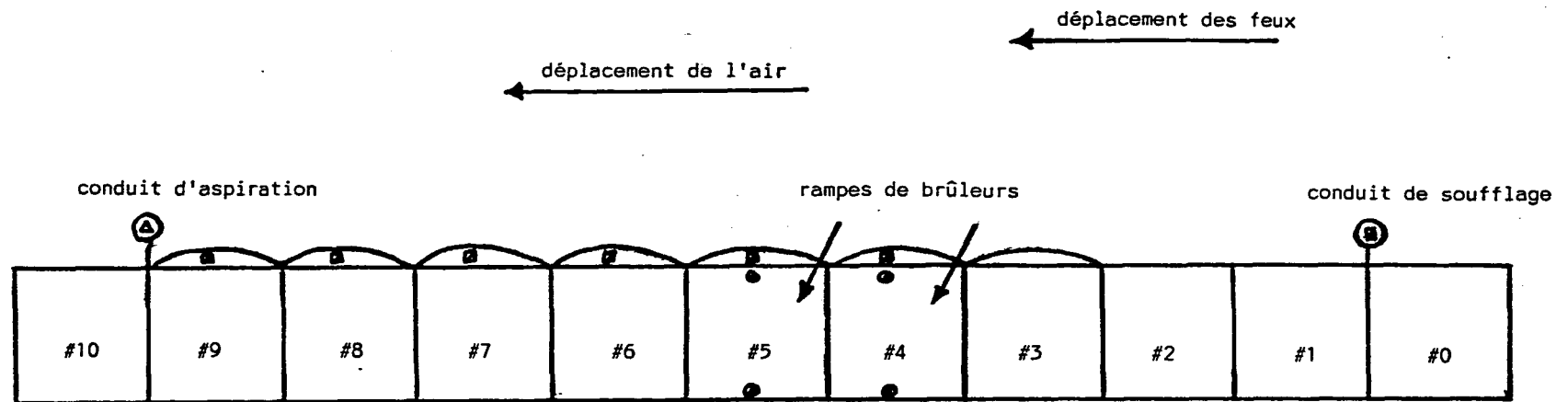


Figure 3.6: Représentation schématique de l'ensemble du four.

CHAPITRE 4

LA MODÉLISATION DU FOUR DE CUISSON DES CATHODES

4.1 LES HYPOTHÈSES SIMPLIFICATRICES

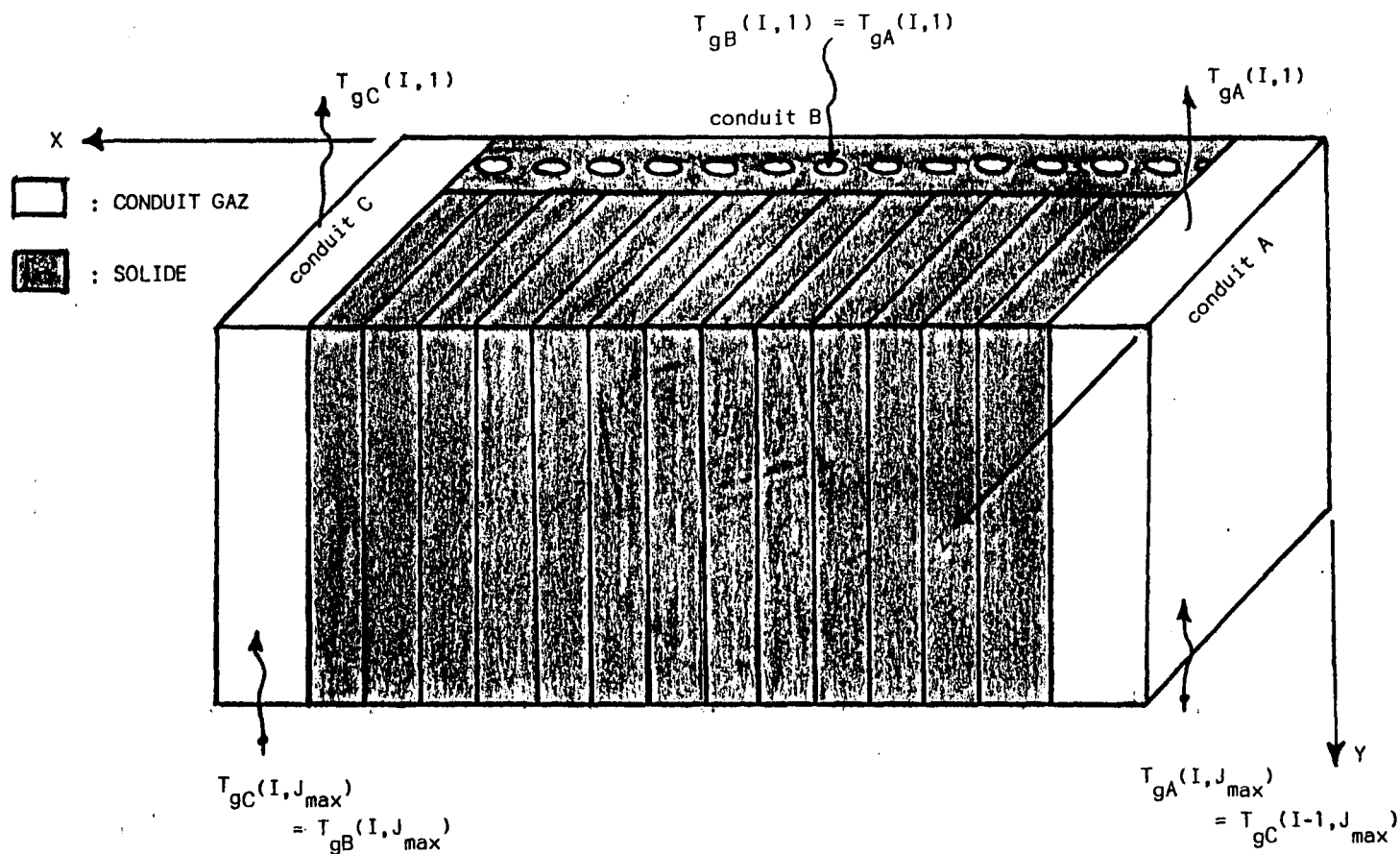
Certaines hypothèses simplificatrices doivent être formulées pour éviter de compliquer inutilement les calculs. On suppose que:

- les briques trouées et celles des conduits rectangulaires ont les mêmes propriétés thermiques;
- la conduction est négligeable suivant la hauteur du solide (axe y);
- la conduction est importante suivant la longueur (axe XX)^{*} et la largeur (axe Z) du solide;
- le volume de contrôle pour le solide est délimité selon l'axe Y par l'intervalle Δy choisi, selon XX par les deux conduits rectangulaires de gaz et selon Z par la paroi interne des conduits troués et le centre des cathodes (frontière adiabatique de symétrie) (réf. figure 4.10);
- le chargement des solides à l'intérieur de la fosse est symétrique

* Axes X et XX: ces axes se confondent avec la distinction que l'axe XX est utilisé pour les besoins de la solution du problème de conduction dans une chambre, alors que l'axe X est "cumulatif" et couvre l'ensemble du four.

(cf. section 4.3);

- l'épaisseur totale des murs de briques trouées suivant l'axe X et des conduits rectangulaires A et C a été calculée et divisée en deux parties égales de part et d'autre de la fosse (cf. section 4.3);
- le volume de contrôle pour le gaz dans le conduit A est compris entre la paroi interne du conduit rectangulaire droit et son centre, sur une hauteur Δy (réf. figure 4.10);
- le volume de contrôle pour le gaz dans le conduit B s'étend du centre des conduits troués à leur paroi, sur une hauteur Δy ;
- le volume de contrôle pour le gaz dans le conduit C est compris entre la paroi interne du conduit rectangulaire gauche et son centre, sur une hauteur Δy ;
- les températures initiales des gaz A, B et C sont égales pour une chambre donnée, à une même hauteur. Pour $J=1$, ces valeurs sont connues et ont été mesurées expérimentalement (cf. tableau 4.1). Pour $J \neq 1$, on a supposé une variation linéaire entre deux points connus;
- les températures extrêmes des gaz quand on passe d'un conduit à l'autre sont égales. Ainsi $T_{gA}(I, J_{\max}) = T_{gC}(I-1, J_{\max})$, $T_{gB}(I, 1) = T_{gA}(I, 1)$ et $T_{gC}(I, J_{\max}) = T_{gB}(I, J_{\max})$ (réf. figure 4.1);
- aucune accumulation de masse ou d'énergie n'est considérée dans le bilan des gaz;
- toutes les propriétés du gaz sont semblables à celles de l'air;
- pour le transfert de chaleur par rayonnement, les gaz sont considérés comme étant gris;
- les pertes de chaleur par les fondations sont négligeables;



N.B. : L'axe X et son indice I représentent la position longitudinale d'une alvéole dans le four. L'axe Y et son indice J représentent la position selon la hauteur dans l'alvéole.

Figure 4.1: Schéma du principe d'une alvéole.

- la chaleur provenant des substances volatiles libérées des cathodes est négligeable dans l'équation du bilan d'énergie;
- la combustion se fait sur toute la hauteur des conduits rectangulaires A et C. Il n'y a pas de combustion dans le conduit B;
- les infiltrations à l'intérieur des conduits de gaz sont négligeables car les fosses sont protégées par des couvercles;

- le poussier ne brûle pas et ne dégage donc aucune chaleur.

4.2 LES DONNÉES DE BASE

Certaines données de base ont été mesurées expérimentalement et nous ont été fournies par la Société d'Electrolyse et de Chimie Alcan^[6]. Le tableau 4.1 présente certaines de ces valeurs. Les températures de gaz ont été mesurées dans sept chambres sous les couvercles. De plus, les températures des cathodes dans les chambres en feu ont été prises à la surface. Il faut se référer à la figure 3.6 pour connaître la position de ces températures.

Description	Valeur mesurée
T_g à I=9, J=1, t=0	470 K
T_g à I=8, J=1, t=0	600 K
T_g à I=7, J=1, t=0	820 K
T_g à I=6, J=1, t=0	950 K
T_g à I=5, J=1, t=0	1220 K
T_g à I=4, J=1, t=0	1520 K
T_g à I=1, J=1, t=0	300 K
T_p à I=5, J=1, t=0	1120 K
T_p à I=4, J=1, t=0	1460 K
t pour un cycle de cuisson	56 h

Tableau 4.1: Les données de base.

D'autres mesures ont été portées graphiquement aux figures 4.2 à 4.5. On retrouve le graphique présentant l'évolution des températures moyennes des gaz en fonction de la position dans le four pour les six dernières chambres. A l'annexe IV, on a regroupé les graphiques de

l'évolution des températures de gaz en fonction du temps pour les six dernières chambres. Les graphiques des températures de cathode en position inférieure et supérieure en fonction du temps sont aussi présentés. Enfin, on retrouve la variation de la dépression en fonction du temps. Ces données permettent de débiter l'étude avec certaines valeurs connues qui seront utiles pour la vérification des résultats.

4.3 LA GÉOMÉTRIE DU FOUR

En représentant le four dans le système cartésien, on place l'axe des X suivant la longueur du four, l'axe des Y suivant sa hauteur et l'axe des Z suivant sa largeur. On a dû rediviser l'axe longitudinal selon une coordonnée XX, pour définir la position à l'intérieur de chaque chambre, de manière à établir le plan de conduction en deux dimensions XX-Z (réf. figures 4.8a et 4.8b).

Une simplification a été apportée à la géométrie d'une chambre dans le plan XX-Y. En réalité, on retrouve entre chacune des chambres selon l'axe X une paroi épaisse, un conduit rectangulaire et une rangée de briques trouées (réf. figure 3.2). Il a fallu les diviser en deux parties égales de chaque côté de la chambre pour simplifier le volume de contrôle. On observe les modifications dans le plan XX-Y à la figure 4.6. Ainsi l'épaisseur moyenne de la paroi L_M vaut:

$$(350 \text{ mm} + 220 \text{ mm} + 980 \text{ mm}) \div 2 = 775 \text{ mm}$$

Dans le plan XX-Z, on suppose qu'une frontière adiabatique existe suivant l'axe XX. Cette frontière divise la largeur de la cathode en deux parties symétriques. La simplification provient du fait que les gaz sont uniformément répartis sous le couvercle et sont distribués dans les briques trouées. Ainsi, chaque côté longitudinal de l'alvéole est soumis aux mêmes températures de gaz.

On a préféré modifier quelque peu le chargement réel dans une alvéole (réf. figure 3.5) et le remplacer par un chargement symétrique (réf.

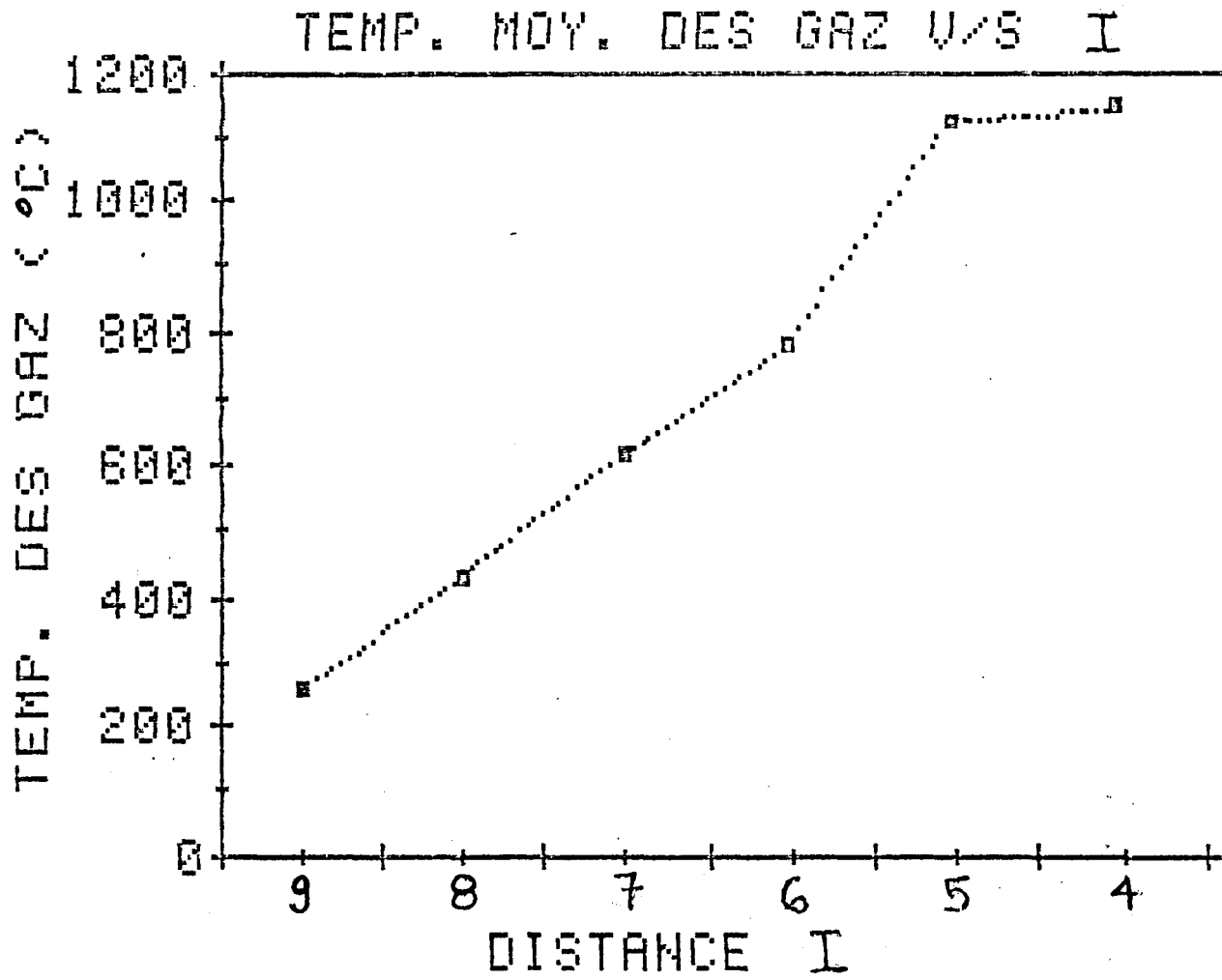


Figure 4.2: Températures moyennes expérimentales du gaz selon la position longitudinale dans la zone de chauffe.

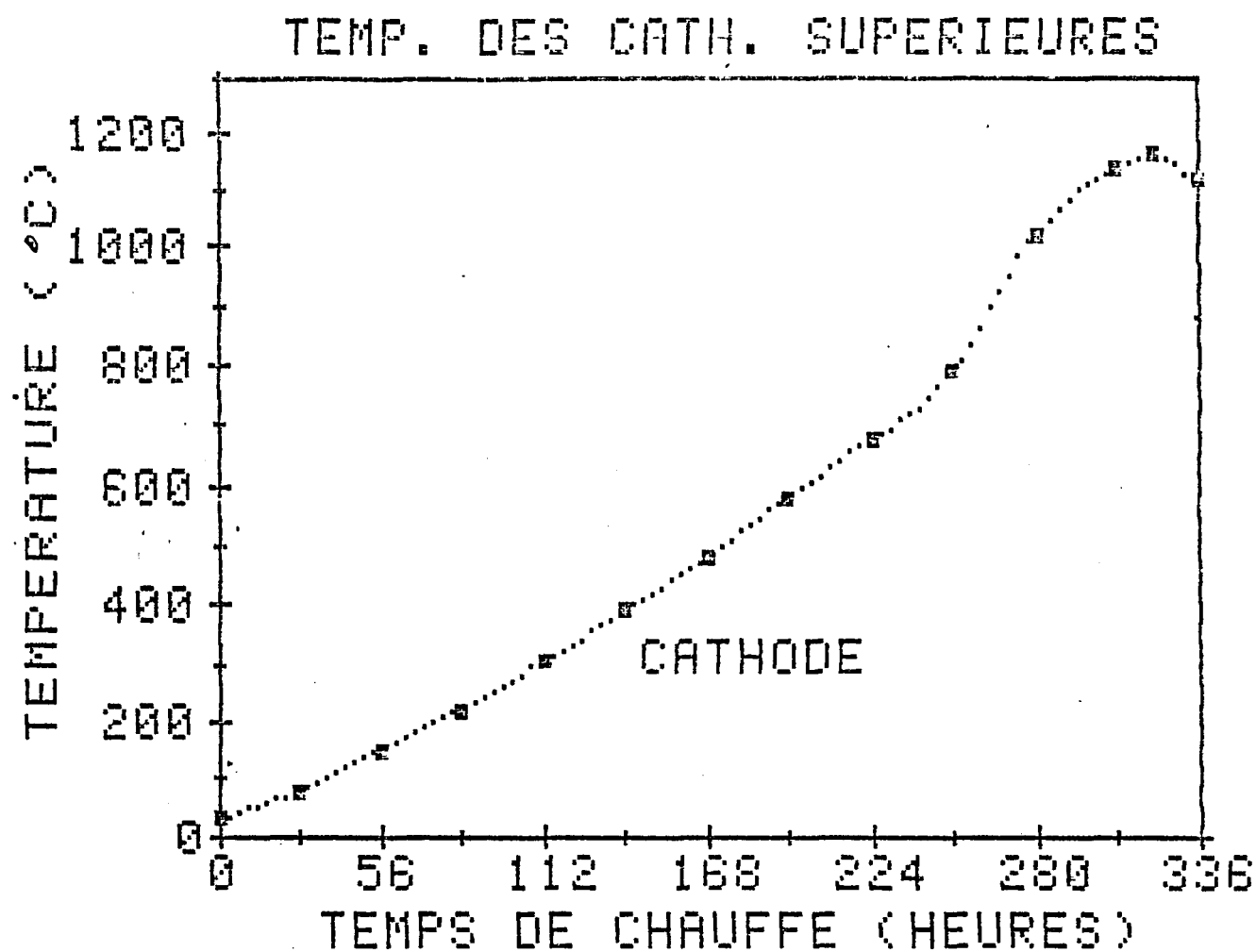


Figure 4.3: Variation des températures expérimentales des cathodes supérieures dans le temps pour la zone de chauffe.

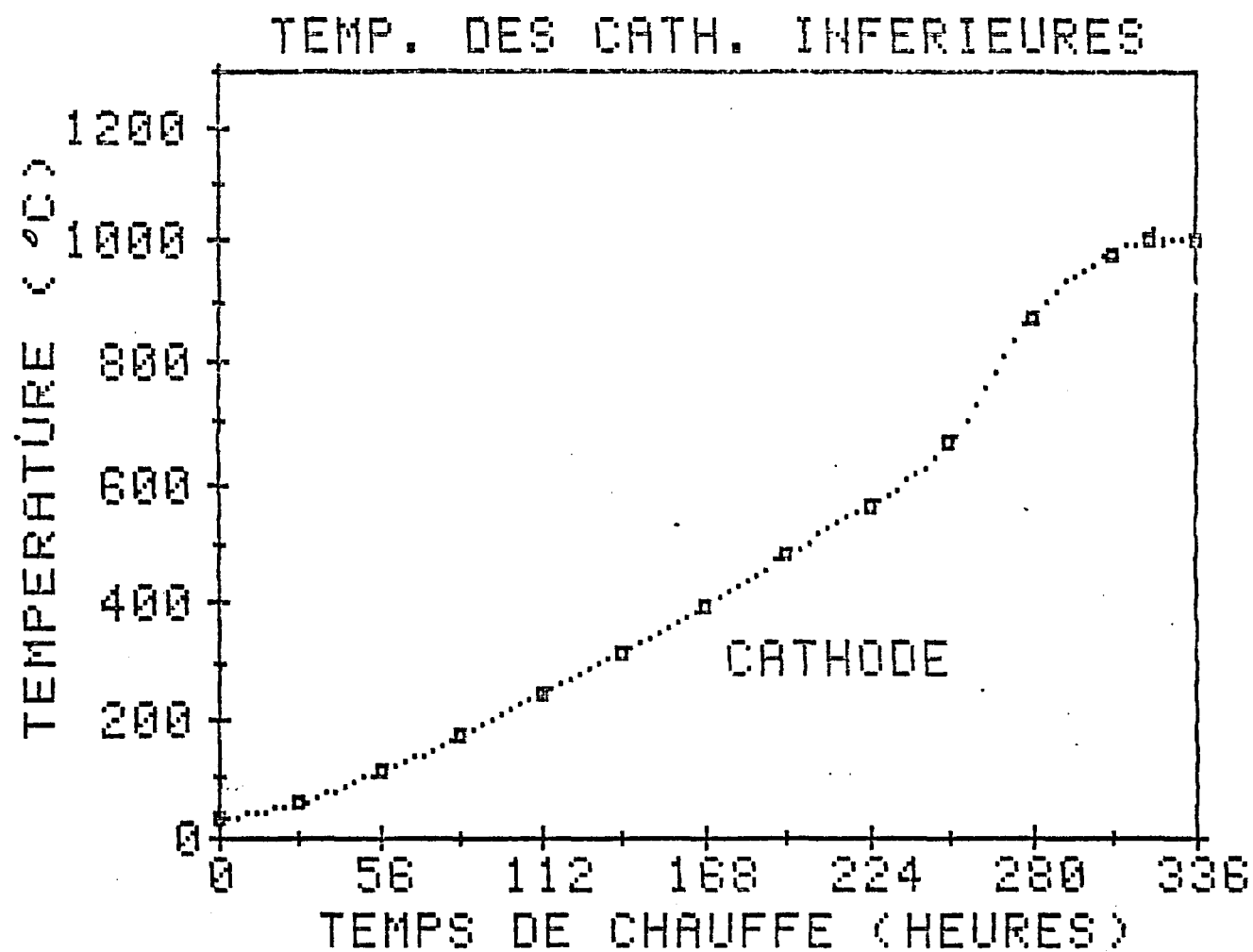


Figure 4.4: Variation des températures expérimentales des cathodes inférieures dans le temps pour la zone de chauffe.

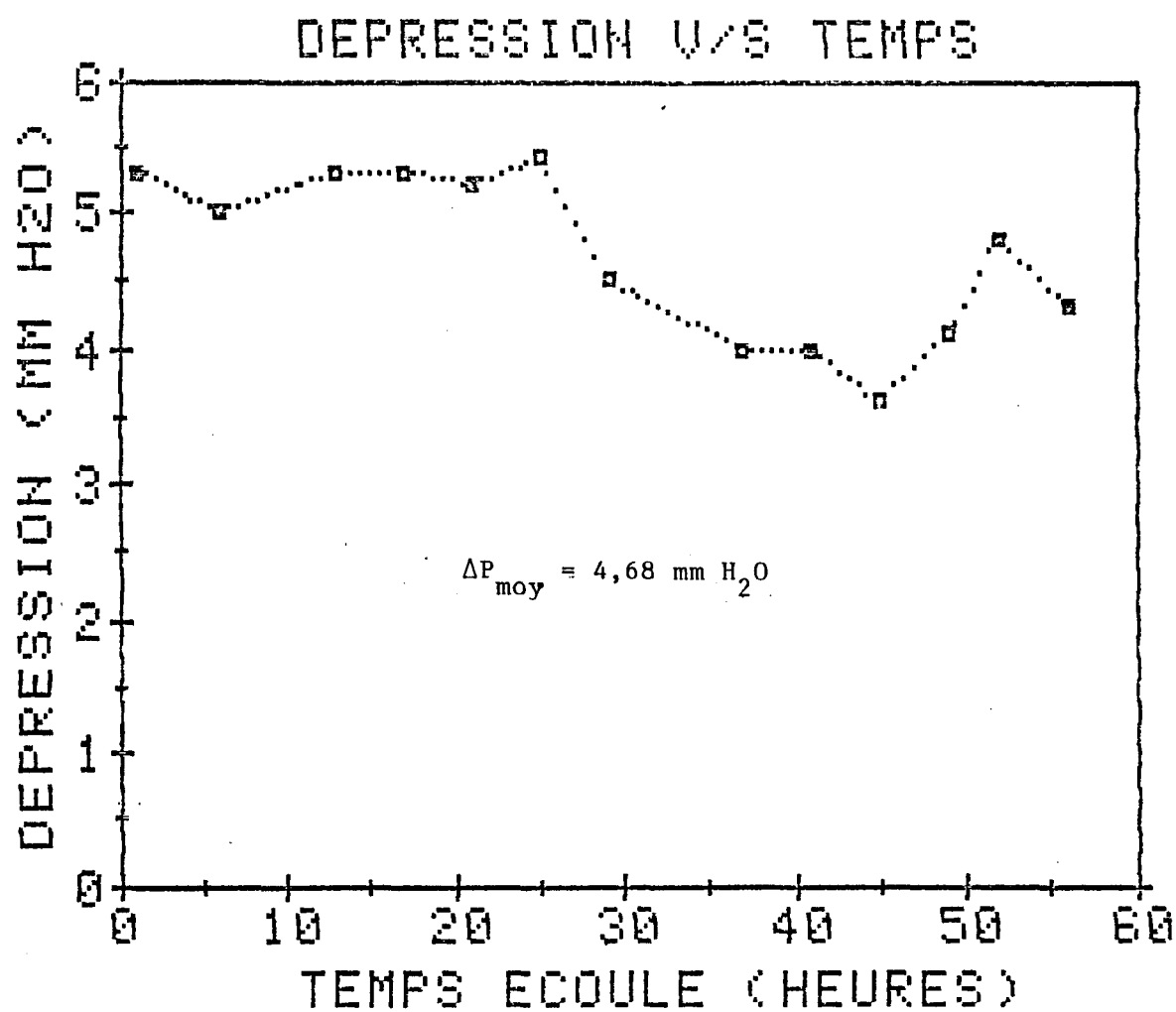


Figure 4.5: Variation de la dépression au conduit d'aspiration selon le temps écoulé.

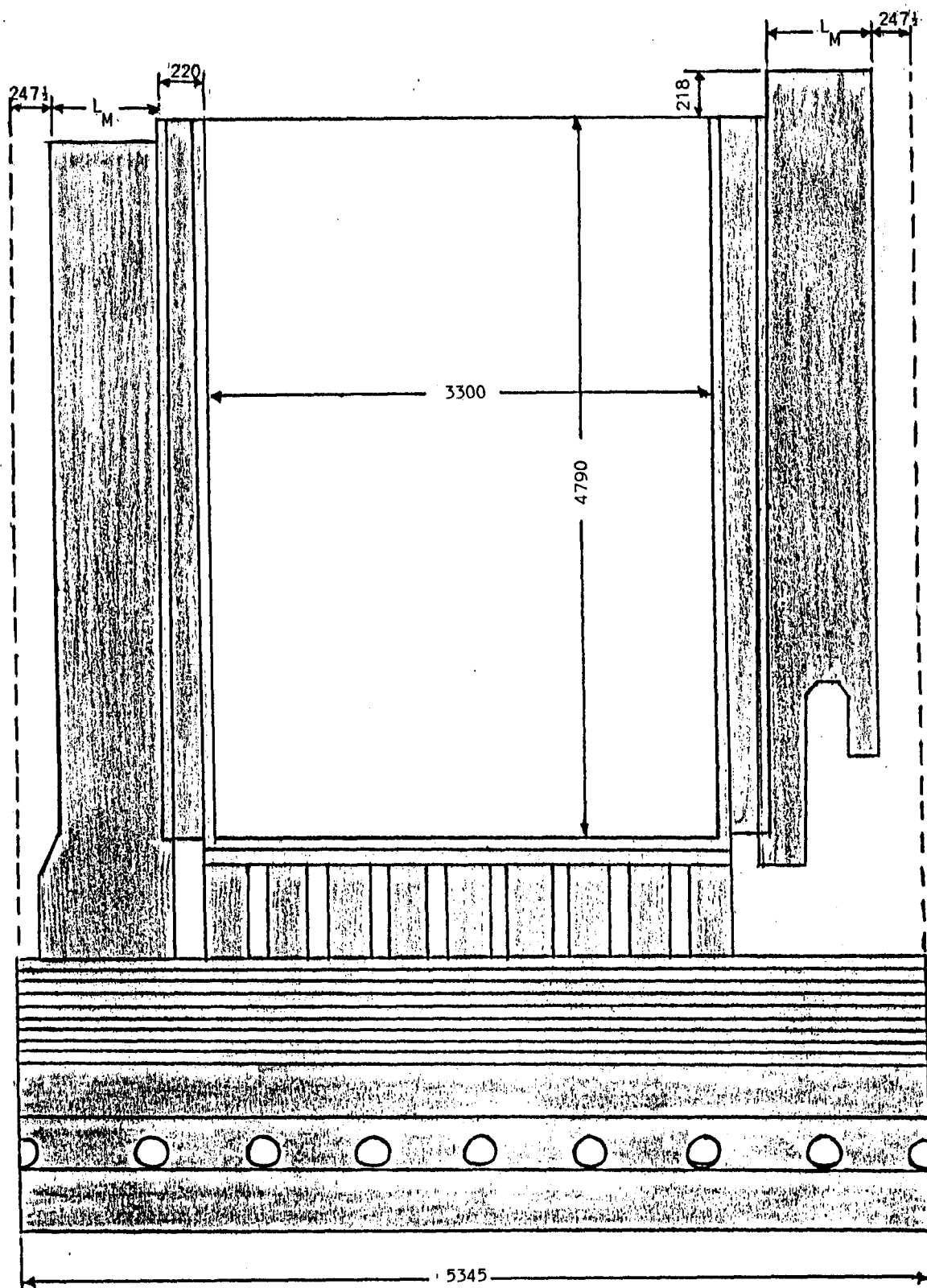


Figure 4.6: Coupe simplifiée d'une chambre.

figure 4.7)). Ainsi, le poussier de remplissage a été réparti également de part et d'autre des cathodes, pour faciliter les calculs dans le solide multicouche et éviter les alternances poussier et cathode.

Le volume de contrôle global en trois dimensions peut être observé aux figures 4.8a, 4.8b et 4.9. Les différents points de calcul du modèle dans le solide et le gaz y sont illustrés. Un cycle complet comprend onze chambres, mais on étudiera seulement neuf chambres car on ne considère pas les chambres de chargement et de déchargement. Pour couvrir un cycle de cuisson, on aura neuf chambres donc neuf points suivant l'axe X et le ΔX vaut 5345 mm. Les points de calcul suivant l'axe Y sont au nombre de cinq pour les gaz avec un Δy de 1054 mm et quatre valeurs intermédiaires pour les cathodes.

La conduction dans le solide est calculée en deux dimensions dans le plan XX-Z. Dans une chambre, il y a quarante-sept points suivant XX et huit points suivant Z. Pour des raisons de géométrie, on a choisi trois intervalles différents pour l'axe XX: dans la brique ΔXX_1 vaut 77.5 mm, dans le coke ΔXX_2 égale 123 mm et dans la cathode ΔXX_3 vaut 128.6 mm. Il en est de même suivant l'axe Z: dans la brique ΔZ_1 vaut 25 mm, dans le coke ΔZ_2 égale 52 mm et dans la cathode ΔZ_3 vaut 95.3 mm.

4.4 LE DÉVELOPPEMENT DES ÉQUATIONS

Pour représenter le transfert de chaleur dans le four, deux équations de base ont été utilisées. Il s'agit de l'équation du bilan d'énergie et de masse sur le volume de contrôle et de l'équation de Fourier pour la conduction en deux dimensions dans les solides.

4.4.1 Les équations de bilan d'énergie des gaz

Isolons un élément d'épaisseur ΔY (réf. figure 4.10) et formulons l'équation de bilan d'énergie pour les trois conduits de gaz en présence. Le premier conduit rectangulaire est codé A, l'ensemble des briques trouées B et le second conduit rectangulaire C. Le bilan pour le conduit

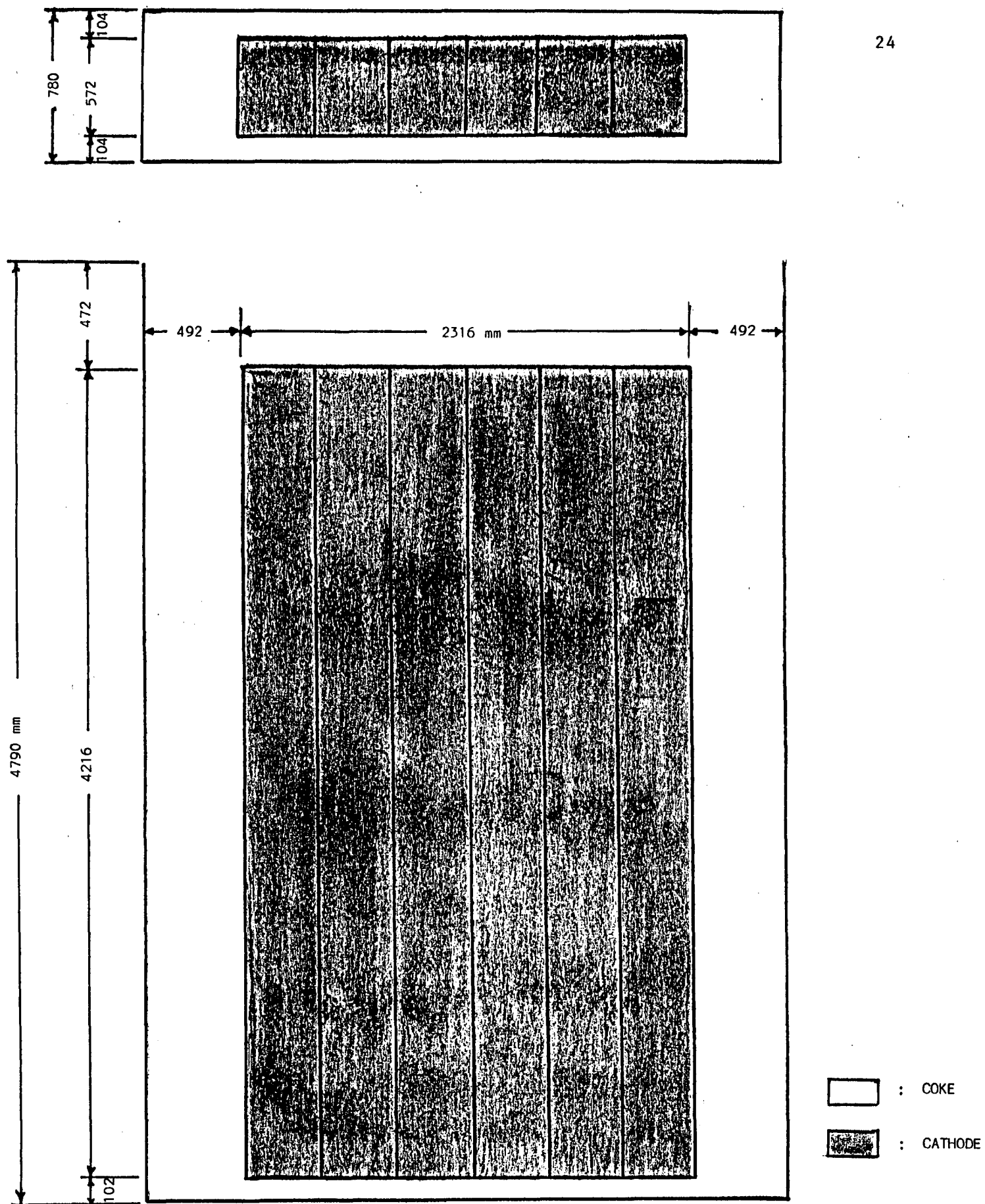


Figure 4.7: Chargement simplifié des cathodes dans une fosse.

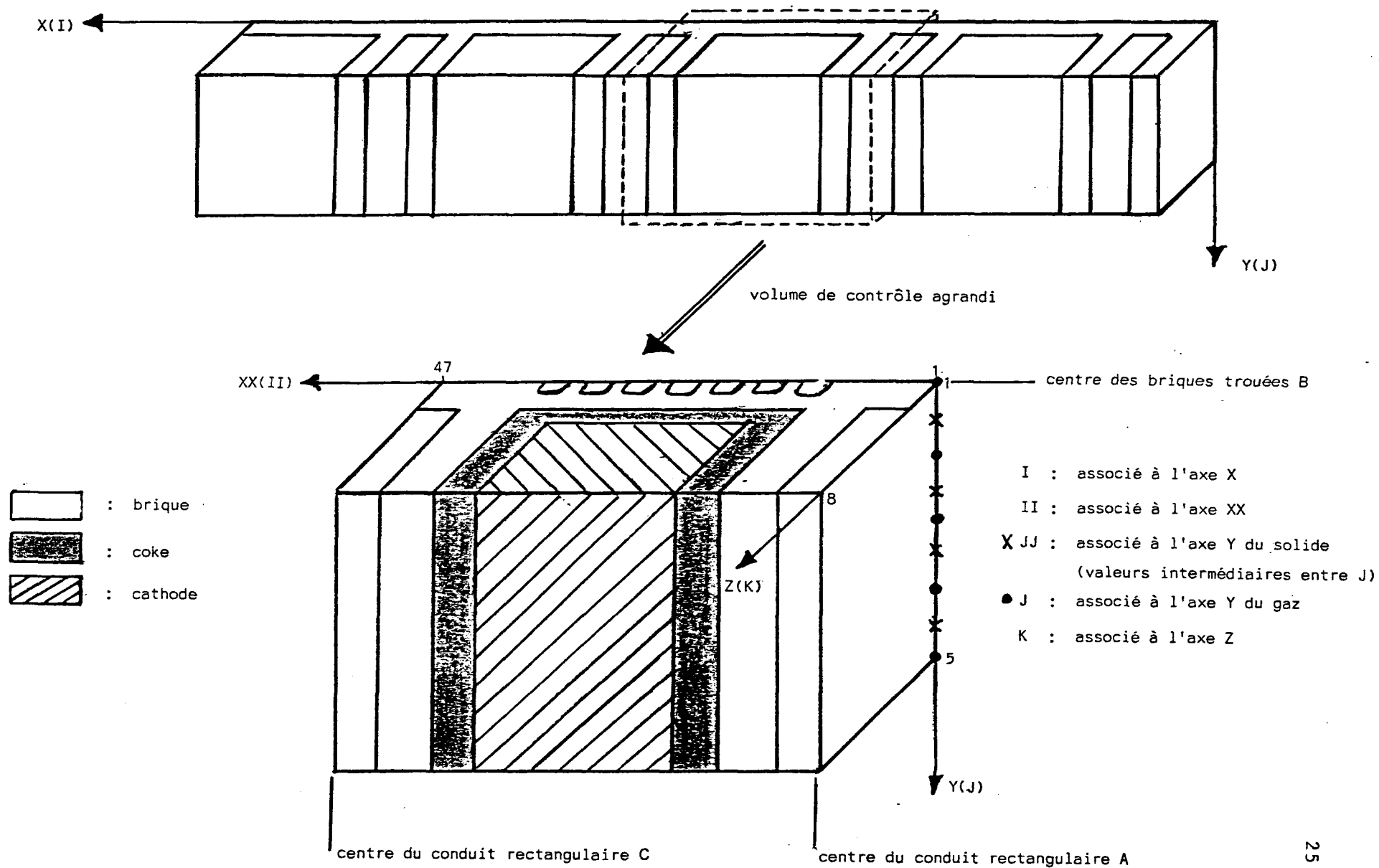
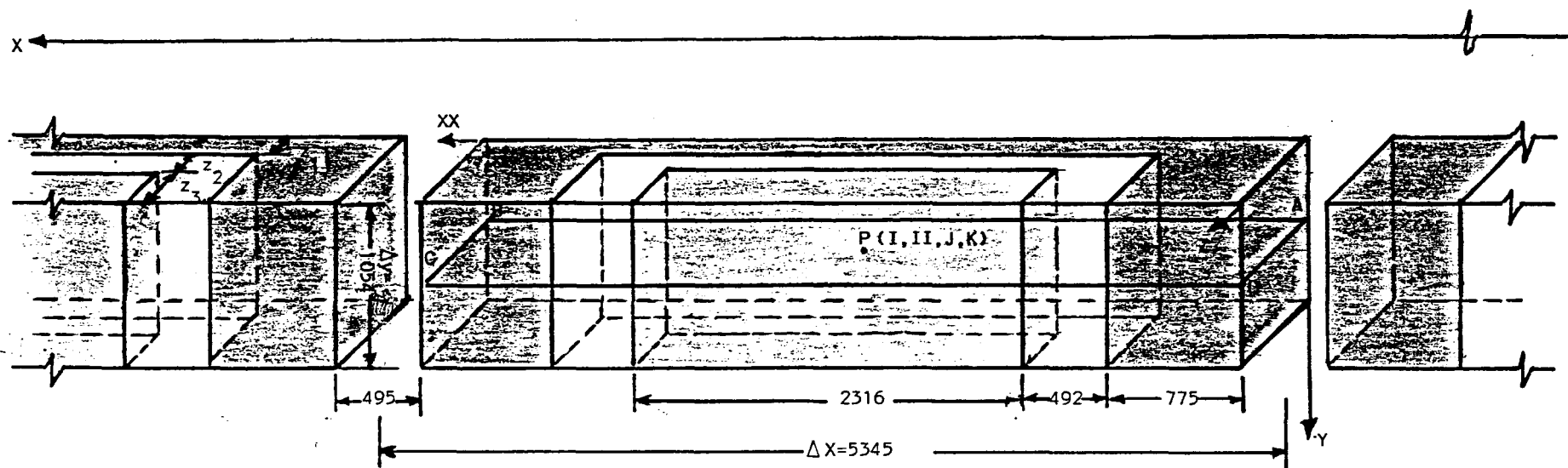


Figure 4.8a: Représentation des coordonnées.



	: COKE	$Z_1 = 50 \text{ mm}$	I : associé à l'axe X
	: CATHODE	$Z_2 = 104 \text{ mm}$	II : associé à l'axe XX
	: BRIQUE	$Z_3 = 286 \text{ mm}$	JJ : associé à l'axe Y du solide
			K : associé à l'axe Z

Figure 4.8b: Représentation des solides en trois dimensions.

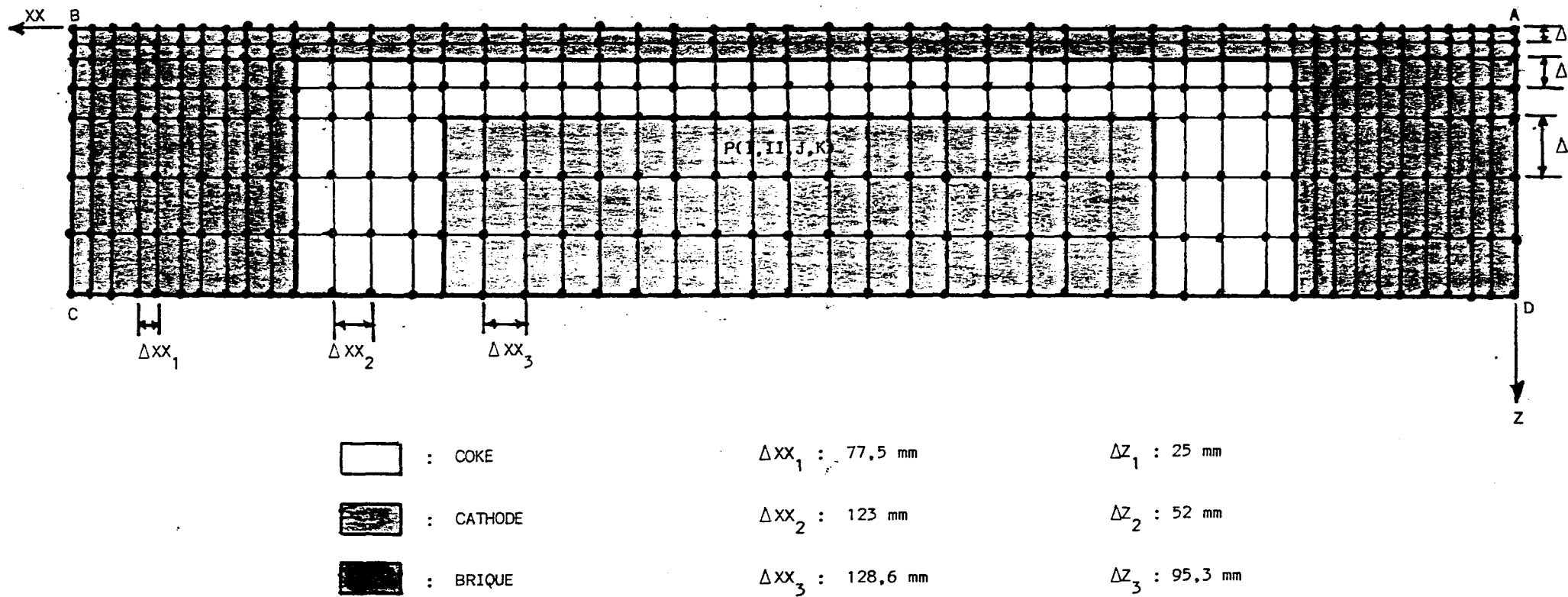


Figure 4.9: Illustration des points de calcul dans le plan de conduction.

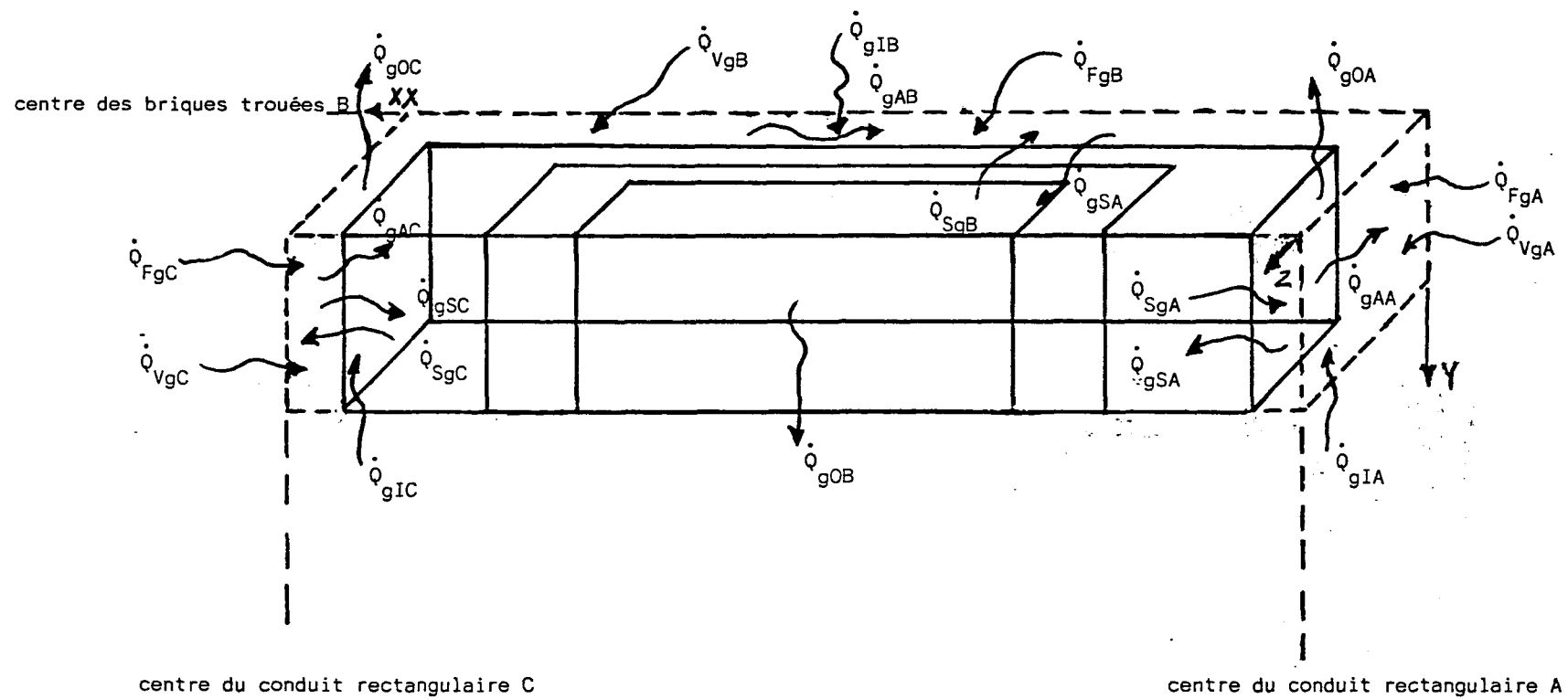


Figure 4.10: Volume de contrôle global des gaz.

A s'écrit:

$$(\Sigma \text{ chaleur entrant}|_A) - (\Sigma \text{ chaleur sortant}|_A) = (\text{chaleur accumulée}|_A)$$

$$(\dot{Q}_{gIA} + \dot{Q}_{SgA} + \dot{Q}_{FgA} + \dot{Q}_{VgA}) - (\dot{Q}_{gSA} + \dot{Q}_{gOA}) = \dot{Q}_{gAA} \quad (1)$$

De même pour les conduits B et C, on a:

$$(\dot{Q}_{gIB} + \dot{Q}_{SgB} + \dot{Q}_{FgB} + \dot{Q}_{VgB}) - (\dot{Q}_{gSB} + \dot{Q}_{gOB}) = \dot{Q}_{gAB} \quad (2)$$

$$(\dot{Q}_{gIC} + \dot{Q}_{SgC} + \dot{Q}_{FgC} + \dot{Q}_{VgC}) - (\dot{Q}_{gSC} + \dot{Q}_{gOC}) = \dot{Q}_{gAC} \quad (3)$$

Certains termes des équations précédentes peuvent être simplifiés:

$$- \dot{Q}_{gAA} = \dot{Q}_{gAB} = \dot{Q}_{gAC} = 0 \quad \text{car on n'a aucune accumulation, aucune variation par rapport au temps}$$

$$- \dot{Q}_{FgB} = 0 \quad \text{car la combustion se fait dans les conduits rectangulaires et non dans les briques trouées}$$

$$- \dot{Q}_{VgA} = \dot{Q}_{VgB} = \dot{Q}_{VgC} = 0 \quad \text{car on suppose, pour simplifier les calculs, que le dégagement de chaleur provenant des matières volatiles est négligeable.}$$

De plus, on a:

$$\dot{Q}_{gIA} - \dot{Q}_{gOA} = \dot{m}_g (H_{gA}|_{y+\Delta y} - H_{gA}|_y) \quad (4)$$

$$\dot{Q}_{gIB} - \dot{Q}_{gOB} = \dot{m}_g (-H_{gB}|_{y+\Delta y} + H_{gB}|_y) \quad (5)$$

$$\dot{Q}_{gIC} - \dot{Q}_{gOC} = \dot{m}_g (H_{gC}|_{y+\Delta y} - H_{gC}|_y) \quad (6)$$

$$\dot{Q}_{FgA} = \gamma_A \dot{m}_{FA} H_F \Delta y \quad (7)$$

où $\gamma_A = 1$ pour les chambres en feu 4 et 5
 $= 0$ pour les autres chambres

$$\dot{Q}_{FgC} = \gamma_C \dot{m}_{FC} H_F \Delta y \quad (8)$$

où $\gamma_C = 1$ pour les chambres en feu 4 et 5
 $= 0$ pour les autres chambres

$$\dot{Q}_{SgA} - \dot{Q}_{gSA} = 2 h_A \Delta y L_A [\bar{T}_{pA}|_y - \bar{T}_{gA}|_y] \quad (9)$$

$$\dot{Q}_{SgB} - \dot{Q}_{gSB} = 2 h_B \Delta y L_B [\bar{T}_{pB}|_y - \bar{T}_{gB}|_y] \quad (10)$$

$$\dot{Q}_{SgC} - \dot{Q}_{gSC} = 2 h_C \Delta y L_C [\bar{T}_{pC}|_y - \bar{T}_{gC}|_y] \quad (11)$$

Le nombre 2 apparaissant dans les équations (9), (10) et (11) provient du fait que l'on prend le débit total du gaz qui passe dans le conduit alors qu'en réalité, avec le volume de contrôle choisi, il se divise en deux parties. En remplaçant les équations précédentes respectivement dans les équations (1), (2) et (3), on obtient:

$$\dot{m}_g (H_{gA}|_{y+\Delta y} - H_{gA}|_y) + 2 h_A \Delta y L_A (\bar{T}_{pA}|_y - \bar{T}_{gA}|_y) + \gamma_A \dot{m}_{FA} H_F \Delta y = 0 \quad (12)$$

$$\dot{m}_g (-H_{gB}|_{y+\Delta y} + H_{gB}|_y) + 2 h_B \Delta y L_B (\bar{T}_{pB}|_y - \bar{T}_{gB}|_y) = 0 \quad (13)$$

$$\dot{m}_g (H_{gC}|_{y+\Delta y} - H_{gC}|_y) + 2 h_C \Delta y L_C (\bar{T}_{pC}|_y - \bar{T}_{gC}|_y) + \gamma_C \dot{m}_{FC} H_F \Delta y = 0 \quad (14)$$

Divisons les équations (12), (13) et (14) par Δy et faisons le tendre vers zéro:

$$\dot{m}_g \frac{d H_{gA}}{dy} + 2 h_A L_A (\bar{T}_{pA}|_y - \bar{T}_{gA}|_y) + \gamma_A \dot{m}_{FA} H_F = 0 \quad (15)$$

$$-\dot{m}_g \frac{d H_{gB}}{dy} + 2 h_B L_B (\bar{T}_{pB}|_y - \bar{T}_{gB}|_y) = 0 \quad (16)$$

$$\dot{m}_g \frac{dH_g}{dy} + 2 h_C L_C (\bar{T}_{pC}|_y - \bar{T}_{gC}|_y) + \gamma_C \dot{m}_{FC} H_F = 0 \quad (17)$$

A noter que, par suite de l'absence d'infiltration (supposition du modèle), le débit massique \dot{m}_g est considéré constant. De plus, on sait que :

$$\dot{m}_g \frac{dH_g}{dy} = \dot{m}_g C_p \frac{dT_g}{dy}$$

Pour les équations (15), (16) et (17), on a :

$$\dot{m}_g C_p \frac{dT_{gA}}{dy} + 2 h_A L_A [\bar{T}_{pA}|_y - \bar{T}_{gA}|_y] + \gamma_A \dot{m}_{FA} H_F = 0 \quad (18)$$

$$-\dot{m}_g C_p \frac{dT_{gB}}{dy} + 2 h_B L_B [\bar{T}_{pB}|_y - \bar{T}_{gB}|_y] = 0 \quad (19)$$

$$\dot{m}_g C_p \frac{dT_{gC}}{dy} + 2 h_C L_C [\bar{T}_{pC}|_y - \bar{T}_{gC}|_y] + \gamma_C \dot{m}_{FC} H_F = 0 \quad (20)$$

Pour être utiles et programmables, les trois équations précédentes doivent être discrétisées :

$$\dot{m}_g C_p \frac{(T_{gA}|_{y+\Delta y} - T_{gA}|_y)}{\Delta y} + 2 h_A L_A [\bar{T}_{pA}|_y - \frac{(T_{gA}|_{y+\Delta y} + T_{gA}|_y)}{2}] + \gamma_A \dot{m}_{FA} H_F = 0 \quad (21)$$

$$-\dot{m}_g C_p \frac{(T_{gB}|_{y+\Delta y} - T_{gB}|_y)}{\Delta y} + 2 h_B L_B [\bar{T}_{pB}|_y - \frac{(T_{gB}|_{y+\Delta y} + T_{gB}|_y)}{2}] = 0 \quad (22)$$

$$\dot{m}_g C_p \frac{(T_{gC}|_{y+\Delta y} - T_{gC}|_y)}{\Delta y} + 2 h_C L_C [\bar{T}_{pC}|_y - \frac{(T_{gC}|_{y+\Delta y} + T_{gC}|_y)}{2}] + \gamma_C \dot{m}_{FC} H_F = 0 \quad (23)$$

En isolant les températures de gaz inconnues, on obtient pour les équations (21) à (23) :

$$T_{gA}|_y = \frac{Aa}{Ba} T_{gA}|_{y+\Delta y} - \frac{Ca}{Ba} \bar{T}_{pA}|_y + \frac{\gamma_A}{Ba} \dot{m}_{FA} H_F \quad (24)$$

$$T_{gB}|_{y+\Delta y} = \frac{Bb}{Ab} T_{gB}|_y + \frac{Cb}{Ab} \bar{T}_{pB}|_y \quad (25)$$

$$T_{gC}|_y = \frac{Ac}{Bc} T_{gC}|_{y+\Delta y} - \frac{Cc}{Bc} \bar{T}_{pC}|_y + \frac{\gamma_C}{Bc} \dot{m}_{FC} H_F \quad (26)$$

où $Aa = \frac{\dot{m}_g}{\Delta y} Cp_{gA} - h_A L_A$

$$Ab = -\frac{\dot{m}_g}{\Delta y} Cp_{gB} - h_B L_B$$

$$Ac = \frac{\dot{m}_g}{\Delta y} Cp_C - h_C L_C$$

$$Ba = \frac{\dot{m}_g}{\Delta y} Cp_{gA} + h_A L_A$$

$$Bb = -\frac{\dot{m}_g}{\Delta y} Cp_B + h_B L_B$$

$$Bc = \frac{\dot{m}_g}{\Delta y} Cp_{gC} + h_C L_C$$

$$Ca = -2 h_A L_A$$

$$Cb = -2 h_B L_B$$

$$Cc = -2 h_C L_C$$

4.4.2 Les équations de bilan d'énergie des solides

La figure 4.9 montre qu'il existe différents éléments selon la position considérée dans le solide. Aussi, on doit développer pour chaque type d'éléments l'équation de conduction appropriée. Il y a au total neuf équations différentes:

- élément central
- élément de paroi du côté droit
- élément de paroi du côté gauche
- élément de paroi supérieur
- élément de paroi inférieur
- coin supérieur droit
- coin supérieur gauche
- coin inférieur droit
- coin inférieur gauche

Elément central

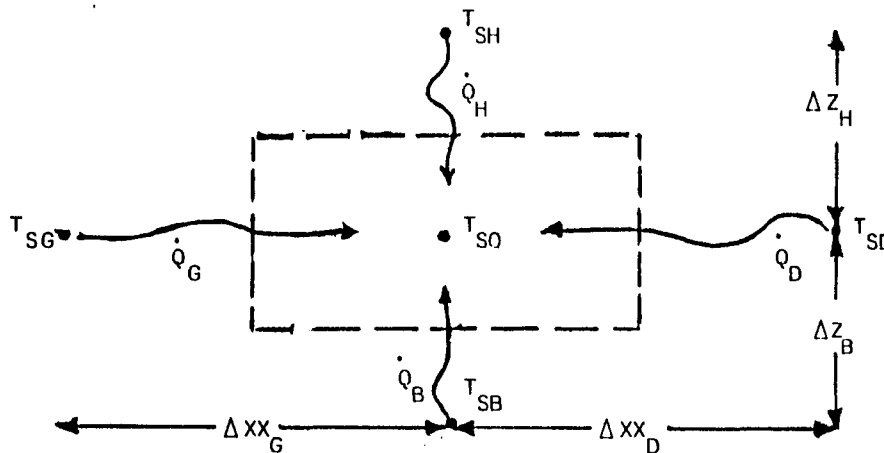


Figure 4.11: Élément de solide central.

Le bilan d'énergie pour cet élément de solide s'écrit:

$$\dot{Q}_D + \dot{Q}_B + \dot{Q}_G + \dot{Q}_H = \rho_o c_{p_o} V_o \frac{dT_{SO}}{dt} \quad (27)$$

On sait que la chaleur transmise par conduction dans un solide d'après la loi de Fourier est:

$$\dot{Q} = KA \frac{\Delta T}{\Delta L} \quad (28)$$

On aura selon la technique explicite:

$$\dot{Q}_D = K_D \frac{(\Delta Z_H + \Delta Z_B)}{2} \Delta y \frac{(T_{SD}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_D} \quad (29)$$

$$\dot{Q}_B = K_B \frac{(\Delta XX_G + \Delta XX_D)}{2} \Delta y \frac{(T_{SB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_B} \quad (30)$$

$$\dot{Q}_G = K_G \frac{(\Delta Z_H + \Delta Z_B)}{2} \Delta y \frac{(T_{SG}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_G} \quad (31)$$

$$\dot{Q}_H = K_H \frac{(\Delta XX_G + \Delta XX_D)}{2} \Delta y \frac{(T_{SH}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_H} \quad (32)$$

De plus:

$$\rho_o C p_o V_o \frac{dT_{SO}}{dt} = \rho_o C p_o \frac{(\Delta Z_H + \Delta Z_B)}{2} \frac{(\Delta XX_G + \Delta XX_D)}{2} \Delta y \frac{(T_{SO}^{t+\Delta t} - T_{SO}^t)}{\Delta t} \quad (32.5)$$

En remplaçant les équations (29) à (32.5) dans l'équation (27), on obtient:

$$\begin{aligned} & K_D \frac{(\Delta Z_H + \Delta Z_B)}{2} \Delta y \frac{(T_{SD}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_D} + K_B \frac{(\Delta XX_G + \Delta XX_D)}{2} \Delta y \frac{(T_{SB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_B} + \\ & K_G \frac{(\Delta Z_H + \Delta Z_B)}{2} \Delta y \frac{(T_{SG}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_G} + K_H \frac{(\Delta XX_G + \Delta XX_D)}{2} \Delta y \frac{(T_{SH}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_H} = \\ & \rho_o C p_o \frac{(\Delta Z_H + \Delta Z_B)}{2} \frac{(\Delta XX_G + \Delta XX_D)}{2} \Delta y \frac{(T_{SO}^{t+\Delta t} - T_{SO}^t)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (33)$$

En isolant la température au temps $t+\Delta t$, on obtient:

$$T_{SO}^{t+\Delta t} = T_{SO}^t + 2 \frac{\Delta t}{\rho_o C p_o} \left[\frac{K_D (T_{SD}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_D (\Delta XX_G + \Delta XX_D)} + \frac{K_B (T_{SB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_B (\Delta Z_H + \Delta Z_B)} + \frac{K_G (T_{SG}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_G (\Delta XX_G + \Delta XX_D)} + \frac{K_H (T_{SH}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_H (\Delta Z_H + \Delta Z_B)} \right] \quad (34)$$

Elément de paroi du côté droit

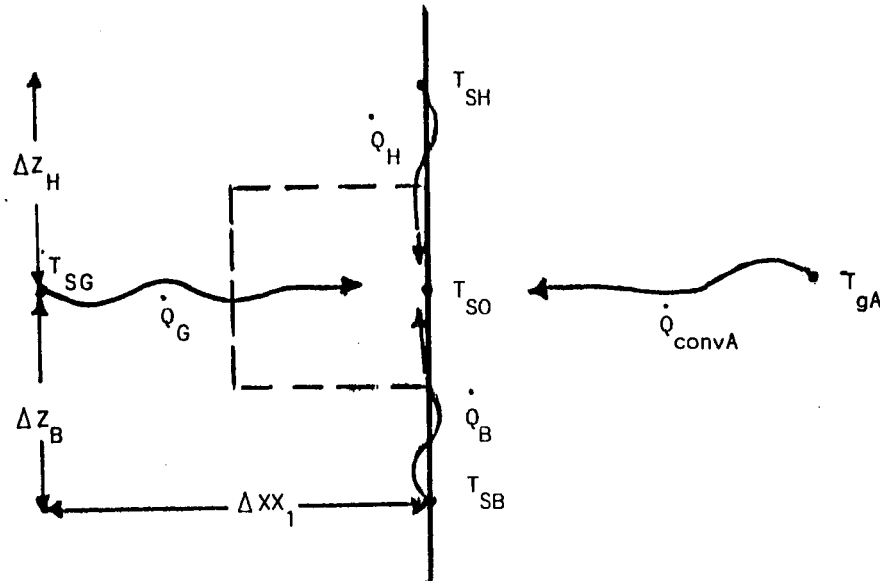


Figure 4.12: Elément de paroi du côté droit.

Cet élément est situé dans la brique (réf. figure 4.12). Le bilan d'énergie s'écrit:

$$\dot{Q}_B + \dot{Q}_G + \dot{Q}_H + \dot{Q}_{convA} = \rho_b C p_b V_o \frac{dT_{SO}}{dt} \quad (35)$$

Chaque terme peut être exprimé différemment:

$$\dot{Q}_B = K_b \frac{\Delta XX_1}{2} \Delta y \frac{(T_{SB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_B} \quad (36)$$

$$\dot{Q}_G = K_b \frac{(\Delta Z_H + \Delta Z_B)}{2} \Delta y \frac{(T_{SG}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1} \quad (37)$$

$$\dot{Q}_H = K_b \frac{\Delta XX_1}{2} \Delta y \frac{(T_{SH}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_H} \quad (38)$$

$$\dot{Q}_{convA} = h_A \frac{(\Delta Z_H + \Delta Z_B)}{2} \Delta y (T_{gA}^t - T_{SO}^t) \quad (39)$$

$$\rho_b C_{p_b} V_o \frac{dT_{SO}}{dt} = \rho_b C_{p_b} \frac{\Delta XX_1}{2} \frac{(\Delta Z_B + \Delta Z_H)}{2} \Delta y \frac{(T_{SO}^{t+\Delta t} - T_{SO}^t)}{\Delta t} \quad (40)$$

En remplaçant les équations (36) à (40) dans l'équation (35) et en isolant la température inconnue, on a pour la forme explicite:

$$T_{SO}^{t+\Delta t} = T_{SO}^t + 2 \frac{\Delta t}{\rho_b C_{p_b}} \left[\frac{K_b (T_{SB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_B (\Delta Z_H + \Delta Z_B)} + \frac{K_b (T_{SG}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1^2} + \frac{K_b (T_{SH}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_H (\Delta Z_B + \Delta Z_H)} + h_A \frac{(T_{gA}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1} \right] \quad (41)$$

Elément de paroi du côté gauche

L'élément de paroi du côté gauche est lui aussi dans la brique (réf. figure 4.13).

L'équation de bilan est développée comme précédemment et on obtient pour la forme explicite:

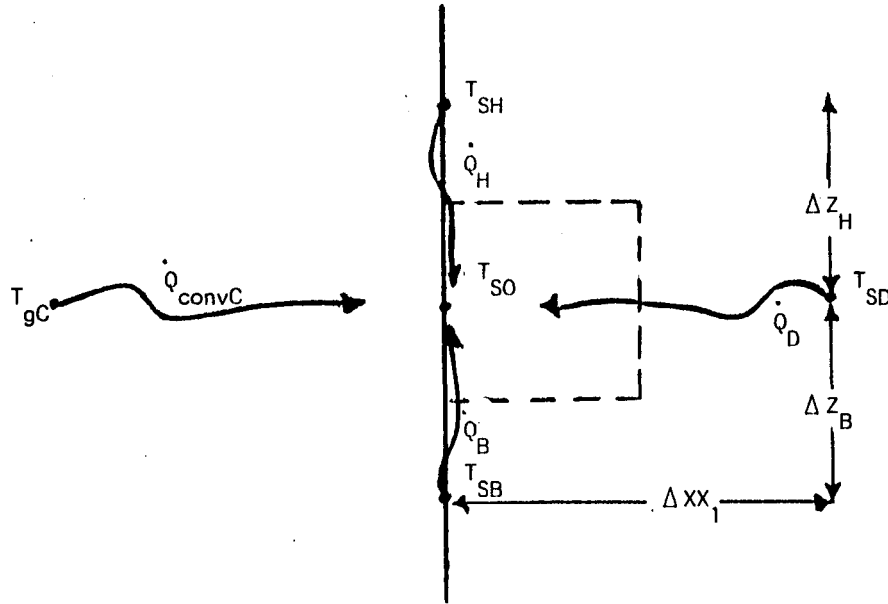


Figure 4.13: Elément de paroi du côté gauche.

$$\begin{aligned}
 T_{SO}^{t+\Delta t} = T_{SO}^t + 2 \frac{\Delta t}{\rho_b c p_b} & \left[K_b \frac{(T_{SH}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_H (\Delta Z_H + \Delta Z_B)} + K_b \frac{(T_{SD}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1^2} \right. \\
 & \left. + K_b \frac{(T_{SB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_B (\Delta Z_H + \Delta Z_B)} + h_C \frac{(T_{gC}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1} \right] \quad (42)
 \end{aligned}$$

Elément de paroi supérieur

L'équation explicite a la forme (réf. figure 4.14):

$$\begin{aligned}
 T_{SO}^{t+\Delta t} = T_{SO}^t + 2 \frac{\Delta t}{\rho_b c p_b} & \left[K_b \frac{(T_{SD}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_D (\Delta XX_D + \Delta XX_G)} + K_b \frac{(T_{SB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_1^2} \right. \\
 & \left. + K_b \frac{(T_{SG}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_G (\Delta XX_D + \Delta XX_G)} + h_B \frac{(T_{gB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_1} \right] \quad (43)
 \end{aligned}$$

Elément de paroi inférieur

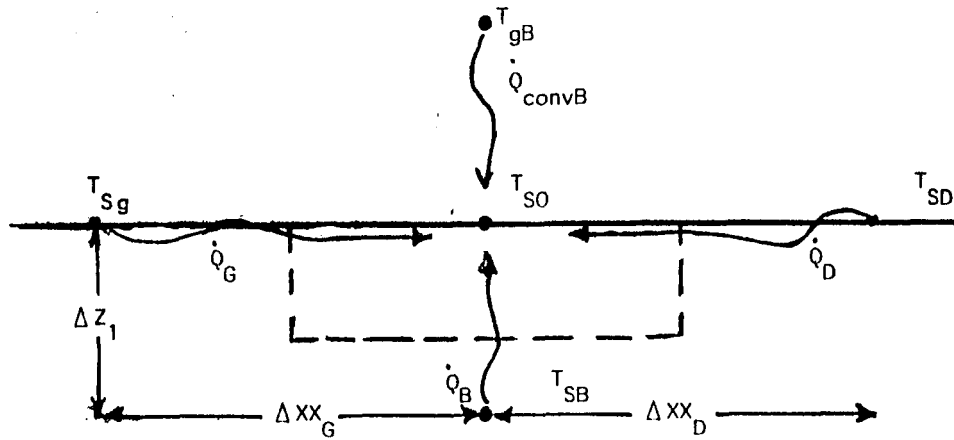


Figure 4.14: Élément de paroi supérieur.

L'élément de paroi inférieur est situé sur une frontière adiabatique. Par supposition, la chaleur transmise par la partie inférieure est nulle (réf. figure 4.15).

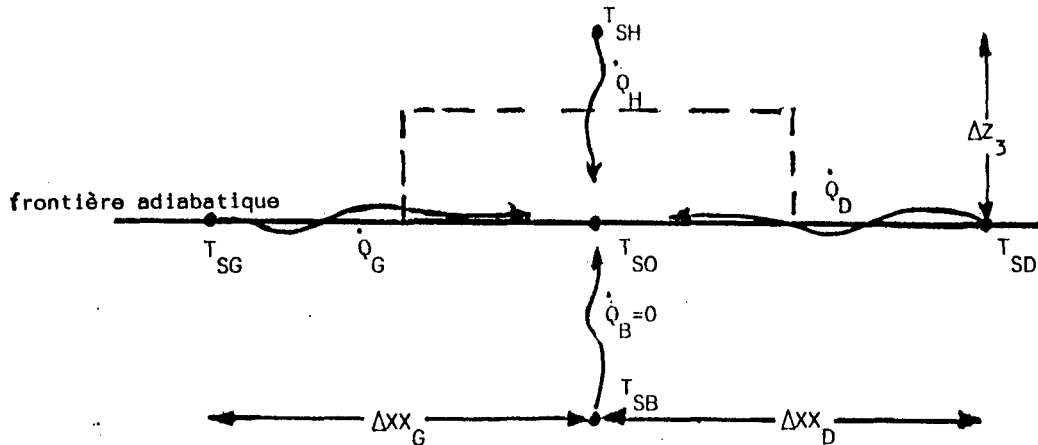


Figure 4.15: Élément de paroi inférieur.

L'équation finale s'écrit:

$$T_{SO}^{t+\Delta t} = T_{SO}^t + 2 \frac{\Delta t}{\rho_o C p_o} \left[\frac{K_D (T_{SD}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_D (\Delta XX_D + \Delta XX_G)} + \frac{K_G (T_{SG}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_G (\Delta XX_D + \Delta XX_G)} + K_H \frac{(T_{SH}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_3^2} \right] \quad (44)$$

Autres éléments

Quatre autres éléments doivent être considérés (réf. figures 4.16, 4.17, 4.18 et 4.19).

Les équations de forme explicite pour ces quatre derniers éléments de coin sont respectivement:

$$T_{SO}^{t+\Delta t} = T_{SO}^t + 2 \frac{\Delta t}{\rho_b C p_b} \left[K_b \frac{(T_{SG}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1^2} + K_b \frac{(T_{SB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_1^2} + h_A \frac{(T_{gA}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1} + h_B \frac{(T_{gB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_1} \right] \quad (45)$$

$$T_{SO}^{t+\Delta t} = T_{SO}^t + 2 \frac{\Delta t}{\rho_b C p_b} \left[K_b \frac{(T_{SD}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1^2} + K_b \frac{(T_{SB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_1^2} + h_B \frac{(T_{gB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_1} + h_C \frac{(T_{gC}^t - T_{SO}^t)}{\Delta X_1} \right] \quad (46)$$

$$T_{SO}^{t+\Delta t} = T_{SO}^t + 2 \frac{\Delta t}{\rho_b C p_b} \left[K_b \frac{(T_{SH}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_3^2} + K_b \frac{(T_{SG}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1^2} + h_A \frac{(T_{gA}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1} \right] \quad (47)$$

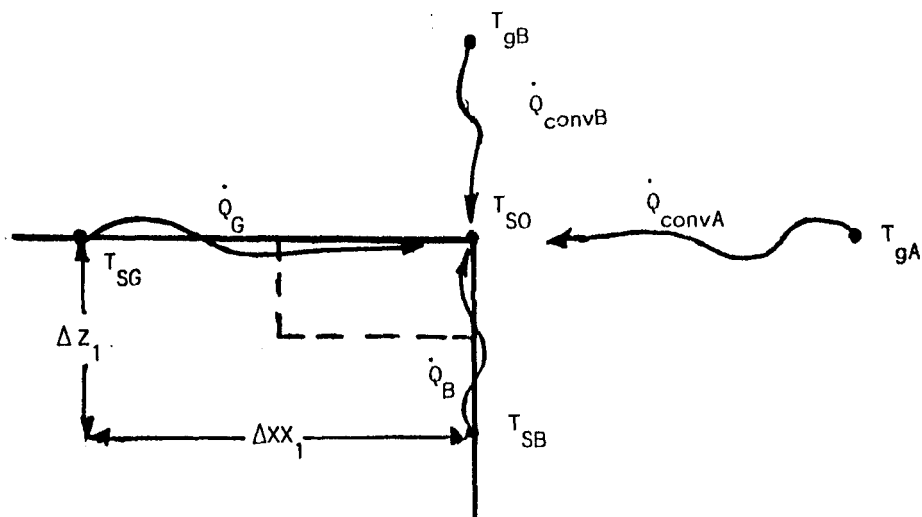


Figure 4.16: Élément du coin supérieur droit.

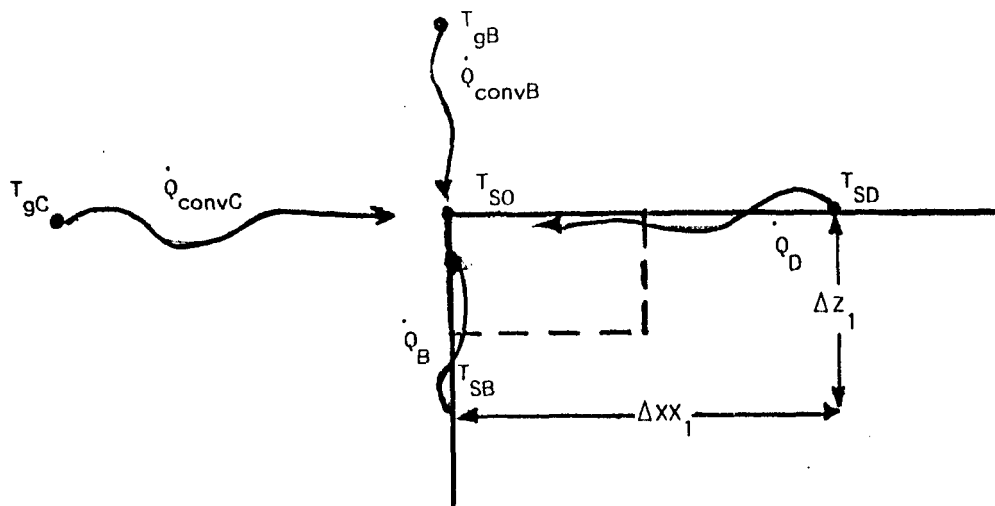


Figure 4.17: Élément du coin supérieur gauche.

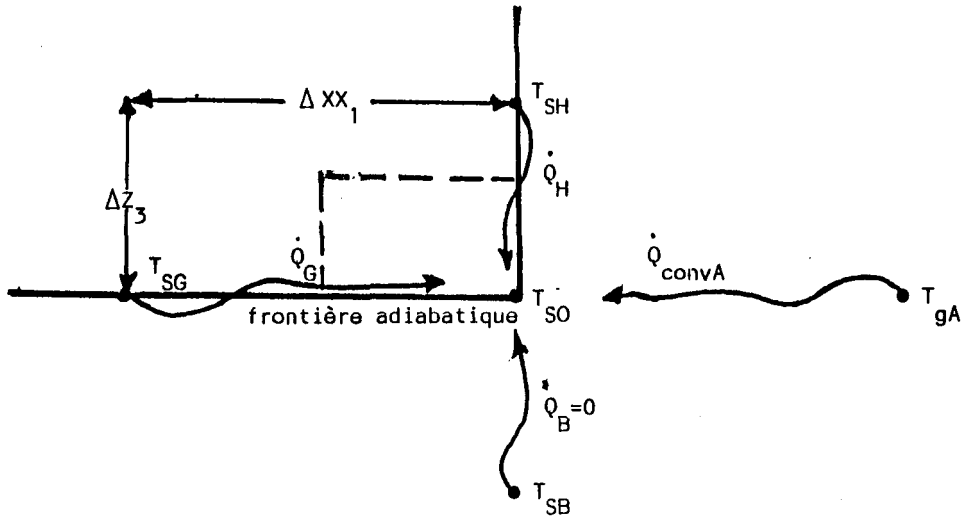


Figure 4.18: Élément du coin inférieur droit.

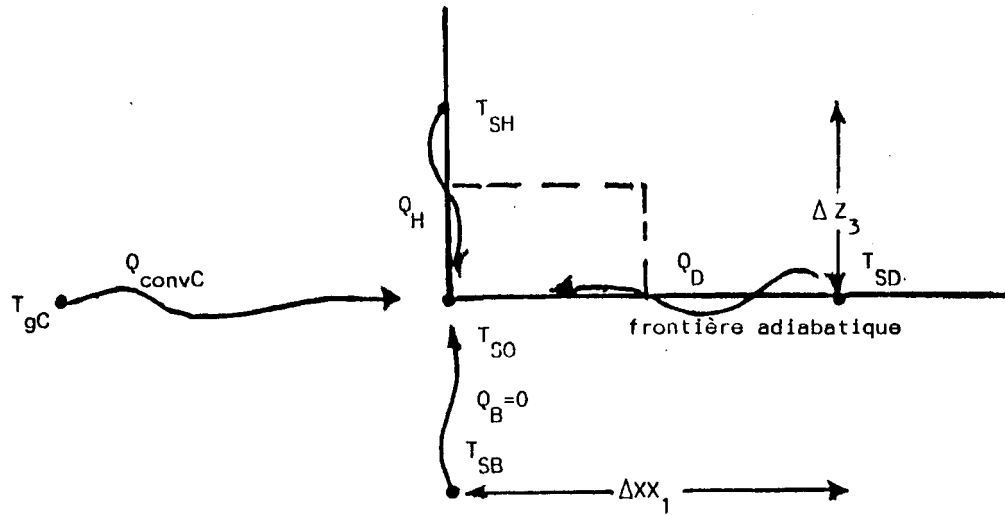


Figure 4.19: Élément du coin inférieur gauche.

$$T_{SO}^{t+\Delta t} = T_{SO}^t + 2 \frac{\Delta t}{\rho_b c p_b} \left[K_b \frac{(T_{SH}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_3^2} + K_b \frac{(T_{SD}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1^2} + h_C \frac{(T_{gC}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1} \right] \quad (48)$$

4.4.3 Le coefficient de transfert de chaleur total

Dans les équations de bilan d'énergie pour les gaz et pour les solides (réf. sections 4.4.1 et 4.4.2), on remarque les termes h_A , h_B et h_C . Ils représentent les coefficients de transfert total en convection et en rayonnement pour les gaz des conduits A, B ou C respectivement. Ainsi:

$$h_A = h_{convA} + h_{radA}$$

$$h_B = h_{convB} + h_{radB}$$

$$h_C = h_{convC} + h_{radC}$$

Le coefficient de transfert de chaleur par convection vient de la définition du nombre de Nusselt, $Nu^{[7]}$:

$$Nu = \frac{h_{conv} De}{K_g} \quad (49)$$

où De est le diamètre équivalent du conduit

K_g est la conductivité du gaz

L'équation semi-empirique de Dittus-Boelter présente également le nombre de Nusselt^[7]:

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^n \quad (50)$$

où Re est le nombre adimensionnel de Reynolds

Pr est le nombre adimensionnel de Prandlt

n est 0,4 pour le chauffage et 0,3 pour le refroidissement du gaz.

Le nombre de Reynolds peut être exprimé sous la forme^[7]:

$$Re = \frac{De v_g \rho_g}{\mu_g} \quad (51)$$

où v_g est la vitesse du gaz

ρ_g est la densité du gaz

μ_g est la viscosité du gaz

De est le diamètre équivalent

Le nombre de Prandlt s'exprime par^[7]:

$$Pr = \frac{\mu_g Cp_g}{K_g} \quad (52)$$

où Cp_g est la chaleur massique du gaz

Ainsi une combinaison des quatre équations précédentes donne:

$$\frac{h_{conv} De}{K_g} = 0,023 \left(\frac{De v_g \rho_g}{\mu_g} \right)^{0,8} \left(\frac{\mu_g Cp_g}{K_g} \right)^n \quad (53)$$

On peut isoler la valeur recherchée h_{conv} ^[7]:

$$h_{conv} = \frac{0,023 K_g}{De} \left(\frac{De v_g \rho_g}{\mu_g} \right)^{0,8} \left(\frac{\mu_g Cp_g}{K_g} \right)^n \quad (54)$$

Cette équation n'est cependant valable que pour $L/De > 60$, si L est la longueur parcourue par le gaz. Dans les premières chambres, le trajet du gaz est court et les valeurs de L/De ne seront pas supérieures à 60 (cf. Annexe III). On doit donc ajouter des facteurs de correction^[7].

Ainsi:

pour $20 < L/De < 60$
$$h'_{\text{conv}} = h_{\text{conv}} \left(1 + 6 \frac{De}{L} \right) \quad (55)$$

pour $L/De < 20$
$$h'_{\text{conv}} = h_{\text{conv}} \left[1 + \left(\frac{De}{L} \right)^{0,7} \right] \quad (56)$$

Les trois équations précédentes sont valides pour h_{convA} , h_{convB} et h_{convC} .

En ce qui a trait au coefficient de transfert de chaleur en radiation, il est donné par : *

$$h_{\text{rad}} = \epsilon \sigma (T_g^3 + T_g T_p^2 + T_g^2 T_p + T_p^3) \quad (57)$$

où ϵ est le facteur d'émission

$$\epsilon = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_o} + \frac{1}{\epsilon_g} - 1} \quad (58)$$

où ϵ_o est le facteur d'émission de la paroi environnante $\approx 0,9$

ϵ_g est le facteur d'émission du gaz supposé gris

$\approx 0,01$ en refroidissement

$\approx 0,3$ en chauffage

$\approx 0,2$ en préchauffage

Les équations (57) et (58) sont valables pour h_{radA} , h_{radB} et h_{radC} .

4.4.4 L'équation de quantité de mouvement

Il faut ici développer une équation qui représente le débit massique du gaz. Des mesures expérimentales fournissent la variation de pression moyenne dans le four et on a supposé qu'il n'y avait aucune infiltration.

Soit la tranche Δy suivante pour le conduit rectangulaire A (réf.

* L'ensemble des équations (57) et (58) est valide pour le cas d'un gaz gris à température uniforme T_g complètement entouré par une surface absorbante à température uniforme T_p .

figure 4.20):

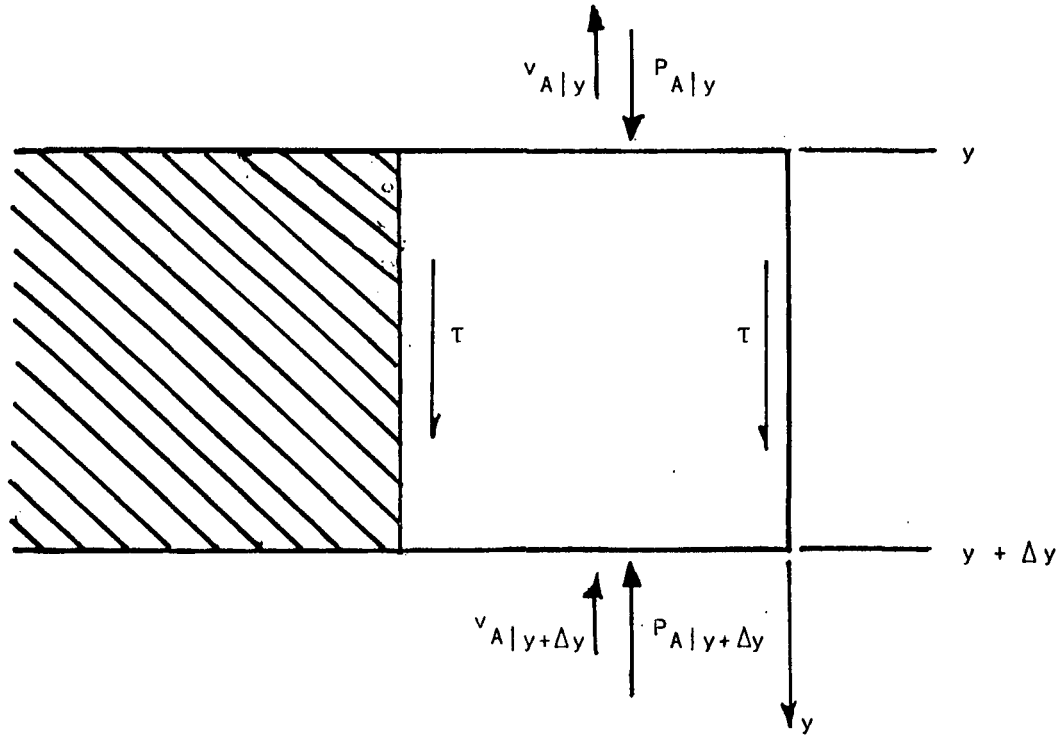


Figure 4.20: Volume de contrôle pour le gaz du conduit A.

On peut écrire un bilan de forces pour ce conduit:

$$\Sigma F|_y = -A_{\text{cond}A} P_A|_{y+\Delta y} + A_{\text{cond}A} P_A|_y + \tau \text{PER}_A \Delta y \quad (59)$$

De plus, une autre équation connexe peut être écrite:

$$\Sigma F|_y = \rho_{gA} A_{\text{cond}A} v_A^2|_y - \rho_{gA} A_{\text{cond}A} v_A^2|_{y+\Delta y} \quad (60)$$

En combinant ces deux équations, on obtient:

$$\begin{aligned} & -A_{\text{cond}A} P_A|_{y+\Delta y} + A_{\text{cond}A} P_A|_y + \tau \text{PER}_A \Delta y - \rho_{gA} A_{\text{cond}A} v_A^2|_y \\ & + \rho_{gA} A_{\text{cond}A} v_A^2|_{y+\Delta y} = 0 \end{aligned} \quad (61)$$

On sait que $\tau = \frac{\gamma h_L r}{2l}$ [8] (62)

où γ est le poids volumique en N/m^3
 l est la longueur du conduit
 r est le rayon du conduit
 h_L sont les pertes de charge

De plus, on peut exprimer:

$$h_L = \frac{f_D l v_A^2}{2dg} \quad [8] \quad (63)$$

où f_D est le facteur de Darcy
 g est l'accélération de gravité
 d est le diamètre du conduit

En remplaçant (63) dans l'équation (62) et en substituant γ/g par ρ_g , on obtient:

$$\tau = \frac{f_D \rho_g v_A^2}{8} \quad (64)$$

Et l'équation (61) devient, après avoir remplacé τ par son expression et divisé par Δy :

$$\begin{aligned} A_{\text{cond}} A \frac{(-P_A|_{y+\Delta y} + P_A|_y)}{\Delta y} + \frac{f_D \rho_g v_A^2}{8} P_{\text{PER}} A \\ + A_{\text{cond}} A \frac{(-\rho_g v_A^2|_y + \rho_g v_A^2|_{y+\Delta y})}{\Delta y} = 0 \end{aligned} \quad (65)$$

Faisant tendre Δy vers zéro, on a:

$$-A_{\text{cond}} A \frac{\partial P_A}{\partial y} + \frac{f_D \rho_g v_A^2}{8} P_{\text{PER}} A + A_{\text{cond}} A \frac{\partial (\rho_g v_A^2)}{\partial y} = 0 \quad (66)$$

En supposant que l'infiltration est négligeable puisque les chambres sont protégées par des couvercles et en considérant une vitesse longitudinale moyenne à travers la fournaise, on a :

$$\frac{\partial (\rho_g v_A^2)}{\partial y} \approx 0 \quad (67)$$

L'équation (66) peut être discrétisée et en isolant le terme de vitesse on obtient :

$$v_A = \left(\frac{8 A_{\text{condA}} (P_A|_{y+\Delta y} - P_A|_y)}{f_D \rho_{gA} \text{PER}_A \Delta y} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (68)$$

L'équation de vitesse ainsi développée peut être appliquée aux conduits B et C :

$$v_B = \left(\frac{8 A_{\text{condB}} (P_B|_{y+\Delta y} - P_B|_y)}{f_D \rho_{gB} \text{PER}_B \Delta y} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (69)$$

$$v_C = \left(\frac{8 A_{\text{condC}} (P_C|_{y+\Delta y} - P_C|_y)}{f_D \rho_{gC} \text{PER}_C \Delta y} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (70)$$

Pour évaluer la vitesse moyenne dans le four, on doit connaître deux valeurs de pression. A l'entrée du four (entre les chambres 1 et 2) la pression est zéro et à la sortie (entre les chambres 9 et 10) elle représente 4,7 mm d'eau ou 46,06 N/m². L'expression de vitesse devient :

$$\bar{v}_g = \left(\frac{8 \bar{A}_{\text{cond}} (P_S - P_E)}{\bar{\rho}_g f_D \bar{\text{PER}} \text{Leq}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (71)$$

où

$$\begin{aligned} P_S &= 46,06 \text{ N/m}^2 \\ P_E &= 0 \text{ N/m}^2 \\ \bar{\rho}_g &= 0,397 \text{ kg/m}^3 \text{ à } 900 \text{ K} \\ f_D &= 0,0348 \\ \bar{A}_{\text{cond}} &= 0,369 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\bar{P}_{ER} = 5,890 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{Leq est la distance parcourue par le gaz de l'entrée à la sortie} \\ = 441,051 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{On a donc } \bar{v}_g = 1,9 \text{ m/s}$$

et le débit constant de gaz le long du four est:

$$\begin{aligned} \dot{m}_g &= \bar{\rho}_g \bar{v}_g \bar{A}_{\text{cond}} \\ &= 0,397 \text{ kg/m}^3 \times 1,9 \text{ m/s} \times 0,369 \text{ m}^2 = 0,28 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

Les détails de ces calculs ont été expliqués à l'annexe III.

4.5 LA MÉTHODE DE RÉOLUTION

4.5.1 La méthode "Hopscotch" paire-impair

A.R. Gourlay^[9] a introduit une méthode de résolution par différences finies du type "Hopscotch". Il s'agit d'une variante de la méthode ADI ("Alternating Direction Implicity"). Cette nouvelle méthode propose de décomposer le problème en deux parties simples peu importe le nombre de dimensions. Il existe plusieurs variantes de la méthode "Hopscotch", mais dans le cas présent on étudiera la méthode "Hopscotch" paire-impair. Lors de travaux antérieurs^[10], les avantages de cette méthode ont été prouvés par comparaisons avec d'autres méthodes par différences finies.

A la section 4.4.2, on a trouvé la forme explicite de l'équation de conduction pour un élément central en deux dimensions. L'équation a la forme:

$$\begin{aligned}
T_{SO}^{t+\Delta t} = T_{SO}^t + \frac{2 \Delta t}{\rho_o C p_o} & \left(\frac{K_D (T_{SD}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_D (\Delta XX_G + \Delta XX_D)} + \frac{K_B (T_{SB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_B (\Delta Z_H + \Delta Z_B)} \right. \\
& \left. + \frac{K_G (T_{SG}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_G (\Delta XX_G + \Delta XX_D)} + \frac{K_H (T_{SH}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_H (\Delta Z_H + \Delta Z_B)} \right) \quad (34)
\end{aligned}$$

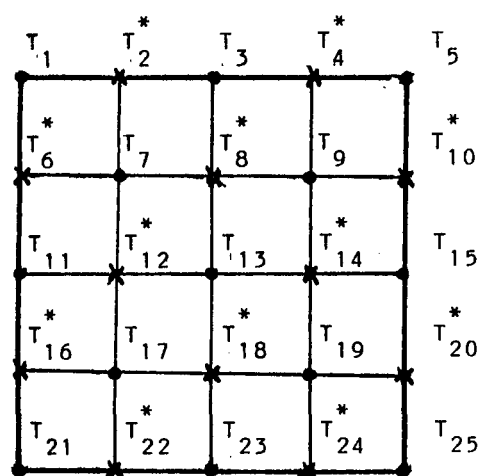
La forme implicite peut également être trouvée de façon similaire. On obtient:

$$\begin{aligned}
T_{SO}^{t+\Delta t} = T_{SO}^t + \frac{2 \Delta t}{\rho_o C p_o} & \left(\frac{K_D (T_{SD}^{t+\Delta t} - T_{SO}^{t+\Delta t})}{\Delta XX_D (\Delta XX_G + \Delta XX_D)} + \frac{K_B (T_{SB}^{t+\Delta t} - T_{SO}^{t+\Delta t})}{\Delta Z_B (\Delta Z_H + \Delta Z_B)} \right. \\
& \left. + \frac{K_G (T_{SG}^{t+\Delta t} - T_{SO}^{t+\Delta t})}{\Delta XX_G (\Delta XX_G + \Delta XX_D)} + \frac{K_H (T_{SH}^{t+\Delta t} - T_{SO}^{t+\Delta t})}{\Delta Z_H (\Delta Z_H + \Delta Z_B)} \right) \quad (72)
\end{aligned}$$

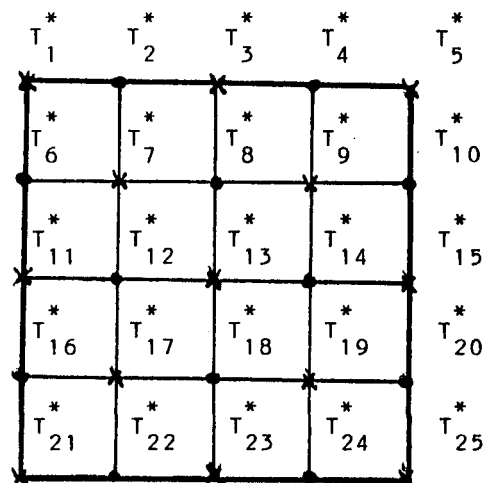
On remarque que la forme explicite utilise les températures environnantes de solide au temps présent pour calculer la température du noeud central au temps prochain. La résolution de l'équation de conduction est facile mais pose des problèmes de stabilité. De son côté, la forme implicite utilise les températures de solide environnantes et centrale au temps prochain. On doit alors résoudre simultanément un système d'équations complexes, mais on n'a pas de problème d'instabilité.

La méthode "Hopscotch" paire-impair utilise alternativement la forme explicite et la forme implicite. On diminue alors les problèmes d'instabilité et on évite la résolution simultanée d'un système d'équations complexes. La figure 4.21 présente un exemple simple. Ici, les valeurs étoilées représentent les températures au temps $t+\Delta t$ et les valeurs sans étoile celles au temps t . Les points calculés sont indiqués par une croix tandis que ceux qui ne le sont pas sont marqués d'un cercle.

Dans une première étape, il faut calculer les valeurs à $t+\Delta t$ marquées d'une croix (réf. figure 4.21a). On remarque que ces valeurs sont entourées de températures connues au temps t . Il s'agit alors d'une forme explicite (par exemple, $T_8^* = \text{fct}(T_3, T_7, T_9, T_{13})$). Dans une



a) Première étape



b) Deuxième étape

Figure 4.21: Élément simple expliquant la méthode "Hopscotch".

seconde étape, on calcule les valeurs inconnues à $t+\Delta t$ marquées d'une croix (réf. figure 4.21b). Chaque valeur calculée est entourée de valeurs calculées précédemment à $t+\Delta t$. On a alors une forme implicite (par exemple, $T_9^* = \text{fct}(T_4^*, T_8^*, T_{10}^*, T_{14}^*)$). On peut affirmer que la méthode "Hopscotch" paire-impair, en utilisant alternativement la forme explicite puis implicite, devient une méthode explicite dans l'ensemble.

On utilisera la méthode "Hopscotch" paire-impair pour résoudre l'équation de conduction en deux dimensions dans le solide multicouche présenté à la figure 4.9.

4.5.2 La description globale du modèle

Le principe utilisé, pour représenter adéquatement le comportement du four Riedhammer, est basé sur le fait que les cathodes sont stationnaires à l'intérieur des fosses, et que les gaz voyagent au travers des chambres, du conduit d'aspiration jusqu'au conduit d'évacuation. Il faut donc, après un temps défini correspondant à une période de permutation, déplacer d'une chambre vers la gauche les deux rampes de brûleurs,

les conduits d'évacuation et d'aspiration. De cette manière, chaque chambre passe les étapes du chargement, du préchauffage, du chauffage, du refroidissement et du déchargement. Lors de ces étapes, les cathodes restent immobiles à l'intérieur des fosses, mais les conditions environnantes changent.

Le modèle nous permet de connaître les températures de gaz et de solide dans tout le four. Pour un temps donné t , on calcule le profil de température de gaz d'après la température de paroi connue au même temps. On résout les équations (24), (25) ou (26) dépendant du conduit de gaz utilisé. Par la suite, la température moyenne* de gaz permet de calculer la nouvelle température de paroi et les températures à l'intérieur du solide au temps $t + \Delta t$. On résout les équations de conduction en deux dimensions dans un solide multicouche par la méthode "Hopscotch". La position dans le solide détermine l'équation appropriée. On a le choix entre les équations (34), (41), (42), (43), (44), (45), (46), (47) ou (48).

Il faut préciser que l'algorithme développé permet le calcul des températures de solides selon XX et Z pour les différentes tranches choisies selon Y . La méthode "Hopscotch" est appliquée à ces tranches avec les conditions limites appropriées des conduits A, B et C lesquelles varient selon Y . Le résultat de cet exercice est donc l'obtention d'un profil tridimensionnel de température dans le solide multicouche (XX , Y , Z). Il faut se référer à la figure 4.8a pour visualiser les différentes tranches et positions de calcul.

L'algorithme présenté à la figure 4.22 décrit globalement le modèle et explique les différentes étapes à franchir pour obtenir les résultats. On débute le programme par la lecture des paramètres propres au four, on calcule les températures de solide initiales avec la sous-routine CONDINI. Par la suite, on initialise les compteurs et on entre dans la boucle de périodes de permutation, où un cycle complet est effectué. Ce cycle complet est divisé en plusieurs intervalles de temps. Chacun d'eux constitue une boucle où l'on calcule le profil de température de

* Il s'agit de la température moyenne évaluée à partir des températures de gaz prises à deux positions adjacentes selon la verticale (axe J).

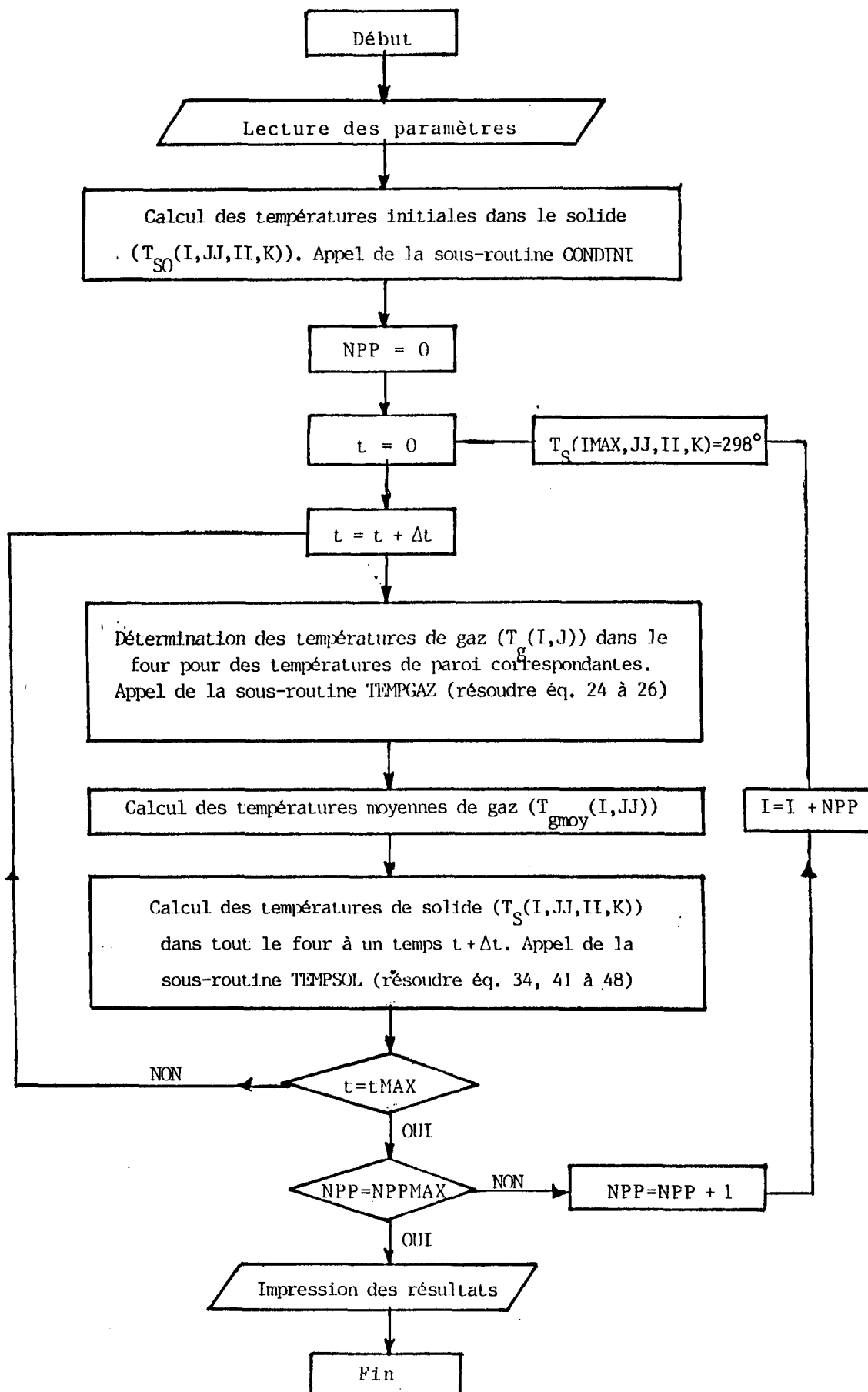


Figure 4.22: Ordinogramme du modèle global.

gaz avec la sous-routine TEMPGAZ, les températures de gaz moyennes et les températures de solide à l'aide de la sous-routine TEMPSOL. Une fois le temps égal au temps d'une permutation, on a parcouru un cycle complet et on vérifie si le nombre de permutation est maximum. Dans l'affirmative, on imprime les résultats et le programme prend fin. Sinon, une chambre contenant des solides à la température ambiante est ajoutée à la gauche du four. La section du four étudié, c'est-à-dire chaque valeur de l'axe longitudinal, est décalée d'une chambre. On reprend la boucle du temps jusqu'à l'obtention du nombre maximum de permutations.

Le nombre maximum de permutations est déterminé par essai et erreur lors de l'exécution du programme. Le cycle complet doit être recommencé jusqu'à ce que les profils de température de gaz et de solide le long du four se répètent même si le déplacement d'une chambre vers la gauche a été exécuté. En d'autres mots, le régime établi est atteint lorsque les profils de températures de gaz et de solide pour un âge de feu donné sont les mêmes que ceux obtenus pour le même âge de feu, mais pour la période de permutation précédente.

4.5.3 Le calcul des températures initiales de solide

Pour débiter le programme, les valeurs initiales de certaines variables doivent être connues. Les températures de gaz sous les couvercles des chambres ont été mesurées expérimentalement (réf. section 4.2). Pour les autres températures de gaz, on peut supposer des variations linéaires de température de gaz d'une chambre à une autre. Les valeurs du tableau 4.2 ont été tracées graphiquement à la figure 4.23. Les températures de gaz avec étoile ont été mesurées expérimentalement.

La méthode utilisée pour trouver le profil de température initial dans le solide est particulière et applicable seulement aux conditions initiales. Il s'agit de subdiviser la hauteur d'une chambre en différents intervalles dont le nombre correspond au temps d'un cycle complet de cuisson divisé par l'intervalle de temps utilisé. Ainsi, on fait avancer dans le temps les tranches de solides de la chambre de chargement jusqu'à

Température initiale des gaz des conduits A, B et C (K)	Position longitudinale (I)	Position suivant la hauteur (J)
300*		1
350		2
400	1	3
450		4
500		5
500*		1
550		2
600	2	3
650		4
700		5
700*		1
750		2
800	3	3
850		4
900		5
1520*		1
1520		2
1520	4	3
1520		4
1520		5
1220*		1
1220		2
1220	5	3
1220		4
1220		5
950*		1
918		2
886	6	3
853		4
820		5
820*		1
765		2
710	7	3
655		4
600		5

* Valeurs mesurées expérimentalement.

Tableau 4.2: Les températures initiales du gaz.

Température initiale des gaz des conduits A, B et C (K)	Position longitudinale (I)	Position suivant la hauteur (J)
600*		1
568		2
535	8	3
503		4
470		5
470*		1
447		2
424	9	3
401		4
378		5

* Valeurs mesurées expérimentalement.

Tableau 4.2 (suite)

la chambre de déchargement. A partir des températures initiales de gaz, on peut trouver les températures de paroi et les températures à l'intérieur du solide. Globalement, on soumet chaque chambre à la température respective de gaz durant un cycle complet.

L'algorithme présenté à la figure 4.24 explique la façon de procéder. D'abord la lecture des paramètres de base est faite. On initialise la première tranche de solide au bas de la première chambre en préchauffage. En d'autres mots, on donne la valeur de 298 K à tous les points dans le plan II-K situés à la position I=9 et JJ=4 (réf. figure 4.8a et 4.8b). Une valeur de départ est donnée aux différents compteurs. On débute les boucles de variation de position suivant la longueur et suivant la hauteur. La boucle de temps est ensuite amorcée. On divise la hauteur de la chambre en différents intervalles qui sont en réalité des intervalles de temps. Pour chaque Δt , on calcule le flux de chaleur transmise par le gaz à la paroi. Le calcul des températures à l'intérieur du solide est également fait. On résout les équations de conduction en deux dimensions dans un solide multicouche par la méthode "Hopscotch".

TEMPERATURE INITIALE GAZ VS POSITION LONG.

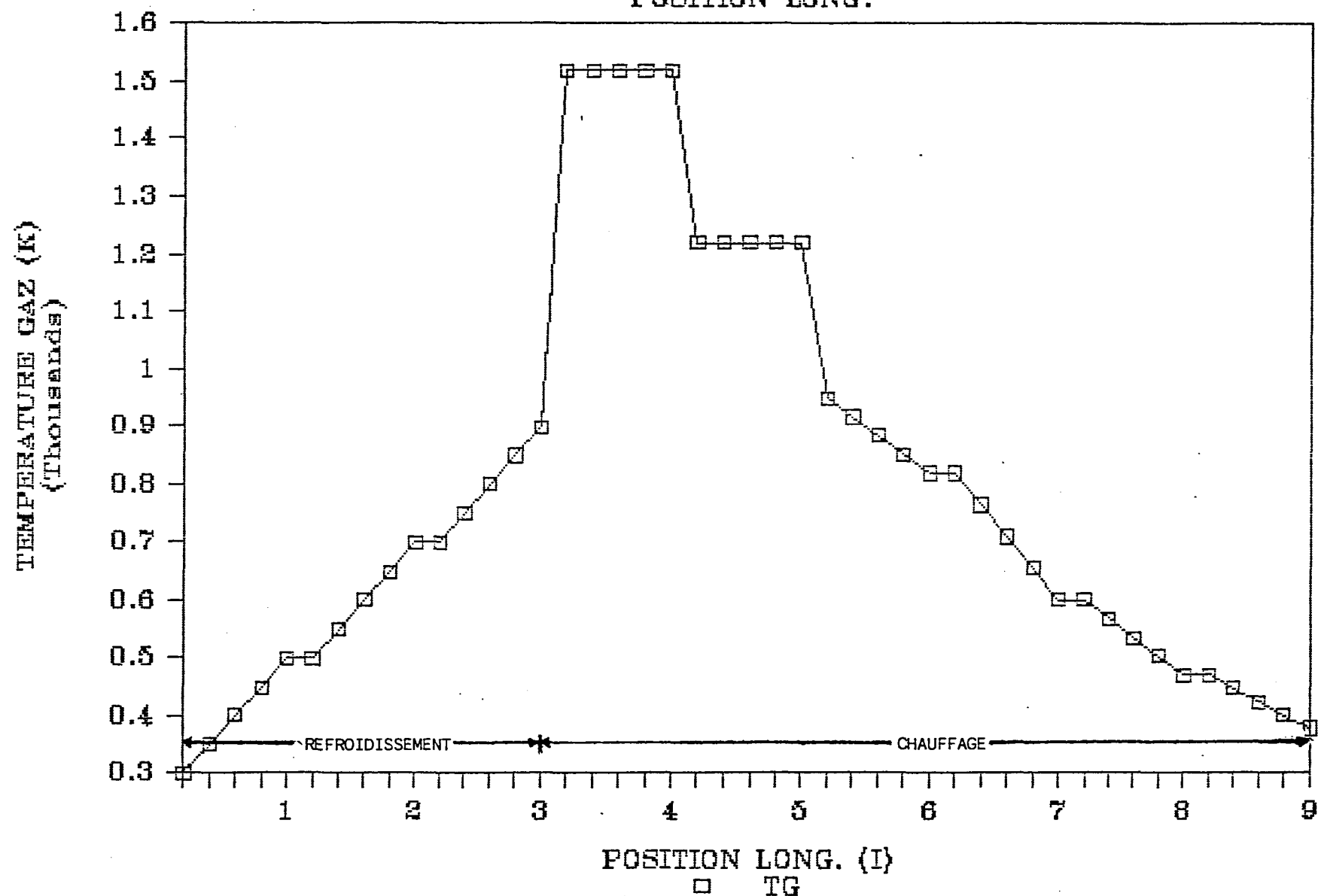


Figure 4.23: Graphique des températures initiales de gaz en fonction de la position longitudinale.

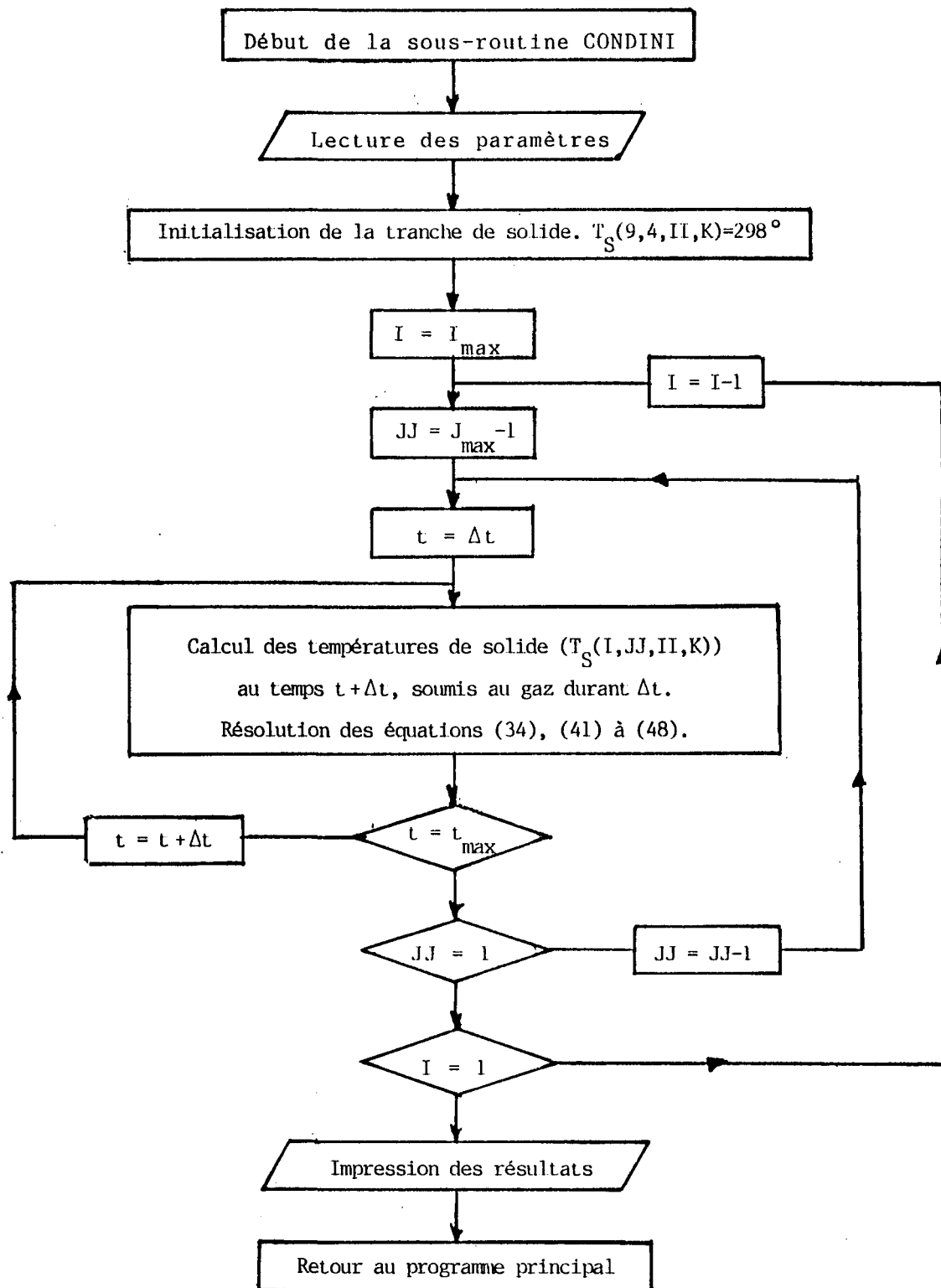


Figure 4.24: Ordinogramme du calcul des températures initiales de solide.

Une fois que la chambre a été soumise durant un cycle complet au gaz correspondant, on reprend les calculs pour la chambre suivante, et ainsi de suite jusqu'à ce que la hauteur et la longueur du four soient entièrement parcourues.

De cette manière, on obtient des températures initiales de solide plus précises. On aurait pu supposer des températures quelconques, mais plus elles se rapprocheront de la réalité moins il faudra effectuer des permutations pour atteindre le régime permanent.

4.5.4 Les chambres soumises aux feux

On a développé à la section 4.4.1 des équations pour trouver la température du gaz suivant les différents conduits empruntés. Ces équations sont valides pour toutes les chambres sauf pour celles en période de chauffe. En effet, les chambres #4 et #5 (réf. figure 3.6) sont chauffées par des brûleurs à l'huile lourde. Pour le bon fonctionnement du four, les températures de gaz sont mesurées et ajustées par l'apport plus ou moins grand de combustible. Aussi pour ces deux chambres la température de gaz est connue et le débit de combustible doit être calculé.

Pour avoir la température de gaz désirée dans les chambres en feu, on impose une température de paroi cible. Celle-ci sera directement reliée à la température de gaz désirée. Il s'agit en fait d'utiliser les équations de bilan des solides pour les éléments de paroi, sauf que les températures de paroi voisines seront égales, et qu'il n'y aura aucun flux de chaleur transmis dans cette direction. Ainsi les flux de chaleur Q_H et Q_B (réf. figures 4.12 et 4.13), ainsi que Q_G et Q_D (réf. figure 4.14) sont nuls. Les équations (41), (42) et (43) s'en trouvent simplifiées. En isolant les températures de gaz, on obtient:

$$T_{gA}^t = T_{SO}^t + \frac{1}{h_A} \left(\frac{\Delta XX_1 \rho_b C_{p_b}}{2\Delta t} (T_{SO}^{t+\Delta t} - T_{SO}^t) - K_b \frac{(T_{SG}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1} \right) \quad (73)$$

$$T_{gB}^t = T_{SO}^t + \frac{1}{h_B} \left(\frac{\Delta Z_1 \rho_b C_{p_b}}{2\Delta t} (T_{SO}^{t+\Delta t} - T_{SO}^t) - K_b \frac{(T_{SB}^t - T_{SO}^t)}{\Delta Z_1} \right) \quad (74)$$

$$T_{gC}^t = T_{SO}^t + \frac{1}{h_C} \left(\frac{\Delta XX_1 \rho_b C_{p_b}}{2\Delta t} (T_{SO}^{t+\Delta t} - T_{SO}^t) - K_b \frac{(T_{SD}^t - T_{SO}^t)}{\Delta XX_1} \right) \quad (75)$$

Ici, on doit supposer que la température de solide $T_{SO}^{t+\Delta t}$ sera égale à la température cible. Celle-ci est ajustée par essai et erreur pour obtenir les températures de gaz connues dans les chambres en feu. Les températures de paroi cibles entourent le solide du côté des conduits de gaz A, B et C. Les termes entre crochets représentent le flux de chaleur que l'on doit fournir à la paroi.

Pour connaître le débit de combustible produisant la température de gaz désirée, on isole le terme \dot{m}_{FA} de l'équation (24) et le terme \dot{m}_{FC} de l'équation (26). Ces équations représentent le bilan d'énergie des gaz pour les conduits rectangulaires seulement car la combustion n'a pas lieu dans les conduits troués. On obtient donc:

$$\dot{m}_{FA} = \frac{1}{H_F} (BaT_{gA}|_y - AaT_{gA}|_{y+\Delta y} + Ca\bar{T}_{pA}|_y) \quad (76)$$

$$\dot{m}_{FC} = \frac{1}{H_F} (BcT_{gC}|_y - AcT_{gC}|_{y+\Delta y} + Cc\bar{T}_{pC}|_y) \quad (77)$$

L'algorithme présenté à la figure 4.25 résume la procédure utilisée pour le calcul des gaz. Il s'agit en premier lieu de lire les différents paramètres de base et d'initialiser les compteurs. On avance suivant la longueur et la hauteur du four. Si on est dans les chambres en feu, on doit calculer le flux de chaleur à fournir à la paroi (les termes entre crochets des équations (73) à (75)) pour obtenir la température de gaz désirée. Par la suite, on calcule le coefficient de transfert de chaleur total, la température du gaz et le débit de combustible nécessaire. Si on n'est pas dans les chambres en feu, on calcule la température des gaz d'après les équations de bilan d'énergie sur les

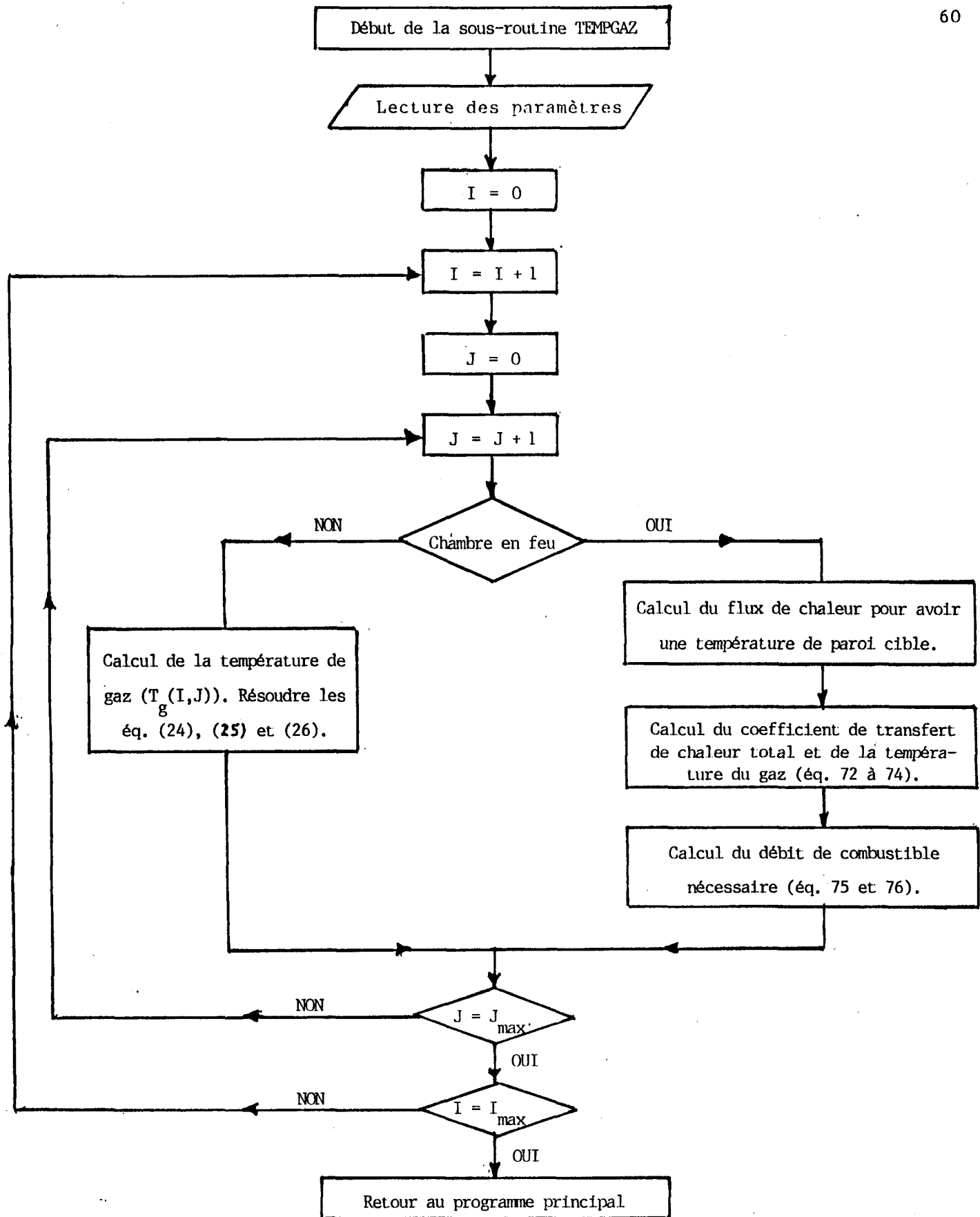


Figure 4.25: Ordinogramme du calcul des températures de gaz.

gaz (équations (24), (25) et (26)). Lorsque tout le four est couvert, on retourne au programme principal.

CHAPITRE 5

LES SIMULATIONS ET LA DISCUSSION

Dans ce chapitre on retrouve la détermination des intervalles de positions et de temps qui permettront au modèle mathématique, en particulier la conduction en deux dimensions, d'être stable et de converger vers des résultats exacts.

Par la suite, on étudie en détail la simulation d'un cycle de cuisson de 56 heures. Ce cycle de base est utilisé par la Société d'Electrolyse et de Chimie Alcan. Les paramètres de simulation sont définis. Les résultats sont présentés sous forme de tableaux et de graphiques, de manière à connaître l'évolution des températures de gaz et des différents solides selon le temps et la position longitudinale. On compare ces résultats avec les valeurs expérimentales. De plus, on démontre que le régime établi est atteint et converge peu importe le profil initial de température de solide. Le régime est permanent quand, après plusieurs permutations, les profils de température de gaz et de solide sont les mêmes. Le temps pris par le modèle pour atteindre le régime établi, après une perturbation, permet de définir la constante de temps du modèle.

Finalement, la simulation des cycles de cuisson plus long et plus court est effectuée. Les résultats obtenus servent principalement à déterminer la température maximum atteinte par les cathodes et leur qualité, versus le débit d'huile utilisé selon les différents cycles de cuisson.

5.1 LA DÉTERMINATION DES INTERVALLES DE POSITION ET DE TEMPS

La méthode numérique "Hopscotch", utilisée pour résoudre la conduction en deux dimensions, n'a pas de limites précises d'intervalles de positions et de temps, qui assureront la convergence et la stabilité du modèle. Toutefois, pour empêcher les essais et erreurs inutiles, les critères de convergence et de stabilité des méthodes numériques explicites ont été appliqués.

Un des cas les plus critiques est le noeud à la surface du solide qui est soumis à la température et au coefficient de transfert du fluide environnant. Il s'agit d'une condition aux limites de Fourier et pour assurer la convergence et la stabilité, on doit respecter l'équation:

$$Fo (1 + Bi) < \frac{1}{2} \quad [13] \quad (78)$$

où Fo est le nombre de Fourier

Bi est le nombre de Biot

$$Fo = \frac{K_b \Delta t}{\rho_b C_{p_b} (\Delta Z_1)^2} \quad [13] \quad (79)$$

$$Bi = \frac{h_T \Delta Z_1}{K_b} \quad [13] \quad (80)$$

Pour une simulation d'un cycle de 56 heures, on a:

$$\begin{aligned} \Delta t &= 201,6 \text{ s} \\ K_b &= 1,33 \text{ W/mK à } T = 900 \text{ K} \\ \rho_b &= 2400 \text{ kg/m}^3 \\ C_{p_b} &= 1047 \text{ J/kg K} \\ \Delta Z_1 &= 25 \times 10^{-3} \text{ m} \\ h_T &= 5,2 \text{ W/m}^2 \text{ K} \end{aligned}$$

On trouve:

$$Fo = \frac{1,33 \text{ W/mK} \cdot 201,6 \text{ s}}{2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 1047 \text{ J/kgK} \cdot (25 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 0,17$$

$$Bi = \frac{5,2 \text{ W/m}^2 \text{ K} \cdot 25 \times 10^{-3} \text{ m}}{1,33 \text{ W/mK}} = 0,1$$

$$Fo (1 + Bi) = 0,17 (1 + 0,1) = 0,19 < \frac{1}{2}$$

De cette manière, les résultats vont converger et le modèle sera stable.

5.2 LA SIMULATION D'UN CYCLE DE 56 HEURES

5.2.1 Les paramètres de simulation

Le cycle de cuisson de 56 heures correspond à l'opération du four de la Société d'Electrolyse et de Chimie Alcan durant les mois d'octobre et de novembre 1984. Le tableau 5.1 montre les différents paramètres utilisés pour simuler le comportement du cycle de base de 56 heures.

5.2.2 Les résultats obtenus

Une importante quantité de valeurs de températures de gaz et de solide a été emmagasinée dans les fichiers de sortie du programme. Cependant, pour présenter clairement les principaux résultats obtenus, il a fallu faire le triage et reproduire graphiquement les valeurs intéressantes. Aussi, les graphiques inclus dans cette section présentent les températures de gaz et de solide à des positions définies. On observe à la figure 5.1 un schéma expliquant la situation physique des valeurs sur les graphiques.

Le tableau 5.2 (p. 79) donne la correspondance entre la position en coordonnées cartésiennes, les positions de la figure 5.1 et les valeurs sur graphiques. Les divisions de l'axe Y correspondent à des positions à l'intérieur d'une chambre donnée. Sur plusieurs graphiques, on porte en abscisse la position longitudinale I représentant une chambre donnée. A

Description du paramètre	Valeur du paramètre pour un cycle de 56 heures
- nombre de chambres étudiées	9
- longueur du four étudié	48,11 m
- hauteur du four étudié	4,22 m
- profondeur du four étudié	0,67 m
- période de permutation	56 heures
- nombre de rampes de brûleurs	2
- température de paroi imposée (chambre à température constante)	1513 (K)
- température de paroi imposée (chambre à montée linéaire)	1210 + Delta
- intervalle de temps	201,6 s

Tableau 5.1: Les paramètres de simulation pour un cycle de 56 heures.

l'intérieur de celle-ci, on retrouve les températures aux positions de l'axe Y. La variation de température sur la hauteur entraîne des variations de température d'une chambre à l'autre.

Les figures 5.2, 5.3 et 5.4 présentent les graphiques des températures de gaz des conduits A, B et C respectivement selon la position longitudinale, pour différents temps à l'intérieur de la cinquième permutation. Les figures 5.5, 5.6 et 5.7 montrent les températures de la brique, du coke et des cathodes respectivement du côté du conduit B en fonction de la position longitudinale, pour différents temps à l'intérieur de la cinquième permutation. Ces six graphiques montrent l'évolution des températures pour un cycle de 56 heures. On observe que dans la zone de refroidissement ($I=6$ à 8) les températures diminuent à mesure qu'avance le temps. Dans la zone de chauffage, la température reste

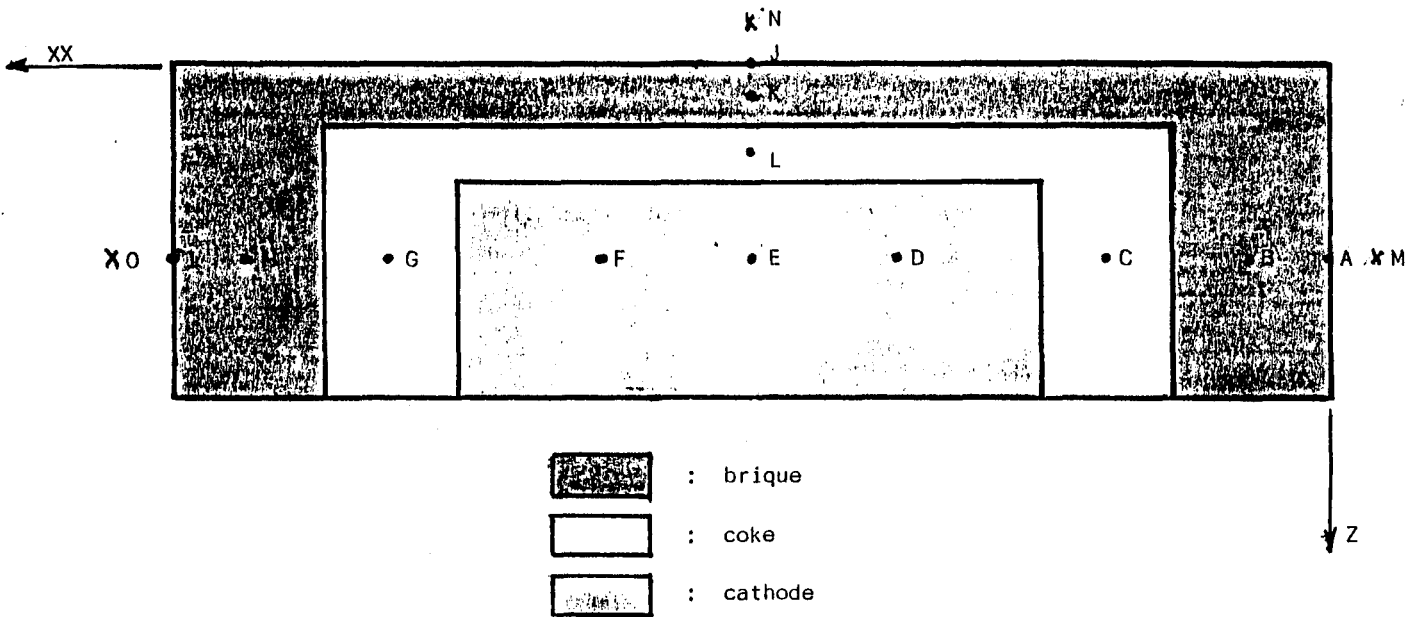


Figure 5.1: La position des valeurs présentées graphiquement.

constante pour la chambre #9 et monte progressivement pour la chambre #10. La zone de chauffage ($I=11$ à 14) montre des augmentations des températures dans le temps.

Les figures 5.8, 5.9 et 5.10 donnent les températures de gaz, de la brique, du coke et des cathodes du côté des conduits A, B et C respectivement en fonction de la position longitudinale lors de la cinquième permutation et au temps $t=40\,320$ s. Les figures 5.11, 5.12 et 5.13 présentent les mêmes températures sauf que le temps est de $201\,600$ s. En comparant les graphiques à différents temps, on remarque comme précédemment l'évolution des températures selon la zone. De plus, les températures diminuent dans la zone de préchauffage et de chauffage ($I=9$ à 14) à mesure que l'on s'éloigne du gaz et que l'on s'approche de la cathode. La situation inverse se produit dans la zone de refroidissement ($I=6$ à 8).

TEMPERATURE GAZ A VS POSITION LONG.

⊙ DIFFERENTS TEMPS ET NPP=5

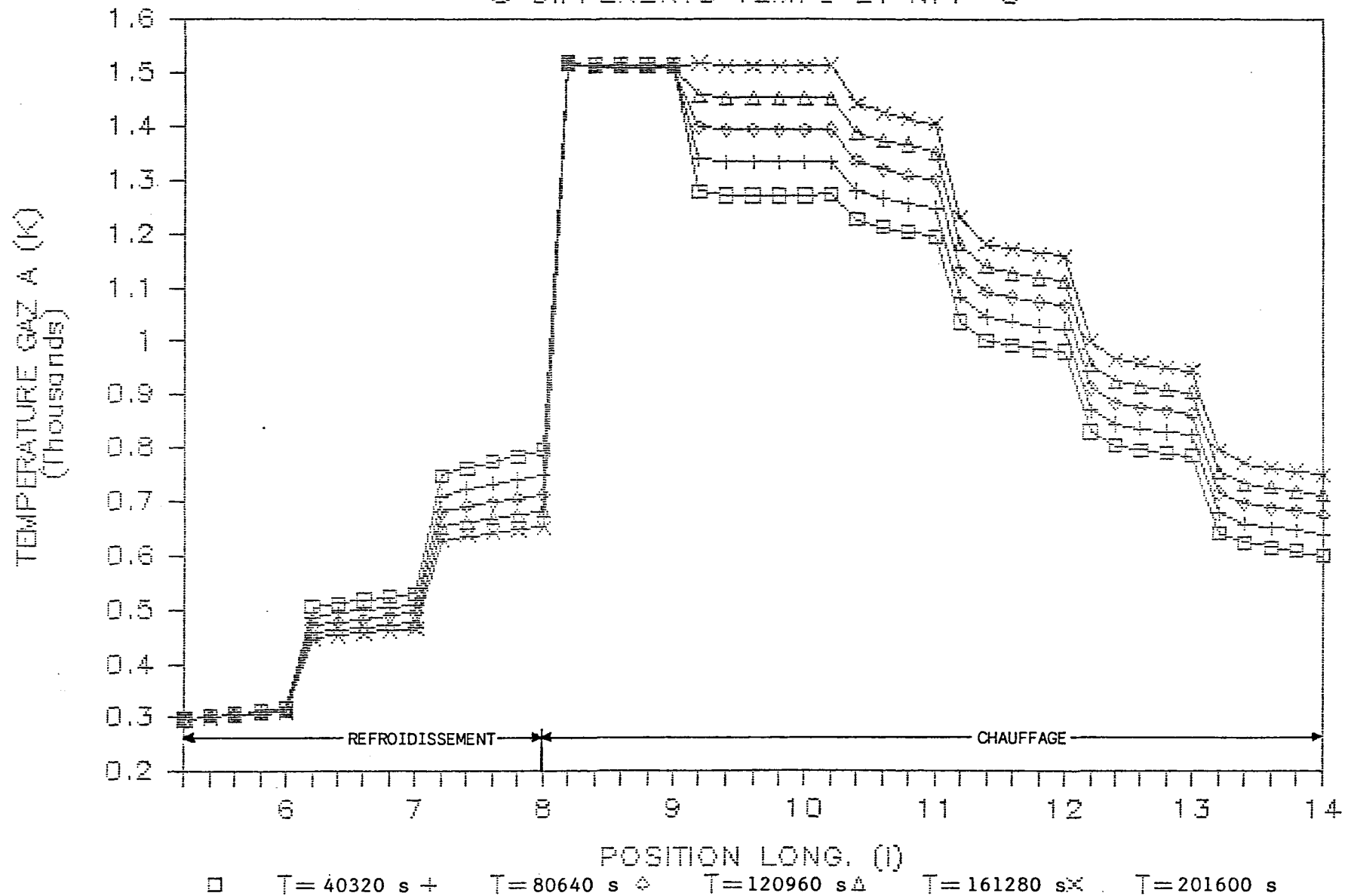


Figure 5.2: Température du gaz A selon la position longitudinale à différents temps et NPP=5 (point M, figure 5.1).

TEMPERATURE GAZ B VS POSITION LONG..

⊙ DIFFERENTS TEMPS ET NPP=5

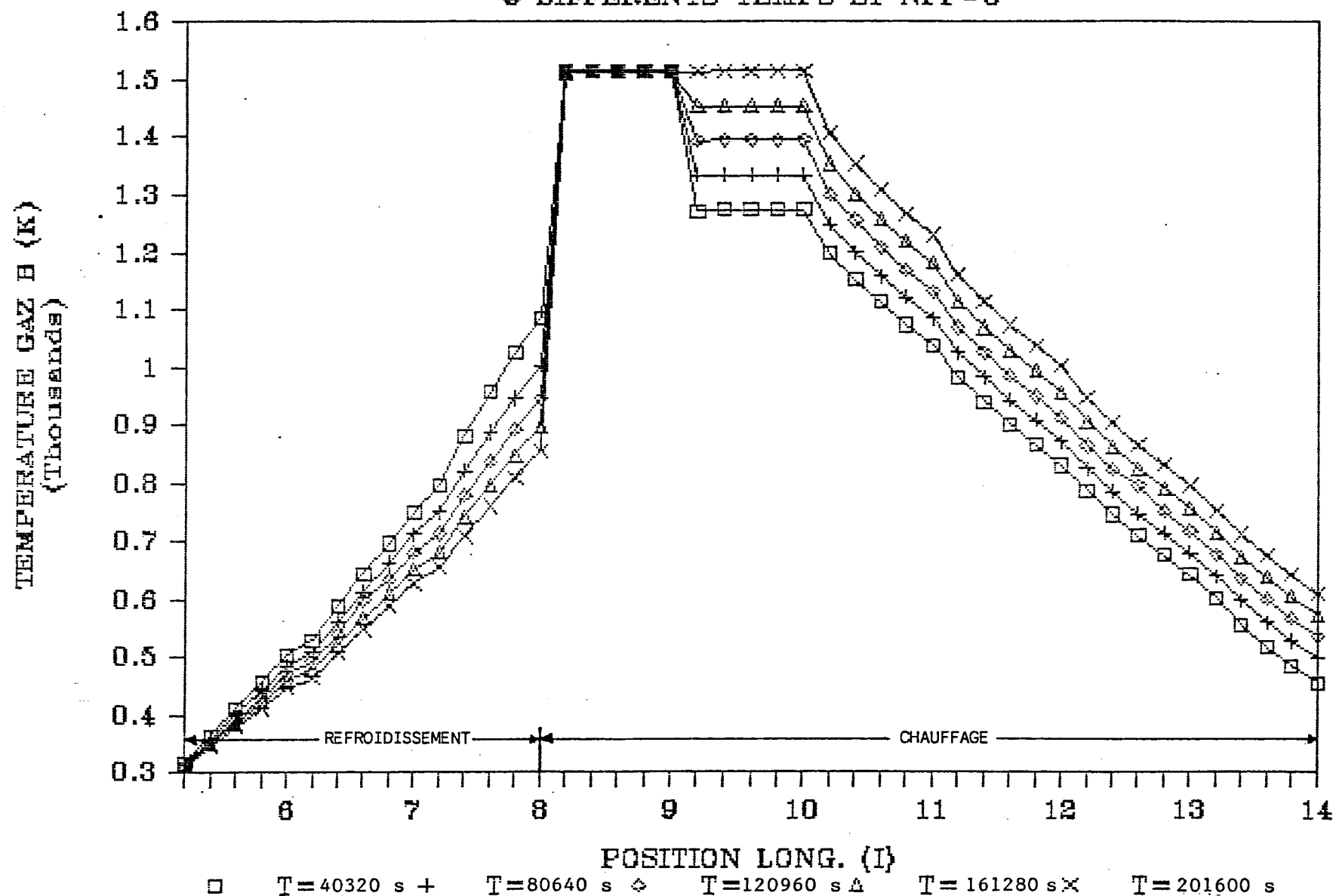


Figure 5.3: Température du gaz B selon la position longitudinale à différents temps et NPP=5 (point N, figure 5.1).

TEMPERATURE GAZ C VS POSITION LONG. .

⊙ DIFFERENTS TEMPS ET NPP=5

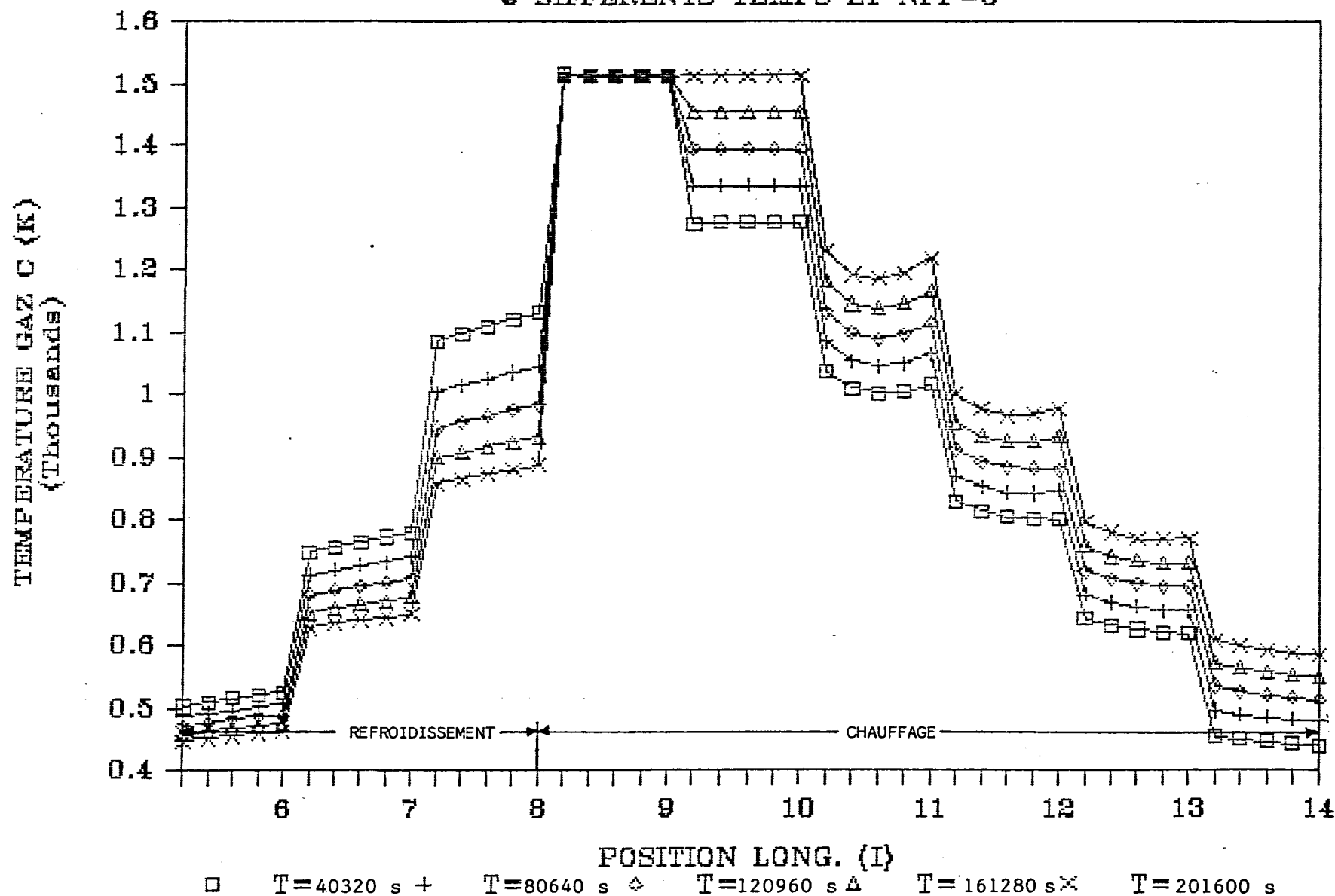


Figure 5.4: Température du gaz C selon la position longitudinale à différents temps et NPP=5 (point 0, figure 5.1).

TEMPERATURE BRIQUE B VS POSITION LONG.

● DIFFERENTS TEMPS ET NPP=5

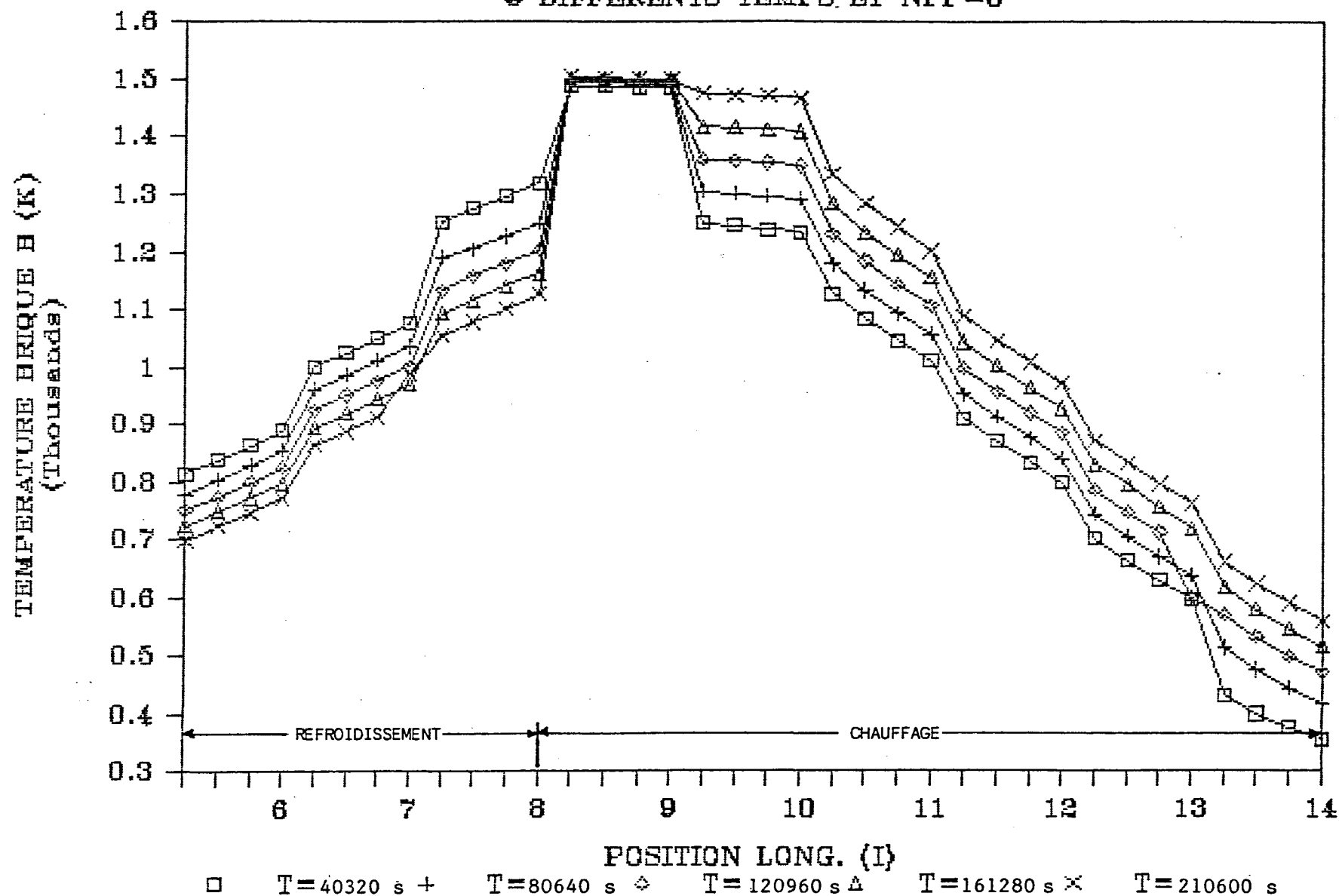


Figure 5.5: Température de la brique B selon la position longitudinale à différents temps et NPP=5 (point K, figure 5.1).

TEMPERATURE COKE B VS POSITION LONG..

⊙ DIFFERENTS TEMPS ET NPP=5

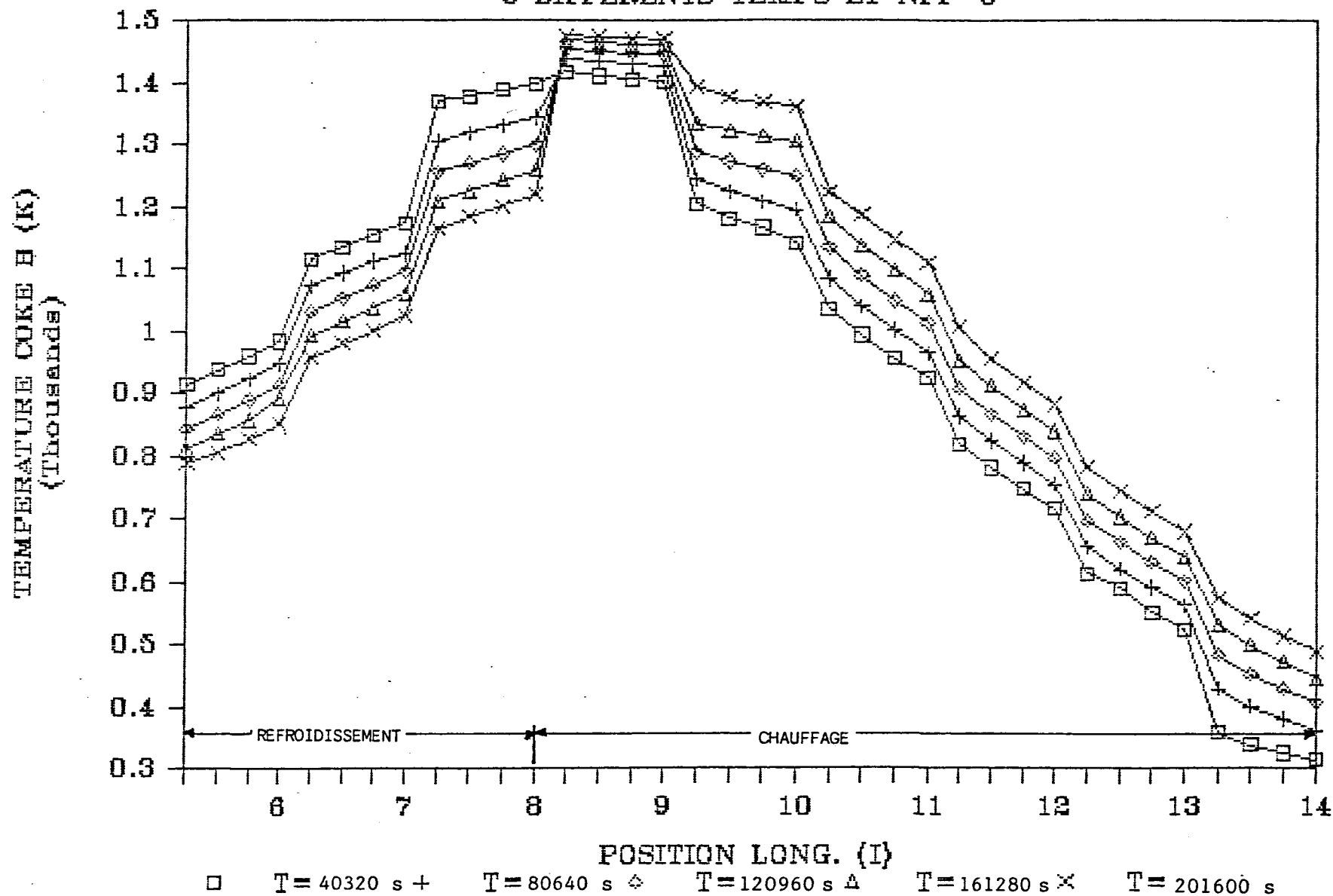


Figure 5.6: Température du coke B selon la position longitudinale à différents temps et NPP=5 (point L, figure 5.1).

TEMPERATURE CATHODE B VS POSITION LONG

⊙ DIFFERENTS TEMPS ET NPP=5

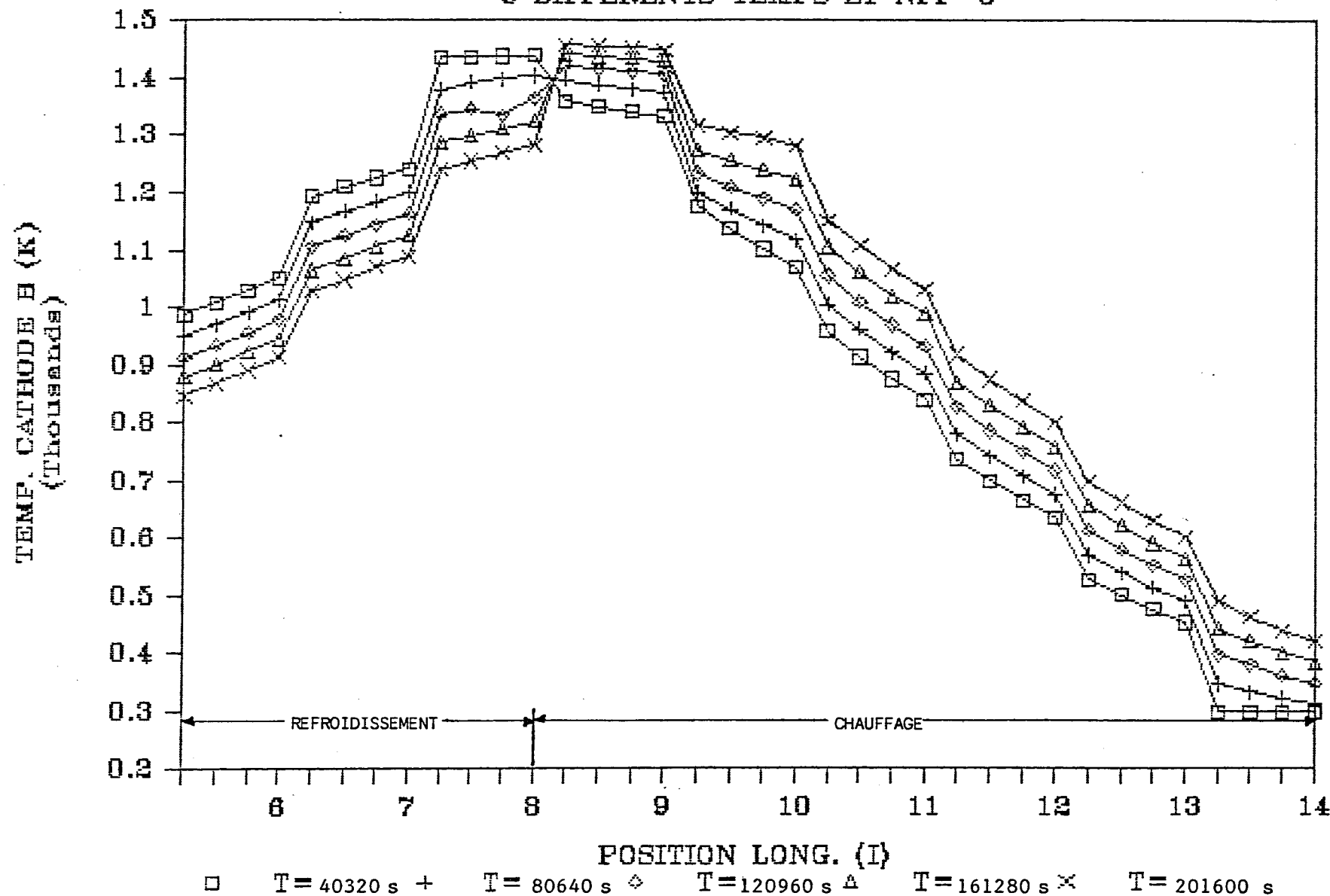


Figure 5.7: Température des cathodes B selon la position longitudinale à différents temps et NPP=5 (point E, figure 5.1).

TEMPERATURE A VS POSITION LONG.

⊙ NPP=5 ET T=40320 S.

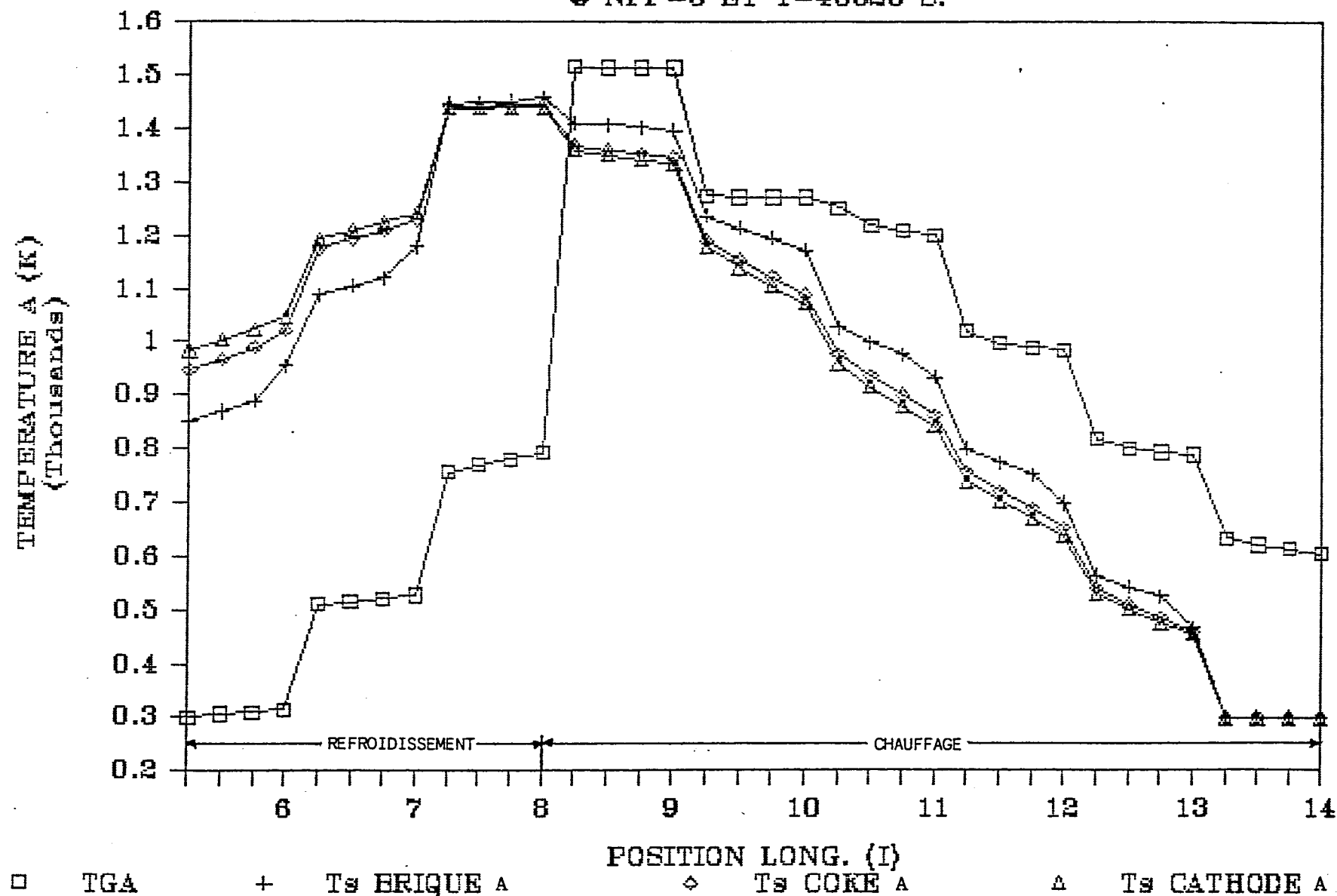


Figure 5.8: Température A selon la position longitudinale

à t=40320 s et NPP=5 (points M, B, C et D, figure 5.1).

TEMPERATURE B VS POSITION LONG.

⊙ NPP=5 ET T=40320 S.

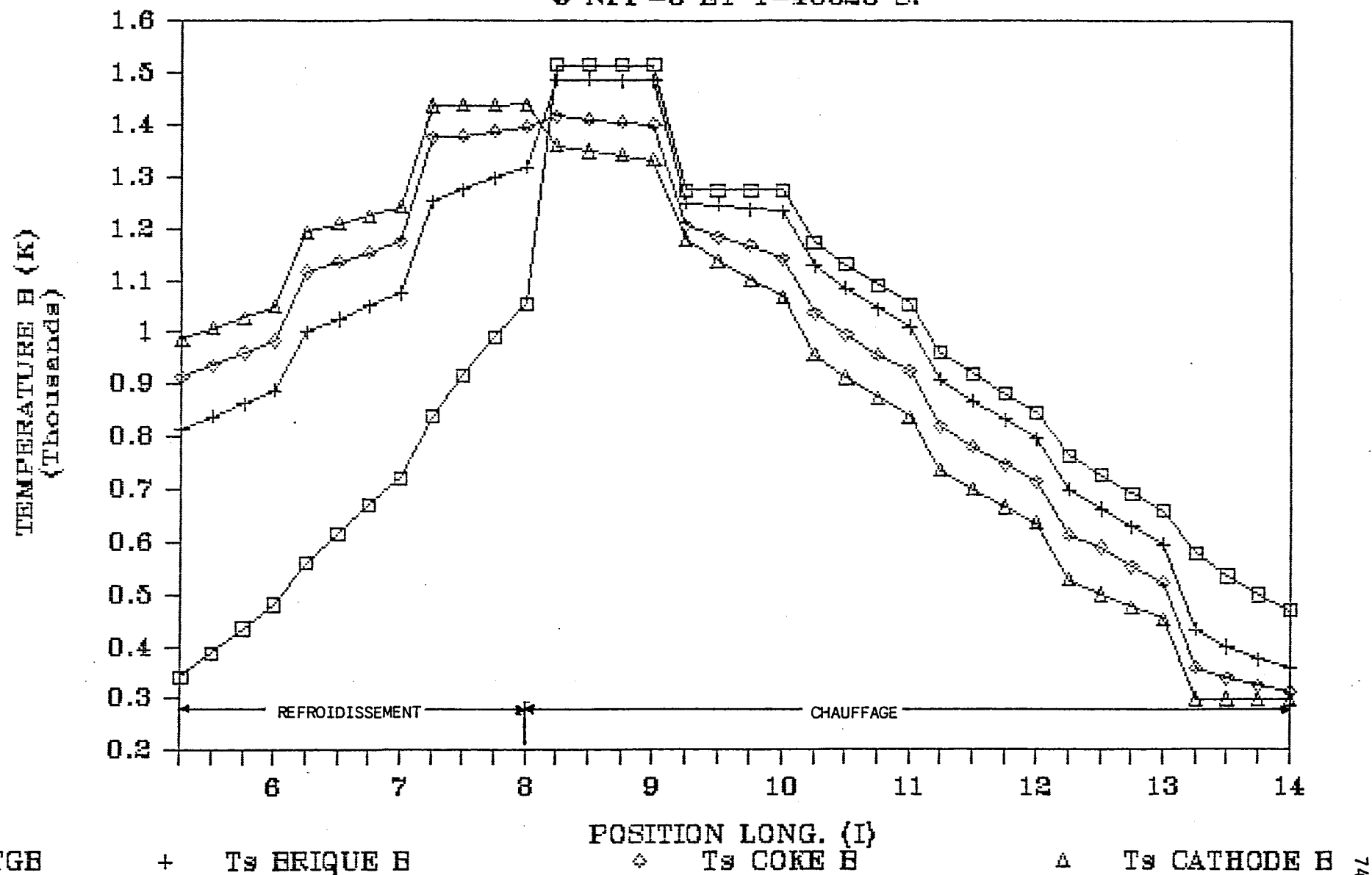


Figure 5.9: Température B selon la position longitudinale

à t=40320 s et NPP=5 (points N, K, L et E, figure 5.1).

TEMPERATURE C VS POSITION LONG.

⊙ NPP=5 ET T=40320 S.

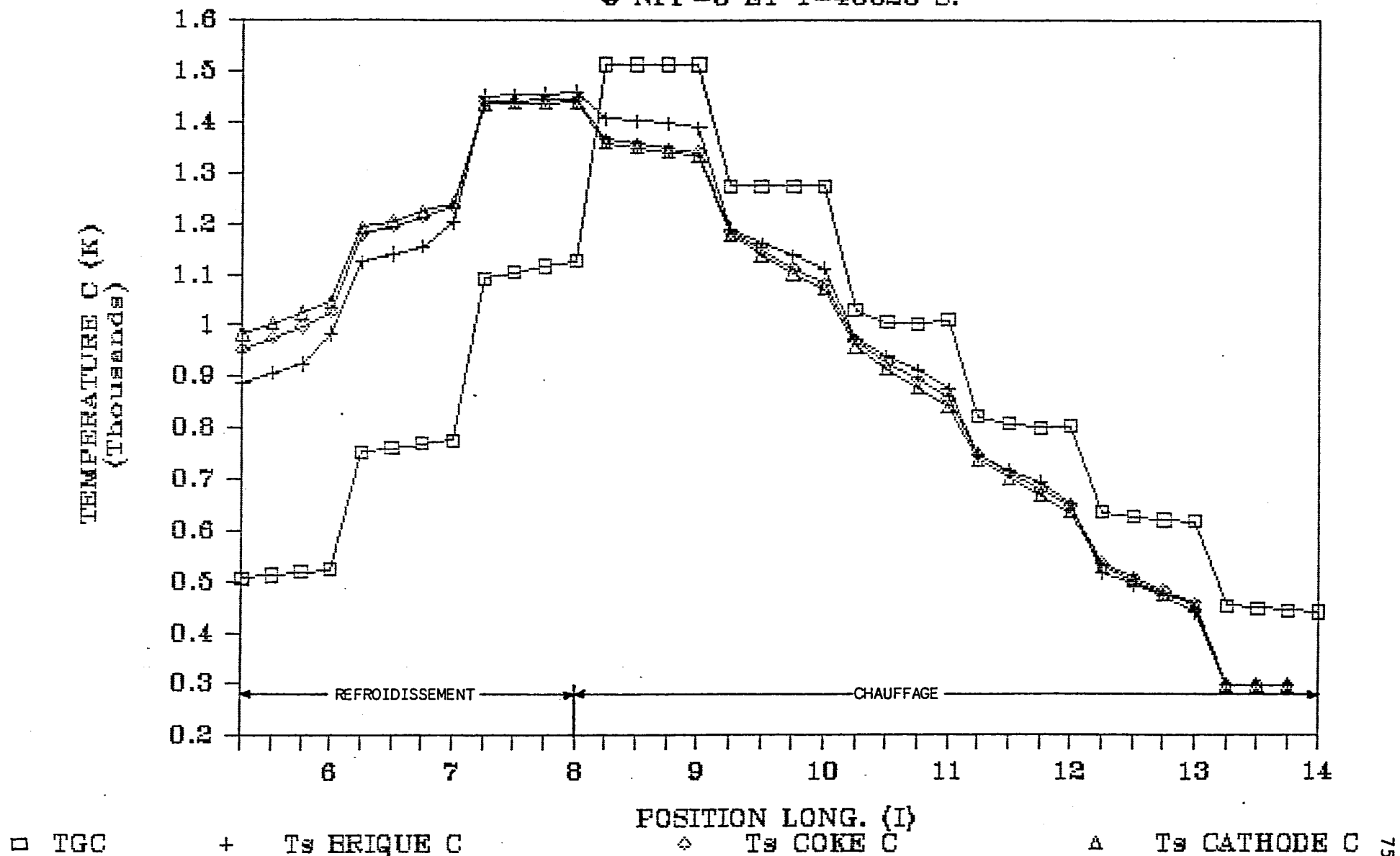


Figure 5.10: Température C selon la position longitudinale
à $t=40320$ s et $NPP=5$ (points O, H, G et F, figure 5.1).

TEMPERATURE A VS POSITION LONG.

⊙ NPP=5 ET T=201600 S.

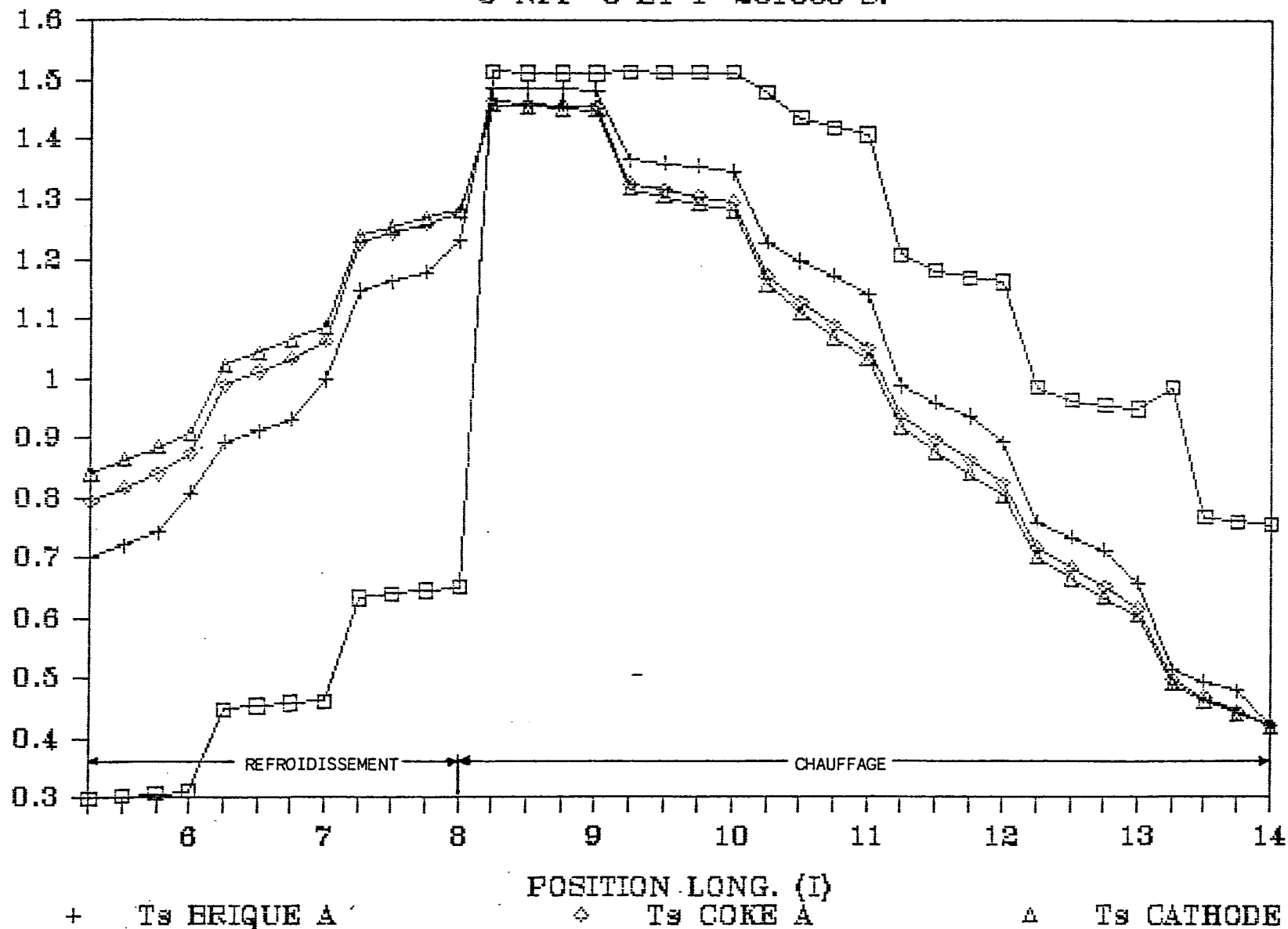


Figure 5.11: Température A selon la position longitudinale
à $t=201600$ s et $NPP=5$ (points M, B, C et D, figure 5.1).

TEMPERATURE B VS POSITION LONG.

@ NPP=5 ET T=201600 S.

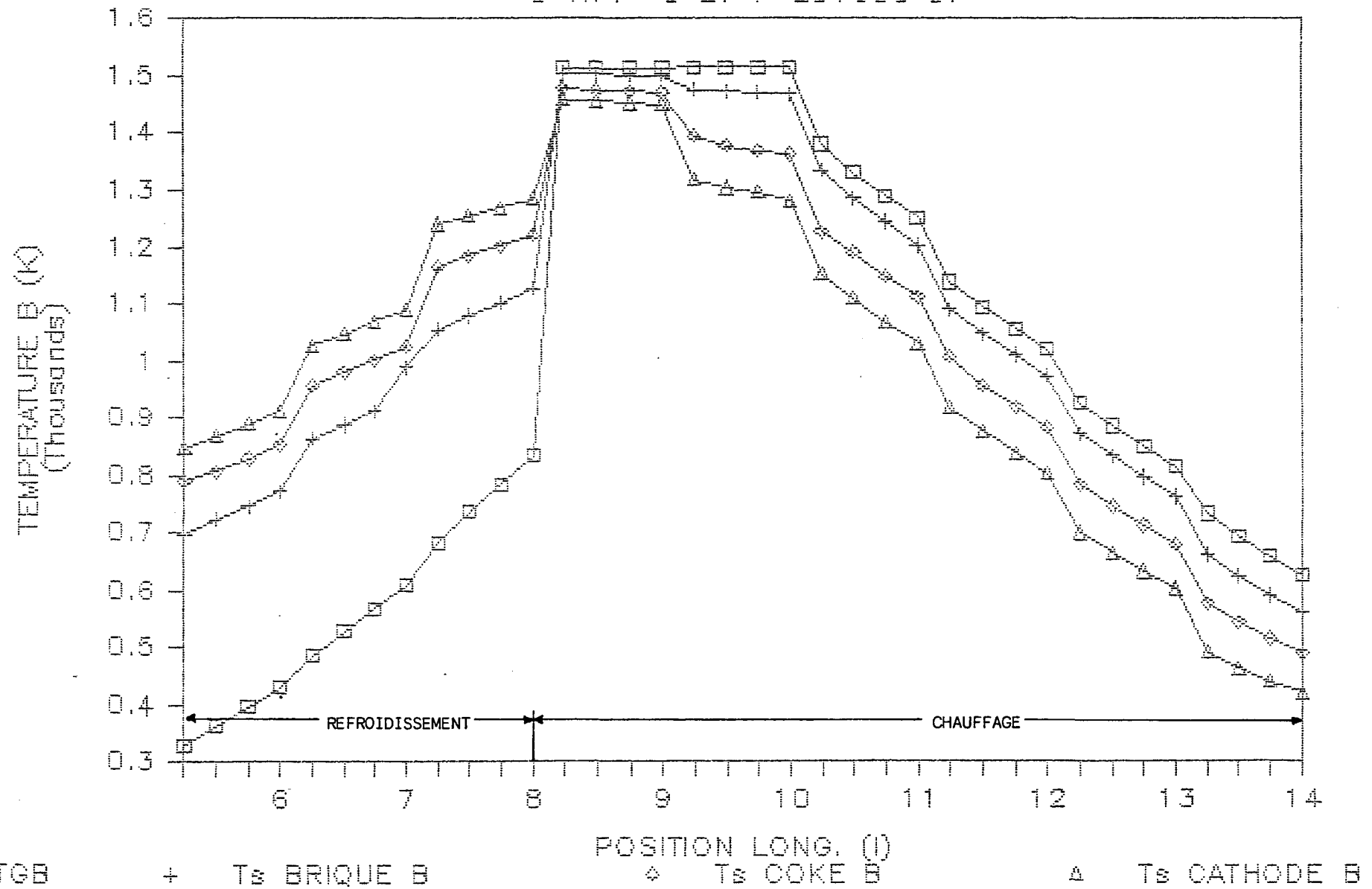


Figure 5.12: Température B selon la position longitudinale

à t=201600 s et NPP=5 (points N, K, L et E, figure 5.1).

TEMPERATURE C VS POSITION LONG.

⊙ NPP=5 ET T=201600 S.

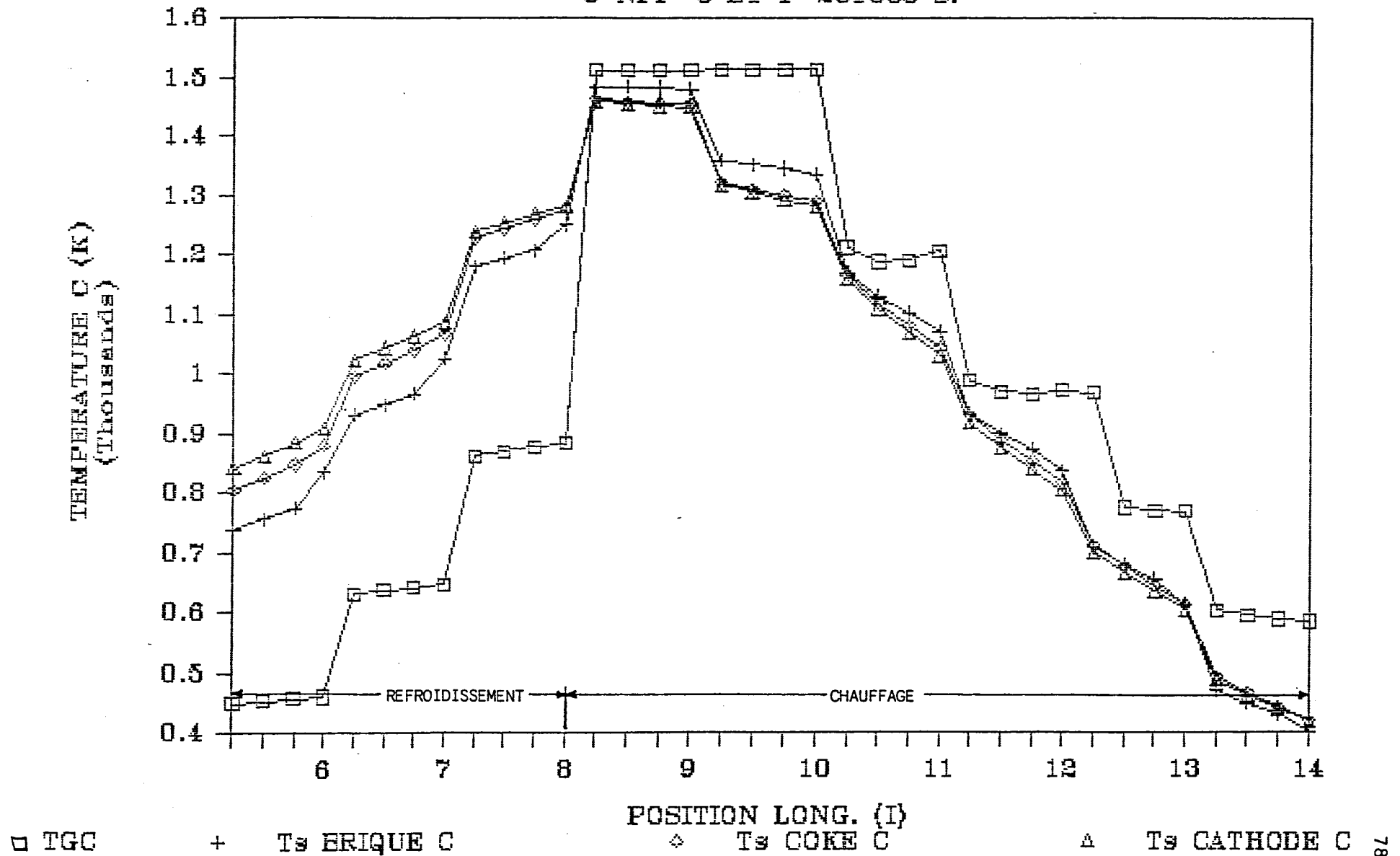


Figure 5.13: Température C selon la position longitudinale
à t=201600 s et NPP=5 (points O, H, G et F, figure 5.1).

Position décrite à la figure 5.1	Coordonnées cartésiennes	Nomenclature des graphiques
A	$T_s (I,J,1,6)$	Ts PAROI A
B	$T_s (I,J,6,6)$	Ts BRIQUE A
C	$T_s (I,J,13,6)$	Ts COKE A
D	$T_s (I,J,19,6)$	Ts CATHODE A
E	$T_s (I,J,24,6)$	Ts CATHODE B
F	$T_s (I,J,29,6)$	Ts CATHODE C
G	$T_s (I,J,35,6)$	Ts COKE C
H	$T_s (I,J,42,6)$	Ts BRIQUE C
I	$T_s (I,J,47,6)$	Ts PAROI C
J	$T_s (I,J,24,1)$	Ts PAROI B
K	$T_s (I,J,24,2)$	Ts BRIQUE B
L	$T_s (I,J,24,4)$	Ts COKE B
M	$T_{gA} (I,J)$	T_{GA}
N	$T_{gB} (I,J)$	T_{GB}
O	$T_{gC} (I,J)$	T_{GC}

Tableau 5.2: Les coordonnées graphiques et cartésiennes.

On observe aux figures 5.14, 5.15, 5.16 et 5.17 les graphiques des températures de gaz, de la brique, du coke et des cathodes respectivement du côté du conduit B selon le temps en un point donné pour des cycles de 56 heures. Ce point est situé dans le four à la position $I=9$ et $J=3$. Pour chacun des graphiques, la température augmente progressivement jusqu'à un maximum correspondant à la proximité des brûleurs, puis elle diminue lorsqu'ils s'éloignent. A noter que le temps final écoulé représente le temps pour effectuer neuf permutations de 56 heures.

Le débit de combustible prévu par le modèle pour un cycle de 56

TEMPERATURE GAZ B VS TEMPS

● CYCLE=56H, J=3 ET I=9

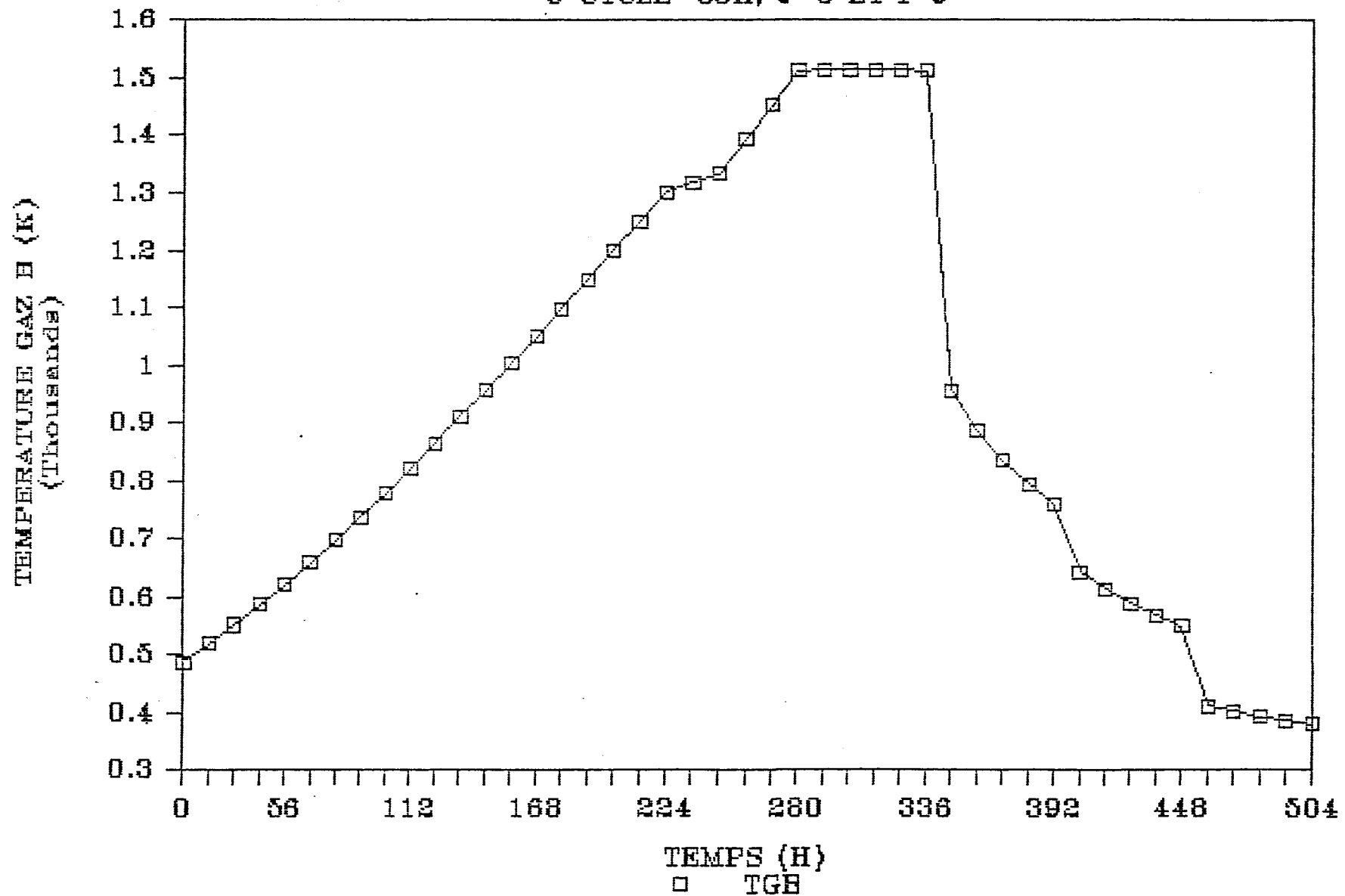


Figure 5.14: Température du gaz B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 56 h (point N, figure 5.1).

TEMPERATURE DE LA BRIQUE B VS TEMPS.

⊙ CYCLE=56H, I=9 ET J=3

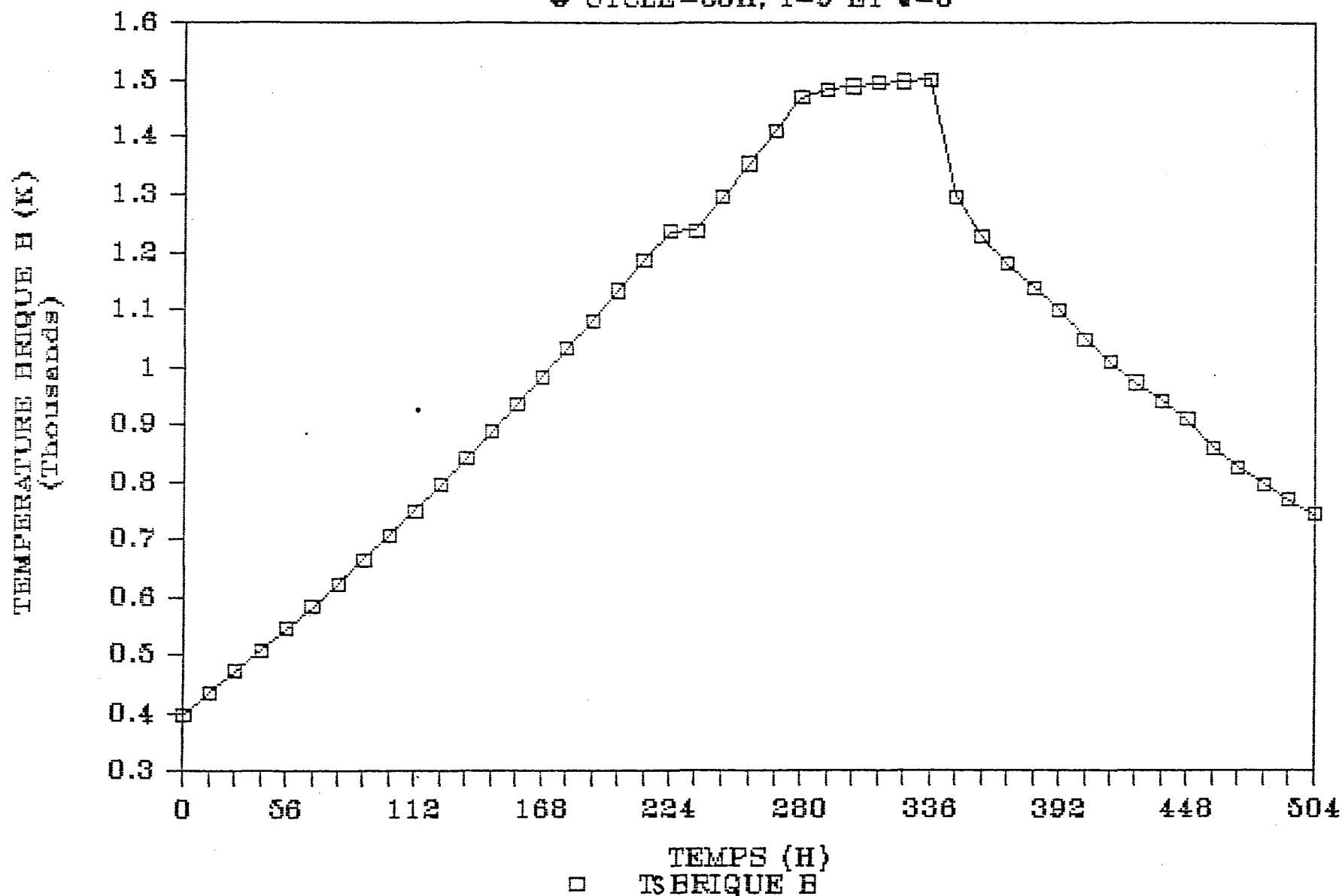


Figure 5.15: Température de la brique B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 56 h (point K, figure 5.1).

TEMPERATURE COKE B VS TEMPS

● CYCLE=56H, I=9 ET J=3

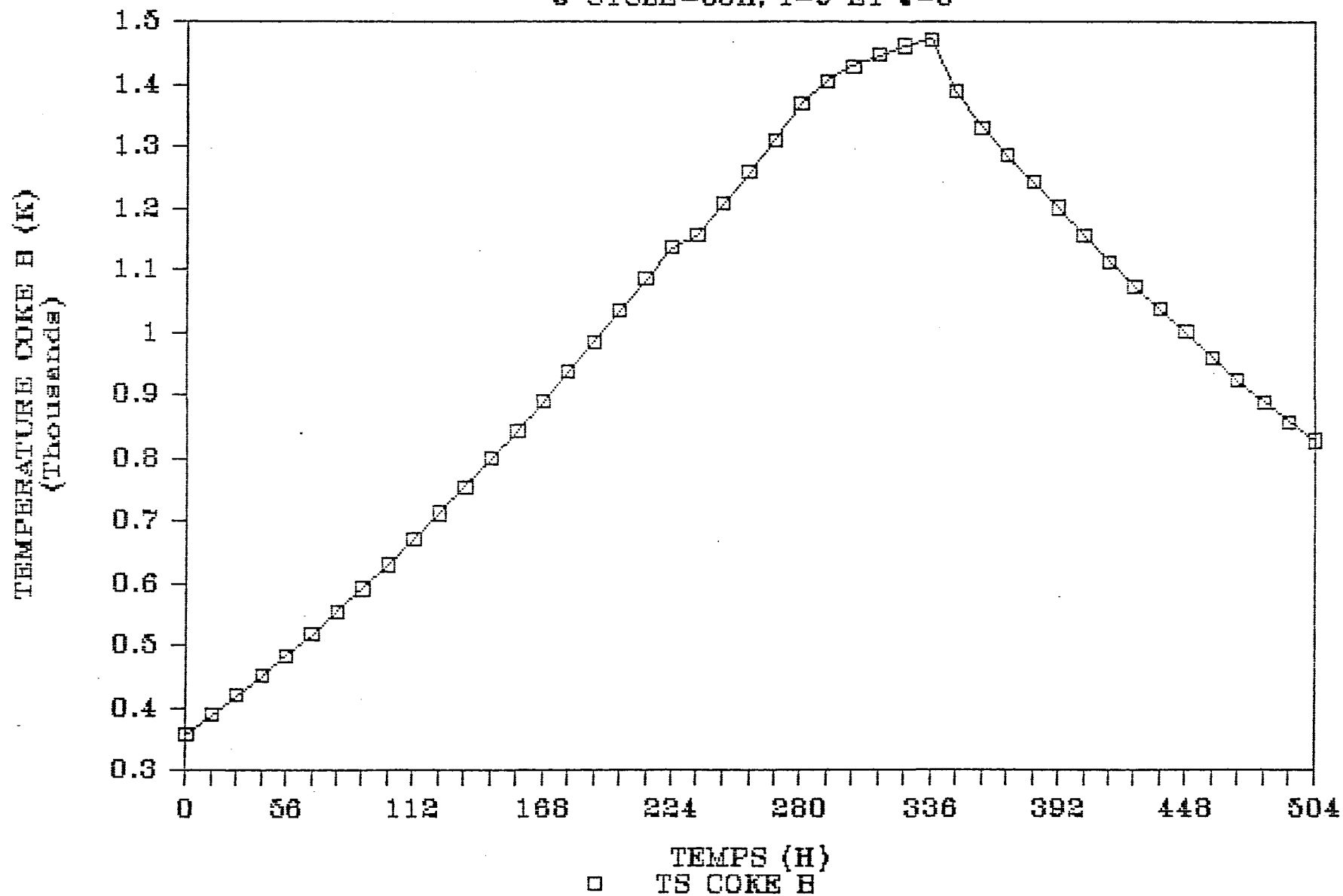


Figure 5.16: Température du coke B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 56 h (point L, figure 5.1).

TEMPERATURE CATHODE B VS TEMPS

⊗ CYCLE=56H, I=9 ET J=3

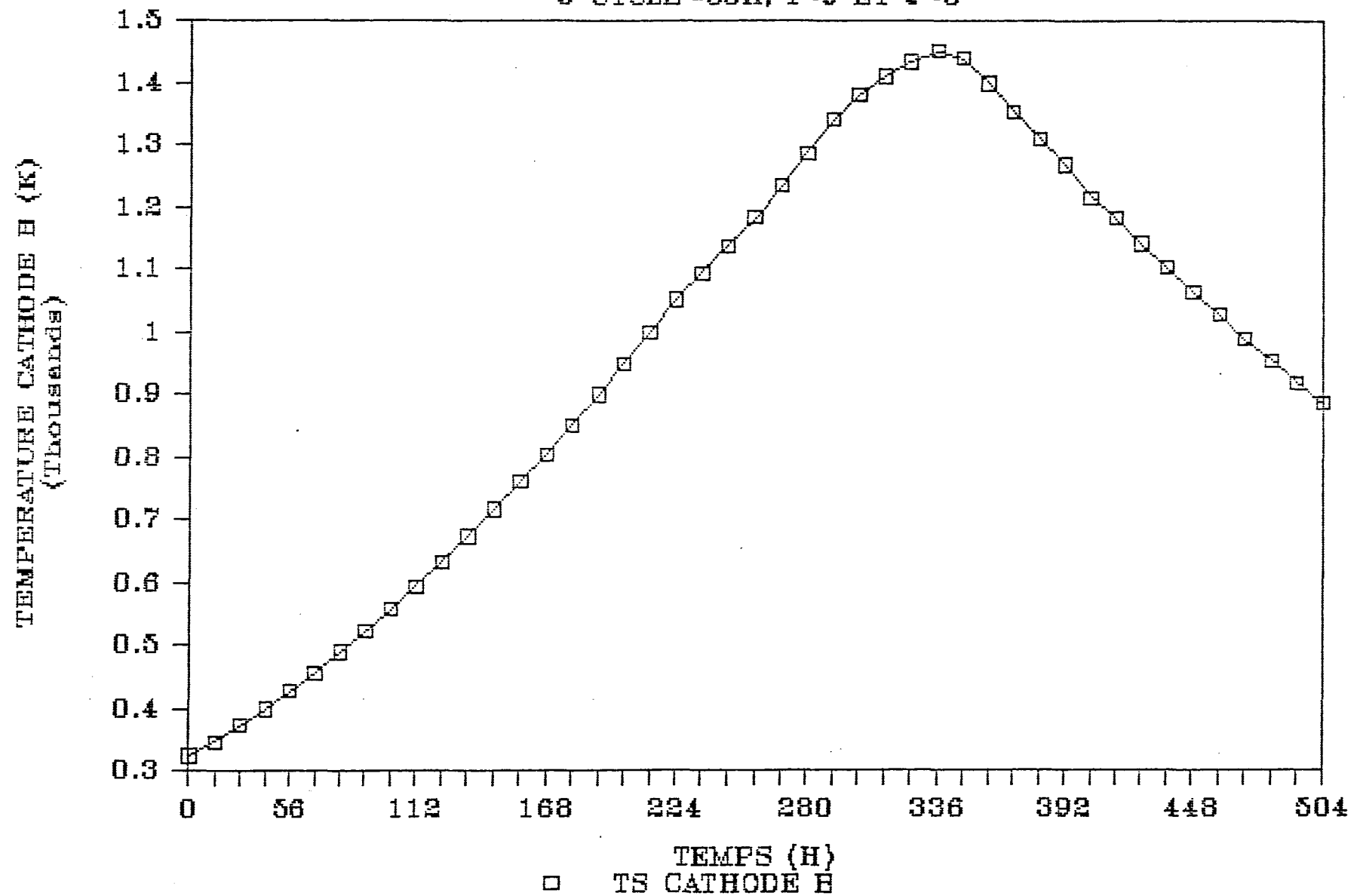


Figure 5.17: Température des cathodes B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 56 h (point E, figure 5.1).

heures est de 0,01657 kg/s. Cependant, un travail publié précédemment^[6] nous démontrait que l'apport de chaleur provenant du combustible est de 57% du total, tandis que 20% provenait des matières volatiles et 23% de la combustion du poussier de garnissage. Le modèle ne tient pas compte de ces deux apports de chaleur. Une extrapolation grossière permet de transformer la valeur obtenue, pour obtenir un débit plus réel du combustible, qui devient 0,00944 kg/s.

5.2.3 La convergence vers le régime établi

Le régime établi est atteint si les profils de températures de solide se répètent au fil des permutations. Ainsi, les profils de températures pour un temps donné à l'intérieur d'une permutation doivent être identiques à ceux obtenus au même temps de la permutation précédente. Les figures 5.18, 5.19 et 5.20 nous donnent les températures des parois A, B et C respectivement selon la position longitudinale, pour différentes permutations au temps $t=40\ 320$ s. Aux figures 5.21, 5.22 et 5.23, on a les mêmes températures de paroi, mais le temps devient maintenant 201 600 s. Ces six graphiques démontrent l'évolution des profils de températures de parois pour différentes permutations. Pour les premières permutations, on remarque un écart important de température entre chaque courbe. Au fur et à mesure que le nombre de permutations augmente, l'écart diminue. Les profils de température aux quatrième et cinquième permutations sont pratiquement identiques. A ce moment, le régime permanent s'établit.

Pour valider le modèle dynamique, il faut démontrer que les profils de températures de paroi obtenus lors du régime permanent sont les mêmes peu importe le profil de température de paroi donné initialement. Pour la simulation, on donne deux profils initiaux de températures de paroi et on étudie les résultats en régime établi. La différence entre les deux profils initiaux de températures de paroi B est montrée à la figure 5.24. Le cas #0 représente le profil de paroi initial comme expliqué à la section 4.5.3. Ce profil de température de paroi a été calculé par la sous-routine CONDINI. Le cas #1 correspond au profil de paroi

TEMPERATURE PAROI A VS POSITION LONG., 6 DIFFERENTES PERMUTATIONS ET T=40320 S

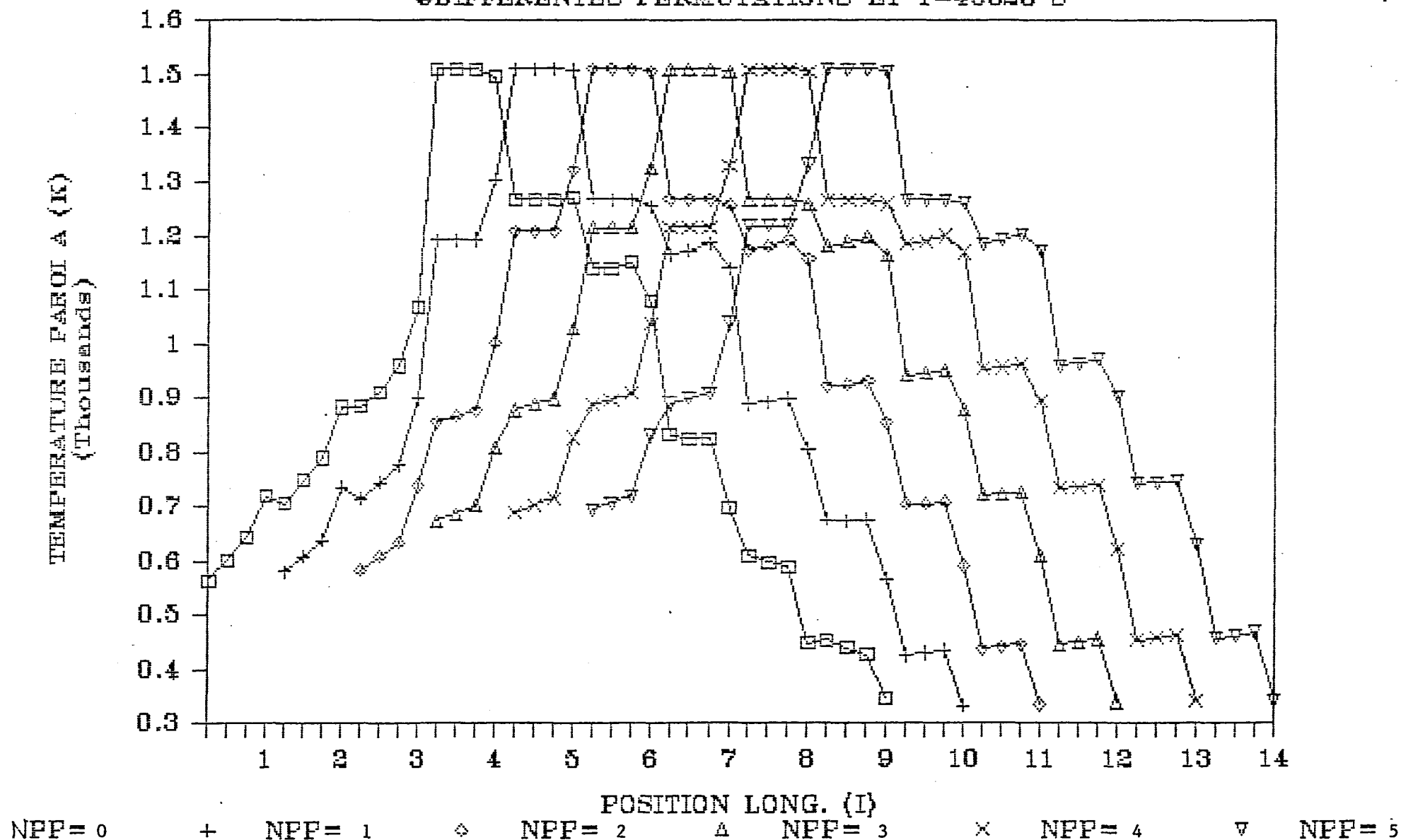


Figure 5.18: Température de paroi A selon la position longitudinale à différentes permutations et $t=40320$ s (point A, figure 5.1).

TEMPERATURE PAROI B VS POSITION LONG.,

⊙ DIFFERENTES PERMUTATIONS ET T=40320 S

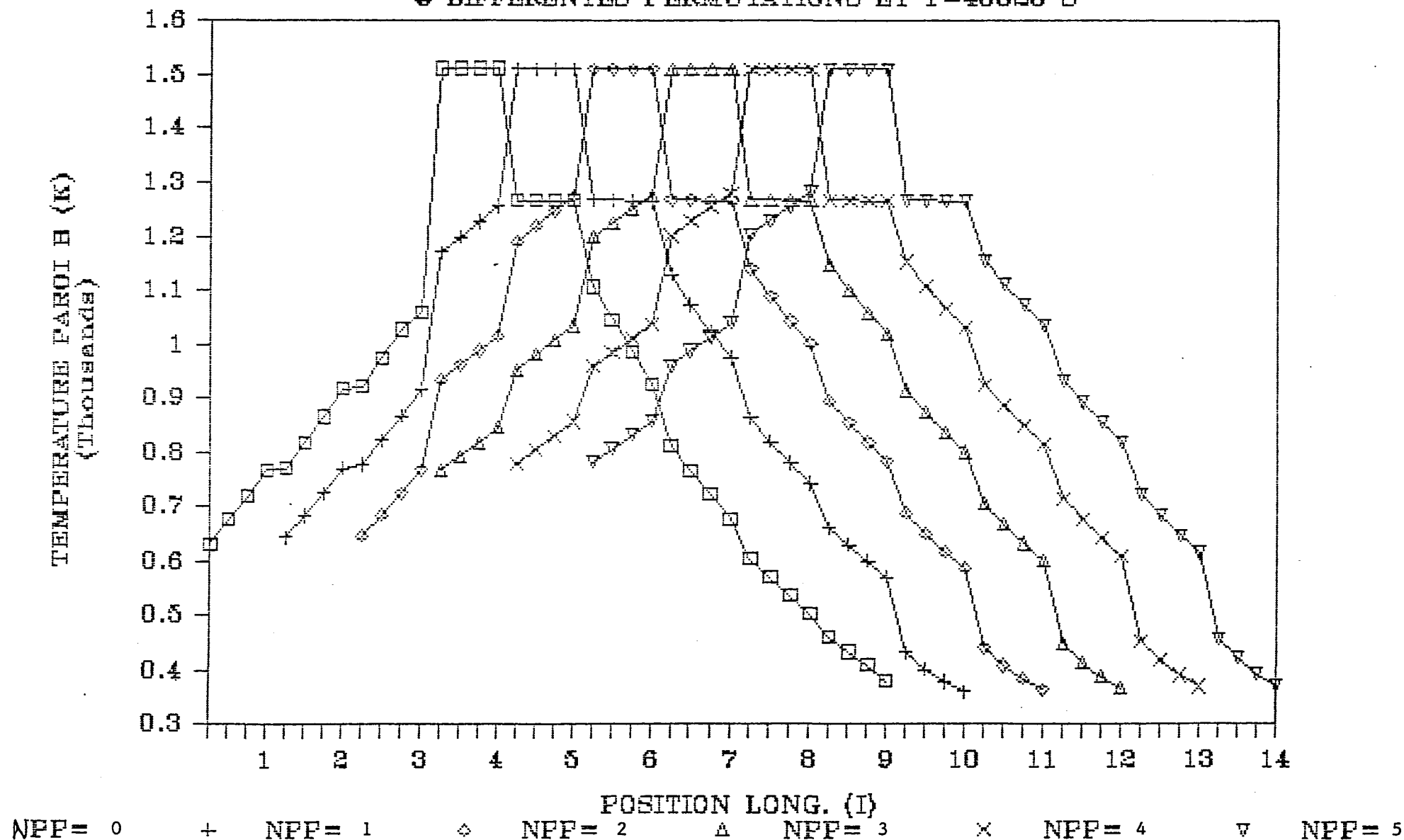


Figure 5.19: Température de paroi B selon la position longitudinale à différentes permutations et t=40320 s (point J, figure 5.1).

TEMPERATURE PAROI C VS POSITION LONG.,

DIFFERENTES PERMUTATIONS ET T=40320 S

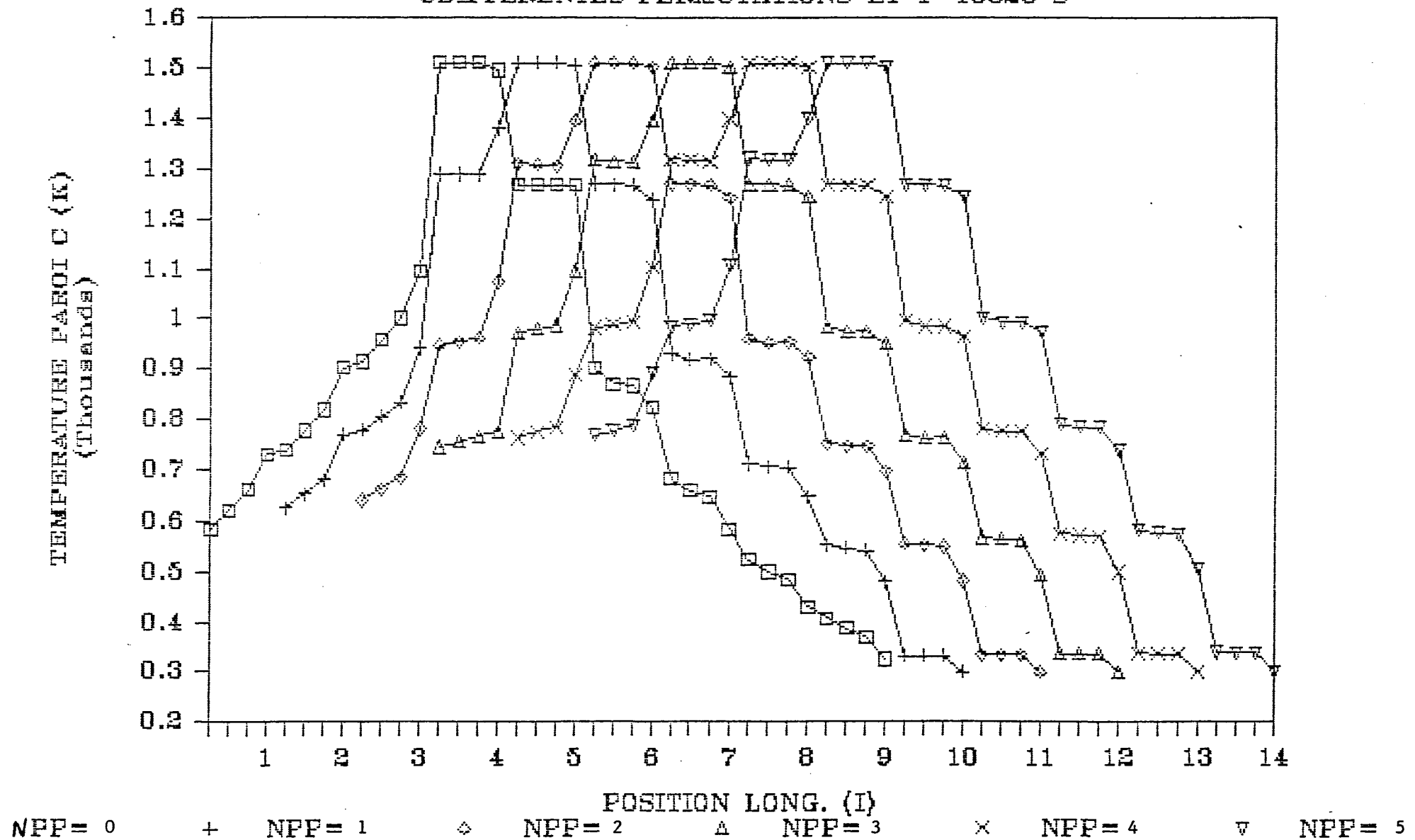


Figure 5.20: Température de paroi C selon la position longitudinale à différentes permutations et t=40320 s (point I, figure 5.1).

TEMPERATURE PAROI A VS POSITION LONG..

DIFFERENTES PERMUTATIONS ET T=201600 S

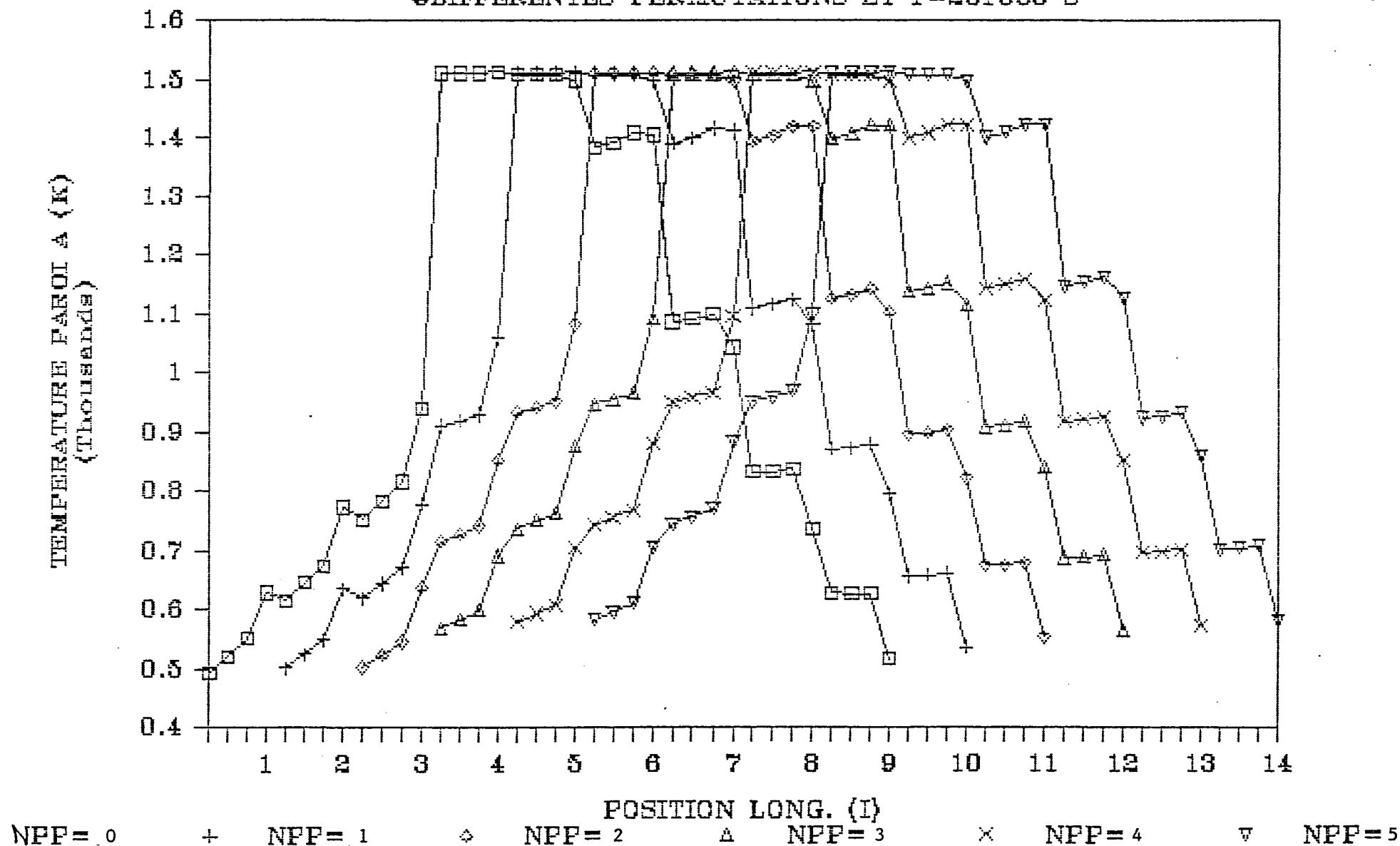


Figure 5.21: Température de paroi A selon la position longitudinale à différentes permutations et t=201600 s (point A, figure 5.1).

TEMPERATURE PAROI B VS POSITION LONG.

6 DIFFERENTES PERMUTATIONS ET T=201600 S

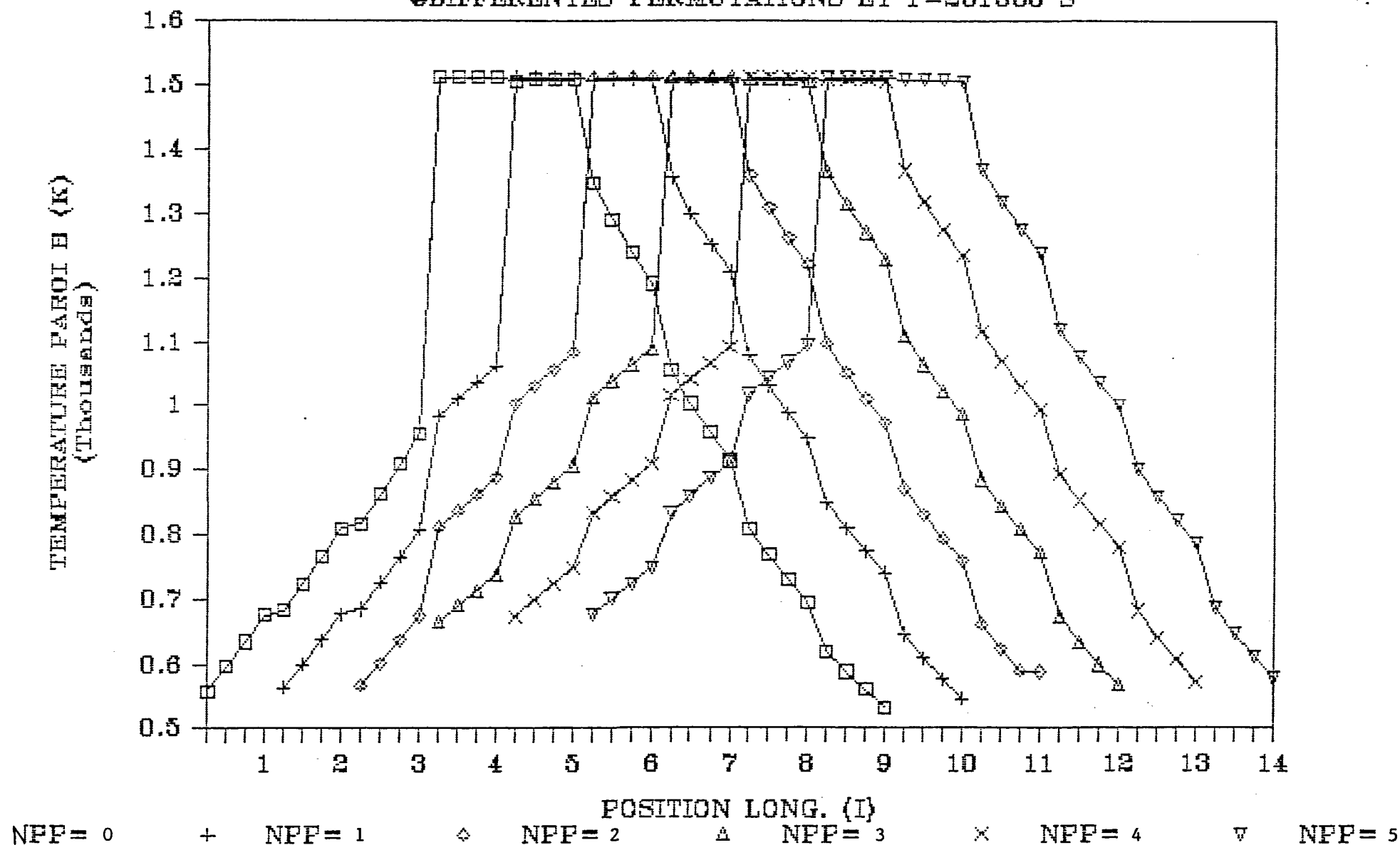


Figure 5.22: Température de paroi B selon la position longitudinale à différentes permutations et $t=201600$ s (point J, figure 5.1).

TEMPERATURE PAROI C VS POSITION LONG.,

DIFFERENTES PERMUTATIONS ET T=201600 S

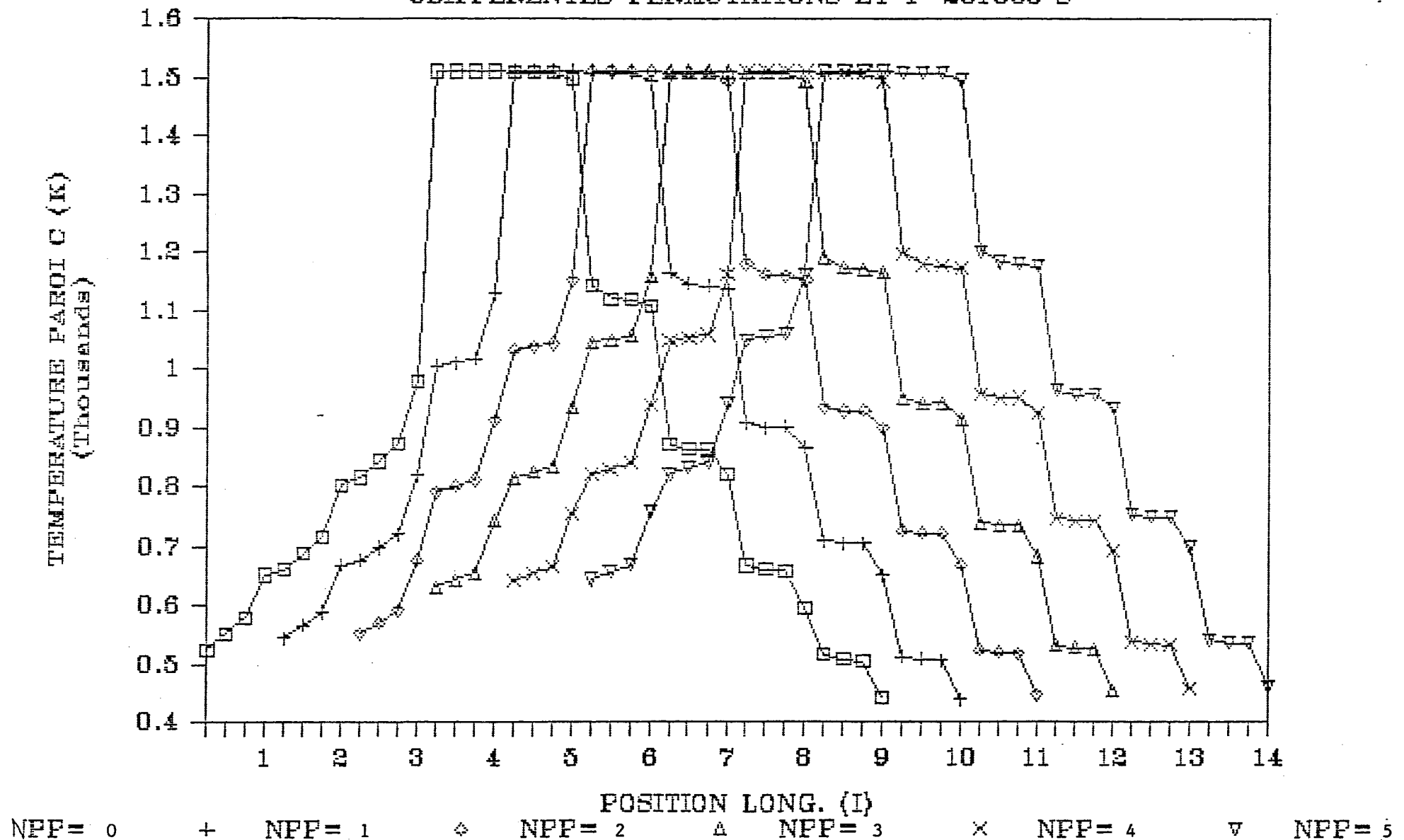


Figure 5.23: Température de paroi C selon la position longitudinale à différentes permutations et t=201600 s (point I, figure 5.1).

TEMPERATURE PAROI B VS POSITION LONG.

⊗ POUR CAS #0 ET #1, T=0 ET NPP=0

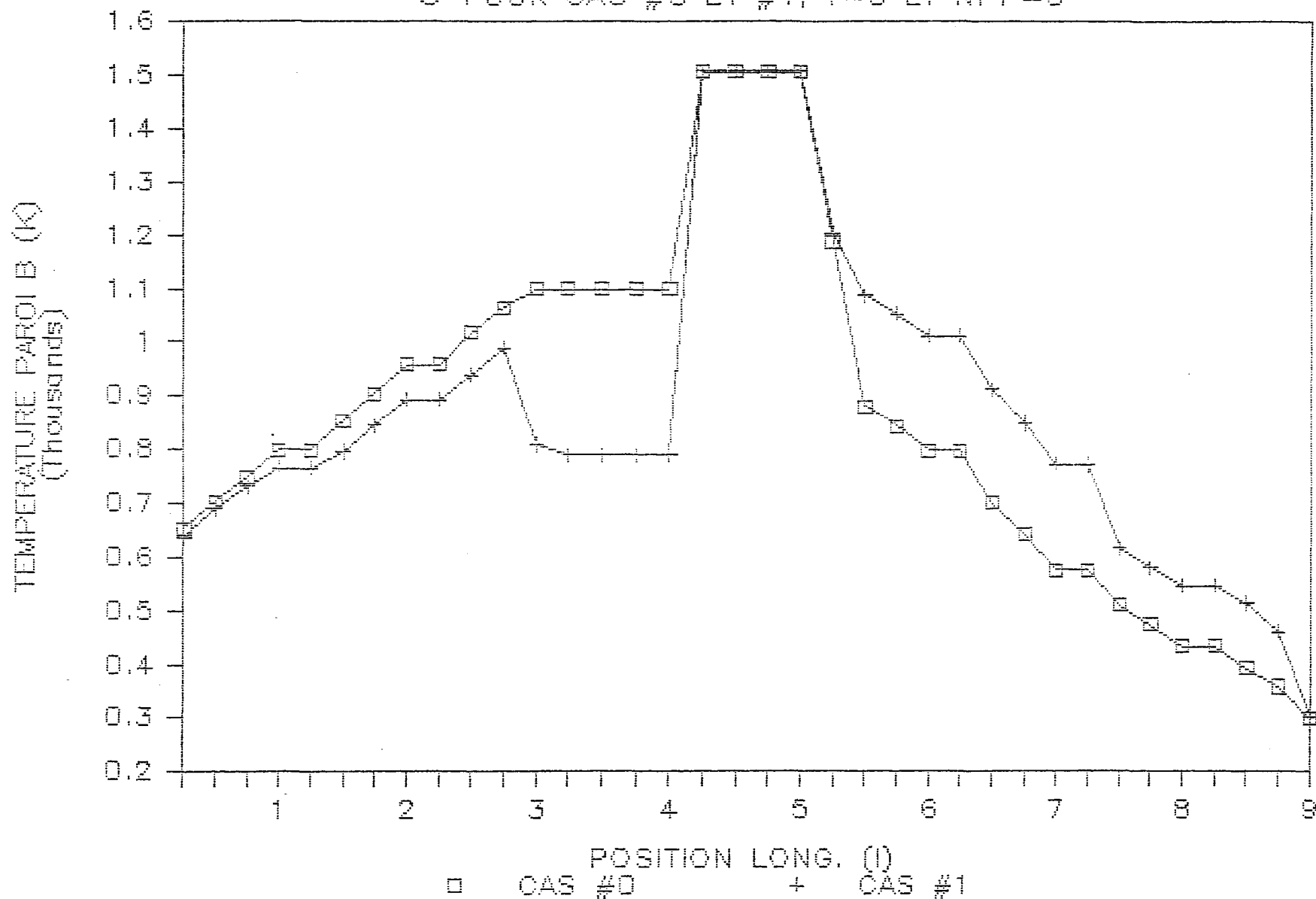


Figure 5.24: Température de paroi B selon la position longitudinale pour les cas #0 et #1 à $t=0$ et $NPP=0$ (point J, figure 5.1).

initial modifié présentant des perturbations.

En comparant ces deux profils initiaux de températures de solide, on remarque dans la zone de refroidissement une différence minimum de 50 K et maximum de 200 K. Dans la zone de chauffage, il y a une différence minimum de 100 K et maximum de 200 K. Après six permutations, on compare à nouveau les profils de paroi B des deux cas considérés et ce à $t=201\ 600$ s (réf. figure 5.25). Ces profils sont pratiquement identiques et ils démontrent que le modèle dynamique converge peu importe les valeurs de départ.

On peut apercevoir l'utilité du modèle pour simuler le comportement du four en réaction à une perturbation quelconque des paramètres d'opération. L'effet d'une perturbation et le temps requis pour atteindre le régime établi peuvent être observés. Ces simulations nous permettent de déterminer la constante de temps du four, qui est de l'ordre de 12 à 16 jours. Ainsi une perturbation amène un délai de 12 à 16 jours avant que le four reprenne son fonctionnement normal. Ces valeurs sont bonnes si le four est déjà en opération. Dans le cas contraire, la constante de temps sera plus grande.

5.2.4 La comparaison avec les mesures expérimentales

Pour vérifier les résultats obtenus lors de la simulation d'un cycle de 56 heures, on peut les comparer aux résultats qui ont été mesurés expérimentalement.

Selon le bilan énergétique du four Riedhammer du Centre des Produits Cathodiques de l'Usine Arvida^[6], la consommation globale d'huile utilisée pour l'année 1983 est de 203 litres d'huile par tonne métrique de cathodes produites.

Il faut alors convertir les résultats fournis par le modèle en litres d'huile consommés par tonne de cathodes produites. On a un débit d'huile de 0.00944 kg d'huile/s, ce qui fait pour 56 heures d'opération: 1904 kg

TEMPERATURE PAROI B VS POSITION LONG.

⊙ CAS #0 ET #1, T=201600 S ET NPP=6

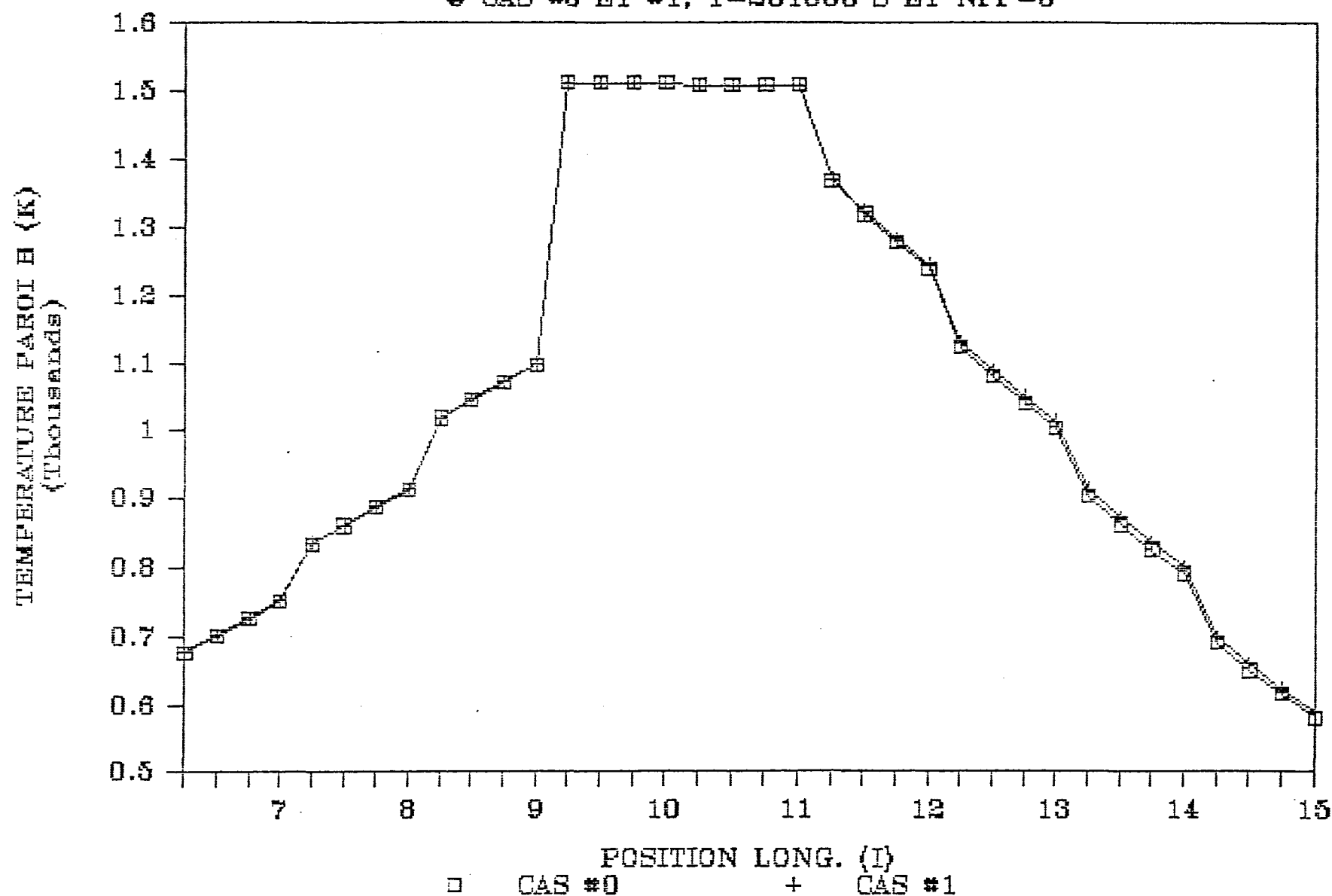


Figure 5.25: Température de paroi B selon la position longitudinale pour les cas #0 et #1 à $t=201600$ s et $NPP=6$ (point J, figure 5.1).

d'huile. Si la densité de l'huile est de 825 kg/m^3 ^[6], on aura 2307 litres. Le volume de cathodes produites après ce temps d'opération est:

$$4 \times 1,054 \text{ m} \times 2,316 \text{ m} \times 0,572 \text{ m} = 5,58 \text{ m}^3$$

Si la densité des cathodes cuites est 1574 kg/m^3 ^[6], on obtient 8791 kg ou 8,791 TM de cathodes. Alors la consommation d'huile devient:

$$\frac{2307 \text{ L d'huile}}{8,791 \text{ TM cathodes}} = \frac{262 \text{ L d'huile}}{\text{TM cathodes}}$$

Ce résultat est plus élevé que la consommation mesurée expérimentalement. Cependant, on a supposé à la section 4.1 que les briques trouées latérales pouvaient être négligées. Cette hypothèse diminue le transfert de chaleur et augmente la consommation de combustible. Soulignons aussi que la combustion du poussier et des matières volatiles a également été négligée par le modèle.

On a mesuré expérimentalement les températures des cathodes inférieures et supérieures selon le temps (réf. figures 4.3 et 4.4). La figure 5.17 montre les températures de cathodes calculées à la position $J=3$, c'est-à-dire au centre de la cathode. Pour comparer les températures mesurées à la même position dans le solide, on doit faire la moyenne des résultats expérimentaux. Le tableau 5.3 présente les températures de cathodes mesurées expérimentalement et celles obtenues par simulation.

On remarque qu'il existe un écart minimum de 22 K et un écart maximum de 147 K entre les températures des cathodes expérimentales et calculées. L'écart augmente à mesure que le temps avance.

On peut comparer les températures de gaz calculées lors de la simulation et celles obtenues expérimentalement selon le temps pour les chambres 9 à 4 (réf. figures IV.1, IV.2, IV.3, IV.4, IV.5 et IV.6). Les valeurs calculées sont représentées à la figure 5.3. Pour rendre la comparaison possible, on a choisi le profil du gaz B selon la position

Température centrale de cathode (mesurée) (K)	Température centrale de cathode (calculée) (K)	Temps de chauffe (h)
303	325	0
400	429	56
550	595	112
718	806	168
908	1055	224
1228	1290	280
1368	1453	336

Tableau 5.3: Les températures mesurées et calculées des cathodes pour différents temps.

longitudinale à la position $J=1$ pour différents temps et $NPP=5$. Le tableau 5.4 nous montre les températures du gaz expérimentales et calculées.

Si on omet les chambres 4 et 5, il existe un écart minimum de 16 K et un écart maximum de 159 K entre les températures de gaz calculées et expérimentales. L'écart est plus important dans les chambres en feu, car on a considéré dans le modèle la chambre 4 comme étant à température constante et la chambre 5 comme étant à montée linéaire de température. En réalité, la température demeure constante sur la moitié des chambres 4 et 5.

Globalement, on peut constater que l'ensemble des profils calculés s'approchent des profils mesurés expérimentalement. Ces résultats sont de bon augure et laissent espérer que le modèle, une fois relevé de certaines restrictions imposées, pourra représenter encore plus fidèlement

Température mesurée du gaz (K)	Température calculée du gaz B à NPP=5, J=1 (K)	Temps de chauffe (s)	Position longitudinale
500	516	40 320	9
520	560	80 640	9
540	600	120 960	9
560	638	161 280	9
600	677	201 600	9
630	711	40 320	8
680	749	80 640	8
720	798	120 960	8
750	828	161 280	8
800	869	201 600	8
850	903	40 320	7
890	945	80 640	7
900	987	120 960	7
930	1031	161 280	7
950	1075	201 600	7
1000	1114	40 320	6
1040	1159	80 640	6
1070	1209	120 960	6
1100	1259	161 280	6
1140	1268	201 600	6
1260	1276	40 320	5
1320	1336	80 640	5
1523	1396	120 960	5
1523	1455	161 280	5
1523	1515	201 600	5
1523	1516	40 320	4
1523	1515	80 640	4
1523	1515	120 960	4
1253	1514	161 280	4
1173	1514	201 600	4

Tableau 5.4: Les températures mesurées et calculées
des gaz pour différents temps.

le comportement de la fournaise.

5.3 LA SIMULATION D'UN CYCLE DE 28 HEURES

Pour illustrer les possibilités du modèle, nous simulons un cycle

hypothétique de 28 heures. On conserve les mêmes paramètres de simulation décrits à la section 5.2.1 sauf que l'intervalle de temps devient 100.8 secondes.

La figure 5.26 montre les températures de gaz, de brique, de coke et de cathodes du côté du conduit B, selon la position longitudinale pour la cinquième permutation au temps $t=20\ 160$ s. La figure 5.27 présente des températures semblables sauf que $t=100\ 800$ s. En comparant ces deux graphiques, on remarque une diminution de température dans la zone de refroidissement ($I=6$ à 8) au fil du temps. Les températures restent constantes pour la chambre #9 et augmentent progressivement pour la chambre #10. La zone de chauffage ($I=10$ à 14) montre des augmentations de température dans le temps. De plus, les figures 5.26 et 5.27 présentent une diminution de température dans la zone de préchauffage et de chauffage ($I=9$ à 14) à mesure que l'on s'éloigne du gaz et que l'on s'approche des cathodes. La situation inverse se produit dans la zone de refroidissement ($I=6$ à 8).

En observant les figures 5.28, 5.29, 5.30 et 5.31, on peut comparer l'effet d'une diminution du temps de cuisson sur les courbes de températures de gaz, de brique, de coke et de cathodes en fonction du temps pour un point situé à $I=9$ et $J=3$. Ainsi une diminution de moitié du cycle de cuisson, c'est-à-dire 56 à 28 heures, amène des diminutions de température importantes à l'intérieur du solide.

Le débit de combustible prévu par le modèle est de $0,02300$ kg/s pour un cycle de 28 heures. Selon la même hypothèse que précédemment, puisque seulement 57% de l'apport d'énergie provient du combustible, le débit réel peut être estimé à $0,01311$ kg/s.

5.4 LA SIMULATION D'UN CYCLE DE 112 HEURES

Pour la simulation d'un cycle de 112 heures, on conserve les paramètres décrits à la section 5.2.1 sauf que l'intervalle de temps devient 403,2 secondes.

TEMPERATURE B VS POSITION LONG.

⊙ NPP=5 ET T=20160 S

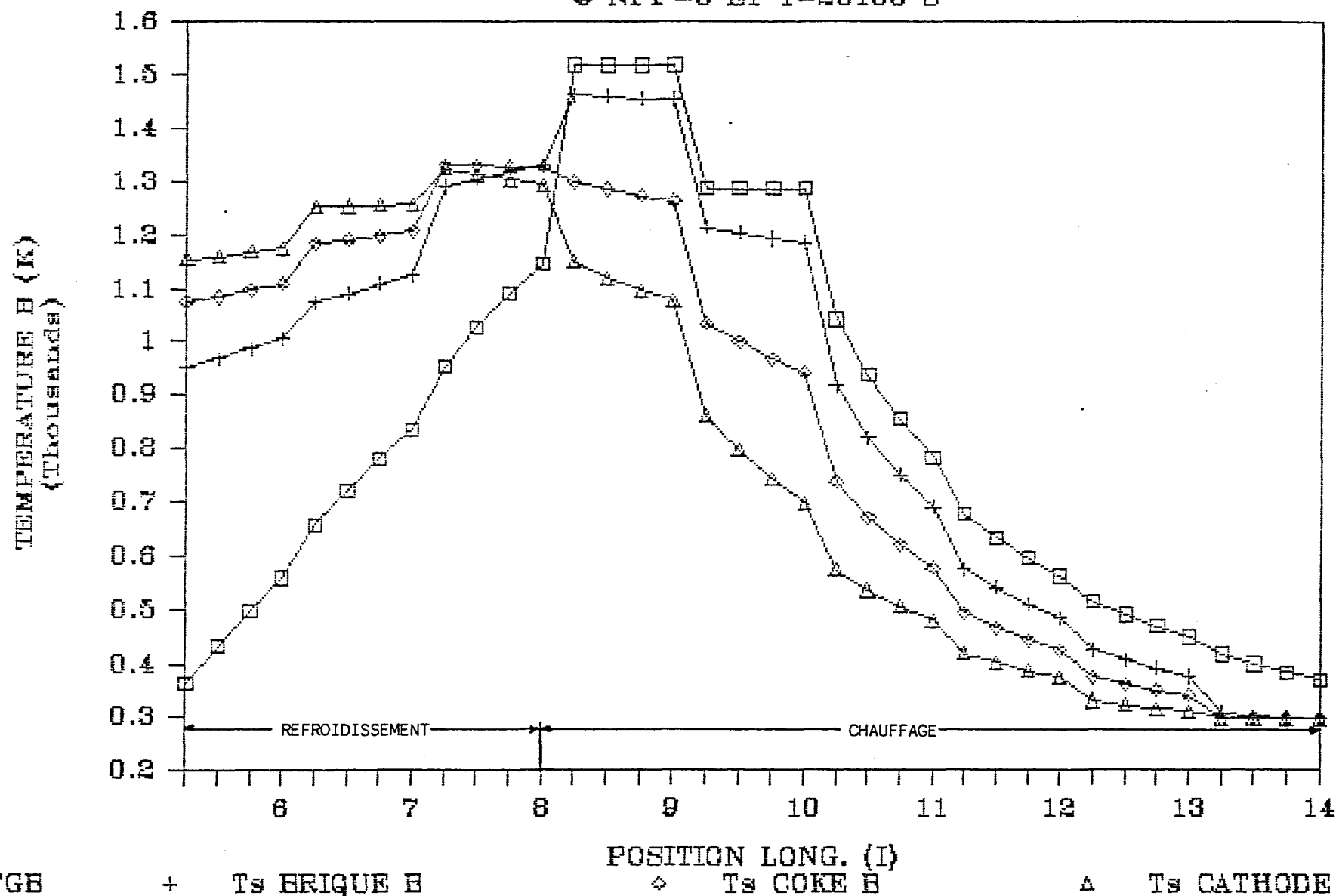


Figure 5.26: Température B selon la position longitudinale pour un cycle de 28 h à $t=20160$ s et $NPP=5$ (points N, K, L et E, figure 5.1).

TEMPERATURE B VS POSITION LONG.

⊙ NPP=5 ET T=100800 S

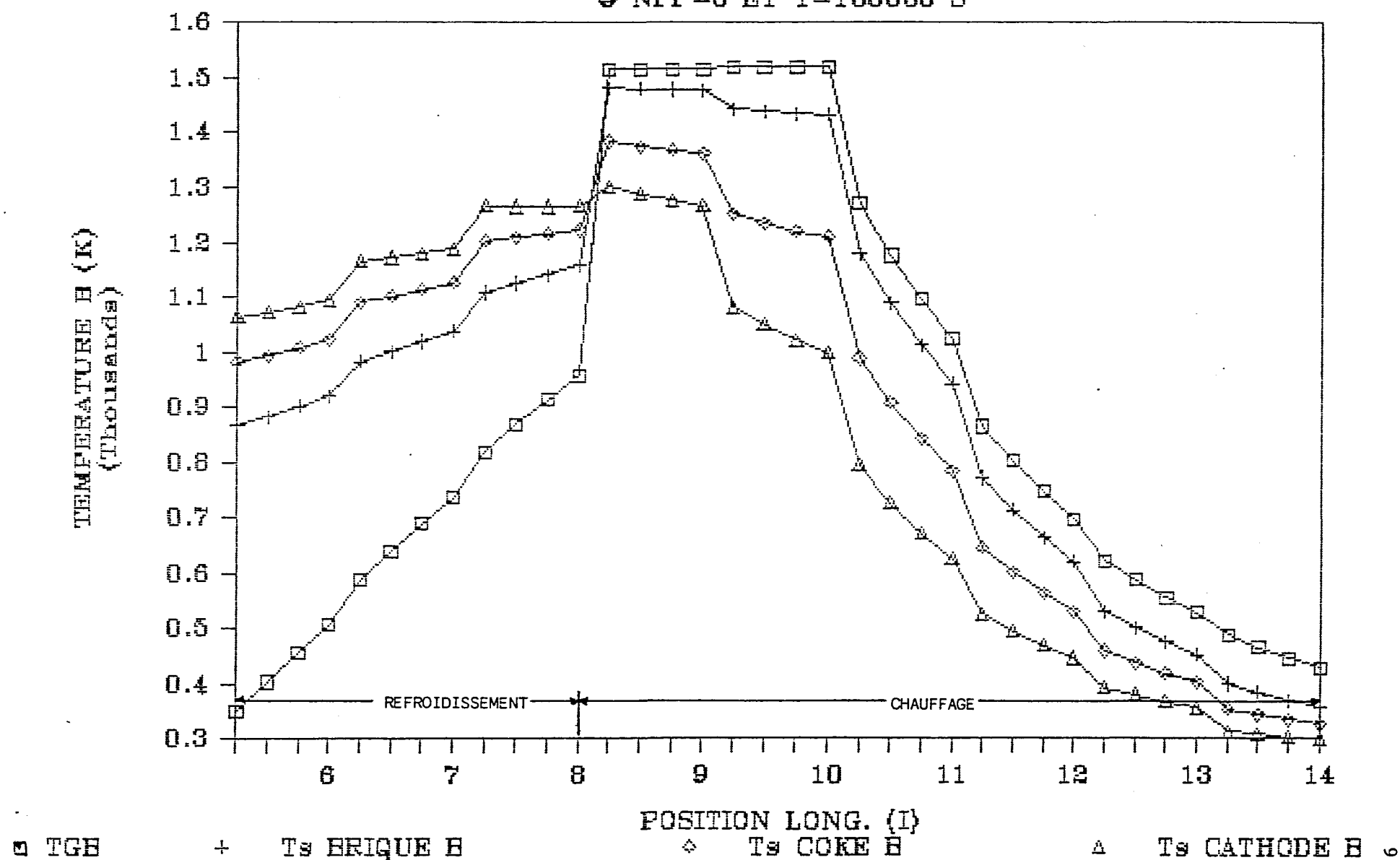


Figure 5.27: Température B selon la position longitudinale pour un cycle de 28 h à $t=100800$ s et $NPP=5$ (points N, K, L et E, figure 5.1).

TEMPERATURE GAZ B VS TEMPS

● CYCLE=28H, J=3 ET I=9

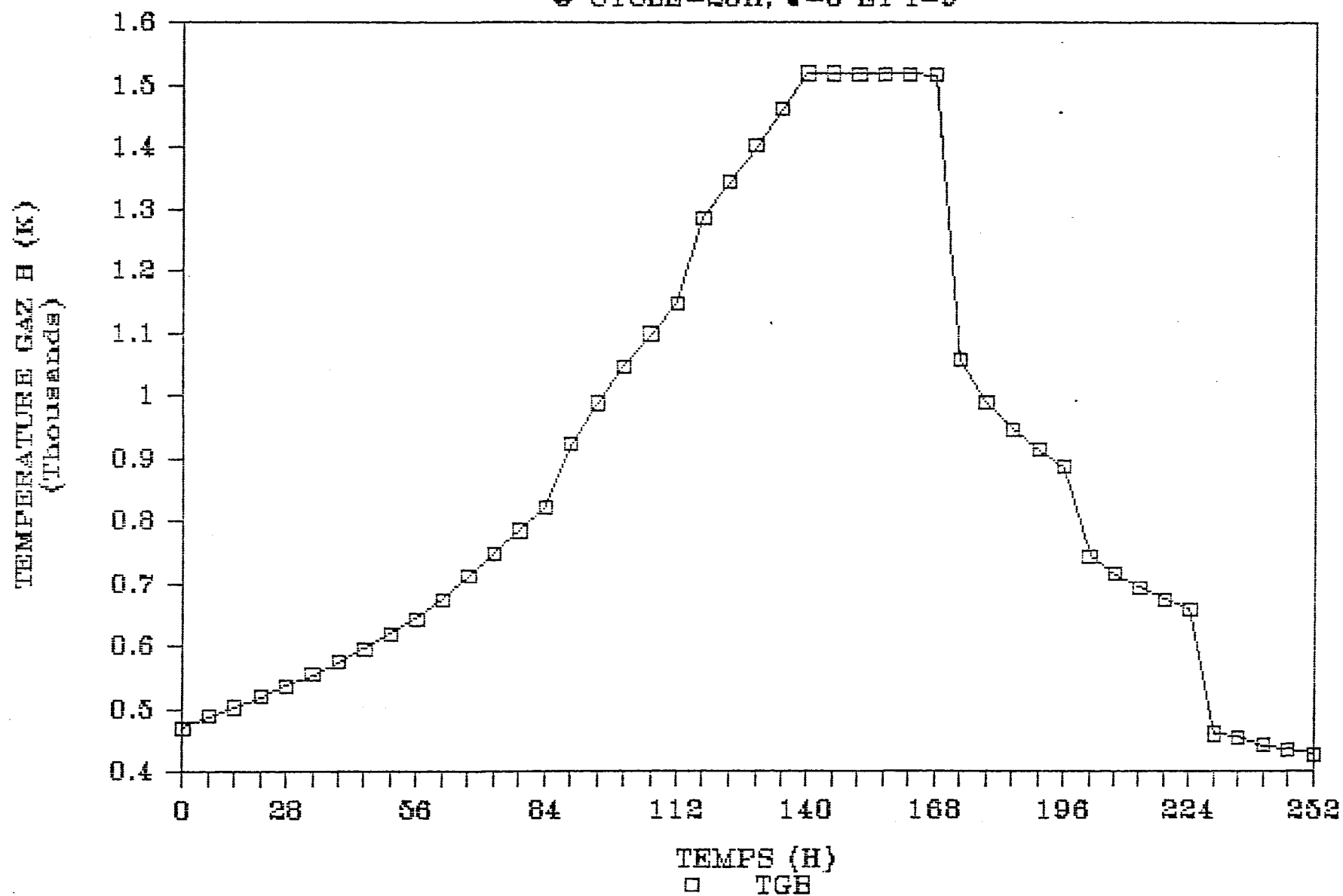


Figure 5.28: Température du gaz B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 28 h (point N, figure 5.1).

TEMPERATURE DE LA BRIQUE B VS TEMPS

⊙ CYCLE=28H, I=9 ET J=3

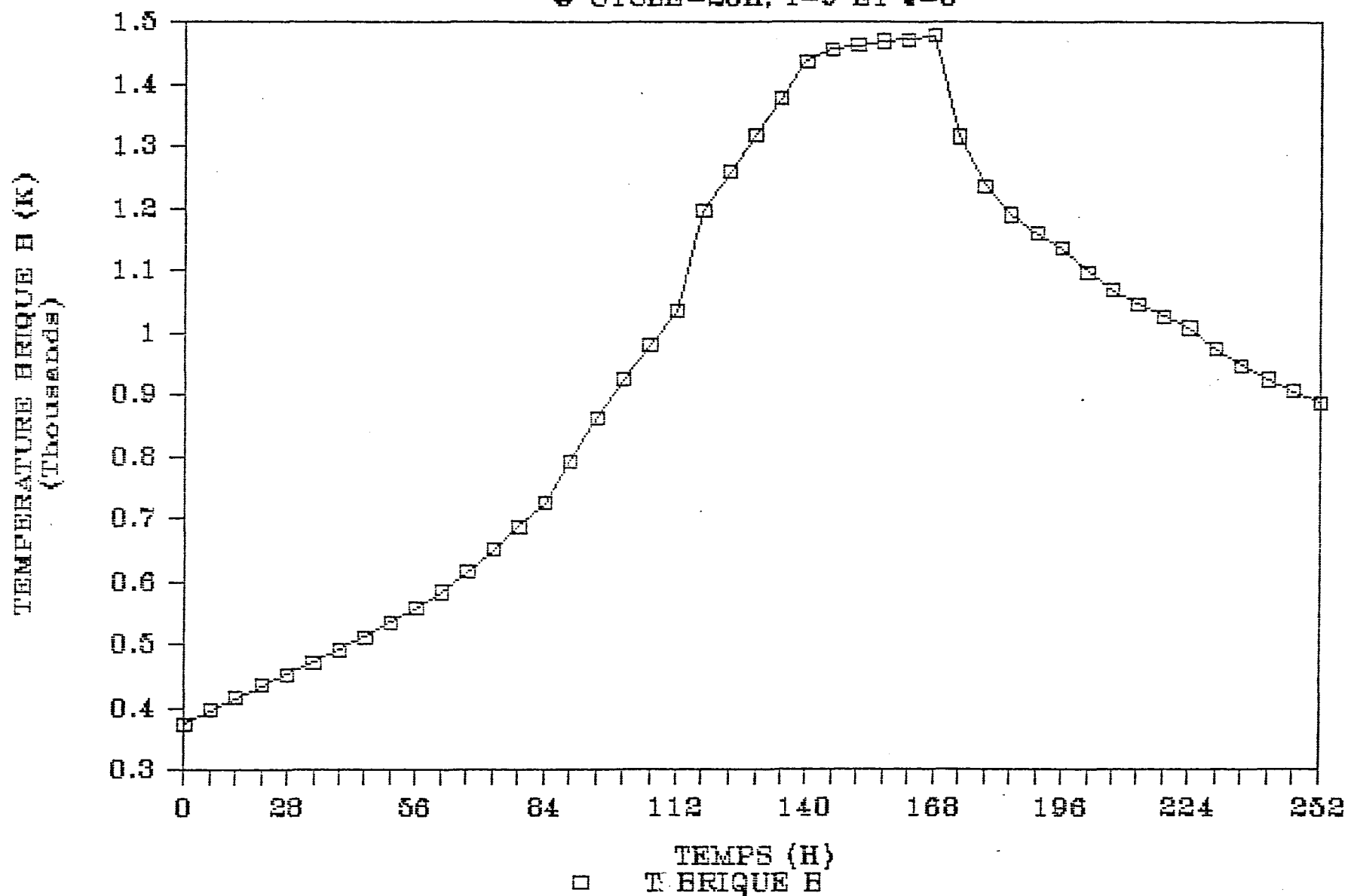
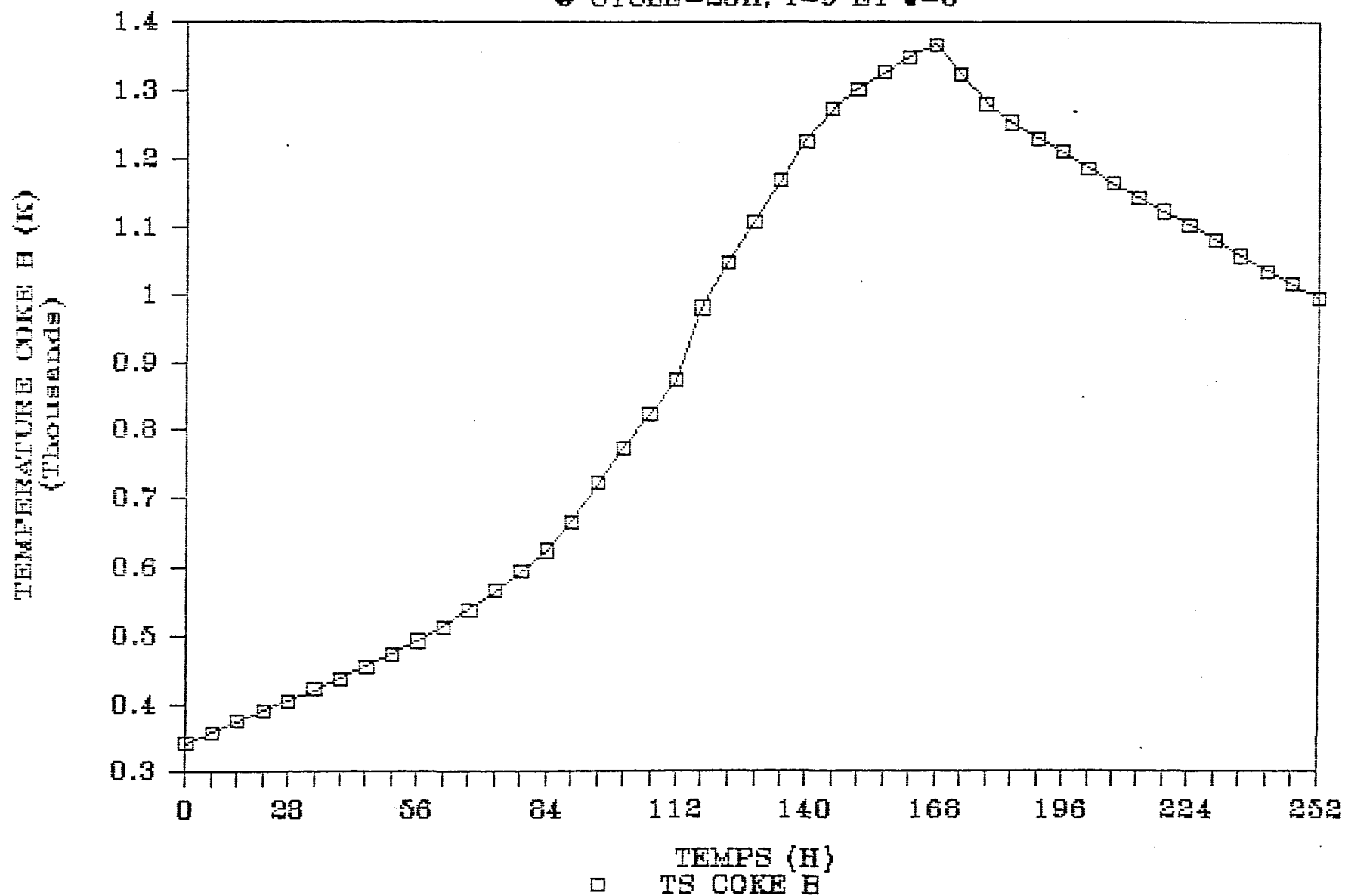


Figure 5.29: Température de la brique B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 28 h (point K, figure 5.1).

TEMPERATURE COKE B VS TEMPS

⊗ CYCLE=28H, I=9 ET J=3



TEMPERATURE CATHODE B VS TEMPS

⊕ CYCLE=28H, I=9 ET J=3

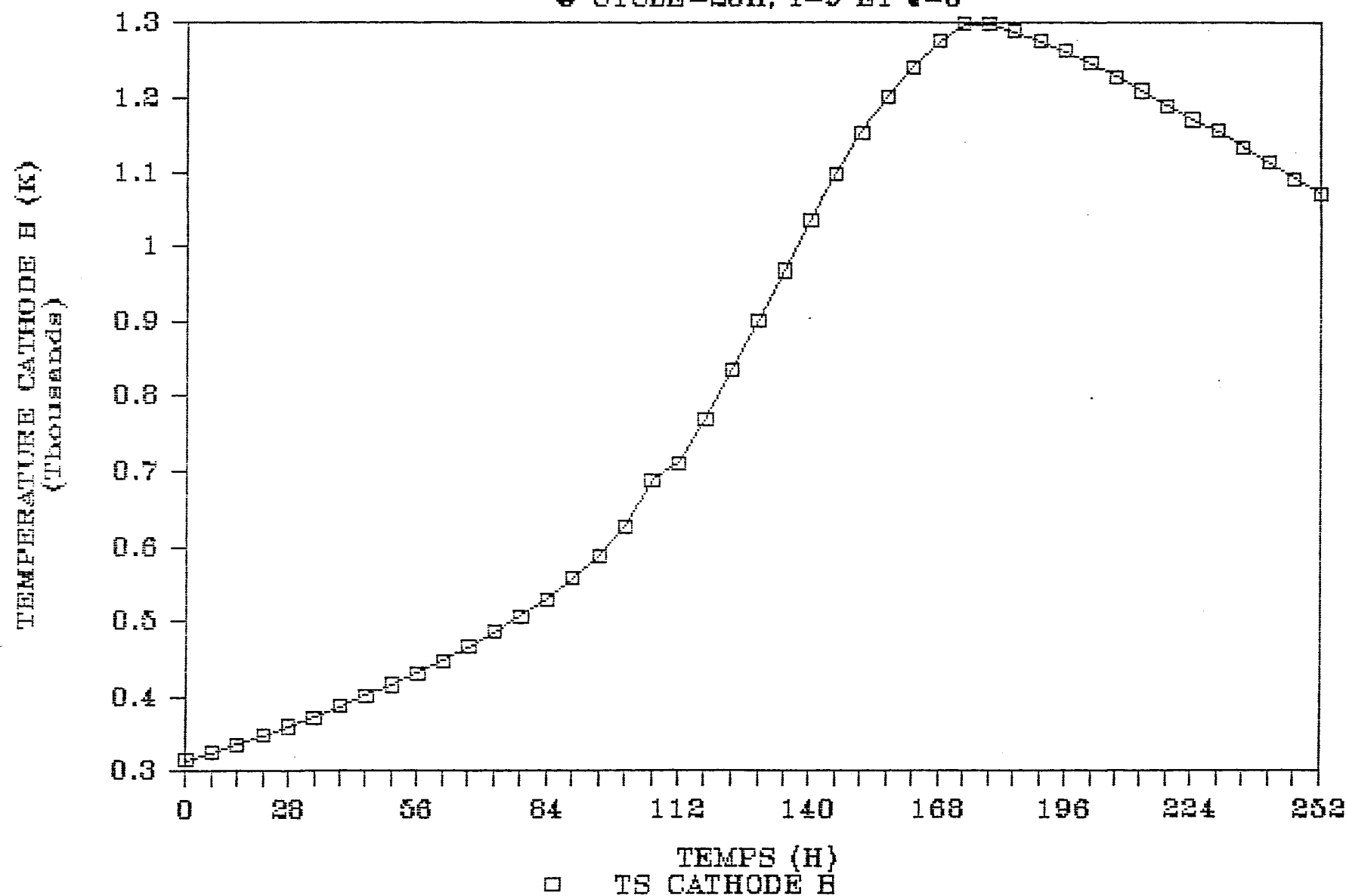


Figure 5.31: Température des cathodes B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 28 h (point E, figure 5.1).

Les figures 5.32 et 5.33 présentent respectivement les profils de températures de gaz, de brique, de coke et de cathodes du côté du conduit B, en fonction de la position longitudinale pour la cinquième permutation, aux temps $t=80\ 640\text{ s}$ et $t=403\ 200\text{ s}$. Comme pour les cycles de 28 et de 56 heures, les profils varient selon le temps et la position à l'intérieur du four.

En observant les figures 5.34, 5.35, 5.36 et 5.37, on visualise l'effet d'une augmentation du cycle de cuisson. En effet, les courbes présentant les températures de gaz, de brique, de coke et de cathodes près du conduit B, en fonction du temps pour un point situé à $I=9$ et $J=3$, montrent une augmentation de température à l'intérieur du solide. Le débit de combustible est de $0,01200\text{ kg/s}$ pour le cycle de 112 heures, ce qui revient à une consommation corrigée de $0,00684\text{ kg/s}$ en appliquant le principe déjà utilisé.

5.5 LA COMPARAISON DES DIFFÉRENTS CYCLES DE CUISSON

La simulation de différents cycles de cuisson permet de comparer les débits de combustible utilisé pour opérer le four versus la température atteinte par les solides. Entre autres, les cathodes doivent atteindre une température élevée pour être de bonne qualité. Au tableau 5.5, on présente les résultats obtenus pour différents cycles de cuisson.

Le temps du cycle de cuisson est proportionnel à la quantité de combustible utilisé et à la température maximum de solide obtenue. L'opération du four est optimisée selon la température maximum désirée et le coût du combustible utilisé.

TEMPERATURE B VS POSITION LONG.

⊙ NPP=5 ET T=80640 S

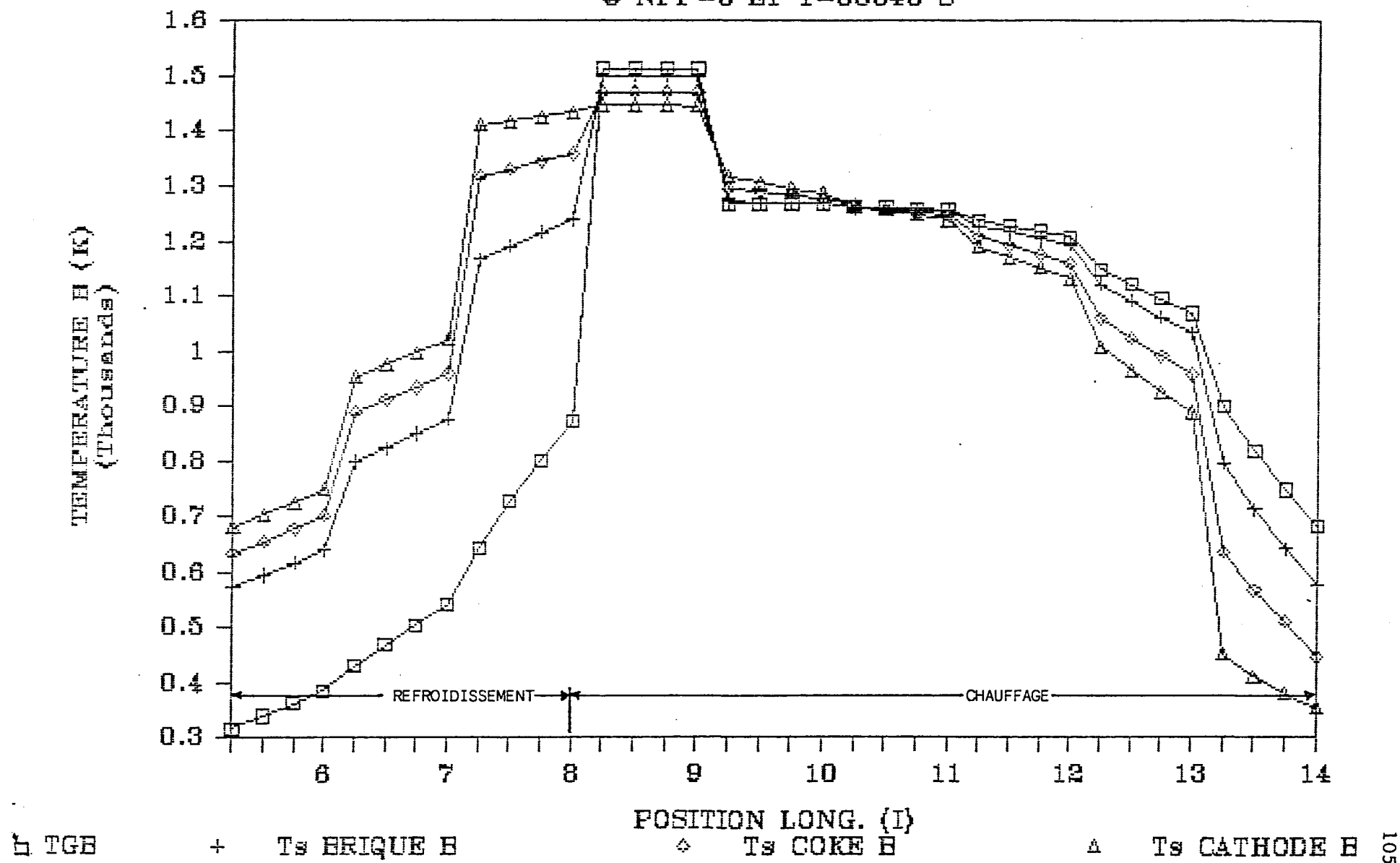


Figure 5.32: Température B selon la position longitudinale pour un cycle de 112 h à $t=80640$ s et $NPP=5$ (points N, K, L et E, figure 5.1).

TEMPERATURE B VS POSITION LONG.

⊙ NPP=5 ET T=403200 S

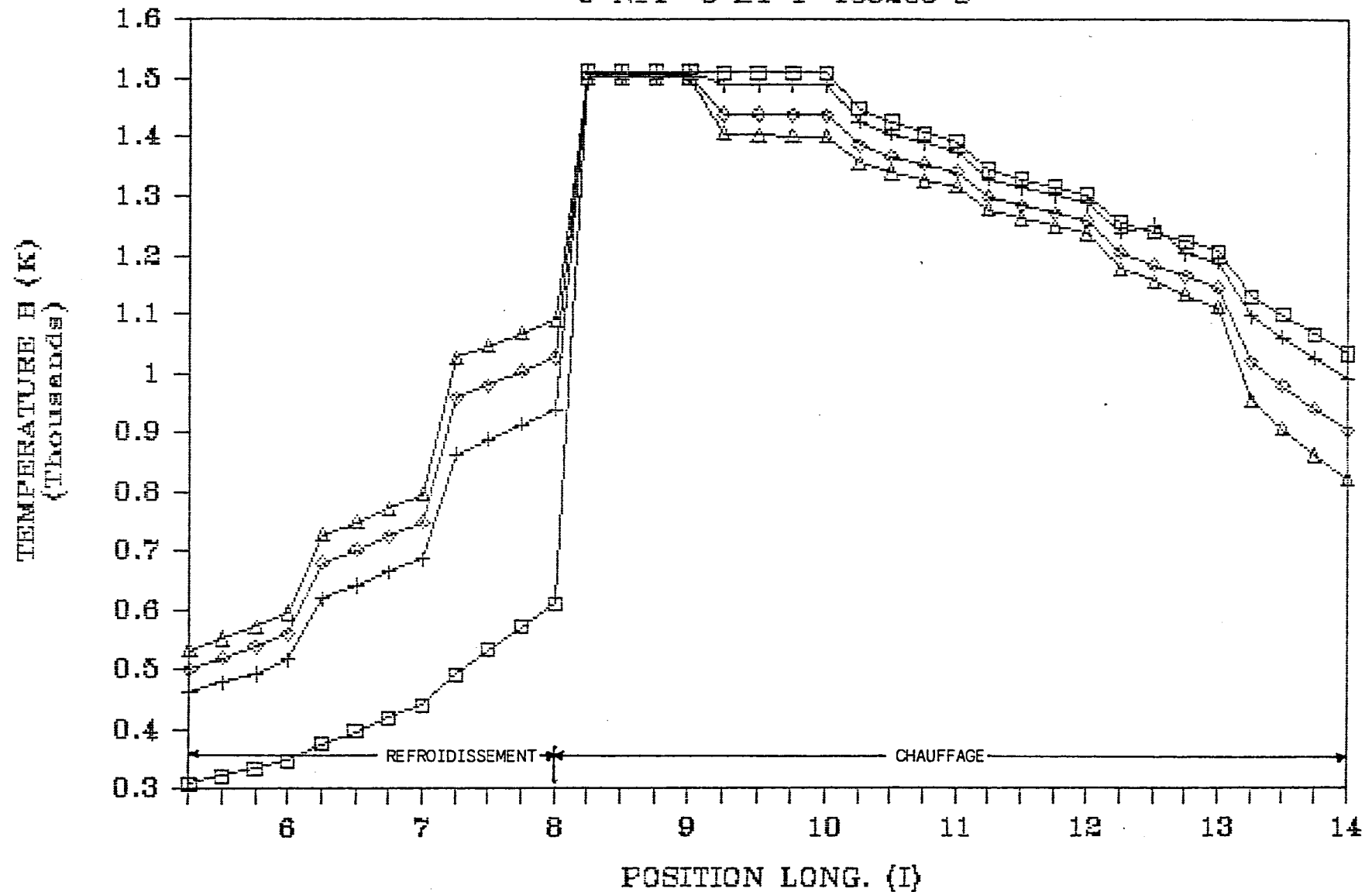


Figure 5.33: Température B selon la position longitudinale pour un cycle de 112 h à $t=403200$ s et $NPP=5$ (points N, K, L et E, figure 5.1).

TEMPERATURE GAZ B VS TEMPS

⊙ CYCLE=112H, J=3 ET I=9

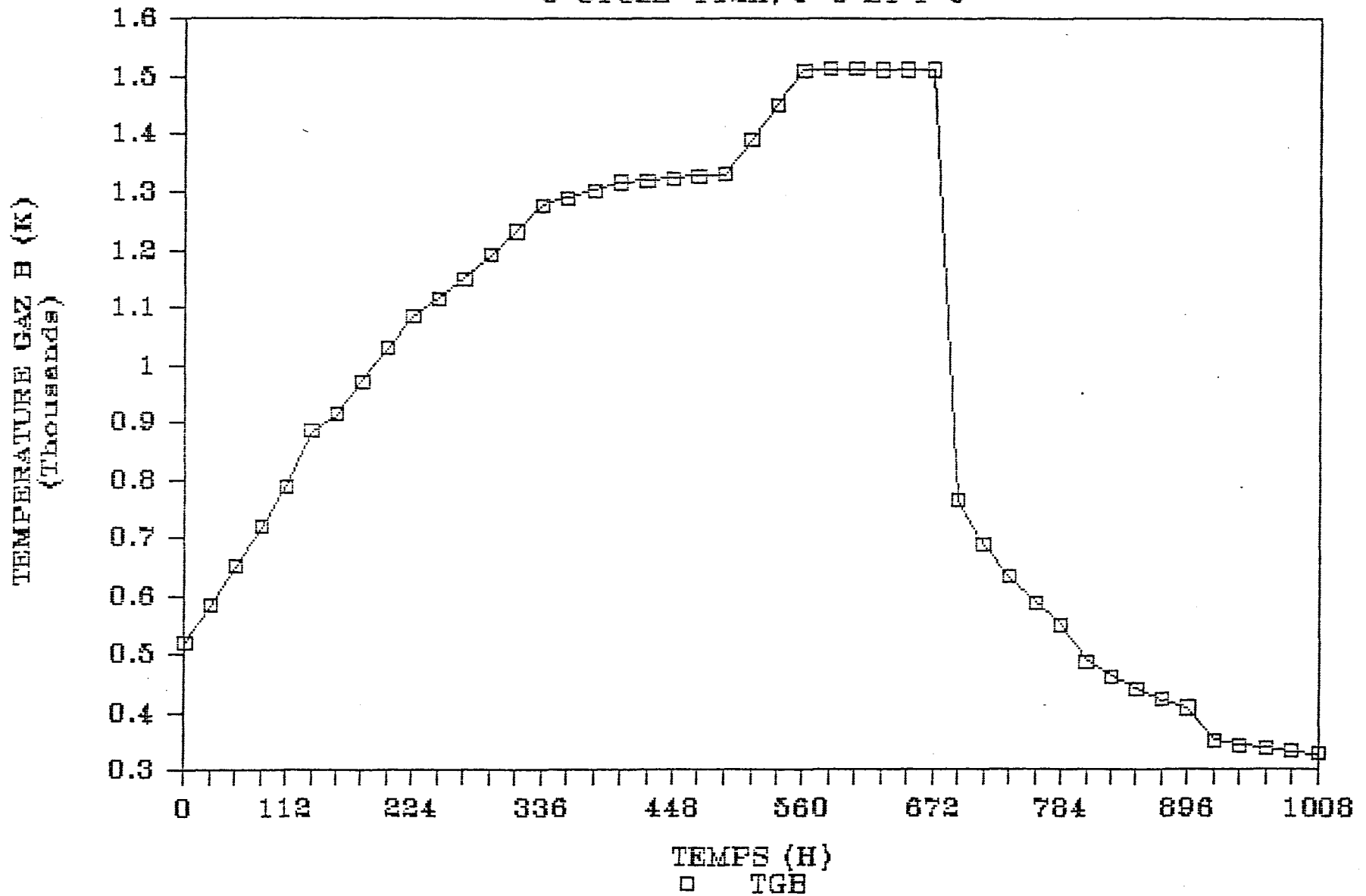


Figure 5.34: Température du gaz B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 112 h (point N, figure 5.1).

TEMPERATURE DE LA BRIQUE B VS TEMPS

⊙ CYCLE=112H, I=9 ET J=3

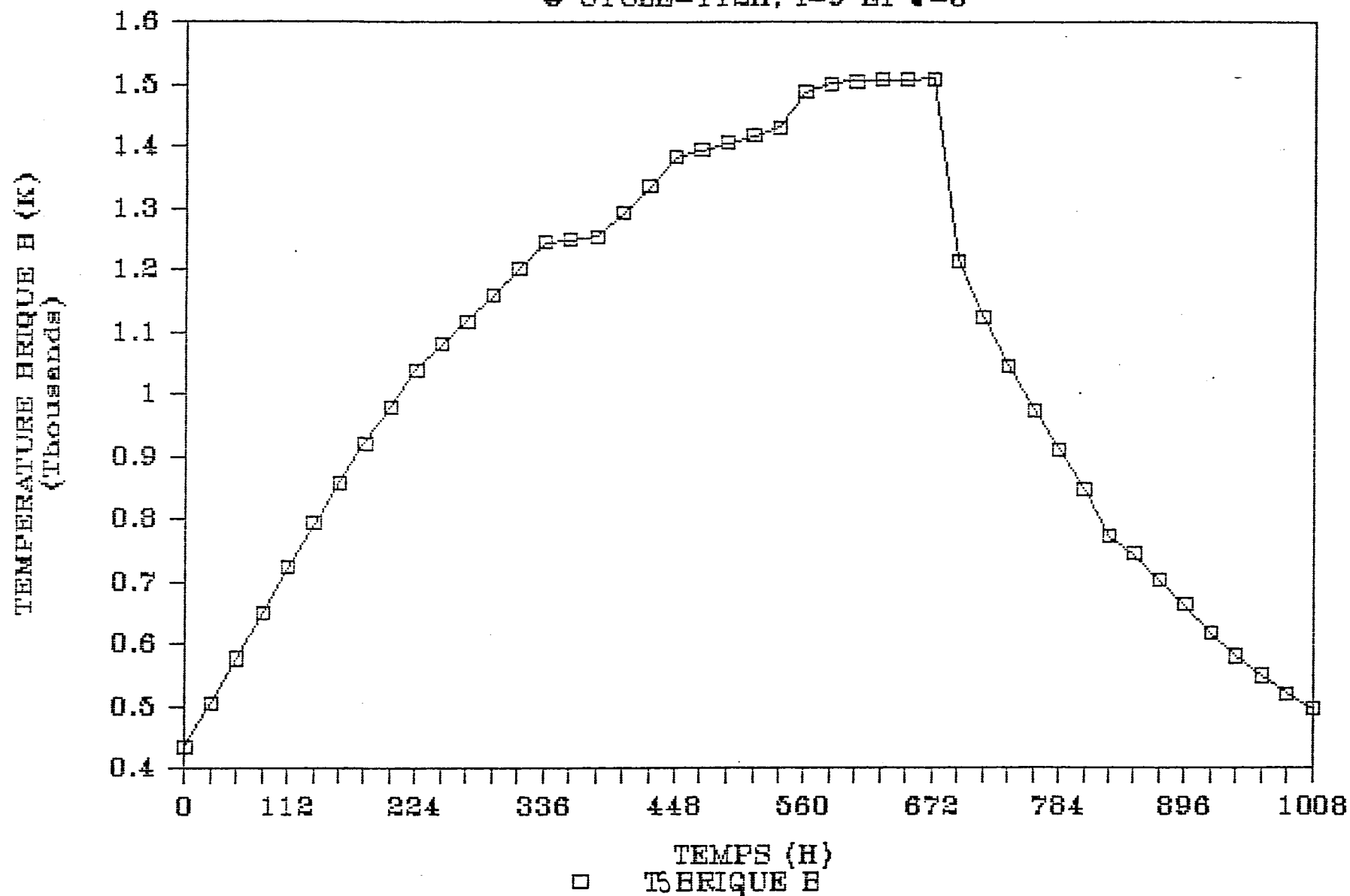


Figure 5.35: Température de la brique B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 112 h (point K, figure 5.1).

TEMPERATURE COKE B VS TEMPS

● CYCLE=112H, I=9 ET J=3

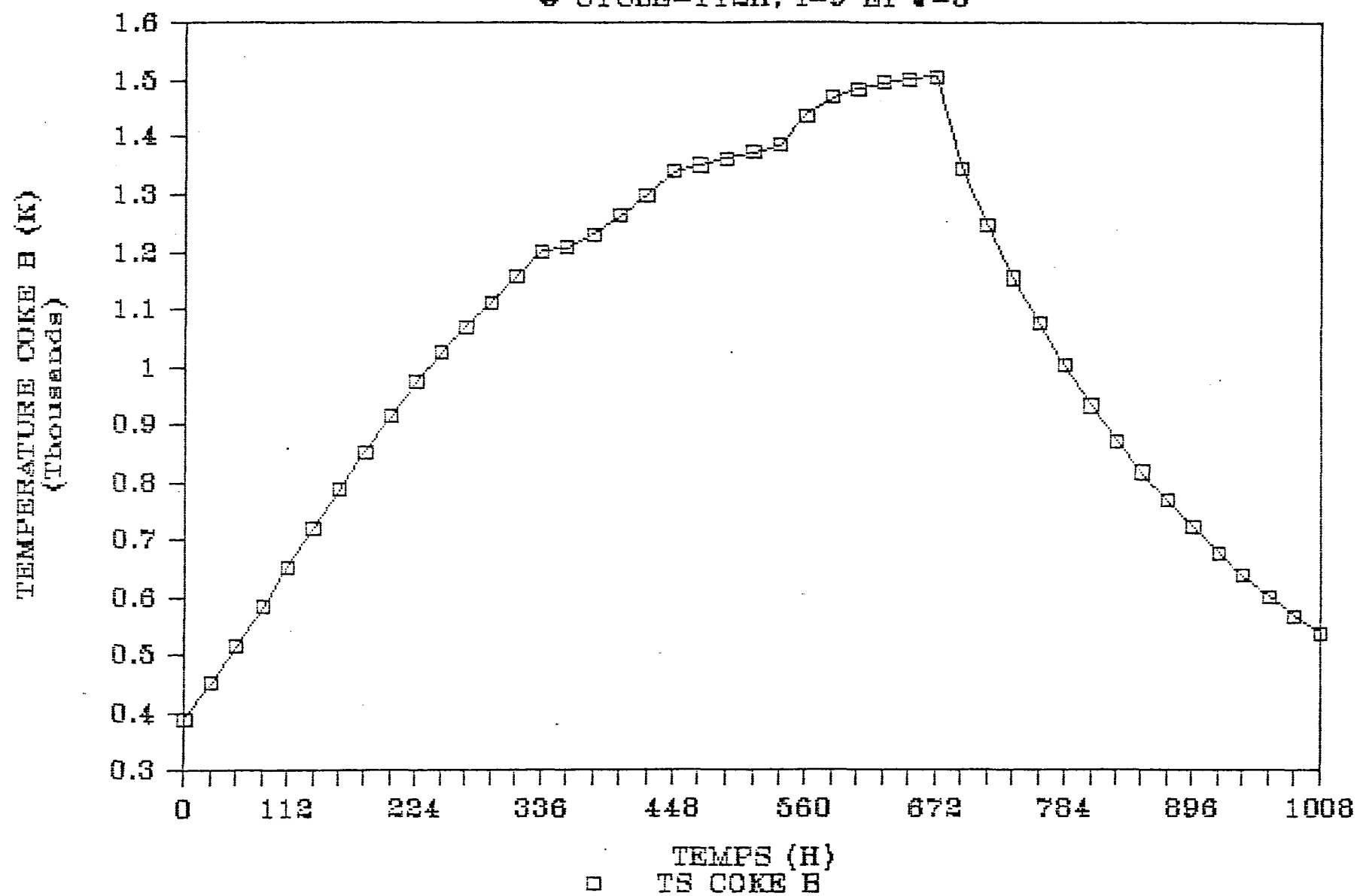


Figure 5.36: Température du coke B selon le temps à J=3,
I=9 et pour un cycle de 112 h (point L, figure 5.1).

TEMPERATURE CATHODE B VS TEMPS

⊕ CYCLE=112H, I=9 ET J=3

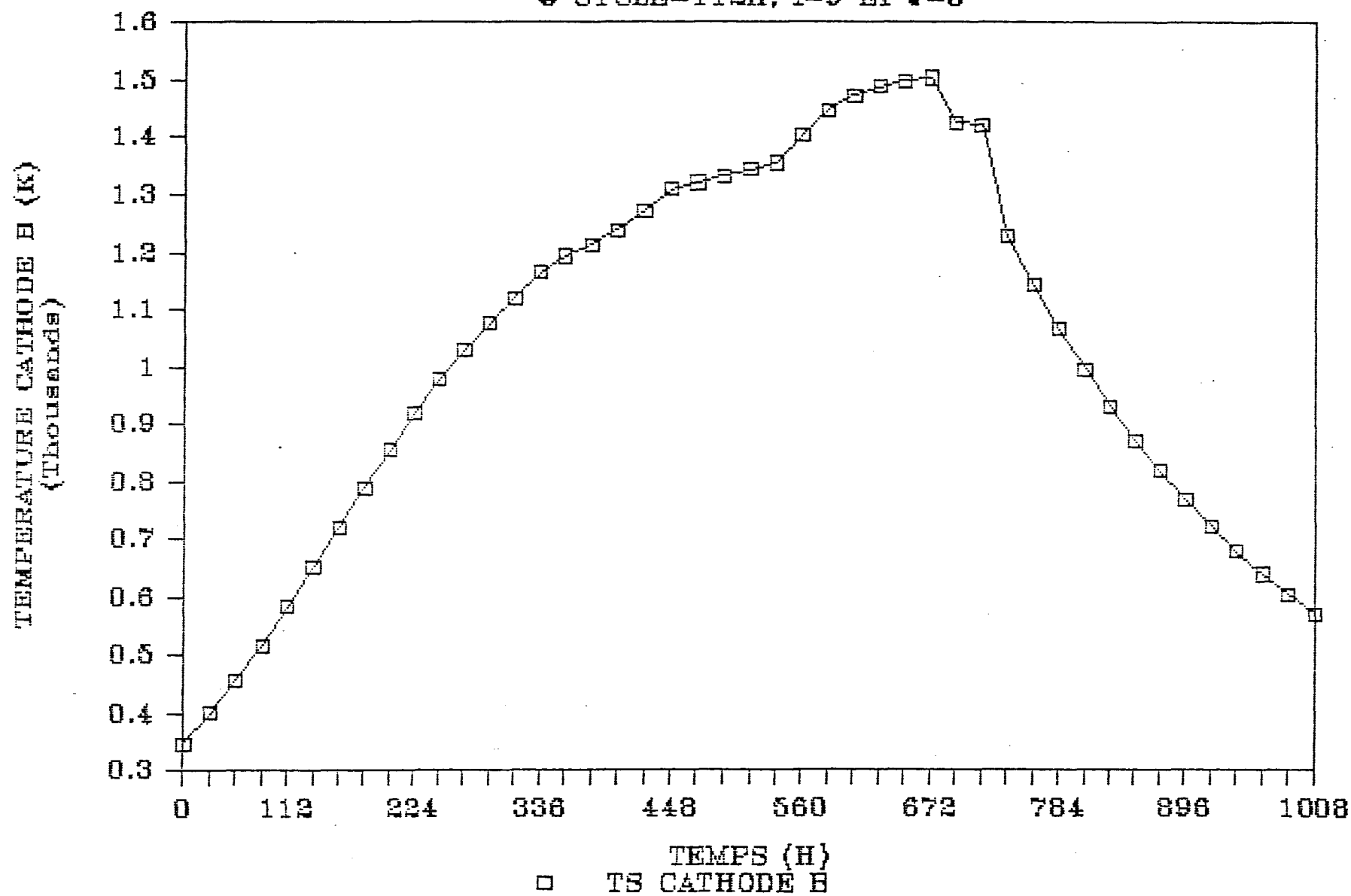


Figure 5.37: Température des cathodes B selon le temps à J=3, I=9 et pour un cycle de 112 h (point E, figure 5.1).

Cycle de cuisson (H)	Mazout par permutation (kg)	Temp. max. B brique (K)	Temp. max. B coke (K)	Temp. max. B cathode (K)	Débit de combustible (kg/s)
28	1321	1479	1369	1299	0,01311
56	1904	1503	1474	1453	0,00944
112	2758	1511	1507	1504	0,00684

Tableau 5.5: Les résultats obtenus pour différents cycles de cuisson.

CHAPITRE 6

LA CONCLUSION

Le modèle dynamique développé permet de trouver l'évolution des températures de gaz et de solide pour différents cycles de cuisson. On peut aussi déterminer le débit de combustible utilisé et la constante de temps du four.

Les résultats présentés au chapitre 5 montrent que le modèle, quoique incomplet sous sa forme actuelle, possède suffisamment de possibilités pour simuler les comportements généraux du four Riedhammer. Contrairement au four réel, on peut modifier à volonté les paramètres d'opération et les variables géométriques. Les résultats de la simulation sont obtenus beaucoup plus rapidement qu'un essai expérimental qui durerait plusieurs jours.

Le modèle dans son ensemble pourrait être amélioré, car certaines hypothèses simplificatrices sont assez grossières. Ainsi la répartition symétrique de la paroi du conduit rectangulaire, de même que l'omission des briques trouées latérales, entraînent une diminution du transfert de chaleur selon l'axe II. En négligeant la chaleur perdue par les fondations et l'apport de chaleur provenant des substances volatiles et du poussier, on fausse le bilan énergétique. Finalement, l'hypothèse stipulant que les infiltrations sont négligeables reste à être vérifiée.

Le modèle actuel pourrait servir de point de départ à un travail ultérieur qui tiendrait compte des améliorations mentionnées précédem-

ment. L'outil mathématique étant maintenant disponible, le travail peut être poussé plus loin.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Keller, F. et Disselhorst, J.H.M., 1981: "Modern Anode Bake Furnace Developments", Light Metals (AIME) 1981, pp. 611-621.
- [2] Tarasiewicz, S., 1983: "A Dynamic Model of the Ring Furnace", Report no. 4, UQAC, Septembre 1983. (Document interne)
- [3] Bui, R.T., Charette, A. et Bourgeois, T., 1982: "Modeling the Ring Furnace", Report no. 1, UQAC, Novembre 1982. (Document interne)
- [4] Charette, A., Bui, R.T. et Bourgeois, T., 1982: "Heat Transfer in the Ring Furnace", Report no. 2, UQAC, Novembre 1982. (Document interne)
- [5] Thibault, M.A., 1984: "Modèle Dynamique du Four de Cuisson d'Anodes", Mémoire, UQAC, Août 1984.
- [6] Bourgeois, T., Bui, R.T. et Charette, A., 1985: "Bilan Energétique du Four Riedhammer du Centre des Produits Cathodiques de l'Usine Arvida", Rapport scientifique #IS-85-01, UQAC, Juin 1985. (Document interne)
- [7] Charette, A., 1982: "Phénomènes de Transfert", Notes de cours, UQAC, Septembre 1982. (Document interne)
- [8] Welty, J.R., Wicks, C.E. et Wilson, R.E., 1976: "Fundamentals of Momentum Heat and Mass Transfer", Wiley, Septembre 1976.
- [9] Gourlay, A.R., 1970: "Hopscotch: A Fast Second-Order Partial Diffe-

- rential Equation Solver", J. Inst. Maths Applics, vol. 6, 1970, pp. 375-390.
- [10] Girard, L., 1985: "Devoir Final, Transfert de Chaleur Avancé", Devoir, UQAC, Avril 1985. (Document interne)
- [11] Furman, A. et Martinera, H., 1980: "A Mathematical Model Simulating an Anode Baking Furnace", Light Metals, 1980 (AIME), pp. 545-552.
- [12] Charette, A., Bui, R.T. et Simard, G., 1985: "The Effect of Stringent Boundary Conditions on the Solution of a Transient Heat Conduction Problem", Mathematics and Computers in Simulation, 1987, pp. 47-60.
- [13] De Vriendt, A.B., 1982: "La Transmission de Chaleur", vol. 1, tome 2, Edition Gaëtan Morin, 1982.

ANNEXES

ANNEXE I

PROPRIÉTÉS DES SOLIDES ET DU GAZ

IA PROPRIÉTÉS DES SOLIDES

La conductivité thermique des solides est reliée à leur température respective. Pour chaque solide, on exprime cette dépendance sous forme d'un polynôme:

- conductivité thermique des cathodes^[12]:

$$K_c = C_0 + C_1 T_s + C_2 T_s^2 + C_3 T_s^3 \quad [W/mK]$$

où

$$\begin{aligned} C_0 &= +2,2298 \\ C_1 &= +8,917 \times 10^{-4} \\ C_2 &= -1,5263 \times 10^{-6} \\ C_3 &= +2,712 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

- conductivité thermique de la brique^[12]:

$$K_b = C_0 + C_1 T_s \quad [W/mK]$$

où

$$\begin{aligned} C_0 &= 1,1456 \\ C_1 &= 2,071 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

- conductivité thermique du poussier^[12]:

$$K_c = C_0 + C_1 T_s \quad [W/mK]$$

où

$$C_0 = 0,129$$

$$C_1 = 4,694 \times 10^{-4}$$

En ce qui a trait à la chaleur massique des solides, elle est considérée constante pour la brique, mais fonction de la température pour les cathodes et le poussier:

- chaleur massique des cathodes^[12]:

$$C_{p_c} = C_0 + C_1 T_s + C_2 T_s^2 + C_3 T_s^3 + C_4 T_s^4 \quad [J/kgK]$$

où

$$C_0 = -1,524 \times 10^3$$

$$C_1 = +1,123 \times 10^1$$

$$C_2 = -1,527 \times 10^{-2}$$

$$C_3 = +9,484 \times 10^{-6}$$

$$C_4 = -2,170 \times 10^{-9}$$

- chaleur massique de la brique^[12]:

$$C_{p_b} = 1047 \quad [J/kgK]$$

- chaleur massique du poussier^[12]:

$$C_{p_p} = C_0 + C_1 T_s + \frac{C_2}{T_s^2} \quad [J/kgK]$$

où

$$C_0 = +933,0$$

$$C_1 = +0,916$$

$$C_2 = -4,08 \times 10^7$$

Les densités de tous les solides ont été considérées constantes; ainsi on a:

- densité des cathodes^[12]:

$$\rho_c = 1320 \quad [\text{kg/m}^3]$$

- densité de la brique^[12]:

$$\rho_b = 2400 \quad [\text{kg/m}^3]$$

- densité du poussier^[12]:

$$\rho_p = 800 \quad [\text{kg/m}^3]$$

IB PROPRIÉTÉS DU GAZ

Pour simplifier les calculs, on a supposé que les propriétés du gaz étaient semblables à celles de l'air:

- viscosité du gaz^[5]:

$$\mu_g = C_0 + C_1 T_g \quad [\text{kg/ms}]$$

$$\begin{aligned} \text{où} \quad C_0 &= 1,224 \times 10^{-5} \\ C_1 &= 2,844 \times 10^{-8} \end{aligned}$$

- conductivité thermique du gaz^[5]:

$$K_g = C_0 + C_1 T_g \quad [\text{W/mK}]$$

$$\begin{aligned} \text{où} \quad C_0 &= 0,00882 \\ C_1 &= 5,45 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

- densité du gaz^[5]:

$$\rho_g = C_0 + C_1 T_g + C_2 T_g^2 + C_3 T_g^3 + C_4 T_g^4 + C_5 T_g^5 \quad [\text{kg/m}^3]$$

où

$$\begin{aligned}
 C_0 &= +0,2962 \times 10^1 \\
 C_1 &= -0,9589 \times 10^{-2} \\
 C_2 &= +0,1534 \times 10^{-4} \\
 C_3 &= -0,1301 \times 10^{-7} \\
 C_4 &= +0,5608 \times 10^{-11} \\
 C_5 &= -0,9665 \times 10^{-15}
 \end{aligned}$$

- chaleur massique du gaz^[5]:

$$C_{p_g} = C_0 + C_1 T_g \quad [J/kgK]$$

où

$$\begin{aligned}
 C_0 &= 978,24 \\
 C_1 &= 0,12
 \end{aligned}$$

ANNEXE II

PÉRIMÈTRE MOYEN, AIRE MOYENNE ET LONGUEUR ÉQUIVALENTE

IIA PÉRIMÈTRE MOYEN ET AIRE MOYENNE

Lors du calcul de la vitesse moyenne du gaz dans le four (réf. section 4.4.4), on avait besoin du périmètre moyen et de l'aire moyenne des conduits empruntés par le gaz:

- périmètre des briques trouées (P_b)

Ici pour rester conforme aux hypothèses précédentes, on ne tient pas compte des briques trouées latérales (réf. figure 3.4).

$$P_b = 14 \times [(2 \times 0,155 \text{ m}) + (2 \times 0,180 \text{ m})] = 9,380 \text{ m}$$

- périmètre du conduit rectangulaire (P_c)

(réf. figure 3.3)

$$P_c = (2 \times 0,495 \text{ m}) + (2 \times 0,700 \text{ m}) = 2,390 \text{ m}$$

- périmètre moyen \bar{P}_{ER}

$$\begin{aligned} \bar{P}_{ER} &= (P_b + P_c) \div 2 \\ &= \frac{9,380 + 2,390}{2} = 5,890 \text{ m} \end{aligned}$$

- aire des briques trouées (A_b)

(réf. figure 3.4)

$$A_b = 14 \times (0,155 \text{ m} \times 0,180 \text{ m}) = 0,391 \text{ m}^2$$

- aire du conduit rectangulaire (A_c)

(réf. figure 3.3)

$$A_c = (0,495 \text{ m} \times 0,700 \text{ m}) = 0,347 \text{ m}^2$$

- aire moyenne (\bar{A}_{cond})

$$\bar{A}_{\text{cond}} = \frac{A_b + A_c}{2} = \frac{0,391 + 0,347}{2} = 0,369 \text{ m}^2$$

IIB LONGUEUR ÉQUIVALENTE

Pour le calcul de la vitesse moyenne du gaz (réf. section 4.4.4), il nous faut la longueur équivalente de conduit.

Pour une chambre donnée, le gaz monte dans le conduit rectangulaire A, puis descend dans les briques trouées B et s'en va rejoindre le conduit rectangulaire C. Le parcours moyen du gaz pour une chambre est:

(réf. figures 3.2 à 3.4)

$$L = (\text{hauteur} + L'_{\text{coude } 180^\circ}) \times 2$$

si la hauteur = 5,678 m

si le $L'_{\text{coude } 180^\circ} = \bar{D} \times 75$

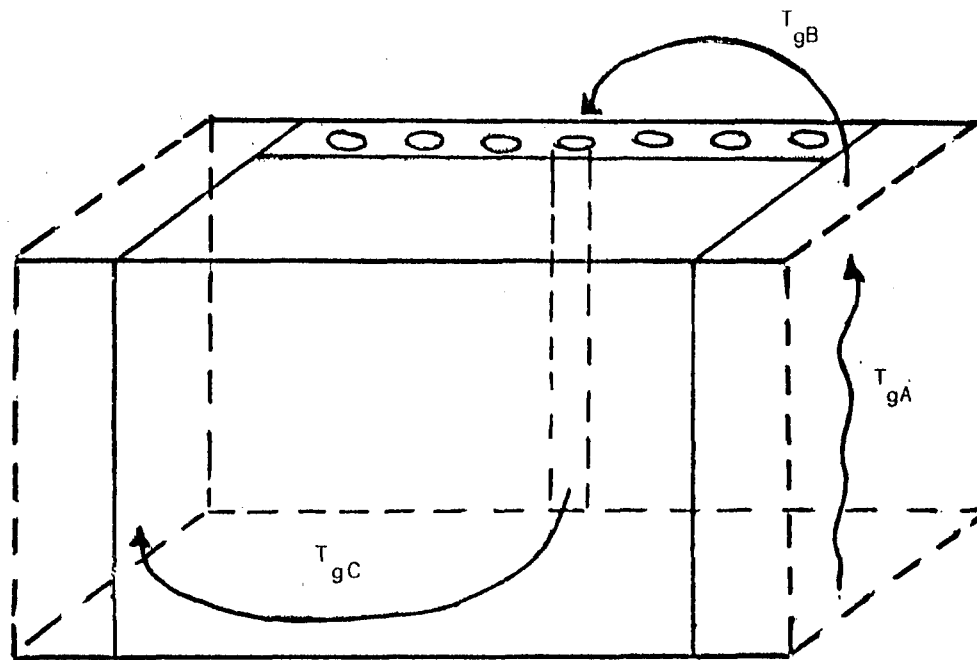


Figure II.1: Cheminement des gaz dans une chambre.

$$\bar{D} = \frac{4 \bar{A}_{\text{cond}}}{\bar{P}_{\text{ER}}}$$

$$= \frac{4 \times 0,369 \text{ m}^2}{5,890 \text{ m}}$$

$$= 0,251 \text{ m}$$

$$L' = \bar{D} \times 75$$

$$= 0,251 \text{ m} \times 75 = 18,825 \text{ m}$$

Ainsi: $L = (5,678 \text{ m} + 18,825 \text{ m}) \times 2$
 $= 49,006 \text{ m}$

Et pour l'ensemble du four, on aura neuf chambres:

$$Leq = L \times 9$$

$$= 49,006 \text{ m} \times 9 = 441,051 \text{ m}$$

ANNEXE III

RÉGIME D'ÉCOULEMENT ET FACTEUR DE DARCY

Aux sections 4.4.3 et 4.4.4, on a développé des équations pour le coefficient de transfert de chaleur par convection et pour le débit de gaz. Ces équations sont valides si le régime d'écoulement du gaz est turbulent, c'est-à-dire si $Re > 8000$. Il faut donc prouver la turbulence du système et résoudre par essais et erreurs deux équations à deux inconnues.

$$Re = \rho_g \frac{\bar{V} \bar{D}}{\mu_g}$$

$$\bar{V} = \left(\frac{8 A_{\text{cond}} (P_S - P_E)}{\rho_g f_D \bar{P}_{ER} L_{eq}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Ainsi à la page 209 de la référence [8], on a un graphique présentant le nombre de Reynolds en fonction du facteur de Fanning et du rapport D/e . On pourra donc résoudre les deux équations précédentes.

De plus, on peut lire le rapport e/D étant égal à 0,0045 à la page 210 de la référence [8], si on a du ciment et que le diamètre moyen du conduit est:

$$\bar{D} = \left(\frac{4 A_{\text{cond}}}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{4 \times 0,369 \text{ m}^2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,685 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}\text{Si } \rho_g \text{ à } 900 \text{ K} &= 0,3970 \text{ kg/m}^3 \\ \mu_g \text{ à } 900 \text{ K} &= 3,8885 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s} \\ D/e &= 222\end{aligned}$$

on aura en supposant $\bar{V} = 1,9 \text{ m/s}$

$$\text{Re} = \rho_g \frac{\bar{V} \bar{D}}{\mu_g} = \frac{0,3970 \text{ kg/m}^3 \times 1,9 \text{ m/s} \times 0,685 \text{ m}}{3,8885 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}} \approx 13\,300$$

on trouve $f_f = 0,0087$ et $f_d = 4f_f = 0,0348$

$$\bar{V} = \left(\frac{8 \times 0,369 \text{ m}^2 \times 46,06 \text{ N/m}^2}{0,3970 \text{ kg/m}^3 \times 0,0348 \times 5,890 \text{ m} \times 441,051 \text{ m}} \right)^{\frac{1}{2}} = 1,9 \text{ m/s}$$

On a donc un régime d'écoulement turbulent pour les gaz et le facteur de Darcy est de 0,0348.

ANNEXE IV

VARIATION DE LA TEMPÉRATURE DU GAZ MESURÉE EXPÉRIMENTALEMENT
EN FONCTION DU TEMPS

Dans les pages suivantes, on retrouve la variation de la température du gaz en fonction du temps, pour les chambres #9 à #4. Ces valeurs ont été mesurées expérimentalement.

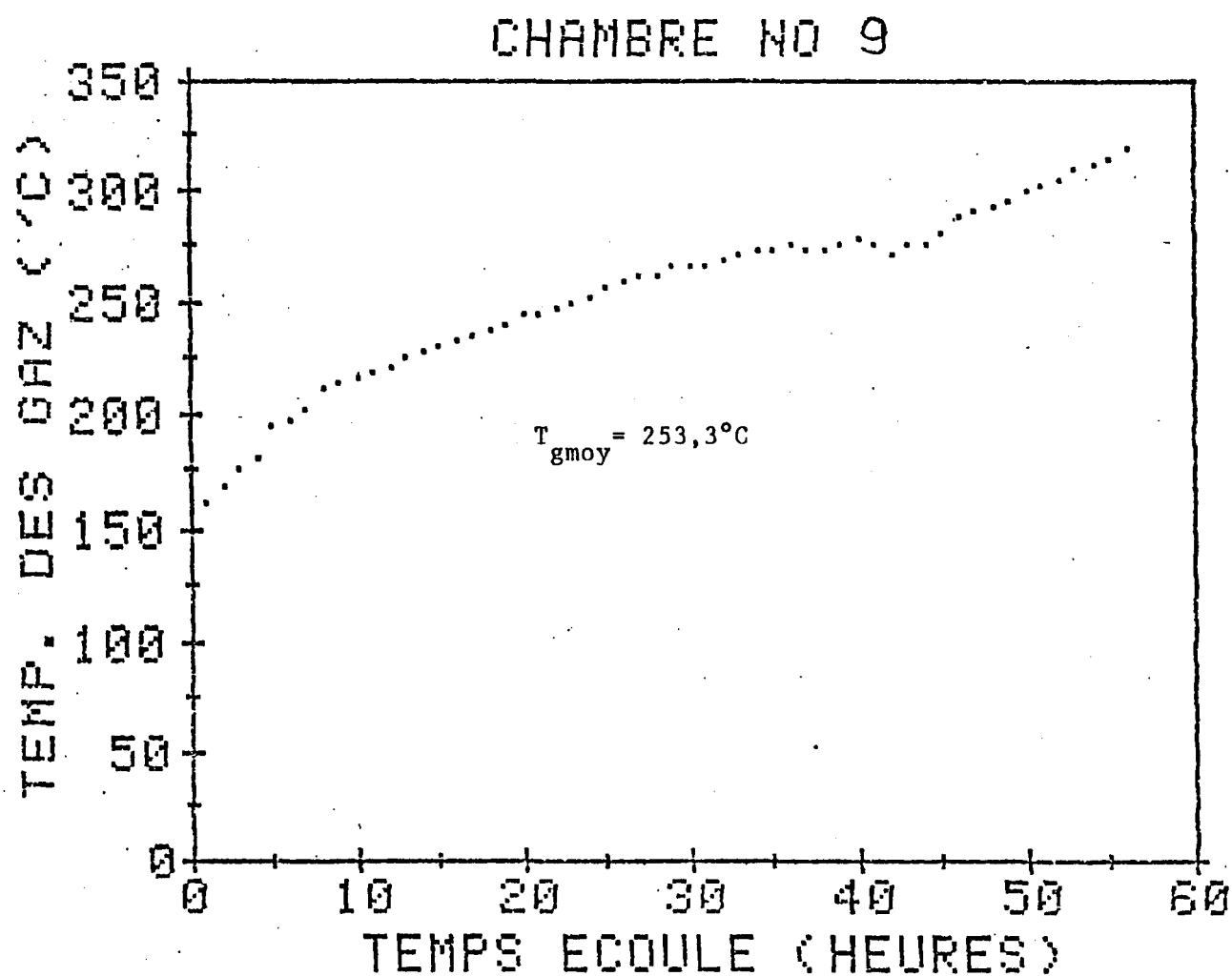


Figure IV.1: Variation de la température expérimentale du gaz en fonction du temps pour la chambre #9.

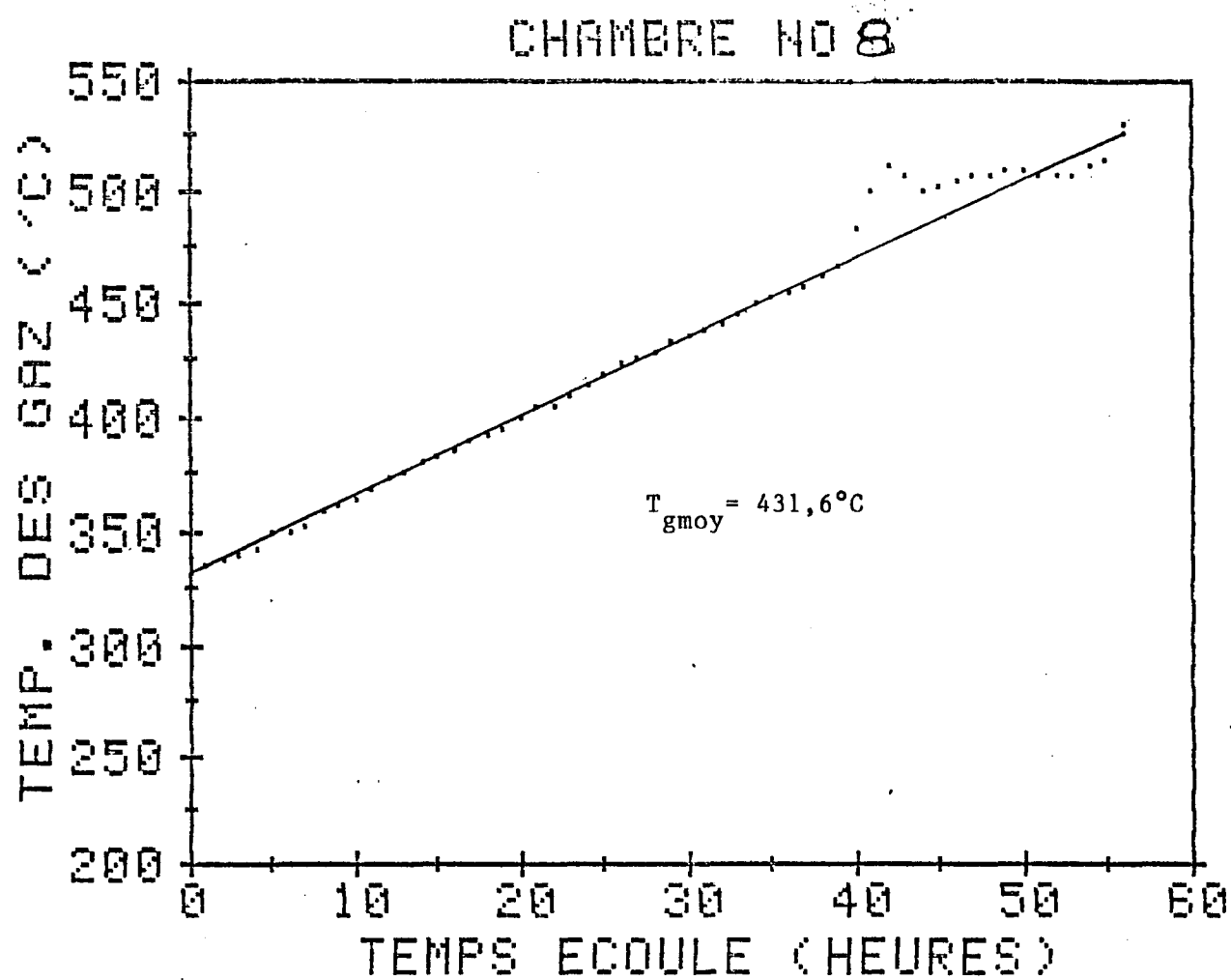


Figure IV.2: Variation de la température expérimentale du gaz en fonction du temps pour la chambre #8.

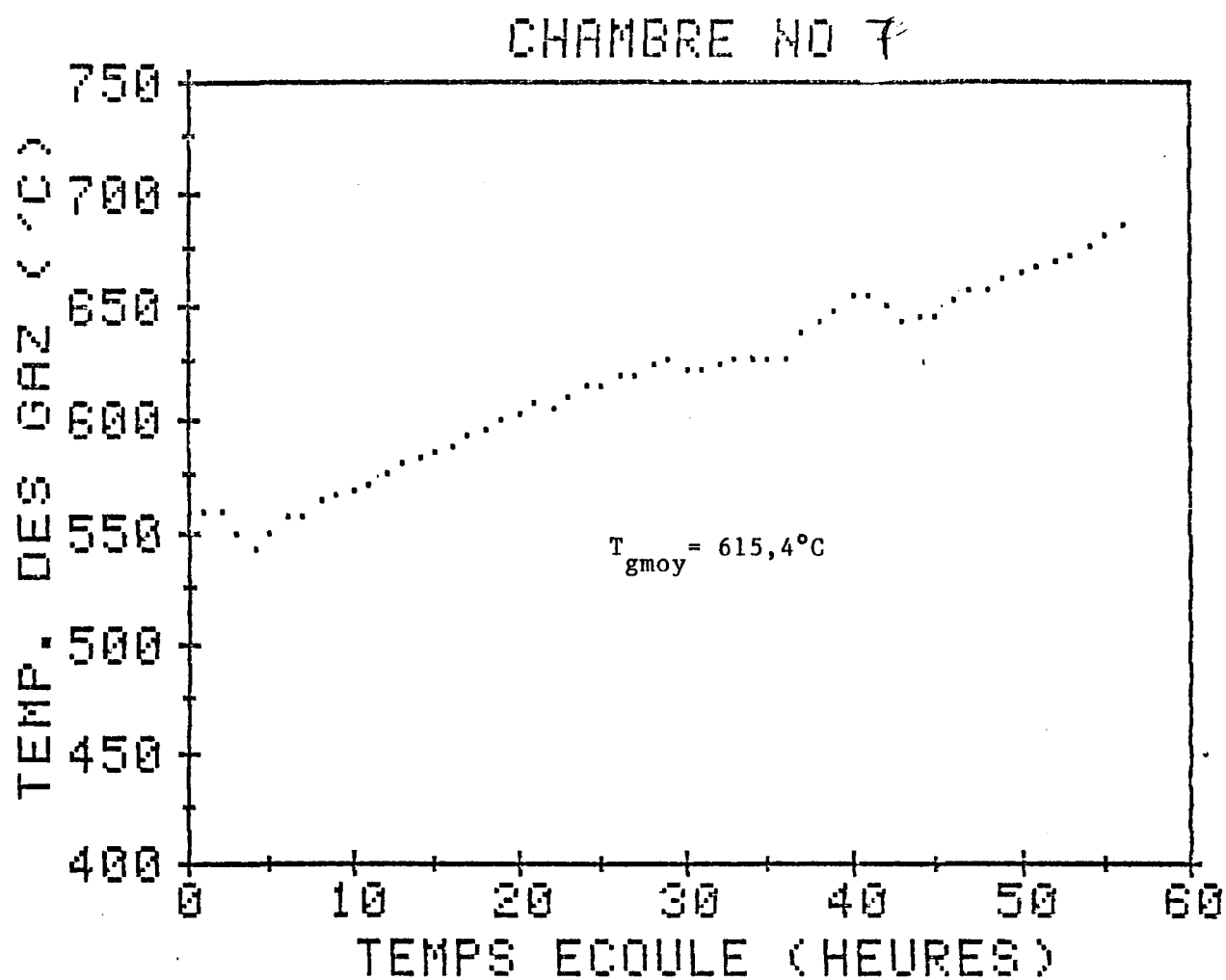


Figure IV.3: Variation de la température expérimentale du gaz en fonction du temps pour la chambre #7.

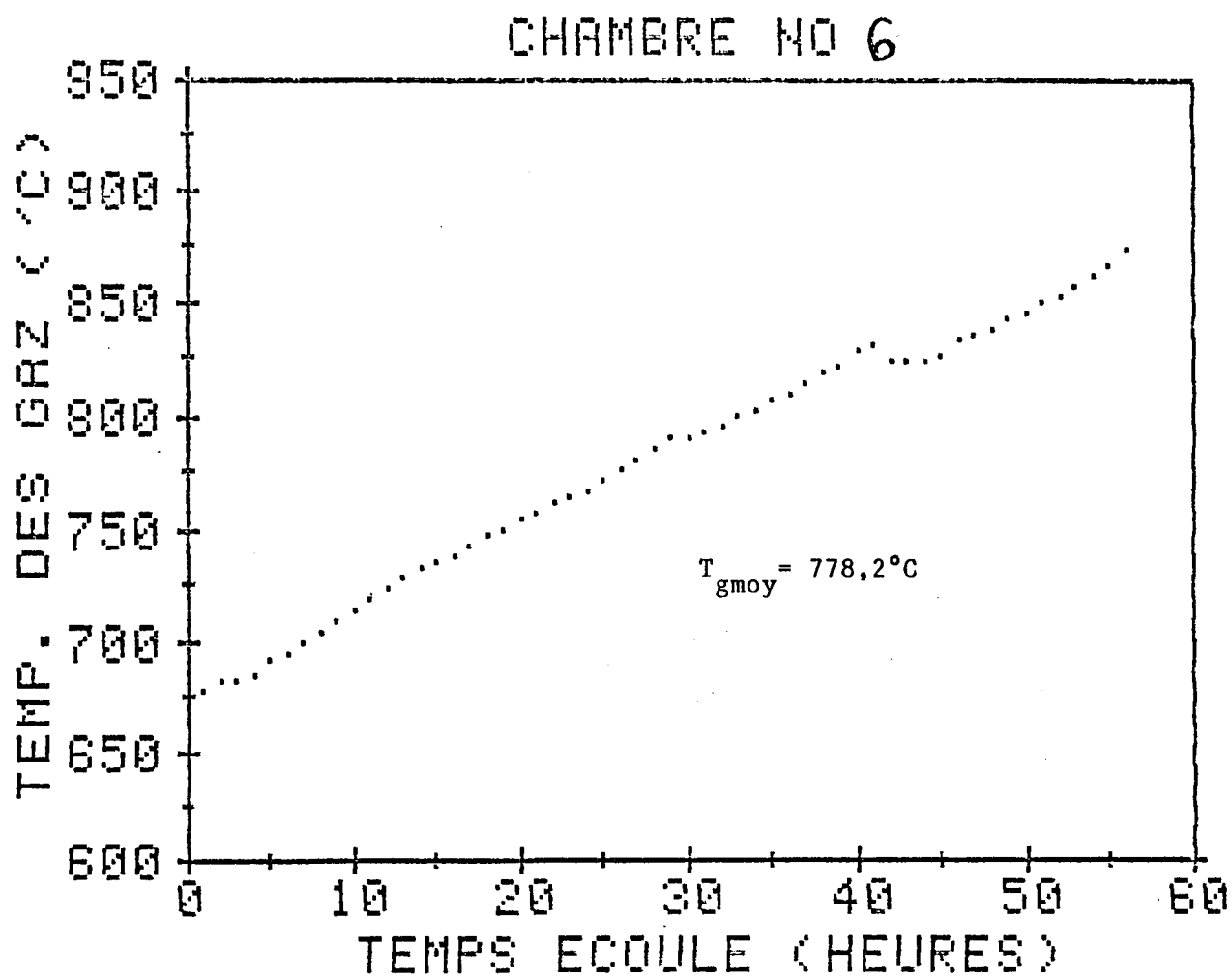


Figure IV.4: Variation de la température expérimentale du gaz en fonction du temps pour la chambre #6.

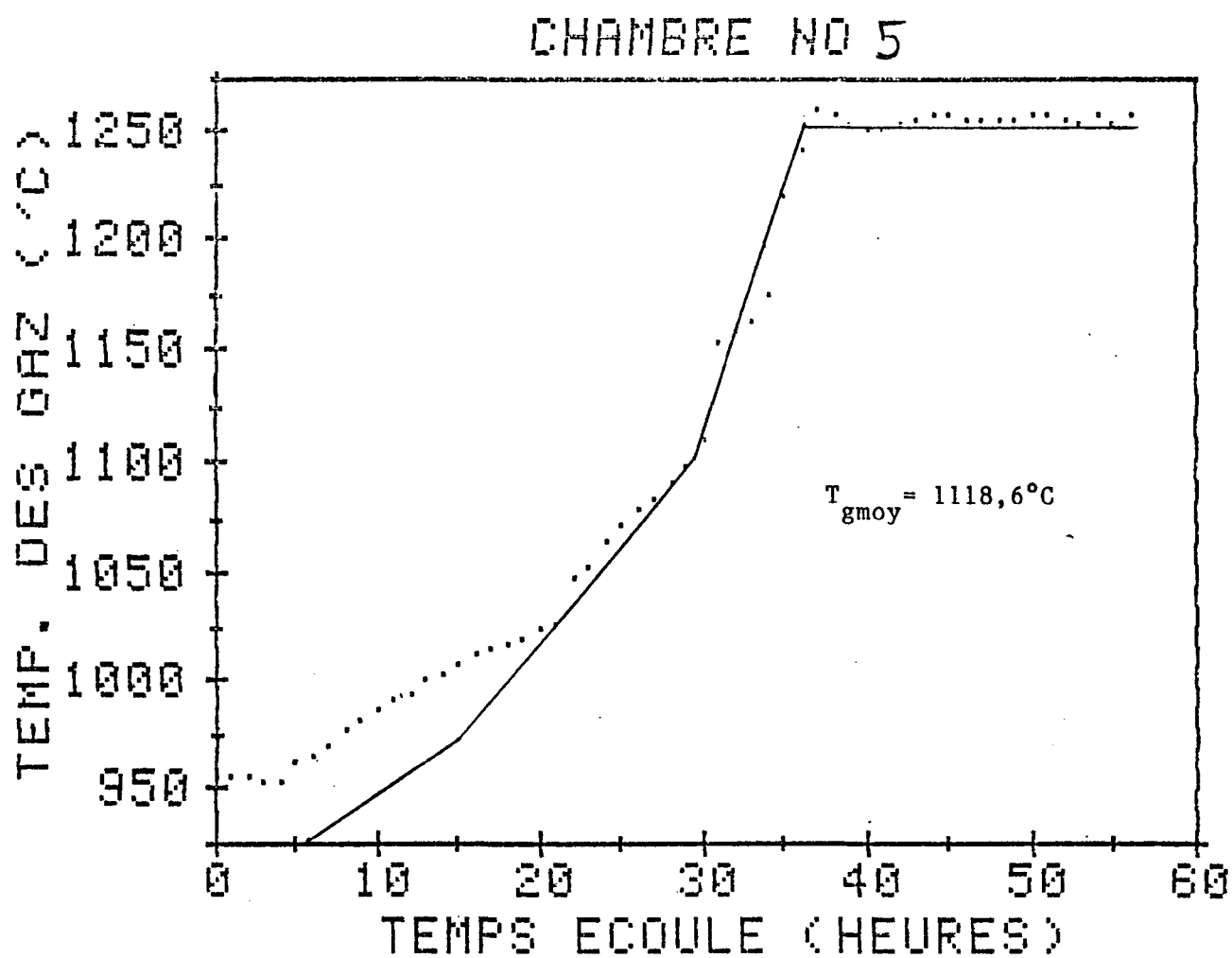


Figure IV.5: Variation de la température expérimentale du gaz en fonction du temps pour la chambre #5.

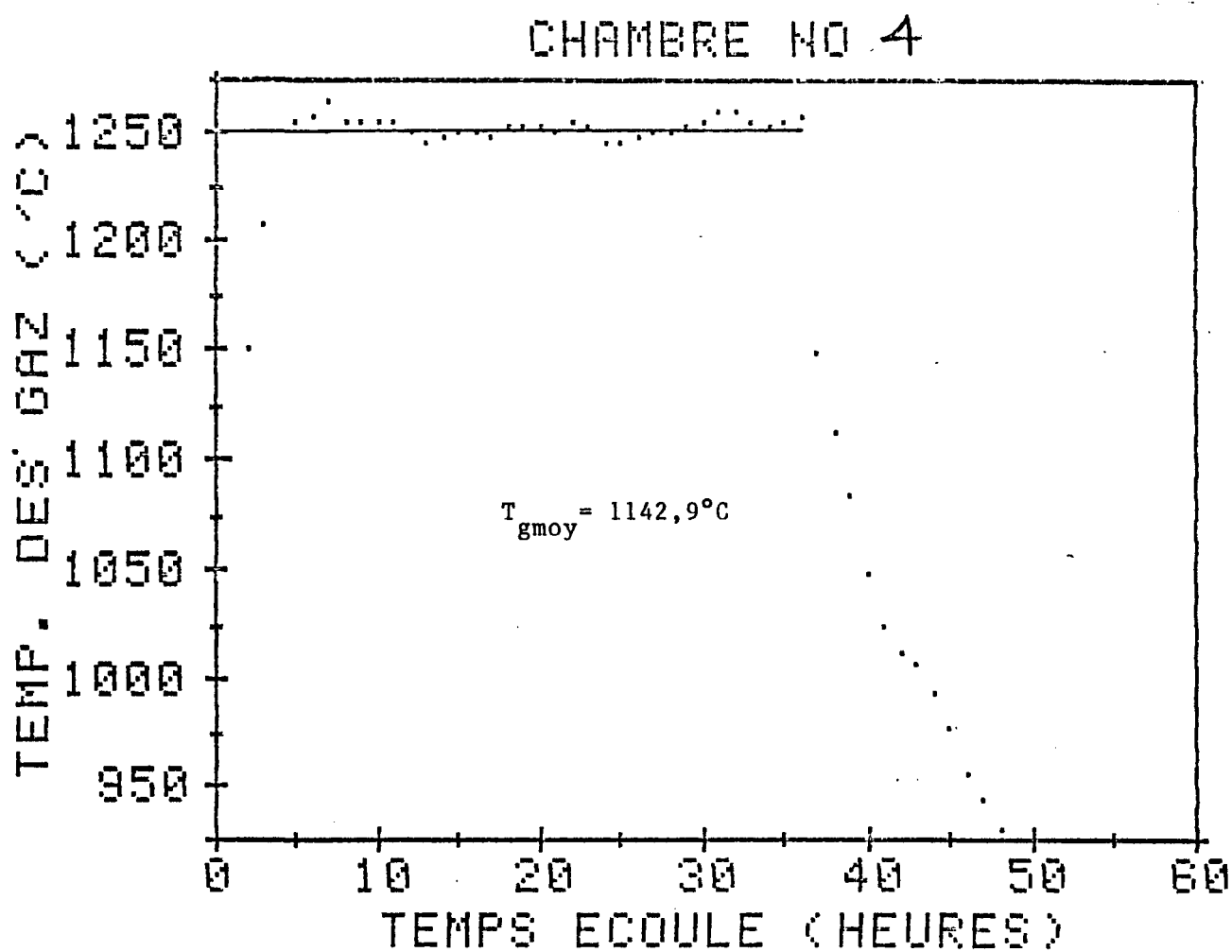


Figure IV.6: Variation de la température expérimentale du gaz en fonction du temps pour la chambre #4.

ANNEXE V

DESCRIPTION DES COMPOSANTES DU PROGRAMME ET LEURS ORDINOGRAMMES

Le programme de modélisation et de simulation du four Riedhammer est constitué du programme principal, de différentes sous-routines et des fichiers d'entrée et de sortie. L'annexe VA donne la description de chacun d'eux, tandis que l'annexe VB présente les ordinogrammes et la façon dont ils sont interreliés.

VA DESCRIPTION DES COMPOSANTES DU PROGRAMME

RD21A.FOR	Programme principal contrôlant le déroulement de la simulation (réf. ordinogramme figure V.2).
TEMPGAZ.FOR	Sous-routine calculant le profil de température des gaz et le débit de combustible pour les chambres en feu. Cette sous-routine est commandée par RD21A (réf. ordinogramme figure V.3).
TEMPSOL.FOR	Sous-routine calculant le profil de température dans tout le solide après un intervalle de temps. Cette sous-routine est commandée par RD21A (réf. ordinogramme figure V.11).
CONDINI.FOR	Sous-routine calculant le profil de température initial dans tout le solide. Cette sous-routine est commandée par RD21A. Son ordinogramme est semblable à TEMPSOL (réf. figure V.11) sauf qu'on a subdivisé davantage la hauteur.

FLUXFEUA.FOR	Sous-routine calculant le flux de chaleur qu'il faut fournir à la paroi des solides du conduit A dans les chambres soumises aux feux. Cette sous-routine est commandée par TEMPGAZ (réf. ordinogramme figure V.8).
FLUXFEUB.FOR	Sous-routine calculant le flux de chaleur qu'il faut fournir à la paroi des solides du conduit B dans les chambres soumises aux feux. Cette sous-routine est commandée par TEMPGAZ (réf. ordinogramme figure V.9).
FLUXFEUC.FOR	Sous-routine calculant le flux de chaleur qu'il faut fournir à la paroi des solides du conduit C dans les chambres soumises aux feux. Cette sous-routine est commandée par TEMPGAZ (réf. ordinogramme figure V.10).
DEBIT.FOR	Sous-routine calculant le débit moyen de gaz dans le four. Cette sous-routine est commandée par TEMPGAZ, TEMPSOL et CONDINI (réf. ordinogramme figure V.4)
HTA.FOR	Sous-routine calculant le coefficient de transfert de chaleur total en régime établi dans le conduit A. Cette sous-routine est commandée par TEMPGAZ et TEMPSOL (réf. ordinogramme figure V.5).
HTB.FOR	Sous-routine calculant le coefficient de transfert de chaleur total en régime établi dans le conduit B. Cette sous-routine est commandée par TEMPGAZ et TEMPSOL (réf. ordinogramme figure V.6).
HTC.FOR	Sous-routine calculant le coefficient de transfert de chaleur total en régime établi dans le conduit C. Cette sous-routine est commandée par TEMPGAZ et TEMPSOL (réf. ordinogramme figure V.7).
HTAA.FOR	Sous-routine calculant le coefficient de transfert de

chaleur total pour les conditions initiales dans le conduit A. Cette sous-routine est commandée par CONDINI. Son ordinogramme est semblable à HTA (réf. figure V.5) sauf qu'il est adapté aux conditions initiales.

HTBB.FOR Sous-routine calculant le coefficient de transfert de chaleur total pour les conditions initiales dans le conduit B. Cette sous-routine est commandée par CONDINI. Son ordinogramme est semblable à HTB (réf. figure V.6) sauf qu'il est adapté aux conditions initiales.

HTCC.FOR Sous-routine calculant le coefficient de transfert de chaleur total pour les conditions initiales dans le conduit C. Cette sous-routine est commandée par CONDINI. Son ordinogramme est semblable à HTC (réf. figure V.7) sauf qu'il est adapté aux conditions initiales.

FFICHE.DAT Fichier contenant les données de base du programme.

FOR014.DAT Fichier contenant les températures initiales de solide qui ont été calculées par CONDINI.

FOR012.DAT Fichier contenant le profil de température de gaz et de solide à différents intervalles de temps.

VB ORDINOGRAMMES DES COMPOSANTES DU PROGRAMME

(réf. figure V.1)

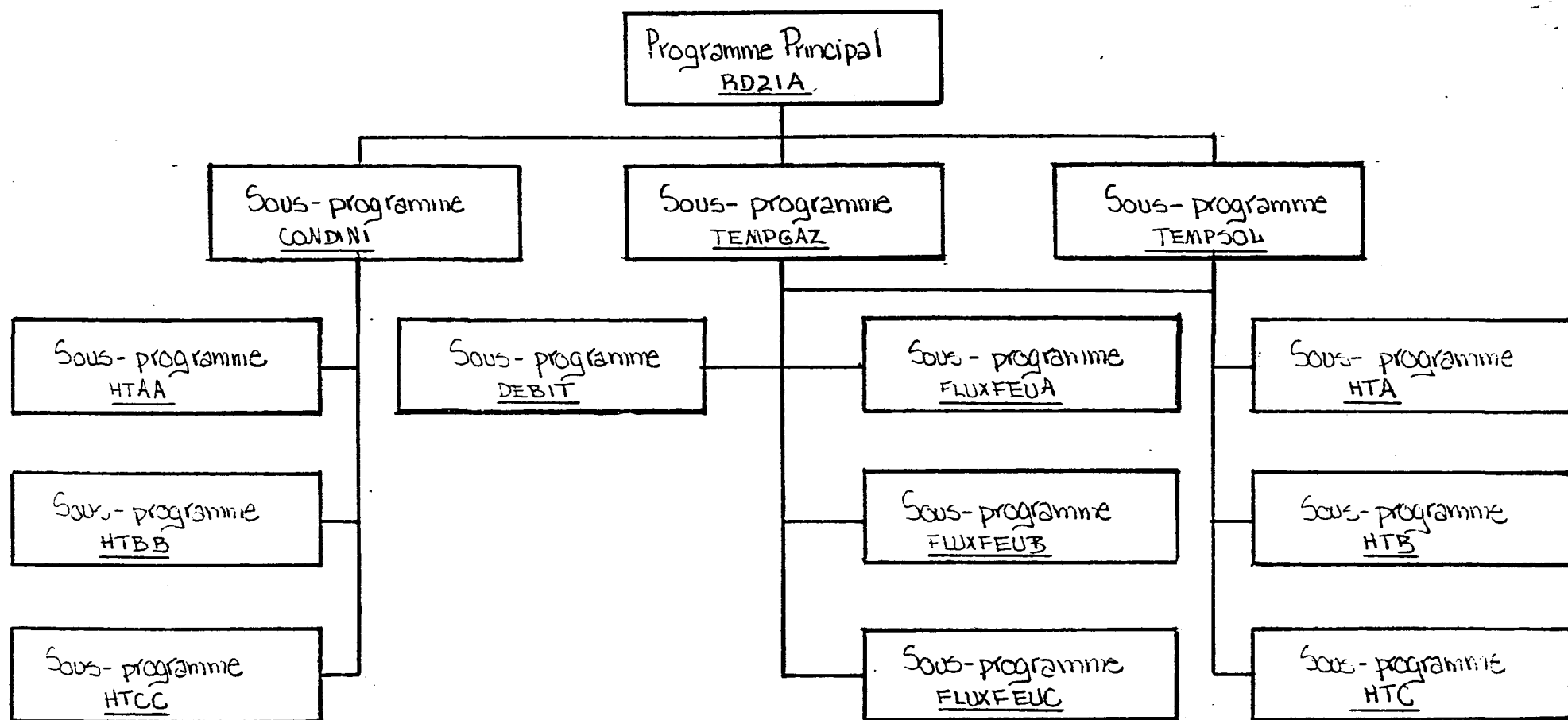


Figure V.1 Organigramme général du modèle

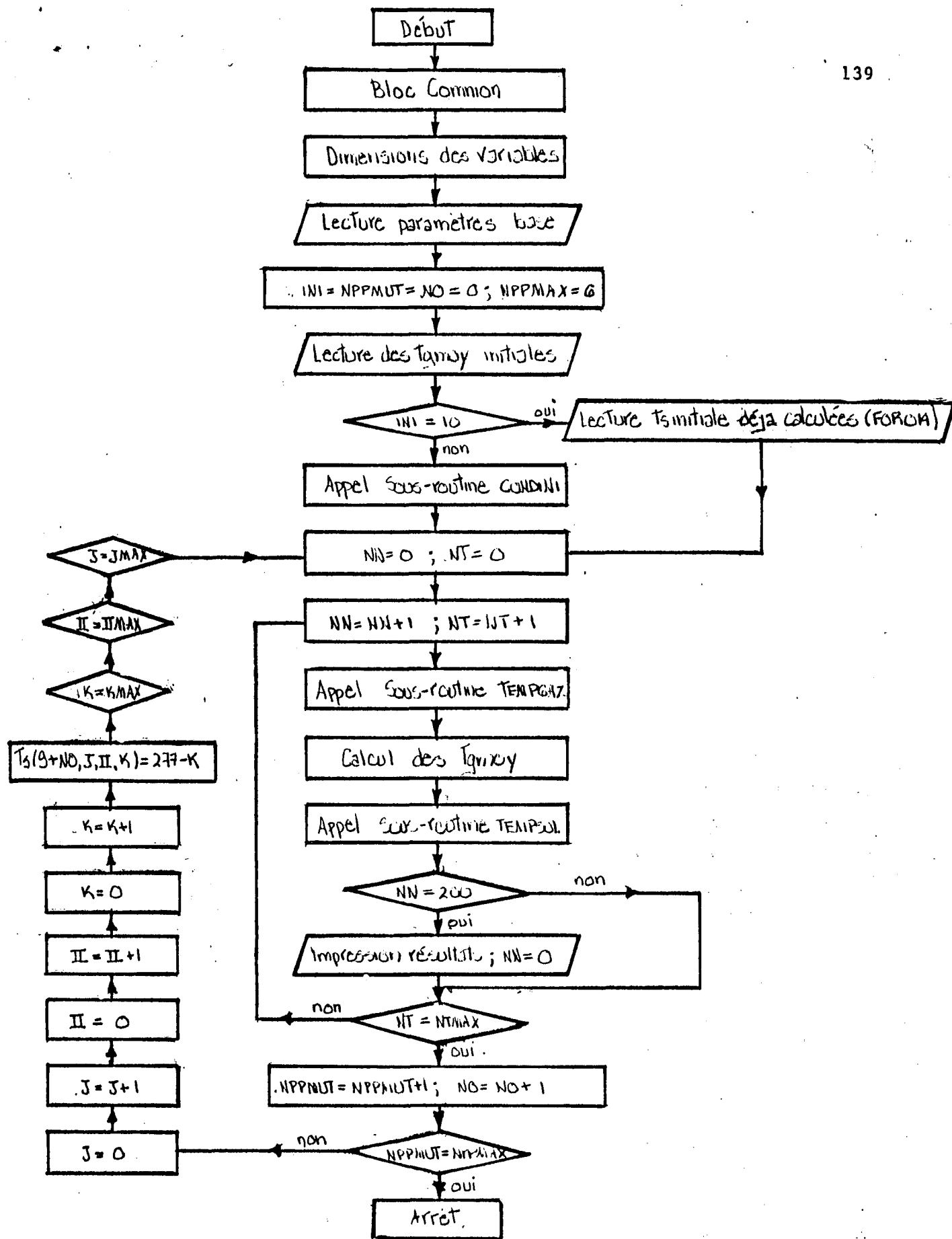


Figure V.2 Ordinoqramme PDCIA

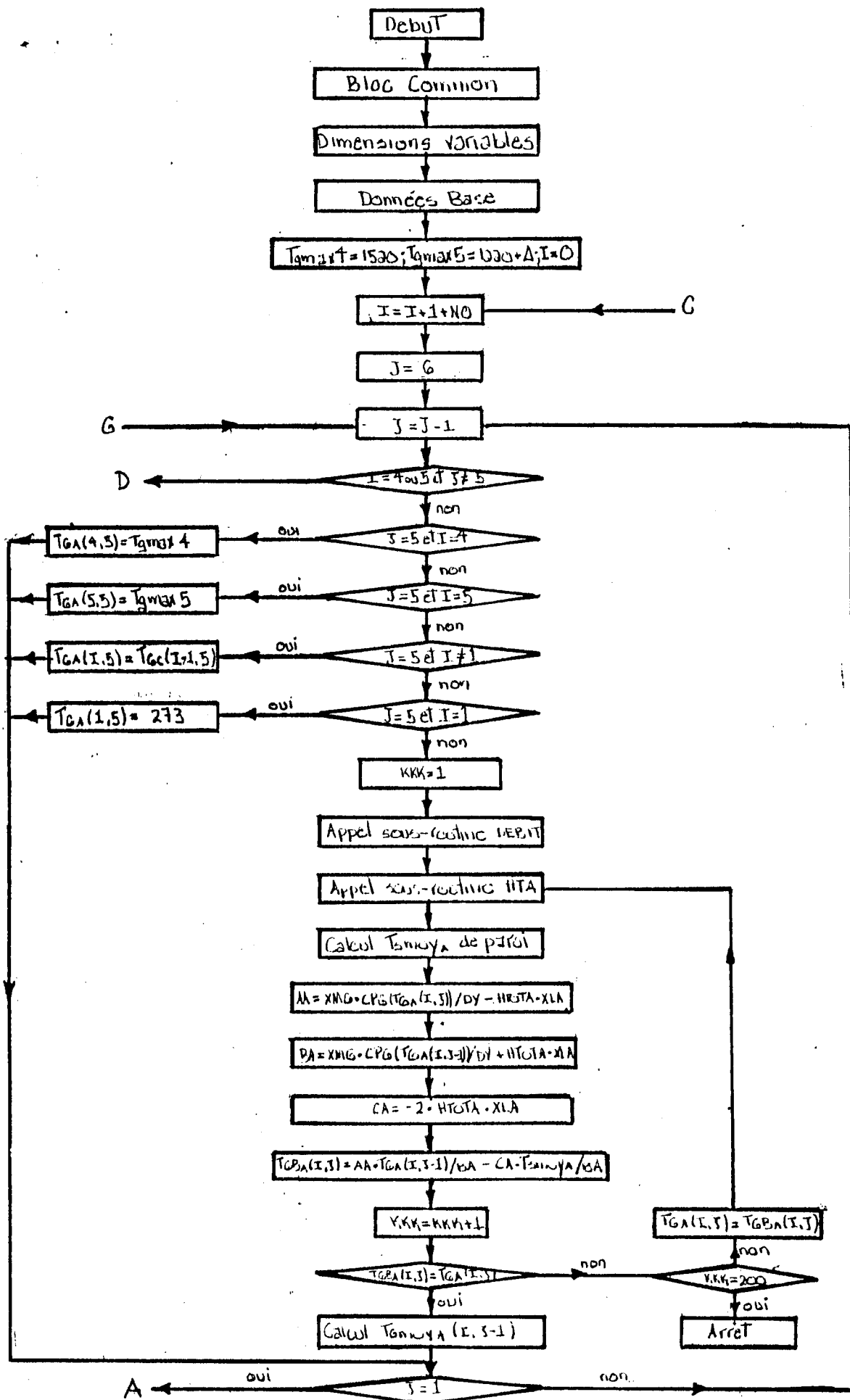


Figure V.3 : OrdinoGRJMMIC TEMPOAZ.

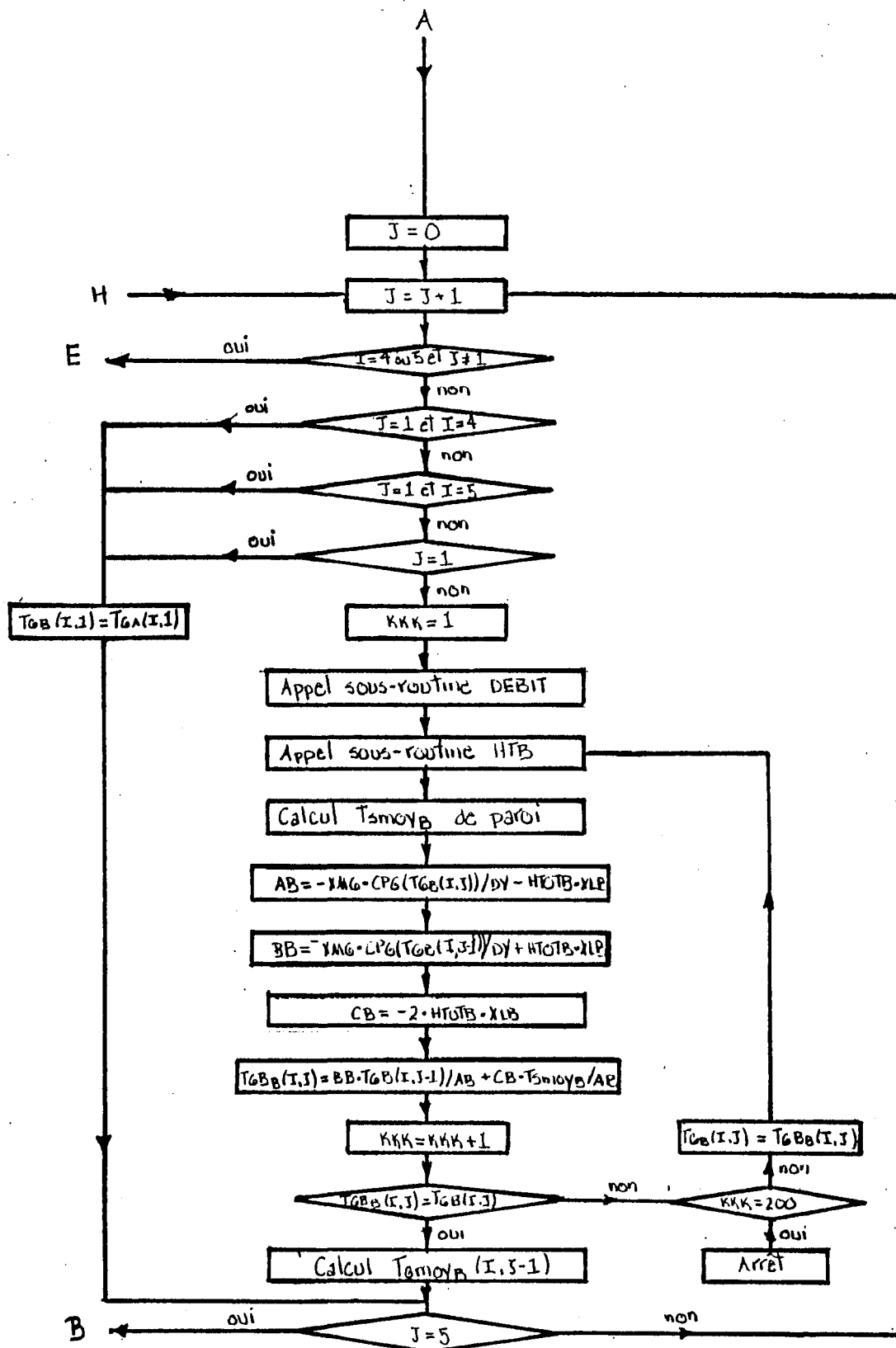


Figure T.3 (suite)

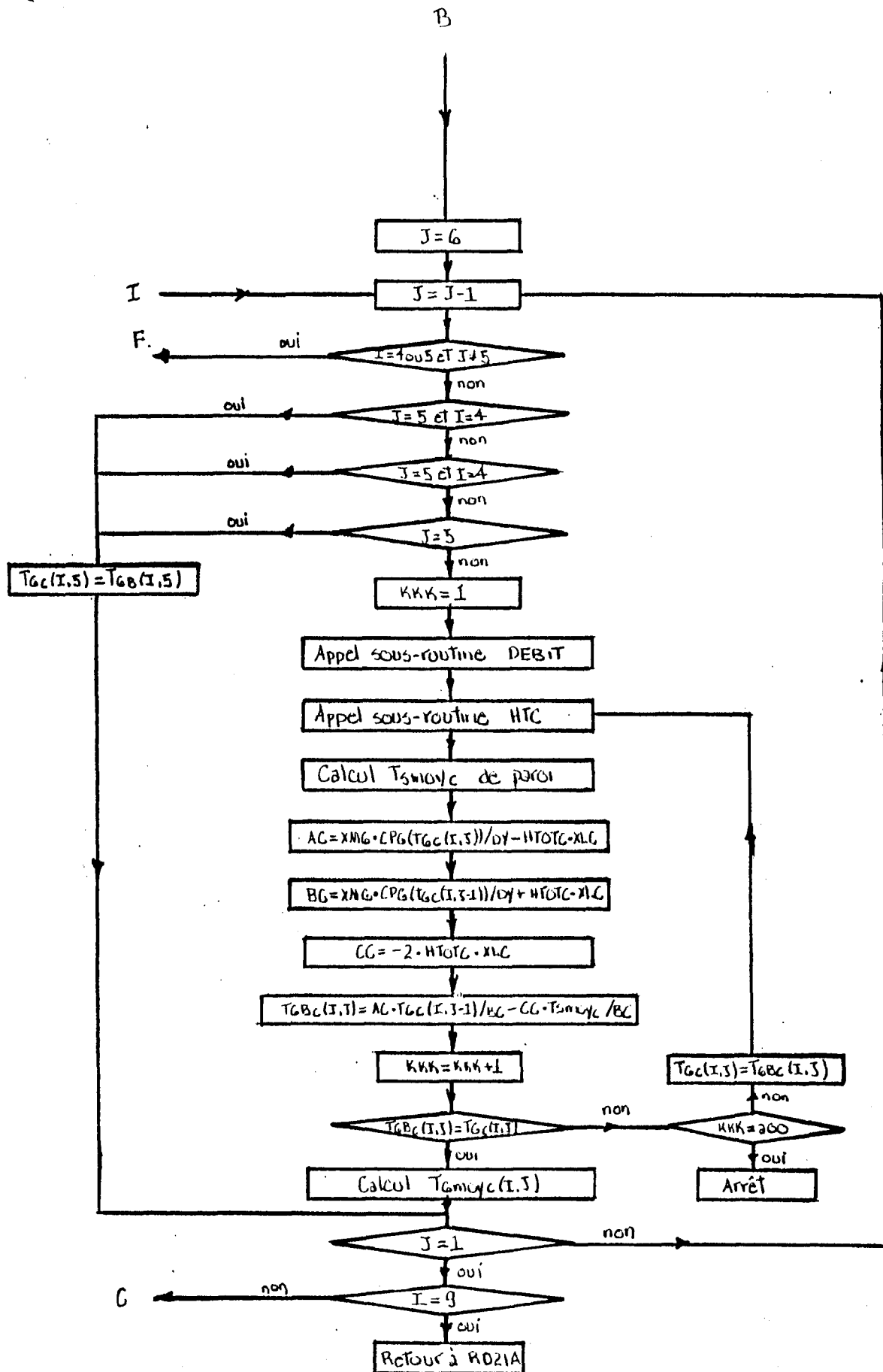


Figure II.3 (suite)

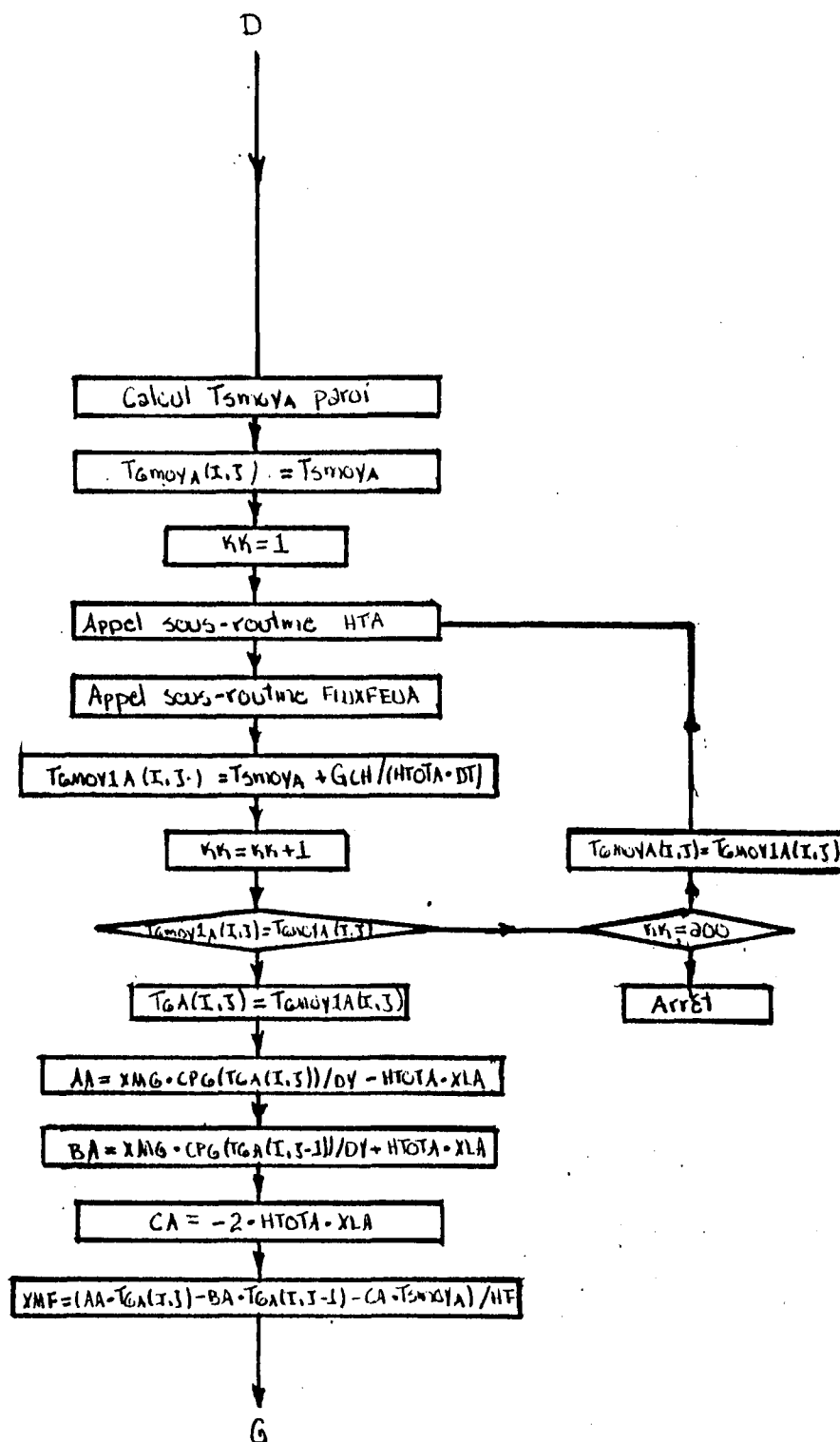


Figure V.3 (suite)

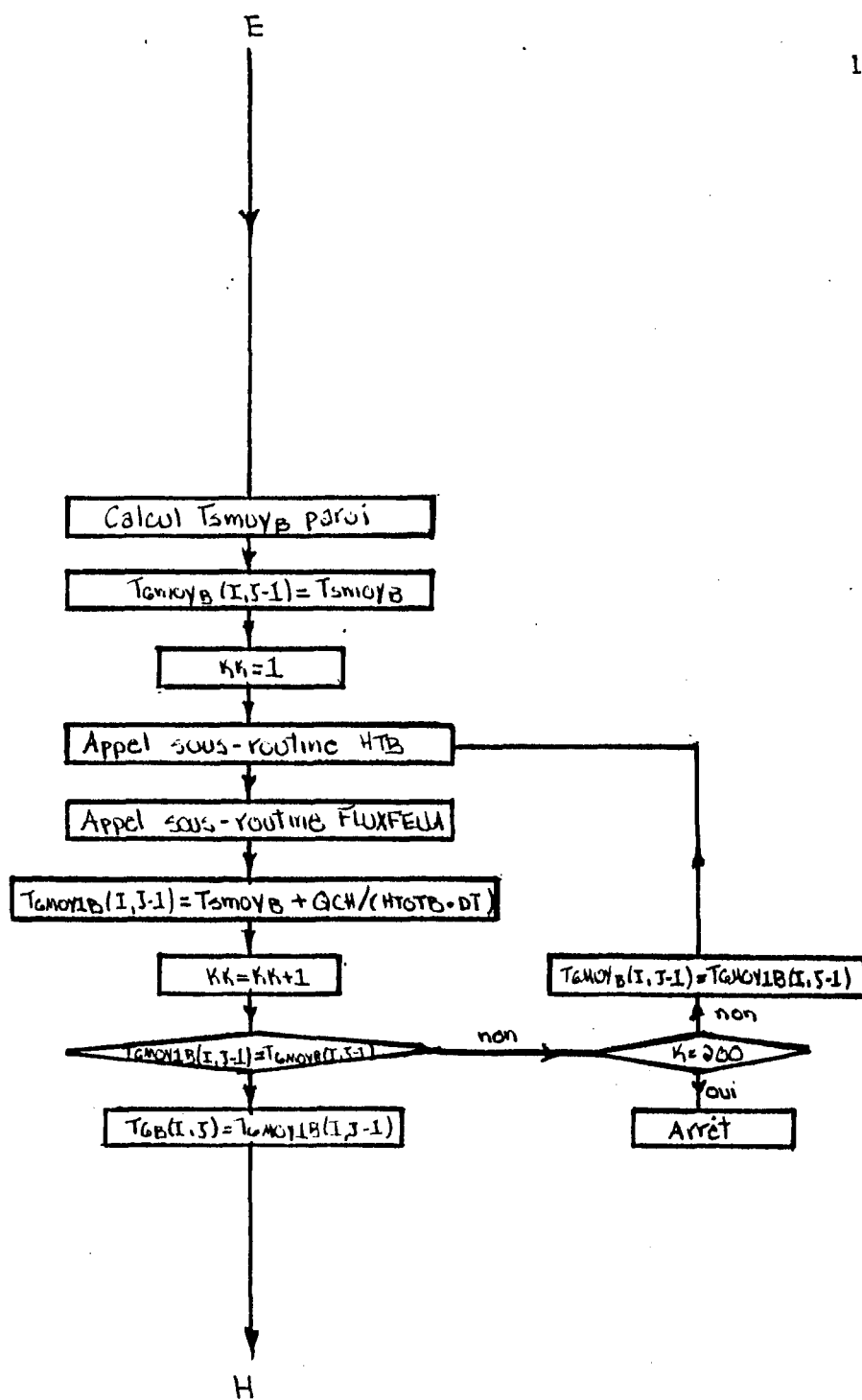


Figure II.3 (suite)

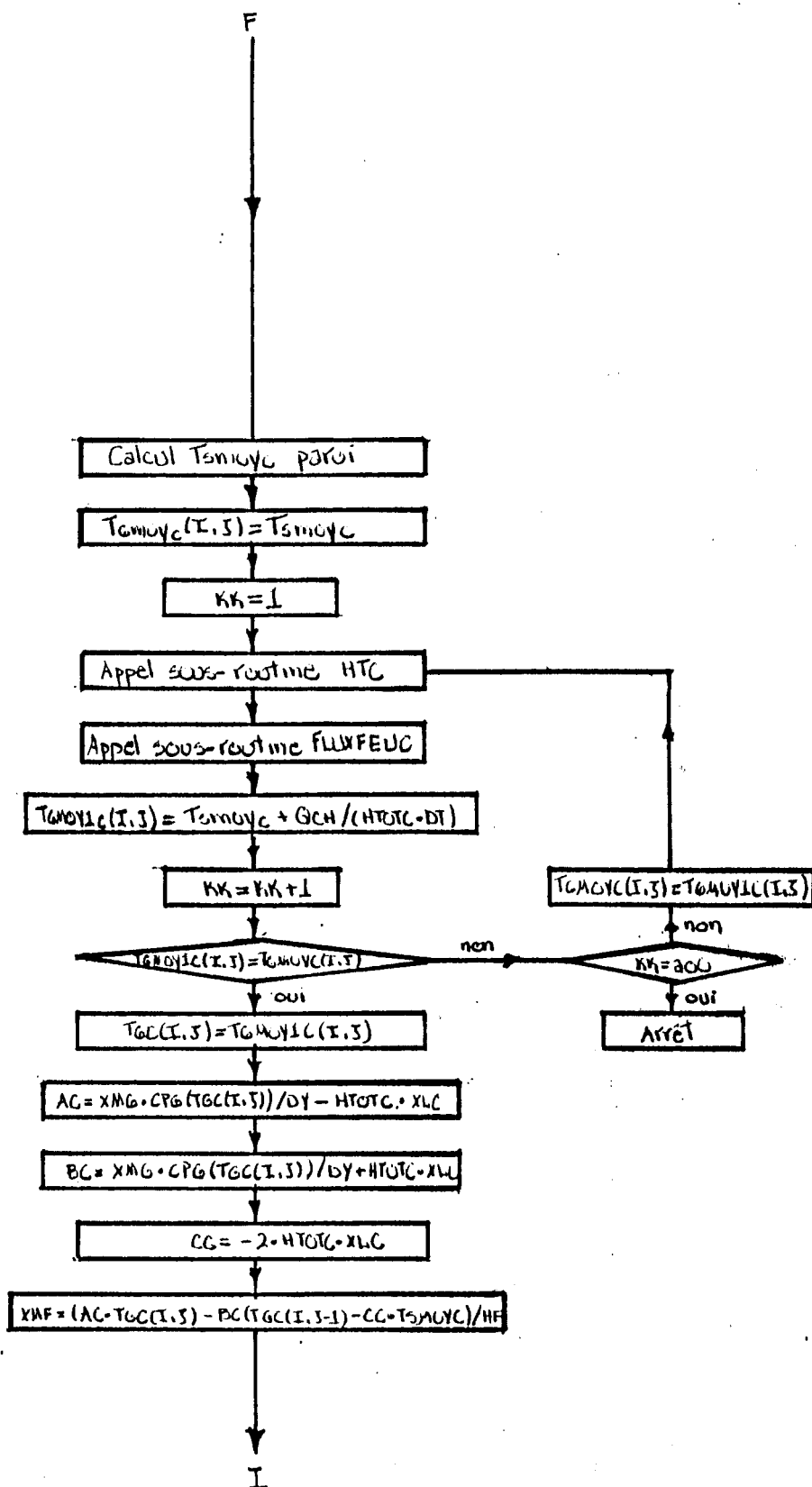


Figure V.3 (suite)

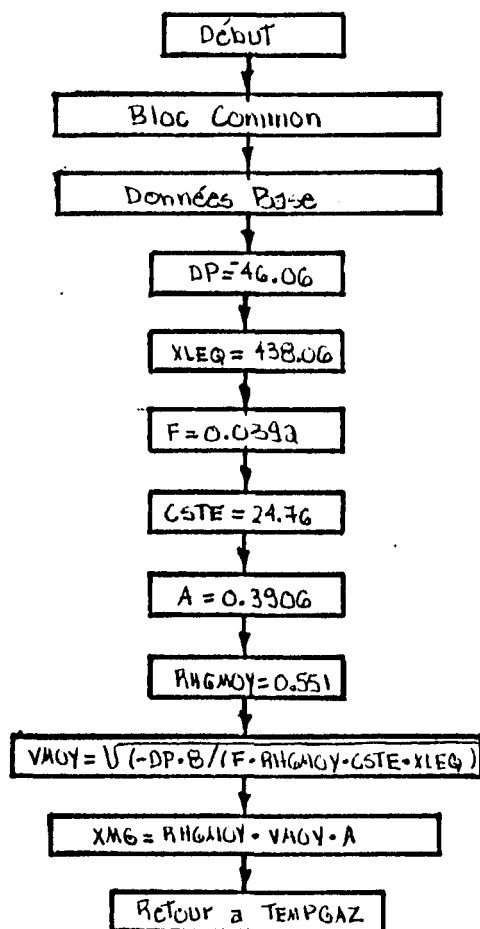


Figure I.4: Ordinoqramme DEBIT

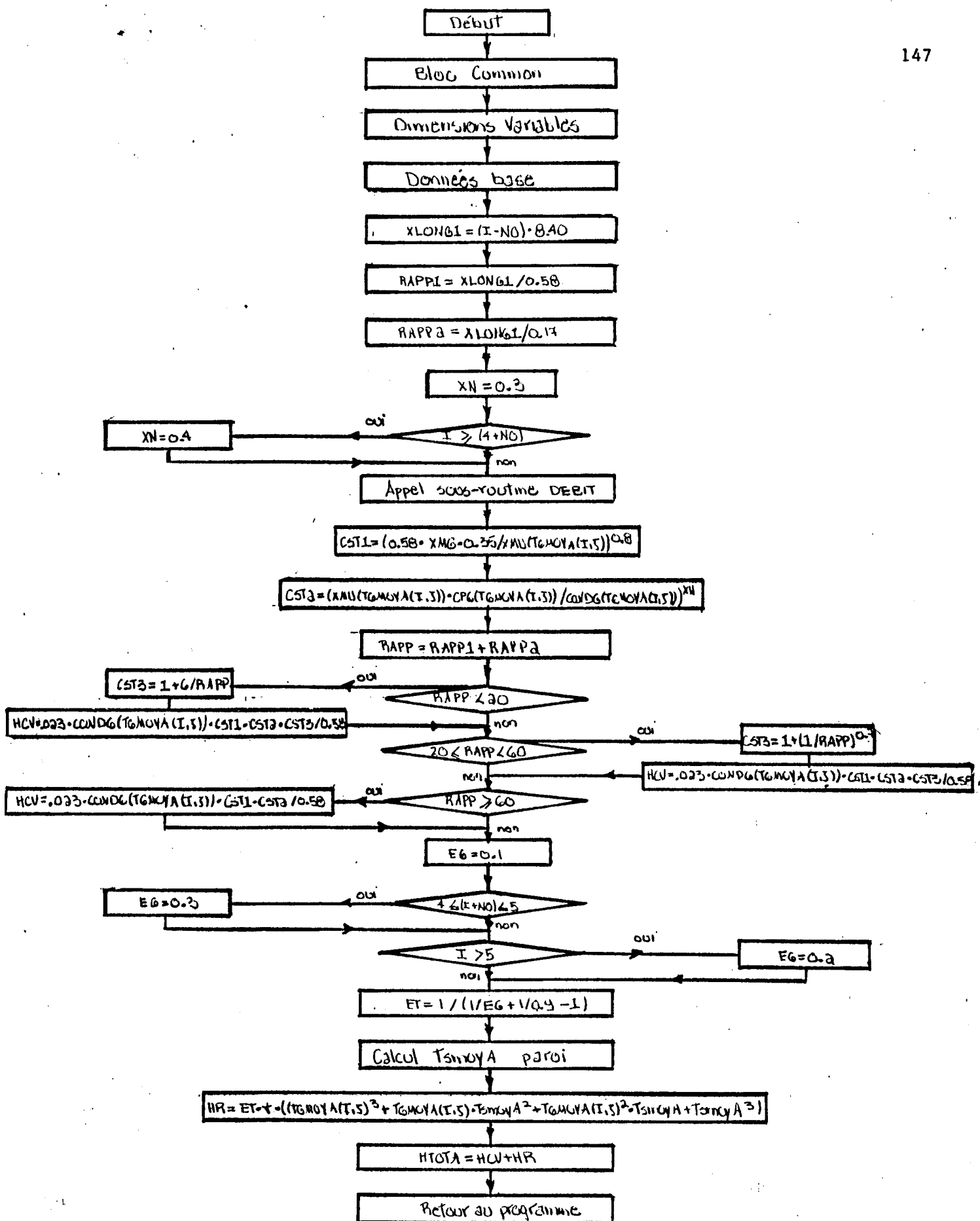


Figure I.5: Ordreprogramme HTA

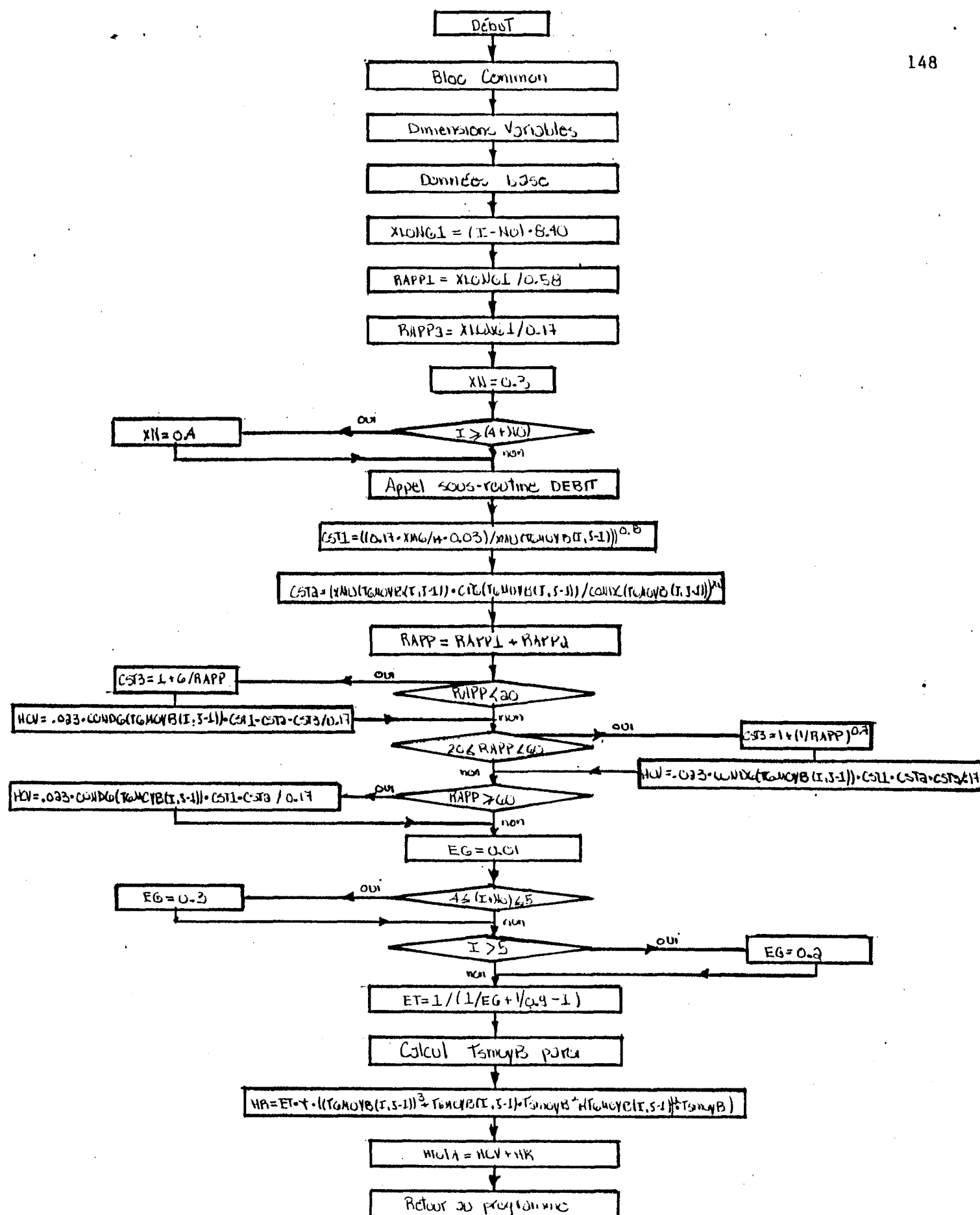


Figure I.6: Ordreprogramme HTB

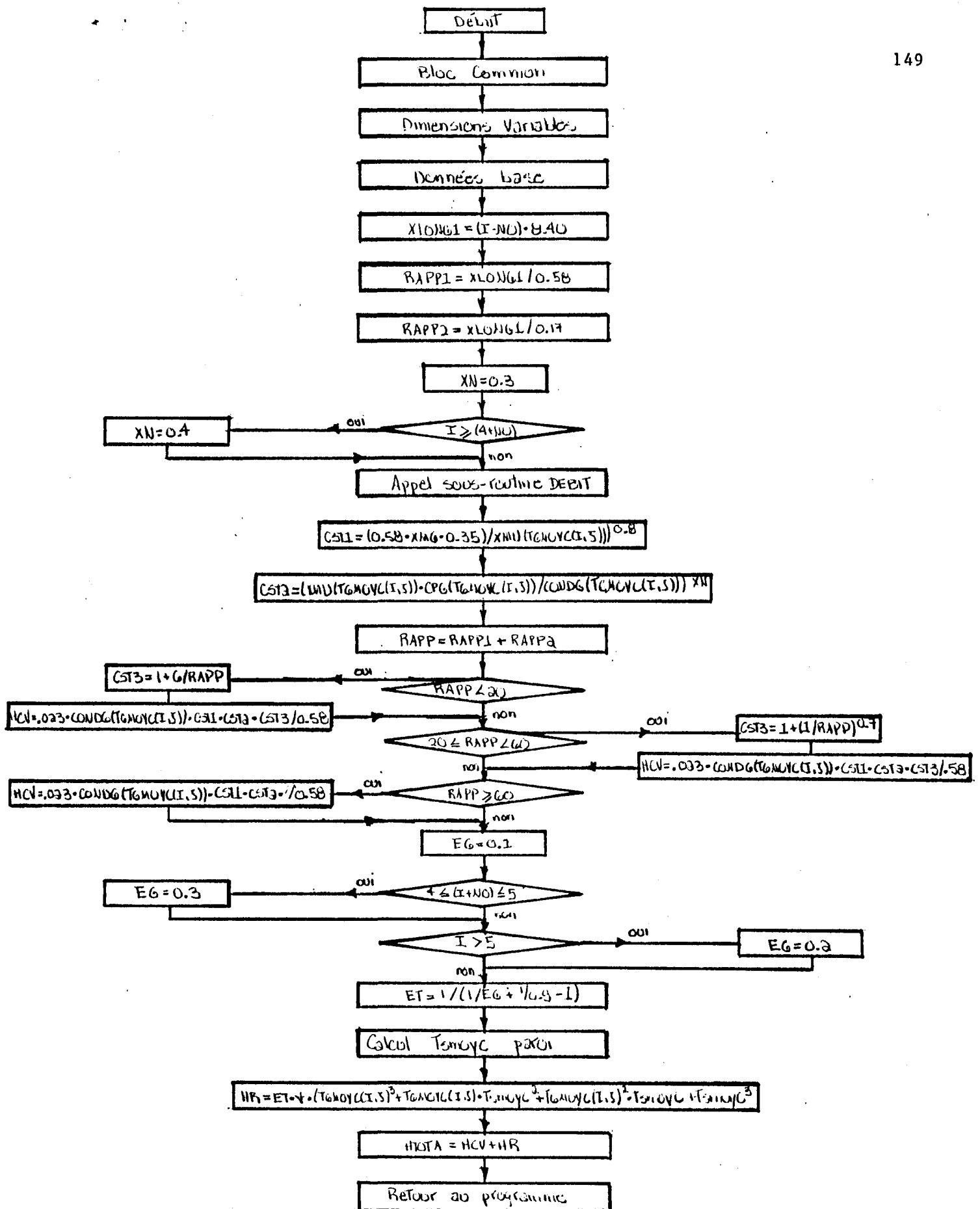


Figure II.7: Ordinoigramme HTC

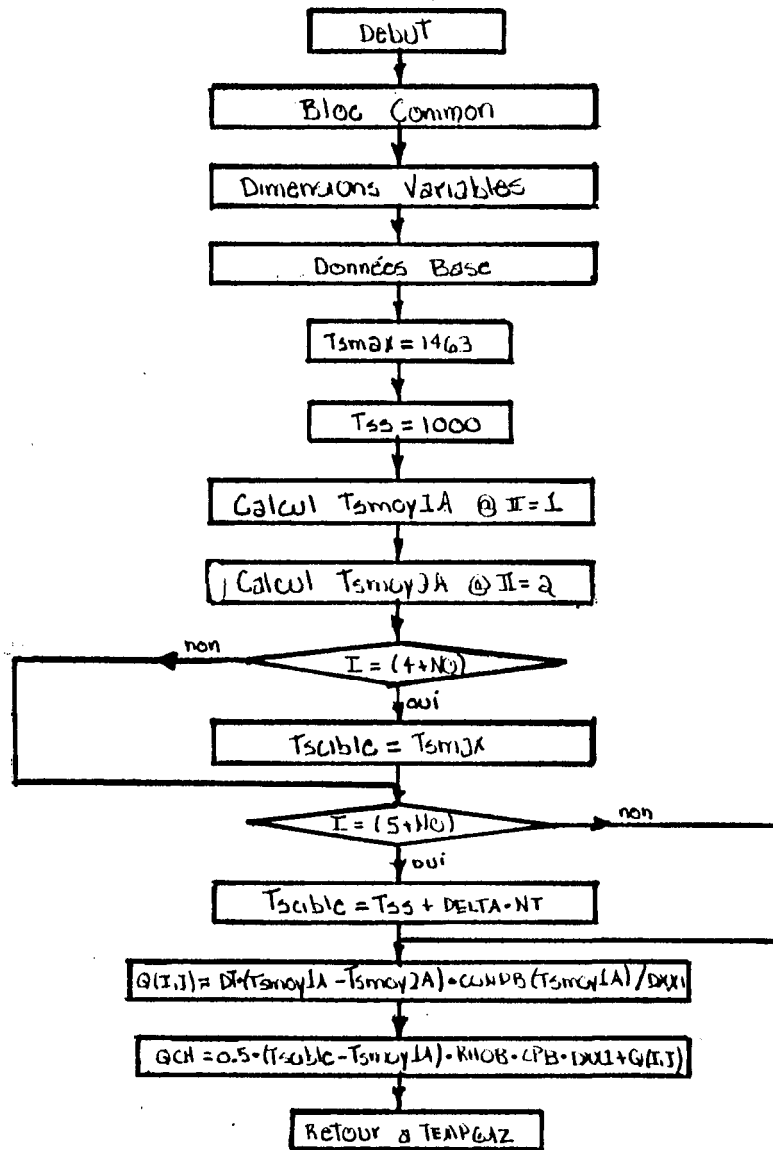


Figure II.8 : Ordinoigramme FLUXFEUA

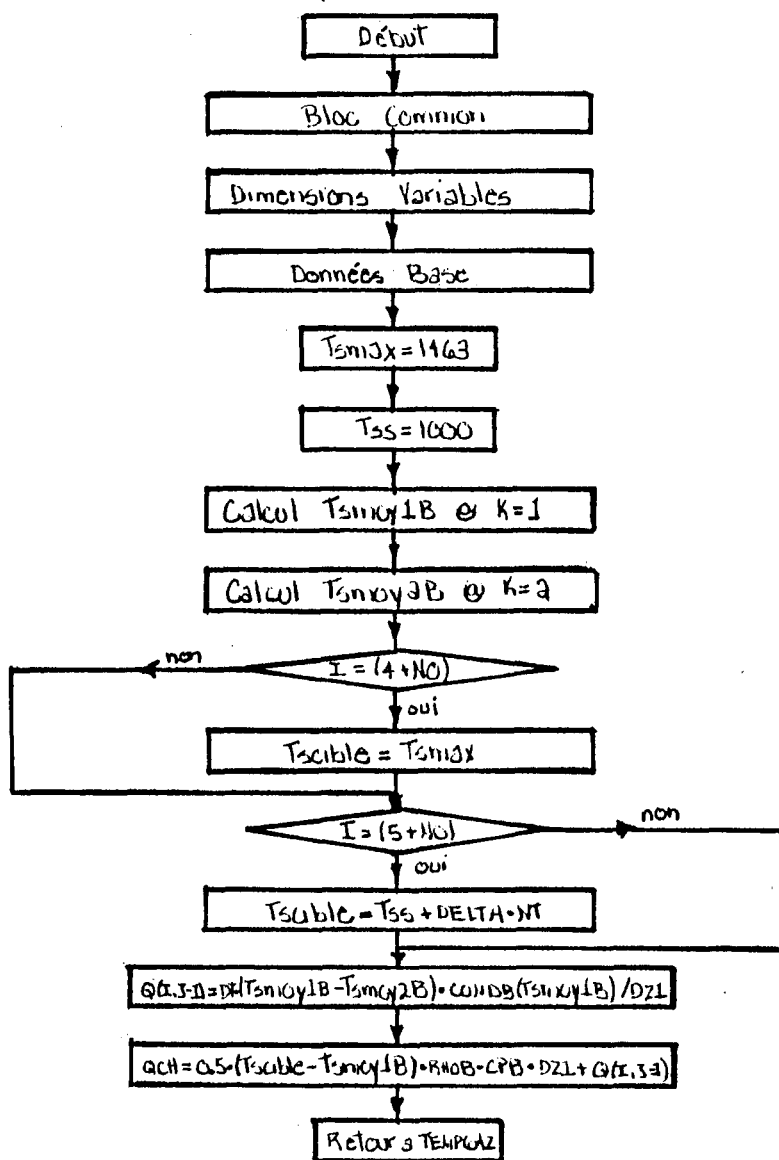


Figure II.9 : Ordinoigramme FLUXFEUB

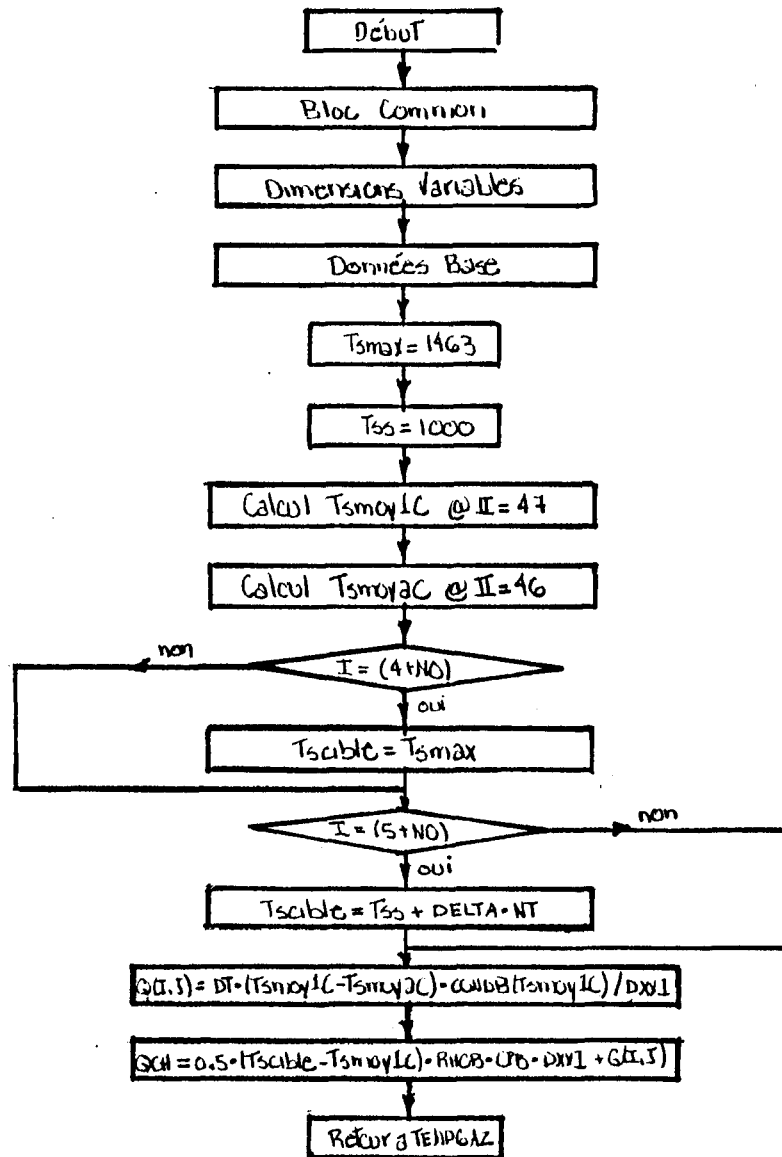


Figure II.10 : Ordigramme FLUXFEUC

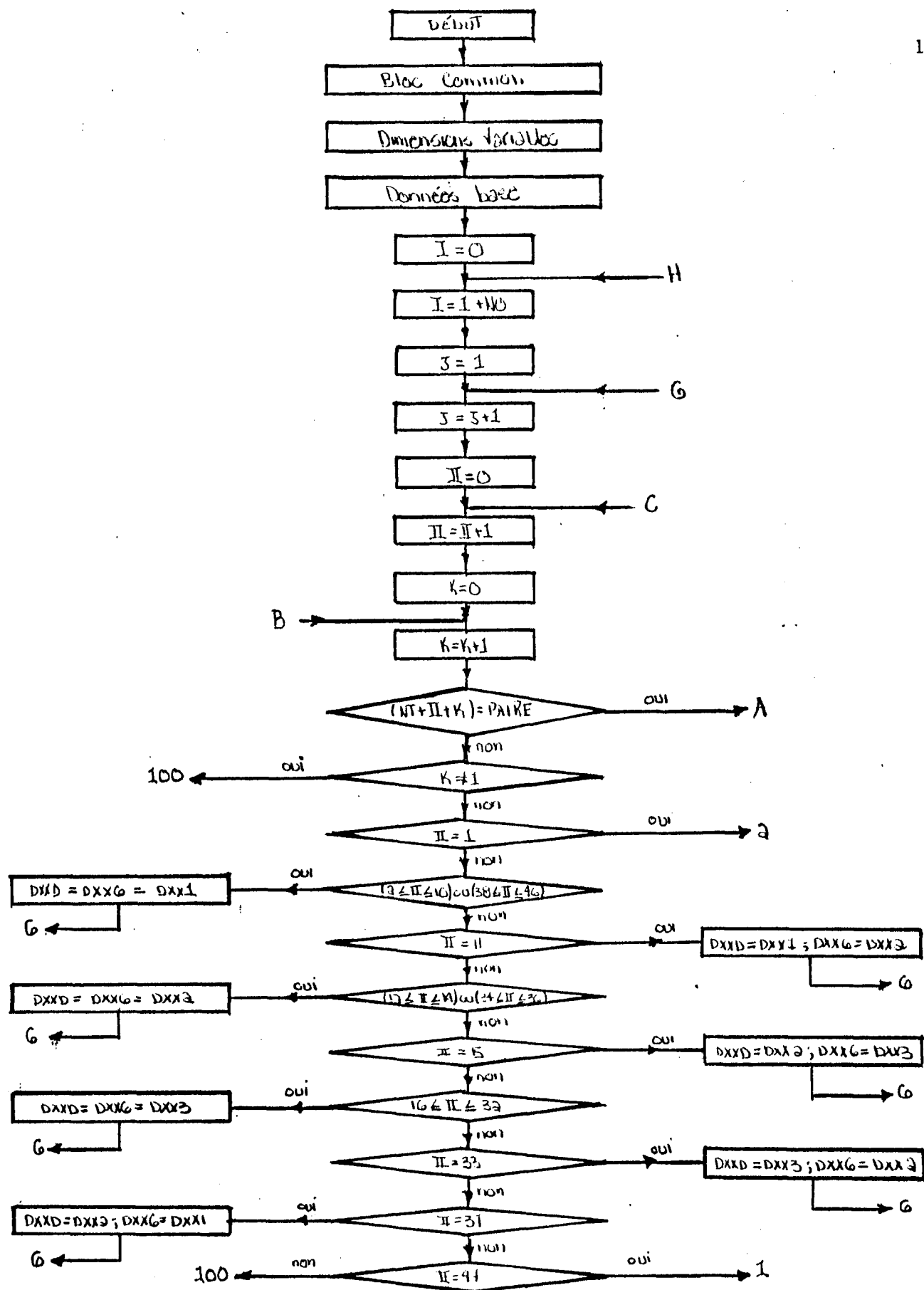


Figure II.11 : Ordinoalgorithmic TEMP200

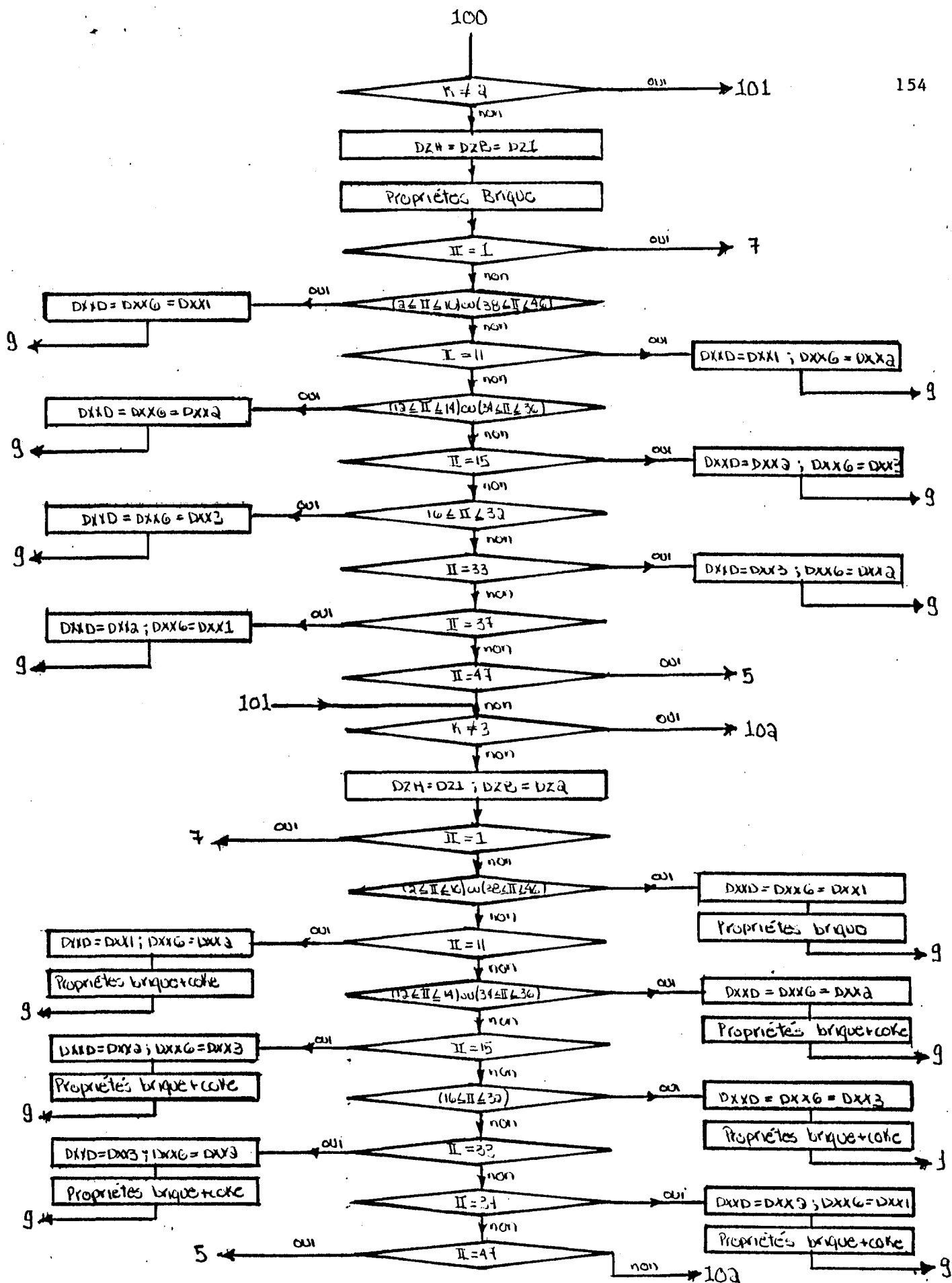
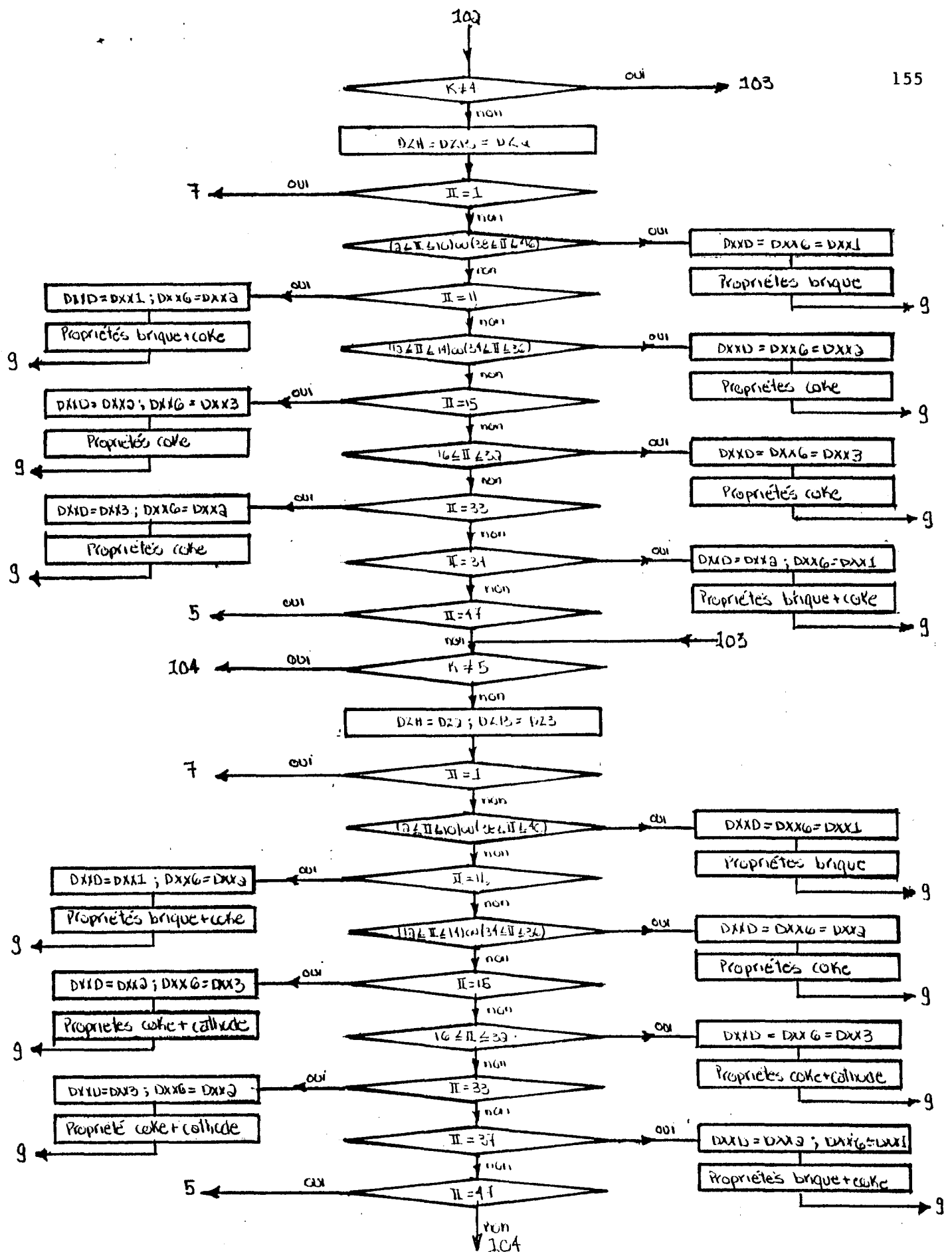


Figure II.11 (suite)



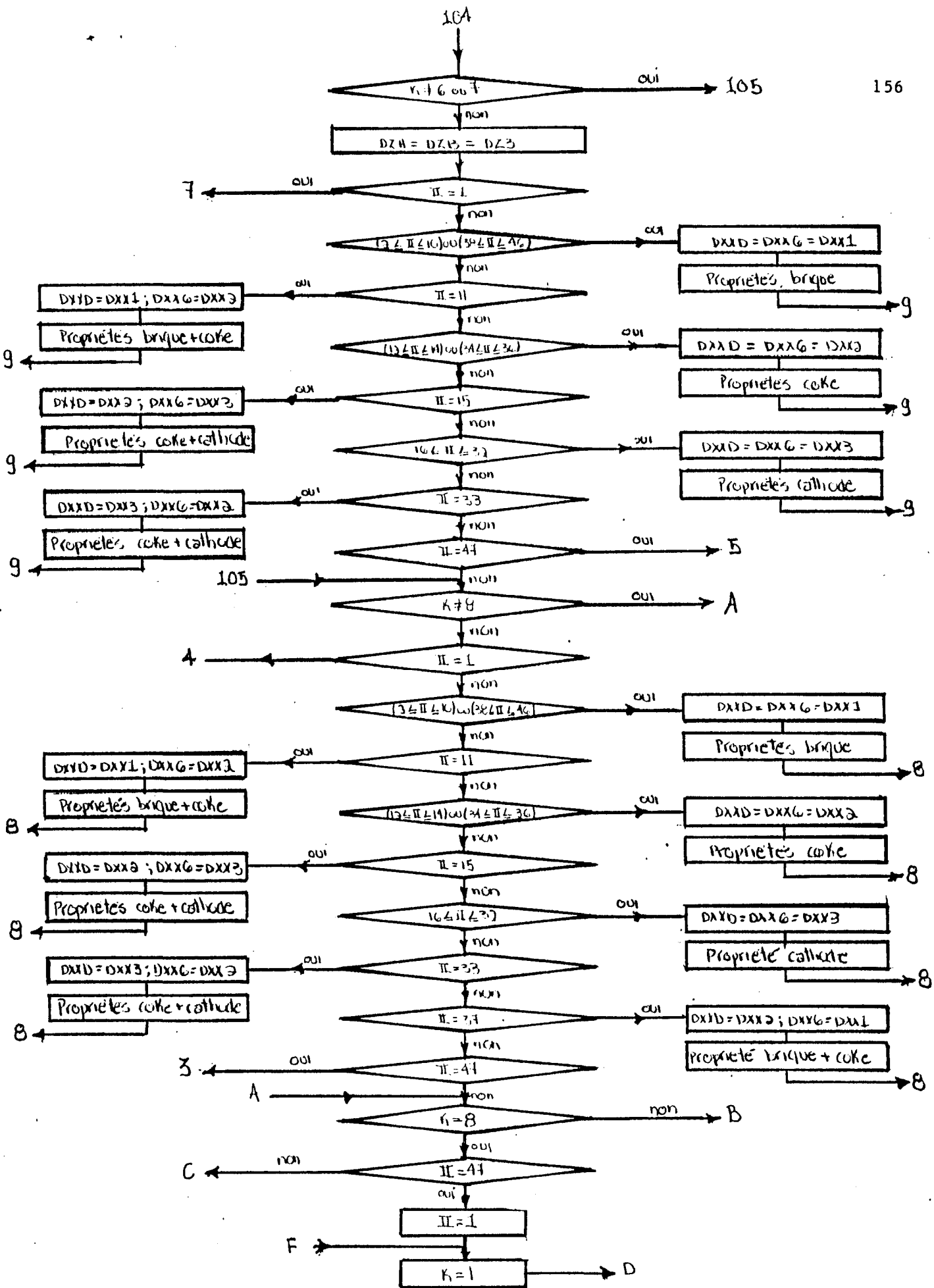


Figure II.11 (suite)

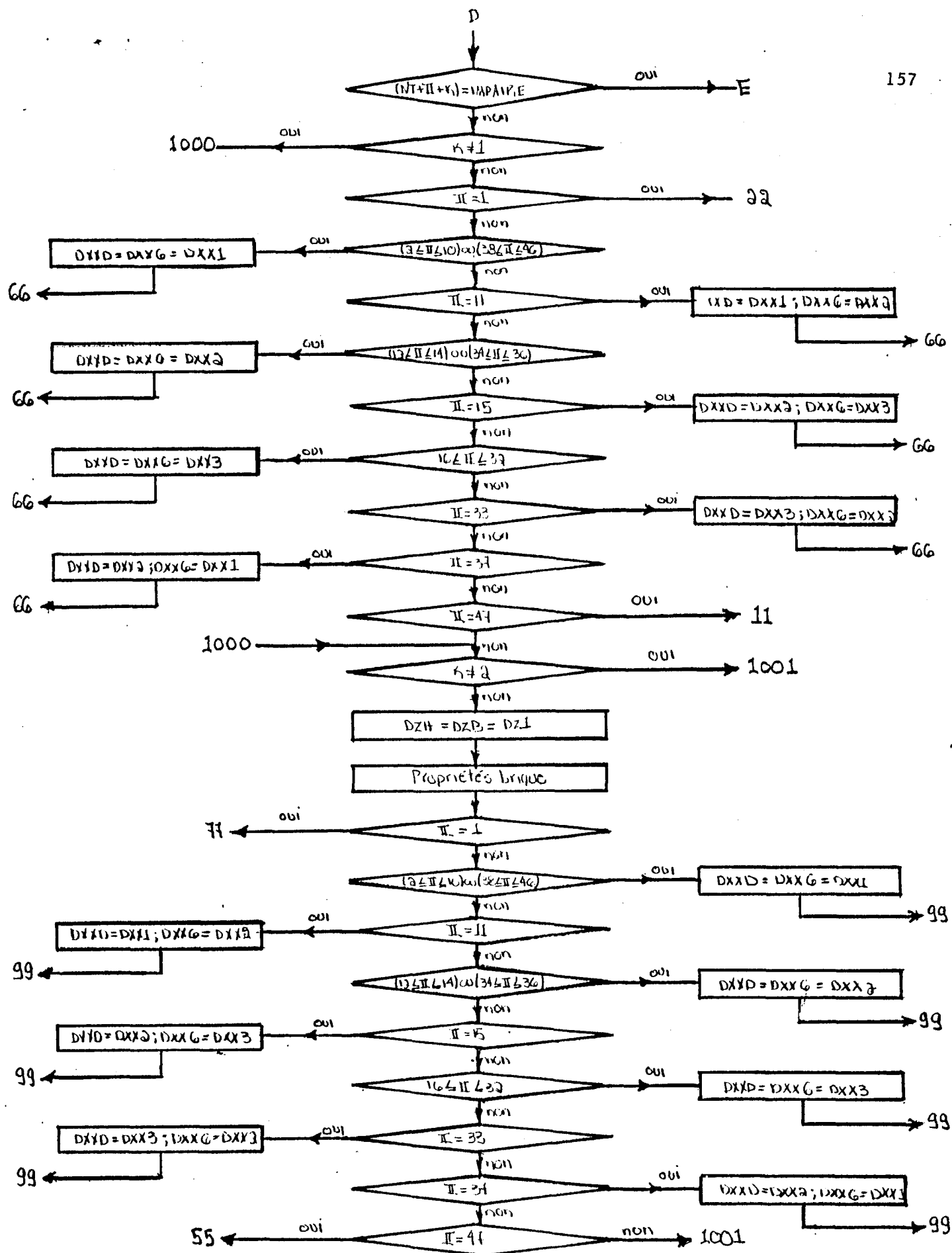


Figure 1.11 (cont)

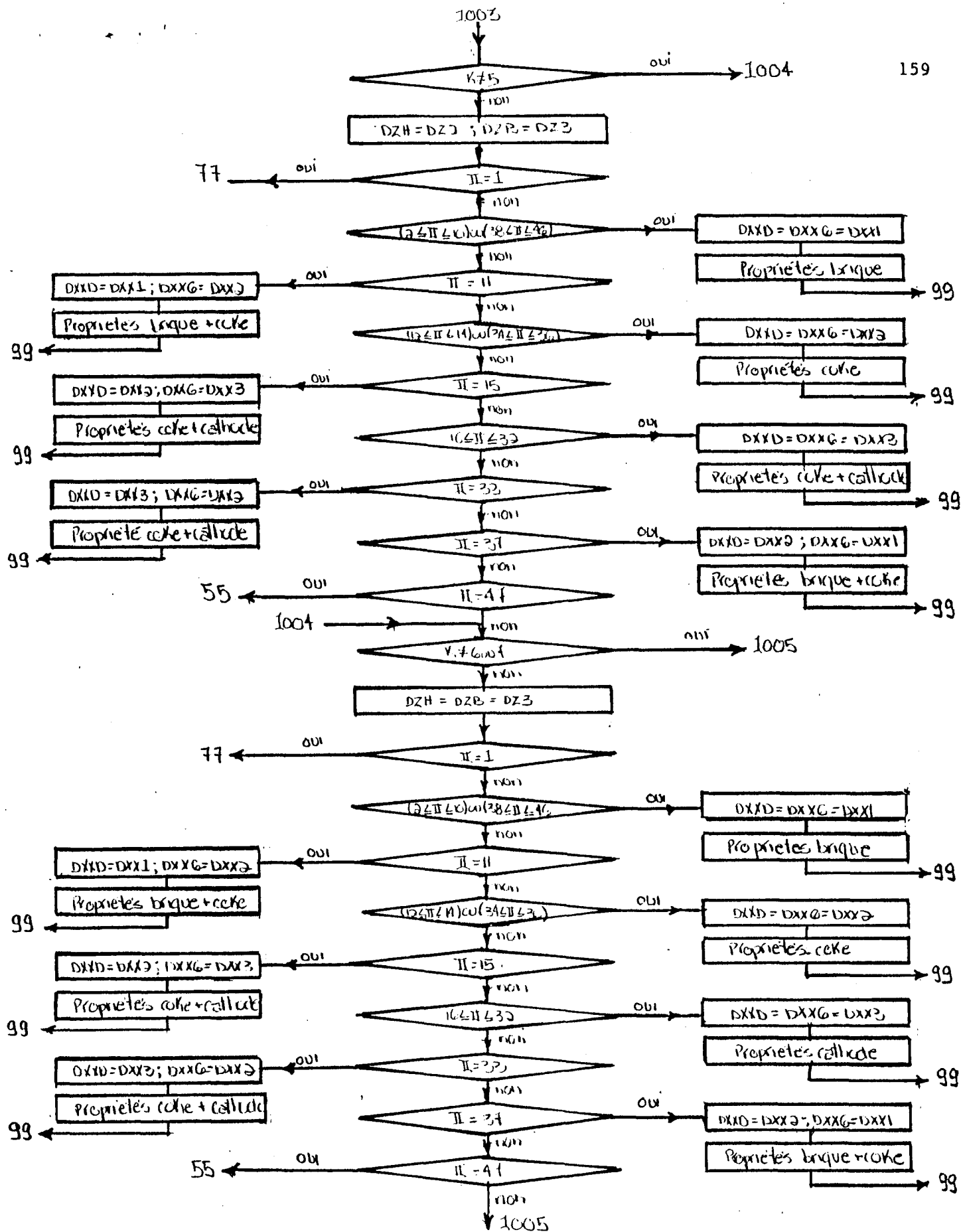


Figure V.11 (suite)

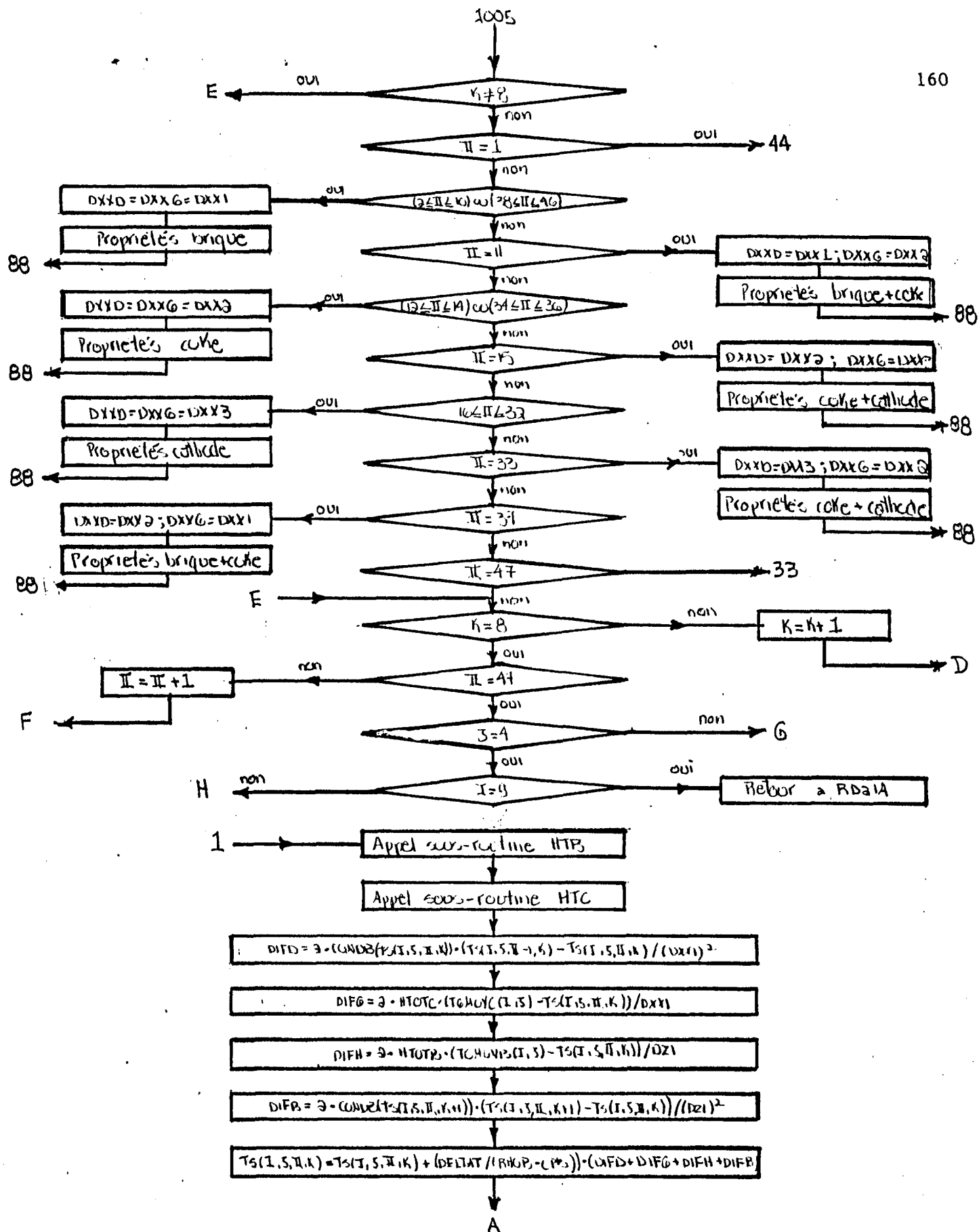


Figure V.11 (suite)

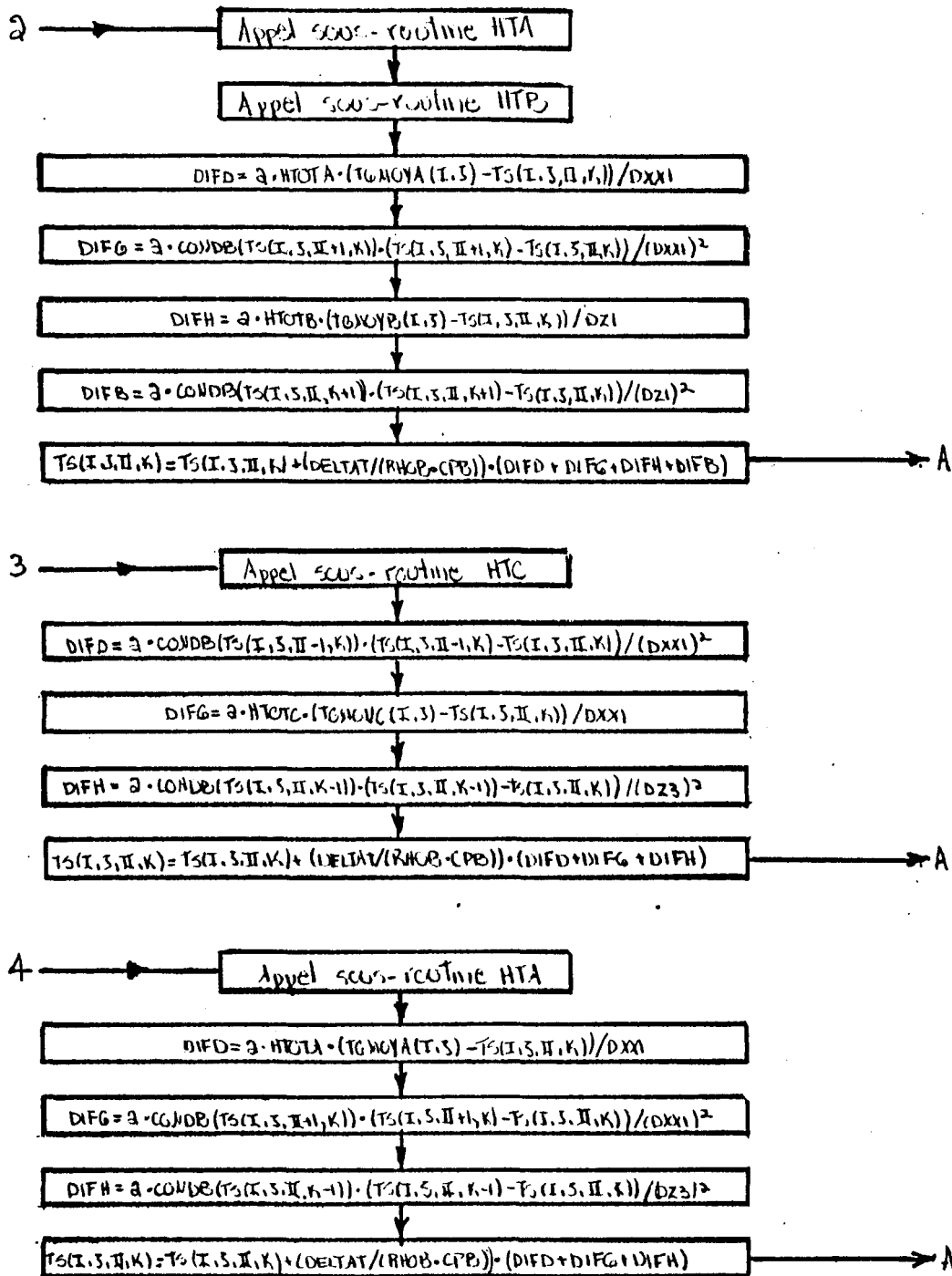
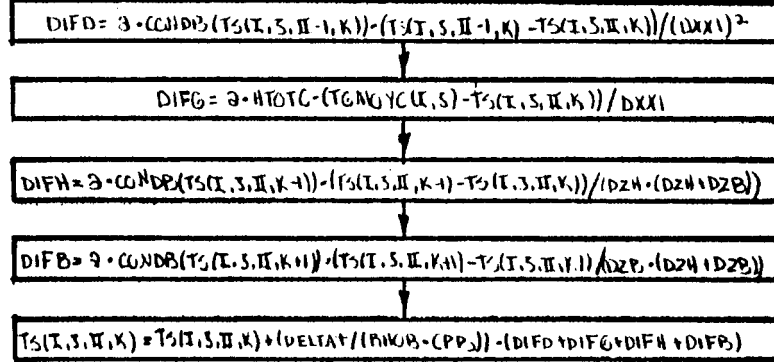


Figure II.11 (suite)

5

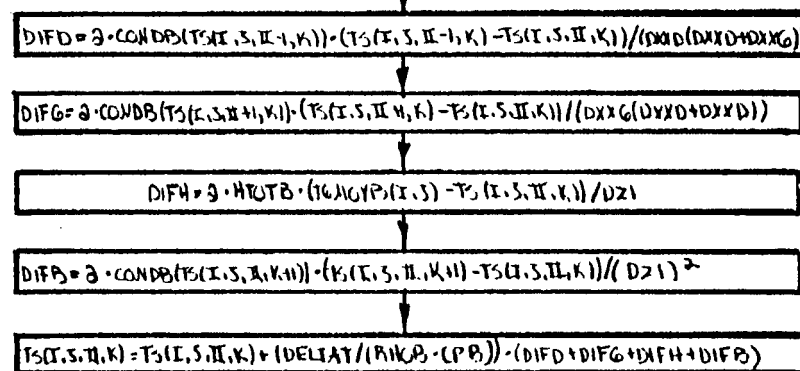
Appel SCUS-routine HTC

162



6

Appel SCUS-routine HTP



7

Appel SCUS-routine HTA

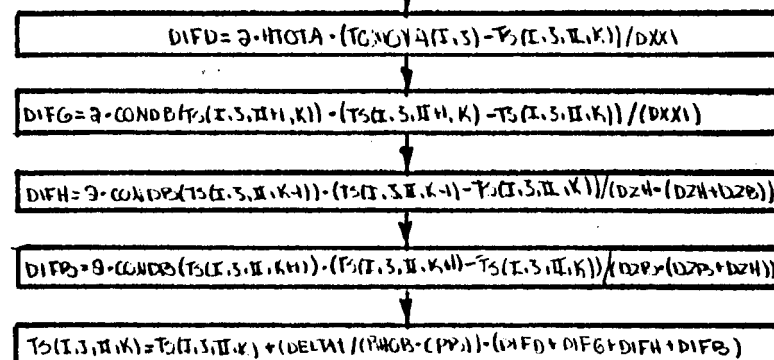


Figure I.11 (suite)

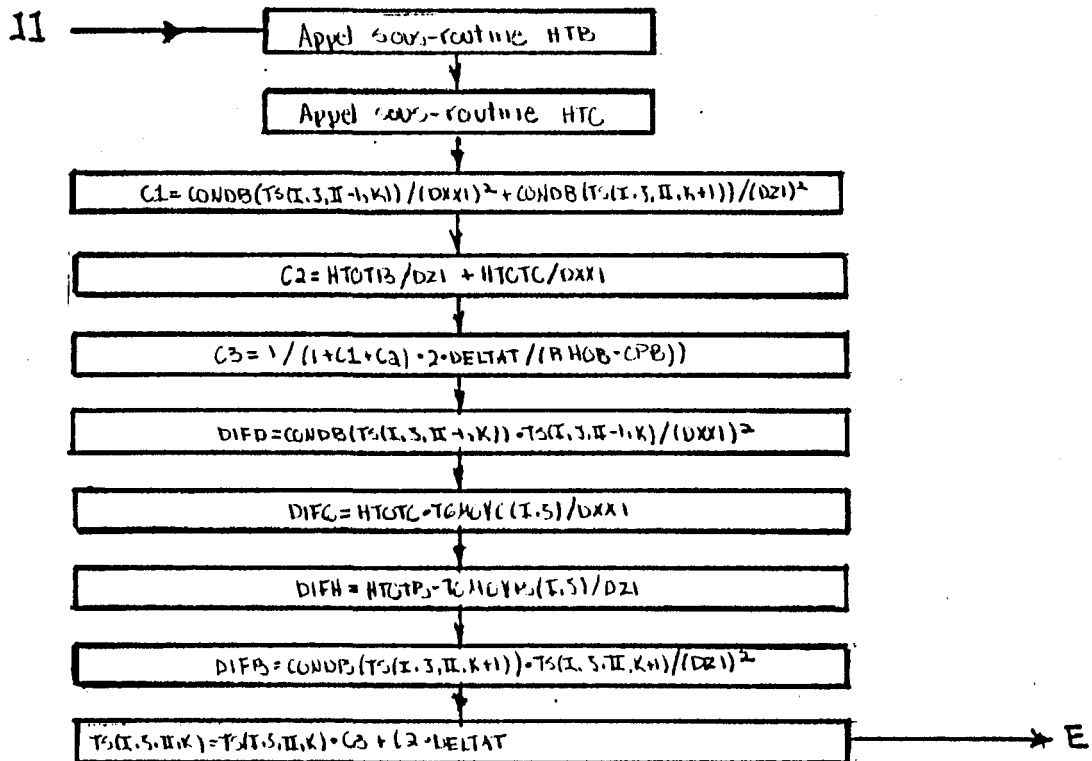
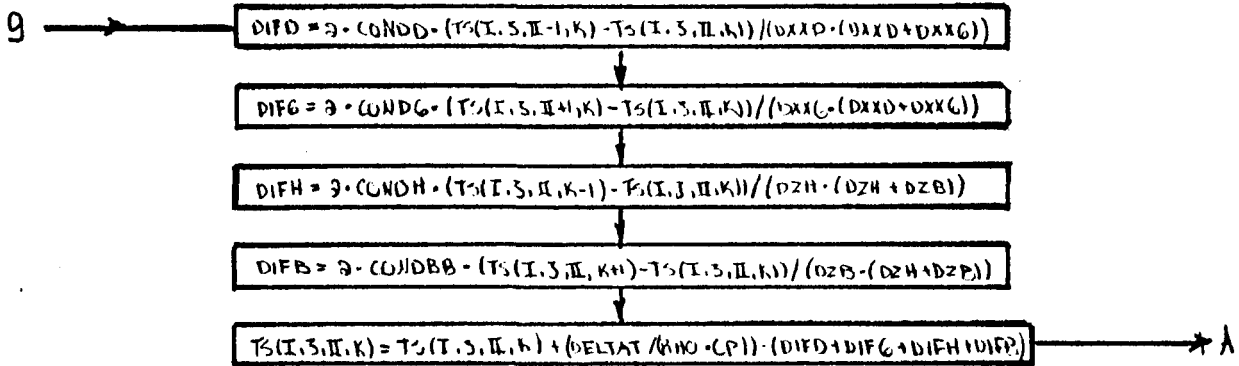
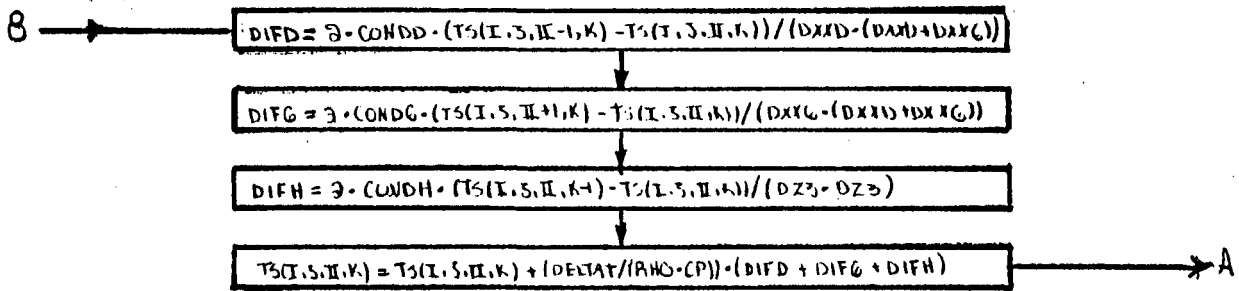


Figure II.11 (suite)

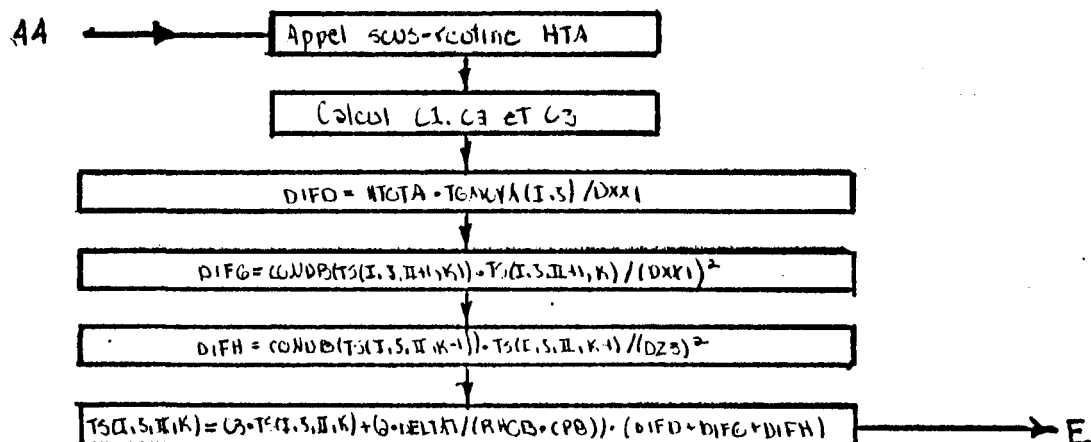
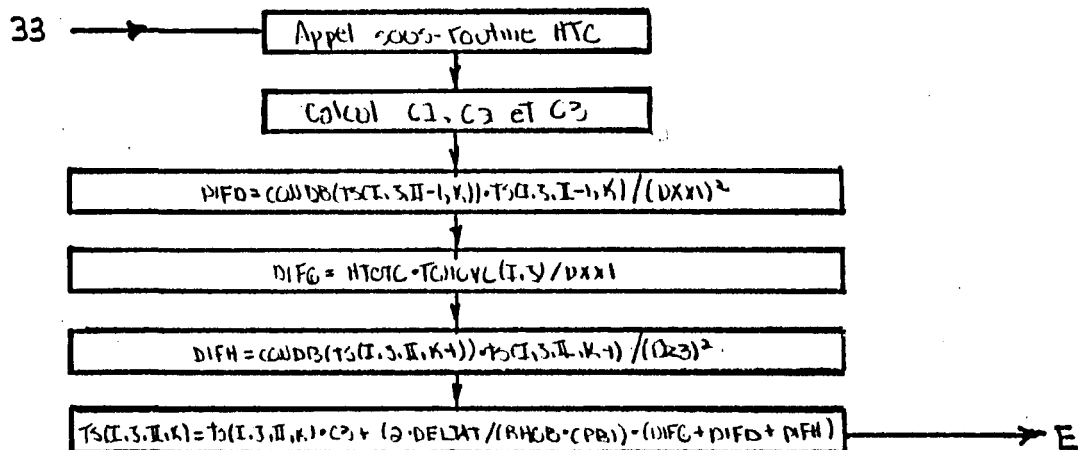
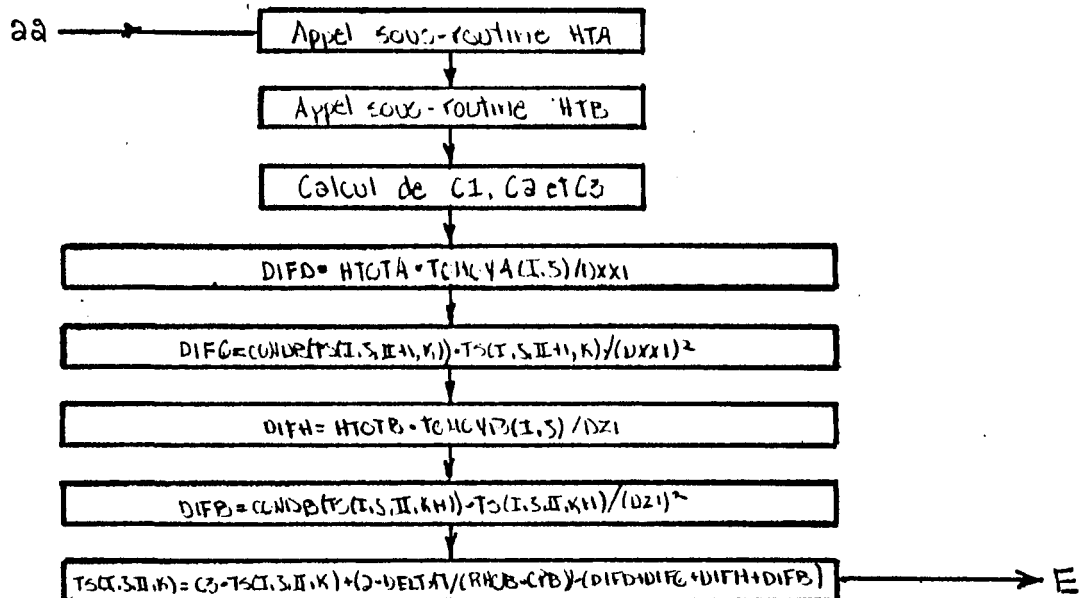
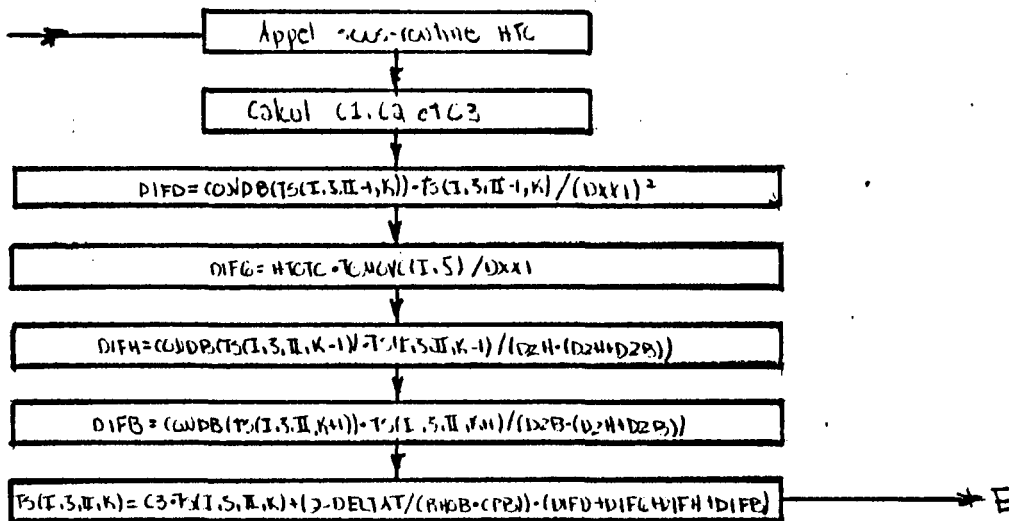


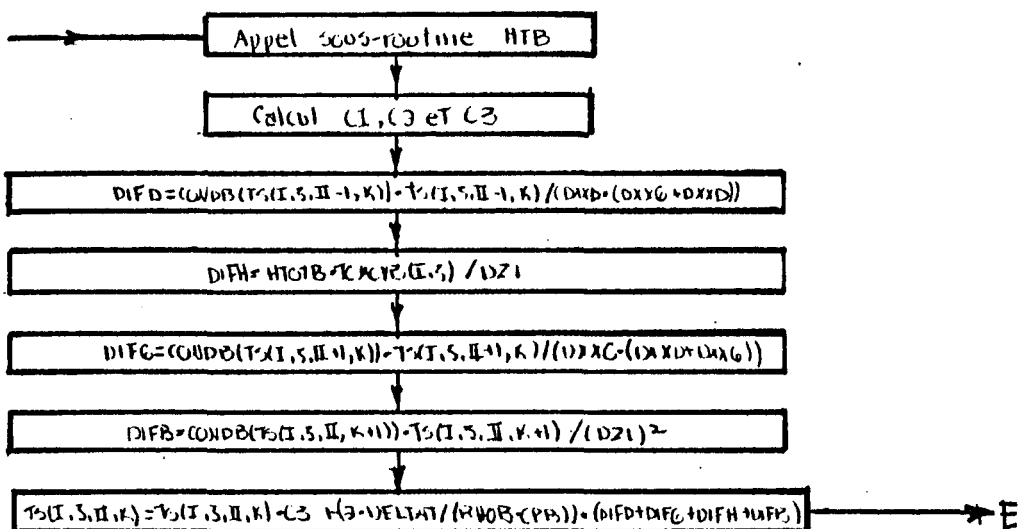
Figure I.11 (suite)

55

165



66



77

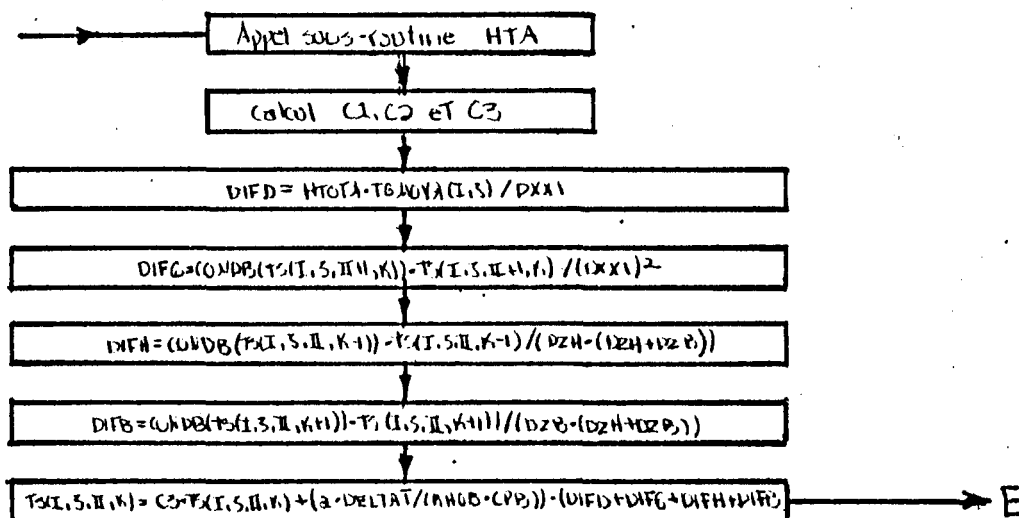
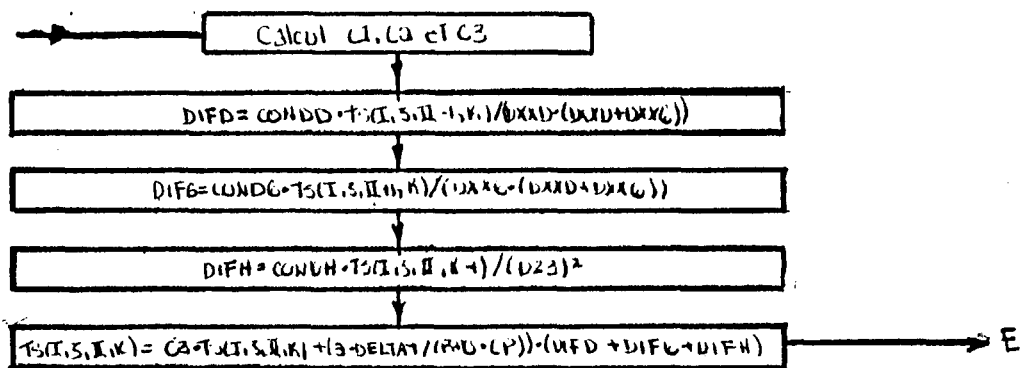


Figure V.11 (suite)

88



99

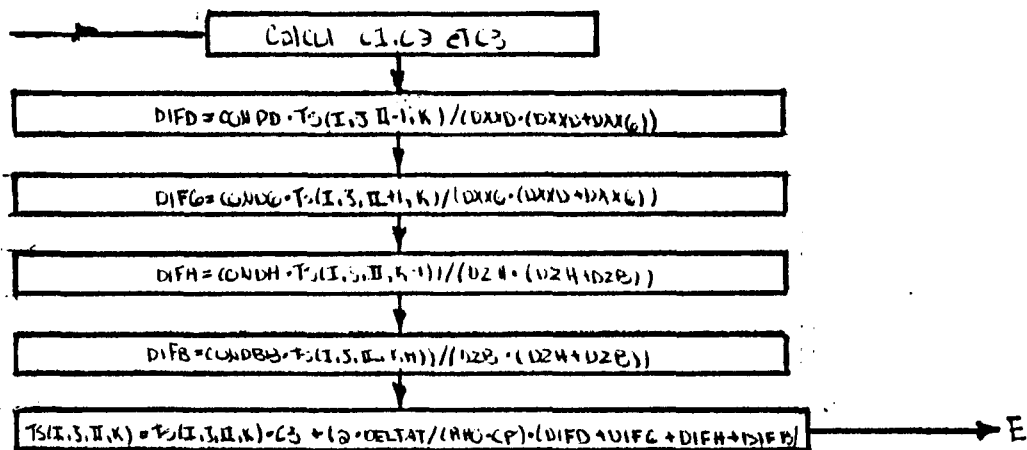


Figure V.11 (suite)

ANNEXE VI

EXEMPLE D'IMPRESSION DES TEMPÉRATURES DE GAZ ET DE SOLIDE CALCULÉES

Cet exemple a été calculé lors de la sixième permutation, au temps $t=40\,320$ s, pour un cycle de 56 heures. Il s'agit d'un extrait du fichier de sortie FOR012.DAT.

12991	40320.				
12992	7				
12993	318.	313.	309.	304.	298.
12994	318.	366.	413.	458.	505.
12995	528.	523.	518.	512.	505.
12996	8				
12997	531.	526.	520.	513.	505.
12998	531.	590.	646.	699.	751.
12999	783.	776.	768.	760.	751.
13000	9				
13001	800.	789.	778.	766.	751.
13002	800.	884.	960.	1027.	1089.
13003	1134.	1124.	1113.	1101.	1089.
13004	10				
13005	1515.	1515.	1515.	1515.	1520.
13006	1515.	1516.	1516.	1516.	1516.
13007	1515.	1515.	1515.	1515.	1516.
13008	11				
13009	1273.	1273.	1273.	1273.	1280.
13010	1273.	1275.	1275.	1275.	1275.
13011	1277.	1277.	1277.	1277.	1275.
13012	12				
13013	1204.	1210.	1219.	1231.	1275.
13014	1204.	1160.	1122.	1088.	1055.
13015	1038.	1026.	1022.	1030.	1055.
13016	13				
13017	1001.	1006.	1013.	1022.	1055.
13018	1001.	960.	922.	888.	854.
13019	829.	825.	827.	835.	854.
13020	14				
13021	807.	812.	819.	827.	854.
13022	807.	765.	727.	693.	658.
13023	632.	634.	638.	646.	658.
13024	15				
13025	616.	623.	631.	640.	658.
13026	616.	566.	524.	490.	460.
13027	444.	447.	451.	455.	460.
13028	7	1			
13029	785.894	816.457			
13030	843.884	918.558			
13031	978.975	990.633			
13032	997.460	999.708			
13033	697.023	852.783			
13034	916.619	949.237			
13035	975.739	986.920			
13036	987.474	977.513			
13037	957.429	936.336			
13038	892.059	772.592			
13039	7	2			
13040	811.557	841.839			
13041	868.991	941.654			
13042	1000.656	1011.912			
13043	1018.504	1020.675			
13044	710.717	672.886			

13048	979.743	957.940
13049	910.339	783.126
13050	7	3
13051	837.380	867.316
13052	894.138	964.726
13053	1022.251	1033.094
13054	1039.445	1041.536
13055	724.476	892.880
13056	961.673	994.520
13057	1019.633	1029.777
13058	1030.278	1021.213
13059	1001.863	979.336
13060	928.471	793.575
13061	7	4
13062	863.882	893.419
13063	919.869	988.341
13064	1044.352	1054.774
13065	1060.881	1062.893
13066	835.933	960.225
13067	1006.785	1026.478
13068	1043.725	1052.077
13069	1052.417	1044.832
13070	1031.818	1019.862
13071	988.008	897.048
13072	8	1
13073	965.553	1003.221
13074	1037.300	1119.399
13075	1186.160	1197.226
13076	1203.704	1205.837
13077	893.652	1090.113
13078	1160.223	1178.274
13079	1189.077	1195.507
13080	1195.502	1189.341
13081	1181.348	1171.495
13082	1126.541	988.925
13083	8	2
13084	992.331	1028.701
13085	1061.541	1139.566
13086	1203.318	1213.758
13087	1219.874	1221.888
13088	903.914	1107.091
13089	1178.785	1196.446
13090	1206.320	1212.220
13091	1212.204	1206.555
13092	1199.371	1189.566
13093	1142.100	995.771
13094	8	3
13095	1018.801	1053.650
13096	1085.436	1159.468
13097	1220.232	1230.061
13098	1235.824	1237.723
13099	914.105	1123.732
13100	1196.917	1214.259
13101	1223.288	1228.690
13102	1228.668	1223.500
13103	1217.042	1207.208
13104	1157.257	1002.304
13105	8	4
13106	1045.338	1079.024
13107	1109.319	1179.378
13108	1237.129	1246.355
13109	1251.768	1253.553
13110	1043.706	1182.101

13114	1237.126	1234.173
13115	1205.947	1111.713
13116	9	1
13117	1205.814	1255.233
13118	1296.450	1373.333
13119	1432.527	1440.177
13120	1444.560	1445.986
13121	1221.154	1448.156
13122	1450.936	1445.052
13123	1439.947	1440.516
13124	1440.365	1439.679
13125	1444.341	1450.011
13126	1453.083	1324.818
13127	9	2
13128	1233.865	1278.631
13129	1315.556	1382.968
13130	1434.826	1441.525
13131	1445.355	1446.599
13132	1221.001	1451.502
13133	1453.339	1446.989
13134	1441.635	1441.920
13135	1441.752	1441.337
13136	1446.191	1452.292
13137	1456.296	1322.998
13138	9	3
13139	1260.868	1301.124
13140	1333.890	1392.204
13141	1436.878	1442.639
13142	1445.923	1446.988
13143	1220.854	1454.525
13144	1455.411	1448.647
13145	1443.078	1443.086
13146	1442.907	1442.759
13147	1447.792	1454.283
13148	1459.196	1320.814
13149	9	4
13150	1286.656	1322.568
13151	1351.355	1401.105
13152	1438.916	1443.775
13153	1446.533	1447.425
13154	1335.141	1462.457
13155	1456.993	1450.015
13156	1444.471	1444.253
13157	1444.066	1444.130
13158	1449.029	1455.524
13159	1464.445	1403.378
13160	10	1
13161	1511.852	1490.530
13162	1469.441	1421.452
13163	1374.238	1366.885
13164	1362.330	1360.786
13165	1512.576	1415.087
13166	1380.794	1375.237
13167	1371.354	1367.908
13168	1367.499	1370.491
13169	1372.080	1375.515
13170	1411.076	1512.828
13171	10	2
13172	1512.346	1489.680
13173	1467.258	1416.092
13174	1365.548	1357.582
13175	1352.639	1350.963
13176	1512.515	1411.573

13181	1406.687	1512.756
13182	10	3
13183	1512.169	1488.375
13184	1464.830	1410.949
13185	1357.528	1349.017
13186	1343.729	1341.934
13187	1512.462	1408.003
13188	1368.344	1360.495
13189	1354.672	1350.367
13190	1349.893	1353.657
13191	1356.727	1361.955
13192	1402.721	1512.691
13193	10	4
13194	1512.011	1487.203
13195	1462.650	1406.311
13196	1350.268	1341.252
13197	1335.641	1333.735
13198	1508.646	1401.646
13199	1361.589	1353.504
13200	1347.302	1342.696
13201	1342.247	1346.310
13202	1349.630	1354.687
13203	1395.115	1506.478
13204	11	1
13205	1269.440	1252.927
13206	1240.084	1215.959
13207	1195.736	1192.266
13208	1190.225	1189.550
13209	1270.498	1246.527
13210	1214.282	1203.919
13211	1196.976	1193.719
13212	1193.233	1195.688
13213	1197.325	1196.078
13214	1203.314	1272.138
13215	11	2
13216	1269.606	1248.277
13217	1230.617	1193.878
13218	1161.032	1155.043
13219	1151.449	1150.251
13220	1269.917	1225.518
13221	1183.162	1169.742
13222	1160.940	1156.672
13223	1156.146	1159.521
13224	1162.483	1162.860
13225	1176.600	1271.210
13226	11	3
13227	1268.529	1242.953
13228	1221.167	1173.685
13229	1129.906	1121.579
13230	1116.542	1114.856
13231	1269.470	1207.709
13232	1155.661	1139.173
13233	1128.577	1123.374
13234	1122.818	1127.056
13235	1131.431	1133.657
13236	1154.910	1270.522
13237	11	4
13238	1267.579	1238.249
13239	1212.811	1155.572
13240	1101.535	1090.876
13241	1084.386	1082.207
13242	1264.774	1186.914
13243	1126.281	1109.336

13246	1102.204	1105.485
13247	1131.842	1251.102
13248	12	1
13249	1167.723	1139.990
13250	1115.446	1055.033
13251	996.211	983.505
13252	975.690	973.051
13253	1195.356	1050.719
13254	1010.286	1001.626
13255	992.140	985.443
13256	985.012	990.836
13257	994.959	991.387
13258	997.744	1026.377
13259	12	2
13260	1126.504	1099.641
13261	1075.759	1015.032
13262	955.382	942.128
13263	933.960	931.199
13264	1200.806	1024.056
13265	974.726	962.944
13266	951.476	944.193
13267	943.736	950.068
13268	955.748	954.254
13269	966.650	1016.378
13270	12	3
13271	1090.086	1063.820
13272	1040.402	979.195
13273	918.666	904.921
13274	896.447	893.582
13275	1209.774	1001.306
13276	943.152	928.232
13277	914.894	907.091
13278	906.610	913.393
13279	920.588	921.433
13280	940.869	1016.138
13281	12	4
13282	1056.320	1030.418
13283	1007.309	945.441
13284	883.930	869.719
13285	860.963	858.004
13286	1184.578	962.421
13287	904.254	891.578
13288	879.447	871.740
13289	871.411	878.317
13290	885.327	885.427
13291	907.117	998.932
13292	13	1
13293	957.711	932.359
13294	909.776	844.782
13295	778.968	763.212
13296	753.533	750.269
13297	983.834	828.597
13298	787.818	783.441
13299	773.352	765.192
13300	764.961	772.392
13301	777.471	768.747
13302	774.864	815.730
13303	13	2
13304	917.813	893.090
13305	871.173	806.509
13306	740.852	725.092
13307	715.443	712.194
13308	986.987	802.469

13312	740.092	733.087
13313	745.412	810.348
13314	13	3
13315	881.423	857.329
13316	836.087	771.998
13317	706.816	691.198
13318	681.667	678.463
13319	992.841	780.200
13320	723.367	713.542
13321	701.320	693.067
13322	692.807	700.225
13323	706.681	701.532
13324	720.390	811.043
13325	13	4
13326	846.400	822.955
13327	802.414	739.110
13328	674.667	659.308
13329	649.966	646.832
13330	933.166	726.936
13331	679.678	677.026
13332	668.984	660.908
13333	660.779	667.770
13334	672.662	664.134
13335	678.598	767.888
13336	14	1
13337	745.473	721.869
13338	701.411	632.557
13339	560.426	543.731
13340	533.641	530.267
13341	766.418	580.868
13342	542.131	555.261
13343	552.132	545.036
13344	545.011	551.918
13345	552.813	529.649
13346	533.268	599.466
13347	14	2
13348	704.876	682.548
13349	663.413	597.494
13350	528.766	513.236
13351	503.893	500.776
13352	768.119	558.663
13353	513.287	523.586
13354	520.736	514.358
13355	514.330	520.504
13356	520.927	499.828
13357	508.201	594.739
13358	14	3
13359	668.166	647.092
13360	629.238	566.454
13361	501.406	487.064
13362	478.469	475.607
13363	772.529	540.817
13364	488.997	496.344
13365	493.735	488.033
13366	488.001	493.482
13367	493.446	474.501
13368	487.473	593.639
13369	14	4
13370	633.128	613.368
13371	596.827	537.540
13372	476.602	463.506
13373	455.685	453.085
13374	656.507	480.290

13378	467.762	447.139
13379	449.572	521.113
13380	15	1
13381	468.628	441.696
13382	423.508	362.960
13383	306.997	297.582
13384	292.257	290.536
13385	468.143	290.729
13386	289.592	296.698
13387	299.009	297.630
13388	297.630	299.009
13389	296.698	289.578
13390	287.125	341.821
13391	15	2
13392	428.778	406.066
13393	391.241	342.091
13394	298.287	291.143
13395	287.101	285.794
13396	473.318	287.310
13397	285.039	290.441
13398	292.246	291.182
13399	291.182	292.246
13400	290.441	285.024
13401	283.462	341.050
13402	15	3
13403	399.011	379.933
13404	367.779	327.449
13405	292.402	286.809
13406	283.641	282.616
13407	480.558	285.181
13408	281.999	286.261
13409	287.691	286.842
13410	286.842	287.691
13411	286.261	281.982
13412	281.053	341.333
13413	15	4
13414	376.089	360.088
13415	350.070	316.689
13416	288.193	283.716
13417	281.177	280.355
13418	348.828	279.447
13419	279.825	283.289
13420	284.438	283.744
13421	283.744	284.439
13422	283.289	279.821
13423	278.506	303.920

ANNEXE VII

LISTAGE DES PROGRAMMES ET DU FICHIER D'ENTRÉE

Les trois programmes utilisés pour la modélisation soit: RD21A.FOR, RD21B.FOR (incluant toutes les sous-routines, sauf CONDINI), RD21C.FOR (incluant la sous-routine CONDINI) et le fichier d'entrée FFICHE.DAT n'ont pu être joints au présent document et pourront être fournis sur demande.