



THÈSE  
PRÉSENTÉE À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI  
COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DU DOCTORAT EN INGENIERIE

PAR  
RACHID ERROUISSI

**Contribution à la commande prédictive non linéaire d'une  
machine synchrone à aimants permanents**

JUIN 2010

## RÉSUMÉ

Le travail de recherche présenté dans cette thèse est consacré à la commande non linéaire associée à la commande prédictive en temps continu pour la machine synchrone à aimants permanents. Cette machine est connue pour sa grande puissance massique, ce qui lui confère une place importante dans des applications embarquées. Cependant, son modèle multivariable et non linéaire, ces paramètres qui peuvent varier dans le temps et sa dynamique rapide rendent sa commande plus compliquée.

Le défi majeur de notre travail de recherche est de concevoir une loi de commande pour la machine synchrone à aimants permanents plus performante au niveau de la poursuite de trajectoires, du rejet de perturbations, de la stabilité, de la robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques, du respect des contraintes physiques et du temps de calcul, et ce, tout en conservant l'aspect non linéaire.

Dans ce cadre, la commande prédictive se présente alors comme une solution idéale. Toutefois, les contrôleurs prédictifs non linéaires conçus à partir du modèle à temps discret requièrent un temps de calcul important, ce qui limite leurs applications à des systèmes non linéaires à dynamique lente. Le développement des nouvelles techniques de commande prédictive non linéaire basées sur le modèle à temps continu a permis de réduire considérablement le temps de calcul. Parmi ces techniques, l'utilisation de l'expansion en séries de Taylor pour concevoir un modèle de prédiction à partir du modèle à temps continu. Les contrôleurs obtenus sont alors analytiques et faciles à implanter sur des processeurs numériques de signaux. Cependant, il est connu que cette stratégie souffre du manque de robustesse vis-à-vis des perturbations externes et des imperfections du modèle. À cet effet, nous avons proposé un observateur permettant d'estimer toutes les perturbations qui peuvent affecter la régulation des sorties. La combinaison de la commande prédictive non linéaire avec l'observateur de perturbations permet de garantir la robustesse par rapport à la variation de tous les paramètres de la machine et à celle du couple de charge.

D'un autre côté, il arrive fréquemment que les variables manipulées soient limitées par des blocs de saturation. En effet, la prise en compte des blocs limiteurs dans la conception des estimateurs de perturbation conduit systématiquement à l'apparition d'un schéma anti-saturation dans la boucle de commande.

Nous proposons, de plus, une nouvelle loi de commande prédictive non linéaire permettant d'assurer la robustesse de systèmes non linéaires, et ce, en s'affranchissant de l'utilisation des estimateurs de perturbations.

Pour chaque type de commande, deux variantes sont proposées. Une commande directe pour le contrôle de la machine avec la vitesse de rotation et la composante directe du courant comme sorties, et une commande en cascade basée sur l'imbrication d'une boucle interne de courants et une boucle externe de vitesse.

La validation expérimentale de ces lois de commandes non linéaires a permis de tester leurs performances réelles en matière de suivi de trajectoires, de robustesse et de respect des contraintes électromagnétiques, et d'approuver la faisabilité et l'originalité de l'approche. Nous pensons que ce travail de recherche contribuera d'une façon non négligeable à l'avancée de la recherche dans le domaine de la commande prédictive non linéaire des machines électriques.

## ABSTRACT

This project deals with the development of a high performance nonlinear predictive control permanent magnet synchronous motor (PMSM) drive. The objective of the controller is to track the imposed speed profile while regulating the d-axis current. The research work is directed towards improving trajectory tracking capability, stability guarantee, constraints respecting, robustness to parameters variations and disturbance rejection.

The main part of nonlinear predictive control is the system behavior prediction model. The prediction model is obtained by using the Taylor series expansion. However, it's known that the nonlinear predictive control based on the Taylor series expansion, cannot remove completely the steady state error under mismatched parameters and external perturbation. To this end, two types of control algorithms are proposed in this work. First, the nonlinear predictive controller is enhanced by embedding a disturbance observer, which behaves like a PID or PI speed controller according to the relative degree of the speed output. The nonlinear disturbance observer is specified by using a newly defined design function due to the fact that the existing disturbance observer based control technique is limited to systems having the same input and disturbance relative degrees while, for a PMSM, the load torque relative degree is less than the input's one. The closed loop system under the disturbance observer works as a nonlinear controller with an integral action. Consequently, when the control saturates due to the natural physical limitation, the integral part may cause highly oscillations to appear or, even worse, may cause the system to be instable. This phenomenon occurs especially, when large set-point changes are made. To suppress this undesired side effect known as integrator windup, an anti-windup compensator is derived readily by using the actuator saturations in the observer synthesis.

The other derived nonlinear predictive law is specified by optimizing a newly defined design cost function. A key feature of the proposed control is that the information about the external perturbation and parameter uncertainties is not needed to enhance the robustness, and a zero steady state error is guaranteed by an integral action which arises naturally in the controller. Here, an anti-windup compensator based on the well known conditional integral method is proposed when the actuator saturations are incorporated in the controller. The stability of the proposed approach is carefully investigated and the stability of closed-loop system has been established using Lyapunov Theory. It is shown that under a mild condition, zero tracking error can be achieved under the proposed scheme.

The validity of the proposed control strategy is experimentally tested on a dSPACE DS1104 Board driving a 0.25-kW PMSM drive. Satisfactory results are obtained regarding trajectory tracking, disturbance rejection and constraints respecting.

## REMERCIEMENTS

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au Laboratoire d'identification et commande des machines électriques (LICOME) de l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC). Cette unité de recherche est accréditée par l'UQAC en vertu de sa politique de financement de la recherche.

Au terme d'un travail de trois ans de recherche, je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé en contribuant à l'aboutissement de cette thèse, tout particulièrement :

- Monsieur **Mohand Ouhrouche**, professeur à l'UQAC et directeur du LICOME, qui a dirigé ces travaux de recherche. Qu'il soit assuré de ma profonde reconnaissance pour ses conseils précieux et la confiance dont il a témoigné à mon égard tout au long de ce parcours.
- Monsieur **Issouf Fofana**, professeur à l'UQAC et titulaire de la chaire sur les isolants liquides et mixtes en électrotechnologie (ISOLIME), pour avoir accepté de présider le jury.
- Monsieur **Seddik Bacha**, professeur à l'université Josef Fourier de Grenoble, pour m'avoir fait l'honneur de rapporter ce travail et d'assister à ma soutenance malgré ses nombreuses obligations.

- Monsieur **Mamadou Lamine Doumbia**, professeur à l'Université du Québec à Trois-Rivières (UQTR) et responsable du Laboratoire qualité de l'onde, pour son évaluation de mon travail de recherche.
- Monsieur **Wen-Hua Chen** professeur à l'Université du Loughborough au Royaume uni, pour sa collaboration précieuse.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur **Danny Ouellet**, responsable des laboratoires de génie électrique à l'UQAC et Monsieur **Richard Martin**, technicien, pour leur aide lors de la mise au point du banc d'essai.

Je remercie également tous les membres du LICOME qui ont contribué à rendre ce cadre de travail agréable, tant d'un point de vue technique qu'humain.

Enfin, un remerciement particulier à mes parents, à mon épouse, et à mes frères et sœurs pour leur contribution illimitée au bon déroulement de mes travaux de recherche. Ce mémoire leur est dédié à titre de remerciements pour tout ce qu'ils m'ont apporté depuis le début de mon cursus universitaire.

## TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ .....	I
ABSTRACT .....	III
REMERCIEMENTS .....	V
TABLE DES MATIÈRES.....	VII
LISTE DES TABLEAUX .....	XI
LISTE DES FIGURES .....	XII
INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	1

### CHAPITRE 1

#### MODÉLISATION DE LA MACHINE SYNCHRONES À AIMANTS PERMANENTS EN VUE DE LA COMMANDE

<i>1.1 Introduction .....</i>	<i>18</i>
<i>1.2 Description de la machine synchrone .....</i>	<i>18</i>
1.2.1 Moteur synchrone à rotor bobiné .....	19
1.2.2 Moteur synchrone à aimants permanents .....	20
<i>1.3 Modèle du moteur synchrone à aimants permanents dans un repère triphasé .....</i>	<i>22</i>
1.3.1 Flux propre du stator .....	23
1.3.2 Flux du stator produit par le rotor .....	25
1.3.3 Flux total produit au stator .....	25
1.3.4 Flux total produit au rotor .....	26
1.3.5 Équations électriques .....	26
1.3.6 Équation de mouvement .....	27
<i>1.4 Modèle diphasé de la machine synchrone à aimants permanents .....</i>	<i>28</i>
1.4.1 Transformation triphasée/diphasée .....	28
1.4.2 Flux total produit au stator .....	31
1.4.3 Équations électriques .....	32
1.4.4 Expression du couple électromagnétique .....	33
<i>1.5 Modèle de Park de la machine synchrone à aimants permanents .....</i>	<i>34</i>
1.5.1 Flux total produit au stator .....	35
1.5.2 Équations électriques .....	36

1.5.3	Couple électromagnétique .....	37
1.6	Transformation directe de Park .....	39
1.6.1	Transformation conservant la puissance .....	39
1.6.2	Transformation conservant l'amplitude des grandeurs électriques.....	40
1.7	Conclusion .....	42

## CHAPITRE 2

### ÉTAT DE L'ART SUR LA COMMANDE DE LA MACHINE SYNCHROME À AIMANTS PERMANENTS

2.1	Introduction.....	43
2.2	Stratégies de commande.....	44
2.3	Commande scalaire.....	47
2.4	Commande vectorielle.....	48
2.4.1	Régulation du courant .....	49
2.4.2	Régulation de la vitesse .....	50
2.4.3	Structure de la commande .....	52
2.5	Commande par linéarisation entrées-sorties .....	53
2.5.1	Théorie de la commande linéarisante .....	54
2.5.2	Application à la machine synchrone à aimants permanents .....	56
2.6	Commande par platitude .....	61
2.7	Commande prédictive linéaire en discret (CPLD).....	63
2.7.1	Objectif de la commande prédictive.....	63
2.7.2	Position du problème et modèle interne .....	65
2.7.3	Extension aux systèmes multivariables .....	67
2.7.4	Application à la machine synchrone à aimants permanents .....	68
2.8	Conclusion .....	73

## CHAPITRE 3

### COMMANDE PRÉDICTIVE EN STRUCTURE DIRECTE AVEC OBSERVATEUR DE PERTURBATIONS

3.1	Introduction.....	74
3.2	Modèle non linéaire de la machine synchrone à aimants permanents.....	75
3.3	Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale (CPNLVM).....	76
3.3.1	Conception de la loi de commande .....	77
3.3.2	Dynamique et stabilité du système bouclé.....	81
3.3.3	Conception de l'estimateur de perturbation.....	82
3.3.4	Stabilité globale .....	89
3.3.5	Observateur de perturbation en présence des blocs de saturation.....	91
3.4	Contrôleur prédictif non linéaire généralisé (CPNLG).....	98
3.5	Comparaison avec la commande prédictive linéaire en discret (CPLD).....	104

3.6	<i>Résultats expérimentaux</i> .....	106
3.6.1	Évaluation de performances du CPNLVM.....	107
3.6.2	Évaluation de performances du CPNLG.....	116
3.6.3	Comparaison entre le CPNLG et le CPNLVM.....	123
3.7	<i>Conclusion</i> .....	124

## CHAPITRE 4

### COMMANDE PRÉDICTIVE EN STRUCTURE CASCADE AVEC OBSERVATEUR DE PERTURBATIONS

4.1	<i>Introduction</i> .....	125
4.2	<i>Structure cascade et la commande prédictive non linéaire</i> .....	126
4.3	<i>Modèle perturbé de la machine synchrone à aimants permanents</i> .....	126
4.4	<i>Contrôleur prédictif non linéaire généralisé (CPNLG) en structure cascade</i> .....	128
4.4.1	Boucle externe : Régulation de la vitesse .....	128
4.4.2	Boucle interne : Régulation des courants.....	134
4.5	<i>Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale (CPNLVM) en structure cascade</i> .....	141
4.5.1	Boucle externe : Régulation de la vitesse .....	141
4.5.2	Boucle interne : Régulation des courants.....	144
4.6	<i>Comparaison entre le CPNLG en structure cascade et le régulateur classique PI</i> .....	147
4.7	<i>Résultats expérimentaux</i> .....	151
4.7.1	Évaluation de performances du CPNLG en structure cascade.....	152
4.7.2	Évaluation de performances du CPNLVM en structure cascade .....	162
4.7.3	Comparaison entre le CPNLG et le CPNLVM en structure cascade .....	170
4.8	<i>Conclusion</i> .....	171

## CHAPITRE 5

### COMMANDE PRÉDICTIVE ROBUSTE SANS OBSERVATEUR DE PERTURBATIONS

5.1	<i>Introduction</i> .....	172
5.2	<i>Contrôle prédictif non linéaire robuste</i> .....	174
5.2.1	Système non linéaire affine en la commande .....	174
5.2.2	Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste (CPNLVMR).....	175
5.2.3	Contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste (CPNLGR).....	179
5.3	<i>Application directe à la machine synchrone à aimants permanents</i> .....	182
5.3.1	Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste en structure directe.....	183
5.3.2	Contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste en structure directe .....	189
5.4	<i>Application en structure cascade à la machine synchrone à aimants permanents</i> .....	191
5.4.1	Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste en structure cascade .....	191
5.4.2	Contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste en structure cascade .....	194
5.5	<i>Résultats expérimentaux</i> .....	197
5.5.1	Évaluation de performances du CPNLVMR en structure directe.....	197
5.5.2	Évaluation de performances du CPNLGR en structure directe.....	203

5.5.3	Évaluation de performances du CPNLVMR en structure cascade .....	209
5.5.4	Évaluation de performances du CPNLGR en structure cascade .....	218
5.5.5	Comparaison entre tous les contrôleurs .....	225
5.6	<i>Conclusion</i> .....	226
<b>CONCLUSIONS &amp; PERSPECTIVES.....</b>		<b>227</b>
<b>PUBLICATIONS ISSUES DE CETTE RECHERCHE .....</b>		<b>231</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>		<b>233</b>
<b>ANNEXES .....</b>		<b>246</b>

## LISTE DES TABLEAUX

Table 1.1 : Modèles du moteur synchrone à aimants permanents dans le repère (d, q).....	41
---	----

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1: Référentiel (a, b, c) et référentiel (d, q) .....	23
Figure 1.2: Transformation (a, b, c) $\rightarrow$ ( $\alpha$ , $\beta$ ) .....	28
Figure 1.3: Transformation ( $\alpha$ , $\beta$ ) $\rightarrow$ (d, q) .....	35
Figure 2.1 : Objectif de la commande .....	64
Figure 2.2 : Structure de la commande à modèle interne .....	66
Figure 3.1 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par CPLD : Suivi de trajectoire avec rejet de perturbation à $t = 0,3s$ .....	105
Figure 3.2 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Suivi de trajectoire avec rejet de perturbation à $t = 0,3s$ .....	105
Figure 3.3 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale (CPNLVM) en structure directe .....	108
Figure 3.4 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM : Performance en poursuite de trajectoire .....	109
Figure 3.5 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM : Performance en poursuite de trajectoire .....	109
Figure 3.6 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à $t = 1s$ .....	110
Figure 3.7 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à $t = 1s$ .....	110
Figure 3.8 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 1s$ .....	111
Figure 3.9 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 1s$ .....	111
Figure 3.10 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM : Variation brusque du couple de charge à $t = 1s$ .....	112
Figure 3.11 : Composante directe et composante en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM : Variation brusque du couple de charge à $t = 1s$ .....	112
Figure 3.12 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation .....	113
Figure 3.13 : Courant de phase du système piloté par le CPNLVM : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation .....	113
Figure 3.14 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM : Référence variable à dynamique rapide avec schéma anti-saturation .....	114
Figure 3.15 : Courant de phase pendant la phase transitoire du système piloté par le CPNLVM : Référence variable à dynamique rapide avec schéma anti-saturation .....	114
Figure 3.16 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire généralisé (CPNLG) en structure directe .....	116
Figure 3.17 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Performance en poursuite de trajectoire .....	117
Figure 3.18 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG : Performance en poursuite trajectoire .....	117

Figure 3.19 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à $t = 1s$ .....	118
Figure 3.20 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à $t = 1s$ .....	118
Figure 3.21 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 1s$ .....	119
Figure 3.22 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 1s$ .....	119
Figure 3.23 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Variation brusque du couple de charge à $t = 1s$ .....	120
Figure 3.24 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG : Variation brusque du couple de charge à $t = 1s$ .....	120
Figure 3.25 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation.....	121
Figure 3.26 : Courant de phase du système piloté par le CPNLG : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation.....	121
Figure 3.27 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Référence variable à dynamique rapide avec schéma anti-saturation.....	122
Figure 3.28 : Courant de phase pendant la phase transitoire du système piloté par le CPNLG : Référence variable à dynamique rapide avec schéma anti-saturation.....	122
Figure 4.1 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par un régulateur PI.....	150
Figure 4.2 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par la CPNLG en structure cascade.....	150
Figure 4.3 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire généralisé (CPNLG) en structure cascade.....	153
Figure 4.4 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation.....	154
Figure 4.5 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Référence à dynamique rapide avec schéma anti-saturation.....	154
Figure 4.6 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à $t = 0,5s$ .....	155
Figure 4.7 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à $t = 0,5s$ .....	155
Figure 4.8 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 0,5s$ ..	156
Figure 4.9 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 0,5s$ .....	156
Figure 4.10 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à $t = 0,5s$ ( $\mu_0 = -0,01$ ).....	157
Figure 4.11 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à $t = 0,5s$ ( $\mu_0 = -0,01$ ).....	157
Figure 4.12 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à $t = 0,5s$ ( $\mu_0 = -0,065$ ).....	158
Figure 4.13 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à $t = 0,5s$ ( $\mu_0 = -0,065$ ).....	158
Figure 4.14 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire.....	159
Figure 4.15 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté le CPNLG en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire.....	159
Figure 4.16 : Courant de phase pendant le démarrage du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire.....	160

Figure 4.17 : Courant de phase pendant la phase transitoire du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire .....	160
Figure 4.18 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale (CPNLVM) en structure cascade .....	162
Figure 4.19 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation .....	163
Figure 4.20 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Référence à dynamique rapide avec schéma anti-saturation .....	163
Figure 4.21 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à $t = 0,5s$ .....	164
Figure 4.22 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à $t = 0,5s$ .....	164
Figure 4.23 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 0,5s$ ..	165
Figure 4.24 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 0,5s$ .....	165
Figure 4.25 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à $t = 0,5s$ ( $\mu_0 = -0,01$ ) .....	166
Figure 4.26 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à $t = 0,5s$ ( $\mu_0 = -0,01$ ) .....	166
Figure 4.27 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à $t = 0,5s$ ( $\mu_0 = -0,065$ ) .....	167
Figure 4.28 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à $t = 0,5s$ ( $\mu_0 = -0,065$ ) .....	167
Figure 4.29 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire .....	168
Figure 4.30 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire .....	168
Figure 4.31 : Courant de phase pendant le démarrage du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Performance de poursuite de trajectoire .....	169
Figure 4.32 : Courant de phase pendant la phase transitoire du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Performance de poursuite de trajectoire .....	169
Figure 5.1 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste (CPNLVMR) en structure directe .....	198
Figure 5.2 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Performance en poursuite de trajectoire .....	199
Figure 5.3 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Performance en poursuite de trajectoire .....	199
Figure 5.4 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à $t = 1s$ ..	200
Figure 5.5 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à $t = 1s$ .....	200
Figure 5.6 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 1s$ .....	201
Figure 5.7 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Variation des paramètres mécaniques Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 1s$ .....	201
Figure 5.8 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Variation brusque du couple de charge à $t = 1s$ .....	202

Figure 5.9 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVMM en structure directe : Variation brusque du couple de charge à $t = 1s$ .....	202
Figure 5.10 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste (CPNLGR) en structure directe.....	204
Figure 5.11 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Performance en poursuite de trajectoire.....	205
Figure 5.12 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Performance en poursuite de trajectoire.....	205
Figure 5.13 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à $t = 1s$	206
Figure 5.14 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à $t = 1s$ .....	206
Figure 5.15 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 1s$ .....	207
Figure 5.16 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 1s$ .....	207
Figure 5.17 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Variation brusque du couple de charge à $t = 1s$ .....	208
Figure 5.18 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Variation brusque du couple de charge à $t = 1s$ .....	208
Figure 5.19 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste (CPNLVMM) en structure cascade .....	211
Figure 5.20 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMM en structure cascade : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation .....	212
Figure 5.21 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMM en structure cascade : Référence à dynamique rapide avec schéma anti-saturation.....	212
Figure 5.22 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMM en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à $t = 0,5s$ .....	213
Figure 5.23 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à $t = 0,5s$ .....	213
Figure 5.24 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMM en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 0,5s$ ..	214
Figure 5.25 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVMM en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 0,5s$ .....	214
Figure 5.26 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMM en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire.....	215
Figure 5.27 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVMM en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire .....	215
Figure 5.28 : Courant de phase pendant le démarrage du système piloté par le CPNLVMM en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire .....	216
Figure 5.29 : Courant de phase pendant le régime transitoire du système piloté par le CPNLVMM en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire .....	216
Figure 5.30 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMM en structure cascade : Rejet de perturbation à $t = 0,5s$ .....	217
Figure 5.31 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste (CPNLGR) en structure cascade.....	219
Figure 5.32 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation .....	220

Figure 5.33 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Référence à dynamique rapide avec schéma anti-saturation .....	220
Figure 5.34 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à $t = 0,5s$ .....	221
Figure 5.35 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à $t = 0,5s$ .....	221
Figure 5.36 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 0,5s$ ..	222
Figure 5.37 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à $t = 0,5s$ .....	222
Figure 5.38 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire .....	223
Figure 5.39 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire .....	223
Figure 5.40 : Courant de phase pendant le démarrage du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire .....	224
Figure 5.41 : Courant de phase pendant le régime transitoire du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire .....	224
Figure 5.42 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Rejet de perturbation à $t = 0,5s$ .....	225

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le moteur à courant continu, dont les performances sont excellentes et qui bénéficie d'une grande expérience dans la traction électrique et dans d'autres applications embarquées, nécessite un entretien relativement lourd et possède une puissance massique inférieure. C'est pour cela qu'on a cherché à le remplacer par des machines synchrones ou des machines asynchrones. Cependant, pour obtenir les mêmes performances, il faut une électronique de puissance plus onéreuse et une électronique de commande plus complexe.

Le développement des onduleurs à modulation de largeur d'impulsions à semi-conducteurs à grande vitesse de commutation (tels que les transistors à grilles isolées, les transistors bipolaires, les transistors à effet de champ et les thyristors à extinction par la gâchette) a permis une meilleure maîtrise de conversion d'énergie. Parallèlement, les moyens de calcul ont considérablement évolué, ce qui a permis l'application de nouveaux algorithmes de commande assurant :

- la maximisation du rendement du moteur et son convertisseur à n'importe quel point de l'espace couple vitesse ;
- de bonnes performances dynamiques ;
- la robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques, des perturbations externes et des conditions d'utilisation ;

- la prise en compte des contraintes électromagnétiques (limitation du courant d'appel, limitation de la tension continue alimentant l'onduleur) ;
- la minimisation des ondulations du couple ;

La plupart des applications embarquées disponibles et qui ont eu recours aux moteurs à courant alternatif sont équipées de moteurs synchrones à aimants permanents. Ce type de moteurs jouit d'une réputation assez remarquable dans le domaine des systèmes embarqués en raison de son rendement élevé et de sa grande puissance massique.

Malgré ces qualités, le moteur synchrone à aimants permanents a été handicapé, pendant longtemps par le fait qu'il est fortement non linéaire et que ses paramètres ne sont pas connus avec certitude. De même, il est sujet à des perturbations non mesurables et il a une dynamique rapide. Toutes ces caractéristiques rendent la mise en œuvre d'une loi de commande très compliquée, mais grâce à des évolutions intéressantes au niveau des outils de contrôle ces dernières années, tous ces inconvénients sont devenus faciles à surmonter. La grande variété de ces outils permet de proposer, pour chaque application, l'approche la mieux adaptée. En effet, le contrôle avancé sert, en particulier, à résoudre des problèmes dans des situations où les techniques classiques (PID) s'avèrent inefficaces.

Jusqu'à présent, la majorité des méthodes de commande dédiées au moteur synchrone à aimants permanents ont comme objectif l'asservissement de la vitesse et la régulation du courant. Pour ce faire, de nombreuses stratégies de commande ont été étudiées et testées sur la machine synchrone à aimants permanents, et ce, pour élargir son champ d'utilisation.

Le rejet de perturbations non mesurables, le respect des contraintes physiques et la robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques sont des exigences recherchées pour la

mise en œuvre d'algorithmes de contrôle de haute performance. Lors de ces dernières années, grâce à son faible coût d'exploitation, la commande scalaire [1] a montré une grande efficacité et a permis au moteur synchrone d'occuper une grande place dans le monde industriel. Elle consiste à contrôler le couple par la régulation de l'amplitude des courants statoriques. Pour ce faire, l'amplitude de la référence des courants triphasés est générée par le régulateur proportionnel-intégrateur (PI) de la vitesse. Cependant, cette stratégie de contrôle souffre d'un handicap majeur. En effet, ses performances dynamiques sont limitées à cause du couplage entre le flux et le couple électromagnétique. En plus, ce mode de contrôle n'offre pas de moyen pour réduire le flux d'excitation engendré par l'aimant, ce qui limite la vitesse de rotation à la vitesse nominale.

Pour remédier à ce problème, nous avons fait appel à la commande vectorielle [1] à [5]. C'est une approche de commande qui est élaborée à partir du modèle de Park ( $d, q$ ). Ainsi, elle consiste à choisir et à orienter le référentiel ( $d, q$ ) de manière à linéariser au mieux le modèle de la machine, ce qui rend le comportement de la machine synchrone à aimants permanents analogue à celui de la machine à courant continu. Par conséquent, la régulation du flux devient insensible à la variation du couple, et ce, tant en régime transitoire que permanent.

Grâce au contrôle vectoriel, le moteur synchrone à aimants permanents a remplacé le moteur à courant continu dans plusieurs applications, notamment dans le domaine de la traction électrique [6], [7] où la maîtrise de la qualité du couple est exigée pour assurer le confort de la conduite. De plus, le contrôle vectoriel associé à des algorithmes d'optimisation du rendement conduit à un rendement élevé quel que soit le point de

fonctionnement. D'autre part, le fonctionnement à puissance constante permettant au moteur d'opérer au-delà de la vitesse nominale peut être obtenu facilement en faisant affaiblir le flux [8] à [10] et ce, en agissant sur la composante directe du courant. En outre, dans le cas où le moteur utilisé est à pôles lisses, le contrôle vectoriel garantit aussi le fonctionnement à un rapport couple/courant optimal. En revanche, dans le cas d'une machine synchrone à aimants permanents et à pôles saillants, cette stratégie de commande ne permet pas l'optimisation du couple par rapport au courant d'alimentation, car le couple de réluctance ne contribue à la production du couple, et les pertes fer sont plus grandes par rapport à celles obtenues par l'optimisation du rapport couple/intensité de courant [11].

Pourtant, le principe du contrôle vectoriel reste d'une très grande efficacité pour la synthèse d'une loi de commande simple et moins coûteuse, car il conduit à la linéarisation du modèle de la machine, et de ce fait, à la facilité de la mise en œuvre d'une structure de contrôle. En général, il existe une grande diversité d'approches possibles pour développer la commande d'une machine synchrone à aimants permanents. Les différences entre les approches dépendent de plusieurs facteurs tels que les variables à contrôler, la structure du bouclage choisi, la méthode de synthèse utilisée et le type de modèle utilisé pour cette synthèse. Dans ce contexte, différentes stratégies de commande basées sur la théorie des systèmes linéaires ont été déjà étudiées pour le moteur synchrone à aimants permanents. Nous y trouvons presque toute la panoplie de la commande linéaire ; à savoir : le régulateur PI [12], [13], la commande  $H_\infty$  [14], [15], le mode glissant [16] à [20], la commande optimale [21], la commande par retour d'état, le contrôle prédictif... Des expériences pratiques ont parfois été réalisées et il s'est avéré que ces techniques ne sont pas réellement

en compétition et chaque approche peut être très efficace pour des applications bien spécifiques.

Par ailleurs, l'aspect non linéaire du moteur synchrone à aimants permanents, et surtout, celui à pôles saillants, lui a conféré une grande place dans la communauté des automaticiens pour évaluer et tester les nouvelles méthodologies de l'automatique non linéaire. Parmi ces approches, il y a lieu de noter la linéarisation exacte entrée-sortie [22] et la commande par platitude [23]. La première méthode consiste à utiliser un retour d'état non linéaire pour réaliser un système linéaire découplé, puis elle est suivie d'un placement de pôles pour assurer l'asservissement. Elle fait appel aux notions de géométrie différentielle et elle exige la connaissance de toutes les variables d'états. L'un des points forts de cette démarche est d'offrir un formalisme mathématique puissant pour linéariser et découpler les systèmes non linéaires compliqués et de ce fait rendre la synthèse de la loi de commande plus facile. Cependant, les études ont montré que les performances de cette méthode restent insatisfaisantes face aux incertitudes paramétriques et aux perturbations externes non mesurables. À cet effet, de nombreuses variantes ont été proposées pour contrebalancer les faiblesses de cette méthode de contrôle pour la machine synchrone à aimants permanents. Dans la majorité des cas, la linéarisation entrée-sortie est associée soit au contrôle adaptatif [17], [21], [24], [25], soit à un mode de contrôle robuste comme le mode glissant [16], [17] ou le *backstepping* [26].

La deuxième approche explore le fait que les sorties de la machine synchrone à aimants permanents sont plates, c'est-à-dire qu'on peut exprimer tous les états et toutes les entrées à partir de ces sorties et d'un nombre fini de leurs dérivées temporelles successives. En

exprimant la commande en fonction des sorties désirées et de leurs dérivées, le comportement de la machine se trouve entièrement imposé par la planification des trajectoires. La commande ainsi obtenue est une commande en boucle ouverte. En plus, la stabilité des variables internes et de sorties est garantie par l'absence de la dynamique des zéros, conséquence de la propriété de la platitude. La réalisation de la commande par platitude nécessite un choix judicieux des trajectoires à suivre, et ce, afin de respecter les contraintes électromagnétiques de la machine. L'inconvénient de cette stratégie de contrôle réside dans le fait qu'elle est fortement sensible à toute imperfection du modèle. Cependant, même si le modèle de la machine est exactement connu, l'utilisation d'un onduleur de tension conduit obligatoirement à une erreur entre la sortie et la trajectoire. Ceci vient du fait que les harmoniques entachées à l'onduleur sont rarement prises en compte dans le modèle de la machine. En plus, l'absence des informations sur la valeur du couple de charge rend la poursuite de trajectoire impossible. C'est pourquoi une synthèse de commande en boucle fermée est obligatoire pour robustifier la commande et stabiliser asymptotiquement les sorties autour des trajectoires [27].

Jusqu'ici, nous n'avons discuté que de la question de la robustesse vis-à-vis des différentes incertitudes. Par contre, il est aussi obligatoire d'en tenir compte dans la conception de la loi de commande, des contraintes physiques électromagnétiques. Dans le schéma de la commande vectorielle classique, basée sur une structure cascade, les composantes du courant sont définies comme variables à réguler. Ainsi, il est facile de limiter explicitement le courant par un simple bloc de saturation, ce qui peut entraîner soit un dépassement, soit quelques oscillations au niveau de la sortie à réguler (vitesse), et ce, à

cause de l'action intégrale sur la vitesse, utilisée pour annuler l'erreur statique. Pour pallier cet effet indésirable, il suffit d'ajouter un système anti-saturation [28] à [30]. Cependant, dans le contexte non linéaire, le courant intervenant dans la production du couple n'est pas défini comme objectif de la commande. Par conséquent, une stratégie non linéaire spécifique à ce problème est alors nécessaire pour la protection de l'ensemble machine-onduleur contre les surintensités. Dans ce cas, les contraintes sur les variables d'états (composantes directe et en quadrature de courant) peuvent être converties en contraintes sur la commande (composantes directe et en quadrature de la tension d'alimentation), et ce, en ayant recours au modèle de la machine. Dans la littérature, la méthodologie la plus simple consiste à planifier une trajectoire de vitesse qui est dérivable deux fois et dont le temps de réponse est déterminé pour respecter les contraintes sur le courant statorique [31]. Du côté de la composante directe du courant, elle peut être choisie en fonction des objectifs assignés (commande simple, couple optimal, puissance maximale).

Tous les modes de contrôle présentés précédemment exigent l'utilisation d'un capteur de position ou d'une estimation de la position pour effectuer la transformation de Park. De même, l'utilisation de la modulation à largeur d'impulsion (MLI) est nécessaire pour réaliser les tensions de commande désirées. Dans la littérature, d'autres techniques permettent de s'affranchir de l'utilisation d'un capteur de position et de la technique MLI. Parmi ces approches, nous trouvons la commande directe du couple et du flux proposée par Takahashi et Noguichi [32]. Elle se base sur l'orientation du flux statorique [33] à [35], l'état magnétique au stator est alors imposé. Pour cela, le couple électromagnétique et le module du flux statorique représentent les sorties à réguler, qui sont estimées à partir de la

mesure des courants statoriques. Un algorithme relativement simple donne le secteur où se trouve le vecteur flux statorique. Les erreurs entre les consignes et les valeurs estimées sont envoyées sur des comparateurs à hystérésis. À partir des signaux issus de ces comparateurs et de la position du vecteur flux statorique, une table appelée "table d'état des interrupteurs" génère les ordres d'ouverture et de fermeture des interrupteurs de l'onduleur de tension. Le couple de référence est obtenu par l'utilisation d'une boucle extérieure de vitesse représentée par un contrôleur du type PI par exemple. La commande directe du couple et du flux offre plusieurs avantages. En effet, outre qu'elle est facile à implanter, elle permet une bonne maîtrise de l'amplitude du courant pendant le régime transitoire et elle est moins sensible aux paramètres de la machine. Ces inconvénients résident dans l'absence de maîtrise des oscillations de couple et la nécessité d'un observateur pour l'estimation du couple et du flux. En plus, le fait de maintenir la norme du flux égale à sa valeur nominale pour un point de fonctionnement différent du point nominal conduit à la diminution du rendement. Cela tient au fait que la machine, en général, est dimensionnée pour avoir un meilleur rendement au point nominal.

D'autres commandes ont été testées sur la machine synchrone à aimants permanents pour rendre le système bouclé plus robuste. Nous y trouvons en particulier les travaux [36], [37]. En outre, pour réduire le coût d'exploitation du moteur, des algorithmes de commande sans capteur de vitesse ont été aussi développés [38] à [44]

Une autre approche a montré son efficacité pour les systèmes non linéaires à dynamiques lentes : la commande prédictive. L'un des premiers auteurs à introduire la notion de la commande prédictive est Propoi en 1963. Afin de résoudre un problème de

commande linéaire quadratique d'un système discret en présence de contraintes, il a eu l'idée d'insérer dans la boucle de retour un élément prédictif, constitué par le modèle du procédé à commander [45]. Cette prédiction est ensuite comparée à la trajectoire désirée sur un horizon fini. Le calculateur détermine alors la séquence de la commande optimale au sens d'un certain coût tout en respectant certaines contraintes. À la prochaine période d'échantillonnage, seule la première composante de la commande est effectivement appliquée et la résolution du problème se recommence de la même façon, et ce, en se basant sur les nouvelles mesures du procédé pour corriger la prédiction.

La philosophie de la commande prédictive était née, mais il a fallu attendre les années 1970 pour qu'apparaissent clairement ce concept et sa validation expérimentale [46], [47]. En 1980, plusieurs variantes ont vu le jour comme la commande prédictive généralisée (GPC) [48] à [51]. Récemment, ce type de commande a atteint un degré de maturité qui lui a conféré une grande place dans le monde industriel [52].

Le contrôleur prédictif se base en général sur la connaissance à priori du procédé par l'intermédiaire d'un modèle [53], [54]. La prédiction de l'évolution des sorties au futur est assurée par le modèle, qui est l'organe essentiel de la structure. Le principe de la commande prédictive se résume à un problème d'optimisation d'un critère quadratique sur un horizon glissant fini. Une fois la séquence de commande déterminée, nous n'appliquons sur le procédé que la première composante. À l'instant d'échantillonnage suivant, l'horizon de prédiction glisse d'un pas et le problème d'optimisation est répété et ainsi de suite. C'est pourquoi cette stratégie de commande est appelée aussi commande à horizon glissant ou commande à horizon fuyant.

L'utilisation de la commande prédictive a connu un grand succès dans les champs d'activités où les procédés sont à dynamique lente (l'industrie pétrolière, l'industrie pétrochimique, etc.). Cependant, il est très difficile, voire impossible, d'appliquer cette méthode directement pour des systèmes non linéaires à dynamique rapide. Cela tient au fait que la résolution du problème d'optimisation non linéaire nécessite un temps de calcul important, et spécialement dans le cas où les contraintes sont prises en compte. C'est la raison pour laquelle la communauté de chercheurs utilise, dans la majorité des cas, le linéarisé pour prédire le comportement du système non linéaire sur un horizon fini [55], [56]. L'annulation de l'erreur statique est assurée par l'hypothèse de Morari [57] où l'écart entre la sortie prédite et la sortie mesurée, mis à jour à chaque période d'échantillonnage, est considéré constant sur tout l'horizon de prédiction. L'avantage de l'utilisation du linéarisé réside dans le fait qu'en absence des contraintes, la solution optimale s'écrit explicitement en fonction des variables d'états et des paramètres de la machine et ne nécessite pas une optimisation en ligne. Ce mode de commande a été appliqué sur le moteur synchrone à aimants permanents et a donné de bonnes performances dynamiques et statiques. Dans [58], le modèle linéaire est obtenu en découplant le courant et la tension par la compensation des termes non linéaires et en fixant la composante directe du courant à zéro. Tandis que dans [59], la commande prédictive généralisée est appliquée pour générer la référence du couple nécessaire pour la réalisation de la commande directe du couple et du flux. Cependant, ces approches restent insatisfaisantes dans le cas où le fonctionnement à couple optimal et/ou à puissance maximale est requis ; du fait que le comportement du moteur devient fortement non linéaire à cause de la présence du couple de réluctance

(moteur à pôles saillants). Du côté de la commande prédictive sous contraintes, elle a été évaluée sur la machine synchrone à aimants permanents dans [60].

Conserver la nature non linéaire du système pour concevoir une loi de commande robuste, tout en respectant les limitations physiques, est l'un des principaux objectifs de notre sujet de recherche. La commande prédictive non linéaire se présente alors comme une stratégie prometteuse pour contrôler le moteur et garantir les performances assignées. Cependant, pour obtenir une solution optimale analytique, l'élément prédictif non linéaire doit faire l'objet d'approximation. Dans ce contexte, les sorties futures sont prédites à partir de l'expansion en séries de Taylor qui est exprimée par les dérivées de Lie. La référence au futur est approximée de façon similaire. Ce mode de contrôle a été proposé dans [61] à [70]. Elle exige la stabilité de tous les zéros dynamiques et la connaissance de toutes les variables d'états, et ce, soit par estimation ou soit par mesure.

Concernant la stabilité de la structure de commande proposée, il a été démontré dans [63], [65] que si le degré relatif de chaque sortie est inférieur ou égal à 4, le système bouclé est asymptotiquement stable quel que soit l'ordre du contrôle. Ce dernier est généralement différent de zéro pour assurer la stabilité dans le cas où le degré relatif est supérieur à 4. Dans notre cas, l'ordre du contrôle est fixé à zéro du fait que l'ordre du modèle de la machine synchrone à aimants permanents est inférieur à 4. La limitation de l'effort de la commande est assurée dans un premier temps par le filtrage de la référence de la vitesse, et, dans un deuxième temps, par un bloc de saturation associé à un système anti-saturation.

Malgré le formalisme mathématique simple offert par cette technique, elle reste inefficace. En fait, la performance de la machine et de la commande prédictive est

fortement dégradée par la variation des paramètres et la présence des perturbations inconnues, surtout au niveau de l'erreur statique. Pour maintenir un niveau de performance acceptable, la compensation de l'écart causé par la variation du couple de charge et les incertitudes paramétriques est nécessaire, ce qui est le cas dans différentes approches de commande [71] à [77]. Dans la littérature, il existe plusieurs schémas de commande adaptative qui donnent de bons résultats, mais leur complexité pousse les chercheurs à exploiter d'autres stratégies plus compatibles avec l'architecture informatique utilisée. La plupart de ces méthodes sont destinées à l'identification en ligne de la résistance électrique de la machine et du couple de charge du fait que ces paramètres entrent d'une façon linéaire dans le modèle [78] à [80].

L'algorithme que nous proposons d'appliquer pour compenser l'erreur statique est celui développé par Chen et al [66]. En fait, le contrôle prédictif est combiné à un observateur de perturbation, réalisé à partir de la commande prédictive. En plus, pour tenir compte des différentes sources d'incertitudes, nous modélisons la perturbation d'une façon additive et linéaire dans le modèle [71]. Le compensateur résultant se comporte comme un simple PI ou PID de la sortie à réguler selon son degré relatif. Toutefois, la fonction mathématique utilisée par Chen [66] pour construire l'observateur de perturbations est valable seulement pour les systèmes non linéaires dont le degré relatif de la perturbation est supérieur ou égal à celui de l'entrée, ce qui n'est pas le cas pour les machines électriques. Dans notre travail, nous proposons une nouvelle fonction mathématique pour élaborer et analyser la stabilité de cet estimateur. Cette fonction mathématique représente une des contributions de notre travail de recherche dans le cadre de cette thèse.

Ce type de commande a été réalisé sur la machine asynchrone [81] à [84] et a donné de bons résultats, ce qui nous a motivés à l'évaluer sur la machine synchrone à aimants permanents tout en apportant des contributions scientifiques.

Dans la fonction objective, la commande n'est pas pénalisée et l'ordre du contrôle est égal à zéro. Par conséquent, plus la dynamique de la référence est rapide, plus la commande sollicitée est plus grande du fait que le temps de prédiction est pris très faible pour garantir une poursuite parfaite en absence de perturbations [85]. Pour limiter l'effort du contrôle, nous utilisons un simple bloc de saturation, ce qui permet de tester la réponse du moteur à des références très rapides sans avoir besoin de planifier leur trajectoire. Cette solution rend la contre-réaction inactive pendant les régimes transitoires importants, ce qui engendre inévitablement un large dépassement au niveau de la sortie, des oscillations et peut même entraîner l'instabilité du système. Cela résulte de l'existence de l'action intégrale dans la boucle de commande. Plusieurs méthodes ont été proposées pour résoudre le problème de la saturation dans des applications industrielles. La plus populaire d'entre-elles est celle connue sous le nom d'anti-saturation [28], [30]. D'autres travaux récents ont fait appel au problème d'optimisation convexe sous contraintes pour synthétiser des schémas de commande anti-saturation. Parmi ces travaux, il y a lieu de citer Lu. P [85]. Dans notre cas, il suffit de prendre en considération la saturation dans le design de l'estimateur de perturbations. Il en résulte l'apparition d'un schéma anti-saturation systématique. Finalement, nous obtenons un système non linéaire avec une action intégrale sur le courant et sur la vitesse pour annuler l'erreur statique, suivi d'un schéma anti-saturation non linéaire.

Pour limiter le courant alimentant la machine, il s'agit de convertir les contraintes sur les variables d'états (composantes directe et en quadrature de courant) en contraintes sur la commande (composantes directe et en quadrature de la tension d'alimentation), et ce, à partir du modèle de la machine. Cette stratégie a été inspirée du travail publié dans [85].

Cependant, puisque le modèle n'est pas parfaitement exact, il est préférable de limiter le courant directement. Pour cela, une autre variante de la commande prédictive, basée sur la structure cascade, est conçue afin de respecter les contraintes sur les limitations physiques de la machine sans avoir recours à la conversion de contraintes courant/tension. De cette façon, nous avons deux boucles de contrôle : la boucle interne qui prend en charge la régulation des composantes du courant, et la boucle externe qui assure la régulation de la vitesse. Le même principe de la commande prédictive que celui décrit précédemment est utilisé pour élaborer la loi commande pour chaque boucle, ceci en prenant en compte la saturation dans la synthèse des observateurs des perturbations représentées par des incertitudes additives. La référence de la composante en quadrature du courant est calculée à partir de la boucle externe. En conclusion, cette version de commande se résume dans une simple structure en cascade avec les correcteurs PI comme régulateurs, et un système anti-saturation pour annuler l'effet des blocs de saturation suivi d'un terme de prédiction. L'avantage majeur de cette stratégie réside dans le fait qu'elle offre de bonnes performances dynamiques, ce qui présente une des contributions par rapport au correcteur classique PI, dont les performances dynamiques se dégraderaient si le régime de fonctionnement changeait [10].

La commande prédictive en cascade a été développée pour la machine à induction par Barra et al [86], et par Hedjar et al [87], [88]. Cependant, le fait de ne pas introduire un compensateur pour le couple de charge, et pour des incertitudes paramétriques a conduit à l'apparition d'une erreur statique.

Il est intéressant de constater que la robustesse du schéma du contrôle prédictif, basé sur l'expansion en séries de Taylor, nécessite la conception d'un observateur de perturbations. Pour pallier ce problème, nous proposons de modifier la fonction coût de façon à faire apparaître une action intégrale dans la loi de commande. Ceci permet d'assurer la robustesse vis-à-vis des perturbations de basses fréquences, et ce, sans l'utilisation d'un estimateur de perturbations. La fonction objective que nous allons utiliser est par ailleurs inspirée des travaux [89] à [91].

Cette thèse est organisée comme suit:

- Le premier chapitre est consacré à la modélisation détaillée de la machine synchrone à aimants permanents. Le modèle obtenu servira alors à reproduire le comportement dynamique de la machine ainsi qu'à faire la synthèse d'une loi de commande.
- Dans le second chapitre, nous allons passer en revue quelques lois de commande qui ont été évaluées sur la machine synchrone à aimants permanents : la commande scalaire, la commande vectorielle, la commande par linéarisation entrée-sortie, la commande par platitude et la commande prédictive à horizon glissant.
- Dans le troisième chapitre, nous allons concevoir un contrôleur prédictif non linéaire direct basé sur l'expansion en séries de Taylor. De plus, nous allons construire

un observateur de perturbations afin d'assurer la robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques et la variation du couple de charge. L'étude de la stabilité globale (contrôleur + observateur) sera aussi traitée.

- Dans le quatrième chapitre, nous allons exploiter la structure en cascade pour proposer une loi de commande robuste et dont les performances sont comparables à celles d'un schéma de commande classique du type PI.
- Dans le cinquième chapitre, nous allons introduire un type de commande prédictive robuste permettant d'éviter l'utilisation des estimateurs de perturbations pour l'annulation de l'erreur statique.

Les résultats expérimentaux pour les lois de commande développées dans cette thèse seront présentés à la fin de chaque chapitre.

Enfin, une conclusion vient clôturer les cinq chapitres de cette thèse.

Les contributions apportées par ce travail de recherche sur le plan théorique sont les suivantes :

- Mise au point d'un contrôleur prédictif non linéaire robuste pour le moteur synchrone à aimants permanents. La robustesse est due à l'intégration d'un estimateur de perturbations dans le schéma de commande. Pour cela, nous avons proposé une nouvelle fonction mathématique permettant la conception de l'estimateur et l'étude de sa stabilité. La stabilité globale (contrôleur + estimateur de perturbations) est aussi démontrée (Chapitre 3).

- Combinaison du principe du contrôle prédictif non linéaire avec la structure cascade pour estimer toutes les perturbations qui peuvent affecter la régulation de sorties, et limiter directement le courant d'appel dans le cas où la référence de vitesse est caractérisée par une dynamique très rapide (Chapitre 4).
- Proposition d'une nouvelle commande prédictive robuste pour les systèmes non linéaires dont les perturbations sont difficiles à estimer (Chapitre 5).
- Synthèse d'un schéma anti-saturation dans le cas où le schéma de commande contient des blocs de saturation (Chapitre 3, chapitre 4 et chapitre 5).

Les contributions apportées par ce travail de recherche sur le plan pratique résident dans la validation expérimentale de toutes les lois de commande développées dans cette thèse à savoir :

- Contrôleur prédictif non linéaire généralisé (CPNLG) avec observateurs de perturbations.
- Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale (CPNLVM) avec observateurs de perturbations.
- Contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste (CPNLGR) sans observateurs de perturbations.
- Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste (CPNLVMR) sans observateurs de perturbations.

## **CHAPITRE 1**

### **MODÉLISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE À AIMANTS PERMANENTS EN VUE DE LA COMMANDE**

#### **1.1 Introduction**

La modélisation est une étape très importante dans l'étude du comportement et la synthèse de la commande des machines électriques. Ce chapitre comporte d'une façon détaillée la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents en vue de la commande. Nous y trouvons en particulier un aperçu succinct sur les différents types de machines synchrones et les transformations de coordonnées.

#### **1.2 Description de la machine synchrone**

La machine à courant alternatif est composée d'une partie mobile, le rotor et d'une partie fixe, le stator. Les deux parties sont constituées de deux principaux éléments. L'un est appelé ferromagnétique et il permet de conduire le flux magnétique et de supporter les efforts, tandis que l'autre est appelé enroulement et est constitué de conducteurs en cuivre ou en aluminium. Ces conducteurs forment un bobinage.

Le terme machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation de l'arbre est égale à la vitesse de rotation du champ tournant. Une machine synchrone est

un ensemble de bobinages couplés magnétiquement. Le stator est constitué d'un ensemble de trois bobinages à  $2p$  pôles, placés dans des encoches, notés 'a', 'b', 'c', régulièrement espacés de  $2\pi/3p$  et respectivement alimentés par des grandeurs triphasées, dont les axes sont décalés de  $2\pi/3p$ . Ces bobinages sont répartis pour créer, lorsqu'ils sont parcourus par des courants sinusoïdaux triphasés, une force magnétomotrice résultante la plus sinusoïdale possible. Dans ce cadre, les hypothèses suivantes sont prises en compte pour la mise en équation de la machine synchrone :

- Absence de la saturation magnétique, ce qui permet d'exprimer les flux comme fonctions linéaires des courants.
- Répartition spatiale sinusoïdale des champs.

Du côté du rotor, en général, il est constitué d'une roue polaire à  $2p$  pôles alternativement nord et sud. Cependant, il diffère selon le type de machine synchrone considérée.

### **1.2.1 Moteur synchrone à rotor bobiné**

Le rotor bobiné comporte un bobinage alimenté par un courant continu. Dans ce cas, l'amplitude du champ, créé dans l'entrefer, est variable et réglable à travers le courant d'alimentation du rotor. Ce type de moteur a des caractéristiques qui se rapprochent le plus de celles du moteur à courant continu à excitation séparée, il permet d'optimiser facilement le rendement (action sur le flux et le courant d'induit), et il bénéficie d'une puissance massique élevée. D'autre part, le fonctionnement à puissance maximale constant est aisé à

obtenir sur une très large plage de vitesse. Cependant, son rotor source de pertes et son électronique de puissance est complexe et coûteuse. En plus, ce type de moteur nécessite des bagues et des balais. En général, pour ce type de moteur, il existe deux grandes familles de rotor ayant pour rôle de générer le champ d'induction rotorique : les rotors bobinés à pôles lisses, où le champ dans l'entrefer est considéré radial à tout instant ; et les rotors bobinés à pôles saillants où les performances sont liées au rapport des inductances directes sur transverses.

Malgré l'intérêt de ce type de machine, il n'existe que peu de réalisations pour les systèmes embarqués. Son principal concurrent est le moteur synchrone à aimants permanents.

### **1.2.2 Moteur synchrone à aimants permanents**

Le rotor est constitué des aimants permanents et dans ce cas, il ne comporte ni bagues ni balais. Le flux inducteur est fixé par ces aimants. En conséquence, les pertes cuivre sont localisées au stator, d'où la facilité de les évacuer par une ventilation extérieure. De plus, il possède une puissance massique et un rendement supérieurs aux autres technologies. En outre, le faible coût des aimants plus performants lui permet d'occuper une grande place dans le domaine de la variation de vitesse, notamment en robotique, en traction électrique et dans d'autres applications industrielles. Pour ce type de moteur, nous distinguons deux grandes familles à savoir ; le moteur synchrone à force électromotrices sinusoïdales et le moteur synchrone à force électromotrices trapézoïdales.

#### **1.2.2.1 Le moteur synchrone à forces électromotrices sinusoïdales**

Les flux sont considérés comme des fonctions linéaires des courants. Les forces électromotrices produites dans les enroulements statoriques ont une distribution sinusoïdale. Par conséquent, les courants dans ces trois enroulements statoriques doivent être sinusoïdaux et de même pulsation que les forces électromotrices. Dans cet objectif, l'électronique de contrôle combinée à la modulation de largeur d'impulsion (MLI) consiste à injecter des courants sinusoïdaux en fonction de la position du rotor, et ce afin d'assurer le synchronisme entre le champ tournant statorique et le champ rotorique. Dans ce cas, la machine est dite autopilotée.

#### **1.2.2.2 Le moteur synchrone à forces électromotrices trapézoïdales**

Les forces électromotrices induites dans les enroulements statoriques sont trapézoïdales de durée angulaire 120 degrés en triphasé. Le système de contrôle consiste à injecter des courants en créneaux de 120 degrés de largeur, et ce, en fonction des informations délivrées par un capteur de position rotorique. Ce dernier assure l'autopilotage de la machine. En fait, il y a toujours deux phases alimentées simultanément en série par un courant constant et, tous les 60 degrés, le courant commute d'une phase à l'autre. Ceci permet une meilleure régulation du couple. Le dispositif de contrôle peut être soit intégré au moteur pour les petites puissances, soit placé à l'extérieur. L'ensemble constitué du capteur de position et de l'électronique de commande joue le rôle de l'ensemble collecteur-ballais sur une machine à courant continu.

**Remarque :** les machines synchrones à aimants permanents peuvent être alimentées en courants trapézoïdaux. De même, rien n'empêche d'alimenter les machines à forces électromotrices trapézoïdales en courants sinusoïdaux.

Un autre type de moteur synchrone est celui à réluctance variable. En effet, l'étude du moteur synchrone à pôles saillants a montré que cette machine peut développer un couple en l'absence de courant d'excitation grâce à la variation de la réluctance offerte au flux statorique. Ce moteur, dit moteur à réluctance à simple saillance, peut être transformé en moteur à réluctance variable en utilisant la saillance du fer du stator et celle du fer du rotor. Le principe de fonctionnement est simple le rotor tourne pour se mettre dans la position, rendant maximum le flux créé par le stator, seul alimenté.

### **1.3 Modèle du moteur synchrone à aimants permanents dans un repère triphasé**

La machine synchrone dont nous allons étudier la mise en équation est constituée de trois circuits. Chaque circuit représente un enroulement. Les enroulements sont déphasés, l'un par rapport à l'autre, de 120 degrés électriques (figure 1.1). L'ensemble de ces enroulements forme ainsi la partie fixe du moteur, appelée aussi stator, elle assure la création du champ tournant statorique.

L'inducteur tournant, appelé aussi rotor, est représenté par le matériau en rotation. Dans notre cas, il est muni des aimants permanents. Ces derniers assurent la production du champ tournant rotorique. L'entrefer séparant le stator et le rotor est variable, ce qui correspond à une structure à pôles saillants. Cependant, il est symétrique par rapport à deux axes

perpendiculaires, l'axe direct (ou polaire ou longitudinal)  $Od$  et l'axe en quadrature (ou interpolaire ou transversal)  $Oq$ . L'axe du rotor est solidaire de l'axe  $d$ .

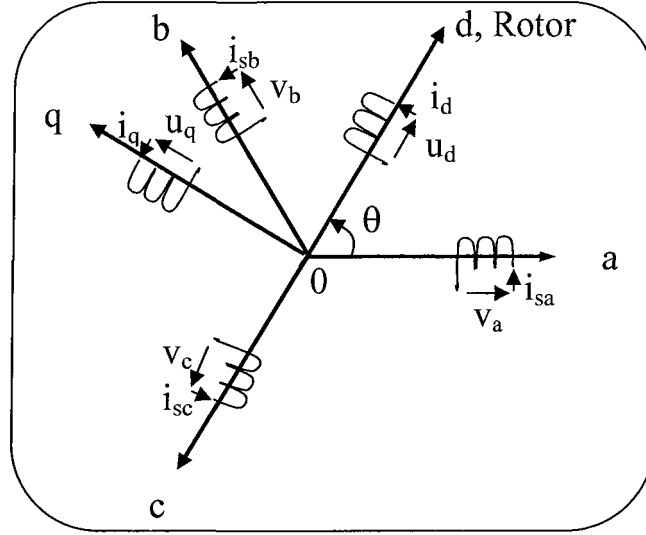


Figure 1.1: Référentiel (a, b, c) et référentiel (d, q)

### 1.3.1 Flux propre du stator

À partir des hypothèses mentionnées auparavant, les flux produits par les courants du stator sur lui-même s'expriment en fonction des courants statoriques, des inductances propres des enroulements et des inductances mutuelles entre les enroulements. Si nous négligeons les fuites, nous obtenons dans le référentiel statorique les relations suivantes :

$$\begin{cases} \phi_{sa} = L_{aa}i_{sa} + M_{ab}i_{sb} + M_{ac}i_{sc} \\ \phi_{sb} = M_{ba}i_{sa} + L_{bb}i_{sb} + M_{bc}i_{sc} \\ \phi_{sc} = M_{ca}i_{sa} + M_{cb}i_{sb} + L_{cc}i_{sc} \end{cases} \quad (1.1)$$

Sachant que les fuites diminuent le flux produit par chaque enroulement et en tenant compte du fait que la distribution de la force magnétomotrice d'induit est sinusoïdale, nous aboutissons aux expressions suivantes :

$$\begin{cases} L_{aa} = l_f + L_0 - L_{ms} \cos(2p\theta) \\ L_{bb} = l_f + L_0 - L_{ms} \cos(2p\theta - 2\pi/3) \\ L_{cc} = l_f + L_0 - L_{ms} \cos(2p\theta + 2\pi/3) \end{cases} \quad (1.2)$$

$$\begin{cases} M_{ab} = M_{ba} = L_0 \cos(2\pi/3) - L_{ms} \cos(2p\theta - 2\pi/3) \\ M_{ac} = M_{ca} = L_0 \cos(4\pi/3) - L_{ms} \cos(2p\theta + 2\pi/3) \\ M_{bc} = M_{cb} = L_0 \cos(2\pi/3) - L_{ms} \cos(2p\theta - 2\pi) \end{cases} \quad (1.3)$$

En notation vectorielle, nous obtenons :

$$\phi_{ss} = L_{ss}(\theta) i_s \quad (1.4)$$

$$\phi_{ss} = [\phi_{sa} \quad \phi_{sb} \quad \phi_{sc}]^T ; \quad i_s = [i_{sa} \quad i_{sb} \quad i_{sc}]^T ; \quad L_{ss}(\theta) = L_{s0} + L_{s2}(\theta)$$

Le terme  $L_{s2}(\theta)$  s'écrit en fonction de l'angle  $\theta$  sous la forme suivante :

$$L_{s2}(\theta) = -L_{ms} \begin{bmatrix} \cos(2p\theta) & \cos 2(p\theta - \pi/3) & \cos 2(p\theta + \pi/3) \\ \cos 2(p\theta - \pi/3) & \cos 2(p\theta - 2\pi/3) & \cos(2p\theta) \\ \cos 2(p\theta + \pi/3) & \cos(2p\theta) & \cos 2(p\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Le terme  $L_{s0}$  a pour expression :

$$L_{s0} = \begin{bmatrix} l_f + L_0 & -\frac{L_0}{2} & -\frac{L_0}{2} \\ -\frac{L_0}{2} & l_f + L_0 & -\frac{L_0}{2} \\ -\frac{L_0}{2} & -\frac{L_0}{2} & l_f + L_0 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Dans le cas où la machine est sans saillance, nous remplaçons l'inductance  $L_{ms}$  par zéro et nous aurons :

$$L_{ss}(\theta) = L_{s0} \quad (1.7)$$

### 1.3.2 Flux du stator produit par le rotor

Le rotor est considéré comme un enroulement à 2 pôles. En tournant, le rotor fait un angle avec les trois bobinages du stator respectivement de  $\theta$ ,  $(\theta - 2\pi/3p)$  et  $(\theta - 4\pi/3p)$ . Si nous notons  $\phi_f$  le flux maximal produit par le rotor dans un enroulement du stator, le flux créé au stator par le rotor s'écrira comme suit :

$$\begin{aligned} \phi_{ra} &= \phi_f \cos(p\theta) \\ \phi_{rb} &= \phi_f \cos(p\theta - 2\pi/3) \\ \phi_{rc} &= \phi_f \cos(p\theta + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Si le flux créé par le rotor est dû à un courant continu  $i_r$ , nous aurons :

$$\phi_f = L_r i_r \quad (1.9)$$

En notation vectorielle, nous obtenons :

$$\phi_{rs} = [\phi_{ra} \quad \phi_{rb} \quad \phi_{rc}]^T = L_r [\cos(p\theta) \quad \cos(p\theta - 2\pi/3) \quad \cos(p\theta + 2\pi/3)]^T i_r \quad (1.10)$$

### 1.3.3 Flux total produit au stator

Le flux total produit au stator est la somme du flux propre créé au stator par les courants traversant les enroulements et du flux produit par le rotor. Par suite, nous aurons :

$$\phi_s = [\phi_a \quad \phi_b \quad \phi_c]^T = \phi_{ss} + \phi_{rs} \quad (1.11)$$

Soit, en utilisant les équations (1.4) et (1.10) :

$$\phi_s = L_{ss}(\theta)i_s + M_{rs}(\theta)i_r \quad (1.12)$$

$$M_{rs}(\theta) = L_r \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & \cos(p\theta - 2\pi/3) & \cos(p\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix}^T \quad (1.13)$$

### 1.3.4 Flux total produit au rotor

En faisant la même démarche qu'auparavant, le flux total produit au rotor peut s'écrire comme suit :

$$\phi_r = \phi_{sr} + \phi_f \quad (1.14)$$

En notation vectorielle, nous pouvons écrire :

$$\phi_r = M_{rs}^T(\theta)i_s + L_r i_r \quad (1.15)$$

### 1.3.5 Équations électriques

En tenant compte du flux total produit au stator, les équations électriques relatives aux bobinages du stator s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} v_a = R_s i_{sa} + \frac{d\phi_a}{dt} \\ v_b = R_s i_{sb} + \frac{d\phi_b}{dt} \\ v_c = R_s i_{sc} + \frac{d\phi_c}{dt} \end{cases} \quad (1.16)$$

Ce qui se met sous la forme suivante :

$$v_s = \begin{bmatrix} v_a & v_b & v_c \end{bmatrix}^T = R_s I_{3 \times 3} i_s + \frac{d\phi_s}{dt} \quad (1.17)$$

### 1.3.6 Équation de mouvement

L'étude des régimes transitoires fait intervenir, en plus des grandeurs électriques, les grandeurs mécaniques. Ainsi, pour compléter le modèle, nous devons ajouter l'équation mécanique déduite à partir du théorème des moments :

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{T_e}{J} - \frac{T_l}{J} - \frac{B}{J}\omega_r \quad (1.18)$$

où :

$\omega_r$  est la vitesse mécanique.

L'expression du couple électromagnétique  $T_e$  est obtenue par dérivation de la co-énergie.

Cela conduit à :

$$T_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_s^T & i_r \end{bmatrix} \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} L_{ss}(\theta) & M_{rs}(\theta) \\ M_{rs}^T(\theta) & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Tout calcul fait, nous obtenons pour une machine synchrone à aimants permanents :

$$T_e = \frac{1}{2} i_s^T \frac{dL_{s2}(\theta)}{d\theta} i_s - i_s^T p \phi_f \begin{bmatrix} \sin(p\theta) & \sin(p\theta - 2\pi/3) & \sin(p\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix}^T \quad (1.20)$$

$$\frac{dL_{s2}(\theta)}{d\theta} = 2pL_{ms} \begin{bmatrix} \sin(2p\theta) & \sin 2(p\theta - \pi/3) & \sin 2(p\theta + \pi/3) \\ \sin 2(p\theta - \pi/3) & \sin 2(p\theta - 2\pi/3) & \sin(2p\theta) \\ \sin 2(p\theta + \pi/3) & \sin(2p\theta) & \sin 2(p\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Dans le cas où la machine est sans saillance, la relation (1.20) se simplifie :

$$T_e = -p i_s^T \phi_f \begin{bmatrix} \sin(p\theta) \\ \sin(p\theta - 2\pi/3) \\ \sin(p\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Le modèle des machines électriques dans un repère conventionnel (a, b, c), s'écrit en fonction des paramètres qui sont variables dans le temps. Cette circonstance compliquerait considérablement l'étude des régimes transitoires des machines et l'élaboration des lois de commande. Pour remédier à ce problème, nous opérons habituellement un changement de variables sur l'ensemble des grandeurs, ce qui conduit à la simplification du modèle. Ce changement consiste à rapporter les équations électriques statoriques et rotoriques à des axes perpendiculaires notés d et q. Parmi ces transformations, il y a lieu de noter la transformation de Concordia, celle de Clarke et celle de Park.

#### 1.4 Modèle diphasé de la machine synchrone à aimants permanents

##### 1.4.1 Transformation triphasée/diphasée

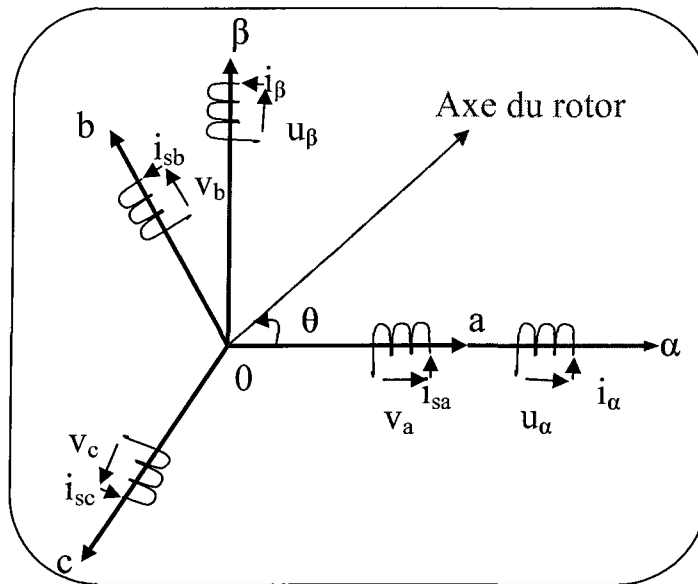


Figure 1.2: Transformation (a, b, c)  $\rightarrow$  ( $\alpha$ ,  $\beta$ )

Le principe de base s'articule sur le fait qu'un champ tournant créé par un système triphasé (a, b, c) peut être produit par un système biphasé de deux bobines décalées de  $\pi/2$  dans l'espace, alimentées par des courants déphasés de  $\pi/2$  dans le temps (figure 1.2).

Nous pouvons donc remplacer les grandeurs  $X_{abc}$  d'un système triphasé par des grandeurs  $X_{\alpha\beta o}$  d'un système diphasé par la transformation suivante :

$$[X_{\alpha\beta o}] = \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \\ X_o \end{bmatrix} = \left(\frac{2}{3}\right)^n \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2^n} & \frac{1}{2^n} & \frac{1}{2^n} \end{bmatrix} [X_{abc}] = \left(\frac{2}{3}\right)^n \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2^n} & \frac{1}{2^n} & \frac{1}{2^n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

où :

$X_o$  est la composante homopolaire.

Dans la pratique, nous ne considérons pas la composante homopolaire. Cela vient du fait que le stator est supposé alimenté en étoile et que le système est équilibré. C'est pour cela qu'on se limite aux composantes ( $\alpha$ ,  $\beta$ ). Principalement, il existe deux types de transformations selon la valeur n.

#### 1.4.1.1 Transformation de Clarke

Elle assure la conservation de l'amplitude des grandeurs, mais pas la puissance. Dans ce cas, la valeur de n est prise égale à l'unité. La transformation inverse de Clarke donne :

$$[X_a \quad X_b \quad X_c]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} [X_\alpha \quad X_\beta]^T \quad (1.24)$$

Le choix de la transformation de Clarke est bien pratique pour l'élaboration des lois de commande qui traite des courants. Cela permet de manipuler le module de courant sans passer par un facteur multiplicatif. D'autre part, elle est bien adaptée pour une transcription en valeurs réduites.

#### 1.4.1.2 Transformation de Concordia

Elle assure la conservation de la puissance. En plus, elle est orthonormée et elle est obtenue en prenant la valeur de  $n$  égale à 0,5. La transformation inverse de Concordia donne :

$$[X_a \quad X_b \quad X_c]^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} [X_\alpha \quad X_\beta]^T \quad (1.25)$$

Pour simplifier les opérations matricielles, le choix d'une matrice de passage orthonormée est souvent utilisé. C'est pourquoi nous allons adopter la transformation de Concordia pour la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents. En effet, soit  $N$  la matrice de passage de Concordia :

$$N = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

Il est très facile de remarque que :

$$N^{-1} = N^T \quad (1.27)$$

et :

$$\begin{bmatrix} \sin(p\theta) \\ \sin(p\theta - 2\pi/3) \\ \sin(p\theta - 2\pi/3) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} N \begin{bmatrix} \sin(p\theta) \\ -\cos(p\theta) \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} \cos(p\theta) \\ \cos(p\theta - 2\pi/3) \\ \cos(p\theta - 2\pi/3) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} N \begin{bmatrix} \cos(p\theta) \\ \sin(p\theta) \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

#### 1.4.2 Flux total produit au stator

Appliquons le changement de variable défini par la matrice de passage de Concordia aux équations (1.12), il vient :

$$\begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \end{bmatrix} = N^T \phi_s = N^T L_{ss}(\theta) N \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + N^T M_{rs}(\theta) i_r \quad (1.29)$$

Équation équivalente à :

$$\begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_f + \frac{3L_0}{2} - \frac{3L_{ms}}{2} \cos(2p\theta) & -\frac{3L_{ms}}{2} \sin(2p\theta) \\ -\frac{3L_{ms}}{2} \sin(2p\theta) & l_f + \frac{3L_0}{2} + \frac{3L_{ms}}{2} \cos(2p\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{3}{2}} \phi_f \begin{bmatrix} \cos(p\theta) \\ \sin(p\theta) \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

Dans le cas où la machine est sans saillance, les composantes du flux total produit au stator deviennent :

$$\begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_f + \frac{3L_0}{2} & 0 \\ 0 & l_f + \frac{3L_0}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{3}{2}} \phi_f \begin{bmatrix} \cos(p\theta) \\ \sin(p\theta) \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

Dans la littérature l'expression  $l_f + \frac{3L_0}{2}$  est appelée inductance propre cyclique du stator et elle est notée  $L_{cs}$ .

### 1.4.3 Équations électriques

Si nous revenons à l'équation de tension (1.17) et que nous appliquons la transformation de Concordia, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} = N^T v_s = N^T R_s I_{3 \times 3} N \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + N^T N \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

En développant (1.32), il vient :

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} = R_s I_{2 \times 2} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

Dans le cas où la machine est sans saillance, nous remplaçons (1.31) dans (1.33) et nous trouvons les équations électriques suivantes :

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_{cs}} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_{cs}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \frac{p}{L_{cs}} \sqrt{\frac{3}{2}} \phi_f \begin{bmatrix} \sin(p\theta) \\ -\cos(p\theta) \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} + \begin{bmatrix} \frac{u_{s\alpha}}{L_{cs}} \\ \frac{u_{s\beta}}{L_{cs}} \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

Ce qui peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_{cs}} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_{cs}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \frac{e_{fem}}{L_{cs}} + \begin{bmatrix} \frac{u_{s\alpha}}{L_{cs}} \\ \frac{u_{s\beta}}{L_{cs}} \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

avec :

$e_{fem}$  représente les termes de la force électromotrice induite par la rotation du rotor :

$$e_{fem} = p \sqrt{\frac{3}{2}} \phi_f \left[ \begin{array}{c} \sin(p\theta) \\ -\cos(p\theta) \end{array} \right] \frac{d\theta}{dt} \quad (1.36)$$

$\frac{d\theta}{dt}$  : est la vitesse mécanique de rotation du rotor.

#### 1.4.4 Expression du couple électromagnétique

Nous reprenons l'expression du couple électromagnétique définie par (1.20) et nous faisons intervenir la matrice C pour simplifier le vecteur des trois sinus. Il vient :

$$T_e = p i_{s\alpha\beta}^T N^T \left( \frac{dL_{s2}(\theta)}{2p d\theta} N i_{s\alpha\beta} - \phi_f \sqrt{\frac{3}{2}} N \begin{bmatrix} \sin(p\theta) \\ -\cos(p\theta) \end{bmatrix} \right) \quad (1.37)$$

En développant l'équation (1.37), nous trouvons :

$$T_e = p i_{s\alpha\beta}^T \left( \frac{3L_{ms}}{2} \begin{bmatrix} \sin(2p\theta) & -\cos(2p\theta) \\ -\cos(2p\theta) & -\sin(2p\theta) \end{bmatrix} i_{s\alpha\beta} - \phi_f \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \sin(p\theta) \\ -\cos(p\theta) \end{bmatrix} \right) \quad (1.38)$$

Dans le cas où la machine est sans saillance, le couple électromagnétique se simplifie comme suit :

$$T_e = -p i_{s\alpha\beta}^T \phi_f \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \sin(p\theta) \\ -\cos(p\theta) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} p \phi_f (i_{s\beta} \cos(p\theta) - i_{s\alpha} \sin(p\theta)) \quad (1.39)$$

Il n'est pas aisé d'utiliser les différentes équations déterminées ci-dessus pour synthétiser une loi de commande. Cela vient du fait qu'elles font intervenir la position du rotor. Pour pallier cet inconvénient, Park a proposé de remplacer le référentiel  $(\alpha, \beta)$  fixe par rapport au stator par un référentiel  $(d, q)$  tournant avec le rotor.

### 1.5 Modèle de Park de la machine synchrone à aimants permanents

Pour représenter le modèle dans le repère de Park, il suffit d'effectuer un changement de repère de manière à se placer dans le repère  $(d, q)$  tournant avec le rotor (figure 1.3). Pour cela, nous choisissons une matrice de passage traduisant la rotation d'un angle  $p\theta$ . Cette matrice est obtenue en projetant les grandeurs  $X_{\alpha\beta}$  sur les axes du repère  $(d, q)$  tournant avec le rotor.

En effet, la matrice de passage est donnée par :

$$\mathfrak{R}(p\theta) = \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & -\sin(p\theta) \\ \sin(p\theta) & \cos(p\theta) \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

$$X_{dq} = \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} = \mathfrak{R}(-p\theta) \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \end{bmatrix} \quad ; \quad X_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \end{bmatrix} = \mathfrak{R}(p\theta) \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} \quad (1.41)$$

Nous notons que :

$$\begin{bmatrix} \cos(2p\theta) & \sin(2p\theta) \\ \sin(2p\theta) & -\cos(2p\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & -\sin(p\theta) \\ \sin(p\theta) & \cos(p\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & \sin(p\theta) \\ \sin(p\theta) & -\cos(p\theta) \end{bmatrix} \quad (1.42)$$

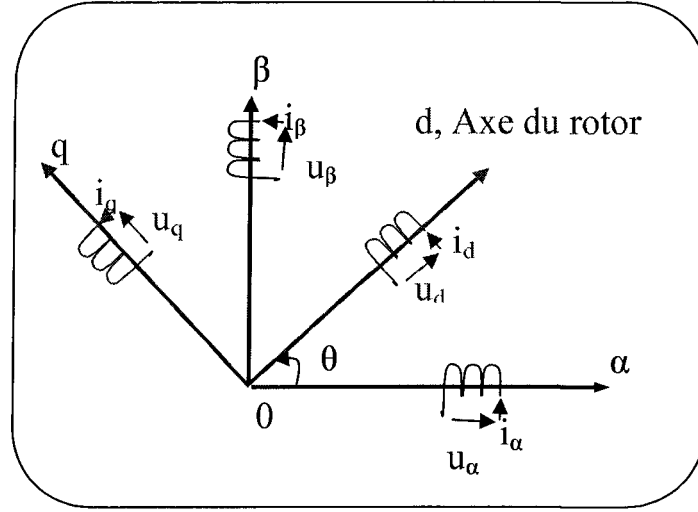


Figure 1.3: Transformation  $(\alpha, \beta) \rightarrow (d, q)$

### 1.5.1 Flux total produit au stator

En appliquant la transformation (1.41) à l'équation (1.30) traduisant le flux total produit au stator dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$ , nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \Re(-p\theta) \begin{bmatrix} L_{cs} - \frac{3L_{ms}}{2} \cos(2p\theta) & -\frac{3L_{ms}}{2} \sin(2p\theta) \\ -\frac{3L_{ms}}{2} \sin(2p\theta) & L_{cs} + \frac{3L_{ms}}{2} \cos(2p\theta) \end{bmatrix} \Re(p\theta) \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{3}{2}} \phi_f \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.43)$$

En exploitant l'égalité (1.42), il vient :

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{3}{2}} \phi_f \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.44)$$

Les inductances directe et en quadrature sont données par :

$$\begin{aligned}
L_d &= L_{cs} - \frac{3L_{ms}}{2} = l_f + \frac{3L_0}{2} - \frac{3L_{ms}}{2} \\
L_q &= L_{cs} - \frac{3L_{ms}}{2} = l_f + \frac{3L_0}{2} + \frac{3L_{ms}}{2}
\end{aligned} \tag{1.45}$$

Dans le cas où la machine est sans saillance, nous trouvons :

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_f + \frac{3L_0}{2} & 0 \\ 0 & l_f + \frac{3L_0}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{3}{2}} \phi_f \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{cs} & 0 \\ 0 & L_{cs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{3}{2}} \phi_f \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1.46}$$

### 1.5.2 Équations électriques

La transformation de Park (1.41) appliquée au système (1.33) donne :

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \Re(-p\theta) R_s I_{2 \times 2} \Re(p\theta) \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \Re(-p\theta) \frac{d}{dt} \Re(p\theta) \begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} \tag{1.47}$$

À partir de (1.44), nous démontrons que :

$$\Re(-p\theta) \frac{d}{dt} \Re(p\theta) \begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = p \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} 0 & -L_q \\ L_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{3}{2}} \phi_f p \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{bmatrix} \tag{1.48}$$

En se basant sur l'équation (1.48) et en développant l'équation (1.47), il vient :

$$\begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - p\omega_r \begin{bmatrix} 0 & -\frac{L_q}{L_d} \\ \frac{L_d}{L_q} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \sqrt{\frac{3}{2}} \phi_f p\omega_r \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_d}{L_d} \\ \frac{u_q}{L_q} \end{bmatrix} \tag{1.49}$$

Dans le cas où la machine est sans saillance, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_{cs}} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_{cs}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - p\omega_r \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \sqrt{\frac{3}{2}}\phi_f p\omega_r \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_d}{L_{cs}} \\ \frac{u_q}{L_{cs}} \end{bmatrix} \quad (1.50)$$

### 1.5.3 Couple électromagnétique

Nous reprenons l'expression du couple électromagnétique (1.38) définie dans le repère  $(\alpha, \beta)$  et nous lui appliquons la matrice de passage de Park, nous aboutissons à l'expression suivante :

$$T_e = p i_{dq}^T \Re(-p\theta) \left( \frac{3L_{ms}}{2} \begin{bmatrix} \sin(2p\theta) & -\cos(2p\theta) \\ -\cos(2p\theta) & -\sin(2p\theta) \end{bmatrix} \Re(p\theta) i_{dq} - \phi_f \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \sin(p\theta) \\ -\cos(p\theta) \end{bmatrix} \right) \quad (1.51)$$

Or :

$$\begin{bmatrix} \sin(2p\theta) & -\cos(2p\theta) \\ -\cos(2p\theta) & -\sin(2p\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(p\theta) & \cos(p\theta) \\ -\cos(p\theta) & \sin(p\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & \sin(p\theta) \\ \sin(p\theta) & -\cos(p\theta) \end{bmatrix} \quad (1.52)$$

Compte tenu de (1.52), l'expression du couple électromagnétique se simplifie comme suit :

$$T_e = p i_{dq}^T \left( \frac{3L_{ms}}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} i_{dq} - \phi_f \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right) = -3pL_{ms} i_d i_q + p\phi_f \sqrt{\frac{3}{2}} i_q \quad (1.53)$$

D'après l'équation (1.45), nous remarquons facilement que :

$$L_{ms} = \frac{(L_q - L_d)}{3} \quad (1.54)$$

Par conséquent, en substituant (1.54) dans (1.53), nous aboutissons à l'expression finale du couple électromagnétique :

$$T_e = p \left( \phi_f \sqrt{\frac{3}{2}} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q \right) \quad (1.55)$$

Dans le cas où la machine est sans saillance, nous obtenons :

$$T_e = p \left( \phi_f \sqrt{\frac{3}{2}} i_q \right) \quad (1.56)$$

Les matrices de passage des grandeurs électriques sont déterminées pour respecter la conservation de puissance. En se basant sur ce principe, nous pouvons établir l'expression du couple électromagnétique directement à partir de la puissance fournie à la machine. En effet, si la composante homopolaire est nulle, la puissance instantanée fournie à la machine s'écrit comme suit :

$$p_e = -(u_d i_d + u_q i_q) \quad (1.57)$$

En développant cette puissance, il vient :

$$p_e = - \left( i_d \frac{d\phi_d}{dt} + i_q \frac{d\phi_q}{dt} \right) - R_s (i_d^2 + i_q^2) + p (\phi_d i_q - \phi_q i_d) \omega_r \quad (1.58)$$

La première parenthèse représente la variation par unité de temps de l'énergie magnétique emmagasinée. La deuxième parenthèse représente les pertes joule dans l'induit. La troisième parenthèse représente la puissance mécanique transformée en puissance électrique à l'intérieur de la machine.

Comme  $\omega_r$  est la vitesse de rotation instantanée, nous en déduisons l'expression du couple électromagnétique :

$$T_e = p (\phi_d i_q - \phi_q i_d) \quad (1.59)$$

En faisant appel à l'équation (1.44), nous pouvons déduire l'expression finale du couple donné par l'équation (1.55) :

À partir des équations déterminées ci-dessus, nous obtenons la forme finale des équations qui régissent le fonctionnement dynamique du moteur synchrone à aimants permanents dans les axes d et q. Ces équations s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R_s}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} p\omega_r i_q + \frac{u_d}{L_d} \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R_s}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} p\omega_r i_d - \frac{\psi_f p\omega_r}{L_q} + \frac{u_q}{L_q} \\ \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{p}{J} (\psi_f i_q + (L_d - L_q) i_q i_d) - \frac{B}{J} \omega_r - \frac{T_l}{J} \end{cases} \quad (1.60)$$

avec :

$$\psi_f = \sqrt{\frac{3}{2}} \phi_f \quad (1.61)$$

## 1.6 Transformation directe de Park

### 1.6.1 Transformation conservant la puissance

Nous pouvons aussi établir les équations de Park de la machine synchrone à aimants permanents directement à partir du changement de variable suivant :

$$X_{dqo} = \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \\ X_o \end{bmatrix} = P X_{abc} = P \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} \quad (1.62)$$

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & \cos(p\theta - 2\pi/3) & \cos(p\theta + 2\pi/3) \\ -\sin(p\theta) & -\sin(p\theta - 2\pi/3) & -\sin(p\theta + 2\pi/3) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1.63)$$

La matrice inverse de Park est donnée par :

$$P^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & -\sin(p\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(p\theta - 2\pi/3) & -\sin(p\theta - 2\pi/3) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(p\theta + 2\pi/3) & -\sin(p\theta + 2\pi/3) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1.64)$$

### 1.6.2 Transformation conservant l'amplitude des grandeurs électriques

La matrice de passage est déterminée pour respecter la conservation de l'amplitude des grandeurs électriques. Pour cela, la matrice de passage prend la forme suivante :

$$P = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & \cos(p\theta - 2\pi/3) & \cos(p\theta + 2\pi/3) \\ -\sin(p\theta) & -\sin(p\theta - 2\pi/3) & -\sin(p\theta + 2\pi/3) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (1.65)$$

Son inverse est donné par :

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & -\sin(p\theta) & 1 \\ \cos(p\theta - 2\pi/3) & -\sin(p\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(p\theta + 2\pi/3) & -\sin(p\theta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \quad (1.66)$$

Par conséquent, le changement de repère conduit aux nouvelles équations de Park suivantes :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R_s}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d}p\omega_r i_q + \frac{u_d}{L_d} \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R_s}{L_q}i_q - \frac{L_d}{L_q}p\omega_r i_d - \frac{\phi_f p\omega_r}{L_q} + \frac{u_q}{L_q} \\ \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{3p}{2J}(\phi_f i_q + (L_d - L_q)i_q i_d) - \frac{B}{J}\omega_r - \frac{T_l}{J} \end{cases} \quad (1.67)$$

avec :

$$T_e = \frac{3p}{2}(\phi_f i_q + (L_d - L_q)i_q i_d) \quad (1.68)$$

et :

$$\begin{cases} \phi_d = L_d i_d + \phi_f \\ \phi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (1.69)$$

Finalement, le modèle de la machine synchrone à aimants permanents dans le repère (d, q) peut être résumé dans le tableau suivant :

<b>Transformation de Concordia : Conservation de la puissance</b>	<b>Transformation de Clarke : Conservation de l'amplitude des grandeurs électriques</b>
$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R_s}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d}p\omega_r i_q + \frac{u_d}{L_d} \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R_s}{L_q}i_q - \frac{L_d}{L_q}p\omega_r i_d - \frac{\psi_f p\omega_r}{L_q} + \frac{u_q}{L_q} \\ \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{T_e}{J} - \frac{F}{J}\omega_r - \frac{T_l}{J} \end{cases}$ $T_e = p(\psi_f i_q + (L_d - L_q)i_q i_d)$ <p>Avec : <math>\psi_f = \sqrt{\frac{3}{2}}\phi_f</math></p>	$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R_s}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d}p\omega_r i_q + \frac{u_d}{L_d} \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R_s}{L_q}i_q - \frac{L_d}{L_q}p\omega_r i_d - \frac{\phi_f p\omega_r}{L_q} + \frac{u_q}{L_q} \\ \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{T_e}{J} - \frac{F}{J}\omega_r - \frac{T_l}{J} \end{cases}$ $T_e = \frac{3p}{2}(\phi_f i_q + (L_d - L_q)i_q i_d)$

**Table 1.1 : Modèles du moteur synchrone à aimants permanents dans le repère (d, q)**

## **1.7 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté de façon détaillée la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents. Pour cela, nous avons établi les équations de la machine ramenée à deux axes, selon la transformation de Park en régime transitoire. Le modèle obtenu est facile à exploiter pour la réalisation des lois de commande avancées. En effet, c'est un modèle qui n'est pas fortement non linéaire. Dans ce qui suit, nous allons utiliser ce modèle pour étudier l'application de la commande prédictive sur la machine synchrone à aimants permanents.

## **CHAPITRE 2**

### **ÉTAT DE L'ART SUR LA COMMANDE DE LA MACHINE SYNCHROME À AIMANTS PERMANENTS**

#### **2.1 Introduction**

Nous rappellerons dans ce chapitre quelques principales approches pour commander le moteur synchrone à aimants permanents afin de déceler les avantages et les inconvénients de chaque méthode de commande en vue de dégager des perspectives. Ces rappels permettront de mettre en évidence les intérêts et les différences entre les stratégies de commande existantes et celle que nous allons développer dans cette thèse. Dans la littérature, de nombreuses techniques ont été proposées pour le moteur synchrone, en fonction des objectifs de commande. Dans cette partie, nous allons d'abord décrire brièvement les méthodes de contrôle qui ont connu un succès notable dans le monde industriel comme la commande scalaire et la commande vectorielle. Ensuite, nous présenterons deux techniques de commande non linéaire, qui ont été appliquées avec succès au pilotage à vitesse variable des machines électriques. Il s'agit de la commande non linéaire basée sur la linéarisation exacte entrée-sortie ainsi que la commande basée sur le concept de la platitude. Enfin, nous clôturons ce chapitre par la synthèse de la commande

prédictive à horizon fuyant, et ce, pour une application au pilotage d'un moteur synchrone à aimants permanents.

## **2.2 Stratégies de commande**

Le moteur synchrone à aimants permanents peut fonctionner à n'importe quel point de l'espace couple-vitesse. En fait, le couple électromagnétique, hors couple de réluctance, résulte d'une interaction de deux champs tournants fondamentaux. L'un est appelé champ rotorique, il est fixé par les aimants permanents et il tourne à la vitesse électrique du rotor. L'autre est appelé champ statorique, il est produit, en général, par des courants sinusoïdaux de pulsation électrique. D'après le théorème de Ferraris, les deux champs tournent à la même vitesse électrique en régime permanent; ceci constitue le synchronisme. Cependant, si cette condition n'est plus respectée pour une raison quelconque, le couple n'est plus constant et sa valeur moyenne devient nulle. Cela tient au fait que l'angle du déphasage des champs tournants devient une fonction de temps dont la valeur moyenne est nulle. Il en résulte une instabilité de la machine et son ralentissement jusqu'à l'arrêt. Cette perte de synchronisme peut être causée par une variation brusque de la vitesse de rotation de la machine sous l'effet d'un changement brutal du couple résistant. Elle peut aussi provenir, à vitesse constante, d'une surcharge en couple résistant qui dépasse le couple maximal de la machine.

Afin d'éviter la perte de synchronisme face à des variations brusques de couple résistant ou de vitesse variable, il est nécessaire de synchroniser les formes des courants d'alimentation des enroulements du stator sur la position du rotor. Dans ce cas, la machine

est dite autopilotée. En plus, outre la suppression de l'instabilité, le fonctionnement de la machine synchrone devient proche de celui de la machine à courant continu.

D'autre part, pour améliorer les performances en régime dynamique, le couple doit faire l'objet d'un réglage des amplitudes des champs tournants, c'est-à-dire de l'amplitude de courant du stator et du flux rotorique, et ce, selon le type de fonctionnement désiré. Dans la littérature, nous distinguons deux modes de réglage :

### 2.2.1 Réglage assurant un couple maximal

Le flux étant fixé par les aimants permanents. En plus, en imposant l'angle de déphasage des champs tournants, nous pouvons facilement réguler le couple de la machine par la régulation de l'amplitude du courant statorique [1]. Dans les équations de Park, si nous utilisons la composante directe du courant comme argument d'optimisation, le fonctionnement à couple maximal sera donné par :

$$i_{dref} = \frac{\Psi_f}{2(L_q - L_d)} - \sqrt{\frac{\Psi_f^2}{4(L_d - L_q)^2} + i_q^2} \quad (2.1)$$

Dans le cas où la machine est à pôles lisses, nous trouvons :

$$\begin{aligned} i_{dref} &= 0 \\ i_{qref} &= \frac{T_{ref}}{\Psi_f} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Cette dernière équation est la plus utilisée même pour la machine à pôles saillants. Elle traduit le contrôle vectoriel par orientation du courant, ce qui rend le comportement de la machine synchrone analogue à celui de la machine à courant continu. En effet, le flux longitudinal est constant et imposé par la composante du flux à vide créée par les aimants, et

le couple ne sera dépendant que de la composante en quadrature du courant ; ce qui conduit à la linéarité du système et par conséquent à la facilité d'élaborer une loi de commande. Cependant, le fait de forcer la composante directe du courant à rester nulle pour une machine à pôles saillants, conduit, d'une part, à une augmentation du module du flux statorique et de ce fait, à une valeur plus élevée des pertes fer, et d'autre part, à une augmentation de la tension statorique. Cette augmentation vient du fait que la machine synchrone à aimants permanents est caractérisée par une grande valeur de l'inductance en quadrature par rapport à l'inductance directe. Pour pallier ce problème, nous pouvons choisir de réguler le module du flux statorique (commande directe du couple et du flux) au lieu de la composante directe du courant statorique.

### 2.2.1 Réglage assurant un facteur de puissance unitaire

L'objectif est de maintenir la puissance réactive nulle [1]. Cela est obtenu lorsque :

$$\begin{cases} i_{dref} = \frac{\psi_f - \sqrt{\psi_f^2 - 4(L_d - L_q)L_d i_s^2}}{2(L_d - L_q)} \\ i_q = \sqrt{i_s^2 - (i_{dref})^2} \end{cases} \quad (2.3)$$

**Remarque :** Dans le cas où l'expression des pertes fer est connue, la consigne de la composante directe du courant peut être obtenue par la minimisation des pertes totales.

Il reste maintenant à prévoir les approches adéquates de commande permettant d'asservir ces consignes.

### 2.3 Commande scalaire

La commande scalaire [1] est une technique classique pour l'entraînement des machines synchrones. Elle consiste à contrôler le couple par la régulation de l'amplitude des courants statoriques. Pour ce faire, elle utilise le modèle établi en régime permanent. L'algorithme de contrôle délivre deux consignes, à savoir :

- **L'amplitude des courants de référence** : l'erreur entre la vitesse de référence et la vitesse de rotation est introduite dans un régulateur, la sortie du régulateur élabore l'amplitude du courant de référence.
- **Le déphasage des courants par rapport aux forces électromotrices** : il est indispensable, car il permet à la machine de fonctionner à son couple maximal ou à un facteur de puissance unitaire.

À partir de ces consignes et de la position du rotor par rapport au stator, nous construisons les courants de référence. Généralement deux références de courant sont utilisées. Une référence sinusoïdale pour des machines présentant une force électromotrice sinusoïdale et une référence rectangulaire pour des machines présentant une force électromotrice trapézoïdale.

L'objectif est de commander les interrupteurs de façon à ce que les courants statoriques réels suivent les courants de référence. Pour cela, il y a deux méthodes, à savoir :

- **Contrôle par hystérésis** : il consiste à maintenir les erreurs entre les courants mesurés et les courants de référence dans une bande, appelée bande d'hystérésis et définie au préalable. Ces erreurs sont introduites directement dans des comparateurs,

appelés comparateur à hystérésis. Les sorties des comparateurs constituent les signaux de commande des interrupteurs du convertisseur. Dans ce cas, le convertisseur d'alimentation est un simple onduleur de tension.

- **Contrôle par correcteur et MLI** : les erreurs des courants sont introduites dans des régulateurs (correcteurs). Les instants de commutation des interrupteurs de l'onduleur sont déterminés par les points d'intersection entre les signaux issus des régulateurs et un signal triangulaire de haute fréquence.

La commande scalaire est facile à implanter en temps réel. Elle est cependant moins performante au niveau des performances dynamiques dû au fait qu'elle est basée sur le modèle établi en régime permanent. C'est la raison pour laquelle elle a été délaissée au profit de la commande vectorielle qui est basée sur le modèle transitoire.

## 2.4 Commande vectorielle

Elle permet une meilleure dynamique dans le contrôle du couple [1] à [5]. Les courants de référence sont élaborés dans le repère de Park. Ces consignes sont ensuite comparées aux composantes du courant réel, et les erreurs sont appliquées à un étage de régulation du courant et de découplage qui génère la tension désirée. Cette dernière est réalisée par un onduleur de tension de type MLI.

D'après les équations de Park pour la machine synchrone à aimants permanent, nous constatons très bien que la composante directe de la tension  $u_d$  influe sur les deux composantes du courant  $i_d$  et  $i_q$ . Il en est de même pour la composante en quadrature en tension  $u_q$ . Pour assurer le découplage, nous définissons deux nouvelles variables  $v_d$  et  $v_q$ ,

telle que chaque variable n'agisse que sur une seule des deux composantes du courant statorique.

$$\begin{cases} v_d = u_d + p\omega_r L_q i_q \\ v_q = u_q - p\omega_r L_d i_d - p\omega_r \psi_f \end{cases} \quad (2.4)$$

Cette stratégie est appelée découplage par compensation.

En substituant (2.4) dans le modèle de la machine élaboré dans le chapitre 1, les équations de Park deviennent :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R_s}{L_d} i_d + \frac{v_d}{L_d} \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R_s}{L_q} i_q + \frac{v_q}{L_d} \end{cases} \quad (2.5)$$

### 2.4.1 Régulation du courant

En appliquant la transformée de Laplace au système (2.5), nous obtenons :

$$\frac{I_d(s)}{V_d(s)} = \frac{\left(\frac{1}{R_s}\right)}{\left(\left(\frac{L_d}{R_s}\right)s + 1\right)} ; \quad \frac{I_q(s)}{V_q(s)} = \frac{\left(\frac{1}{R_s}\right)}{\left(\left(\frac{L_q}{R_s}\right)s + 1\right)} \quad (2.6)$$

Une simple rétroaction incluant un régulateur PI est alors suffisante pour asservir les composantes  $i_d$  et  $i_q$  de courant. La fonction de transfert d'un régulateur PI standard s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} K_d(s) = \frac{K_{pd}s + K_{id}}{s} \\ K_q(s) = \frac{K_{pq}s + K_{iq}}{s} \end{cases} \quad (2.7)$$

En général, les pôles de (2.6) sont compensés par les zéros du régulateur de (2.7). Par conséquent, les fonctions de transfert du système bouclé deviennent comme suit :

$$\frac{I_d(s)}{I_{dref}(s)} = \frac{1}{\left(\left(\frac{R_s}{K_{id}}\right)s + 1\right)} \quad ; \quad \frac{I_q(s)}{I_{qref}(s)} = \frac{1}{\left(\left(\frac{R_s}{K_{iq}}\right)s + 1\right)} \quad (2.8)$$

Les constantes de temps du système en boucle fermée sont :

$$\tau_{fd} = \frac{R_s}{K_{id}} \quad ; \quad \tau_{fq} = \frac{R_s}{K_{iq}} \quad (2.9)$$

Généralement, les constantes de temps du système bouclé sont choisies plus petites que celles du système en boucle ouverte. Pour cela, nous posons :

$$\tau_{fd} = \varepsilon_d \frac{L_d}{R_s} \quad ; \quad \tau_{fq} = \varepsilon_q \frac{L_q}{R_s} \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_d \in [0 \ 1] \quad ; \quad \varepsilon_q \in [0 \ 1] \quad (2.11)$$

D'où l'expression des paramètres du régulateur :

$$\begin{aligned} K_{id} &= \frac{R_s^2}{\varepsilon_d L_d} & K_{iq} &= \frac{R_s^2}{\varepsilon_q L_q} \\ K_{pd} &= \frac{R_s}{\varepsilon_d} & K_{pq} &= \frac{R_s}{\varepsilon_q} \end{aligned} \quad ; \quad (2.12)$$

#### 2.4.2 Régulation de la vitesse

L'objectif de la régulation de la vitesse est de pouvoir rejeter la perturbation due au couple de charge. Pour cela, une boucle de rétroaction incluant un régulateur PI est

suffisante. Pour justifier ce choix, nous notons  $K_{\omega}(s)$  la fonction du transfert du régulateur.

Donc, la transformée de Laplace de la vitesse en boucle fermée donne :

$$W_r(s) = \frac{K_{\omega r}(s)G_{T_e}(s)}{1 + K_{\omega r}(s)G_{T_e}(s)} W_{ref}(s) + \frac{G_{T_l}(s)}{1 + K_{\omega r}(s)G_{T_e}(s)} T_l(s) \quad (2.13)$$

avec :

$$G_{T_e}(s) = \frac{W_r(s)}{T_e(s)} = \frac{\left(\frac{1}{F}\right)}{\left(\left(\frac{J}{F}\right)s + 1\right)} ; \quad G_{T_l}(s) = \frac{W_r(s)}{T_l(s)} = -\frac{\left(\frac{1}{F}\right)}{\left(\left(\frac{J}{F}\right)s + 1\right)} \quad (2.14)$$

Ces fonctions de transfert sont obtenues à partir de la transformée de Laplace de l'équation mécanique, établie dans le repère de Park. Pour garantir le rejet de la perturbation  $T_l$ , il suffit de prendre un correcteur  $K_{\omega}(s)$  qui permet de vérifier la condition suivante :

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \left[ \frac{G_{T_l}(s)}{1 + K_{\omega r}(s)G_{T_e}(s)} \right] = 0 \quad (2.15)$$

À partir de l'équation ci-dessus, nous montrons que pour compenser l'effet du couple résistant, il faut que le régulateur contienne un intégrateur. La fonction de transfert d'un régulateur PI standard s'écrit sous la forme suivante :

$$K_{\omega r}(s) = \frac{K_{por}s + K_{ior}}{s} \quad (2.16)$$

Soit, en utilisant (2.13), (2.14) et (2.16) :

$$W_r(s) = \frac{(K_{por}s + K_{ior})\left(\frac{1}{J}\right)}{\left(s^2 + \frac{1}{J}(K_{por} + F)s + \frac{K_{ior}}{J}\right)} W_{ref}(s) - \frac{s\left(\frac{1}{J}\right)}{\left(s^2 + \frac{1}{J}(K_{por} + F)s + \frac{K_{ior}}{J}\right)} T_l(s) \quad (2.17)$$

La dynamique de la vitesse en boucle fermée est représentée par un système du 2<sup>ème</sup> ordre, dont le dénominateur peut être simplifié de la manière suivante :

$$\left( s^2 + \frac{1}{J} (K_{p\omega r} + F) s + \frac{K_{i\omega r}}{J} \right) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \quad (2.18)$$

Par identification, nous obtenons :

$$\begin{aligned} K_{p\omega r} &= 2J\zeta\omega_n - F \\ K_{i\omega r} &= J\omega_n^2 \end{aligned} \quad (2.19)$$

En connaissant le profil de la vitesse désirée, nous pouvons déterminer les paramètres du régulateur (PI) à partir de (2.19).

### 2.4.3 Structure de la commande

La grandeur d'entrée du système est la vitesse de référence qui est comparée à la vitesse réelle pour générer, à travers le régulateur PI, la consigne de couple et, par la suite, la référence de la composante en quadrature du courant. Nous réglons donc le couple en réglant la composante en quadrature du courant tout en asservissant la composante directe du courant à une consigne nulle. L'asservissement de la composante directe du courant s'effectue donc à la consigne suivante :

$$i_{qref} = \frac{T_{eref}}{p\psi_f} \quad (2.20)$$

Les composantes du courant réel sont élaborées à partir des courants circulant dans les trois phases de la machine et de l'information sur la position, en utilisant la transformation de Park.

L'avantage majeur de ce mode de contrôle, outre ses bonnes performances, est le fonctionnement à un rapport couple/intensité optimal. Cela est vrai pour une machine synchrone à aimants permanents et à pôles lisses. En revanche, dans le cas d'une machine synchrone à aimants permanents et à pôles saillants, cette stratégie de commande ne garantit pas l'optimisation du couple par rapport au courant d'alimentation, car le couple de réluctance ne contribue pas à la production du couple. En effet, si le couple de réluctance contribuait au développement du couple total de la machine, la composante directe du courant serait négative; ce qui diminue la composante directe du flux. De même, la composante en quadrature du courant sera affaiblie, ce qui entraîne la réduction de la composante en quadrature du flux. Par conséquent, les pertes fer seront plus petites par rapport à celles obtenues pour une consigne nulle de la composante directe du courant.

**Remarque:** le fait de travailler avec les équations de Park permet aux variables d'état d'atteindre un régime permanent constant. Par conséquent, l'erreur statique sera nulle même si nous n'utilisons pas l'équation (2.4) pour compenser les termes des forces électromotrices.

## **2.5 Commande par linéarisation entrées-sorties**

Le principe de cette méthode se base sur la recherche d'un retour d'état transformant le modèle non linéaire initial en un système d'équations linéaires au sens entrées sorties [22] et [92]. Une fois que le bouclage linéarisant est fait, nous faisons appel à toute la panoplie de la commande linéaire pour atteindre les performances désirées.

### 2.5.1 Théorie de la commande linéarisante

Soit le système non linéaire affine de type :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i \\ y_i = h_i(x) \end{cases} \quad (2.21)$$

avec :

$x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  le vecteur de commande et  $y \in \mathbb{R}^m$  le vecteur des sorties. Les champs de vecteurs  $f(x)$  et  $g_i(x)$  ainsi que  $h_i(x)$  sont continus et dérivables. Nous remarquons que les systèmes considérés sont carrés; c'est-à-dire qu'ils ont un même nombre d'entrées  $m$  que de sorties.

**Définition 1 :** si nous posons  $u_i=0$ , la dérivée temporelle de  $h$  s'écrit :

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) = \sum_{i=1}^m \frac{\partial h}{\partial x} f_i(x) \quad (2.22)$$

Cette dérivée se note  $L_f h$ , et elle est appelée aussi dérivée de Lie de  $h$  en fonction du champ  $f$ . Nous notons que la dérivée de Lie d'ordre  $k$  est donnée par :

$$L_f L_f L_f L_f L_f \dots L_f h(x) = L_f^k h(x) \quad (2.23)$$

Dans le cas où la commande est différente de zéro, nous aurons :

$$\dot{y} = \frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial h}{\partial x} \left( f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i(t) \right) = L_f h + L_{g_1} h u_1(t) + \dots + L_{g_m} h u_m(t) \quad (2.24)$$

**Définition 2 :** l'indice caractéristique  $\rho_i$  associé à une sortie  $y_i$ , est le plus petit entier strictement positif tel que  $L_{g_j} L_f^{\rho_i-1} h_i(x) \neq 0$  pour au moins un  $j=1, \dots, m$ . En d'autres termes,  $\rho_i$  est le plus petit nombre d'intégrateurs qui relie la sortie  $y_i$  aux entrées  $u_j$ .

**Définition 3 :** le degré relatif  $r$  du système est défini comme étant la somme de tous les indices caractéristiques  $\rho_i$ .

Nous définissons la matrice de découplage suivante :

$$\chi(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{\rho_1-1} h_1(x) & L_{g_2} L_f^{\rho_1-1} h_1(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\rho_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{\rho_2-1} h_2(x) & L_{g_2} L_f^{\rho_2-1} h_2(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\rho_2-1} h_2(x) \\ \cdots & \vdots & \cdots & \cdots \\ L_{g_1} L_f^{\rho_m-1} h_m(x) & L_{g_2} L_f^{\rho_m-1} h_m(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\rho_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Si elle est inversible, alors une partie entrées-sorties de dimension  $\sum_{i=1}^m \rho_i$  est linéarisable

par le bouclage  $u(x)$ , et une partie de dimension  $n - \sum_{i=1}^m \rho_i$  est non linéaire et inobservable.

La commande permettant la linéarisation du système aura la forme suivante :

$$u(x) = \chi^{-1}(x) \left( v - \begin{bmatrix} L_f^{\rho_1} h_1(x) \\ L_f^{\rho_2} h_2(x) \\ \cdots \\ L_f^{\rho_m} h_m(x) \end{bmatrix} \right) \quad (2.26)$$

où :

$v$  est le nouveau vecteur de commande.

Dans le cas où le degré relatif  $r$  est égal à l'ordre  $n$  du système, le nombre des états inobservables est nul et l'ensemble du système bouclé est linéarisable. De ce fait, nous sommes en présence d'une linéarisation exacte au sens des entrées-états. Le système en boucle fermée sous la commande linéarisante (2.26) s'écrit sous la forme canonique suivante :

$$\begin{cases} y_1^{(\rho_1-1)} = v_1 \\ y_2^{(\rho_2-1)} = v_2 \\ \vdots \\ y_m^{(\rho_m-1)} = v_m \end{cases} \quad (2.27)$$

où :

$y_i^{(j)}$  est la  $j^{\text{ème}}$  dérivée de  $y_i$

Par conséquent, nous obtenons un système linéaire (cascade d'intégrateurs). Ce système est commandable et donc stabilisable par retour d'état. La dynamique désirée peut être imposée par une conception d'un contrôle adéquat  $v$ .

**Remarque :** le cas où le degré relatif  $r$  est inférieur à l'ordre du système ne sera pas traité dans ce travail, car un choix judicieux des sorties à réguler pour la machine synchrone à aimants permanents permet d'avoir un degré relatif égal à l'ordre du système. De ce fait, le problème de la dynamique des zéros (états inobservables) ne se pose plus.

### 2.5.2 Application à la machine synchrone à aimants permanents

Nous rappelons que le modèle de la machine synchrone à aimants permanents à pôles saillants, établi dans un référentiel  $dq$ , peut être écrit sous la forme suivante :

$$\dot{x} = f(x) + g_d u_d + g_q u_q \quad (2.28)$$

avec :

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} p \omega_r i_q \\ -\frac{R_s}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} p \omega_r i_d - \frac{\psi_f p \omega_r}{L_q} \\ \frac{p}{J} (\psi_f i_q + (L_d - L_q) i_q i_d) - \frac{F}{J} \omega_r - \frac{1}{J} T_l \end{bmatrix} ; \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \omega_r \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

et :

$$g_d = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T ; \quad g_q = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_q} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.30)$$

Faisant référence à la commande vectorielle, les sorties à réguler sont :

$$\begin{cases} y_1 = h_1(x) = x_1 = i_d \\ y_2 = h_2(x) = x_3 = \omega_r \end{cases} \quad (2.31)$$

#### 2.5.2.1 Indice caractéristique associé à la sortie $y_1$

$$\dot{y}_1 = L_f h_1(x) + L_{g_d} h_1(x) u_d + L_{g_q} h_1(x) u_q \quad (2.32)$$

La commande  $u_d$  apparaît dans la dérivée première de  $y_1$ . Par la suite, selon la définition 2, l'indice caractéristique  $p_1$  associé à la sortie  $y_1$  est égal à 1.

#### 2.5.2.2 Indice caractéristique associé à la sortie $y_2$

$$\dot{y}_2 = L_f h_2(x) + L_{g_d} h_2(x) u_d + L_{g_q} h_2(x) u_q \quad (2.33)$$

Sachant que :

$$L_{g_d} (h_2(x)) = 0 ; \quad L_{g_q} (h_2(x)) = 0 \quad (2.34)$$

La dérivée première de  $y_2$  n'inclut donc aucune des deux commandes  $u_d$  et  $u_q$ . Par conséquent, une autre dérivation de  $y_2$  est nécessaire :

$$\ddot{y}_2 = L_f^2 h_2(x) + L_{g_d}(L_f h_2(x))u_d + L_{g_q}(L_f h_2(x))u_q \quad (2.35)$$

Nous remarquons que la dérivée seconde de  $y_2$  s'écrit en fonction de la commande. D'où, selon la définition 2, l'indice caractéristique  $p_2$  associé à la sortie  $y_2$  est égal à 2.

### 2.5.2.3 Degré relatif associé aux sorties choisies

Selon la définition 3, le degré relatif d'un système est la somme de tous des indices caractéristiques. Dans le cas du moteur synchrone,  $r$  est donc égal à 3. Puisqu'il est aussi égal à l'ordre du système, nous sommes donc en présence d'une linéarisation exacte. Par la suite, la loi de commande linéarisante est donnée par :

$$u(x) = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \chi(x)^{-1} \left( \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_f h_1(x) \\ L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix} \right) \quad (2.36)$$

avec :

$$\chi(x)^{-1} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ \frac{-L_q(L_d - L_q)i_q}{(\psi_f + (L_d - L_q)i_d)} & \frac{JL_q}{p(\psi_f + (L_d - L_q)i_d)} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

et :

$$\begin{cases} L_f h_1(x) = f_1(x) \\ L_f^2 h_2(x) = \frac{p}{J}(L_d - L_q)i_q f_1(x) + \frac{p}{J}(\psi_f + (L_d - L_q)i_d) f_2(x) - \frac{F}{J} f_3(x) \end{cases} \quad (2.38)$$

Pour que la matrice  $\chi(x)$  soit inversible, il suffit que la condition  $(\psi_f + (L_d - L_q)i_d) \neq 0$  soit vérifiée.

Le modèle du système bouclé prend la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = v_1 \\ \ddot{y}_2 = v_2 \end{cases} \quad (2.39)$$

Le système bouclé est commandable et stabilisable par retour d'état. En plus, pour garantir la régulation des sorties, la nouvelle loi de commande  $v$  peut être choisie comme suit :

$$\begin{cases} v_1 = \dot{i}_{dref} + k_d (i_{dref} - i_d) \\ v_2 = \ddot{\omega}_{ref} + k_{\omega r1} (\dot{\omega}_{ref} - \dot{\omega}_r) + k_{\omega r2} (\omega_{ref} - \omega_r) \end{cases} \quad (2.40)$$

Les coefficients  $k_{id}$ ,  $k_{\omega r1}$  et  $k_{\omega r2}$  sont les paramètres de la commande. Un choix judicieux de ces paramètres permet un bon suivi de trajectoires désirées.

Enfin, en remplaçant l'expression (2.40) dans (2.39), nous aboutissons à :

$$\begin{cases} \dot{e}_d + k_d e_d = 0 \\ \ddot{e}_\omega + k_{\omega r1} \dot{e}_\omega + k_{\omega r2} e_\omega = 0 \end{cases} \quad (2.41)$$

$$e_\omega(t) = \omega_{ref}(t) - \omega_r(t) \quad ; \quad e_d(t) = i_{dref}(t) - i_d(t) \quad (2.42)$$

La transformée de Laplace de l'expression (2.41) donne :

$$\begin{cases} s + k_d = 0 \\ s^2 + k_{\omega r1}s + k_{\omega r2} = 0 \end{cases} \quad (2.43)$$

Si les équations de l'expression (2.43) sont des polynômes de Hurwitz, le système est stable. Pour faciliter le choix des paramètres de la loi de commande, nous supposons que les références sont des échelons. Par conséquent, nous obtenons les fonctions de transfert reliant les sorties et leurs références.

$$\begin{cases} \frac{W_r(s)}{W_{ref}(s)} = \frac{k_{\omega r2}}{s^2 + k_{\omega r1}s + k_{\omega r2}} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \\ \frac{I_d(s)}{I_{dref}(s)} = \frac{1}{\frac{s}{k_d} + 1} = \frac{1}{\tau_d s + 1} \end{cases} \quad (2.44)$$

Par identification, nous obtenons :

$$\begin{cases} k_{\omega r2} = \omega_n^2 \\ k_{\omega r1} = 2\zeta\omega_n \end{cases} ; \quad k_d = \frac{1}{\tau_d} \quad (2.45)$$

En connaissant le profil des références désirées, nous pouvons déterminer les paramètres du retour d'état à partir de (2.45).

L'un des succès incontestables de cette stratégie réside dans son formalisme mathématique pour la linéarisation des modèles non linéaires. En effet, la linéarisation permet d'obtenir un modèle qui est simple et facile à utiliser pour la synthèse d'une loi de commande. Cependant, l'inconvénient majeur de cette approche réside dans le fait qu'elle se base sur les paramètres du modèle. Par conséquent, l'absence de la mesure du couple résistant et l'existence des paramètres incertains pourraient fausser la compensation du non linéarité du système, ce qui pourrait entraîner une dégradation du comportement du système bouclé. Pour pallier ce problème, nous sommes conduits à exiger la robustesse de la commande du système linéaire de sorte que les propriétés de l'asservissement puissent être garanties, en dépit des différentes sources d'incertitudes. Dans ce cadre, plusieurs stratégies de contrôle ont vu le jour. Parmi lesquelles, nous pouvons citer : la commande prédictive, la commande adaptative, le *backstepping* et le mode glissant. Les deux dernières lois de

commande s'éloignent du cadre de notre travail de recherche et ne seront pas détaillées dans cette thèse.

## 2.6 Commande par platitude

Un système est dit plat s'il existe un vecteur de sortie tel qu'on puisse exprimer tous les états et toutes les entrées à partir de ces sorties et de leurs dérivées successives. Cela signifie que le comportement dynamique d'un système plat peut être reproduit uniquement par ses sorties plates.

La notion de platitude est uniquement envisageable si le système est carré. La dimension de la sortie plate est égale au nombre de commandes du système. Il faut noter qu'il n'y a pas d'unicité des sorties plates, et nous pouvons trouver des sorties plates qui ne possèdent pas d'interprétation physique.

Dans le cas de la machine synchrone à aimants permanents, nous avons montré précédemment que le système avec ses sorties est exactement linéarisable. Cela signifie qu'il est plat et que ses sorties sont plates. En plus, les sorties plates n'introduisent aucune dynamique des zéros garantissant ainsi la stabilité interne des variables d'états et de sortie du système. Par conséquent, l'état peut s'exprimer comme une fonction différentielle des sorties plates :

$$\begin{cases} x_1 = y_1 \\ x_2 = \frac{J\dot{y}_2 + T_l + B y_2}{p(\psi_f + (L_d - L_q)y_1)} \\ x_3 = y_2 \end{cases} \quad (2.46)$$

D'où, à partir du modèle d'état de la machine, nous pouvons remonter aux variables de commande comme suit :

$$\begin{cases} u_d = L_d \dot{y}_1 + R_s y_1 - p L_q y_2 \left( \frac{J \dot{y}_2 + T_l + F y_2}{p(\psi_f + (L_d - L_q) y_1)} \right) \\ u_q = L_q \dot{x}_2 + R_s \left( \frac{J \dot{y}_2 + T_l + F y_2}{p(\psi_f + (L_d - L_q) y_1)} \right) + p L_d y_1 y_2 + p \psi_f y_2 \end{cases} \quad (2.47)$$

$$\dot{x}_2 = \left( \frac{(J \ddot{y}_2 + \dot{T}_l + B \dot{y}_2)(\psi_f + (L_d - L_q) y_1) - (J \dot{y}_2 + T_l + B y_2)(L_d - L_q) \dot{y}_1}{p(\psi_f + (L_d - L_q) y_1)^2} \right) \quad (2.48)$$

Par la suite, il est possible d'exprimer la commande en fonction de la trajectoire désirée et de ses dérivées. Finalement, l'expression de la commande en boucle ouverte est donnée par :

$$\begin{cases} u_d = L_d \dot{i}_{dref} + R_s i_{dref} - p L_q \omega_{ref} \left( \frac{J \dot{\omega}_{ref} + T_l + F \omega_{ref}}{p(\psi_f + (L_d - L_q) i_{dref})} \right) \\ u_q = L_q \dot{i}_{qref} + R_s \left( \frac{J \dot{\omega}_{ref} + T_l + F \omega_{ref}}{p(\psi_f + (L_d - L_q) i_{dref})} \right) + p L_d i_{dref} \omega_{ref} + p \psi_f \omega_{ref} \end{cases} \quad (2.49)$$

Nous notons que :

$$\dot{i}_{qref} = \left( \frac{(J \ddot{\omega}_{ref} + \dot{T}_l + F \dot{\omega}_{ref})(\psi_f + (L_d - L_q) i_{dref}) - (J \dot{\omega}_{ref} + T_l + F \omega_{ref})(L_d - L_q) \dot{i}_{dref}}{p(\psi_f + (L_d - L_q) i_{dref})^2} \right) \quad (2.50)$$

La loi de commande peut être calculée uniquement à l'aide de la connaissance du profil de la vitesse et de la consigne de la composante directe du courant. La trajectoire désirée de

la vitesse doit être dérivable au moins deux fois. Du côté de la consigne de la composante directe du courant, elle peut être prise constante.

D'autre part, les trajectoires de référence doivent être choisies de telle sorte que les contraintes physiques soient respectées. Pour cela, la planification des trajectoires doit prendre en compte les conditions initiales et finales de l'accélération, ainsi que d'autres contraintes sur la commande.

En absence des paramètres incertains, la commande par platitude assure une erreur de poursuite nulle pour le modèle non linéaire nominal. Cependant, il est clair que s'il y a des incertitudes paramétriques, le comportement dynamique du système se dégrade. En plus, la loi de commande s'écrit en fonction du couple résistant. Donc, si l'on ne possède pas des informations sur ce couple, le manque de robustesse est évident. Nous sommes conduits donc à prendre en compte une loi de commande robuste vis-à-vis de la variation paramétrique du modèle, et des perturbations qui sont dues au couple de charge.

## **2.7 Commande prédictive linéaire en discret (CPLD)**

### **2.7.1 Objectif de la commande prédictive**

Dans cette partie, nous allons décrire le principe de base pour la réalisation de la commande prédictive [55], [56]. Pour ce faire, nous supposons que le procédé est monovarié et qu'il n'y a pas de contraintes à respecter. La figure 2.1 illustre l'idée de base de la commande prédictive.

Le contrôle prédictif se base sur la connaissance à priori du procédé par l'intermédiaire d'un modèle, qui assure la prédiction de l'évolution des sorties en futur. Cette prédiction est

ensuite comparée à la sortie désirée sur un horizon fini, appelé horizon de prédiction  $N_p$ . Le calculateur détermine alors la séquence de commandes optimales  $\{u_k, \dots, u_{k+N_c}\}$  permettant de minimiser l'écart entre la sortie prédite et la référence mais seule la première composante est réellement appliquée. À l'instant d'échantillonnage suivant, l'horizon de prédiction glisse d'un pas et le problème d'optimisation est répété et ainsi de suite. C'est pourquoi cette stratégie de commande est appelée commande à horizon glissant ou commande à horizon fuyant.

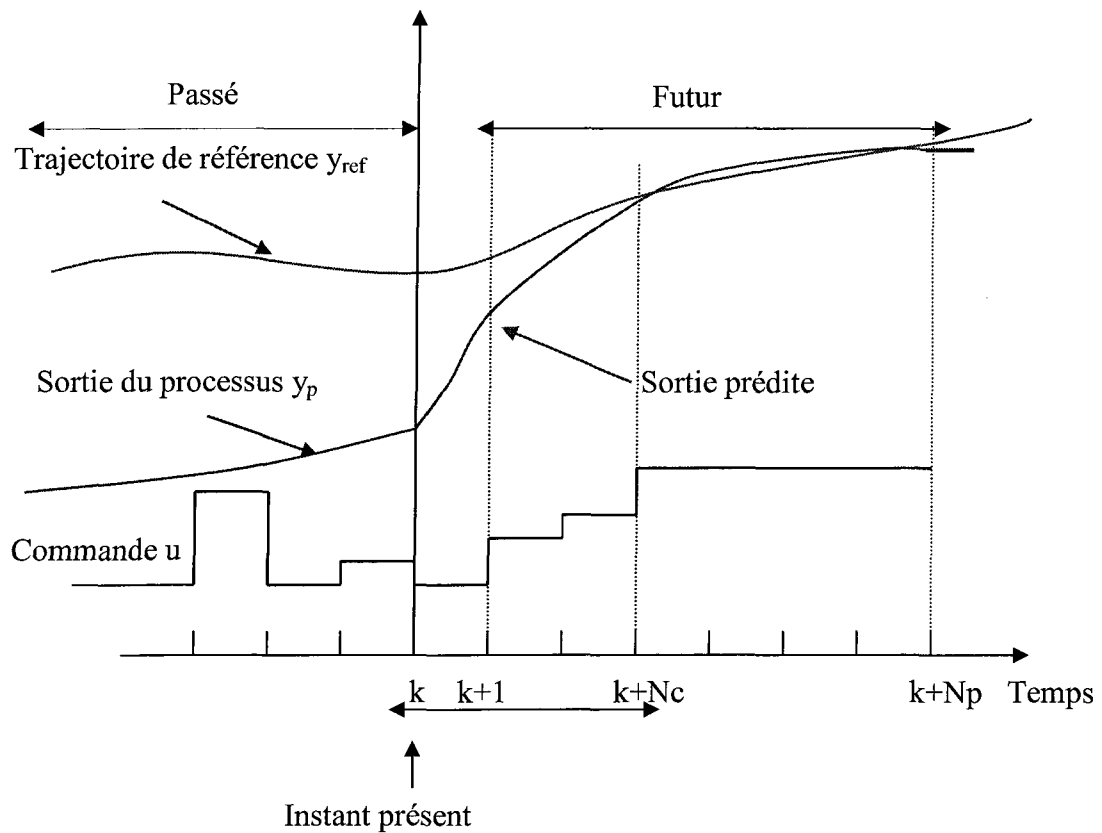


Figure 2.1 : Objectif de la commande

L'objectif de la poursuite de trajectoire de référence est formulé en termes de minimisation d'un critère d'optimisation sur un horizon de prédiction fini glissant. Nous nous ramenons, alors, au problème d'optimisation suivant :

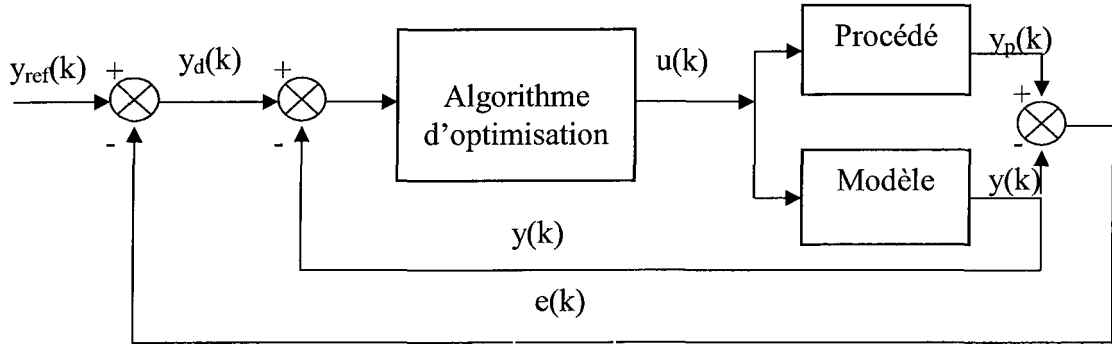
$$\min_{u(k) \dots u(k+N_c-1)} \mathfrak{J} = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} \left( y_{\text{ref}}(j) - y_p(j) \right)^2 + \sum_{j=k+1}^{j=k+N_c} \left( u(j-1) - u(j-2) \right)^T \gamma \left( u(j-1) - u(j-2) \right) \quad (2.51)$$

où :

$\gamma$  est un paramètre positif, qui pénalise la variation de la commande.

### 2.7.2 Position du problème et modèle interne

À partir de l'expression (2.51), nous remarquons que le problème d'optimisation s'écrit en fonction de la trajectoire de référence et de la sortie du procédé dans le futur. En ce qui concerne la trajectoire de référence, elle est supposée connue sur l'horizon de prédiction. Par contre, concernant la sortie du procédé, nous ne disposons que des mesures à l'instant présent. Par conséquent, il faut prévoir une structure de commande permettant d'évaluer les sorties futures ( $y_p$ ) sur l'horizon de prédiction  $N_p$ . Généralement, pour remédier à ce problème, nous faisons appel à la structure de commande par modèle interne (CMI), dont le schéma bloc est donné à la figure 2.2. Outre qu'elle est facile à mettre en œuvre, elle assure la robustesse de la commande en présence des incertitudes paramétriques et des perturbations sur la sortie.



**Figure 2.2 : Structure de la commande à modèle interne**

$$y_d(k) = y_{ref}(k) - e(k) \quad (2.52)$$

$$y_d(k) = y_{ref}(k) - y_p(k) + y(k) \quad (2.53)$$

Ce qui implique :

$$y_d(k) - y(k) = y_{ref}(k) - y_p(k) \quad (2.54)$$

En remplaçant l'expression ci-dessus dans la formule du critère d'optimisation donnée par (2.51), nous obtenons :

$$\mathfrak{J} = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} (y_d(j) - y(j))^2 + \sum_{j=k+1}^{j=k+N_c} (u(j-1) - u(j-2))^T \gamma (u(j-1) - u(j-2)) \quad (2.55)$$

Par conséquent, avoir comme objectif la poursuite de trajectoire de référence par la sortie du procédé signifie qu'on désire que le signal de sortie  $y$  issu du modèle suive le signal désiré  $y_d$ . En plus, la poursuite de trajectoire est assurée même si la sortie du modèle est différente de celle du procédé.

Pour la réalisation de la commande par modèle interne [57], nous prenons  $e(j)$  égal à  $e(k)$  sur tout l'horizon de prédiction  $N_p$ , c'est-à-dire :

$$e(j) = e(k) \quad \forall j \in [k+1, k+N_p] \quad (2.56)$$

De ce fait, connaissant  $y_{\text{ref}}(j)$  sur l'horizon de prédiction, il suffit d'exploiter l'équation (2.53) pour prédire  $y_d(j)$  sur l'horizon de prédiction.

### 2.7.3 Extension aux systèmes multivariables

D'après ce qui précède, le problème de la commande prédictive monovariante, sans contraintes, se résume à un problème d'optimisation quadratique. Pour généraliser cette stratégie de commande pour les procédés multivariables, il suffit de modifier le critère de performance de la façon suivante :

$$\mathfrak{J} = \sum_{j=k+1}^{j=k+N_p} (y_d(j) - y(j))Q(y_d(j) - y(j)) + \sum_{j=k+1}^{k=k+N_c} (u(j-1) - u(j-2))^T R (u(j-1) - u(j-2)) \quad (2.57)$$

où :

$Q$  et  $R$  sont des matrices de pondération respectivement sur la sortie et sur la commande. Elles sont définies positives.

En général, la commande prédictive se base sur les points suivants :

- **Une trajectoire de référence dans le futur :** elle représente le comportement désiré du procédé. Sa détermination est très importante, car elle représente les spécifications (performances dynamiques, stabilité) du procédé en boucle fermée.
- **Un modèle du procédé à commander :** il représente l'évolution du comportement dynamique du procédé. Il assure la prédiction des sorties au futur sur l'horizon de prédiction. Dans la majorité des cas, le modèle utilisé est linéaire et discret.

- **Un critère d'optimisation dans le futur** : il est appelé aussi critère de performance ou fonction coût, est la traduction mathématique des objectifs de contrôle du procédé sous les contraintes de fonctionnement. En général, ce critère est quadratique, il est composé de deux parties. La première partie relative à la poursuite de trajectoire s'écrit en fonction de l'erreur entre la sortie du procédé et la sortie du modèle de référence. La deuxième partie concernant la pénalisation issue du cahier de charges (contraintes) s'écrit en fonction de la commande, des variables d'états et des sorties du procédé. Dans notre cas, elle est donnée par (2.57).
- **La méthode de résolution** : c'est un algorithme qui fournit la séquence de commande qui permet à la sortie du procédé de poursuivre la trajectoire de référence sur un horizon de prédiction. Dans notre cas, la dérivée de la fonction coût par rapport à la commande est suffisante pour élaborer la commande optimale.

#### 2.7.4 Application à la machine synchrone à aimants permanents

Le modèle du système joue un rôle central dans la commande prédictive. En effet, si le modèle choisi est non linéaire, la résolution du problème d'optimisation (2.57) doit se faire en ligne; ce qui peut nécessiter un temps de calcul important. Un autre inconvénient réside dans le fait que la recherche d'un optimum global n'est pas toujours garantie. Pour remédier à ce problème, nous utilisons le modèle linéaire obtenu via la stratégie de découplage par compensation tout en négligeant le couple de réluctance.

Ainsi, à partir des objectifs de la commande et des équations de Park, le comportement du moteur peut être représenté par le modèle linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bv \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.58)$$

Les matrices d'état [A], d'entrée [B] et d'observation [C] sont respectivement données par :

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_q} & -p\psi_f \\ 0 & \frac{p}{J}\psi_f & -\frac{F}{J} \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les vecteurs d'états [x] et de sortie [y] sont respectivement données par :

$$x = \begin{bmatrix} i_d & i_q & \omega_r \end{bmatrix}^T ; \quad y = \begin{bmatrix} i_d \\ \omega_r \end{bmatrix}$$

v est une nouvelle variable de commande, elle est donnée par :

$$v = \begin{bmatrix} u_d + p\omega_r L_q i_q \\ u_q - p\omega_r L_d i_d \end{bmatrix}$$

En outre, pour la simplicité au cours de développement de la commande, le modèle linéaire donné par (2.58) doit être écrit en temps discret comme suit :

$$\begin{cases} x[k+1] = A_d x[k] + B_d v[k] \\ y[k+1] = Cx[k+1] \end{cases} \quad (2.59)$$

avec :

$$\begin{cases} A_d = e^{(A.T_s)} \\ B_d = A^{-1} \left( e^{(A.T_s)} - I_{3 \times 3} \right) B \end{cases}$$

où:

$T_s$  est le temps d'échantillonnage.

En exploitant les équations précédentes, le modèle de prédiction sur l'horizon glissant  $N_p$  est donné sous la forme vectorielle suivante :

$$Y(k+1) = \begin{bmatrix} y(k+1) & \cdots & y(k+N_p) \end{bmatrix}^T = \tilde{A}x(k) + \tilde{B}V(k) \quad (2.60)$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}; \tilde{B} = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & 0 \\ CAB & CB & 0 & 0 \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & \cdots & CB \end{bmatrix}; V(k) = \begin{bmatrix} v(k) \\ v(k+1) \\ \vdots \\ v(k+N_p-1) \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Supposons que l'horizon de commande est égal à celui de la prédiction, la fonction coût donnée par (2.57) devient :

$$\mathfrak{J} = \left( Y_d(k+1) - \tilde{A}x(k) - \tilde{B}V(k) \right)^T Q \left( Y_d(k+1) - \tilde{A}x(k) - \tilde{B}V(k) \right) + \Delta V(k)^T R \Delta V(k) \quad (2.62)$$

$$Y_d(k+1) = \begin{bmatrix} y_{\text{ref}}(k+1) - e(k) \\ \vdots \\ y_{\text{ref}}(k+N_p) - e(k) \end{bmatrix}; \Delta V(k) = V(k) - V(k-1) \quad (2.63)$$

La solution optimale est ensuite obtenue par dérivation de l'indice de performance (2.62) par rapport au vecteur de commande  $V(k)$ . Le calcul de la dérivée de la fonction coût donne :

$$\frac{d\mathfrak{J}}{dV(k)} = -2(\tilde{B})^T \tilde{Q} \left( Y_d(k+1) - \tilde{A}x(k) - \tilde{B}V(k) \right) + 2 \left( \frac{d(\Delta V(k))}{dV(k)} \right)^T R \Delta V(k) \quad (2.64)$$

avec :

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & Q \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

D'autre part, nous notons que :

$$\left( \frac{d(\Delta V(k))}{dV(k)} \right)^T R = \begin{bmatrix} R & -R & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R & -R & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & 0 & R & -R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

Ceci conduit à :

$$2 \left( \frac{d(\Delta V(k))}{dV(k)} \right)^T R \Delta V(k) = 2\tilde{R}V(k) - 2\hat{R}v(k-1) \quad (2.67)$$

avec :

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 2R & -R & \cdots & \cdots & 0 \\ -R & 2R & -R & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & -R & 2R & -R \\ 0 & 0 & 0 & -R & R \end{bmatrix} ; \hat{R} = \begin{bmatrix} R \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

La solution optimale assurant la minimisation du critère de performance sur l'horizon fuyant se résume à la résolution du système d'équations suivant :

$$\frac{d\mathfrak{J}}{dV(k)} = -2(\tilde{B})^T \tilde{Q} (Y_d(k+1) - \tilde{A}x(k) - \tilde{B}V(k)) + 2\tilde{R}V(k) - 2\hat{R}v(k-1) = 0 \quad (2.69)$$

À partir de l'équation ci-dessus, nous pouvons montrer que la commande optimale s'exprime de la manière suivante :

$$V(k) = \left( \tilde{R} + \tilde{B}^T \tilde{Q} \tilde{B} \right)^{-1} \left[ \tilde{B}^T \tilde{Q} Y_d(k+1) - \tilde{B}^T \tilde{Q} \tilde{A} x(k) + \hat{R} v(k-1) \right] \quad (2.70)$$

L'optimisation analytique fournit la séquence de commandes futures dont seule la première composante sera effectivement appliquée sur le système. La procédure est répétée de nouveau à la période d'échantillonnage suivante selon le principe d'horizon fuyant.

## 2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons passé en revue quelques lois de commande pour le moteur synchrone à aimants permanents ; à savoir : la commande scalaire, la commande vectorielle, la commande par linéarisation entrée-sortie, la commande par platitude et la commande prédictive à horizon fuyant.

En ce qui concerne la commande scalaire et la commande vectorielle, elles sont robustes vis-à-vis du couple de charge et des paramètres incertains. Cela est dû en particulier à l'action intégrale contenue dans la boucle de commande. Cependant, il est connu que ces stratégies ne permettent pas d'offrir de bonnes performances lors de la poursuite de trajectoires.

Du côté de la commande non linéaire, à savoir la commande linéarisante et la commande par platitude, elles conviennent parfaitement pour la poursuite de trajectoires. Néanmoins, leurs performances dépendent fortement de la valeur du couple de charge, qui est supposée connue, et des paramètres de la machine. Nous sommes ainsi conduits à combiner la commande non linéaire à des algorithmes adaptatifs ou à d'autres modes de commande pour assurer la robustesse.

Concernant la commande prédictive à horizon glissant, elle permet d'offrir de bonnes performances dynamiques et statiques. Cependant, elle est difficile à implanter pour les systèmes à dynamique rapide, car elle requiert plus de puissance de calcul pour des applications en temps réel.

## **CHAPITRE 3**

### **COMMANDE PRÉDICTIVE EN STRUCTURE DIRECTE AVEC OBSERVATEUR DE PERTURBATIONS**

#### **3.1 Introduction**

Dans ce chapitre, nous allons concevoir deux types de contrôleurs prédictifs non linéaires pour la machine synchrone à aimants permanents, basés sur l'expansion en séries de Taylor. Le premier est appelé contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale (CPNLVM), il a comme objectif la minimisation de l'erreur entre la sortie du modèle du système et la sortie du modèle de référence. Le second est appelé contrôleur prédictif non linéaire généralisé (CPNLG), il se base sur la minimisation de l'intégrale de l'erreur entre la sortie du modèle du système et la sortie du modèle de référence.

L'inconvénient majeur de ces contrôleurs réside dans le manque de la robustesse vis-à-vis des erreurs de modélisation et la variation du couple résistant. Pour remédier à cet inconvénient, les erreurs de modélisation et la variation du couple de charge seront prises en compte dans le modèle de la machine et seront supposées être des perturbations inconnues et non mesurables, mais bornées dans le temps. Il est donc nécessaire de les estimer. À cet effet, nous avons proposé un estimateur de perturbations basé sur une nouvelle fonction de design  $l(x)$ , car le degré relatif de la perturbation (couple de charge)

affectant la régulation de la vitesse est inférieur à celui de la commande. En outre, nous avons conçu un schéma anti-saturation, et ce, à partir de la prise en compte des blocs limiteurs des variables manipulées dans la conception de l'estimateur.

### 3.2 Modèle non linéaire de la machine synchrone à aimants permanents

En tenant compte des perturbations affectant la régulation de la sortie, le modèle du moteur synchrone à aimants permanents établi dans un référentiel fixe lié au rotor (d, q) est décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x) + g_1 u(t) + g_2 b(t) \\ y_i(t) = h_i(x); \quad i = 1, 2 \end{cases} \quad (3.1)$$

avec :

$$\begin{cases} x = [i_d \quad i_q \quad \omega_r]^T; u = [u_d \quad u_q]^T; b = [f_d \quad f_\omega]^T \\ y = [i_d \quad \omega_r]^T \end{cases} \quad (3.2)$$

Les champs de vecteurs  $g_1$ ,  $g_2$  et  $f$  sont donnés par :

$$g_1 = [g_d \quad g_q] = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad g_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} p \omega_r i_q \\ -\frac{R_s}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} p \omega_r i_d - \frac{\psi_f p \omega_r}{L_q} \\ \frac{p}{J} (\psi_f i_q + (L_d - L_q) i_q i_d) - \frac{F}{J} \omega_r \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

où :

$b$  : représente la perturbation qui affecte la régulation des sorties. Sa dynamique est supposée lente par rapport à celle des autres variables d'états. Nous pouvons donc écrire :

$$\frac{db}{dt} = 0 \quad (3.5)$$

### 3.3 Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale (CPNLVM)

Selon le principe de la commande prédictive à variance minimale [68], la fonction coût utilisée pour élaborer la loi de commande prédictive pour le moteur synchrone à aimants permanents s'écrit comme suit :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} (e_d(t+T_2))^2 + \frac{1}{2} (e_\omega(t+T_1))^2 \quad (3.6)$$

avec :

$$\begin{cases} e_d(t+T_1) = y_{1r}(t+T_1) - y_1(t+T_1) \\ e_\omega(t+T_2) = y_{2r}(t+T_2) - y_2(t+T_2) \end{cases} \quad (3.7)$$

où :

$y_i(t+T_i)$  est la prédiction de la sortie à  $T_i$  pas

$y_{ir}(t+T_i)$  est la trajectoire de référence au futur

Dans ce cas, Nous aurons :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} y_1(t+T_1) & y_2(t+T_2) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} i_d(t+T_1) & \omega_r(t+T_2) \end{bmatrix}^T \\ \begin{bmatrix} y_{1r}(t+T_1) & y_{2r}(t+T_2) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} i_{dref}(t+T_1) & \omega_{ref}(t+T_2) \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (3.8)$$

La prédiction des sorties est réalisée à partir de l'expansion en séries de Taylor à l'ordre  $\rho_i$ . L'indice caractéristique  $\rho_i$  associé à une sortie  $y_i$ , est défini dans le chapitre 2. Il est le plus petit entier strictement positif tel que  $L_{g_j} L_f^{\rho_i-1} h_i(x) \neq 0$  pour au moins un  $j=1, \dots, m$ . Nous avons donc :

$$\begin{cases} \rho_1 = 1 \\ \rho_2 = 2 \end{cases} \quad (3.9)$$

### 3.3.1 Conception de la loi de commande

L'objectif du contrôle prédictif à variance minimale est de calculer la commande minimisant la fonction coût définie par (3.6). La prédiction des erreurs de sortie est réalisée à partir de l'expansion en série de Taylor, qui est exprimée par les dérivées de Lie. La différentiation de la sortie par rapport au temps est répétée  $\rho_i$  fois, pour faire apparaître la commande. L'indice caractéristique correspondant à chaque sortie est défini par (3.9).

Le degré relatif est la somme de tous les indices caractéristiques. Dans le cas de la machine synchrone à aimants permanents, sa valeur est de :

$$r = \rho_1 + \rho_2 = 1 + 2 = 3 \quad (3.10)$$

Puisque, le degré relatif est égal à l'ordre du système, le problème de la dynamique des zéros (états inobservables) ne se pose plus [92].

Compte tenu de (3.5) et (3.9), la dérivation des sorties par rapport au temps donne :

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = L_f h_1(x) + L_{g_1} h_1(x) u(t) + L_{g_2} h_1(x) b(t) \\ \dot{y}_2(t) = L_f h_2(x) + L_{g_2} h_2(x) b(t) \\ \ddot{y}_2(t) = L_f^2 h_2(x) + L_{g_1} L_f h_2(x) u(t) + L_{g_2} L_f h_2(x) b(t) \end{cases} \quad (3.11)$$

Les références au futur sont calculées approximativement par l'expansion en séries de Taylor, ce qui conduit à :

$$\begin{bmatrix} e_d(t+T_1) & e_\omega(t+T_2) \end{bmatrix}^T = Y(T_1, T_2) E(t) \quad (3.12)$$

où :

$$E(t) = \begin{bmatrix} e_d(t) & \dot{e}_d(t) & e_\omega(t) & \dot{e}_\omega(t) & \ddot{e}_\omega(t) \end{bmatrix}^T \quad (3.13)$$

et :

$$Y(T_1, T_2) = \begin{bmatrix} Y_1(T_1) \\ Y_2(T_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_2 & \frac{T_2^2}{2} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

En exploitant (3.11), (3.13) devient :

$$E(t) = \begin{bmatrix} e_d(t) \\ \dot{y}_{1r}(t) - L_f h_1(x) \\ e_\omega(t) \\ \dot{y}_{2r}(t) - L_f h_2(x) \\ \ddot{y}_{2r}(t) - L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ L_{g_1} h_1(x) \\ 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_1} L_f h_2(x) \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ L_{g_2} h_1(x) \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_2} h_2(x) \\ L_{g_2} L_f h_2(x) \end{bmatrix} b(t) \quad (3.15)$$

La substitution de (3.12) dans (3.6) donne :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} E(t)^T \Pi(T_1, T_2) E(t) \quad (3.16)$$

où :

$$\Pi(T_1, T_2) = Y_1(T_1)^T Y_1(T_1) + Y_2(T_2)^T Y_2(T_2) \quad (3.17)$$

En développant l'expression ci-dessus, il vient :

$$\Pi(T_1, T_2) = \begin{bmatrix} 1 & T_1 & 0 & 0 & 0 \\ T_1 & T_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_2 & \frac{T_2^2}{2} \\ 0 & 0 & T_2 & T_2^2 & \frac{T_2^3}{2} \\ 0 & 0 & \frac{T_2^2}{2} & \frac{T_2^3}{2} & \frac{T_2^4}{4} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Finalement, la loi de commande vérifie la condition suivante :

$$\frac{d\mathfrak{S}}{du} = 0 \quad (3.19)$$

Cela revient à résoudre le système d'équations suivant :

$$\left( \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ L_{g_1} h_1(x) \\ 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_1} L_f h_2(x) \end{bmatrix} \right)^T \Pi(T) \left( \begin{bmatrix} -e_d(t) \\ L_f h_1(x) - \dot{y}_{1r} \\ -e_\omega(t) \\ L_f h_2(x) - \dot{y}_{2r}(t) \\ L_f^2 h_2(x) - \ddot{y}_{2r}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ L_{g_1} h_1(x) \\ 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_1} L_f h_2(x) \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ L_{g_2} h_1(x) \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_2} h_2(x) \\ L_{g_2} L_f h_2(x) \end{bmatrix} b(t) \right) = 0 \quad (3.20)$$

avec :

$$T = (T_1, T_2) \quad (3.21)$$

Il en découle la solution optimale suivante :

$$u(t) = G_1(x)^{-1} \left( \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^1 \sigma_i^1(y_{1r}^{(i)}(t) - L_f^i h_1(x)) \\ \sum_{i=0}^2 \sigma_i^2(y_{2r}^{(i)}(t) - L_f^i h_2(x)) \end{bmatrix} - G_2(x) b(t) \right) \quad (3.22)$$

où :

$$\begin{cases} \sigma_0^1 = \frac{1}{T_1}; \sigma_1^1 = 1; \\ \sigma_0^2 = \frac{2}{T_2^2}; \sigma_1^2 = \frac{2}{T_2}; \sigma_2^2 = 1; \end{cases} \quad (3.23)$$

et :

$$G_1(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ \frac{p}{JL_d}(L_d - L_q)i_q & \frac{p}{JL_q}(\psi_f + (L_d - L_q)i_d) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

La matrice  $G_1(x)$  est non inversible si et seulement si :

$$(\psi_f + (L_d - L_q)i_d) \neq 0 \quad (3.25)$$

La matrice  $G_2(x)$  est donnée par :

$$G_2(x) = \begin{bmatrix} L_{g_2} h_1(x) \\ L_{g_2} L_f h_2(x) + \sigma_1^2 L_{g_2} h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_d} & 0 \\ -\frac{p(L_d - L_q)i_q}{JL_d} & \frac{1}{J}(-\sigma_1^2 + \frac{F}{J}) \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Dans le cas d'une machine synchrone à aimants permanents à pôles lisses, il n'y a pas de singularité. Par contre, si la machine synchrone à aimants permanents est à pôles saillants, la condition (3.25) ne correspond pas à un point de fonctionnement normal, car cela signifie que la machine est désexcitée.

La loi de commande (3.22) s'écrit en fonction des dérivées de Lie et des dérivées temporelles de la référence. Il est à noter aussi que la référence de la vitesse doit être dérivable deux fois. De manière générale, l'approche choisie est d'appliquer aux consignes

de vitesse un filtre du 2<sup>e</sup> ordre permettant d'obtenir une trajectoire de référence qui soit dérivable deux fois. En plus, la dynamique du filtre est choisie de telle façon que le courant ne dépasse pas sa valeur maximale pendant le régime transitoire.

### 3.3.2 Dynamique et stabilité du système bouclé

#### 3.3.2.1 Cas où la valeur de la perturbation est connue

La stabilité du système bouclé est l'une des propriétés importantes à satisfaire lors de l'élaboration d'une loi de commande. En effet, en substituant le contrôleur prédictif (3.22) dans (3.15), nous trouvons :

$$\begin{cases} \sigma_1^1 \dot{e}_d(t) + \sigma_0^1 e_d(t) = 0 \\ \sigma_2^2 \ddot{e}_\omega(t) + \sigma_1^2 \dot{e}_\omega(t) + \sigma_0^2 e_\omega(t) = 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

Par définition, l'étude de la stabilité en boucle fermée passe par l'étude des polynômes caractéristiques suivants :

$$\begin{cases} s + \sigma_0^1 = 0 \\ s^2 + \sigma_1^2 s + \sigma_0^2 = 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

Les racines de ces deux polynômes caractéristiques sont :

$$\begin{cases} s_d = -\frac{1}{T_1} \\ s_{1\omega} = \frac{-1-i}{T_2} \quad ; \quad s_{2\omega} = \frac{-1+i}{T_2} \end{cases} \quad (3.29)$$

Puisque le temps de prédiction est positif, les racines définies par (3.29) sont à parties réelles strictement négatives. Par conséquent, le système en boucle fermée en présence d'information sur la perturbation est asymptotiquement stable et la dynamique de l'erreur

de poursuite dépend uniquement du temps de prédiction. Il est à noter aussi qu'un temps de prédiction petit se traduit par une réponse très rapide.

### 3.3.2.2 Cas où la valeur de la perturbation est estimée

En absence d'information sur les perturbations affectant la régulation, la loi de commande est calculée à partir de l'estimée de la perturbation. De ce fait, l'expression de la commande devient :

$$u(t) = G_1(x)^{-1} \left( \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^1 \sigma_i^1 (y_{1r}^{(i)}(t) - L_f^i h_1(x)) \\ \sum_{i=0}^2 \sigma_i^2 (y_{2r}^{(i)}(t) - L_f^i h_2(x)) \end{bmatrix} - G_2(x) \hat{b}(t) \right) \quad (3.30)$$

En remplaçant la loi de commande donnée par (3.30) dans (3.15), nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \sigma_0^1 e_d(t) + \sigma_1^1 \dot{e}_d(t) \\ \sigma_0^2 e_\omega(t) + \sigma_1^2 \dot{e}_\omega(t) + \sigma_2^2 \ddot{e}_\omega(t) \end{bmatrix} + G_2(x)(b - \hat{b}) = 0 \quad (3.31)$$

Par conséquent, la stabilité du système bouclé dépend aussi de l'estimateur de la perturbation.

### 3.3.3 Conception de l'estimateur de perturbation

Si nous ne connaissons pas exactement la valeur de la perturbation, la sortie ne pourra pas suivre exactement la référence désirée. Pour pallier ce problème, nous allons construire un estimateur de perturbations. Ensuite, nous allons injecter la valeur estimée dans la loi de commande pour compenser les erreurs causées par le couple résistant et les erreurs de modélisation.

Le contrôleur prédictif proposé par Chen et al. [66] est combiné avec un observateur de perturbations, réalisé à partir de la commande prédictive pour rendre la commande robuste vis-à-vis des perturbations externes. Toutefois, la fonction mathématique utilisée par Chen et al. [66] pour construire l'observateur de perturbations est valable juste pour les systèmes non linéaires dont le degré relatif de la perturbation est supérieur ou égal à celui de l'entrée, ce qui n'est pas le cas pour les machines électriques. Nous proposons alors une nouvelle fonction mathématique pour élaborer et analyser la stabilité de l'observateur.

D'après les travaux de Chen et al. [66] et Feng et al. [67], un observateur initial de perturbation est donné par la relation :

$$\dot{\hat{b}}(t) = -l(x)g_2\hat{b}(t) + l(x)(\dot{x} - f(x) - g_1u(t)) \quad (3.32)$$

où :

$l(x)$  est un gain à déterminer.

L'erreur de l'observation est donnée par :

$$e_b(t) = (b(t) - \hat{b}(t)) \quad (3.33)$$

D'après (3.1), nous trouvons :

$$g_2b(t) = \dot{x}(t) - f(x) - g_1u(t) \quad (3.34)$$

À partir de (3.5), (3.32), (3.33) et (3.34), nous pouvons montrer que l'erreur dynamique de l'observateur est gouvernée par :

$$\dot{e}_b(t) + l(x)g_2e_b(t) = 0 \quad (3.35)$$

Par conséquent, l'observateur est asymptotiquement stable s'il existe une fonction  $l(x)$  telle que le terme  $[-l(x)g_2]$  est stable pour tout  $x \in \mathcal{R}^3$ . D'après [66], [67], la fonction  $l(x)$  peut être choisie comme suit :

$$l(x) = \frac{\partial p(x)}{\partial x} \quad (3.36)$$

Chen et al [66], ont proposé une fonction générale pour le cas où le degré relatif de l'entrée est inférieur ou égal à celui de la perturbation. En revanche, ils sont mentionné qu'il est très compliqué de trouver une fonction générale  $p(x)$  pour un système non linéaire dont le degré relatif de l'entrée est supérieur à celui de la perturbation. Dans le cas de la machine synchrone à aimants permanents, où le degré relatif du couple de charge est inférieur à celui de la commande affectant la vitesse, nous proposons la matrice suivante :

$$p(x) = \mu \begin{bmatrix} p_1(x) \\ p_2(x) \end{bmatrix} = \mu \begin{bmatrix} h_1(x) \\ \sigma_1^2 h_2(x) + L_f h_2(x) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

où :

$\mu$  est une matrice non nulle et à coefficients constants.

À partir de (3.36) et (3.37), il vient :

$$l(x)g_2 = \mu \begin{bmatrix} L_{g_2} h_1(x) \\ \sigma_1^2 L_{g_2} h_2(x) + L_{g_2} L_f h_2(x) \end{bmatrix} = \mu G_2(x) \quad (3.38)$$

$$l(x)f(x) = \mu \begin{bmatrix} L_f h_1(x) \\ \sigma_1^2 L_f h_2(x) + L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$l(x)g_1 = \mu \begin{bmatrix} L_{g_1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f h_2(x) \end{bmatrix} = \mu G_1(x) \quad (3.40)$$

$$l(x)\dot{x}(t) = \mu \frac{\partial p}{\partial x} \dot{x}(t) = \mu \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \sigma_1^2 \dot{y}_2 + \ddot{y}_2 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

En substituant la loi de commande (3.30) et les expressions (3.38), (3.39), (3.40) et (3.41) dans l'expression initiale de l'observateur donnée par l'équation (3.32) et après simplification, nous aboutissons à la formulation suivante pour l'estimateur de perturbations :

$$\dot{\hat{b}}(t) = -\mu \begin{bmatrix} \left( \sigma_0^1 e_d(t) + \dot{e}_d(t) \right) \\ \left( \sigma_0^2 e_\omega(t) + \sigma_1^2 \dot{e}_\omega(t) + \ddot{e}_\omega(t) \right) \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

En intégrant l'équation ci-dessus, il vient :

$$\hat{b}(t) = -\mu \begin{bmatrix} \left( \sigma_0^1 \int_0^t e_d(\tau) d\tau + e_d(t) \right) \\ \left( \sigma_0^2 \int_0^t e_\omega(\tau) d\tau + \sigma_1^2 e_\omega(t) + \dot{e}_\omega(t) \right) \end{bmatrix} + \bar{b}(0) \quad (3.43)$$

avec :

$$\bar{b}(0) = \hat{b}(0) + \mu \begin{bmatrix} e_d(0) \\ \left( \sigma_1^2 e_\omega(0) + \dot{e}_\omega(0) \right) \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Par conséquent, si nous prenons :

$$\hat{b}(0) = -\mu \begin{bmatrix} e_d(0) \\ \left( \sigma_1^2 e_\omega(0) + \dot{e}_\omega(0) \right) \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Nous aboutissons à :

$$\hat{\mathbf{b}}(t) = \begin{bmatrix} \hat{f}_d \\ \hat{f}_\omega \end{bmatrix} = -\mu \begin{bmatrix} \left( \sigma_0^1 \int_0^t e_d(\tau) d\tau + e_d(t) \right) \\ \left( \sigma_0^2 \int_0^t e_\omega(\tau) d\tau + \sigma_1^2 e_\omega(t) + \dot{e}_\omega(t) \right) \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Finalement, l'estimateur de perturbation possède une structure PID, pour l'erreur de vitesse, et une structure PI pour l'erreur de la composante directe du courant. L'existence de l'action intégrale dans la loi de commande permet alors d'assurer une erreur statique nulle en régime permanent, et ce, en dépit des imperfections du modèle et de la variation du couple de charge. Il reste à déterminer les coefficients de la matrice  $\mu$  permettant de garantir la stabilité de l'observateur de perturbation.

En incluant (3.38) dans l'équation décrivant l'erreur dynamique de l'observateur (3.35), nous aboutissons à :

$$\dot{e}_b(t) = -\mu G_2(x) e_b(t) \quad (3.47)$$

Puisque la matrice  $G_2(x)$  est une matrice triangulaire inférieure et ces coefficients diagonaux sont constants, la matrice  $\mu$  peut être alors choisie comme une simple matrice diagonale :

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_d & 0 \\ 0 & \mu_\omega \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Alors, l'erreur dynamique de l'observateur est gouvernée par :

$$\dot{e}_b(t) = \begin{bmatrix} \frac{\mu_d}{L_d} & 0 \\ \frac{p(L_d - L_q)i_q}{JL_d} & \left( \frac{\sigma_1^2}{J} - \frac{F}{J^2} \right) \mu_\omega \end{bmatrix} e_b(t) \quad (3.49)$$

**Lemme 3.1:** Considérons le système (3.49) et supposons que la composante en quadrature du courant est bornée. L'origine ( $e_b = 0$ ) est globalement uniformément asymptotiquement stable pour toute matrice  $\mu$  vérifiant :

$$\frac{\mu_d}{L_d} < 0 \quad ; \quad \frac{\mu_\omega}{J} \left( \sigma_1^2 - \frac{F}{J} \right) < 0 \quad (3.50)$$

**Preuve du lemme 3.1 :** Pour l'analyse de la stabilité, nous choisissons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V(e_b) = \frac{1}{2} e_b^T P e_b = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} f_d - \hat{f}_d & f_\omega - \hat{f}_\omega \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} f_d - \hat{f}_d \\ f_\omega - \hat{f}_\omega \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

avec :

$P$  est une matrice définie positive, elle peut être choisie comme suit :

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

où :

$P_1$  et  $P_2$  sont des constantes strictement supérieures à zéro.

Le calcul de la dérivée de  $V$  par rapport au temps donne :

$$\frac{dV}{dt} = - \begin{bmatrix} f_d - \hat{f}_d \\ f_\omega - \hat{f}_\omega \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\frac{\mu_d}{L_d} P_1 & -\frac{p(L_d - L_q) i_q}{2JL_d} P_2 \\ -\frac{p(L_d - L_q) i_q}{2JL_d} P_2 & -\frac{\mu_\omega}{J} \left( \sigma_1^2 - \frac{F}{J} \right) P_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_d - \hat{f}_d \\ f_\omega - \hat{f}_\omega \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Notons que les coefficients de la matrice  $\mu$  satisfont l'inégalité (3.50), et la composante en quadrature du courant est supposée bornée. Ainsi, la borne supérieure de la dérivée de  $V$  par rapport au temps est donc donnée par :

$$\frac{dV}{dt} \leq \left\| (f_d - \hat{f}_d) \right\|^2 \frac{\mu_d}{L_d} P_1 + \left\| (f_\omega - \hat{f}_\omega) \right\|^2 \frac{\mu_\omega}{J} \left( \sigma_1^2 - \frac{F}{J} \right) P_2 + \left\| (f_d - \hat{f}_d) \right\| \left\| (f_\omega - \hat{f}_\omega) \right\| \frac{p \left\| (L_d - L_q) \right\| \left\| i_q \right\|}{J L_d} P_2 \quad (3.54)$$

Ceci conduit à :

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &\leq - \begin{bmatrix} \left\| (f_d - \hat{f}_d) \right\| \\ \left\| (f_\omega - \hat{f}_\omega) \right\| \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\frac{\mu_d}{L_d} P_1 & -\frac{p \left\| (L_d - L_q) \right\| \left\| i_q \right\|}{2J L_d} P_2 \\ -\frac{p \left\| (L_d - L_q) \right\| \left\| i_q \right\|}{2J L_d} P_2 & -\frac{\mu_\omega}{J} \left( \sigma_1^2 - \frac{F}{J} \right) P_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left\| (f_d - \hat{f}_d) \right\| \\ \left\| (f_\omega - \hat{f}_\omega) \right\| \end{bmatrix} \\ &\leq - \begin{bmatrix} \left\| (f_d - \hat{f}_d) \right\| & \left\| (f_\omega - \hat{f}_\omega) \right\| \end{bmatrix} \tilde{P} \begin{bmatrix} \left\| (f_d - \hat{f}_d) \right\| \\ \left\| (f_\omega - \hat{f}_\omega) \right\| \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Ainsi, la dérivée de V est négative seulement si la matrice  $\tilde{P}$  est définie positive. Sous la condition de stabilité donnée par (3.50), il s'ensuit que la matrice  $\tilde{P}$  est symétrique définie positive seulement si :

$$\frac{\mu_d \mu_\omega}{J L_d} \left( \sigma_1^2 - \frac{F}{J} \right) P_1 P_2 - \left( \frac{p \left\| (L_d - L_q) \right\| \left\| i_q \right\|}{2J L_d} \right)^2 P_2^2 > 0 \quad (3.56)$$

Ou encore :

$$\frac{\mu_d \mu_\omega}{J L_d} \left( \sigma_1^2 - \frac{F}{J} \right) P_1 > \left( \frac{p \left\| (L_d - L_q) \right\| \left\| i_q \right\|}{2J L_d} \right)^2 P_2 \quad (3.57)$$

La condition ci-dessus peut être vérifiée pour tout  $i_q$  borné, et ce, en choisissant arbitrairement une grande valeur pour  $P_1$  et une petite valeur pour  $P_2$ .

La négativité de la fonction de Lyapunov nous permet de conclure que l'origine ( $e_b = 0$ ) est globalement uniformément asymptotiquement stable pour tout  $i_q$  borné et pour toute matrice  $\mu$  vérifiant l'inégalité (3.50).

### 3.3.4 Stabilité globale

La stabilité globale du système bouclé (contrôleur + observateur de perturbation) peut être démontrée ici en supposant que les perturbations sont bornées et en utilisant les corollaires (10.3.2) et (10.3.3) définis par Isidori [93].

À partir de (3.31) et (3.49), nous obtenons :

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= \Psi(e, e_b) = K(T_1, T_2)e(t) + M(x)e_b(t) \\ \dot{e}_b(t) &= \Phi(e_b) = -\mu G_2(x)e_b(t)\end{aligned}\tag{3.58}$$

avec :

$$e = [e_1(t) \quad e_2(t) \quad e_3(t)]^T = [e_d(t) \quad e_\omega(t) \quad \dot{e}_\omega(t)]^T\tag{3.59}$$

et :

$$K(T_1, T_2) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2}{T_2^2} & -\frac{2}{T_2} \end{bmatrix}; \quad M(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{p(L_d - L_q)i_q}{JL_d} & \frac{1}{J} \left( \frac{2}{T_2} - \frac{F}{J} \right) \end{bmatrix}\tag{3.60}$$

Les valeurs propres de la matrice  $K(T_1, T_2)$  sont :

$$\lambda_1 = -\frac{1}{T_1}; \quad \lambda_2 = \frac{-1-i}{T_2}; \quad \lambda_3 = \frac{-1+i}{T_2}\tag{3.61}$$

La positivité du temps de prédiction nous permet de constater que toutes les valeurs propres définies par (3.61) sont à parties réelles strictement négatives. Par conséquent, l'équilibre  $(e=0)$  de  $\dot{e}(t) = \Psi(e, 0)$  est globalement asymptotiquement stable. De plus, nous avons montré précédemment que si la composante en quadrature du courant est bornée, la stabilité de l'équilibre  $(e_b=0)$  de  $\dot{e}_b(t) = \Phi(e_b)$  dépend uniquement du choix de la matrice  $\mu$ . Par conséquent, l'équilibre  $(e, e_b) = (0, 0)$  est globalement asymptotiquement stable seulement si  $i_q$  est bornée.

Compte tenu du modèle non linéaire du moteur synchrone à aimants permanents, nous pouvons écrire :

$$i_q = \frac{(J\dot{\omega}_r + F\omega_r + f_\omega)}{p(\psi_f + (L_d - L_q)i_d)} \quad (3.62)$$

Ou encore :

$$i_q = \frac{(J(\dot{y}_{2r} - \dot{e}_\omega) + F(y_{2r} - e_\omega) + f_\omega)}{p(\psi_f + (L_d - L_q)(y_{1r} - e_d))} \quad (3.63)$$

Comme la convergence de l'erreur de poursuite  $e_d$  ne dépend pas de l'erreur de poursuite  $e_\omega$ , son taux de convergence peut être réglé séparément en agissant sur le temps de prédiction  $T_1$ . Ce dernier doit être choisi très petit par rapport à celui de la boucle de la vitesse ( $T_1 < T_2$ ) de telle sorte que la réponse en courant (composante directe du courant) soit beaucoup plus rapide que celle en vitesse. Par conséquent, l'erreur de poursuite  $e_d$  tend vers zéro en un temps fini. Sous cette condition et le fait que les perturbations sont bornées,

la composante en quadrature du courant est bornée et ne dépend que des variables  $e_\omega$  et  $\dot{e}_\omega$  et de la référence de la vitesse et celle du courant.

Finalement avec les corollaires (10.3.2) et (10.3.3) définis par Isidori [93] pour les sous-systèmes connectés, nous pouvons conclure que le système en boucle fermée donné par (3.58) est globalement asymptotiquement stable.

Jusqu'à présent nous n'avons discuté que la question de la robustesse vis-à-vis des différentes incertitudes. Par contre, il est aussi obligatoire de prendre en considération, dans la conception de la loi de commande, des contraintes physiques électromagnétiques. Dans le schéma de la commande prédictive directe, le courant intervenant dans la production du couple n'est pas défini comme objectif de la commande. Par conséquent, il est impossible de limiter explicitement le courant par un bloc de saturation. De ce fait, une stratégie non linéaire spécifique à ce problème est alors nécessaire pour la protection de l'ensemble machine-onduleur contre les surintensités.

### **3.3.5 Observateur de perturbation en présence des blocs de saturation**

#### **3.3.5.1 Limitation par poursuite d'une trajectoire de vitesse**

La limitation du courant d'appel pendant les régimes transitoires s'effectue par la planification de la trajectoire de référence. En effet, le profil de la vitesse est déterminé en fonction du courant maximal de la machine. Pour cela, il suffit d'utiliser un filtre du 2<sup>e</sup> ordre dont les paramètres sont calculés pour respecter les contraintes sur le courant maximal et le couple nominal de charge. L'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle dépend des paramètres mécaniques de la machine.

### 3.5.5.2 Limitation par saturation (écrêtage) de la variable manipulée

Les contraintes sur les variables d'états (composante directe et en quadrature du courant) peuvent être converties en contraintes sur la commande (composante directe et en quadrature de la tension d'alimentation). Dans ce cadre, la limitation du courant peut être réalisée par la limitation des coordonnées de tension issues du contrôleur, et ce, par un simple bloc de saturation. Or, lorsque les blocs de saturation entrent en fonctionnement pendant les régimes transitoires, la contre-réaction se met hors circuit. Ceci conduit à la dégradation du comportement de l'observateur de perturbation à cause de l'existence d'une action intégrale dans la boucle de commande. De même, si la dynamique de la trajectoire de vitesse est très rapide, la réponse en vitesse inclut un dépassement. D'habitude, pour pallier ce problème, nous ajoutons aux régulateurs classiques PI des correcteurs anti-saturation. En effet, la prise en compte des blocs de saturation dans la conception des observateurs des incertitudes paramétriques et des perturbations externes permet d'aboutir à une nouvelle approche pour la synthèse des correcteurs anti-saturation.

En effet, pour limiter les variables manipulées, un bloc de limitation de la commande est placé à la sortie du régulateur. Par conséquent, l'expression initiale de l'observateur définie par (3.32) devient comme suit :

$$\dot{\hat{b}}(t) = -l(x)g_2\hat{b}(t) + l(x)\left(\dot{x} - f(x) - g_1(u_s(t))\right) \quad (3.64)$$

avec :

$$u_s(t) = \text{sat}(u(t)) = \begin{cases} u(t) & \text{if } u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max} \\ u_{\min} & \text{if } u(t) < u_{\min} \\ u_{\max} & \text{if } u(t) > u_{\max} \end{cases} \quad (3.65)$$

En plus, si nous définissons :

$$u_e(t) = u(t) - u_s(t) \quad (3.66)$$

L'expression de l'observateur défini par (3.64) devient :

$$\dot{\hat{b}}(t) = -l(x)g_2\hat{b}(t) + l(x)\left(\dot{x} - f(x) - g_1(u(t) - u_e(t))\right) \quad (3.67)$$

La même démarche que celle employée précédemment pour la construction de l'observateur de perturbations, en absence des blocs de saturation, est utilisée pour le développement de l'estimateur des perturbations en présence des blocs limiteurs. En développant (3.67), nous aboutissons à :

$$\hat{b}(t) = \hat{b}^*(t) + \mu \int_0^t G_1(x) u_e(\tau) d\tau \quad (3.68)$$

où :

$\hat{b}^*(t)$  est l'estimation de perturbations en absence des blocs limiteurs, elle est déterminée par (3.46).

Donc, si nous remplaçons l'estimateur (3.68) dans l'expression de la commande prédictive définie par (3.30), nous obtenons la loi de commande minimisant la fonction coût en présence des blocs de saturation :

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_d^{\text{ref}}(t) \\ u_q^{\text{ref}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_d^*(t) \\ u_q^*(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{u}_d(t) \\ \bar{u}_q(t) \end{bmatrix} = u^*(t) + \bar{u}(t) \quad (3.69)$$

avec :

$$u^*(t) = G_1(x)^{-1} \left( \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^1 \sigma_i^1 (y_{1r}^{(i)}(t) - L_f^i h_1(x)) \\ \sum_{i=0}^2 \sigma_i^2 (y_{2r}^{(i)}(t) - L_f^i h_2(x)) \end{bmatrix} - G_2(x) \hat{b}^*(t) \right) \quad (3.70)$$

et :

$$\bar{u}(t) = - \left( G_1(x)^{-1} G_2(x) \mu \int_0^t G_1(x) u_e(\tau) d\tau \right) \quad (3.71)$$

Nous remarquons bien qu'en présence de la saturation, l'action intégrale, définie par (3.71), est ajoutée à la commande pour compenser l'effet indésirable du bloc limiteur. Elle joue le rôle d'une compensatrice anti-saturation.

En pratique, la loi de commande obtenue dans le repère (d, q) est transformée dans le repère triphasé (a, b, c), et ce, en utilisant la transformation de Park suivante :

$$\begin{bmatrix} u_a^{\text{ref}}(t) \\ u_b^{\text{ref}}(t) \\ u_c^{\text{ref}}(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & \sin(p\theta) \\ \cos(p\theta - 2\pi/3) & \sin(p\theta - 2\pi/3) \\ \cos(p\theta - 4\pi/3) & \sin(p\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd}^{\text{ref}}(t) \\ u_{sq}^{\text{ref}}(t) \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Les références triphasées sont réalisées par un onduleur MLI dont les instants de commutation des interrupteurs sont déterminés par les points d'intersection entre les références désirées et un signal triangulaire de haute fréquence [94]. Par conséquent, la tension maximale qu'on peut obtenir aux bornes de la machine est égale à :

$$U_{\max} = \frac{V_{dc}}{2} \quad (3.73)$$

$V_{dc}$  représente la tension continue appliquée aux bornes des interrupteurs de l'onduleur.

Les variables  $u_{sd}^{ref}(t)$  et  $u_{sq}^{ref}(t)$  sont les sorties des blocs limiteurs. Elles sont définies par :

$$\begin{aligned} u_{sd}^{ref}(t) &= \text{sat}\left(u_d^{ref}(t)\right) \\ u_{sq}^{ref}(t) &= \text{sat}\left(u_q^{ref}(t)\right) \end{aligned} \quad (3.74)$$

En plus, pour que les variables manipulées ne dépassent pas les valeurs limites imposées par la tension continue appliquée aux bornes des interrupteurs de l'onduleur, il faut que les références de tension dans le repère (d, q) satisfassent la condition suivante :

$$\sqrt{\frac{2}{3}\left(\left(u_d^{ref}(t)\right)^2 + \left(u_q^{ref}(t)\right)^2\right)} \leq U_{max} \quad (3.75)$$

En pratique, l'inégalité ci-dessus peut être traduite comme suit :

$$\begin{aligned} -\sqrt{\frac{3}{2}}U_{max} &\leq u_d^{ref}(t) \leq \sqrt{\frac{3}{2}}U_{max} \\ -\sqrt{\left(\frac{3U_{max}^2}{2}\right) - \left(u_{sd}^{ref}(t)\right)^2} &\leq u_q^{ref}(t) \leq \sqrt{\left(\frac{3U_{max}^2}{2}\right) - \left(u_{sd}^{ref}(t)\right)^2} \end{aligned} \quad (3.76)$$

Maintenant, il reste à prévoir la méthode adéquate pour déterminer de nouvelles limites des variables manipulées de telle sorte que le courant circulant dans chaque phase ne dépasse pas sa valeur maximale, et ce, pendant les régimes transitoires. Pour cela, nous posons :

$$-I_{max} \leq i(t) \leq I_{max} \quad (3.77)$$

avec :

$i(t)$  : Le courant instantané circulant dans une phase de la machine

$I_{max}$  : Le courant maximal que peut supporter la machine

En outre, nous savons que :

$$\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & -\sin(p\theta) \\ \cos p(\theta - 2\pi/3) & -\sin(p\theta - 2\pi/3) \\ \cos(p\theta + 2\pi/3) & -\sin(p\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} i_{sa}(t) \\ i_{sb}(t) \\ i_{sc}(t) \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

Soit, en utilisant (3.77) et (3.78) :

$$\sqrt{\frac{2}{3} (i_d^2(t) + i_q^2(t))} \leq I_{\max} \quad (3.79)$$

À partir de l'équation ci-dessus, nous pouvons conclure que les contraintes sur le courant d'une phase peuvent être converties en contraintes sur la composante en quadrature du courant de la manière suivante :

$$-I_q^{\max} \leq i_q(t) \leq I_q^{\max} \quad (3.80)$$

avec :

$$I_q^{\max} = \sqrt{\left( \frac{3I_{\max}^2}{2} \right) - (i_{dref}(t))^2} \quad (3.81)$$

En général, dans le cas où le moteur utilisé est à pôles lisses, la composante directe du courant est réglée à zéro afin de garantir un fonctionnement à un rapport couple/intensité optimal. En revanche, dans le cas d'une machine synchrone à aimants permanents et à pôles saillants ou si nous voulons faire tourner la machine au-delà de la vitesse nominale (défluxage), la référence de la composante directe du courant peut être prise différente de zéro. Dans ce cas, elle doit vérifier la condition suivante :

$$-\sqrt{\frac{3}{2}} I_{\max} < i_{dref}(t) < \sqrt{\frac{3}{2}} I_{\max} \quad (3.82)$$

Afin de convertir les contraintes sur le courant en contraintes sur les variables de contrôle, nous définissons une nouvelle variable  $z(t)$  telle que :

$$z(t) = \varphi(x) = x_2(t) = i_q(t) \quad (3.83)$$

La fonction  $\varphi(x)$  est supposée continue et dérivable. L'indice caractéristique de la variable  $z(t)$  étant égale à 1, et la première dérivée de la variable  $z(t)$  ne dépend que d'une seule variable de commande. Par conséquent, les contraintes sur les courants peuvent être converties en contraintes sur la commande [85].

En utilisant l'expansion en séries de Taylor, nous obtenons :

$$z(t + \Delta t) = z(t) + \Delta t L_f \varphi(x) + \Delta t L_{g_q} \varphi(x) u_q(t) \quad (3.84)$$

L'incrément de temps  $\Delta t$  peut être choisi indépendamment pour respecter les contraintes sur les courants. En effet, à chaque pas d'échantillonnage, nous déterminons la limite de la variable manipulée qui permet au courant de ne pas dépasser sa valeur maximale, et ce, sur tout le temps de prédiction.

En exploitant (3.84), il vient :

$$u_q(t) = \frac{1}{\Delta t L_{g_q} \varphi(x)} [z(t + \Delta t) - z(t) - \Delta t L_f \varphi(x)] \quad (3.85)$$

avec :

$$L_{g_q} \varphi(x) = \frac{1}{L_q} \neq 0 \quad (3.86)$$

En développant (3.85), les limites additionnelles sur la commande permettant le respect des contraintes sur le courant s'expriment selon la relation :

$$\begin{bmatrix} u_q^{\max}(t) \\ u_q^{\min}(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta t L_{g_q} \varphi(x)} \begin{bmatrix} I_q^{\max} - z(t) - \Delta t L_f \varphi(x) \\ -I_q^{\max} - z(t) - \Delta t L_f \varphi(x) \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

$u_q^{\min}(t)$  et  $u_q^{\max}(t)$  sont les nouvelles limites sur la composante en quadrature de la tension.

En combinant (3.76) et (3.87), nous obtenons :

$$\begin{aligned} -\sqrt{\frac{3}{2}} U_{\max} &\leq u_d^{\text{ref}}(t) \leq \sqrt{\frac{3}{2}} U_{\max} \\ U_q^{\min}(t) &\leq u_q^{\text{ref}}(t) \leq U_q^{\max}(t) \end{aligned} \quad (3.88)$$

avec :

$$\begin{aligned} U_q^{\max}(t) &= \min \left\{ \sqrt{\left( \frac{3U_{\max}^2}{2} \right) - \left( u_{sd}^{\text{ref}}(t) \right)^2}; u_q^{\max}(t) \right\} \\ U_q^{\min}(t) &= \max \left\{ -\sqrt{\left( \frac{3U_{\max}^2}{2} \right) - \left( u_{sd}^{\text{ref}}(t) \right)^2}; u_q^{\min}(t) \right\} \end{aligned} \quad (3.89)$$

L'inconvénient majeur de cette stratégie est que les limites sur la composante en quadrature de tension, caractérisant le respect des contraintes sur le courant, dépendent fortement des paramètres électriques de la machine. Par conséquent, lorsqu'un des paramètres électriques varie, le contrôleur perd de son efficacité en termes de respect des contraintes sur le courant pendant les régimes transitoires.

### 3.4 Contrôleur prédictif non linéaire généralisé (CPNLG)

Selon le principe de la commande prédictive généralisée [68], la fonction coût traduisant l'objectif de la commande prédictive pour le moteur synchrone à aimants permanents prend la forme suivante :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \int_0^{T_1} (e_d(t+\tau))^2 d\tau + \frac{1}{2} \int_0^{T_2} (e_\omega(t+\tau))^2 d\tau \quad (3.90)$$

avec :

$$\begin{cases} e_d(t+\tau) = y_{1r}(t+\tau) - y_1(t+\tau) \\ e_\omega(t+\tau) = y_{2r}(t+\tau) - y_2(t+\tau) \end{cases} \quad (3.91)$$

où :

$T_i$  : est le temps de prédiction

$y(t+\tau)$  est la prédiction de la sortie du système à  $\tau$  pas

$y_r(t+\tau)$  est la trajectoire de référence au futur

Il est à noter que pour la machine synchrone à aimants permanents, les sorties au futur sont données par :

$$\begin{cases} [y_1(t+\tau) \quad y_2(t+\tau)]^T = [i_d(t+\tau) \quad \omega_r(t+\tau)]^T \\ [y_{1r}(t+\tau) \quad y_{2r}(t+\tau)]^T = [i_{dref}(t+\tau) \quad \omega_{ref}(t+\tau)]^T \end{cases} \quad (3.92)$$

L'objectif de cette stratégie est de trouver les commandes qui minimisent le critère de performance défini par (3.90).

Les sorties et leurs références au futur sont calculées approximativement par l'expansion en série de Taylor. La différentiation de la sortie  $y_i$  et sa référence  $y_{ir}$  par rapport au temps est répétée  $p_i$  fois, pour faire apparaître la commande, d'où:

$$\begin{cases} [y_1(t+\tau) \quad y_2(t+\tau)]^T = \Gamma(\tau) Y(t) \\ [y_{1r}(t+\tau) \quad y_{2r}(t+\tau)]^T = \Gamma(\tau) Y_r(t) \end{cases} \quad (3.93)$$

avec :

$$\begin{cases} Y(t) = [y_1 & y_2 & \dot{y}_1 & \dot{y}_2 & \ddot{y}_2]^T \\ Y_r(t) = [y_{1r} & y_{2r} & \dot{y}_{1r} & \dot{y}_{2r} & \ddot{y}_{2r}]^T \end{cases} \quad (3.94)$$

et :

$$\Gamma(\tau) = \begin{bmatrix} \Gamma_1(\tau) \\ \Gamma_2(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \tau & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \tau & \frac{\tau^2}{2} \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

En utilisant (3.93), le critère de performance quadratique défini par (3.90) peut être simplifié comme suit :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} (Y(t) - Y_r(t))^T \Lambda(T_1, T_2) (Y(t) - Y_r(t)) \quad (3.96)$$

avec :

$$\Lambda(T_1, T_2) = \int_0^{T_1} \Gamma_1(\tau)^T \Gamma_1(\tau) d\tau + \int_0^{T_2} \Gamma_2(\tau)^T \Gamma_2(\tau) d\tau \quad (3.97)$$

En développant l'expression ci-dessus, il vient :

$$\Lambda(T_1, T_2) = \begin{bmatrix} T_1 & 0 & \frac{T_1^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 & \frac{T_2^2}{2} & \frac{T_2^3}{6} \\ \frac{T_1^2}{2} & 0 & \frac{T_1^3}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T_2^2}{2} & 0 & \frac{T_2^3}{3} & \frac{T_2^4}{8} \\ 0 & \frac{T_2^3}{6} & 0 & \frac{T_2^4}{8} & \frac{T_2^5}{20} \end{bmatrix} \quad (3.98)$$

Combinant (3.11) et (3.94), nous obtenons :

$$(Y(t) - Y_r(t)) = \begin{bmatrix} y_1(t) - y_{1r}(t) \\ y_2(t) - y_{2r}(t) \\ L_f h_1(x) - \dot{y}_{1r}(t) \\ L_f h_2(x) - \dot{y}_{2r}(t) \\ L_f^2 h_2(x) - \ddot{y}_{2r}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_1} h_1(x) \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_1} L_f h_2(x) \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_2} h_1(x) \\ L_{g_2} h_2(x) \\ L_{g_2} L_f h_2(x) \end{bmatrix} b(t) \quad (3.99)$$

En absence des contraintes, la loi de commande minimisant la fonction coût est obtenue par la résolution de l'équation suivante :

$$\frac{d\mathfrak{J}}{du} = 0 \quad (3.100)$$

Cela revient à résoudre le système d'équations suivant :

$$\frac{d\mathfrak{J}}{du} = \left( \frac{d}{du} (Y(t) - Y_r(t)) \right)^T \Lambda(T_1, T_2) (Y(t) - Y_r(t)) = 0 \quad (3.101)$$

Cela est équivalent à :

$$\left( \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_1} h_1(x) \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_1} L_f h_2(x) \end{bmatrix} \right)^T \Lambda(T) \left( \begin{bmatrix} y_1(t) - y_{1r}(t) \\ y_2(t) - y_{2r}(t) \\ L_f h_1(x) - \dot{y}_{1r}(t) \\ L_f h_2(x) - \dot{y}_{2r}(t) \\ L_f^2 h_2(x) - \ddot{y}_{2r}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_1} h_1(x) \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_1} L_f h_2(x) \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \\ L_{g_2} h_1(x) \\ L_{g_2} h_2(x) \\ L_{g_2} L_f h_2(x) \end{bmatrix} b(t) \right) = 0 \quad (3.102)$$

Il en résulte la solution optimale suivante :

$$u(t) = G_1(x)^{-1} \left( \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^1 K_i^1 (y_{1r}^{(i)}(t) - L_f^i h_1(x)) \\ \sum_{i=0}^2 K_i^2 (y_{2r}^{(i)}(t) - L_f^i h_2(x)) \end{bmatrix} - G_2(x) b(t) \right) \quad (3.103)$$

avec :

$$\begin{cases} K_0^1 = \frac{3}{2T_1} & ; & K_1^1 = 1 \\ K_0^2 = \frac{10}{3T_2^2} & ; & K_1^2 = \frac{5}{2T_2} & ; & K_2^2 = 1 \end{cases} \quad (3.104)$$

L'expression de la matrice  $G_1(x)$  reste la même que celle développée pour la commande prédictive à variance minimale, et est définie par (3.24).

Dans le cas de la commande prédictive généralisée la matrice  $G_2(x)$  est donnée par :

$$G_2(x) = \begin{bmatrix} L_{g_2} h_1(x) \\ L_{g_2} L_f h_2(x) + K_1^2 L_{g_2} h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_d} & 0 \\ -\frac{p(L_d - L_q)i_q}{JL_d} & \frac{1}{J} \left( -K_1^2 + \frac{F}{J} \right) \end{bmatrix} \quad (3.105)$$

En connaissant la valeur de la perturbation, l'erreur dynamique évolue selon l'équation suivante :

$$\begin{cases} K_0^1 e_d(t) + K_1^1 \dot{e}_d(t) = 0 \\ K_0^2 e_\omega(t) + K_1^2 \dot{e}_\omega(t) + K_2^2 \ddot{e}_\omega(t) \end{cases} \quad (3.106)$$

Équation qui conduit aux racines suivantes :

$$\begin{cases} s_{1d} = -\frac{3}{2T_1} \\ s_{1\omega} = \frac{-1,25 - i1,3307}{T_2} & ; & s_{2\omega} = \frac{-1,25 + i1,3307}{T_2} \end{cases} \quad (3.107)$$

À partir de (3.107), nous déduisons que le système bouclé est stable. D'un autre côté, nous remarquons qu'un petit temps de prédiction se traduit par une réponse rapide. Cela se fait au détriment de l'effort du contrôle.

Dans le cas où la mesure de la perturbation n'est pas disponible, elle sera remplacée par son estimé. De la même manière que pour la commande prédictive à variance minimale, l'estimateur de perturbation, en absence des blocs de saturation, peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\hat{\mathbf{b}}(t) = - \begin{bmatrix} \mu_d \left( K_0^1 \int_0^t \mathbf{e}_d(\tau) d\tau + \mathbf{e}_d(t) \right) \\ \mu_\omega \left( K_0^2 \int_0^t \mathbf{e}_\omega(\tau) d\tau + K_1^2 \mathbf{e}_\omega(t) + \dot{\mathbf{e}}_\omega(t) \right) \end{bmatrix} \quad (3.108)$$

Nous montrons aussi que la stabilité de l'observateur (3.108) est assurée par :

$$\frac{\mu_d}{L_d} < 0 \quad ; \quad \mu_\omega \left( \frac{K_1^2}{J} - \frac{F}{J^2} \right) < 0 \quad (3.109)$$

La stabilité globale asymptotique peut être démontrée de la même manière que dans la section 3.3.4.

Dans le cas où des blocs de saturation sont utilisés pour limiter la tension issue du contrôleur, la loi de commande prend la forme suivante :

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_d^{\text{ref}}(t) \\ \mathbf{u}_q^{\text{ref}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_d^*(t) \\ \mathbf{u}_q^*(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{u}}_d(t) \\ \bar{\mathbf{u}}_q(t) \end{bmatrix} = \mathbf{u}^*(t) + \bar{\mathbf{u}}(t) \quad (3.110)$$

avec :

$$\mathbf{u}^*(t) = \mathbf{G}_1(\mathbf{x})^{-1} \left( \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^1 K_i^1 \left( y_{1r}^{(i)}(t) - L_f^i h_1(\mathbf{x}) \right) \\ \sum_{i=0}^2 K_i^2 \left( y_{2r}^{(i)}(t) - L_f^i h_2(\mathbf{x}) \right) \end{bmatrix} + \mathbf{G}_2(\mathbf{x}) \hat{\mathbf{b}}^*(t) \right) \quad (3.111)$$

et :

$$\bar{u}(t) = - \left( G_1(x)^{-1} G_2(x) \mu \int_0^t G_1(x) (u(\tau) - \text{sat}(u(\tau))) d\tau \right) \quad (3.112)$$

$\hat{b}^*(t)$  est donnée par (3.108)

Les valeurs limites des variables manipulées restent les mêmes que celles développées pour la commande prédictive à variance minimale. Elles sont définies par (3.88) et (3.89).

### 3.5 Comparaison avec la commande prédictive linéaire en discret (CPLD)

Afin de montrer l'efficacité de la commande prédictive basée sur le modèle à temps continu, nous avons effectué, en simulation sur MATLAB/SIMULINK, une comparaison entre les performances obtenues par la CPNLG et celles obtenues à l'aide de la commande prédictive linéaire synthétisée dans le second chapitre, et ce, à partir du modèle à temps discret.

Les paramètres du contrôleur prédictif non linéaire sont : le temps de discrétisation  $T_s = 1\mu s$ , le temps d'échantillonnage du contrôleur  $T_c = 100\mu s$ , le temps de prédiction pour la régulation de courant  $T_1 = 0,5ms$  et le temps de prédiction pour la régulation de la vitesse  $T_2 = 5ms$ . En plus, pour assurer la stabilité des observateurs, nous prenons  $\mu_d = -0,1$  et  $\mu_\omega = -0,00001$ .

Enfin, afin de tester la rapidité du rejet de perturbation, à  $t = 0,3s$ , nous avons appliqué un couple de charge égale à  $0,4Nm$ .

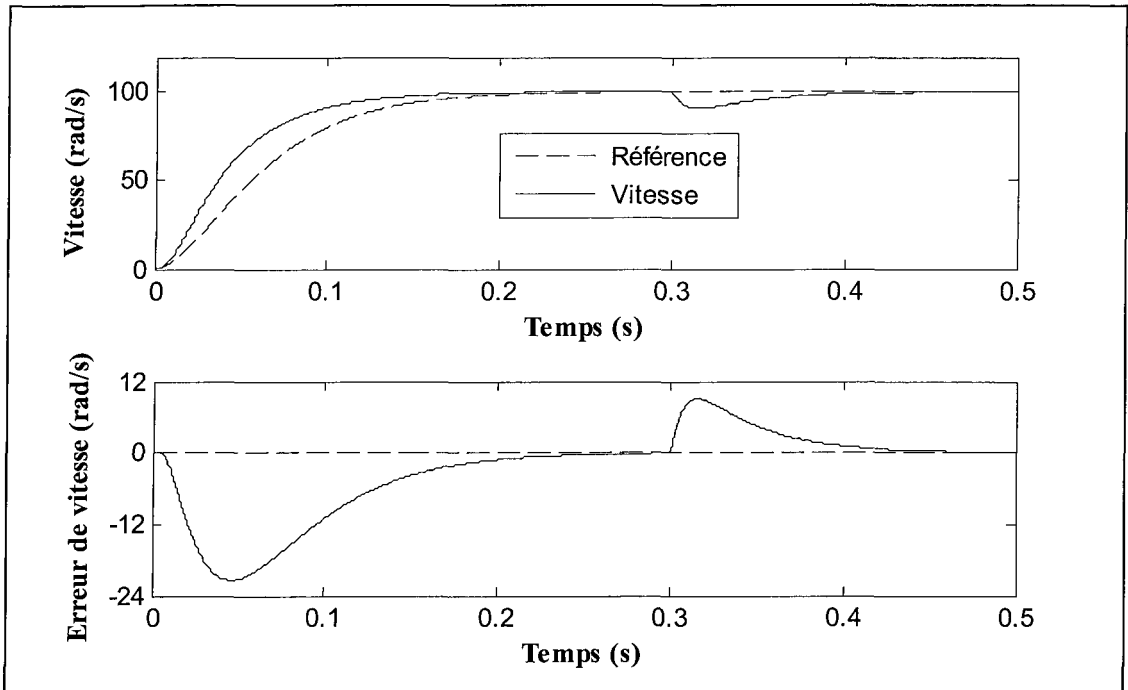


Figure 3.1 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par CPLD : Suivi de trajectoire avec rejet de perturbation à  $t = 0,3s$

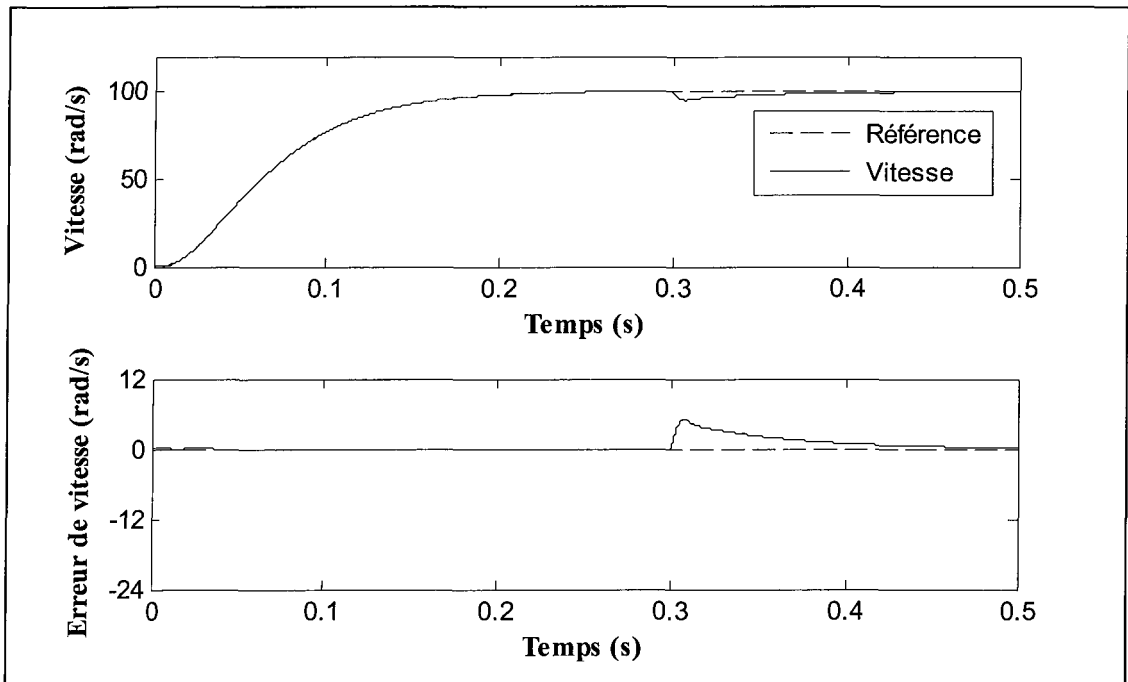


Figure 3.2 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Suivi de trajectoire avec rejet de perturbation à  $t = 0,3s$

La figure 3.1 correspond à la commande prédictive classique basée sur le modèle à temps discret tandis que la figure 3.2 présente le contrôleur prédictif proposé. Les résultats obtenus montrent que la commande prédictive basée sur le modèle établi à temps continu offre des meilleures perspectives en termes de suivi de trajectoires et du rejet de perturbations.

Notons que lorsque la commande prédictive linéaire en discret (CPLD) parvient à quelques résultats, c'est toujours à la suite des manipulations des matrices R et Q et de l'horizon de prédiction  $N_p$ , considérés comme des paramètres importants de synthèse. Dans notre cas, nous avons choisi :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 20000000 \end{bmatrix} ; Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} ; N_p = 800 ; T_s = 0,0001s \quad (3.113)$$

### 3.6 Résultats expérimentaux

Les paramètres des deux contrôleurs CPNLVM et CPNLG sont : le temps d'échantillonnage du contrôleur  $T_c=100\mu s$ , le temps de prédiction pour la régulation de courant  $T_1=0,5ms$  et le temps de prédiction pour la régulation de la vitesse  $T_2=5ms$ . En plus, pour assurer la stabilité des observateurs, nous prenons  $\mu_d=-0,1$  et  $\mu_\omega=-0,00001$ .

D'un autre côté, le moteur électrique est couplé à une génératrice à courant continu qui débite sur une résistance électrique variable. Cette dernière est choisie de telle façon que la valeur efficace de courant de phase soit égale à 3,18A, à une vitesse rotorique de 100rad/s.

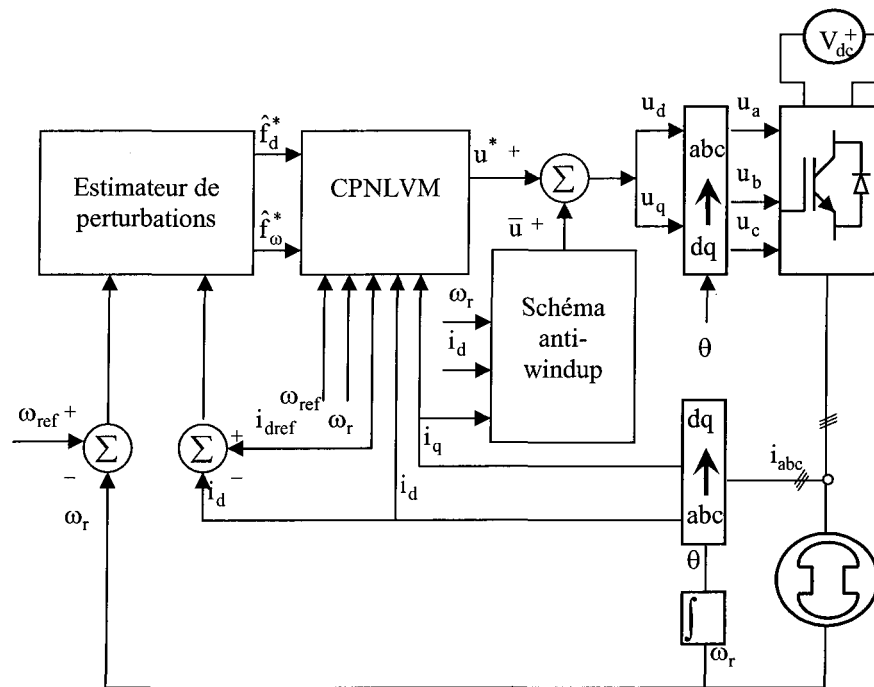
### 3.6.1 Évaluation de performances du CPNLVM

Afin d'évaluer les performances en temps réel du contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale, nous avons réalisé des essais en procédant comme suit :

- Pour tester la poursuite de trajectoire, la consigne de vitesse a été prise variable puis elle est suivie d'un filtre de 2<sup>e</sup> ordre pour limiter le courant d'appel pendant les régimes transitoires. La référence de la composante directe du courant a été fixée à zéro.
- Afin de tester la robustesse du contrôleur, les paramètres électriques et mécaniques sont variés dans le contrôleur prédictif à  $t=1s$ . En effet, la valeur de la résistance et de l'inductance en quadrature devient égale à la moitié de la valeur nominale, tandis que la valeur de l'inductance directe devient égale au double de sa valeur nominale. D'un autre côté, la valeur du flux magnétique est augmentée de 20% de sa valeur nominale. En ce qui concerne les paramètres mécaniques (coefficient d'amortissement et moment d'inertie), ils deviennent égaux aux moitiés de leurs valeurs nominales.
- Dans le but de tester les performances du contrôleur au niveau du rejet de perturbation, à  $t=1s$ , la valeur de la résistance électrique branchée aux bornes du générateur est diminuée brusquement, et ce, pour augmenter le couple résistant appliqué sur l'arbre de moteur.
- Enfin, pour tester l'efficacité du schéma anti-saturation, la consigne de vitesse est passée par un filtre du second ordre dont la dynamique est choisie très rapide de telle façon que le courant de phase dépasse, en régime transitoire, sa valeur maximale. Cela

permet de tester l'efficacité du schéma anti-saturation lorsque la dynamique de la référence de vitesse est trop rapide.

La structure de commande permettant la réalisation du CPNLVM en structure directe sur la machine synchrone à aimants permanents est illustrée dans le schéma bloc suivant :



**Figure 3.3 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale (CPNLVM) en structure directe**

Les résultats expérimentaux obtenus avec le CPNLVM en structure directe sont donnés par les figures 3.4 à 3.15.

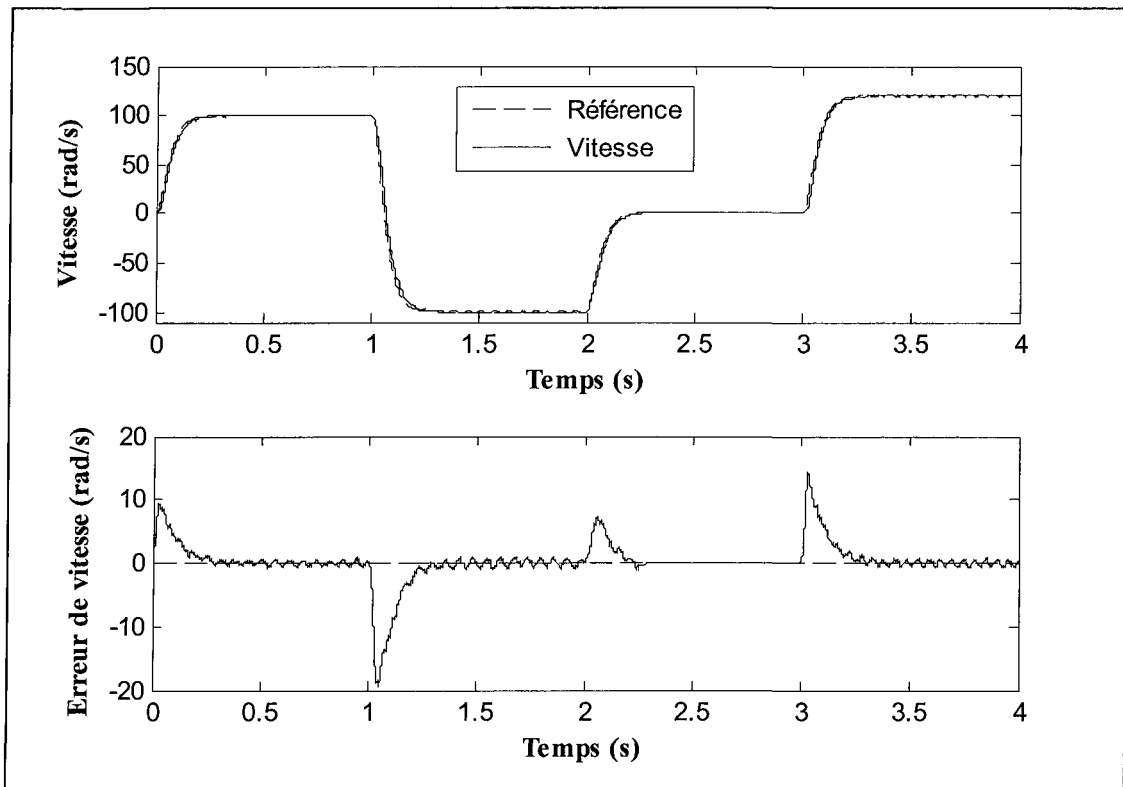


Figure 3.4 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM : Performance en poursuite de trajectoire

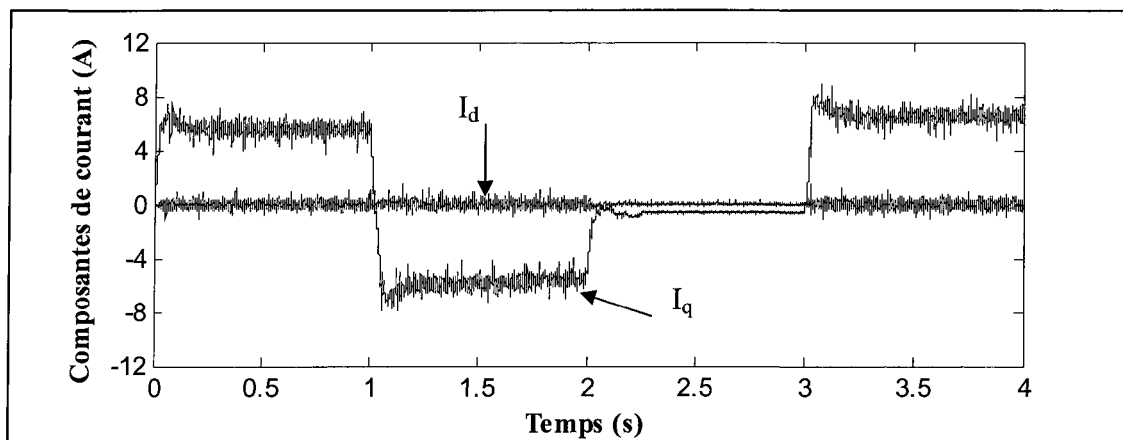


Figure 3.5 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM : Performance en poursuite de trajectoire

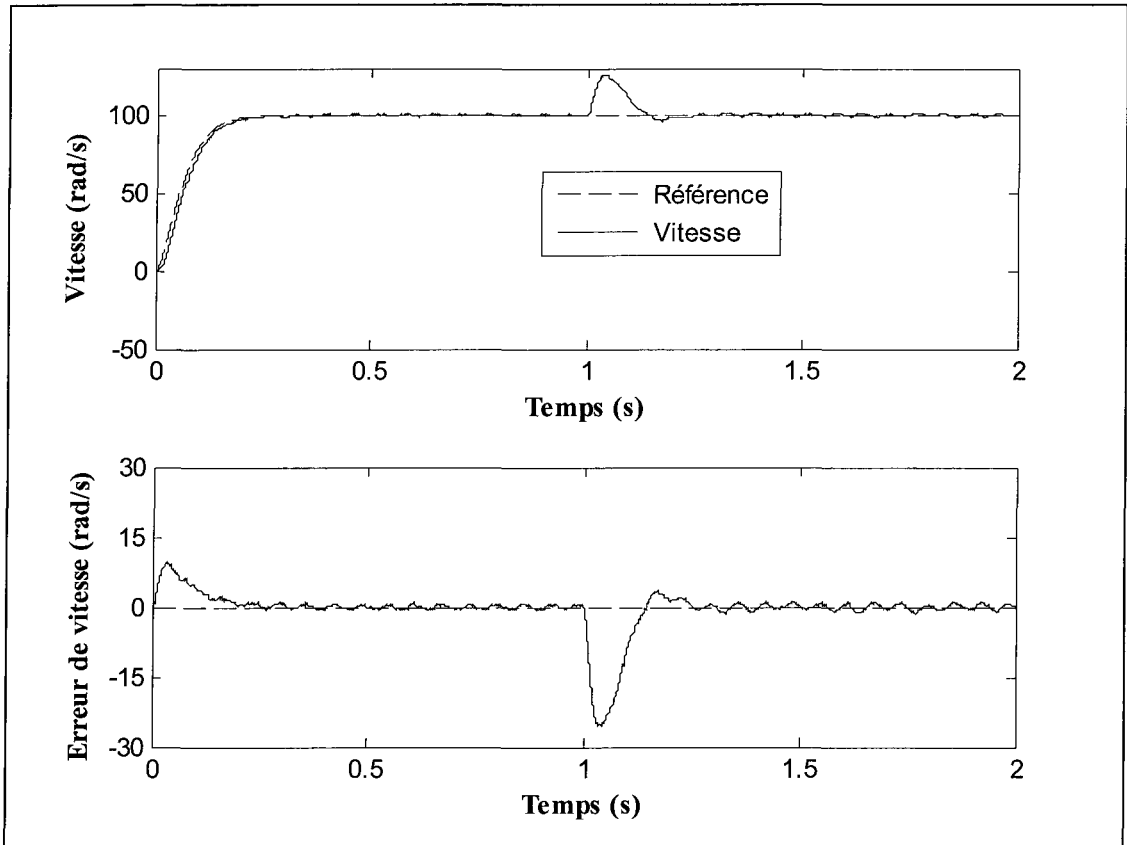


Figure 3.6 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à  $t = 1$  s

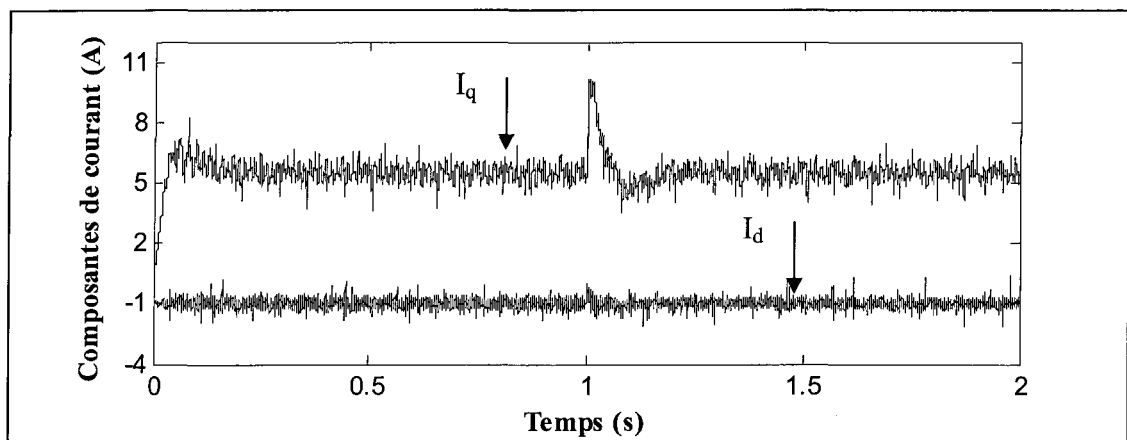


Figure 3.7 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à  $t = 1$  s

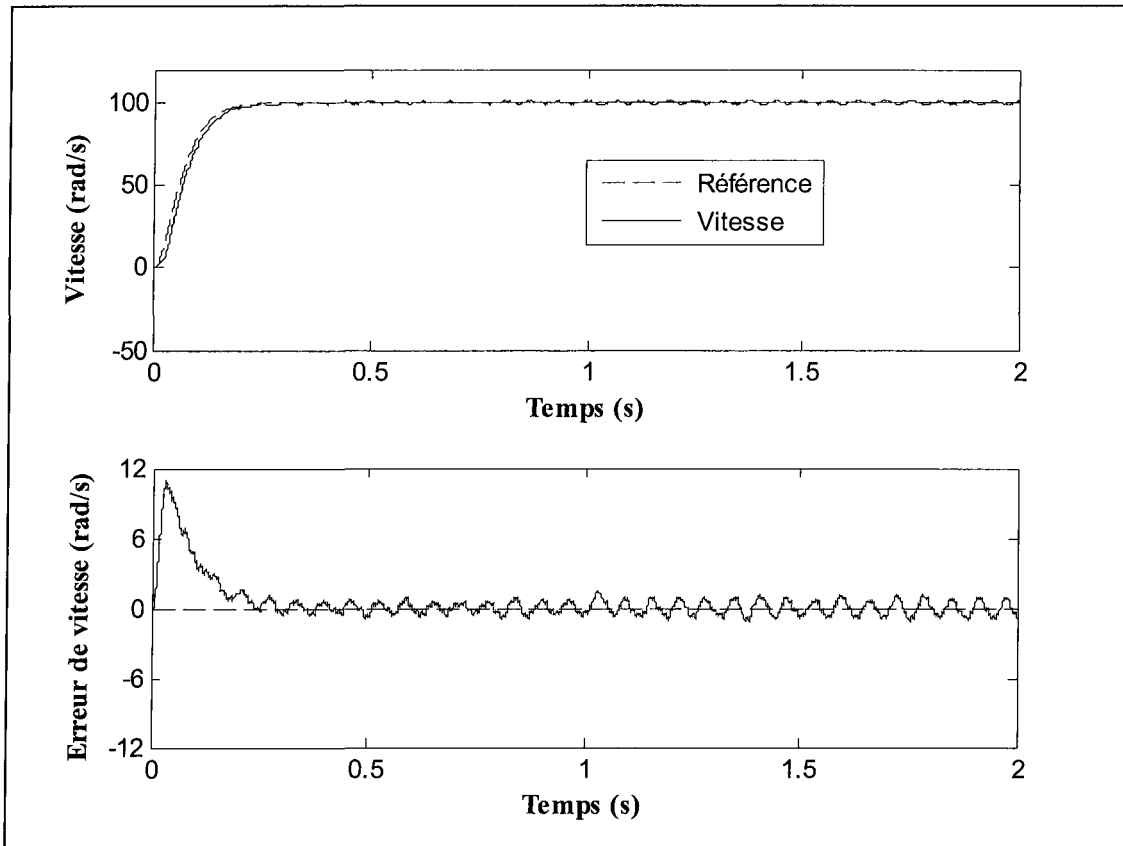


Figure 3.8 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 1s$

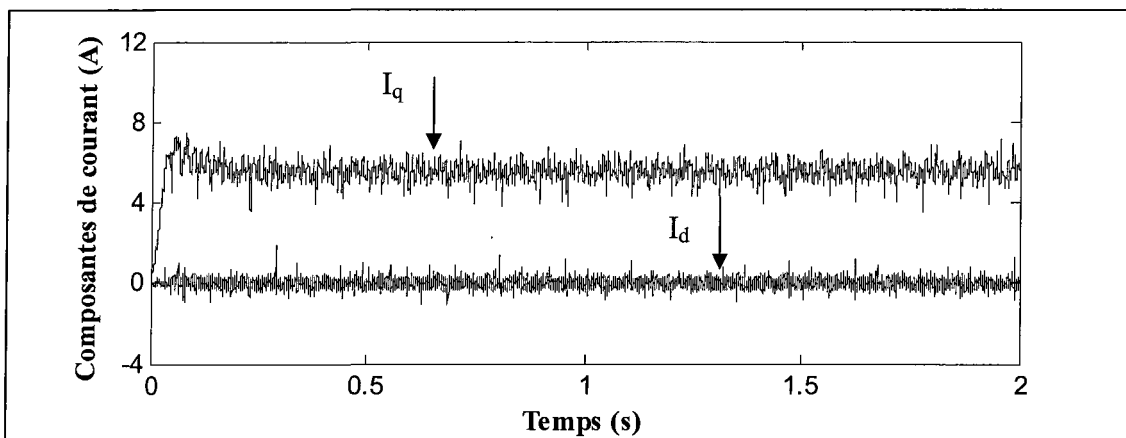


Figure 3.9 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 1s$

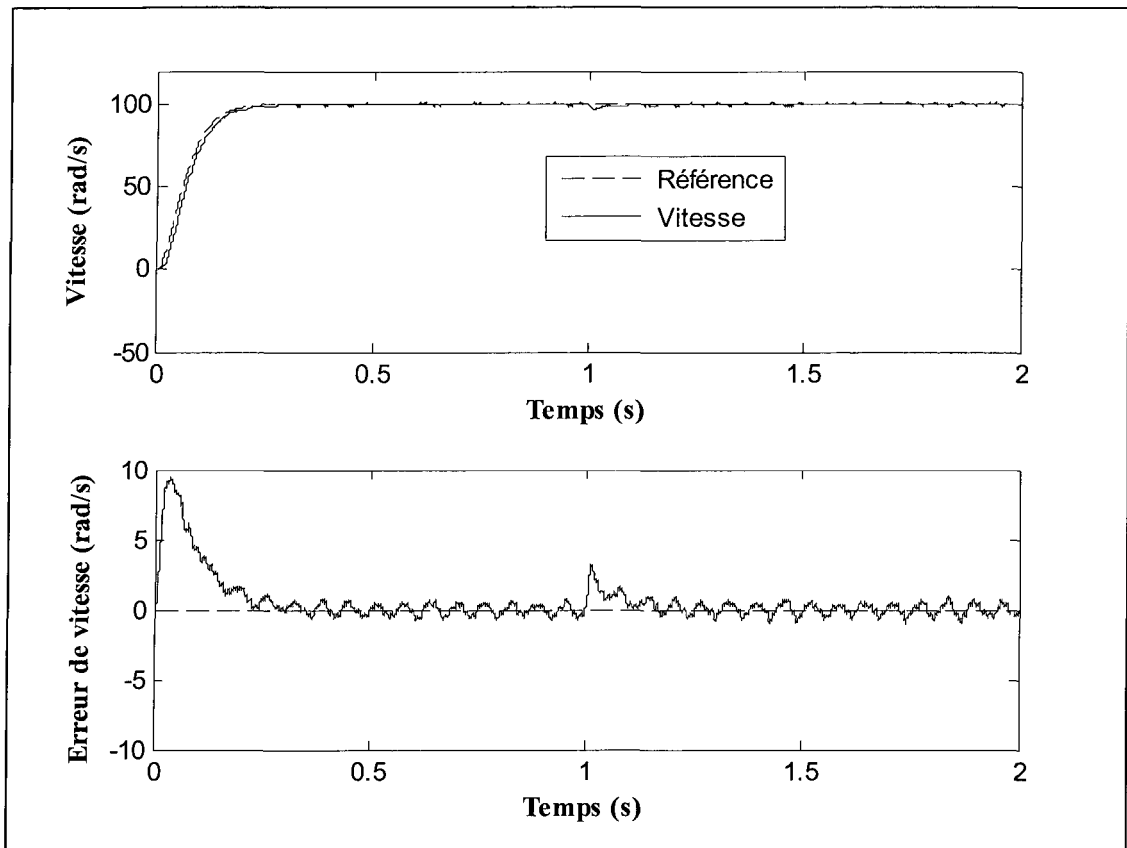


Figure 3.10 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM : Variation brusque du couple de charge à  $t = 1$ s

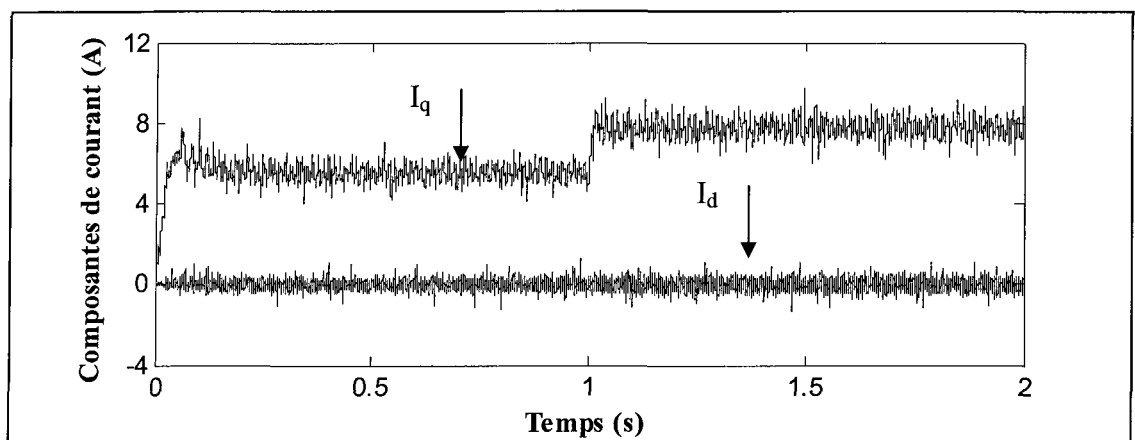


Figure 3.11 : Composante directe et composante en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM : Variation brusque du couple de charge à  $t = 1$ s

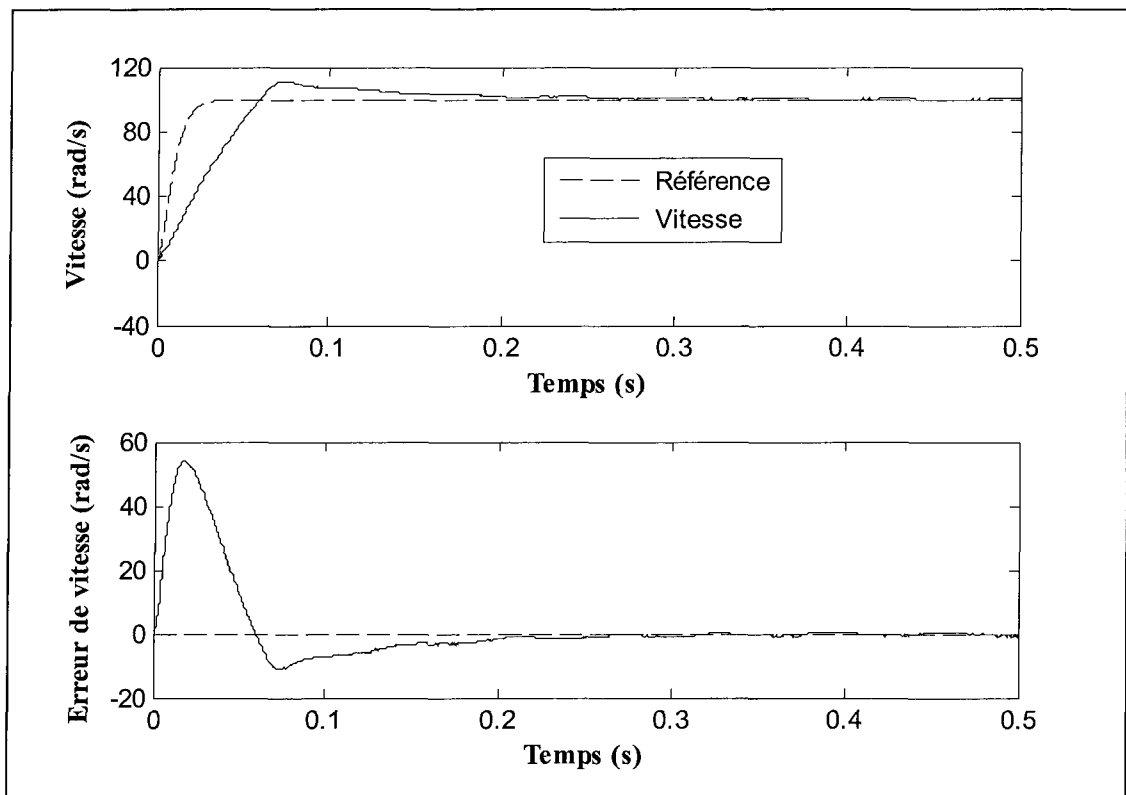


Figure 3.12 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation

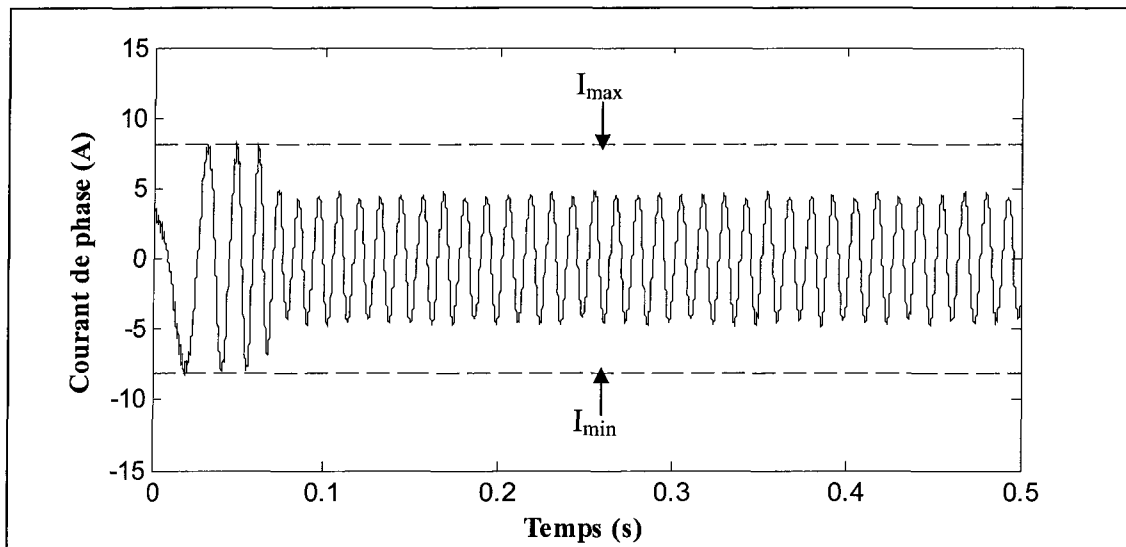


Figure 3.13 : Courant de phase du système piloté par le CPNLVM : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation

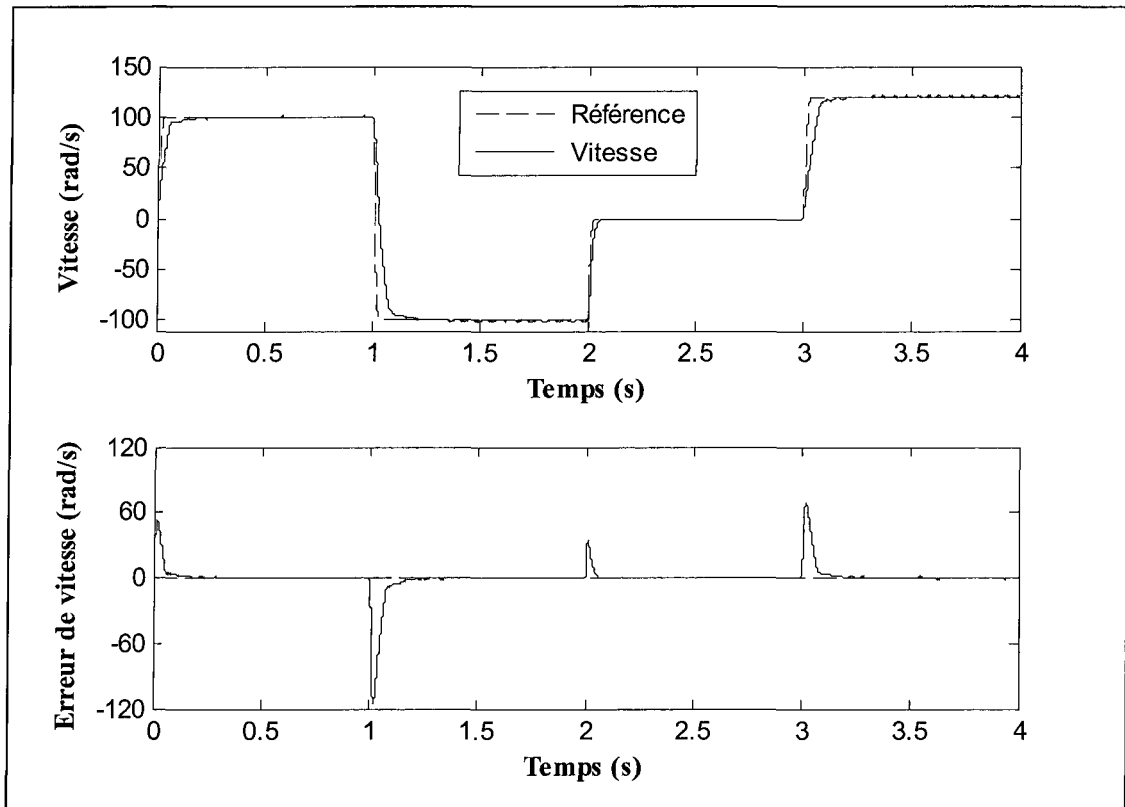


Figure 3.14 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM : Référence variable à dynamique rapide avec schéma anti-saturation

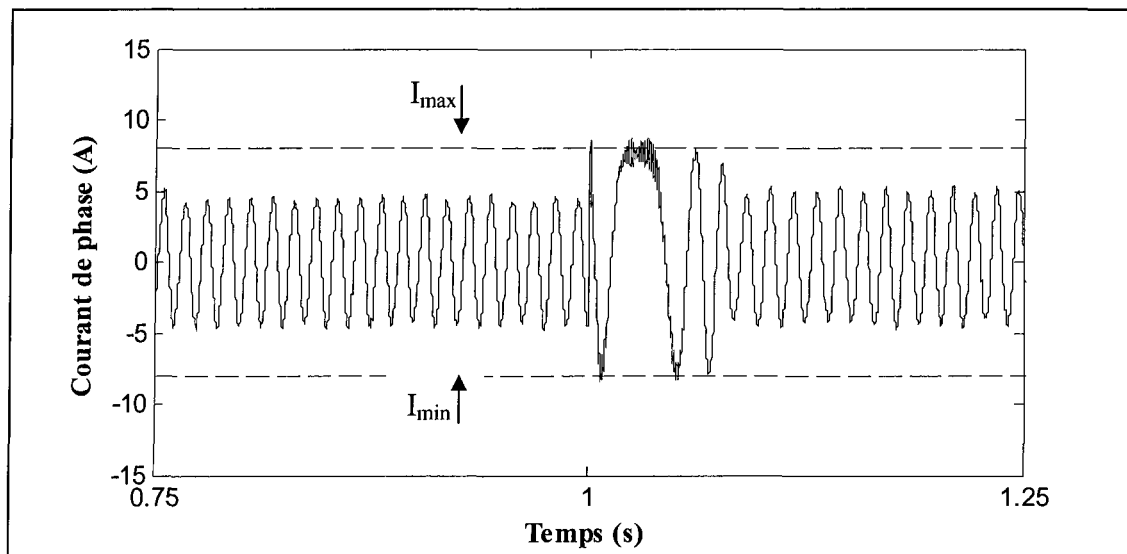


Figure 3.15 : Courant de phase pendant la phase transitoire du système piloté par le CPNLVM : Référence variable à dynamique rapide avec schéma anti-saturation

D'après les résultats obtenus, nous pouvons constater que l'adjoint d'un observateur de perturbation a permis une meilleure poursuite de trajectoire (figure 3.4) et la composante directe du courant est maintenue égale à zéro (figure 3.5).

Du côté de la robustesse vis-à-vis de la variation des paramètres électriques et mécaniques, les figures 3.6 et 3.8 montrent que l'utilisation des compensateurs dans le contrôleur prédictif permet à l'erreur statique de la vitesse de s'annuler après un temps relativement court, et ce, malgré le changement de tous les paramètres de la machine. D'un autre côté, en se référant aux figures 3.7 et 3.9, nous pouvons constater que la composante directe du courant est maintenue égale à sa référence.

En ce qui concerne le rejet de perturbation, nous pouvons remarquer, d'après les figures 3.10 et 3.11, que le contrôleur prédictif réalise une régulation parfaite de la vitesse. En effet, au moment de l'application de la charge, l'erreur de vitesse maximale transitoire enregistrée ne dépasse pas 4% et ne tarde pas à s'annuler complètement.

Quant à l'efficacité du schéma anti-saturation, la figure 3.12 nous permet de constater qu'en absence du schéma anti-saturation, la réponse en vitesse inclut un dépassement, tandis que l'utilisation du schéma anti-saturation a permis une nette amélioration des performances dynamiques en éliminant le dépassement et en réduisant le temps de réponse de la vitesse (figure 3.14). Notons aussi que le suivi de trajectoire imposé sous les contraintes de courant oblige le courant à être réglé à sa valeur maximale (figures 3.13 et 3.15 ), pendant les régimes transitoires, ce qui permet d'obtenir des accélérations et des décélérations avec un couple maximal et un temps minimal. Les fluctuations du courant sont dues à la modulation de largeurs d'impulsions.

### 3.6.2 Évaluation de performances du CPNLG

Pour évaluer les performances du CPNLG, nous avons réalisé les mêmes essais que dans le cas du CPNVM.

La structure de commande permettant la réalisation du CPNLG en structure directe sur la machine synchrone à aimants permanents est illustrée dans le schéma bloc suivant :

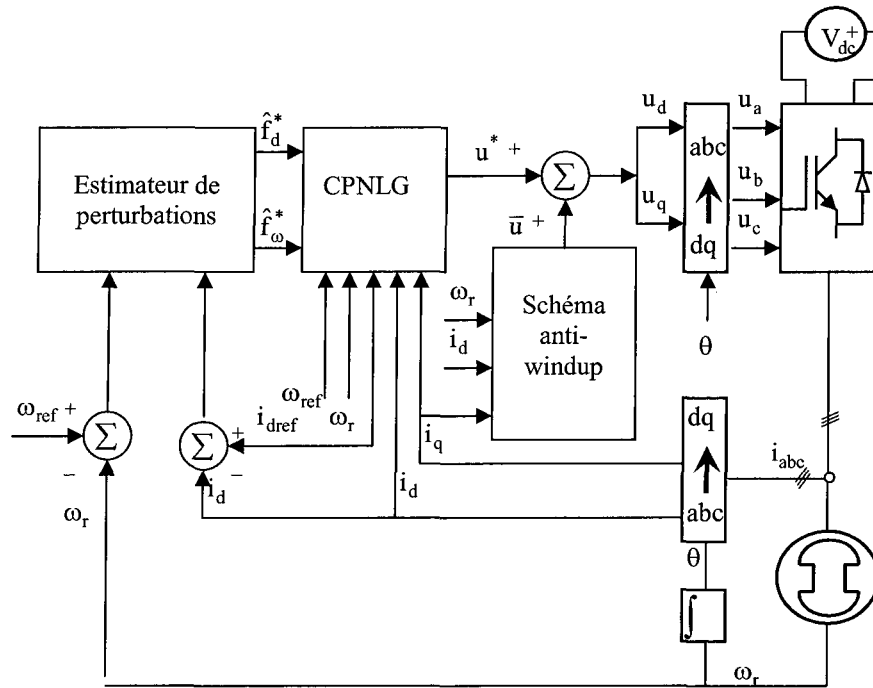


Figure 3.16 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire généralisé (CPNLG) en structure directe

Les résultats expérimentaux obtenus avec le CPNLG en structure directe sont donnés par les figures 3.17 à 3.28.

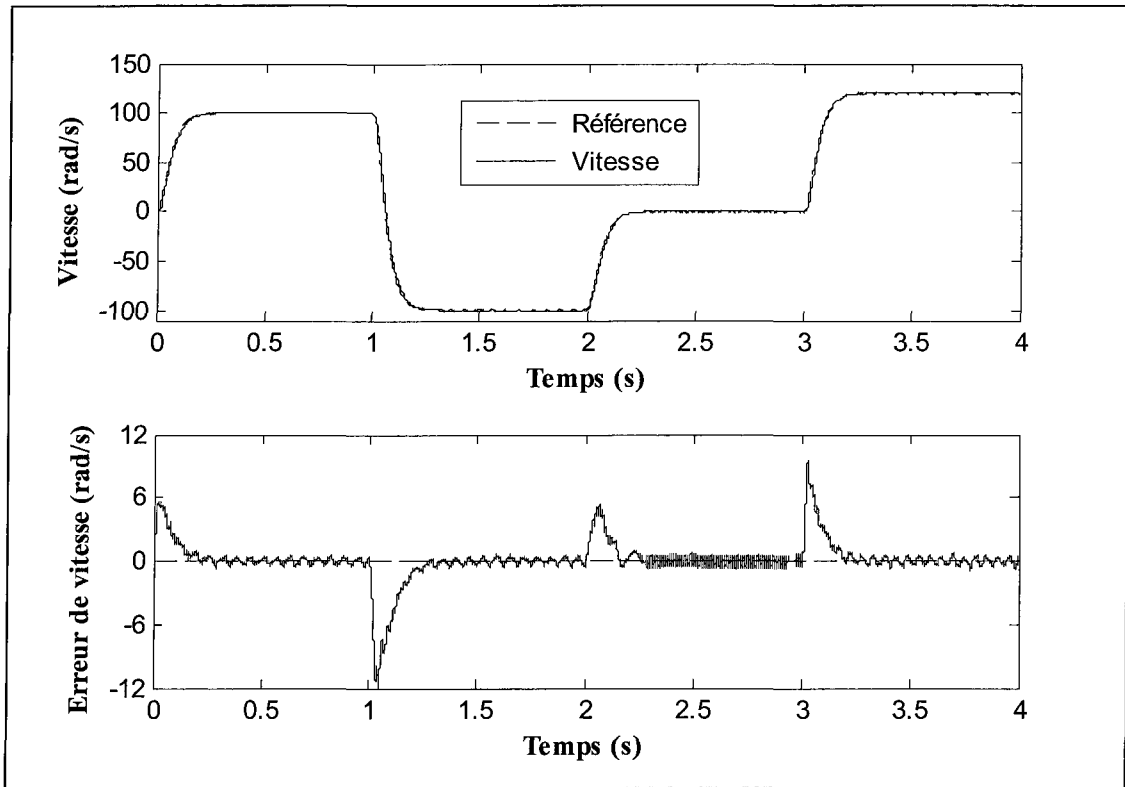


Figure 3.17 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Performance en poursuite de trajectoire

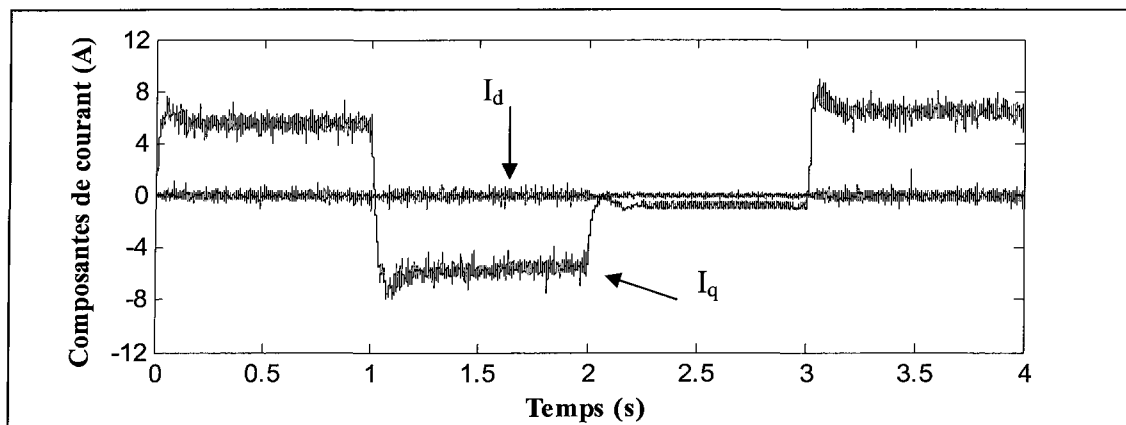


Figure 3.18 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG : Performance en poursuite trajectoire

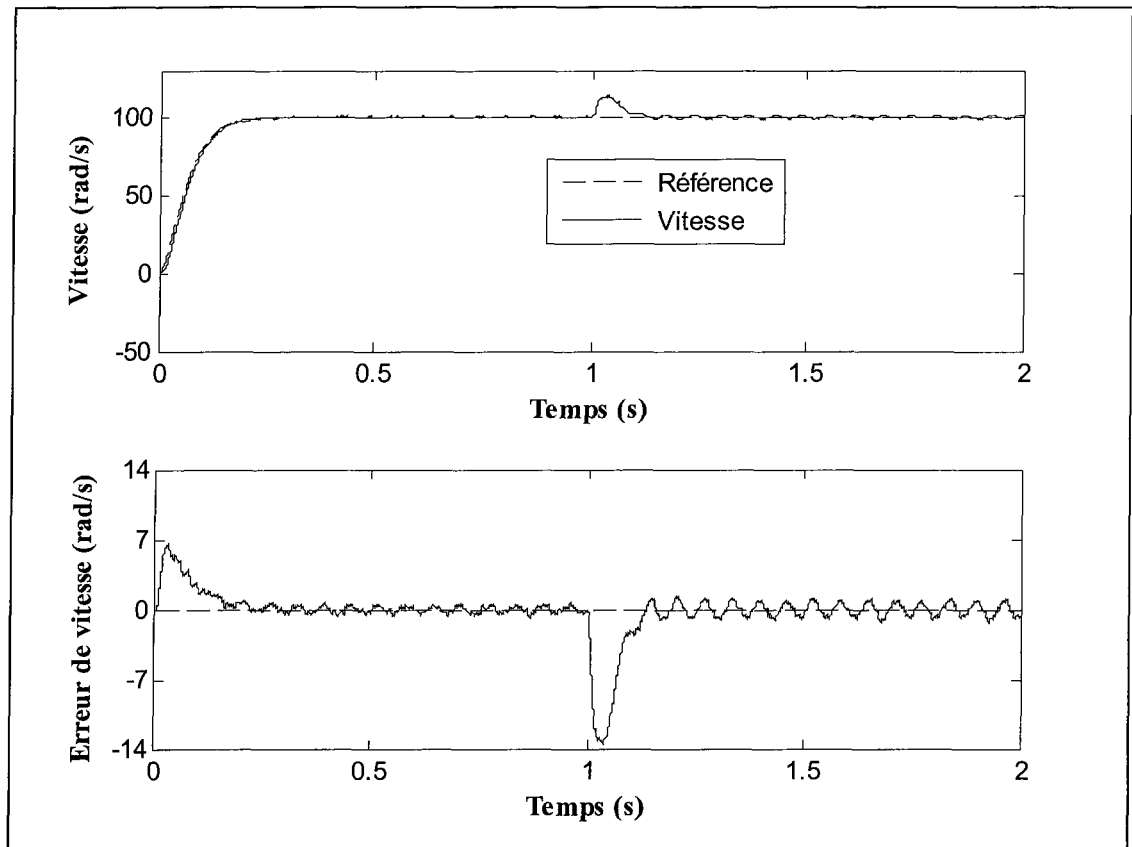


Figure 3.19 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à  $t = 1$ s

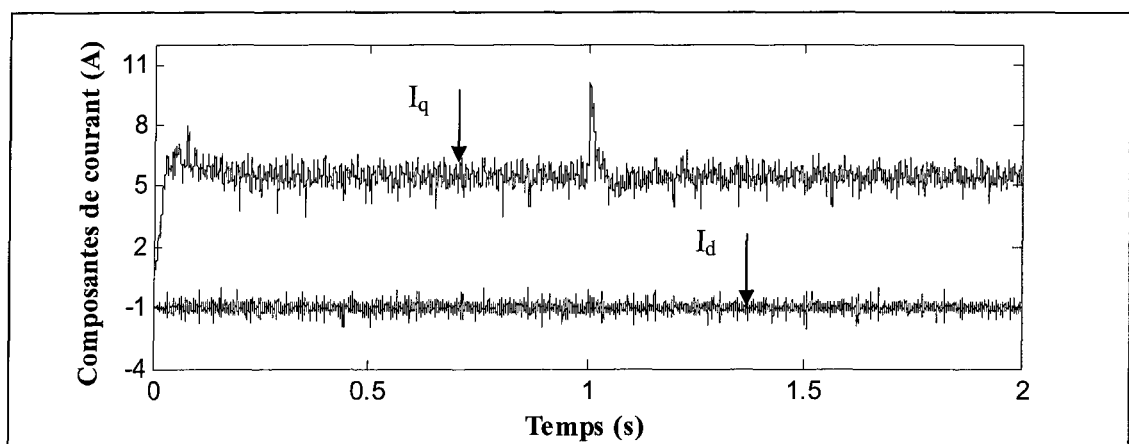


Figure 3.20 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à  $t = 1$ s

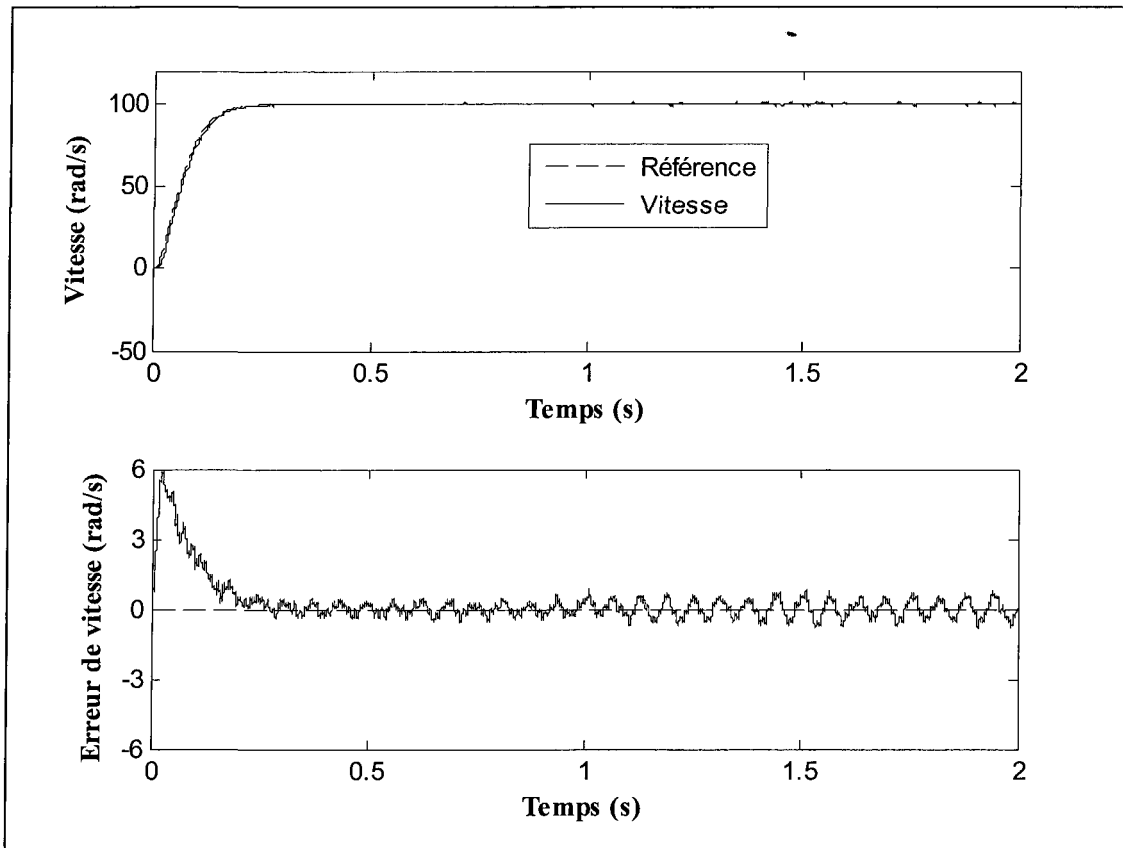


Figure 3.21 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 1s$

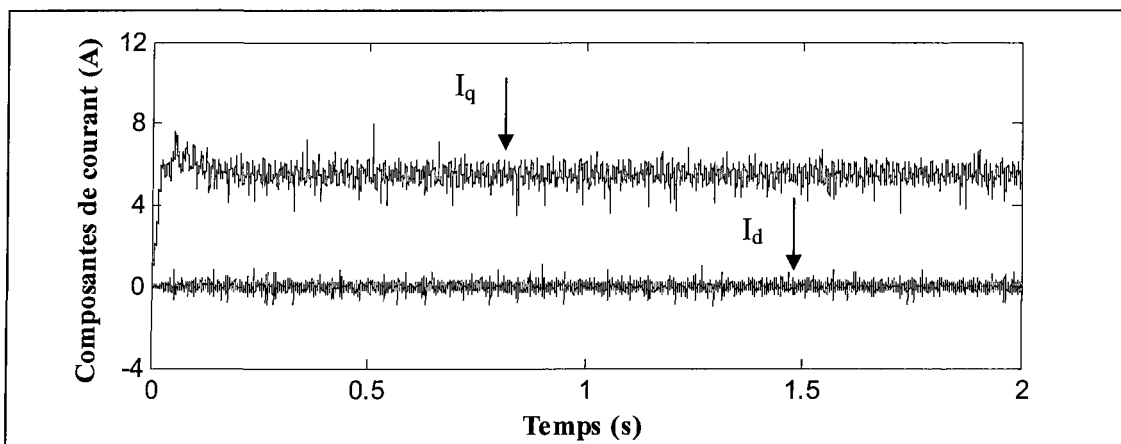


Figure 3.22 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 1s$

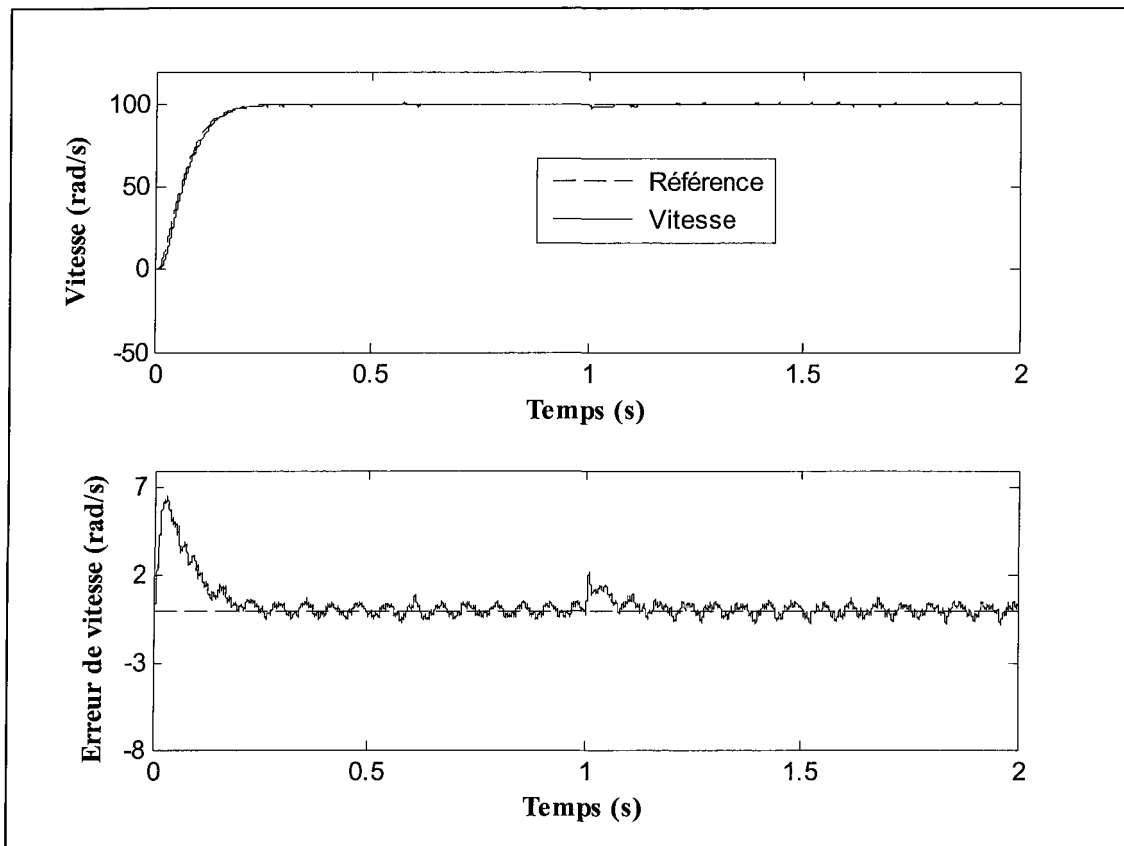


Figure 3.23 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Variation brusque du couple de charge à  $t = 1s$

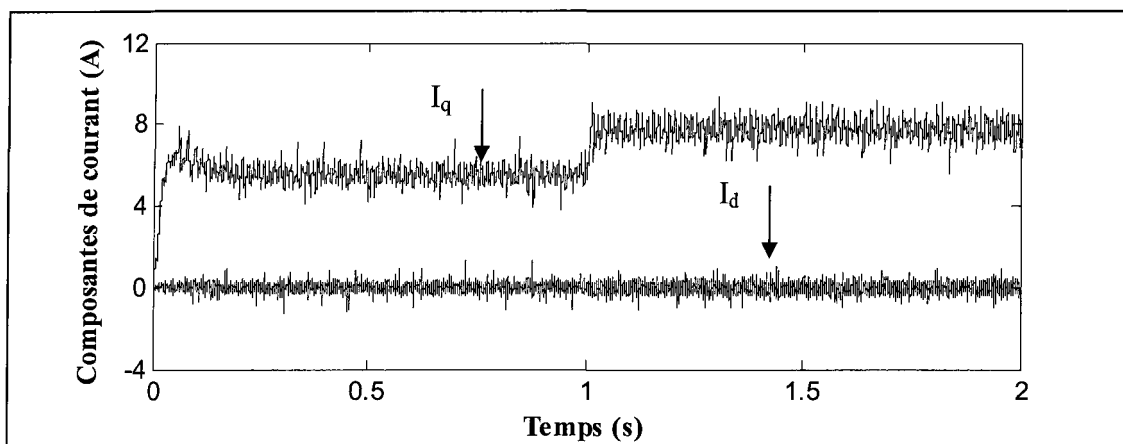


Figure 3.24 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG : Variation brusque du couple de charge à  $t = 1s$

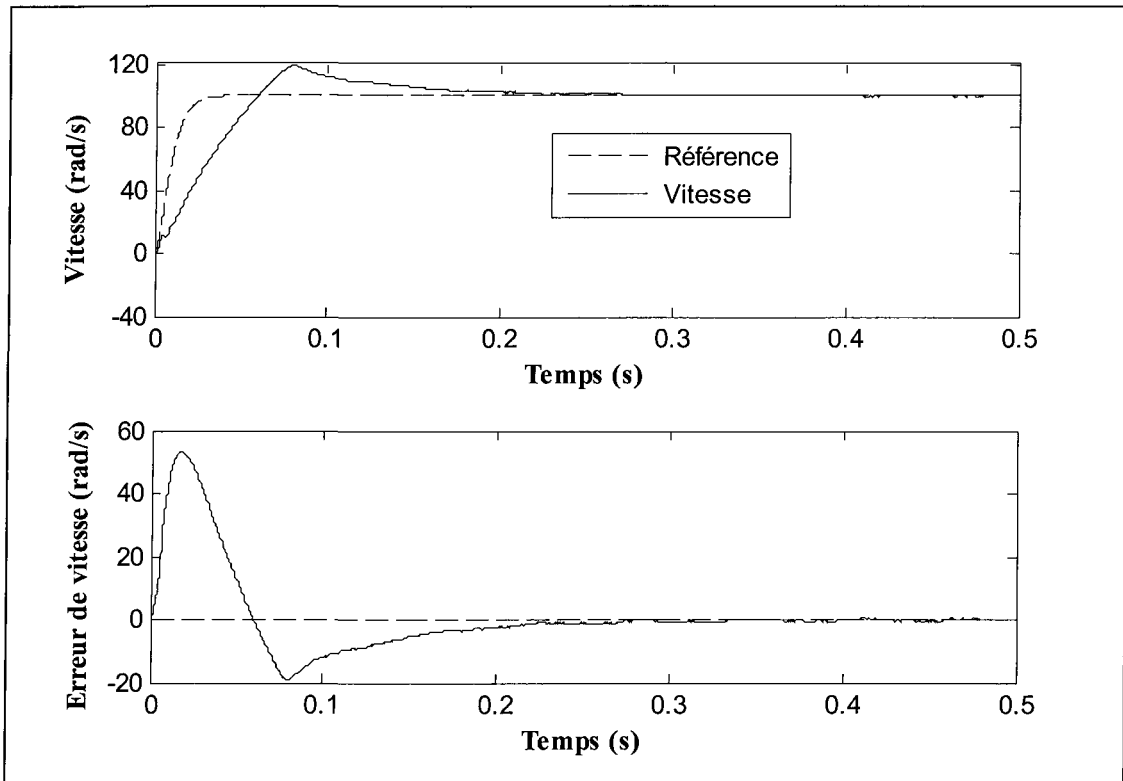


Figure 3.25 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation

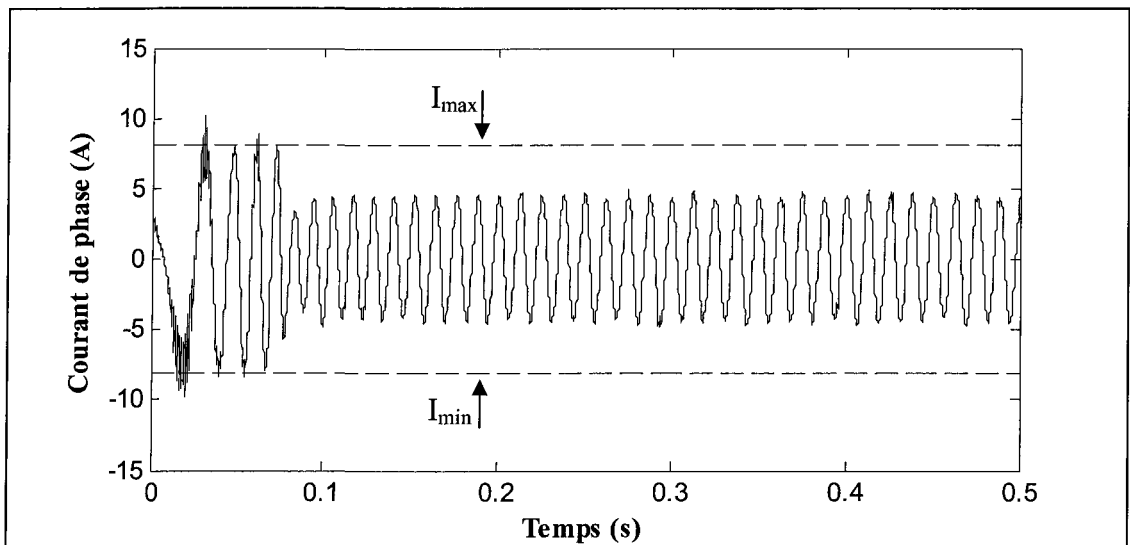


Figure 3.26 : Courant de phase du système piloté par le CPNLG : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation

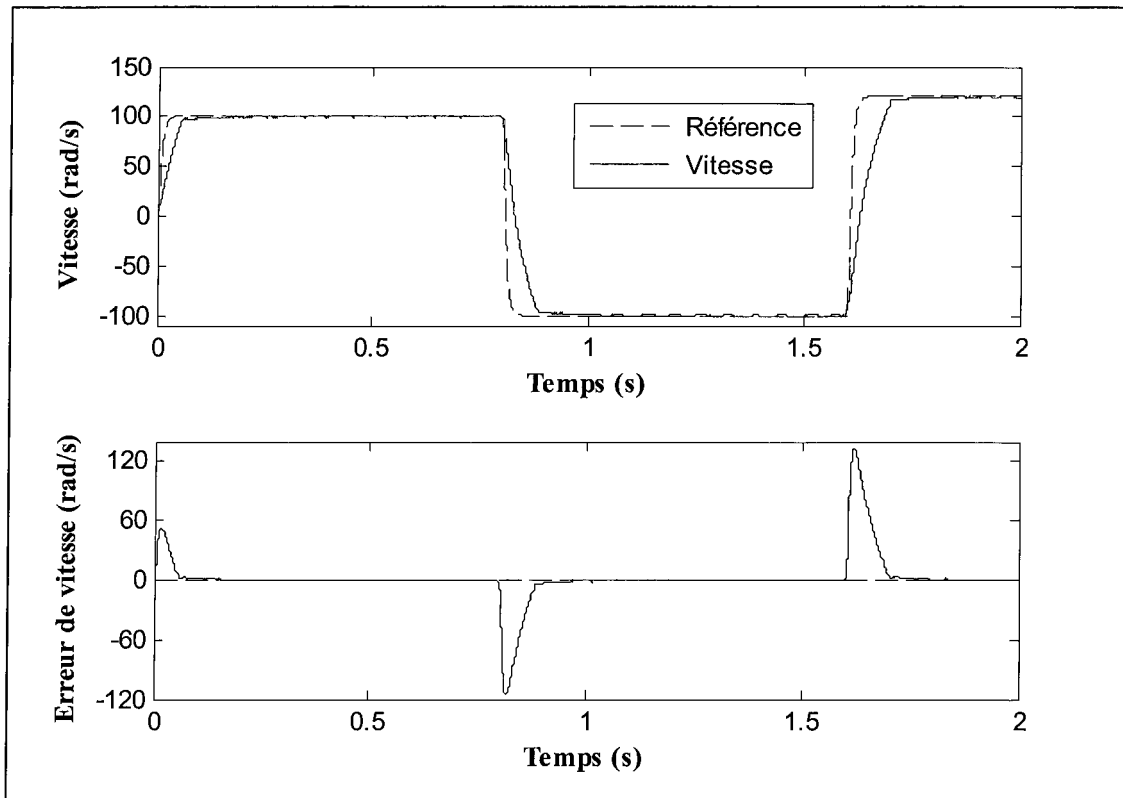


Figure 3.27 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG : Référence variable à dynamique rapide avec schéma anti-saturation

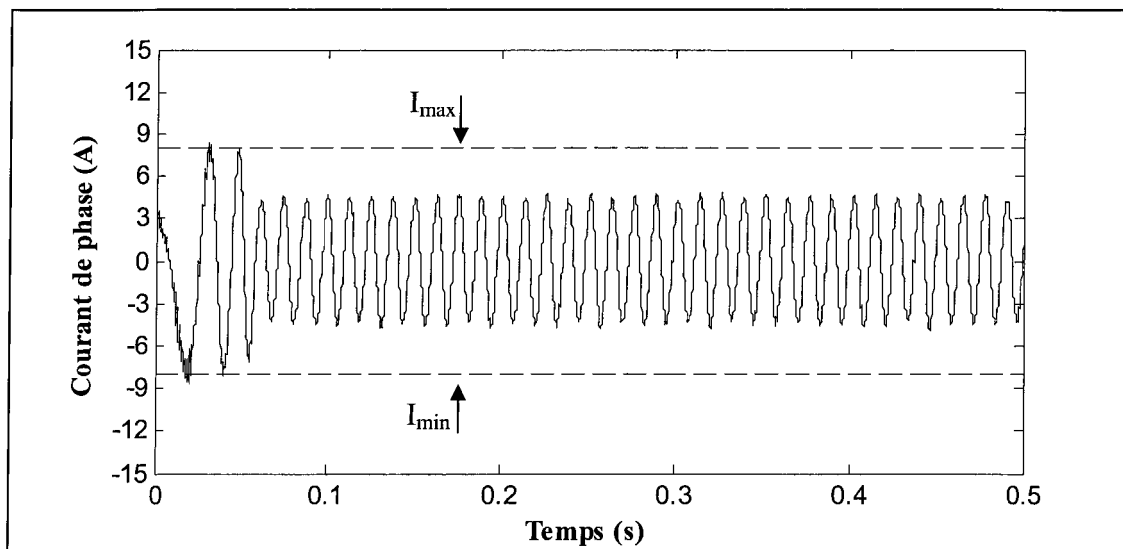


Figure 3.28 : Courant de phase pendant la phase transitoire du système piloté par le CPNLG : Référence variable à dynamique rapide avec schéma anti-saturation

Les mêmes remarques faites précédemment pour le CPNLVM, s'appliquent pour le CPNLG. Nous pouvons conclure, alors, que les performances obtenues avec le CPNLG sont satisfaisantes.

### **3.6.3 Comparaison entre le CPNLG et le CPNLVM**

D'après les résultats expérimentaux, nous pouvons avancer que les deux contrôleurs permettent d'atteindre tous les objectifs assignés. Cependant, il est intéressant de remarquer que le contrôleur prédictif généralisé est caractérisé par des gains relativement grands qui peuvent amplifier les bruits de mesure dans un environnement bruité.

### 3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, des essais pratiques ont été effectués pour évaluer la commande prédictive non linéaire sur la machine synchrone à aimants permanents. Dans ce cadre, deux stratégies de contrôle prédictif non linéaire ont été proposées et testées. L'une est basée sur l'erreur de sortie tandis que l'autre est basée sur l'intégrale de l'erreur de sortie. Pour les deux types de commande, nous avons montré que l'utilisation des observateurs de perturbations est obligatoire pour garantir la robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques et de la variation du couple de charge. Les estimateurs développés à partir de la commande prédictive se basent en particulier sur l'intégration de l'erreur de la sortie à réguler, ce qui conduit forcément à l'élimination de l'erreur statique en régime permanent. En ce qui concerne la limitation du courant de la machine, elle est assurée dans un premier temps par une planification de la trajectoire et dans un deuxième temps par un simple bloc de saturation, et ce, par la limitation des variables manipulées issues du contrôleur non linéaire. La prise en compte des blocs de saturation dans la conception des observateurs des incertitudes paramétriques et des perturbations externes a permis d'introduire un schéma anti-saturation dans la boucle du contrôle prédictif.

L'inconvénient majeur des stratégies de commande développées dans ce chapitre réside dans le fait que les limites sur les variables manipulées, caractérisant le respect des contraintes sur le courant, dépendent fortement des paramètres électriques de la machine.

Dans le prochain chapitre, la commande prédictive non linéaire va être évaluée pour une structure en cascade, et ce, pour éliminer les inconvénients des deux contrôleurs présentés dans ce chapitre.

## **CHAPITRE 4**

### **COMMANDE PRÉDICTIVE EN STRUCTURE CASCADE AVEC OBSERVATEUR DE PERTURBATIONS**

#### **4.1 Introduction**

L'objectif de ce chapitre est de présenter une autre structure de commande permettant aux sorties de suivre les trajectoires de références avec une grande précision, tout en étant robuste vis-à-vis des erreurs de modélisation et de la variation du couple de charge. Les contraintes sur le courant sont également respectées. Nous avons vu que les commandes développées au chapitre précédent permettent un suivi adéquat de trajectoires. De même, le courant d'appel reste inférieur aux valeurs limites dès lors que les trajectoires de références sont bien choisies. Cependant, nous avons montré qu'en présence d'une référence à dynamique rapide, la limitation du courant se fait par la limitation des coordonnées de tensions issues du contrôleur, et ce, en introduisant un bloc de saturation dont les limites sont variables et dépendent des paramètres électriques de la machine. Or, la machine est un système non linéaire dont les paramètres peuvent varier dans le temps et selon le type de fonctionnement. Il est donc nécessaire d'apporter une solution pour limiter le courant indépendamment des paramètres de la machine. À cet effet, une stratégie de commande en cascade est développée, où la structure est comparable à celle d'une commande en cascade

classique de type PI. Cette approche permet de limiter directement le courant par un bloc de saturation, dont les valeurs limites sont fixes. De la même manière que pour la commande prédictive directe, les perturbations seront estimées et compensées dans le contrôleur prédictif. La synthèse d'un schéma anti-saturation est effectuée pour supprimer les effets indésirables causés par les blocs limiteurs.

#### **4.2 Structure cascade et la commande prédictive non linéaire**

Faisant référence à une commande en cascade classique, la grandeur d'entrée du système est la vitesse de référence qui est comparée à la vitesse réelle pour générer, à l'aide de la loi de commande prédictive, la consigne de la composante en quadrature du courant. Le même principe de commande prédictive non linéaire, décrit précédemment, est utilisé pour assurer la poursuite des références des composantes du courant. La robustesse est garantie par l'utilisation de trois observateurs dont l'objectif est l'estimation des incertitudes paramétriques et des perturbations externes qui sont supposées avoir une dynamique d'évolution négligeable par rapport aux constantes de temps du système et être uniformément bornées dans le temps. Il est donc nécessaire d'intégrer toutes les incertitudes de modélisation dans les équations régissant le fonctionnement de la machine synchrone à aimants permanents.

#### **4.3 Modèle perturbé de la machine synchrone à aimants permanents**

Dans le but de tenir en compte de toutes les erreurs de modélisation et les perturbations externes, le modèle de la machine synchrone donné par (3.1) peut être modifié comme suit :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R_s}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d}p\omega_r i_q + \frac{1}{L_d}u_d - \frac{1}{L_d}f_d \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R_s}{L_q}i_q - \frac{L_d}{L_q}p\omega_r i_d - \frac{\psi_f p\omega_r}{L_q} + \frac{1}{L_d}u_q - \frac{1}{L_d}f_q \\ \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{p}{J}(\psi_f i_q + (L_d - L_q)i_q i_d) - \frac{F}{J}\omega_r - \frac{1}{J}f_\omega \end{cases} \quad (4.1)$$

où :

$f_d$ ,  $f_q$  et  $f_\omega$  représentent les erreurs de modélisation et la variation du couple de charge [71]. Elles sont définies par :

$$f_d = \Delta R_s i_d - \Delta L_q p\omega_r i_q + \Delta L_d \frac{di_d}{dt} \quad (4.2)$$

$$f_q = \Delta R_s i_q + \Delta L_d p\omega_r i_d + \Delta \psi_f p\omega_r + \Delta L_q \frac{di_q}{dt} \quad (4.3)$$

$$f_\omega = \Delta F \omega_r - p(\Delta \psi_f + (\Delta L_d - \Delta L_q)i_d)i_q + T_L + \Delta J \frac{d\omega_r}{dt} \quad (4.4)$$

En absence d'une connaissance exacte des dynamiques des différentes incertitudes, nous supposons que leur évolution est lente par rapport à la dynamique des constantes du temps du système. Par conséquent, nous pouvons écrire :

$$\frac{df_d}{dt} = 0 \quad ; \quad \frac{df_q}{dt} = 0 \quad ; \quad \frac{df_\omega}{dt} = 0 \quad (4.5)$$

#### 4.4 Contrôleur prédictif non linéaire généralisé (CPNLG) en structure cascade

##### 4.4.1 Boucle externe : Régulation de la vitesse

###### 4.4.1.1 Conception de la loi de commande

La dynamique mécanique du moteur peut être décrite par le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g_1(i_d)u(t) + g_2b(t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (4.6)$$

avec :

$$x = \omega_r \quad ; \quad u = i_q \quad ; \quad b = f_\omega \quad (4.7)$$

et :

$$\begin{cases} f(x) = -\frac{F}{J} \omega_r \\ g_1(i_d) = \frac{p}{J} (\psi_f + (L_d - L_q) i_d) \quad ; \quad g_2 = -\frac{1}{J} \end{cases} \quad (4.8)$$

La sortie à réguler est :

$$h(x) = y(t) = \omega_r \quad (4.9)$$

La variable manipulée est représentée par la composante en quadrature du courant. Par conséquent, elle est limitée directement à l'aide d'un bloc de saturation. L'objectif du contrôle prédictif généralisé est de trouver la composante en quadrature admissible qui minimise la fonction coût suivante :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \int_0^T (e_\omega(t+\tau))^2 d\tau = \frac{1}{2} \int_0^T (\omega_{ref}(t+\tau) - \omega_r(t+\tau))^2 d\tau \quad (4.10)$$

Sachant que le degré relatif  $p$  est égal à 1, par conséquent, l'application de l'expansion en série de Taylor pour la prédiction de la sortie et de la référence, donne :

$$\omega_r(t+\tau) = \begin{bmatrix} 1 & \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_r(t) \\ \dot{\omega}_r(t) \end{bmatrix} ; \quad \omega_{ref}(t+\tau) = \begin{bmatrix} 1 & \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{ref}(t) \\ \dot{\omega}_{ref}(t) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

La fonction coût résultante, en injectant (4.11) dans (4.10), est la suivante :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} \omega_{ref}(t) - \omega_r(t) \\ \dot{\omega}_{ref}(t) - \dot{\omega}_r(t) \end{bmatrix} \right)^T \left( \int_0^T \begin{bmatrix} 1 & \tau \end{bmatrix} d\tau \right) \begin{bmatrix} \omega_{ref}(t) - \omega_r(t) \\ \dot{\omega}_{ref}(t) - \dot{\omega}_r(t) \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Cette équation équivalente à :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} \omega_{ref}(t) - \omega_r(t) \\ \dot{\omega}_{ref}(t) - \dot{\omega}_r(t) \end{bmatrix} \right)^T \Pi(T) \begin{bmatrix} \omega_{ref}(t) - \omega_r(t) \\ \dot{\omega}_{ref}(t) - \dot{\omega}_r(t) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

avec :

$$\Pi(T) = \int_0^T \begin{bmatrix} 1 & \tau \end{bmatrix} d\tau = \begin{bmatrix} T & \frac{T}{2} \\ \frac{T^2}{2} & \frac{T^3}{3} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

D'un autre côté, la dérivée de la vitesse peut s'écrire en fonction des dérivées de Lie comme suit :

$$\dot{\omega}_r(t) = L_f h(x) + L_{g_1} h(x) i_q(t) + L_{g_2} h(x) f_\omega(t) \quad (4.15)$$

D'où la dérivée de la fonction coût par rapport à la composante en quadrature du courant, prend la forme suivante :

$$\frac{d\mathfrak{J}}{di_q} = \left( \begin{bmatrix} 0 \\ -L_{g_1} h(x) \end{bmatrix} \right)^T \Pi(T) \begin{bmatrix} \omega_{ref}(t) - \omega_r(t) \\ \dot{\omega}_{ref}(t) - L_f h(x) - L_{g_1} h(x) i_q(t) - L_{g_2} h(x) f_\omega(t) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Une condition nécessaire de minimum de critère quadrature est :

$$\frac{d\mathfrak{I}}{di_q} = 0 \quad (4.17)$$

De l'équation (4.16), nous déduisons la composante en quadrature du courant minimisant la fonction coût, à savoir :

$$i_q(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left[ \sum_{i=0}^1 K_i^1 \left( L_f^i h(x) - \omega_{\text{ref}}^{(i)}(t) \right) + \left( L_{g_2} h(x) \right) f_\omega(t) \right] \quad (4.18)$$

avec :

$$\begin{cases} K_0^1 = \frac{3}{2T} ; K_1^1 = 1 \\ L_{g_1} h(x) = \frac{p}{J} \left( \psi_f + (L_d - L_q) i_d \right) \\ L_{g_2} h(x) = -\frac{1}{J} \end{cases} \quad (4.19)$$

Ce bouclage est singulier si et seulement si :

$$\psi_f = (L_q - L_d) i_d \quad (4.20)$$

Or, nous avons montré précédemment que cette condition ne correspond pas à un point de fonctionnement normal.

En substituant la loi de commande (4.18) dans (4.15), la dynamique de l'erreur de poursuite est gouvernée par :

$$\dot{e}_\omega(t) + \frac{3}{2T} e_\omega(t) = 0 \quad (4.21)$$

Comme le temps de prédiction est positif, il s'en suit que la dynamique de poursuite est stable.

La perturbation est considérée comme une variable inconnue, donc elle doit être remplacée dans le contrôleur par son estimé, et ce, afin d'assurer le rejet de perturbation et l'exactitude de la poursuite de référence. Par la suite, la loi de commande résultante prend la forme :

$$i_q(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left[ \sum_{i=0}^1 K_i^1 \left( L_{f_1}^i h(x) - \omega_{\text{ref}}^{(i)}(t) \right) + \left( L_{g_2} h(x) \right) \hat{f}_\omega(t) \right] \quad (4.22)$$

avec :

$\hat{f}_\omega(t)$  : représente l'estimé de la perturbation

#### 4.4.1.2 Conception de l'observateur de perturbation en présence d'un limiteur de la composante en quadrature de courant

Pour limiter la variable manipulée (composante en quadrature du courant), un bloc de saturation est introduit dans la boucle de commande. De la même manière que pour la commande prédictive non linéaire décrite dans le troisième chapitre, la perturbation peut être estimée par :

$$\dot{\hat{f}}_\omega(t) = -l(x) g_2 \hat{f}_\omega(t) + l(x) \left( \dot{x} - f(x) - g_1(i_d) \left( \text{sat}(i_q(t)) \right) \right) \quad (4.23)$$

avec :

$$l(x) = \frac{\partial p(x)}{\partial x} \quad (4.24)$$

D'un autre côté, il est montré dans [66] que si le degré relatif de la perturbation est égal à celui de l'entrée, ce qui est le cas pour la commande en cascade, la fonction mathématique  $p(x)$  est donnée par :

$$p(x) = \mu_\omega h(x) \quad (4.25)$$

où :

$\mu_\omega$  est un paramètre de réglage de l'observateur.

En exploitant (4.24) et (4.25), il vient :

$$\begin{cases} l(x) \dot{x}(t) = \mu_\omega \dot{y}(t) \\ l(x) f(x) = \mu_\omega L_f h \\ l(x) g_1(i_d) = \mu_\omega L_{g_1} h(x) \\ l(x) g_2 = \mu_\omega L_{g_2} h(x) \end{cases} \quad (4.26)$$

Compte tenu de (4.6), il s'en suit :

$$g_2 f_\omega(t) = \dot{x} - f(x) + g_1(i_d) \left( \text{sat}(i_q(t)) \right) \quad (4.27)$$

En injectant (4.27) dans (4.23) et en tenant compte du fait que la dérivée de la perturbation est nulle, nous obtenons l'équation d'évolution de l'erreur de l'observateur de perturbation :

$$\dot{e}_b(t) + l(x) g_2 e_b(t) = 0 \quad (4.28)$$

Cette équation est stable si :

$$l(x) g_2 e_b(t) = \mu_\omega L_{g_2} h(x) = -\frac{\mu_\omega}{J} > 0 \quad (4.29)$$

Il est à noter que l'observateur initial défini par (4.23) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{\hat{f}}_\omega(t) = -l(x) g_2 \hat{f}_\omega(t) + l(x) \left( \dot{x} - f(x) - g_1(i_d) (i_q(t) - i_{q_e}(t)) \right) \quad (4.30)$$

avec :

$$i_{q_e}(t) = i_q(t) - \text{sat}(i_q(t)) \quad (4.31)$$

En substituant (4.22) et (4.26) dans (4.30), nous obtenons :

$$\hat{f}_\omega(t) = \hat{f}_\omega^*(t) + \mu_\omega \int_0^t (L_{g_1} h(x)) (i_q(\tau) - \text{sat}(i_q(\tau))) d\tau \quad (4.32)$$

avec :

$$\hat{f}_\omega^*(t) = -\mu_\omega \left[ \frac{3}{2T} \int_0^t e_\omega(\tau) d\tau + e_\omega(t) \right] \quad (4.33)$$

Maintenant, si nous injectons (4.32) dans le contrôleur (4.22), la référence de la composante en quadrature garantissant la régulation de la vitesse s'exprime selon la relation suivante :

$$i_{qref}(t) = i_q^*(t) + \bar{i}_q(t) \quad (4.34)$$

avec :

$$i_q^*(t) = -(L_{g_1} h(x))^{-1} \left[ \sum_{i=0}^1 K_i^1 (L_{g_1}^i h(x) - \omega_{ref}^{(i)}(t)) + (L_{g_2} h(x)) \hat{f}_\omega^*(t) \right] \quad (4.35)$$

et :

$$\bar{i}_q(t) = -(L_{g_1} h(x))^{-1} (L_{g_2} h(x)) \mu_\omega \int_0^t (L_{g_1} h(x)) (i_{qref}(\tau) - \text{sat}(i_{qref}(\tau))) d\tau \quad (4.36)$$

Nous avons montré dans le chapitre précédent que les contraintes sur l'amplitude de courant de phase peuvent être converties en contraintes sur l'amplitude de la composante en quadrature de courant comme suit :

$$-\sqrt{\left(\frac{3I_{\max}^2}{2}\right) - (i_{dref}(t))^2} \leq i_{qref}(t) \leq \sqrt{\left(\frac{3I_{\max}^2}{2}\right) - (i_{dref}(t))^2} \quad (4.37)$$

La référence de la composante en quadrature du courant obtenue contient une action intégrale sur l'erreur de la sortie. Cela conduit forcément au rejet de perturbation de basse

fréquence. D'autre part, le terme  $\bar{i}_q(t)$  permet de compenser les effets indésirables du limiteur de courant. Il peut être vu comme une compensatrice anti-saturation.

#### 4.4.2 Boucle interne : Régulation des courants

##### 4.4.2.1 Conception de la loi de commande

L'objectif de cette boucle interne est de concevoir un régulateur prédictif robuste par rapport à la variation des paramètres de la machine. Les équations dynamiques qui régissent le fonctionnement du système électrique peuvent s'écrire sous la forme non linéaire suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, \omega_r) + g_1 u(t) + g_2 b(t) \\ y(t) = h(x) \end{cases} \quad (4.38)$$

avec :

$$x = \begin{bmatrix} i_d & i_q \end{bmatrix}^T ; u = \begin{bmatrix} u_d & u_q \end{bmatrix}^T ; b = \begin{bmatrix} f_d & f_q \end{bmatrix}^T \quad (4.39)$$

et :

$$g_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} ; \quad g_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Le champ de vecteur  $f$  est donné par :

$$f(x, \omega_r) = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} p \omega_r i_q \\ -\frac{R_s}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} p \omega_r i_d - \frac{\psi_f p \omega_r}{L_q} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Les sorties à réguler sont les composantes du courant.

$$y = h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

L'objectif du contrôle prédictif généralisé est de trouver les variables de commande qui minimisent la fonction coût suivante :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \int_0^T (y_r(t+\tau) - y(t+\tau))^T (y_r(t+\tau) - y(t+\tau)) d\tau \quad (4.43)$$

avec :

$$\begin{cases} y(t+\tau) = \begin{bmatrix} i_d(t+\tau) & i_q(t+\tau) \end{bmatrix}^T \\ y_r(t+\tau) = \begin{bmatrix} i_{dref}(t+\tau) & i_{qref}(t+\tau) \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (4.44)$$

La référence de la composante en quadrature de courant est calculée par (4.34).

Afin de calculer la loi de commande, nous utilisons la même démarche que celle employée pour la boucle externe.

Il est à noter que l'indice caractéristique  $\rho$  pour chaque sortie vaut 1. Par conséquent, nous pouvons écrire :

$$\dot{y}(t) = L_f h(x) + L_{g_1} h(x) u(t) + L_{g_2} h(x) b(t) \quad (4.45)$$

D'un autre côté, l'expansion en séries de Taylor pour les sorties du moteur à l'ordre 1 donne :

$$y(t+\tau) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \tau & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

De la même façon, la référence au futur est prédite approximativement par l'expansion en séries de Taylor, et est donnée par :

$$y_r(t+\tau) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \tau & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_r(t) \\ \dot{y}_r(t) \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

En substituant (4.46) et (4.47) dans (4.43), nous obtenons :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} y_r(t) - y(t) \\ \dot{y}_r(t) - \dot{y}(t) \end{bmatrix} \right)^T \Pi(T) \begin{bmatrix} y_r(t) - y(t) \\ \dot{y}_r(t) - \dot{y}(t) \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

avec :

$$\Pi(T) = \int_0^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & \tau & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \tau \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & \tau & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \tau \end{bmatrix} d\tau = \begin{bmatrix} TI_{2 \times 2} & \frac{T^2}{2} I_{2 \times 2} \\ \frac{T^2}{2} I_{2 \times 2} & \frac{T^3}{3} I_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

où :

$I_{2 \times 2}$  est une matrice d'identité d'ordre 2.

Combinant (4.45) et (4.48), la dérivée de la fonction coût par rapport à la commande peut être écrite comme suit :

$$\frac{d\mathfrak{J}}{du} = \left( \begin{bmatrix} 0 \\ -L_{g_1} h(x) \end{bmatrix} \right)^T \Pi(T) \begin{bmatrix} y_r(t) - y(t) \\ \dot{y}_r(t) - L_f h(x) - L_{g_1} h(x) u(t) - L_{g_2} h(x) b(t) \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

La commande optimale minimisant le critère quadrature doit vérifier la condition suivante :

$$\frac{d\mathfrak{J}}{du} = 0 \quad (4.51)$$

En résolvant l'équation(4.51), nous trouvons :

$$u(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left[ \sum_{i=0}^1 K_i^1 \left( L_{f_1}^i h(x) - y_r^{(i)}(t) \right) + \left( L_{g_2} h(x) \right) b(t) \right] \quad (4.52)$$

avec :

$$K_0^1 = \frac{3}{2T} I_{2 \times 2} ; K_1^1 = I_{2 \times 2} \quad (4.53)$$

et :

$$L_{g_1} h(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} ; L_{g_2} h(x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

La stabilité du système bouclé peut être traitée par la stabilité de l'erreur de poursuite à l'origine. En effet, si nous injectons la loi de commande (4.52) dans (4.45), nous aboutissons à :

$$\begin{cases} \dot{e}_d(t) + \frac{3}{2T} e_d(t) = 0 \\ \dot{e}_q(t) + \frac{3}{2T} e_q(t) = 0 \end{cases} \quad (4.55)$$

avec :

$$e_q(t) = i_{qref}(t) - i_q(t) \quad (4.56)$$

Par conséquent, la positivité du temps de prédiction prouve la stabilité du système en boucle fermée.

En pratique la perturbation est estimée et compensée dans la loi de commande. Cela nous ramène à la loi de commande suivante :

$$u(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left[ \sum_{i=0}^1 K_i^1 \left( L_{f_i}^1 h(x) - y_r^{(i)}(t) \right) + \left( L_{g_2} h(x) \right) \hat{b}(t) \right] \quad (4.57)$$

#### 4.4.2.2 Conception de l'observateur de perturbation en présence d'un limiteur de la commande

Le même principe, que celui développé pour estimer la perturbation dans la boucle externe, est utilisé pour établir l'expression de l'observateur en présence des blocs de saturation. En effet, l'observateur initial permettant l'estimation de la perturbation s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{\hat{b}}(t) = -l(x)g_2\hat{b}(t) + l(x)\left(\dot{x} - f(x) - g_1\left(\text{sat}(u(t))\right)\right) \quad (4.58)$$

avec :

$$l(x) = \frac{\partial p(x)}{\partial x} \quad (4.59)$$

D'un autre côté, puisque l'indice caractéristique de la perturbation est égal à celui de la commande, la fonction  $p(x)$  est de la forme [66] :

$$p(x) = \mu h(x) \quad (4.60)$$

où :

$\mu$  est une matrice à coefficients constants.

De l'équation (4.38), nous tirons :

$$g_2 b(t) = \left( \dot{x} - f(x) - g_1 \left( \text{sat}(u(t)) \right) \right) \quad (4.61)$$

Cette relation jointe à l'expression de l'observateur initial donne :

$$\dot{e}_b(t) + l(x)g_2e_b(t) = 0 \quad (4.62)$$

Remarquons que l'erreur dynamique de l'observateur est stable si les valeurs propres de la matrice  $[-l(x)g_2]$  sont à parties réelles négatives.

Or, nous savons que :

$$-l(x)g_2 = -\mu L_{g_2}h(x) = \mu \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

Donc, pour simplifier l'étude de stabilité de l'observateur, il suffit de choisir la matrice  $\mu$  telle que :

$$\begin{bmatrix} \mu_d & 0 \\ 0 & \mu_q \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

En rassemblant l'ensemble de ces équations, nous pouvons montrer que la stabilité de l'observateur est assurée par la condition suivante :

$$\frac{\mu_d}{L_d} < 0 \quad ; \quad \frac{\mu_q}{L_q} < 0 \quad (4.65)$$

Notons que :

$$\begin{cases} l(x)\dot{x}(t) = \mu\dot{y}(t) \\ l(x)f(x) = \mu L_f h \\ l(x)g_1 = \mu L_{g_1} h(x) \end{cases} \quad (4.66)$$

Il est possible d'intégrer l'erreur entre la sortie du régulateur et celle du bloc de saturation dans la conception de l'observateur en mettant :

$$u_e(t) = u(t) - \text{sat}(u(t)) \quad (4.67)$$

Cela conduit à :

$$\dot{\hat{b}}(t) = -l(x)g_2\hat{b}(t) + l(x)\left(\dot{x} - f(x) - g_1(u(t) - u_e(t))\right) \quad (4.68)$$

En introduisant (4.57), (4.63) et (4.66) dans (4.68), nous obtenons l'observateur de perturbation en présence des blocs limiteurs :

$$\hat{b}(t) = \hat{b}^*(t) + \mu \int_0^t (L_{g_1} h(x)) (u(\tau) - \text{sat}(u(\tau))) d\tau \quad (4.69)$$

avec :

$$\hat{b}^*(t) = \begin{bmatrix} \hat{f}_d^* \\ \hat{f}_q^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu_d \left( \frac{3}{2T} \int_0^t e_d(\tau) d\tau + e_d(t) \right) \\ -\mu_q \left( \frac{3}{2T} \int_0^t e_q(\tau) d\tau + e_q(t) \right) \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

De même que précédemment, la substitution de l'observateur dans la loi de commande définie par (4.57) conduit à :

$$u(t) = u^*(t) + \bar{u}(t) \quad (4.71)$$

avec :

$$u^*(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left[ \sum_{i=0}^1 K_i^1 \left( L_f^i h(x) - y_r^{(i)}(t) \right) + \left( L_{g_2} h(x) \right) \hat{b}^*(t) \right] \quad (4.72)$$

et :

$$\bar{u}(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left( L_{g_2} h(x) \right) \mu \int_0^t (L_{g_1} h(x)) (u(\tau) - \text{sat}(u(\tau))) d\tau \quad (4.73)$$

En ce qui concerne les limites des variables manipulées, nous avons montré dans le chapitre précédent qu'elles peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
-\sqrt{\frac{3}{2}}U_{\max} \leq u_d(t) \leq \sqrt{\frac{3}{2}}U_{\max} \\
-\sqrt{\left(\frac{3U_{\max}^2}{2}\right) - (\text{sat}(u_d(t)))^2} \leq u_q(t) \leq \sqrt{\left(\frac{3U_{\max}^2}{2}\right) - (\text{sat}(u_d(t)))^2}
\end{aligned} \tag{4.74}$$

Il est utile de remarquer que la loi de commande résultante contient une action intégrale. Donc, même si les paramètres du modèle ne sont pas parfaitement connus, le suivi de consigne est assuré. Cependant, l'association d'un bloc de saturation avec un intégrateur peut conduire à la détérioration des performances dynamiques. Dans ce cadre, le terme  $\bar{u}(t)$  défini par (4.73) peut être vu comme une compensatrice anti-saturation.

#### 4.5 Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale (CPNLVM) en structure cascade

##### 4.5.1 Boucle externe : Régulation de la vitesse

Le modèle mathématique décrivant la dynamique mécanique du moteur est donnée par (4.6). La régulation de la vitesse passe par la minimisation de la fonction coût suivante :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \left( e_{\omega}(t+T) \right)^2 = \frac{1}{2} \left( \omega_{\text{ref}}(t+T) - \omega_r(t+T) \right)^2 \tag{4.75}$$

Le même principe que celui employé pour la commande prédictive généralisée est utilisé pour trouver la composante en quadrature du courant qui minimise la fonction objective définie par (4.75).

En approximant la sortie et la référence par l'expansion en séries de Taylor, nous obtenons :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} \omega_{\text{ref}}(t) - \omega_r(t) \\ \dot{\omega}_{\text{ref}}(t) - \dot{\omega}_r(t) \end{bmatrix} \right)^T \Pi(T) \begin{bmatrix} \omega_{\text{ref}}(t) - \omega_r(t) \\ \dot{\omega}_{\text{ref}}(t) - \dot{\omega}_r(t) \end{bmatrix} \tag{4.76}$$

avec :

$$\Pi(T) = \begin{bmatrix} 1 \\ T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ T & T^2 \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

En substituant (4.15) dans (4.76) et en dérivant la fonction objective résultante par rapport à la composante en quadrature du courant, nous tirons :

$$\frac{d\mathfrak{J}}{di_q} = \left( \begin{bmatrix} 0 \\ -L_{g_1} h(x) \end{bmatrix} \right)^T \Pi(T) \begin{bmatrix} \omega_{\text{ref}}(t) - \omega_r(t) \\ \dot{\omega}_{\text{ref}}(t) - L_f h(x) - L_{g_1} h(x) i_q(t) - L_{g_2} h(x) f_\omega(t) \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

La condition d'optimalité définie par (4.17) conduit à :

$$i_q(t) = - \left( L_{g_1} h(x) \right)^{-1} \left[ \sum_{i=0}^1 \sigma_i^l \left( L_f^i h(x) - \omega_{\text{ref}}^{(i)}(t) \right) + \left( L_{g_2} h(x) \right) f_\omega(t) \right] \quad (4.79)$$

avec :

$$\begin{cases} \sigma_0^l = \frac{1}{T} ; \quad \sigma_1^l = 1 \\ L_{g_1} h(x) = \frac{p}{J} \left( \psi_f + (L_d - L_q) i_d \right) \\ L_{g_2} h(x) = -\frac{1}{J} \end{cases} \quad (4.80)$$

Comme précédemment, nous pouvons montrer que ce bouclage n'est pas singulier.

En ce qui concerne la dynamique du système bouclé, nous notons que l'erreur de poursuite dans ce cas s'évolue selon l'équation suivante :

$$\dot{e}_\omega(t) + \frac{1}{T} e_\omega(t) = 0 \quad (4.81)$$

À partir de (4.81), nous pouvons conclure que la positivité du temps de prédiction résulte en la stabilité du système bouclé.

Maintenant, en remplaçant la perturbation par son estimée dans la référence optimale de la composante en quadrature du courant, nous obtenons :

$$i_q(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left[ \sum_{i=0}^1 \sigma_i^1 \left( L_f^i h(x) - \omega_{\text{ref}}^{(i)}(t) \right) + \left( L_{g_2} h(x) \right) \hat{f}_\omega(t) \right] \quad (4.82)$$

En ce qui concerne, l'observateur de la perturbation, nous procédons de la même façon que pour la commande prédictive généralisée, nous trouvons :

$$\hat{f}_\omega(t) = \hat{f}_\omega^*(t) + \mu_\omega \int_0^t \left( L_{g_1} h(x) \right) \left( i_q(\tau) - \text{sat}(i_q(\tau)) \right) d\tau \quad (4.83)$$

où :

$\hat{f}_\omega^*(t)$  est l'estimateur de perturbation en absence des blocs de saturation, il s'exprime selon la relation suivante :

$$\hat{f}_\omega^*(t) = -\mu_\omega \left[ \frac{1}{T} \int_0^t e_\omega(\tau) d\tau + e_\omega(t) \right] \quad (4.84)$$

Notons que la condition de stabilité de l'observateur reste la même que celle établies pour le contrôleur prédictif non linéaire généralisé. C'est-à-dire :

$$\frac{\mu_\omega}{J} < 0 \quad (4.85)$$

Il s'agit de trouver la référence de la composante en quadrature du courant minimisant l'indice de performance  $\mathfrak{J}$  sous l'utilisation des blocs limiteurs du courant. Pour cela, si nous introduisons (4.83) dans (4.82), il vient :

$$i_{q\text{ref}}(t) = i_q^*(t) + \bar{i}_q(t) \quad (4.86)$$

avec :

$$i_q^*(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left[ \sum_{i=0}^1 K_i^1 \left( L_f^i h(x) - \omega_{\text{ref}}^{(i)}(t) \right) + \left( L_{g_2} h(x) \right) \hat{f}_\omega^*(t) \right] \quad (4.87)$$

et :

$$\bar{i}_q(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left( L_{g_2} h(x) \right) \mu_\omega \int_0^t \left( L_{g_1} h(x) \right) \left( i_{q\text{ref}}(\tau) - \text{sat}(i_{q\text{ref}}(\tau)) \right) d\tau \quad (4.88)$$

#### 4.5.2 Boucle interne : Régulation des courants

Les équations dynamiques qui régissent le fonctionnement du système électrique sont données par (4.38). L'objectif est de trouver les variables manipulées minimisant l'indice de performance suivant :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \left( y_r(t+T) - y(t+T) \right)^T \left( y_r(t+T) - y(t+T) \right) \quad (4.89)$$

L'expansion en séries de Taylor conduit à :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} y_r(t) - y(t) \\ \dot{y}_r(t) - \dot{y}(t) \end{bmatrix} \right)^T \Pi(T) \begin{bmatrix} y_r(t) - y(t) \\ \dot{y}_r(t) - \dot{y}(t) \end{bmatrix} \quad (4.90)$$

avec :

$$\Pi(T) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & T I_{2 \times 2} \\ T I_{2 \times 2} & T^2 I_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (4.91)$$

En substituant (4.45) dans (4.90) et en dérivant la fonction objective résultante par rapport à la commande, il vient :

$$\frac{d\mathfrak{J}}{du} = \left( \begin{bmatrix} 0 \\ -L_{g_1} h(x) \end{bmatrix} \right)^T \Pi(T) \begin{bmatrix} y_r(t) - y(t) \\ \dot{y}_r(t) - L_f h(x) - L_{g_1} h(x) u(t) - L_{g_2} h(x) b(t) \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

Du principe d'optimalité (4.51) découle la loi de commande prédictive à variance minimale. En effet, nous trouvons :

$$u(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left[ \sum_{i=0}^1 \sigma_i^1 \left( L_f^i h(x) - y_r^{(i)}(t) \right) + \left( L_{g_2} h(x) \right) b(t) \right] \quad (4.93)$$

avec :

$$\sigma_0^1 = \frac{1}{T} I_{2 \times 2} \quad ; \quad \sigma_1^1 = I_{2 \times 2} \quad (4.94)$$

et :

$$L_{g_1} h(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \quad ; \quad L_{g_2} h(x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \quad (4.95)$$

De la même manière que précédemment, nous montrons que l'erreur de poursuite obéit à l'équation dynamique suivante :

$$\begin{cases} \dot{e}_d(t) + \frac{1}{T} e_d(t) = 0 \\ \dot{e}_q(t) + \frac{1}{T} e_q(t) = 0 \end{cases} \quad (4.96)$$

Puisque le temps de prédiction est positif, le système en boucle fermée est stable.

Sous l'hypothèse que la valeur de la perturbation est estimable, la loi de commande résultante peut se mettre sous la forme :

$$u(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left[ \sum_{i=0}^1 \sigma_i^1 \left( L_f^i h(x) - y_r^{(i)}(t) \right) + \left( L_{g_2} h(x) \right) \hat{b}(t) \right] \quad (4.97)$$

Du côté de l'estimateur de perturbation, on emploie la même démarche que celle utilisée pour la commande prédictive généralisée en présence des blocs de saturation. Par conséquent, il s'exprime selon la relation suivante :

$$\hat{b}(t) = \hat{b}^*(t) + \mu \int_0^t (L_{g_1} h(x)) (u(\tau) - \text{sat}(u(\tau))) d\tau \quad (4.98)$$

avec :

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_d & 0 \\ 0 & \mu_q \end{bmatrix} ; \quad \hat{b}^*(t) = \begin{bmatrix} \hat{f}_d^* \\ \hat{f}_q^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu_d \left( \frac{1}{T} \int_0^t e_d(\tau) d\tau + e_d(t) \right) \\ -\mu_q \left( \frac{1}{T} \int_0^t e_q(\tau) d\tau + e_q(t) \right) \end{bmatrix} \quad (4.99)$$

De même, nous pouvons montrer, comme précédemment, que la condition de stabilité de l'estimateur est donnée par :

$$\frac{\mu_d}{L_d} < 0 ; \quad \frac{\mu_q}{L_q} < 0 \quad (4.100)$$

Finalement, en injectant (4.98) dans (4.97), nous trouvons la loi de commande qui résulte de la minimisation de la fonction objective sous l'utilisation des blocs limiteurs dans la boucle de commande. Elle est donnée par :

$$u(t) = u^*(t) + \bar{u}(t) \quad (4.101)$$

avec :

$$u^*(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left[ \sum_{i=0}^1 \sigma_i^1 \left( L_{f_i}^i h(x) - y_r^{(i)}(t) \right) + \left(L_{g_2} h(x)\right) \hat{b}^*(t) \right] \quad (4.102)$$

et :

$$\bar{u}(t) = -\left(L_{g_1} h(x)\right)^{-1} \left(L_{g_2} h(x)\right) \mu \int_0^t \left(L_{g_1} h(x)\right) \left(u(\tau) - \text{sat}(u(\tau))\right) d\tau \quad (4.103)$$

Il peut être souligné que la commande résultante contient un intégrateur sur l'erreur de sortie. Par conséquent, le suivi de la consigne est assuré même si le modèle mathématique est entaché d'erreur. Le terme  $\bar{u}(t)$  vient s'ajouter à la commande pour éliminer les effets indésirables de l'utilisation des blocs de saturation dans la boucle de commande.

#### 4.6 Comparaison entre le CPNLG en structure cascade et le régulateur classique PI

Afin de mettre en évidence les avantages de notre stratégie de commande, nous nous sommes attachés à comparer ces performances avec celles obtenues avec une commande classique du type PI, présentée au second chapitre. Cela nous permet de déceler ces avantages et ces inconvénients et de justifier son choix. Les coefficients du régulateur PI sont déterminés en fonction des paramètres du contrôleur prédictif de telle sorte que les polynômes caractéristiques des fonctions de transfert des deux contrôleurs soient identiques, et ce, en absence des blocs limiteurs et lorsque les références sont des échelons.

Pour cet essai, nous avons privilégié la commande prédictive généralisée au lieu de la commande prédictive à variance minimale car elle est caractérisée par un gain très grand comparé à celui obtenu pour la commande prédictive à variance minimale.

Les résultats de la comparaison entre le CPNLG en structure cascade et le régulateur PI, ont été obtenus par simulation sur MATLAB/SIMULINK. Le couple de charge est considéré comme une perturbation inconnue. L'objectif est de simuler le comportement dynamique lorsque le suivi de trajectoire est désiré. Dans ce cadre, les blocs de saturation

ne sont pas introduits dans les boucles et la limitation de courant est assurée uniquement par un choix judicieux de la trajectoire de référence. En effet, la dynamique de la référence pour la vitesse est choisie de telle sorte que le courant de phase, en régime transitoire, reste inférieur aux valeurs limites admissibles.

Les paramètres du contrôleur prédictif non linéaire en cascade sont : le temps de discrétisation du modèle de la MSAP  $T_s=1\mu s$ , le temps d'échantillonnage du contrôleur  $T_c=100\mu s$ , le temps de prédiction pour la boucle interne  $T=1,85ms$  et le temps de prédiction pour la boucle externe  $T=18,5ms$  ;

En plus, pour assurer la stabilité des observateurs, nous prenons  $\mu_d=-0,1$ ,  $\mu_q=-1$  et  $\mu_\omega=-0,065$ . Les gains du correcteur PI sont déduits directement à partir des paramètres de la commande prédictive.

L'idée est d'exprimer les gains du régulateur PI, en fonction des paramètres de la commande prédictive, afin d'obtenir des polynômes caractéristiques identiques à ceux obtenus par la commande prédictive.

Par identification, nous tirons les gains de la boucle interne PI utilisée pour la régulation des composantes directe et en quadrature du courant :

$$\begin{cases} K_{pd} = \left( \frac{3J}{2T} - \mu_d \right) - R_s \\ K_{id} = -\frac{3}{2T} \mu_d \end{cases} ; \quad \begin{cases} K_{pq} = \left( \frac{3J}{2T} - \mu_q \right) - R_s \\ K_{iq} = -\frac{3}{2T} \mu_q \end{cases} \quad (4.104)$$

De la même manière, nous calculons les coefficients de la boucle externe PI. Les gains  $K_{p\omega}$  (coefficient de l'action proportionnelle externe) et  $K_{i\omega}$  (coefficient de l'action intégrale externe) sont alors déterminés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} K_{\text{por}} = \left( \frac{3J}{2T} - \mu_{\omega} \right) - F \\ K_{\text{i\omega r}} = -\frac{3}{2T} \mu_{\omega} \end{cases} \quad (4.105)$$

Les résultats de simulation sont donnés par les figures 4.1 et 4.2.

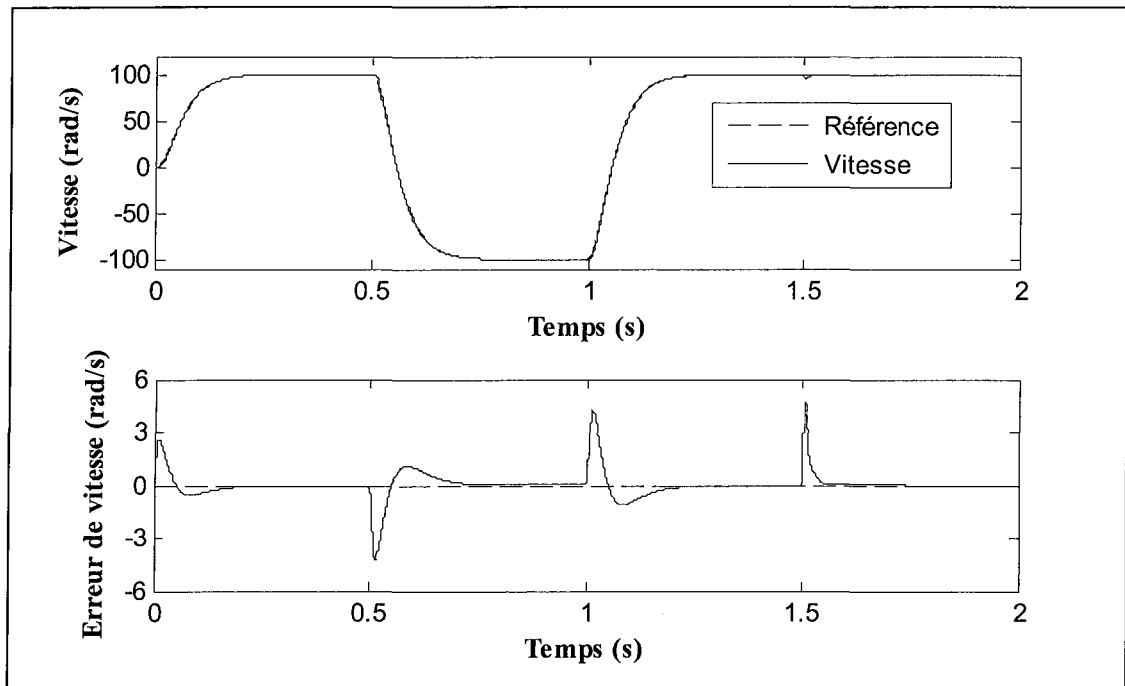


Figure 4.1 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par un régulateur PI

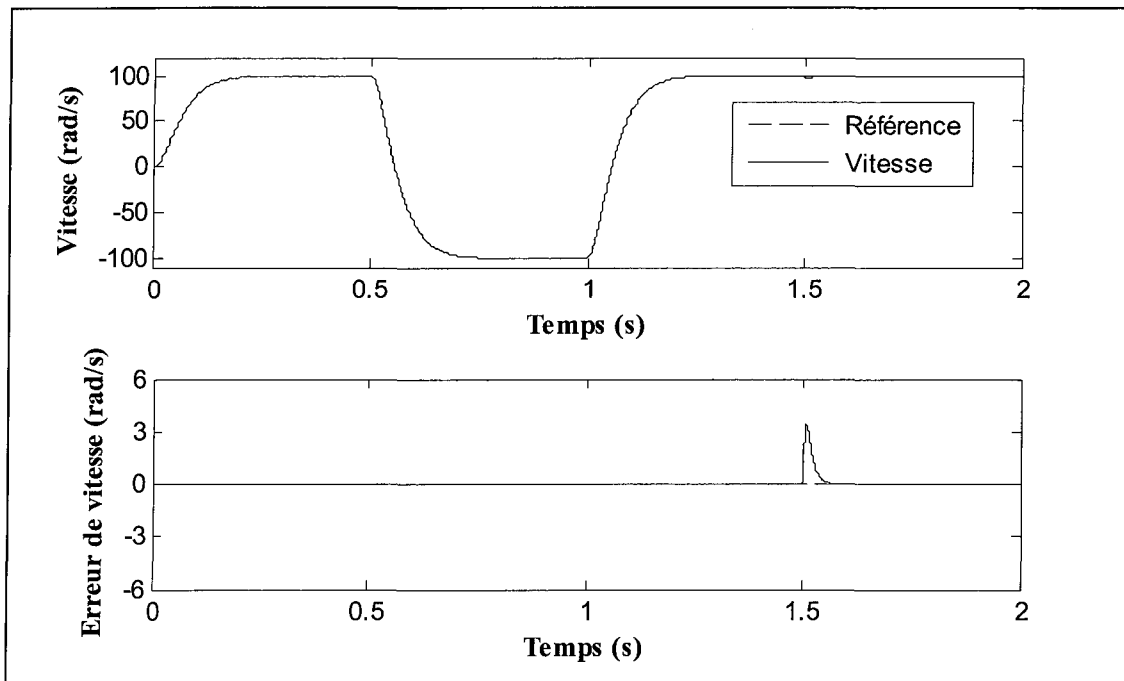


Figure 4.2 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par la CPNLG en structure cascade

Les figures 4.1 et 4.2 présentent les résultats de simulation pour la poursuite de trajectoires de vitesse quand nous appliquons, à  $t=1,5s$ , un couple de charge égal à  $0,4Nm$ .

Les résultats obtenus montrent que les deux contrôleurs permettent d'atténuer les effets du couple de charge et de ce fait, d'assurer une erreur statique nulle. Cependant, en régime transitoire, nous remarquons bien que le contrôleur prédictif améliore la performance de la poursuite de trajectoire alors que le régulateur PI perd de ses performances et provoque des erreurs de vitesse. D'un autre côté, la dynamique de l'erreur de vitesse pour l'approche proposée, après un changement brusque du couple de charge, peut être réglée en agissant uniquement sur les paramètres de l'observateur de perturbation.

En conclusion, nous pouvons avancer que les performances de poursuite de trajectoire obtenues avec la commande prédictive sont très satisfaisantes, comparées à celles obtenues avec un régulateur PI. Cela conforte notre choix

#### **4.7 Résultats expérimentaux**

Les paramètres du contrôleur prédictif restent les mêmes que ceux utilisés pour la simulation. En ce qui concerne la charge, le moteur électrique est couplé à une génératrice à courant continu qui débite sur une résistance électrique variable. Cette dernière est choisie de telle façon que la valeur efficace du courant de phase soit égale à 3,18A à une vitesse rotorique de 100rad/s.

Dans cette section, la limitation de courant est réalisée directement par des blocs de saturations. La consigne de vitesse est passée par un filtre du 2<sup>e</sup> ordre dont la dynamique est choisie relativement rapide de telle sorte que le courant de phase, en régime transitoire, soit plus grand que les limites admissibles.

En outre, faisant référence à la commande vectorielle, la composante directe du courant a été choisie égale à zéro.

#### **4.7.1 Évaluation de performances du CPNLG en structure cascade**

Afin d'évaluer les performances en temps réel du contrôleur prédictif non linéaire généralisé en structure cascade, nous avons réalisé les essais suivants :

- Essai pour tester l'efficacité du schéma anti-saturation lorsque les blocs limiteurs entrent en fonctionnement.
- Essai pour tester la robustesse du contrôleur vis-à-vis de la variation des paramètres de la machine : Pour cela, nous avons fait varier les paramètres du moteur dans la loi de commande à  $t = 0,5s$ . Du côté des paramètres électriques, la valeur de la résistance devient égale à 20 % de celle du moteur tandis que la valeur de l'inductance en quadrature devient égale à la moitié de sa valeur nominale. La valeur du flux est augmentée de 50 % par rapport à celle du moteur. Notons, aussi, que dans ce cas, la référence de la composante directe du courant a été fixée à -1, et ce, pour tester la sensibilité de la régulation du courant par rapport à la variation de la résistance électrique. En ce qui concerne les paramètres mécaniques (moment d'inertie et coefficient de frottement), ils deviennent égaux à 20 % de leurs valeurs nominales.
- Essai pour tester l'efficacité du rejet de perturbation : Pour cela, à  $t = 0,5s$ , nous avons effectué un changement brusque du couple résistant. Cet essai a été effectué pour deux valeurs du gain de l'observateur de perturbation affectant la régulation de la vitesse.

- Essai pour évaluer les performances en matière de poursuite de trajectoire : Pour cela, la consigne de vitesse est prise variable, puis elle est suivie d'un filtre du 2<sup>e</sup> ordre dont la dynamique est choisie relativement très rapide.

La structure de commande permettant la réalisation du CPNLG en structure cascade sur la machine synchrone à aimants permanents est illustré dans le schéma bloc suivant :

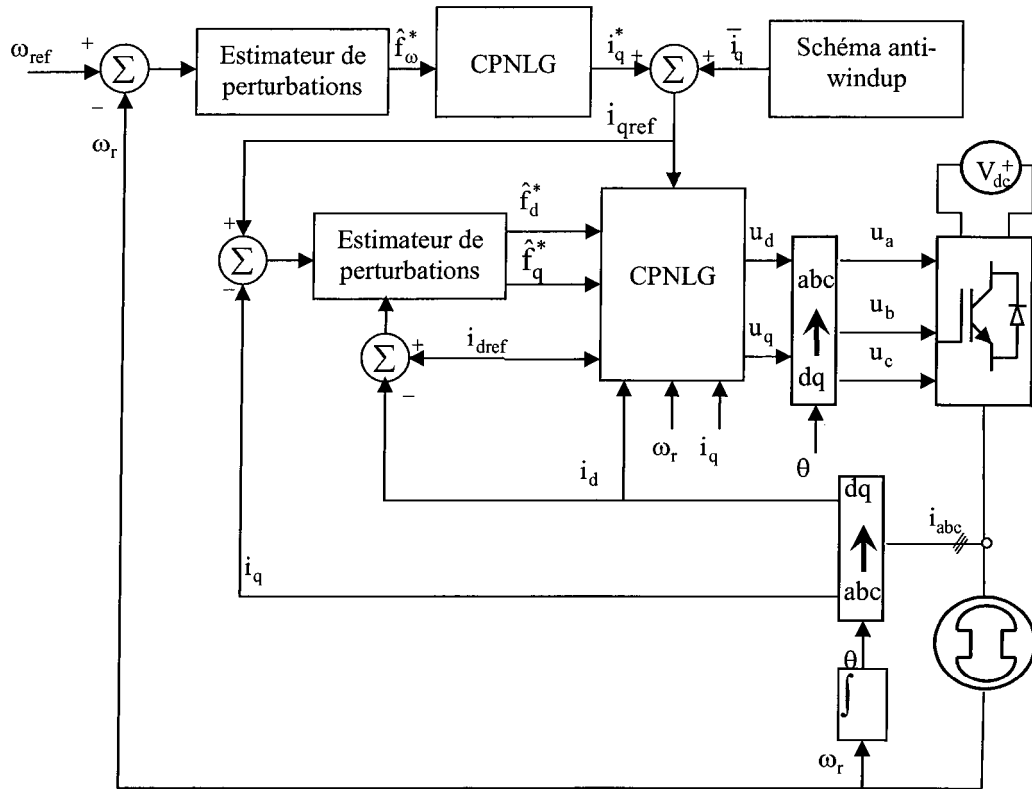


Figure 4.3 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire généralisé (CPNLG) en structure cascade

Les résultats expérimentaux obtenus avec le CPNLG en structure cascade sont donnés par les figures 4.4 à 4.17

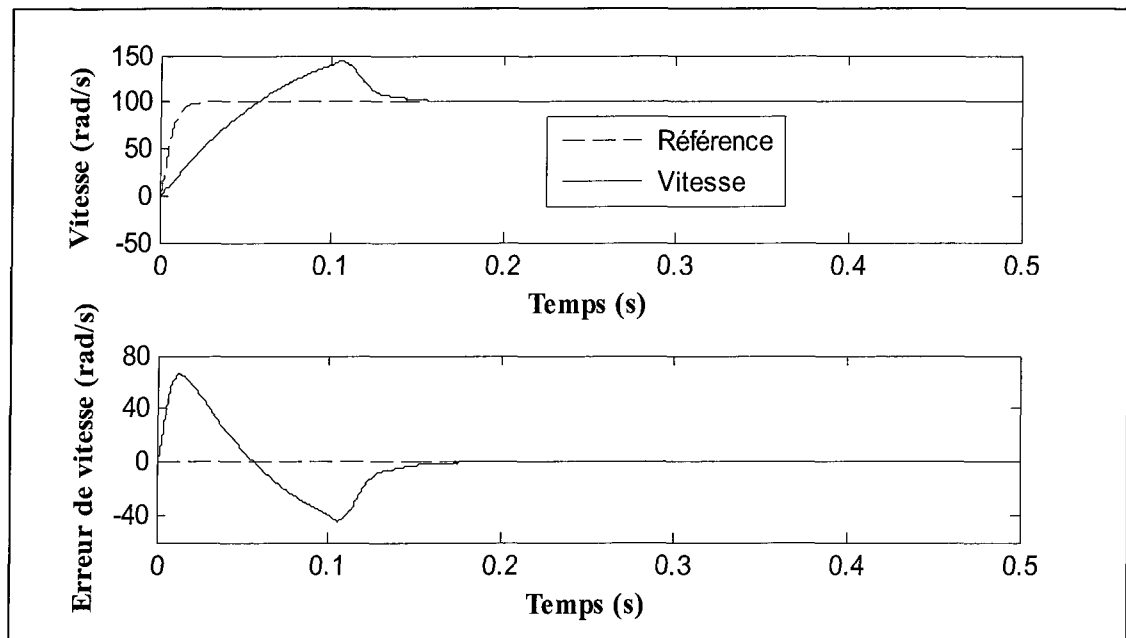


Figure 4.4 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation

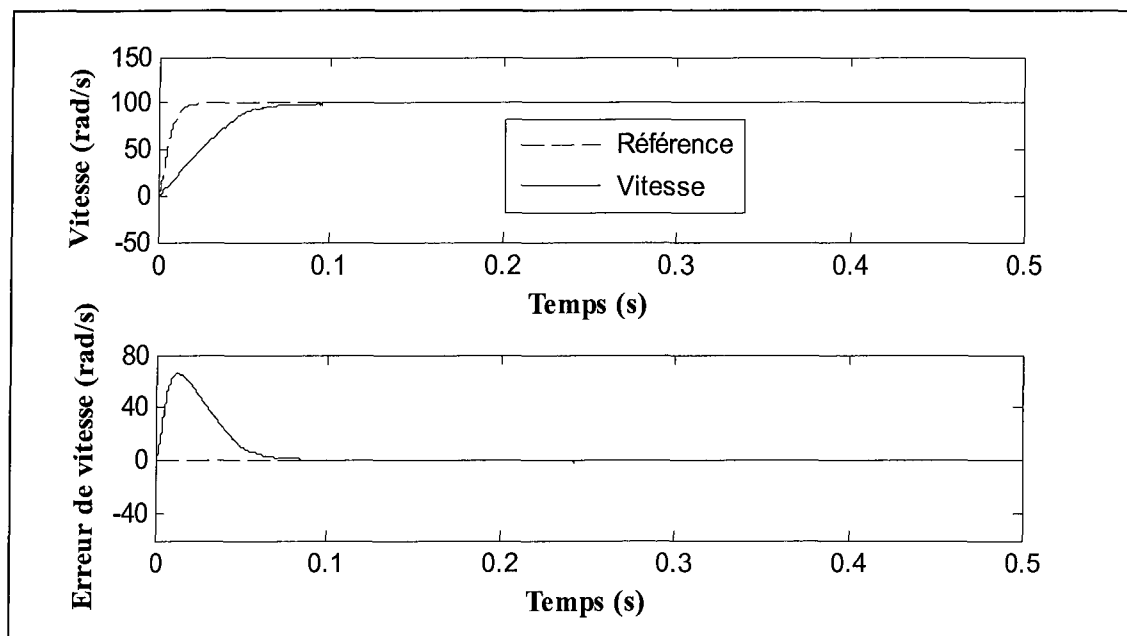
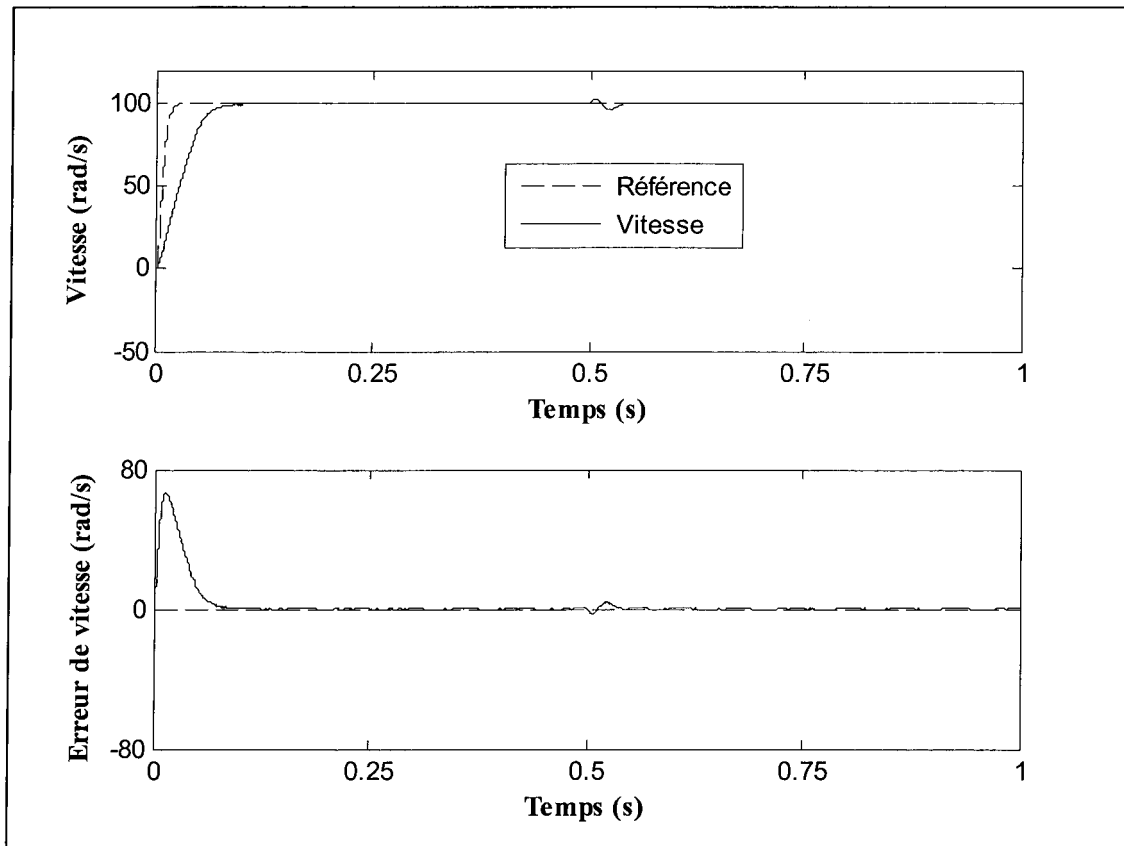
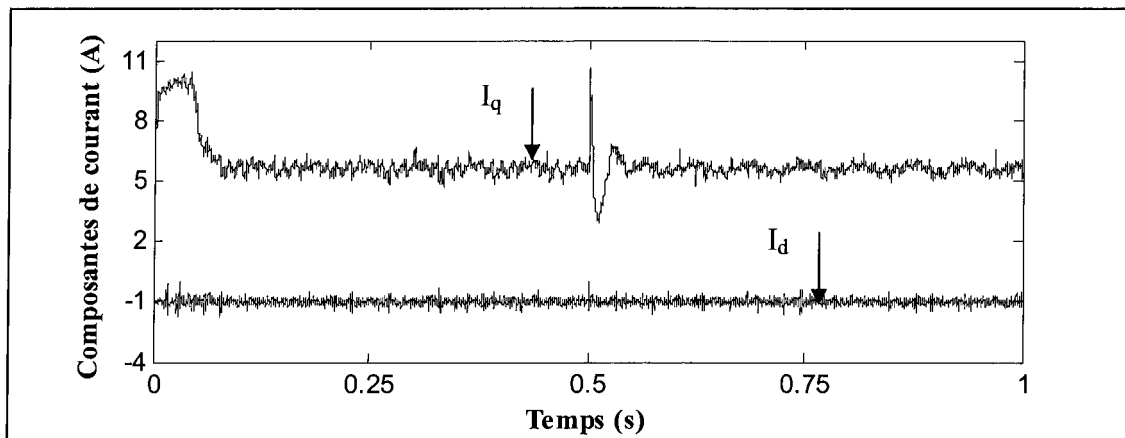


Figure 4.5 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Référence à dynamique rapide avec schéma anti-saturation



**Figure 4.6 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à  $t = 0,5s$**



**Figure 4.7 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à  $t = 0,5s$**

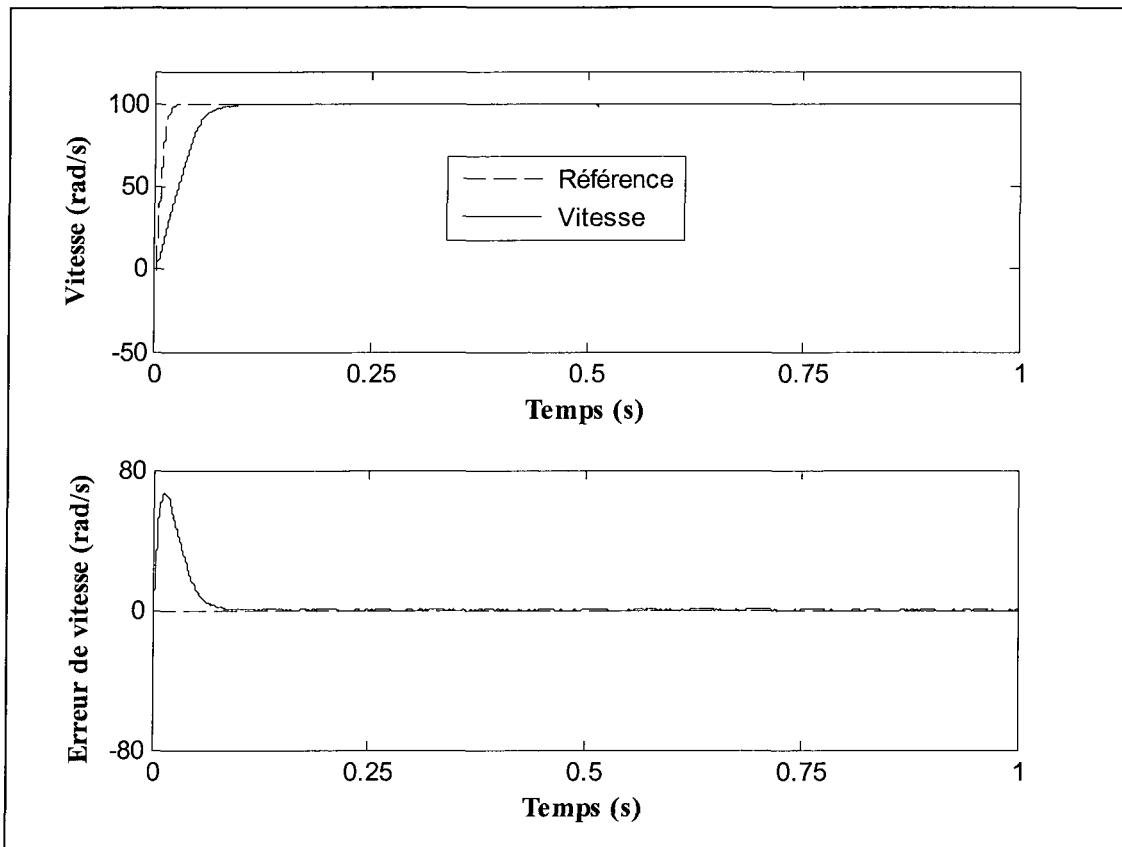


Figure 4.8 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 0,5s$

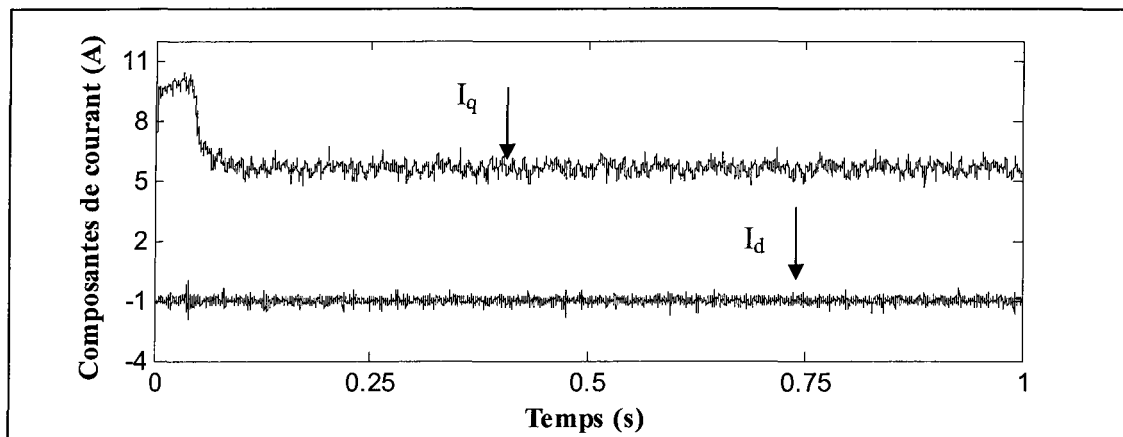


Figure 4.9 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 0,5s$

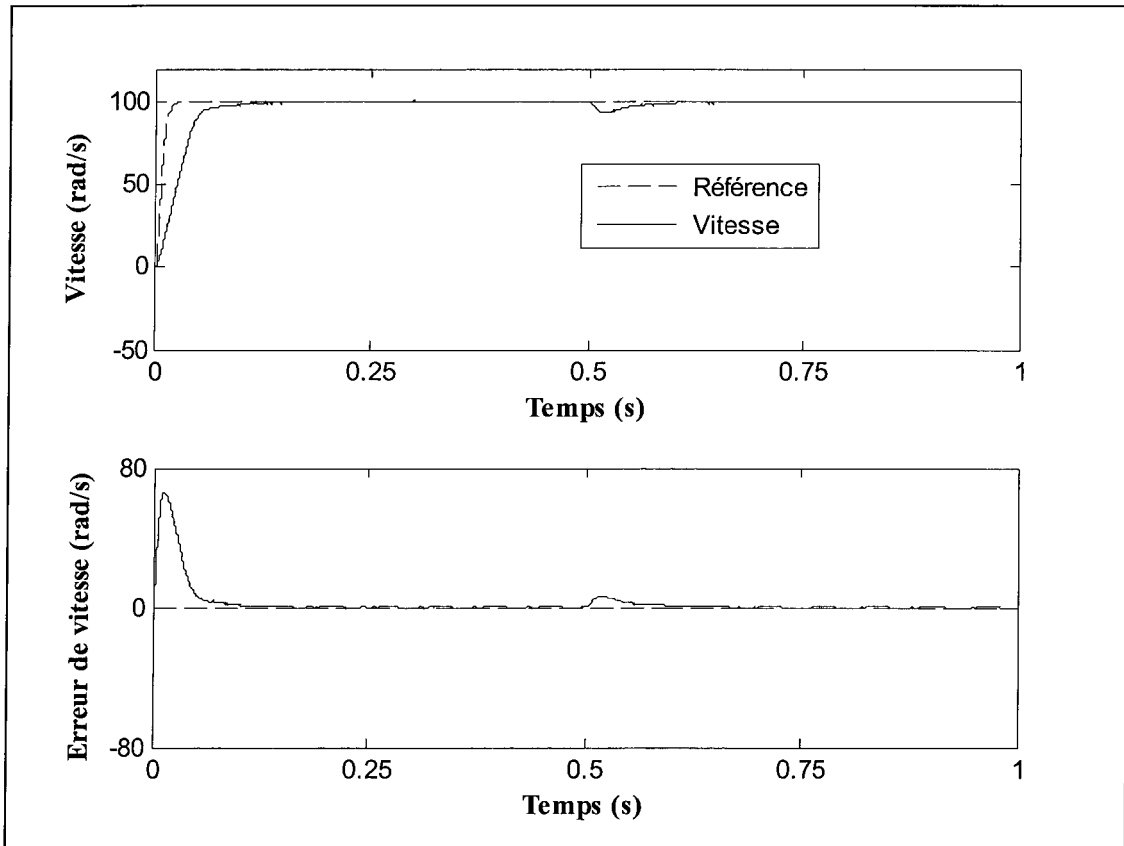


Figure 4.10 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à  $t = 0,5$ s ( $\mu_\omega = -0,01$ )

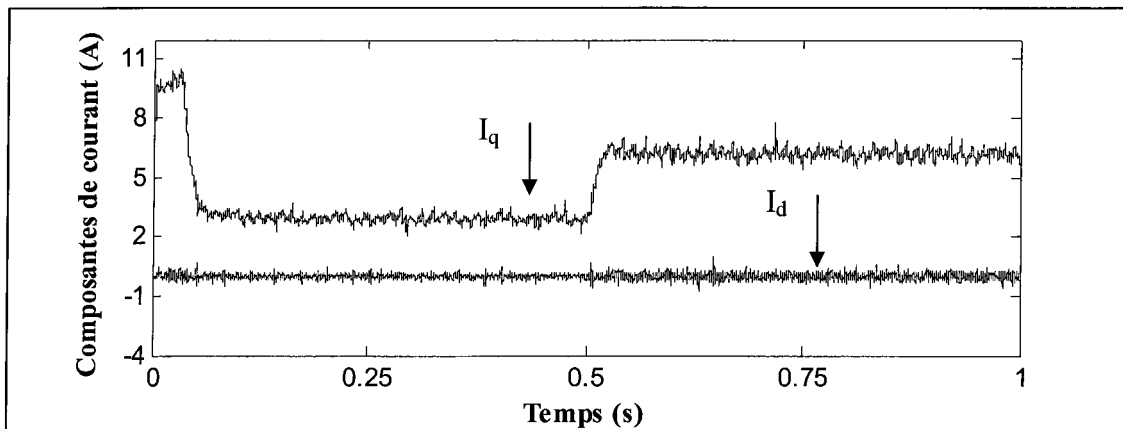


Figure 4.11 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à  $t = 0,5$ s ( $\mu_\omega = -0,01$ )

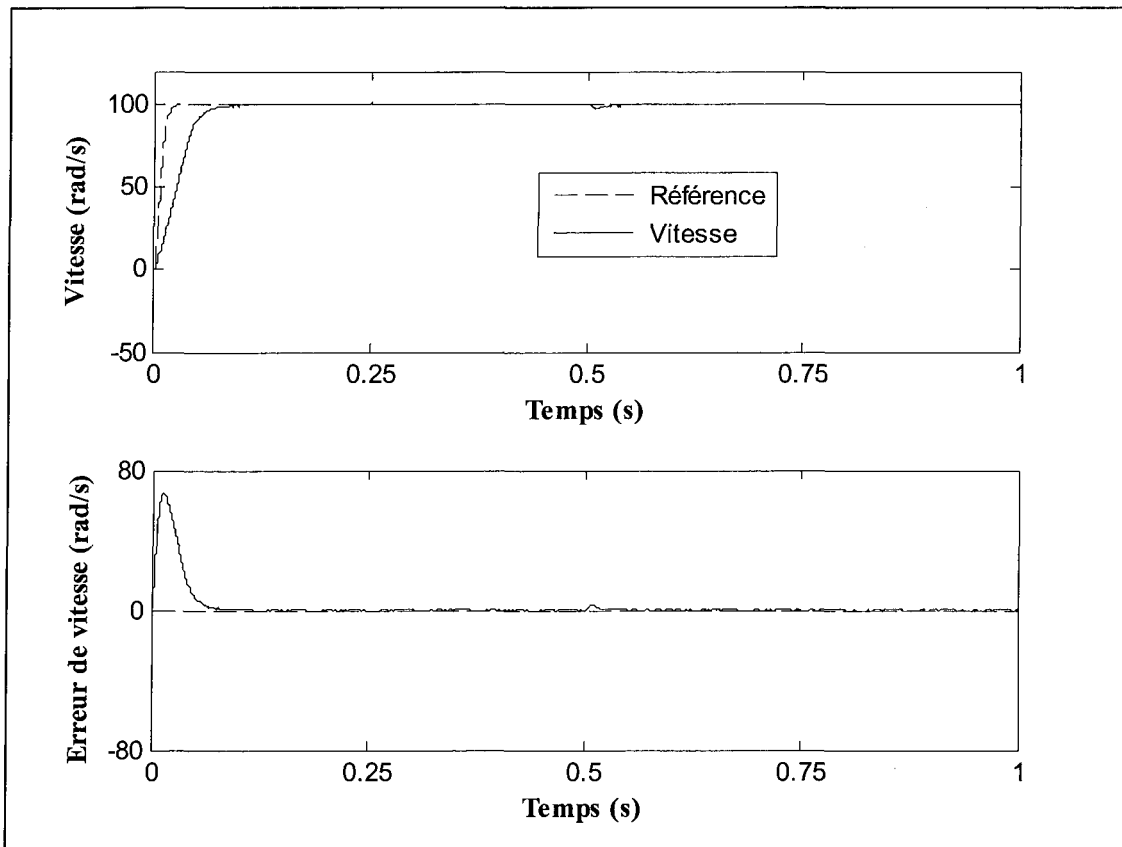


Figure 4.12 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à  $t = 0,5s$  ( $\mu_\omega = -0,065$ )

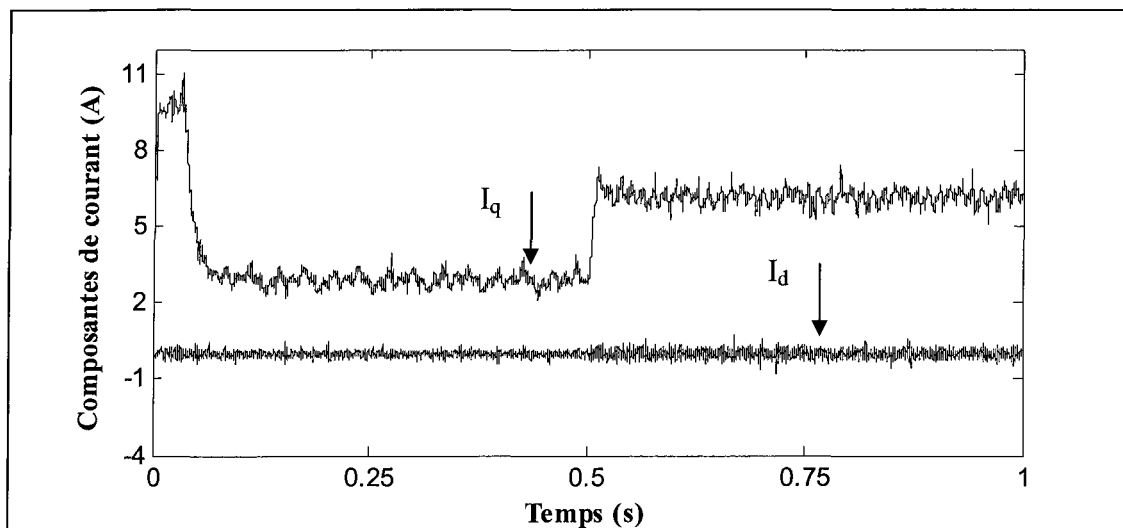


Figure 4.13 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à  $t = 0,5s$  ( $\mu_\omega = -0,065$ )

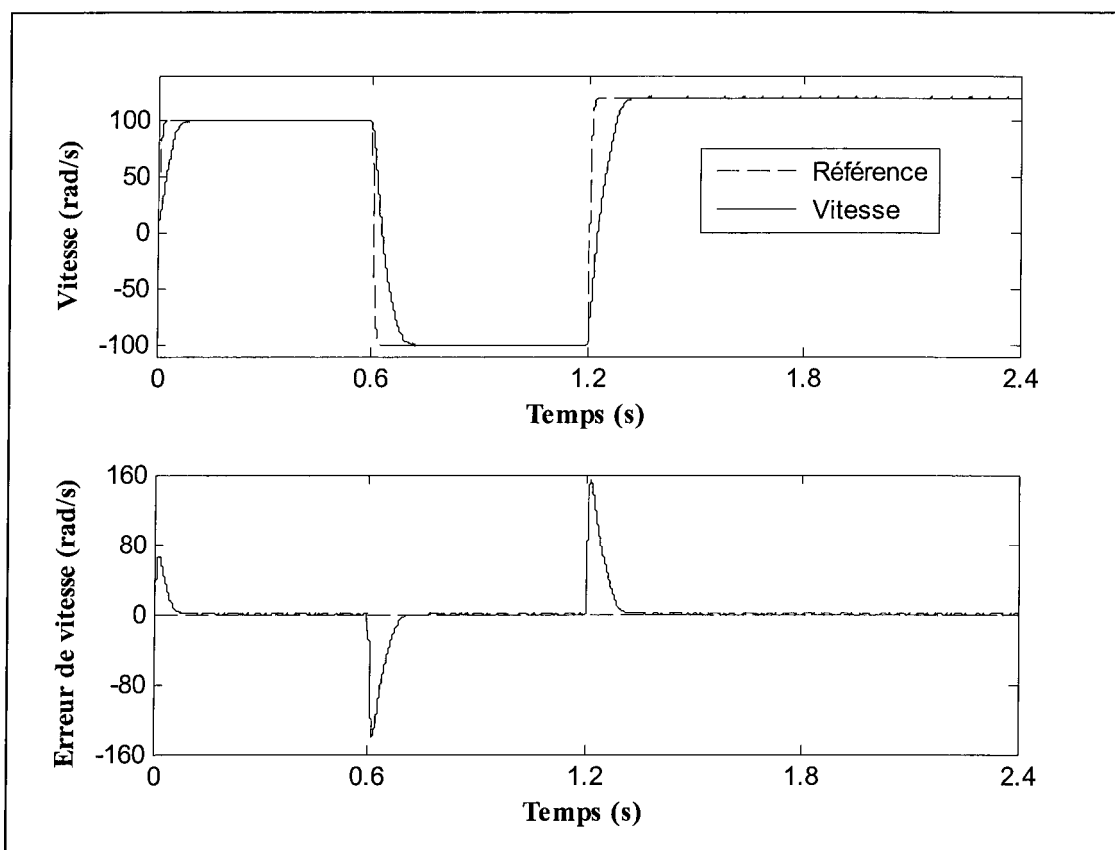


Figure 4.14 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire

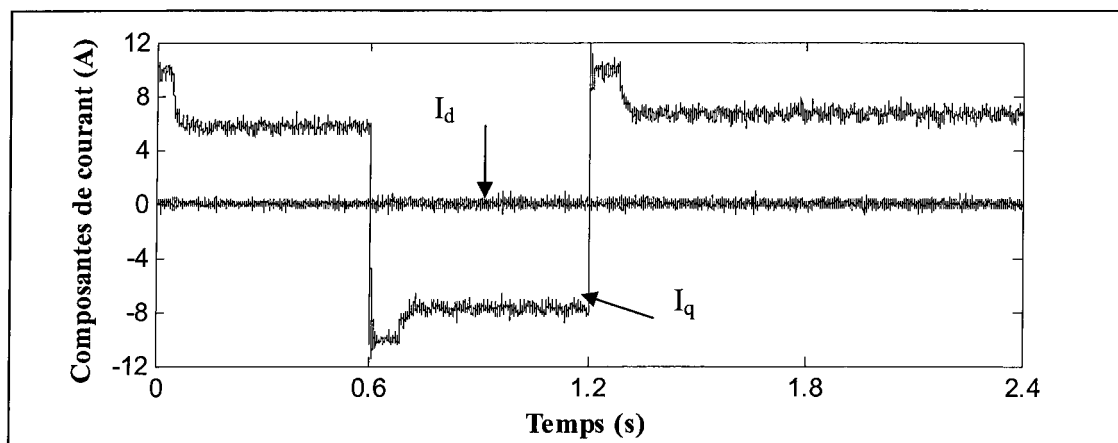


Figure 4.15 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté le CPNLG en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire

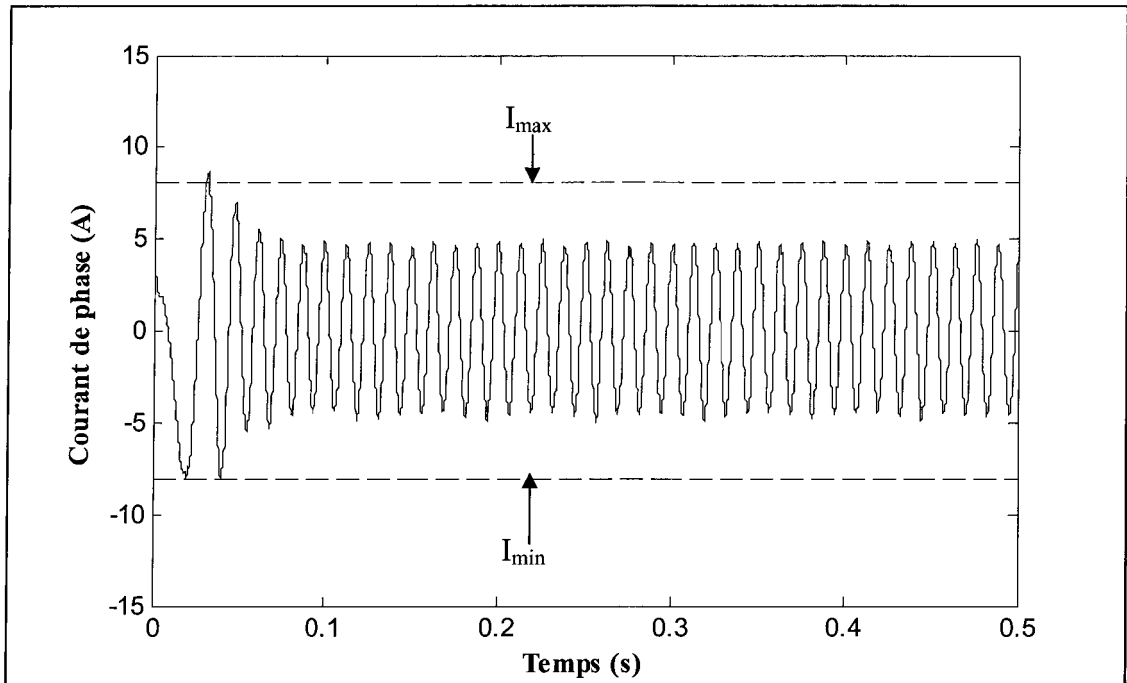


Figure 4.16 : Courant de phase pendant le démarrage du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire

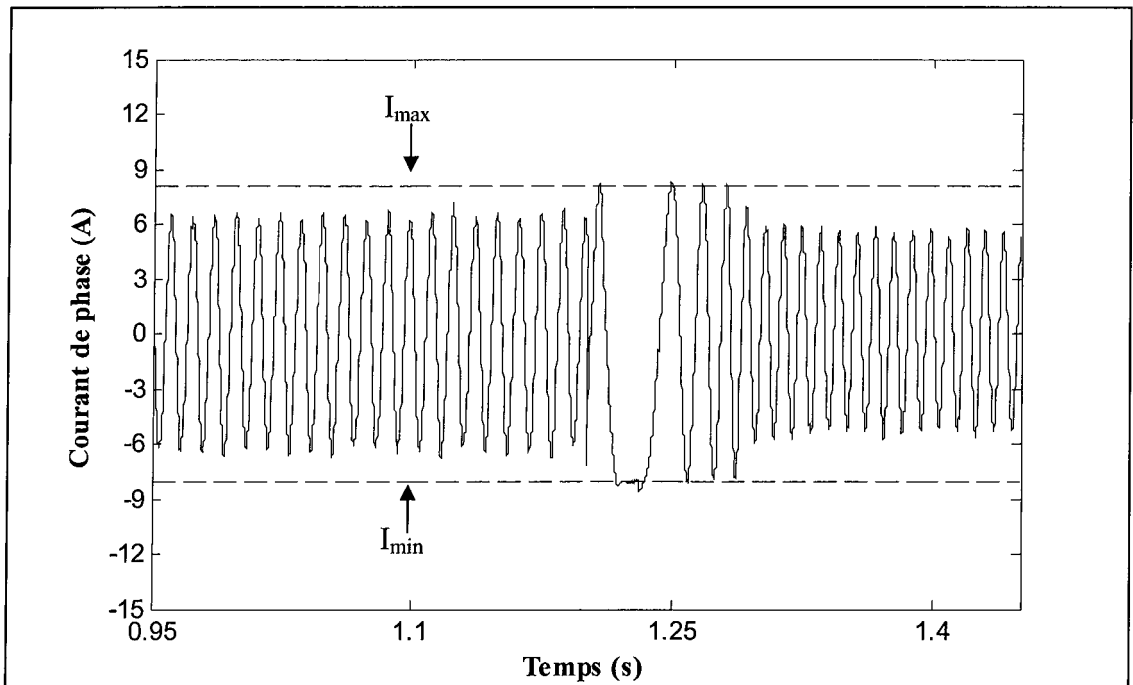


Figure 4.17 : Courant de phase pendant la phase transitoire du système piloté par le CPNLG en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire

À partir de la figure 4.4, nous remarquons que l'adjoint d'un observateur permet d'annuler l'erreur statique. Cependant, à cause de l'action intégrale contenue dans la structure de l'estimateur, les blocs de saturation provoquent un dépassement de l'ordre de 50% dans la réponse en vitesse. L'introduction d'un schéma anti-saturation dans la stratégie de contrôle a permis d'éliminer le dépassement et d'améliorer le temps de réponse de la vitesse (figures 4.5).

Du côté de la robustesse du contrôleur vis-à-vis de la variation des paramètres de la machine, il est clair que l'intégration des observateurs dans la loi de commande fait tendre l'erreur de vitesse rapidement vers zéro (figures 4.6 et 4.8) même si les paramètres de la machine sont incertains. Ceci tient au fait que les estimateurs compensent toutes incertitudes paramétriques outre que la variation du couple de charge. En outre, les figures 4.7 et 4.9, nous permettent de constater que la composante directe du courant est maintenue égale à sa valeur de référence malgré la variation de tous les paramètres de la machine.

En ce qui concerne le rejet de perturbation, nous remarquons qu'au moment de l'application de la charge, l'erreur de vitesse maximale transitoire enregistrée dépend du gain de l'observateur de perturbation et ne tarde pas à s'annuler complètement (figures 4.10 et 4.12). Nous constatons aussi qu'un gain fort conduit à une annulation rapide de l'erreur de vitesse.

Quant à la poursuite de trajectoire, la figure 4.14 montrent que les performances de poursuite de vitesse sous les contraintes de courant sont très satisfaisantes. Nous remarquons aussi que la composante directe du courant est maintenue égale à zéro et le courant est bien maîtrisé en régime transitoire (figure 4.15). Les figures 4.16 et 4.17

montrent que le courant de phase, en régime transitoire, reste inférieur aux valeurs limites imposées.

#### 4.7.2 Évaluation de performances du CPNLVM en structure cascade

Afin d'évaluer les performances du CPNLVM en structure cascade, nous avons considéré les mêmes essais que dans le cas du CPNLG en structure cascade.

Le schéma de commande permettant la réalisation du CPNLVM en structure cascade sur la machine synchrone à aimants permanents est illustré dans le schéma bloc suivant :

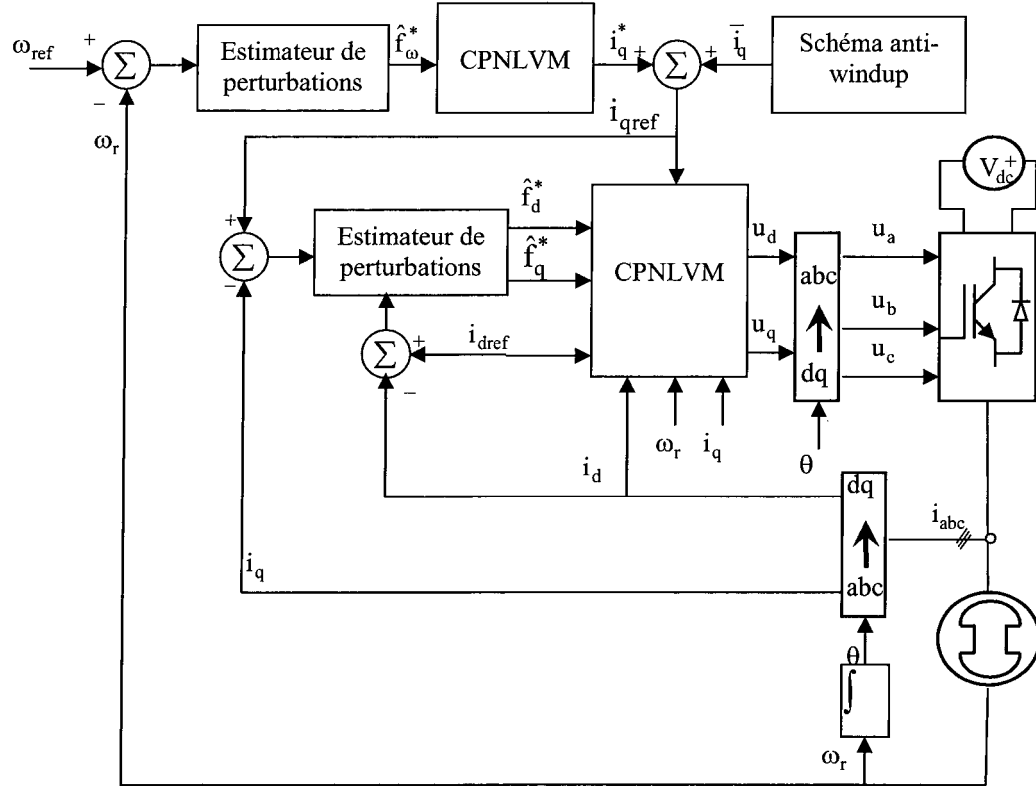


Figure 4.18 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale (CPNLVM) en structure cascade

Les résultats expérimentaux obtenus avec le CPNLVM en structure cascade sont donnés par les figures 4.19 à 4.32.

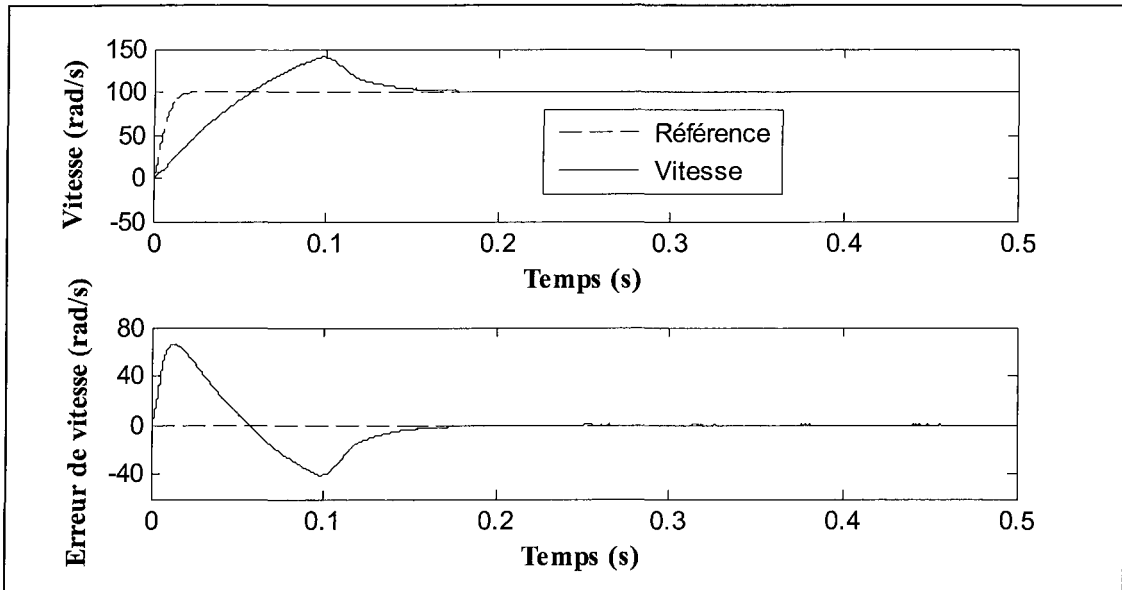


Figure 4.19 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation

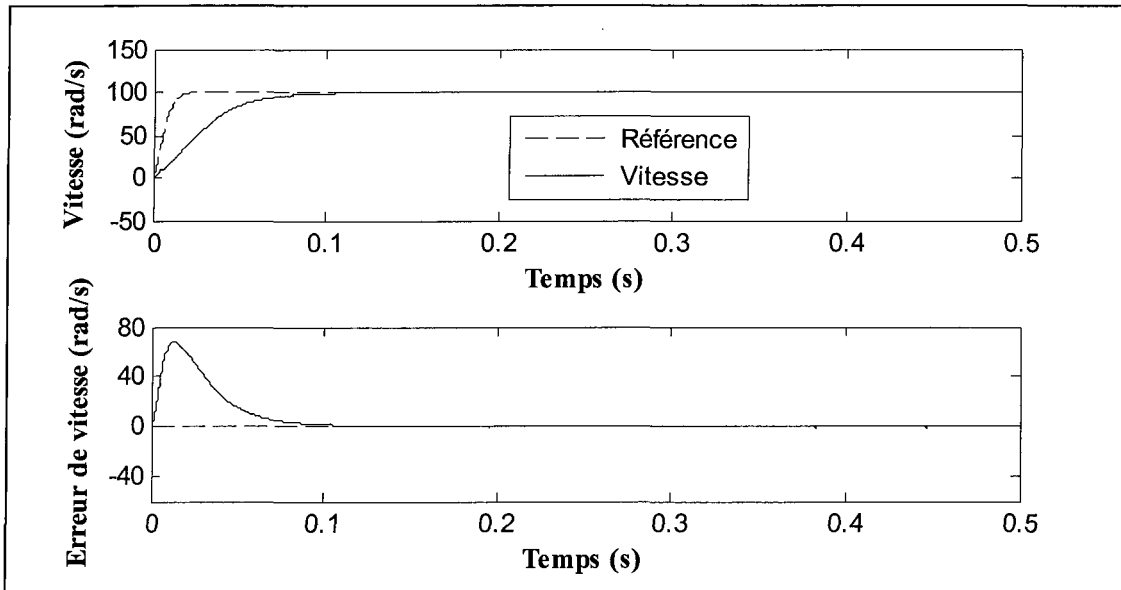


Figure 4.20 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Référence à dynamique rapide avec schéma anti-saturation

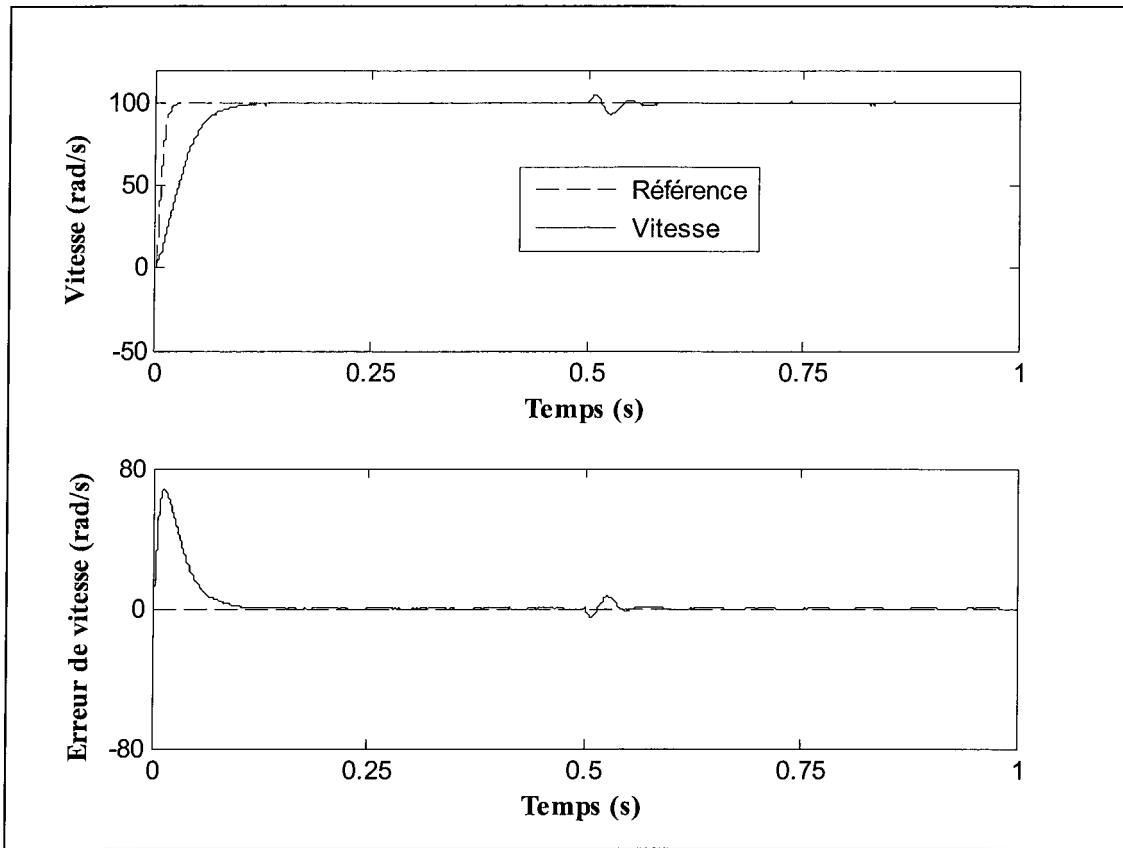


Figure 4.21 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à  $t = 0,5s$

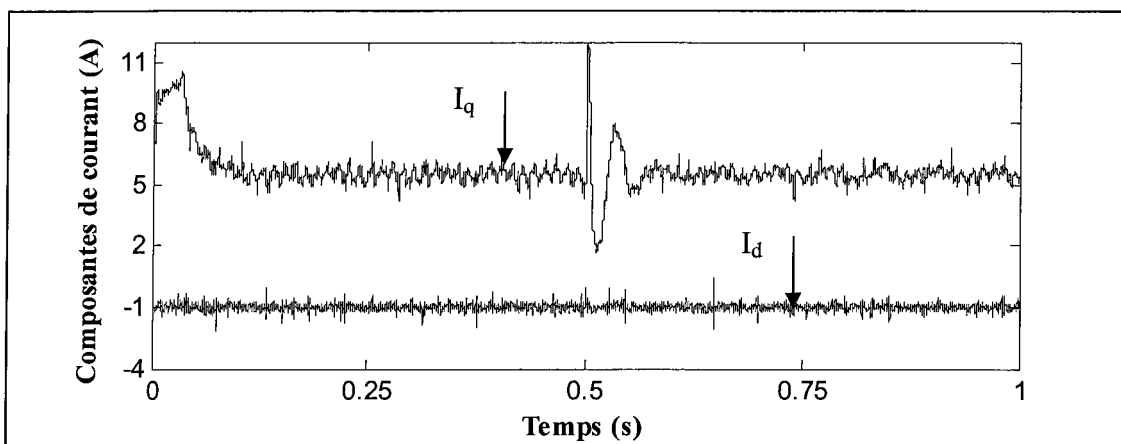


Figure 4.22 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à  $t = 0,5s$

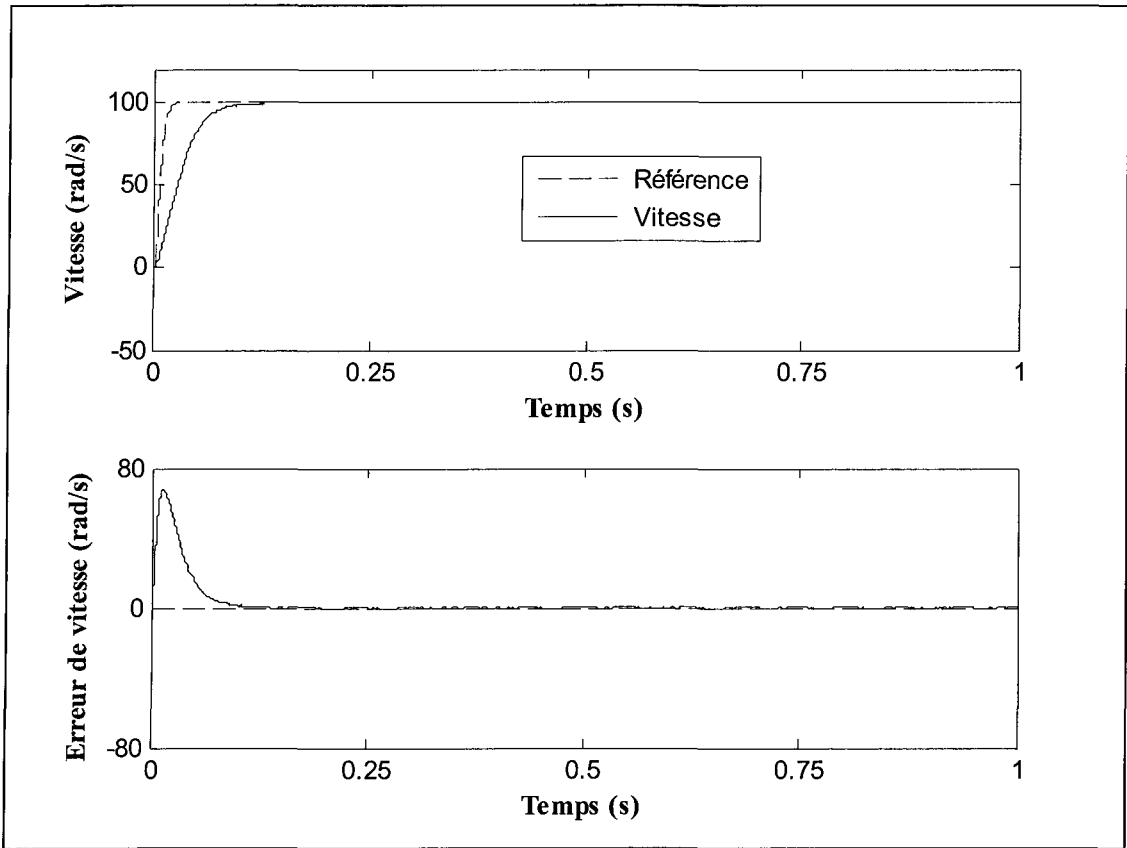


Figure 4.23 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 0,5s$

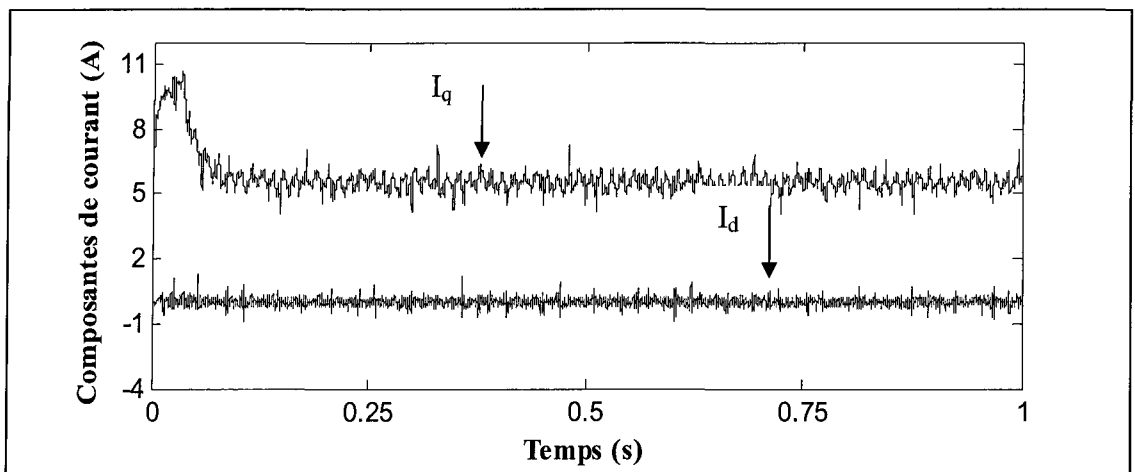


Figure 4.24 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 0,5s$

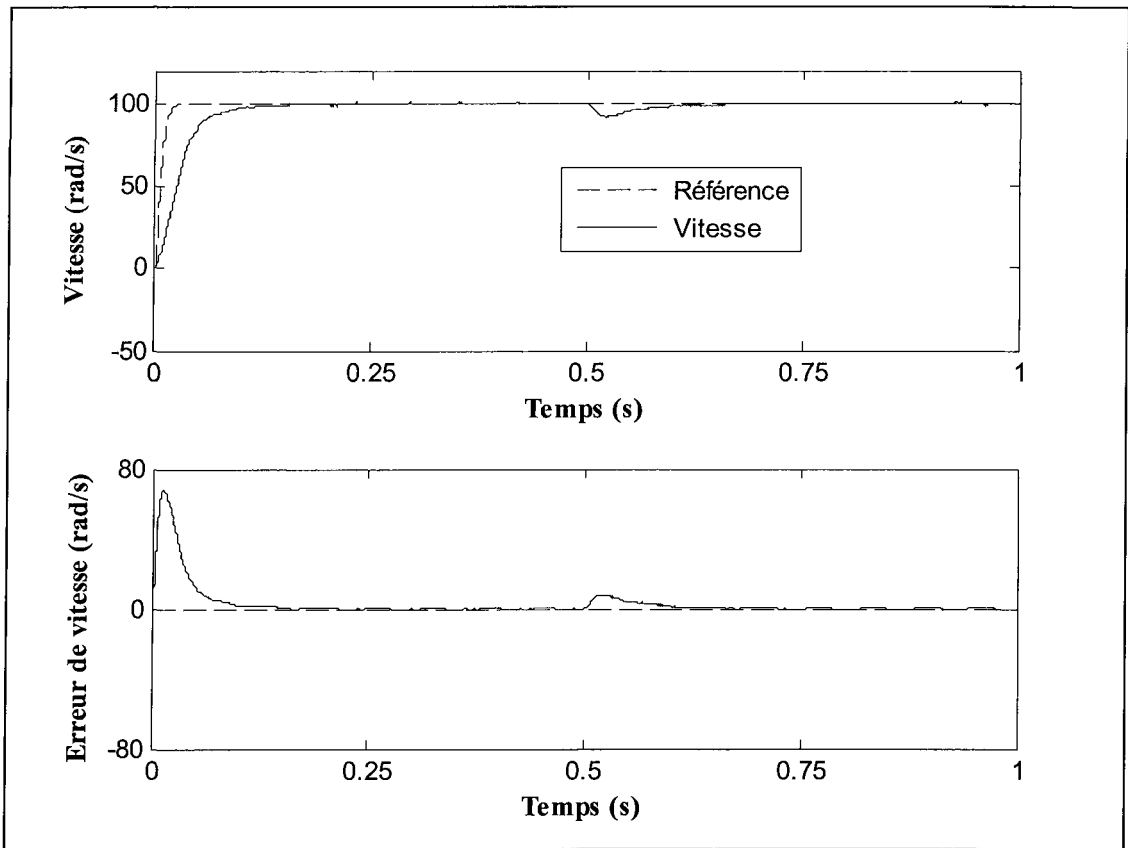


Figure 4.25 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à  $t = 0,5$ s ( $\mu_o = -0,01$ )

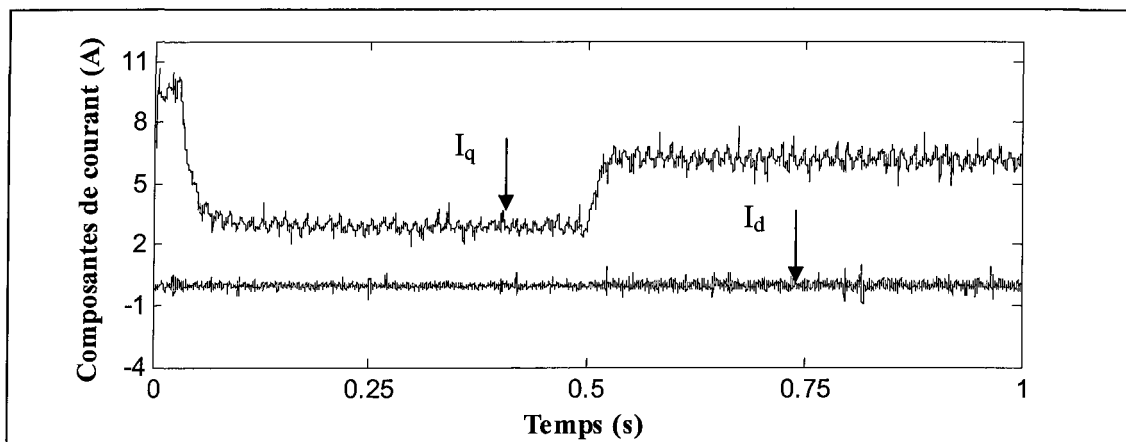


Figure 4.26 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à  $t = 0,5$ s ( $\mu_o = -0,01$ )

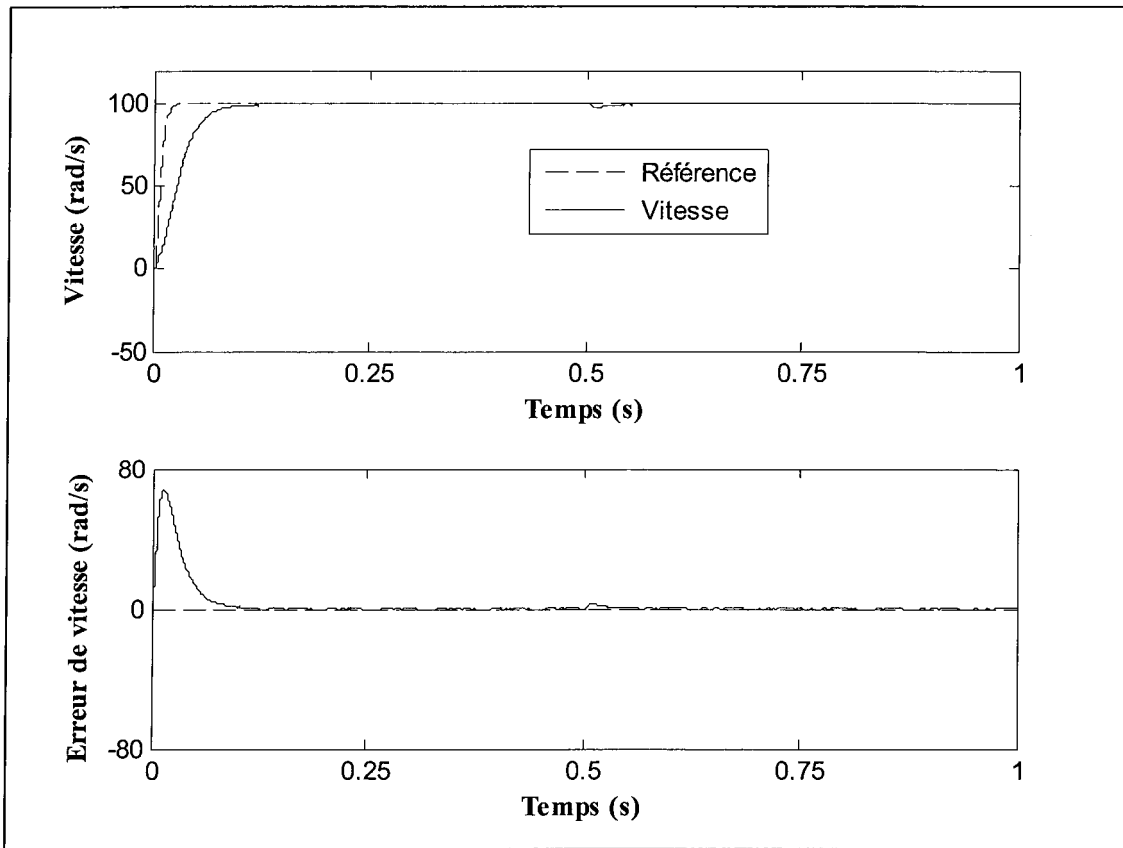


Figure 4.27 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à  $t = 0,5$ s ( $\mu_w = -0,065$ )

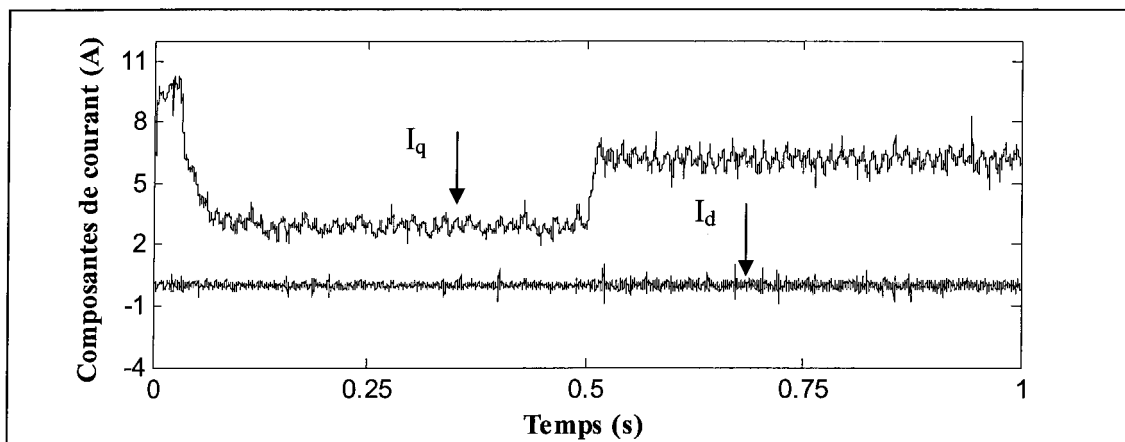


Figure 4.28 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation brusque du couple de charge à  $t = 0,5$ s ( $\mu_w = -0,065$ )

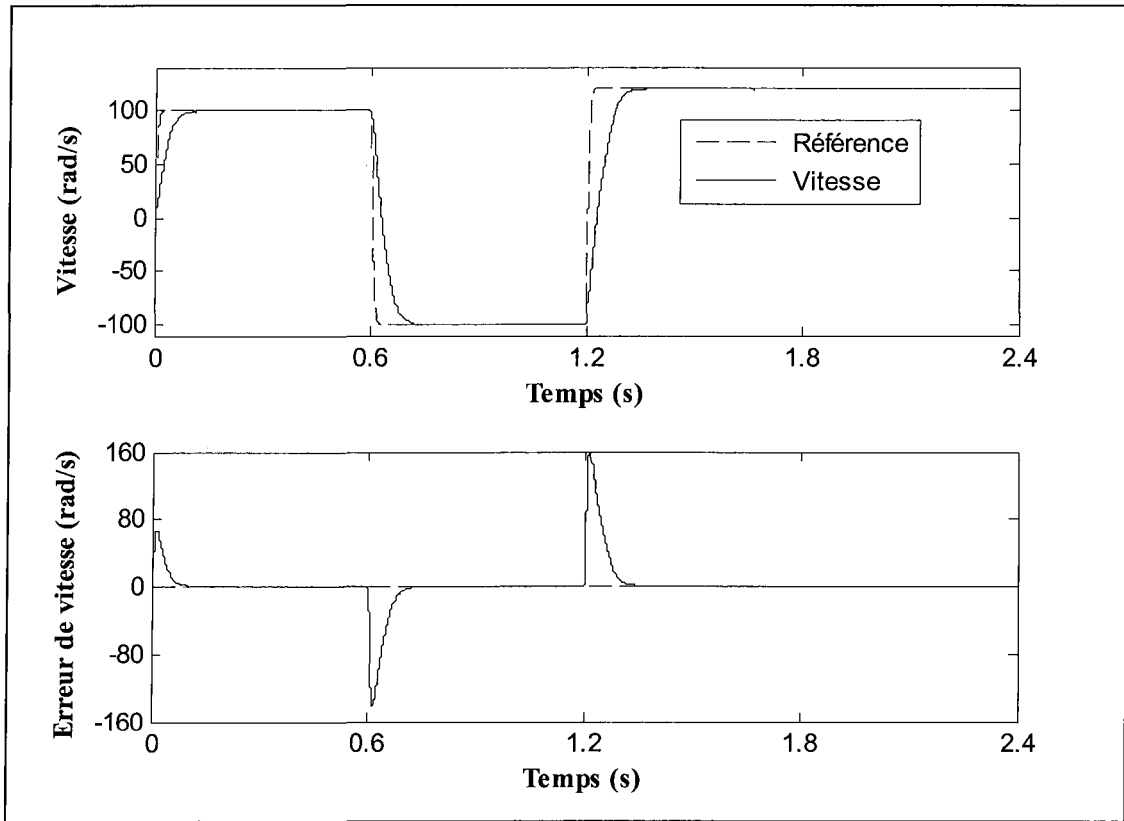


Figure 4.29 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire

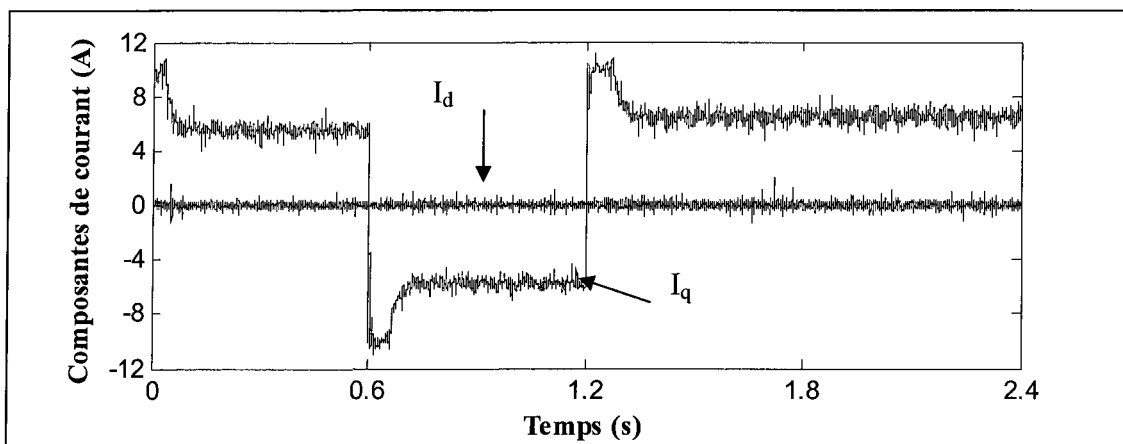
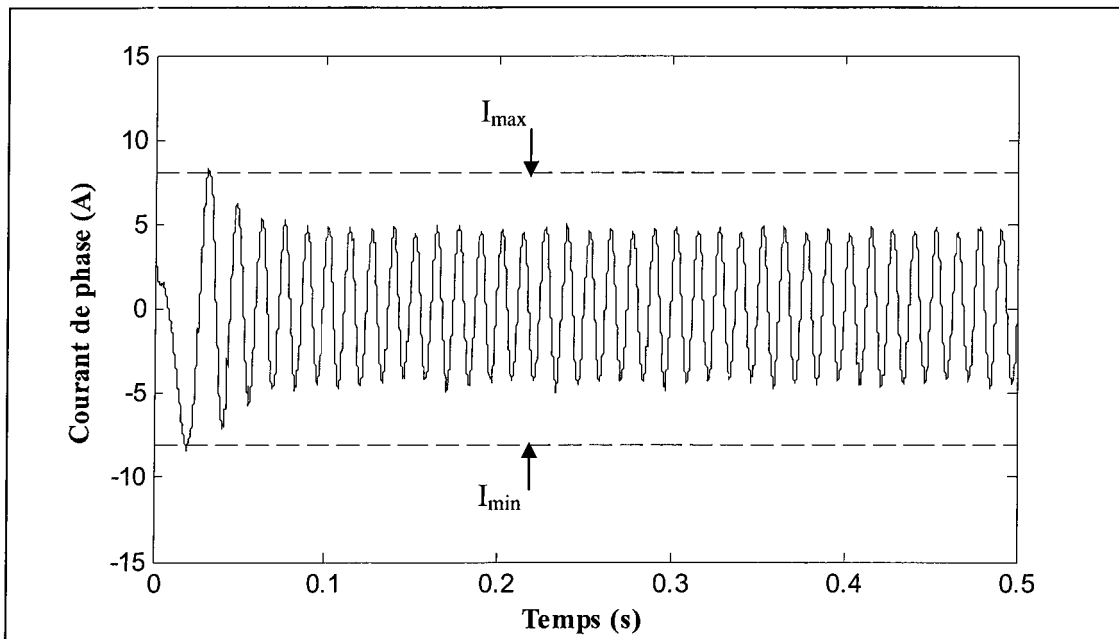
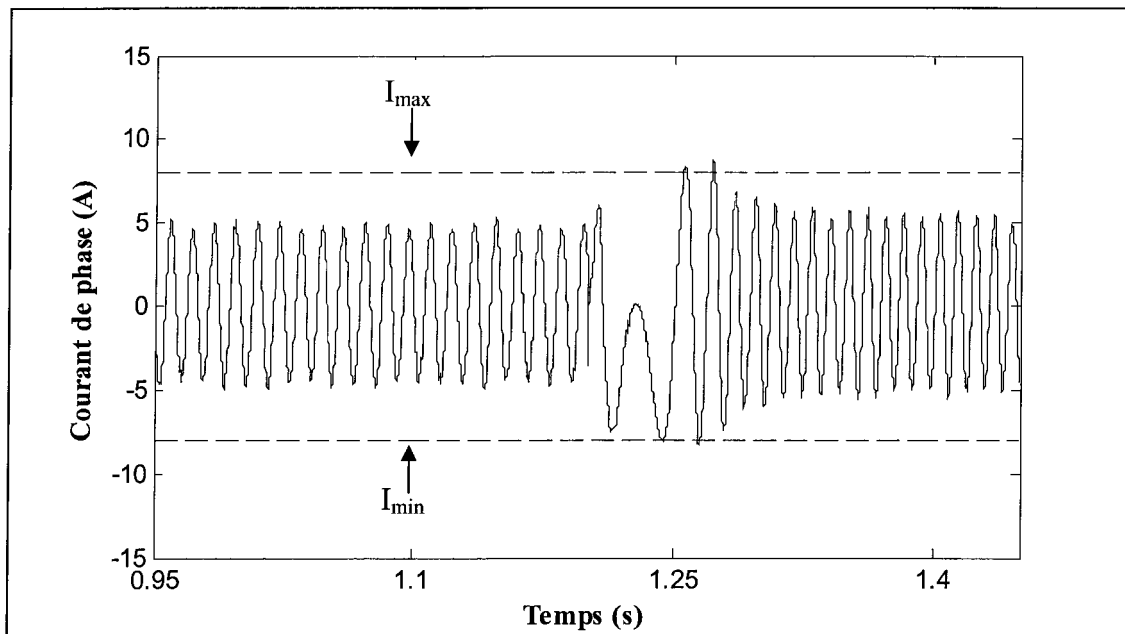


Figure 4.30 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire



**Figure 4.31 : Courant de phase pendant le démarrage du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Performance de poursuite de trajectoire**



**Figure 4.32 : Courant de phase pendant la phase transitoire du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Performance de poursuite de trajectoire**

Les mêmes remarques faites précédemment pour le CPNLG, s'appliquent pour le CPNLVM. Nous pouvons conclure, alors, que les performances obtenues avec le CPNLVM sont satisfaisantes.

#### **4.7.3 Comparaison entre le CPNLG et le CPNLVM en structure cascade**

Nous commençons par noter que les deux contrôleurs ont permis d'obtenir les performances souhaitées. Remarquons, d'après les résultats obtenus, que les deux contrôleurs assurent une erreur statique nulle dans les deux cas, nominal et avec incertitudes sur les paramètres de la machine. De même, le rejet de perturbation est garanti après un temps relativement court dont la durée dépend directement du gain de l'observateur de perturbation.

Cependant, dans un environnement bruité, il serait préférable d'utiliser le CPNLVM, car il utilise des gains relativement faibles qui n'amplifient pas beaucoup l'effet des bruits de mesure.

## 4.8 Conclusion

Dans le cadre de ce chapitre, qui présente une suite des travaux commencés dans le 3<sup>ème</sup> chapitre, nous avons évalué le contrôle prédictif sur la machine synchrone à aimants permanents, et ce, en utilisant la structure cascade. Cette dernière permet de contrebalancer tous les inconvénients de la stratégie de commande vue au 3<sup>ème</sup> chapitre, car en plus de pouvoir limiter le courant directement par un bloc de saturation, elle offre l'occasion d'estimer toutes les perturbations causées par les erreurs de modélisation et la variation du couple de charge. La prise en compte des blocs de saturation dans le design des observateurs de perturbations a conduit à la synthèse des schémas anti-saturation.

Le schéma global de commande obtenu convienne également pour assurer la poursuite de trajectoire dans le cas où la référence de vitesse est à dynamique lente. En effet, l'application des stratégies proposées au moteur synchrone à aimants permanents a permis de constater que la commande prédictive en structure cascade développe des performances dynamiques supérieures à celle obtenues par un régulateur PI.

Les résultats expérimentaux obtenus ont montré que l'approche de commande développée est bien adaptée aux problèmes de suivi de trajectoires, de rejet de perturbations, de respect des contraintes électromagnétiques et de robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques.

## **CHAPITRE 5**

### **COMMANDE PRÉDICTIVE ROBUSTE SANS OBSERVATEUR DE PERTURBATIONS**

#### **5.1 Introduction**

Comme nous l'avons vu aux chapitres précédents, le contrôle prédictif basé sur l'expansion en séries de Taylor a montré son efficacité au niveau de la commande du moteur synchrone à aimants permanents. Il a été démontré aussi que le contrôleur prédictif permet de maîtriser parfaitement les non linéarités et de garantir de bonnes performances en matière de suivi de trajectoire aussi longtemps que les paramètres du moteur restent inchangés. Cependant, il ne peut pas garantir la robustesse en présence des perturbations externes ou des incertitudes paramétriques. Pour pallier ce problème, un observateur de perturbations, pour estimer les erreurs de modélisation et le couple de charge, est conçu à partir de la loi de commande prédictive. L'intégration de cet observateur dans la structure de commande a permis d'introduire une action intégrale dans la boucle de commande, ce qui a conduit à l'amélioration de la robustesse et au rejet de perturbation. Toutefois, comme nous avons déjà mentionné dans le 3<sup>ème</sup> chapitre, il est très difficile de proposer une forme générale des observateurs pour les systèmes non linéaires multivariable et dont le degré

relatif de la perturbation est inférieur à celui de la commande, ce qui est le cas pour les machines électriques.

Ce chapitre poursuit la synthèse des régulateurs prédictifs robustes présentés dans les deux chapitres précédents. Il s'agit de garantir la robustesse sans faire appel aux observateurs de perturbations. Pour ce faire, nous proposons une nouvelle fonction coût dont la minimisation par rapport à la commande fait apparaître une action intégrale dans le contrôleur. La fonction objective proposée permet alors de trouver une forme générale pour la commande prédictive robuste. La conception du modèle de prédiction est réalisée à partir d'un développement mathématique sur le modèle, dont les paramètres sont supposés parfaitement connus, et ce, en utilisant l'expansion en séries de Taylor et les dérivées de Lie. En ce qui concerne la stabilité du système bouclé, comme nous verrons plus loin dans ce chapitre, seul le degré relatif de l'entrée conditionne la convergence de l'erreur de poursuite. En effet, nous montrerons que la stabilité du système en boucle fermée est garantie uniquement pour les systèmes non linéaires dont le degré relatif est inférieur ou égal à trois.

D'un autre côté, lorsque nous utilisons cette stratégie pour le contrôle du moteur synchrone à aimants permanents, il est intéressant de prouver la stabilité asymptotique en boucle fermée quand les paramètres du modèle changent. Ce point va être illustré de façon théorique, et ce, en faisant appel à la théorie de stabilité de Lyapunov. L'inconvénient majeur de cette loi de commande non linéaire reste la difficulté à respecter les contraintes sur l'amplitude des courants lorsque la référence de la vitesse est choisie trop rapide. Pour remédier à ce problème, l'approche de commande développée sera évaluée aussi pour la

structure en cascade où les courants peuvent être limités directement par des blocs de saturation. Le schéma bloc de commande sera composé de deux boucles. La première est appelée boucle externe, elle assure la régulation de la vitesse à l'aide du contrôle prédictif monovarié. La deuxième est appelée boucle interne, elle constitue la loi de commande prédictive multivarié pour la régulation des courants. Comme la boucle externe contiendra un intégrateur et un bloc de saturation, la réponse en vitesse inclura forcément un dépassement chaque fois que les limiteurs entrent en fonctionnement. Enfin, afin d'éliminer les effets des blocs limiteurs, un dispositif jouant le rôle d'un schéma anti-saturation sera introduit dans la boucle de contrôle.

## 5.2 Contrôle prédictif non linéaire robuste

### 5.2.1 Système non linéaire affine en la commande

En général, le modèle mathématique d'un système multivarié non linéaire affine en la commande s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u(t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (5.1)$$

avec :

$x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  le vecteur de commande et  $y \in \mathbb{R}^m$  le vecteur des sorties. Les champs de vecteurs  $f(x)$  et  $g(x)$  sont continus et dérivables, la fonction  $h(x)$  est aussi continue et dérivable.

Comme cela est expliqué dans les deux chapitres précédents, il existe essentiellement deux fonctions objectives pour la réalisation de la commande prédictive. Dans cette section,

nous modifions les deux fonctions coût vues précédemment pour faire apparaître l'action intégrale dans la boucle de commande, ce qui permet de robustifier le système bouclé

## 5.2.2 Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste (CPNLVMR)

### 5.2.2.1 Conception du contrôleur

Le principe de cette stratégie de commande est de trouver un vecteur de commande capable de rendre l'erreur de poursuite au futur aussi petit que possible. Cela passe par la minimisation de la fonction coût [68] :

$$\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}_2 + \dots + \mathfrak{J}_m \quad (5.2)$$

avec :

$$\begin{cases} \mathfrak{J}_j = \frac{1}{2} e_j(t + T_j)^2 & ; j=1, \dots, m \\ e_j(t) = (y_{rj}(\tau) - y_j(\tau)) & ; j=1, \dots, m \end{cases} \quad (5.3)$$

Cependant, il a été démontré dans les chapitres précédents que la loi de commande, obtenue par la minimisation du critère (5.3), nécessite l'utilisation d'un observateur de perturbations pour assurer la robustesse. Pour éviter le recours aux observateurs, nous proposons de faire apparaître dans la loi de commande, une action intégrale sur l'erreur de sortie, ce qui permet de rejeter toute perturbation de basses fréquences [89], [90], [91]. Pour y parvenir, nous modifions l'indice de performance défini par (5.3) comme suit :

$$\begin{cases} \mathfrak{J}_j = \frac{1}{2} I_j(t + T_j)^2 & ; j=1, \dots, m \\ I_j(t) = \int_0^t e_j(\tau) d\tau & ; j=1, \dots, m \end{cases} \quad (5.4)$$

où :

$T_j$  est le temps de prédiction et  $I_j(t+T_j)$  est la prédiction de  $I_j(t)$  à  $T_j$  pas.

Il est à noter que le critère à minimiser est défini sur un horizon au futur, d'où la nécessité de concevoir un modèle de prédiction pour le calcul des intégrales des erreurs des sorties au futur. De la même manière que pour les chapitres précédents, la prédiction est calculée à partir de l'expansion en série de Taylor, qui est exprimée par les dérivées de Lie. La différentiation de l'intégrale de l'erreur par rapport au temps est répétée  $(\rho_j+1)$  fois, pour faire apparaître la commande dans le modèle de prédiction. Le nombre  $\rho_j$  représente l'indice caractéristique correspondant à la sortie  $y_j$ . D'où, nous tirons :

$$\begin{cases} I_j(t+T_j) = I_j(t) + T_j \dot{I}_j(t) + \frac{T_j^2}{2!} \ddot{I}_j(t) \dots \frac{T_j^{\rho_j+1}}{(\rho_j+1)!} (I_j(t))^{(\rho_j+1)} \\ j=1, \dots, m \end{cases} \quad (5.5)$$

L'égalité (5.5) devient par conséquent :

$$\begin{cases} I_j(t+T_j) = I_j(t) + T_j e_j(t) + \frac{T_j^2}{2!} \dot{e}_j(t) \dots \frac{T_j^{\rho_j+1}}{(\rho_j+1)!} (e_j(t))^{(\rho_j)} \\ j=1, \dots, m \end{cases} \quad (5.6)$$

De la même manière que pour les deux chapitres précédents, la condition pour l'optimalité est donnée par :

$$\frac{d\mathfrak{J}}{du} = \frac{d\mathfrak{J}_1}{du} + \frac{d\mathfrak{J}_2}{du} + \dots + \frac{d\mathfrak{J}_m}{du} = 0 \quad (5.7)$$

En substituant (5.6) dans (5.4) et en exploitant (5.7), il en découle la solution optimale au sens du critère (5.2) et (5.4) :

$$u(t) = \begin{bmatrix} L_g L_f^{\rho_1-1} h_1(x) \\ L_g L_f^{\rho_2-1} h_2(x) \\ \vdots \\ L_g L_f^{\rho_m-1} h_m(x) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_0(\rho_1, T_1) \int_0^t e_1(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^{\rho_1+1} \sigma_i(\rho_1, T_1) (y_{r1}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_1(x)) \\ \sigma_0(\rho_2, T_2) \int_0^t e_2(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^{\rho_2+1} \sigma_i(\rho_2, T_2) (y_{r2}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_2(x)) \\ \vdots \\ \sigma_0(\rho_m, T_m) \int_0^t e_m(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^{\rho_m+1} \sigma_i(\rho_m, T_m) (y_{rm}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_m(x)) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

avec :

$$\begin{cases} \sigma(\rho_j, T_j) = [\sigma_0(\rho_j, T_j) \quad \sigma_1(\rho_j, T_j) \quad \cdots \quad \sigma_{\rho_j}(\rho_j, T_j) \quad \sigma_{\rho_j+1}(\rho_j, T_j)] \\ \sigma_i(\rho_j, T_j) = \frac{(\rho_j+1)!}{i!} T_j^{-\rho_j-1+i} \quad ; \quad i \in [0, \dots, \rho_j+1] \end{cases} \quad (5.9)$$

Remarquons que l'expression de la commande optimale sur l'horizon de prédiction s'écrit en fonction des dérivées de Lie, des dérivées de la référence et de l'intégrale de l'erreur pour chaque sortie. Il est à noter que le choix de la dynamique de la référence est très important dans le respect des contraintes sur les variables internes.

D'autre part, comme l'action intégrale élimine l'écart asymptotique, nous trouvons le résultat important, que la loi de commande résultante est robuste vis-à-vis des perturbations de basses fréquences et les erreurs de modélisation, et ce, tant que le système en boucle fermée est stable.

### 5.2.2.2 Dynamique et stabilité du système bouclé

Nous cherchons à étudier la stabilité de l'erreur de poursuite autour de l'origine. Pour cela, il suffit de réécrire l'expression (5.1) avec la loi de commande (5.8). Cela permet de trouver la dynamique de l'évolution de l'erreur de poursuite.

$$\begin{cases} \sigma_0(\rho_j, T_j) \int_0^t e_j(\tau) d\tau + \sigma_1(\rho_j, T_j) e_j(t) + \sigma_2(\rho_j, T_j) \dot{e}_j(t) + \dots + e_j^{(\rho_j)}(t) = 0 \\ j = 1, \dots, m \end{cases} \quad (5.10)$$

Nous en déduisons les polynômes caractéristiques :

$$\begin{cases} \sigma_0(\rho_j, T_j) + \sigma_1(\rho_j, T_j)s + \sigma_2(\rho_j, T_j)s^2 + \dots + s^{\rho_j+1} = 0 \\ j = 1, \dots, m \end{cases} \quad (5.11)$$

La condition de la stabilité peut être établie en calculant les racines des polynômes caractéristiques (5.11), et ce, pour différents indices caractéristiques  $\rho_j$ .

Pour  $\rho_j = 1$ , les racines sont données par:

$$s_{1,2} = \frac{-1 \pm i}{T_j} \quad (5.12)$$

Pour  $\rho_j = 2$ , les racines sont données par:

$$s_1 = -\frac{1,5961}{T_j} ; s_{2,3} = \frac{-0,7020 \pm i1,8073}{T_j} \quad (5.13)$$

Pour  $\rho_j = 3$ , les racines sont données par:

$$s_{1,2} = \frac{-0,2706 \pm i2,5048}{T_j} ; s_{3,4} = \frac{-1,7294 \pm i0,8890}{T_j} \quad (5.14)$$

Pour  $\rho_j = 4$ , les racines sont données par:

$$\begin{cases} s_{1,2} = \frac{0,2398 \pm i3,1283}{T_j} \\ s_3 = -2,1806 ; s_{4,5} = \frac{-1,6495 \pm i1,6939}{T_j} \end{cases} \quad (5.15)$$

Comme le temps de prédiction est positif, seul l'indice caractéristique  $p_j$  conditionne la stabilité du contrôleur. En effet, d'après les racines calculées ci-dessus, il s'ensuit que le système en boucle fermée est stable si et seulement si tous les indices caractéristiques sont inférieurs ou égaux à trois.

### 5.2.3 Contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste (CPNLGR)

#### 5.2.3.1 Conception du contrôleur

En ce qui concerne la commande prédictive non linéaire généralisée, l'indice de performance correspondant à une sortie est défini par :

$$\mathfrak{J}_j = \frac{1}{2} \int_0^{T_j} e_j(t + \tau)^2 d\tau ; j = 1, \dots, m \quad (5.16)$$

Comme précédemment, la robustification de la loi de commande passe par la modification du critère (5.16) en :

$$\mathfrak{J}_j = \frac{1}{2} \int_0^{T_j} I_j(t + \tau)^2 d\tau ; j = 1, \dots, m \quad (5.17)$$

De la même manière que précédemment, la différentiation de l'intégrale de l'erreur par rapport au temps est répétée  $(p_j+1)$  fois, pour faire apparaître la commande dans le modèle de prédiction. Par conséquent, nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} I_j(t+\tau) = I_j(t) + \tau e_j(t) + \frac{\tau^2}{2!} \dot{e}_j(t) + \dots + \frac{\tau^{\rho_j+1}}{(\rho_j+1)!} (e_j(t))^{\rho_j} \\ j=1, \dots, m \end{cases} \quad (5.18)$$

À partir de la condition d'optimalité définie par (5.7), nous trouvons la commande optimale au sens du critère (5.2) et (5.17) :

$$u(t) = \begin{bmatrix} L_g L_f^{\rho_1-1} h_1(x) \\ L_g L_f^{\rho_2-1} h_2(x) \\ \vdots \\ L_g L_f^{\rho_m-1} h_m(x) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_0(\rho_1, T_1) \int_0^t e_1(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^{\rho_1+1} K_i(\rho_1, T_1) (y_{r1}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_1(x)) \\ K_0(\rho_2, T_2) \int_0^t e_2(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^{\rho_2+1} K_i(\rho_2, T_2) (y_{r2}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_2(x)) \\ \vdots \\ K_0(\rho_m, T_m) \int_0^t e_m(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^{\rho_m+1} K_i(\rho_m, T_m) (y_{rm}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_m(x)) \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

avec :

$$\begin{cases} K(\rho_j, T_j) = [K_0(\rho_j, T_j) \quad K_1(\rho_j, T_j) \quad \dots \quad K_{\rho_j}(\rho_j, T_j) \quad K_{\rho_j+1}(\rho_j, T_j)] \\ K_i(\rho_j, T_j) = \frac{(2\rho_j+3)(\rho_j+1)!}{(\rho_j+2+i)i!} T_j^{-\rho_j-1+i} \quad ; \quad i \in [0, \dots, \rho_j+1] \end{cases} \quad (5.20)$$

Comme la loi de commande contient une action intégrale, le rejet de perturbations est assuré sans avoir besoin d'utiliser des observateurs, et ce, tant que le système bouclé est stable.

### 5.2.3.2 Dynamique et stabilité du système bouclé

L'étude de la stabilité du système bouclé s'obtiendra en employant la même démarche que celle utilisée précédemment. En effet, la substitution de (5.19) dans (5.1) conduit aux polynômes caractéristiques suivants :

$$\begin{cases} K_0(\rho_j, T_j) + K_1(\rho_j, T_j)s + K_2(\rho_j, T_j)s^2 + \dots + s^{\rho_j+1} = 0 \\ j = 1, \dots, m \end{cases} \quad (5.21)$$

Calculons maintenant les racines de (5.21) pour différents indices caractéristiques  $\rho_j$  :

Pour  $\rho_j = 1$ , les racines sont données par :

$$s_{1,2} = \frac{-1,25 \pm i1,3307}{T_j} \quad (5.22)$$

Pour  $\rho_j = 2$ , les racines sont données par :

$$s_1 = -\frac{1,9523}{T_j} ; \quad s_{2,3} = \frac{-0,7739 \pm i2,1862}{T_j} \quad (5.23)$$

Pour  $\rho_j = 3$ , les racines sont données par :

$$s_{1,2} = \frac{-0,2375 \pm i2,8768}{T_j} ; s_{3,4} = \frac{-2,0125 \pm i1,0651}{T_j} \quad (5.24)$$

Pour  $\rho_j = 4$ , les racines sont données par :

$$\begin{cases} s_{1,2} = \frac{0,3396 \pm i3,4829}{T_j} \\ s_3 = -2,4935 ; s_{4,5} = \frac{-1,8428 \pm i1,9516}{T_j} \end{cases} \quad (5.25)$$

Il est clair que le système en boucle fermée est stable si et seulement si tous les indices caractéristiques sont inférieurs ou égaux à trois.

### 5.3 Application directe à la machine synchrone à aimants permanents

Le modèle perturbé du moteur synchrone à aimants permanents donné par (4.1) peut s'écrire sous la forme d'un système non linéaire affine en la commande :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x) + g_1 u(t) + g_2 b(t) \\ y_i(t) = h_i(x); \quad i = 1, 2 \end{cases} \quad (5.26)$$

avec :

$$\begin{cases} x = [i_d \quad i_q \quad \omega_r]^T; u = [u_d \quad u_q]^T; b = [f_d \quad f_q \quad f_\omega] \\ y = [i_d \quad \omega_r]^T \end{cases} \quad (5.27)$$

Les champs de vecteur  $g_1$  et  $g_2$  sont donnés par :

$$g_1 = [g_d \quad g_q] = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad g_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Le champ de vecteur  $f$  est donné par l'expression suivante :

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} p \omega_r i_q \\ -\frac{R_s}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} p \omega_r i_d - \frac{\psi_f p \omega_r}{L_q} \\ \frac{p}{J} (\psi_f i_q + (L_d - L_q) i_q i_d) - \frac{F}{J} \omega_r \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Nous avons montré dans les chapitres précédents que les indices caractéristiques qui correspondent aux sorties sont :

$$\rho_1 = 1 \quad ; \quad \rho_2 = 2 \quad (5.30)$$

Les perturbations sont supposées bornées dans le temps et sont ignorées dans la conception de la loi de commande.

### 5.3.1 Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste en structure directe

#### 5.3.1.1 Conception du contrôleur

D'après le principe de la commande prédictive non linéaire à variance minimale robuste, le critère quadrature traduisant l'objectif de la commande de la machine synchrone à aimants permanents est donnée par :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} I_d (t + T_1)^2 + \frac{1}{2} I_\omega (t + T_2)^2 \quad (5.31)$$

avec :

$$\begin{cases} I_d(t) = \int_0^t e_d(\tau) d\tau = \int_0^t (i_{dref}(\tau) - i_d(\tau)) d\tau \\ I_\omega(t) = \int_0^t e_\omega(\tau) d\tau = \int_0^t (\omega_{ref}(\tau) - \omega_r(\tau)) d\tau \end{cases} \quad (5.32)$$

Connaissant l'indice caractéristique de chaque sortie, nous pouvons appliquer directement la loi de commande prédictive donnée par (5.8). Ce qui donne :

$$u(t) = (G(x))^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_0(1, T_1) \int_0^t e_d(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 \sigma_i(1, T_1) (i_{dref}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_1(x)) \\ \sigma_0(2, T_2) \int_0^t e_\omega(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^3 \sigma_i(2, T_2) (\omega_{ref}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_2(x)) \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

avec :

$$\begin{cases} \sigma_0(1, T_1) = \frac{2}{T_1^2} ; \sigma_1(1, T_1) = \frac{2}{T_1} ; \sigma_2(1, T_1) = 1 \\ \sigma_0(2, T_2) = \frac{6}{T_2^3} ; \sigma_1(2, T_2) = \frac{6}{T_2^2} ; \sigma_2(2, T_2) = \frac{3}{T_2} ; \sigma_3(2, T_2) = 1 \end{cases} \quad (5.34)$$

La matrice  $G(x)$  s'écrit comme suit :

$$G(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ \frac{p}{JL_d}(L_d - L_q)i_q & \frac{p}{JL_q}(\psi_f + (L_d - L_q)i_d) \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Il a été démontré dans les chapitres précédents, que la matrice  $G(x)$  est inversible et que le point singulier ne correspond pas à un point de fonctionnement normal.

### 5.3.1.2 Dynamique et stabilité du système bouclé

En tenant compte des perturbations, la dynamique de l'erreur de poursuite est gouvernée par :

$$\begin{cases} \frac{2}{T_1^2} \int_0^t e_d(\tau) d\tau + \frac{2}{T_1} e_d(t) + \dot{e}_d(t) = -(L_{g_2} h_1(x)) b(t) \\ \frac{6}{T_2^3} \int_0^t e_\omega(\tau) d\tau + \frac{6}{T_2^2} e_\omega(t) + \frac{3}{T_2} \dot{e}_\omega(t) + \ddot{e}_\omega(t) = -\left( \frac{3}{T_2} L_{g_2} h_2(x) + L_{g_2} L_f h_2(x) \right) b(t) \end{cases} \quad (5.36)$$

À partir de (5.36), nous déduisons l'évolution de la dynamique d'erreur qui correspond à la régulation de la composante directe du courant :

$$\dot{\xi} = A_1 \xi + \Delta_1 b(t) \quad (5.37)$$

avec :

$$\xi(t) = [\xi_1 \quad \xi_2]^T = [I_d \quad e_d]^T = \left[ \int_0^t e_d(\tau) d\tau \quad e_d \right]^T \quad (5.38)$$

et :

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_d} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

La matrice  $A_1$  a la forme suivante :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{2}{T_1^2} & -\frac{2}{T_1} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

De même, d'après (5.36), nous déduisons l'évolution de la dynamique d'erreur qui correspond à la régulation de la vitesse :

$$\dot{\eta} = A_2 \eta + \Delta_2(x) b(t) \quad (5.41)$$

avec :

$$\eta(t) = [\eta_1 \quad \eta_2 \quad \eta_3]^T = [I_\omega \quad e_\omega \quad \dot{e}_\omega]^T = \left[ \int_0^t e_\omega(\tau) d\tau \quad e_\omega \quad \dot{e}_\omega \right]^T \quad (5.42)$$

et :

$$\Delta_2(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{p(L_d - L_q)i_q}{JL_d} & \frac{-p(\psi_f + (L_d - L_q)i_d)}{JL_q} & \frac{1}{J} \left( \frac{3}{T_2} - \frac{F}{J} \right) \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

La matrice  $A_2$  s'écrit sous la forme :

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{6}{T_2^3} & -\frac{6}{T_2^2} & -\frac{3}{T_2} \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

Les valeurs propres de la matrice  $A_1$  sont :

$$\lambda_{11} = \frac{-1-i}{T_1} \quad ; \quad \lambda_{12} = \frac{-1+i}{T_1} \quad (5.45)$$

Les valeurs propres de la matrice  $A_2$  sont :

$$\lambda_{11} = -\frac{1,5961}{T_2} \quad ; \quad \lambda_{12} = \frac{-0,7020 - i1,8073}{T_2} \quad ; \quad \lambda_{13} = \frac{-0,7020 + i1,8073}{T_2} \quad (5.46)$$

À partir de la positivité du temps de prédiction, nous pouvons remarquer facilement que les valeurs propres définies par (5.45) et (5.46) sont à parties réelles strictement négatives. Par conséquent, les matrices  $A_1$  et  $A_2$  sont d'Hurwitz. Donc, il existe des matrices définies positives  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $Q_1$  et  $Q_2$  telles que :

$$\begin{cases} A_1^T P_1 + P_1 A_1 = -2Q_1 \\ A_2^T P_2 + P_2 A_2 = -2Q_2 \end{cases} \quad (5.47)$$

**Lemme 4.1:** Considérons le sous système (5.37) et supposant que la perturbation  $b$  est bornée. Donc la trajectoire  $\xi$  est globalement stable pour tout  $t > t_\xi > 0$  et

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_d(t) = 0 \quad (5.48)$$

**Preuve du lemme 4.1 :** Soit la fonction du Lyapunov suivante :

$$V_1(\xi) = \frac{1}{2} \xi^T P_1 \xi \quad (5.49)$$

Fonction dont la dérivée par rapport au temps donne :

$$\dot{V}_1(\xi) = -\xi^T Q_1 \xi + \frac{1}{2} b(t)^T \Delta_1^T P_1 \xi + \frac{1}{2} \xi^T P_1 \Delta_1 b(t) \quad (5.50)$$

Du fait que  $b$  est bornée, il s'ensuit :

$$\dot{V}_1(\xi) \leq -\lambda_m(Q_1) \|\xi\|^2 + \frac{\lambda_M(P_1)}{L_d} \|b(t)\| \|\xi\| \quad (5.51)$$

avec :

$$\|\xi\| = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} = \sqrt{\left( \int_0^t e_d(\tau) d\tau \right)^2 + e_d^2} \quad (5.52)$$

où :

$\lambda_m(X)$  et  $\lambda_M(X)$  représentent respectivement la valeur propre minimale et la valeur propre maximale de la matrice  $X$ , qui est supposée définie positive.

D'après (5.51), la condition pour la négativité de la dérivée de la fonction  $V_1$  est :

$$\|\xi\| > \frac{\lambda_M(P_1)}{\lambda_m(Q_1) L_d} \|b(t)\| \quad (5.53)$$

À partir de (5.52) et le fait que  $b$  est bornée, il s'ensuit qu'il existe un temps fini  $t_\xi$  supérieur à zéro telle que la trajectoire  $\xi$  atteint la région où la dérivée de  $V_1$  est négative et y restera, et ce, malgré la présence de la perturbation. Cela signifie que le sous système  $\xi$  est globalement stable.

Comme  $\xi_1$  est continu et borné, il en résulte, d'après le lemme de Barbalat [95], que :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\xi}_1(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_d(t) = 0 \quad (5.54)$$

**Lemme 4.2:** Considérons le sous système (5.41) et supposant que la perturbation  $b$  est bornée. La trajectoire  $\eta$  est globalement stable pour tout  $t > t_\eta > 0$  et

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_{\omega}(t) = 0 \quad ; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_{\omega}(t) = 0 \quad (5.55)$$

**Preuve du lemme 4.2 :** Pour l'analyse de la stabilité, nous choisissons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V_2(\eta) = \frac{1}{2} \eta^T P_2 \eta \quad (5.56)$$

Le calcul de la dérivée de  $V_2$  par rapport au temps donne :

$$\dot{V}_2(\eta) = -\eta^T Q_2 \eta + \frac{1}{2} b(t)^T \Delta_2^T(x) P_2 \eta + \frac{1}{2} \eta^T P_2 \Delta_2(x) b(t) \quad (5.57)$$

D'après le modèle du moteur synchrone à aimants permanents, nous pouvons écrire :

$$i_d = i_{dref} - \xi_2 \quad ; \quad i_q = \frac{(J(\dot{\omega}_{ref} - \eta_3) + F(\omega_{ref} - \eta_2) + f_{\omega})}{p(\psi_f + (L_d - L_q)(i_{dref} - \xi_2))} \quad (5.58)$$

Remarquons que le sous système  $\xi$  est indépendant de la trajectoire  $\eta$ , donc si nous choisissons le temps de prédiction  $T_1$  suffisamment petit, la trajectoire  $\xi$  va converger rapidement vers l'état stationnaire. Par conséquent, les composantes du courant peuvent s'écrire sous la forme :

$$i_d = i_{dref} \quad ; \quad i_q = \frac{(J(\dot{\omega}_{ref} - \eta_3) + F(\omega_{ref} - \eta_2) + f_{\omega})}{p(\psi_f + (L_d - L_q)i_{dref})} \quad (5.59)$$

Maintenant, si nous injectons (5.59) dans (5.43), nous pouvons remarquer que la matrice  $\Delta_2(x)$  définie par (5.43) est bornée et sa borne supérieure ne dépend ni de  $\xi_1$  ni de  $\eta_1$ . De ce fait, nous pouvons définir la borne supérieure de la dérivée de la fonction de Lyapunov  $V_2$  :

$$\dot{V}_2(\eta) \leq -\lambda_m(Q_2) \|\eta\| \left( \|\eta\| - \frac{\lambda_M(P_2) \|\Delta_2(x)\| \|b(t)\|}{\lambda_m(Q_2)} \right) \quad (5.60)$$

avec :

$$\|\eta\| = \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2} \quad (5.61)$$

Donc, il existe toujours une borne supérieure  $\eta_{IM}$  telle que:

$$\dot{V}_2(\eta) < 0 \quad \text{Pour tout } \eta_1 \geq \eta_{IM} \quad (5.62)$$

En utilisant la même démarche, que pour le sous système  $\xi$ , nous pouvons prouver que la trajectoire  $\eta$  est bornée, ce qui signifie la stabilité globale du sous système  $\eta$ . Finalement, avec le lemme de Barbalat [95], nous avons :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\eta}_1(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_\omega(t) = 0 \quad ; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\eta}_2(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_\omega(t) = 0 \quad (5.63)$$

Par conséquent, le système en boucle fermée est asymptotiquement stable pour toute perturbation bornée dans le temps.

### 5.3.2 Contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste en structure directe

#### 5.3.2.1 Conception du contrôleur

D'après le principe du contrôle prédictif non linéaire généralisé robuste, l'indice de performance traduisant l'objectif de la commande s'exprime selon :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \int_0^{T_1} I_d(t+\tau)^2 d\tau + \frac{1}{2} \int_0^{T_2} I_\omega(t+\tau)^2 d\tau \quad (5.64)$$

À partir de (5.19) et (5.30), nous pouvons montrer que la loi de commande prédictive s'écrit sous la forme :

$$u(t) = (G(x))^{-1} \begin{bmatrix} K_0(1, T_1) \int_0^t e_d(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 K_i(1, T_1) (y_{r1}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_1(x)) \\ K_0(2, T_2) \int_0^t e_\omega(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^3 K_i(2, T_2) (y_{r2}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_2(x)) \end{bmatrix} \quad (5.65)$$

avec :

$$\begin{cases} K_0(1, T_1) = \frac{10}{3T_1^2} ; K_1(1, T_1) = \frac{5}{2T_1} ; K_2(1, T_1) = 1 \\ K_0(2, T_2) = \frac{21}{2T_2^3} ; K_1(2, T_2) = \frac{42}{5T_2^2} ; K_2(2, T_2) = \frac{7}{2T_2} ; K_3(2, T_2) = 1 \end{cases} \quad (5.66)$$

La matrice  $G(x)$  est la même que celle donnée par (5.35).

### 5.3.2.2 Dynamique et stabilité du système bouclé

Lorsque la perturbation n'est pas mesurable, la stabilité asymptotique peut être démontrée de la même manière que dans la section 5.3.1.2.

L'inconvénient majeur de l'application directe de cette stratégie de commande réside dans le fait que le courant intervenant dans la production du couple n'est pas défini comme objectif de la commande. Par conséquent, il est impossible de limiter explicitement le courant lorsque la dynamique de la référence de la vitesse est très rapide. Pour pallier ce problème, une stratégie de commande en structure cascade sera étudiée.

## 5.4 Application en structure cascade à la machine synchrone à aimants permanents

### 5.4.1 Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste en structure cascade

#### 5.4.1.1 Boucle externe

Comme nous l'avons vu au 4<sup>ème</sup> chapitre, la boucle externe assure la régulation de la vitesse à l'aide du contrôle prédictif monovariable. Dans cette section, le critère quadrature traduisant l'objectif de la boucle externe prend la forme suivante :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} I_{\omega} (t + T)^2 \quad (5.67)$$

avec :

$$I_{\omega} (t) = \int_0^t e_{\omega} (\tau) d\tau = \int_0^t (\omega_{\text{ref}} (\tau) - \omega_r (\tau)) d\tau \quad (5.68)$$

L'équation dynamique qui représente l'évolution de la vitesse de rotation est donné dans le 4<sup>ème</sup> chapitre par (4.6). Il a été démontré que l'indice caractéristique  $\rho$  vaut 1. En appliquant directement la loi de commande définie par (5.8) au système décrit par (4.6), nous obtenons la référence de la composante en quadrature optimale au sens du critère (5.67) :

$$i_q (t) = (L_{g_i} h(x))^{-1} \left( \rho_0 (1, T) \int_0^t e_{\omega} (\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 \sigma_i (1, T) (\omega_{\text{ref}}^{(i-1)} (t) - L_f^{i-1} h(x)) \right) \quad (5.69)$$

avec :

$$\begin{cases} \sigma_0(1, T) = \frac{2}{T^2} ; \sigma_1(1, T) = \frac{2}{T} ; \sigma_2(1, T) = 1 \\ L_{g_i} h(x) = \frac{p}{J} (\psi_f + (L_d - L_q) i_d) ; L_f h(x) = -\frac{F}{J} \omega_r \end{cases} \quad (5.70)$$

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, ce bouclage ne peut plus être singulier.

Il arrive fréquemment que la référence de la composante en quadrature du courant, issue du régulateur prédictif, soit limitée par un bloc de saturation. Si tel est le cas, l'effet de la saturation peut être compensé par la réduction l'effet de l'action intégrale, et ce, en ajoutant à la composante en quadrature du courant défini par (5.69), un schéma anti-saturation [29] comme suit :

$$i_q(t) = (L_{g_i} h(x))^{-1} \left( \sigma_0(1, T) \int_0^t e_\omega(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 \sigma_i(1, T) (\omega_{ref}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h(x)) + \bar{i}_q(t) \right) \quad (5.71)$$

avec :

$$\bar{i}_q(t) = -\kappa_\omega \sigma_0(1, T) \int_0^t (i_q(\tau) - \text{sat}(i_q(\tau))) d\tau \quad (5.72)$$

Le terme  $\kappa_\omega$  est positif, il doit être choisi supérieur à l'unité. Les limites sur la composante en quadrature du courant sont données dans le 4<sup>ème</sup> chapitre

#### 5.4.1.2 Boucle interne

Le système bilinéaire qui représente le sous système électrique est donné au 4<sup>ème</sup> chapitre par (4.38). L'objectif du contrôleur multivariable est la régulation des composantes de courant. Le critère quadrature traduisant l'objectif de la boucle interne s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} I_d (t + T_1)^2 + \frac{1}{2} I_q (t + T_2)^2 \quad (5.73)$$

avec :

$$\begin{cases} I_d(t) = \int_0^t e_d(\tau) d\tau = \int_0^t (i_{dref}(\tau) - i_d(\tau)) d\tau \\ I_q(t) = \int_0^t e_q(\tau) d\tau = \int_0^t (i_{qref}(\tau) - i_q(\tau)) d\tau \end{cases} \quad (5.74)$$

Comme nous l'avons montré au chapitre précédent, indices caractéristiques correspondant aux sorties sont donnés par :

$$\rho_1 = 1 \quad ; \quad \rho_2 = 1 \quad (5.75)$$

En appliquant directement la loi de commande définie par (5.8) au système non linéaire donné par (4.38), nous obtenons la loi de commande optimale au sens du critère (5.73) :

$$u(t) = (G(x))^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_0(1, T_1) \int_0^t e_d(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 \sigma_i(1, T_1) (i_{dref}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_1(x)) \\ \sigma_0(1, T_2) \int_0^t e_q(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 \sigma_i(1, T_2) (i_{qref}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_2(x)) \end{bmatrix} \quad (5.76)$$

avec :

$$\begin{cases} \sigma_0(1, T_1) = \frac{2}{T_1^2} \quad ; \quad \sigma_1(1, T_1) = \frac{2}{T_1} \quad ; \quad \sigma_2(1, T_1) = 1 \\ \sigma_0(1, T_2) = \frac{2}{T_2^2} \quad ; \quad \sigma_1(1, T_2) = \frac{2}{T_2} \quad ; \quad \sigma_2(1, T_2) = 1 \end{cases} \quad (5.77)$$

et :

$$\begin{cases} L_f h_1(x) = -\frac{R_s}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} p \omega_r i_q \\ L_f h_2(x) = -\frac{R_s}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} p \omega_r i_d - \frac{\psi_f p \omega_r}{L_q} \end{cases} \quad (5.78)$$

La matrice  $G(x)$  est donnée par :

$$G(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \quad (5.79)$$

En présence des blocs de saturation, la loi de commande se modifie en :

$$u(t) = (G(x))^{-1} \left( \begin{bmatrix} \sigma_0(1, T_1) \int_0^t e_d(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 \sigma_i(1, T_1) (i_{dref}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_1(x)) \\ \sigma_0(1, T_2) \int_0^t e_q(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 \sigma_i(1, T_2) (i_{qref}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_2(x)) \end{bmatrix} + \bar{u}(t) \right) \quad (5.80)$$

où :

$\bar{u}(t)$  peut être vu comme un schéma anti-saturation, il s'exprime comme suit :

$$\bar{u}(t) = \begin{bmatrix} -\kappa_d \sigma_0(1, T_1) \int_0^t (u_d(\tau) - \text{sat}(u_d(\tau))) d\tau \\ -\kappa_q \sigma_0(1, T_2) \int_0^t (u_q(\tau) - \text{sat}(u_q(\tau))) d\tau \end{bmatrix} \quad (5.81)$$

Les paramètres  $\kappa_d$  et  $\kappa_q$  doivent être choisis supérieurs à l'unité. Les limites sur les composantes de la tension sont données dans le 4<sup>ème</sup> chapitre.

## 5.4.2 Contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste en structure cascade

### 5.4.2.1 Boucle externe

Le critère quadrature traduisant l'objectif de la boucle externe prend la forme suivante :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \int_0^T I_\omega(t + \tau)^2 d\tau \quad (5.82)$$

avec :

$$I_{\omega}(t) = \int_0^t e_{\omega}(\tau) d\tau = \int_0^t (\omega_{\text{ref}}(\tau) - \omega_r(\tau)) d\tau \quad (5.83)$$

De la même manière que pour le CPNLVLR, nous appliquons directement la loi de commande définie par (5.19) au système donné par (4.6), nous trouvons :

$$i_q(t) = (L_{g_i} h(x))^{-1} \left( K_0(1, T) \int_0^t e_{\omega}(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 K_i(1, T) (\omega_{\text{ref}}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h(x)) \right) \quad (5.84)$$

avec :

$$\begin{cases} K_0(1, T) = \frac{10}{3T^2} ; K_1(1, T) = \frac{5}{2T} ; K_2(1, T) = 1 \\ L_{g_i} h(x) = \frac{p}{J} (\psi_f + (L_d - L_q) i_d) ; L_f h(x) = -\frac{F}{J} \omega_r \end{cases} \quad (5.85)$$

En présence des blocs de saturation, la référence de la composante en quadrature du courant peut être modifiée en :

$$i_q(t) = (L_{g_i} h(x))^{-1} \left( K_0(1, T) \int_0^t e_{\omega}(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 K_i(1, T) (\omega_{\text{ref}}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h(x)) + \bar{i}_q(t) \right) \quad (5.86)$$

avec :

$$\bar{i}_q(t) = -\kappa_{\omega} K_0(1, T) \int_0^t (i_q(\tau) - \text{sat}(i_q(\tau))) d\tau \quad (5.87)$$

De la même façon, le terme  $\kappa_{\omega}$  est positif et doit être choisi supérieur à l'unité.

#### 5.4.2.2 Boucle interne

Le critère quadrature traduisant l'objectif de la boucle interne s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{2} \int_0^{T_1} I_d(t+\tau)^2 d\tau + \frac{1}{2} \int_0^{T_2} I_q(t+\tau)^2 d\tau \quad (5.88)$$

En appliquant directement la loi de commande définie par (5.19) au système non linéaire donné par (4.38), nous obtenons la loi de commande optimale au sens du critère (5.88) :

$$u(t) = (G(x))^{-1} \begin{bmatrix} K_0(1, T_1) \int_0^t e_d(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 K_i(1, T_1) (i_{dref}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_1(x)) \\ K_0(1, T_2) \int_0^t e_q(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 K_i(1, T_2) (i_{qref}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_2(x)) \end{bmatrix} \quad (5.89)$$

avec :

$$\begin{cases} K_0(1, T_1) = \frac{10}{3T_1^2} ; K_1(1, T_1) = \frac{5}{2T_1} ; K_2(1, T_1) = 1 \\ K_0(1, T_2) = \frac{10}{3T_2^2} ; K_1(1, T_2) = \frac{5}{2T_2} ; K_2(1, T_2) = 1 \end{cases} \quad (5.90)$$

Les dérivées de Lie  $L_f h_1(x)$  et  $L_f h_2(x)$ , et la matrice  $G(x)$  sont données par (5.78) et (5.79)

De la même manière que pour le CPNLVLR, en présence des blocs de saturation, la loi de commande se modifie en :

$$u(t) = (G(x))^{-1} \begin{bmatrix} K_0(1, T_1) \int_0^t e_d(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 K_i(1, T_1) (i_{dref}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_1(x)) \\ K_0(1, T_2) \int_0^t e_q(\tau) d\tau + \sum_{i=1}^2 K_i(1, T_2) (i_{qref}^{(i-1)}(t) - L_f^{i-1} h_2(x)) \end{bmatrix} + \bar{u}(t) \quad (5.91)$$

où :

$\bar{u}(t)$  peut être vu comme un schéma anti-saturation, il s'écrit sous la forme suivante :

$$\bar{u}(t) = \begin{bmatrix} -\kappa_d K_0(1, T_1) \int_0^t (u_d(\tau) - \text{sat}(u_d(\tau))) d\tau \\ -\kappa_q K_0(1, T_2) \int_0^t (u_q(\tau) - \text{sat}(u_q(\tau))) d\tau \end{bmatrix} \quad (5.92)$$

Comme précédemment, les paramètres  $\kappa_d$  et  $\kappa_q$  doivent être choisis supérieurs à l'unité.

## 5.5 Résultats expérimentaux

De la même façon que pour les expériences précédentes, le moteur électrique est couplé à une génératrice à courant continu qui débite sur une résistance électrique variable. Cette dernière est choisie de telle façon que la valeur efficace du courant de phase égale à 3,18A à une vitesse rotorique de 100rad/s.

### 5.5.1 Évaluation de performances du CPNLVMR en structure directe

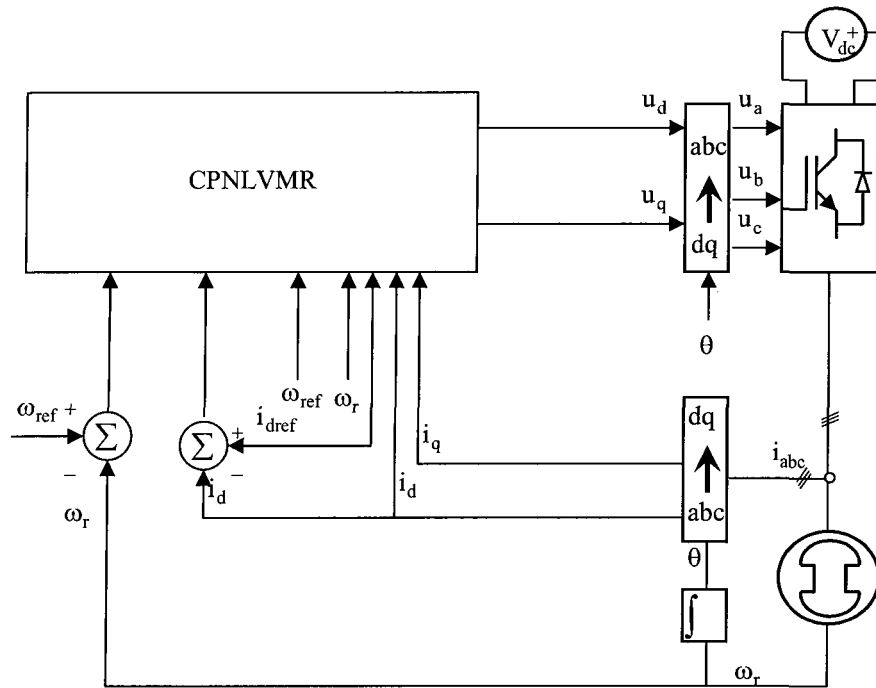
Les paramètres du contrôleur prédictif non linéaire sont : le temps d'échantillonnage du contrôleur  $T_c=100\mu s$ , le temps de prédiction pour la régulation de courant  $T_1=1ms$  et le temps de prédiction pour la régulation de la vitesse  $T_2=5ms$ .

Afin d'évaluer les performances en temps réel du contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste en structure directe, nous avons réalisé les essais suivants :

- Essai pour évaluer les performances en matière de poursuite de trajectoire : Pour cela, la consigne de vitesse est prise variable, puis elle est suivie d'un filtre du 2<sup>e</sup> ordre dont la dynamique est choisie de telle manière que le courant de phase ne dépasse pas, en régime transitoire, sa valeur maximale.

- Essai pour tester la robustesse du contrôleur vis-à-vis de la variation des paramètres de la machine : Pour cela, nous procédons de la même façon que dans le troisième chapitre.
- Essai pour tester l'efficacité du rejet de perturbation : Pour cela, à  $t = 1\text{s}$ , nous avons effectué un changement brusque du couple résistant.

La structure de commande permettant la réalisation du CPNLVMR en structure directe sur la machine synchrone à aimants permanents est illustrée dans la page ci-contre :



**Figure 5.1 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste (CPNLVMR) en structure directe**

Les résultats expérimentaux obtenus avec le CPNLVMR en structure directe sont donnés par les figures 5.2 à 5.9.

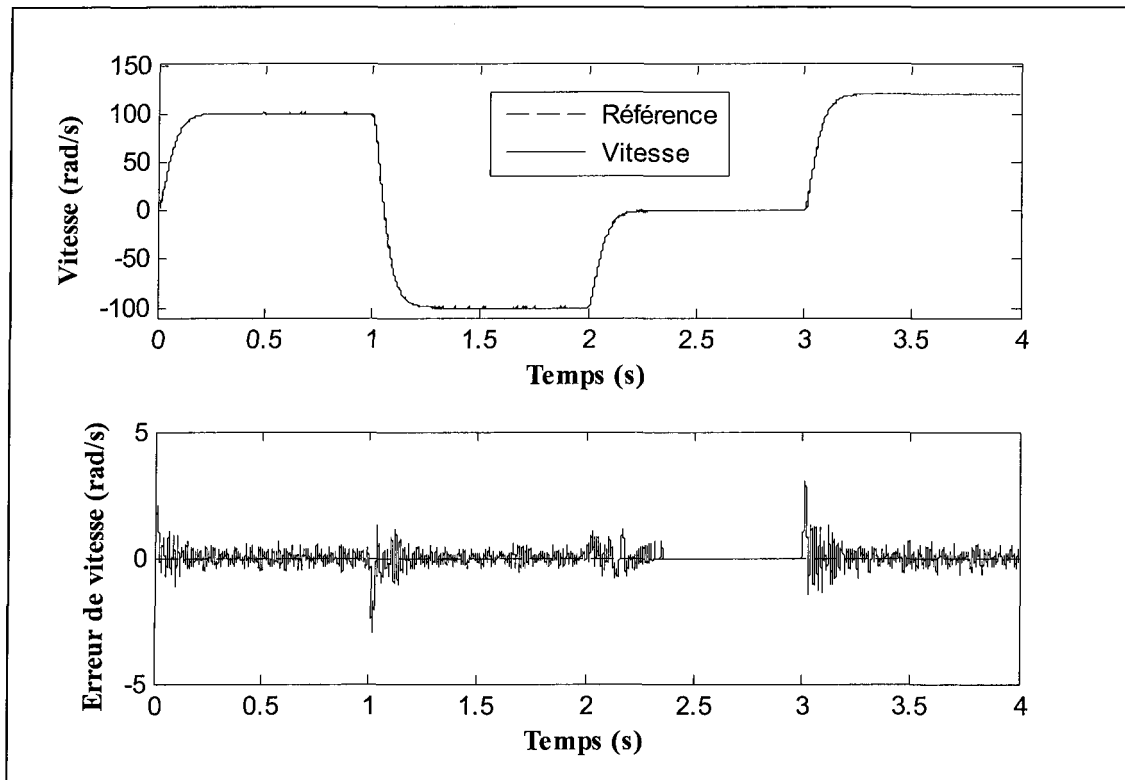


Figure 5.2 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Performance en poursuite de trajectoire

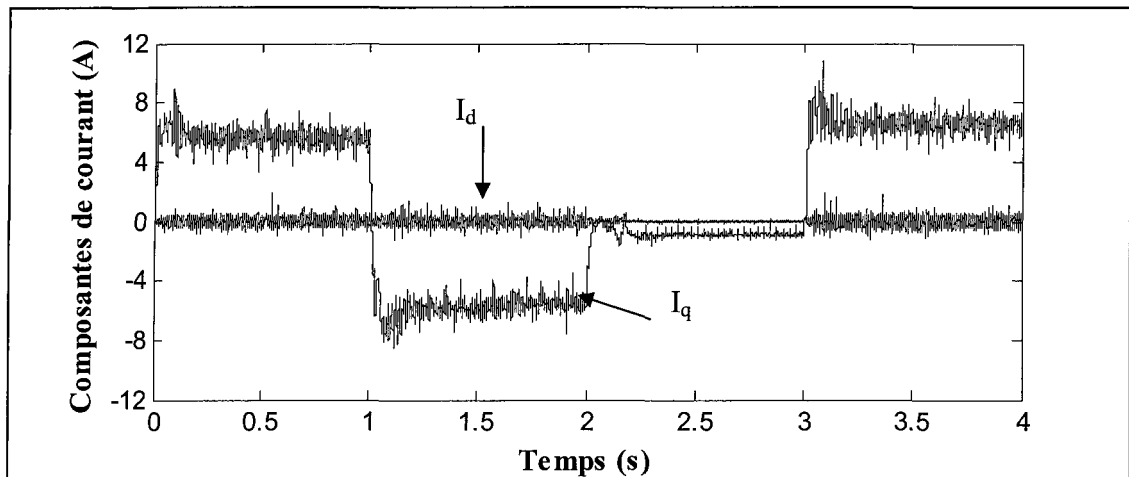
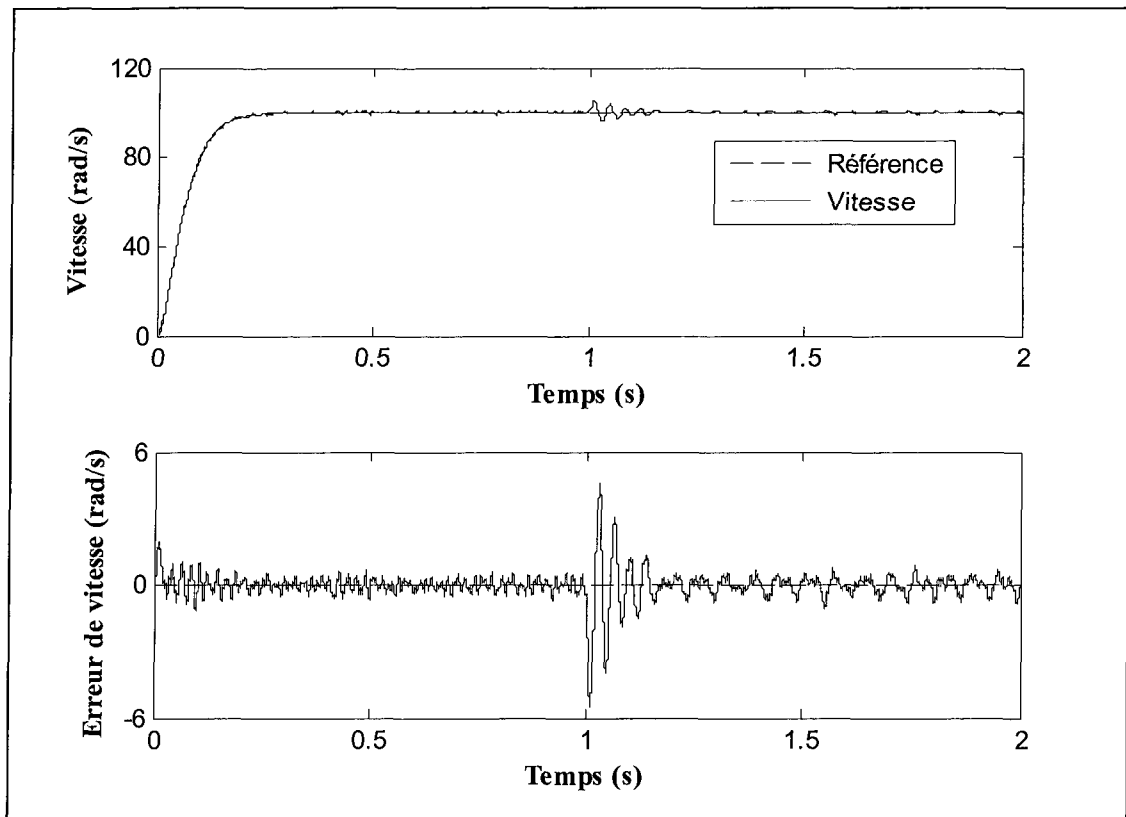
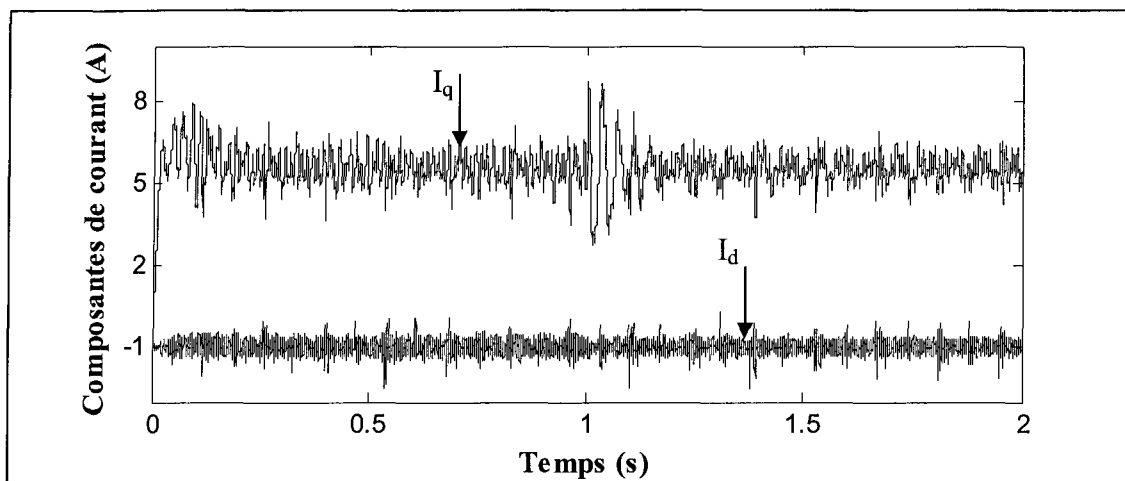


Figure 5.3 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Performance en poursuite de trajectoire



**Figure 5.4 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à  $t = 1s$**



**Figure 5.5 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à  $t = 1s$**

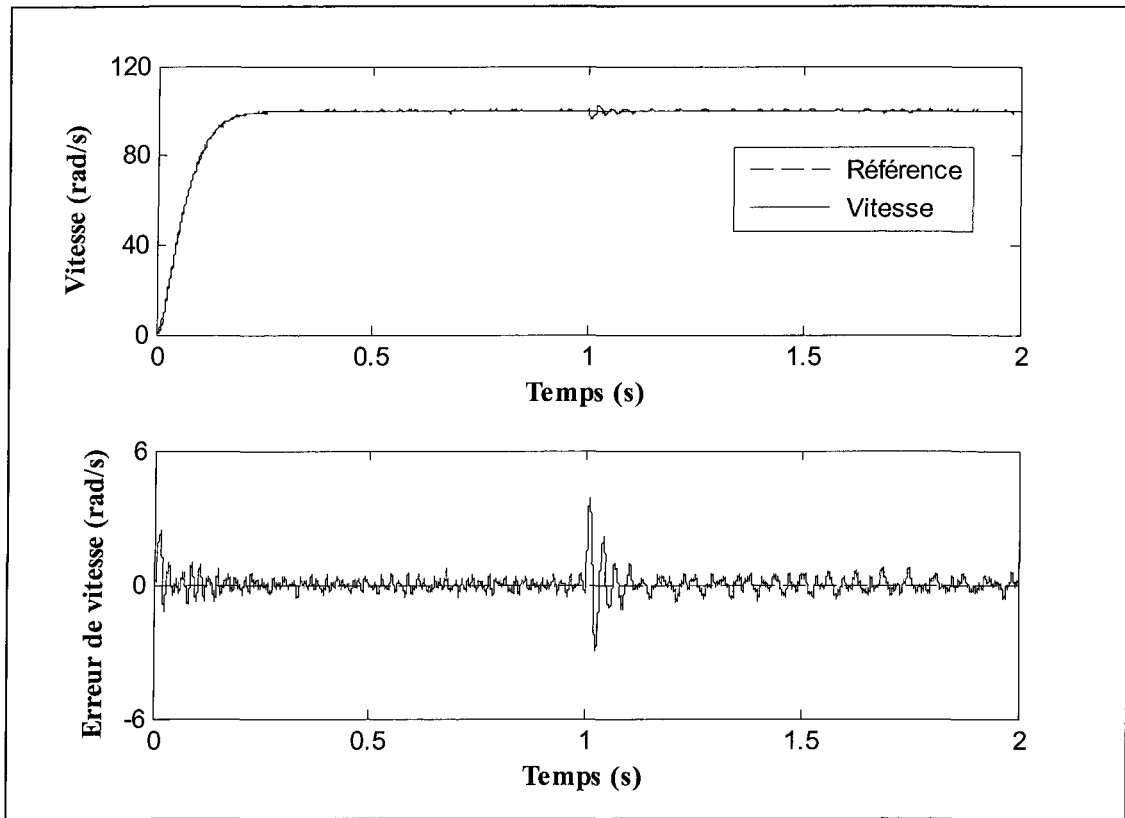


Figure 5.6 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 1$ s

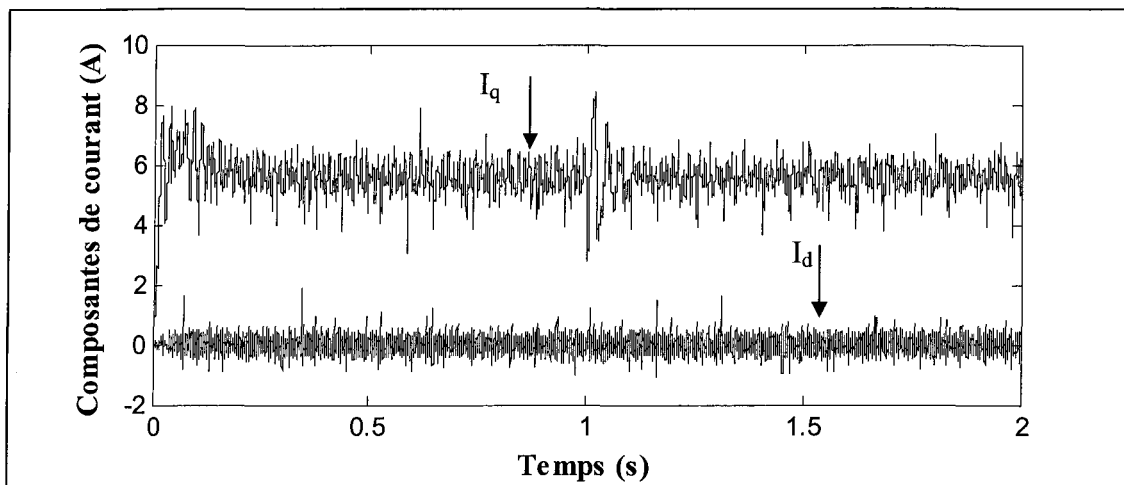


Figure 5.7 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Variation des paramètres mécaniques Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 1$ s

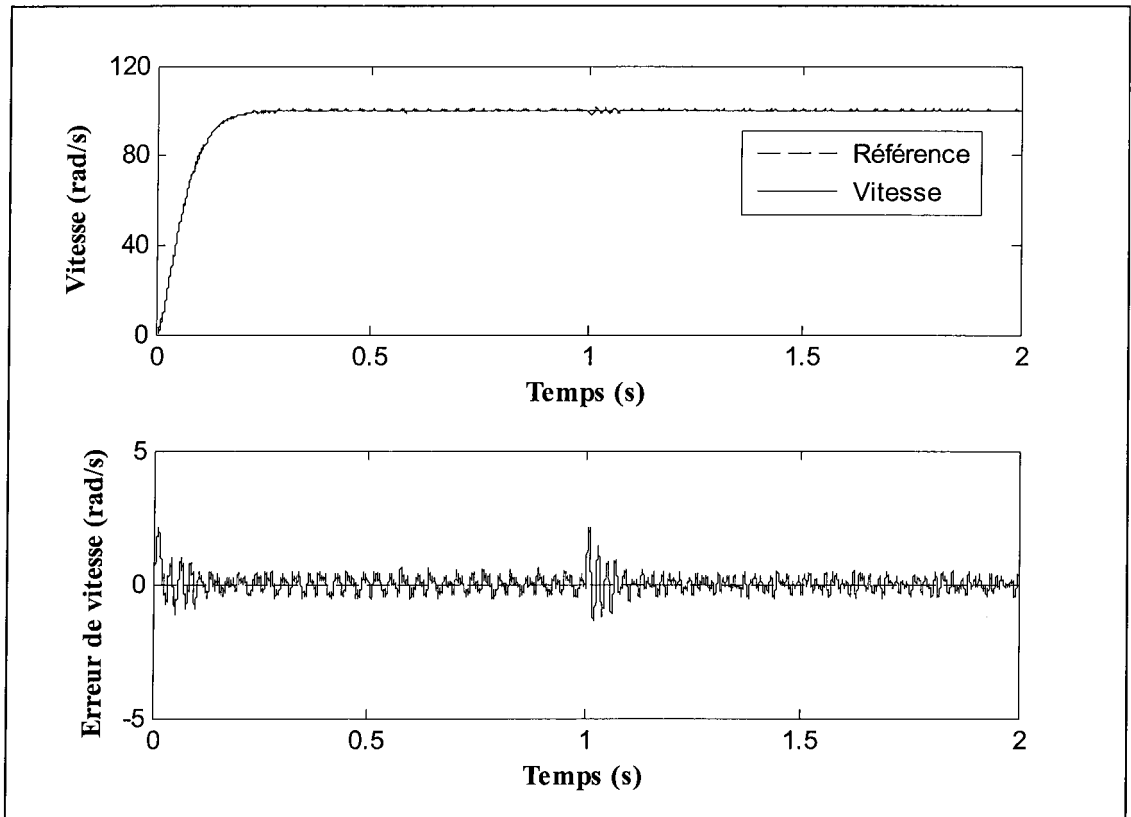


Figure 5.8 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Variation brusque du couple de charge à  $t = 1\text{s}$

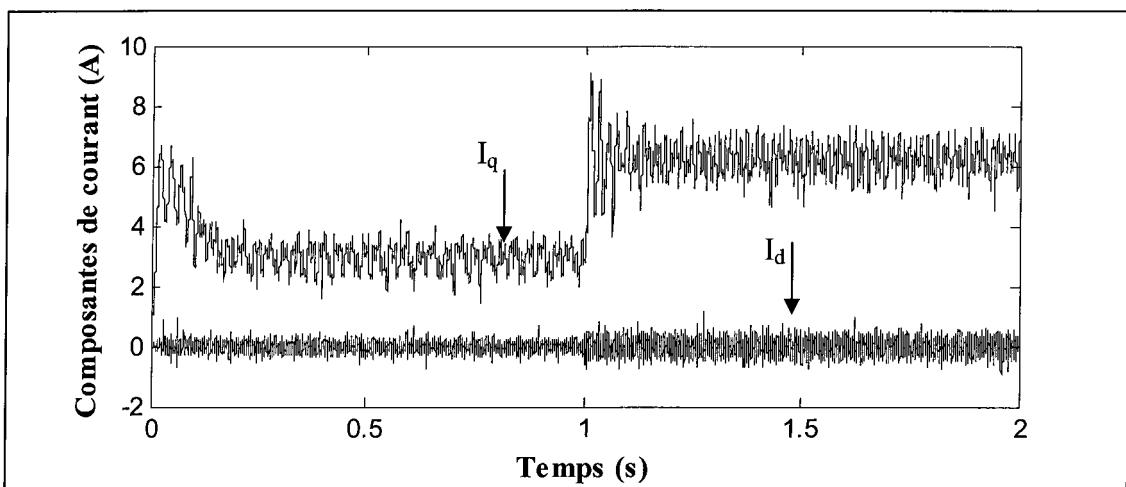


Figure 5.9 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVMR en structure directe : Variation brusque du couple de charge à  $t = 1\text{s}$

En ce qui concerne la poursuite de trajectoires, nous constatons, d'après la figure 5.2, que la vitesse suit sa référence parfaitement. De même, la composante directe de courant est maintenue égale à sa référence (figure 5.3).

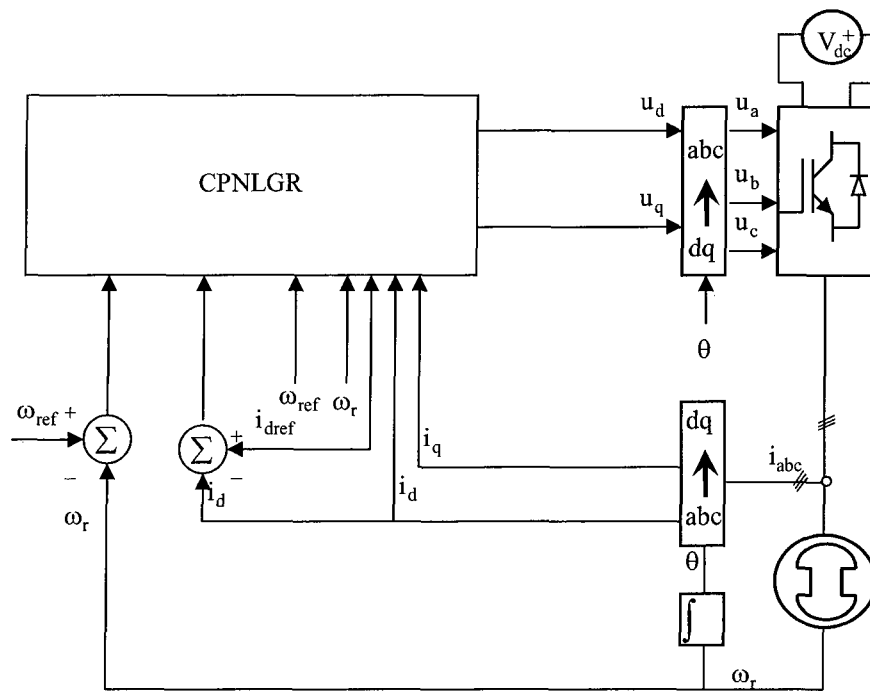
Du côté de la robustesse par rapport à la variation des paramètres électriques et mécaniques, nous constatons que l'erreur de vitesse tend rapidement vers zéro après chaque changement des paramètres de la machine (figures 5.4 et 5.6). Il est à remarquer aussi, d'après les figures 5.5 et 5.7, que la régulation de la composante directe du courant est robuste à l'égard de tous les paramètres de la machine.

Concernant le rejet de perturbations, la figure 5.8 montre que le contrôleur permet d'éliminer rapidement l'erreur de vitesse provoquée par l'application du couple de charge.

### **5.5.2 Évaluation de performances du CPNLGR en structure directe**

Les paramètres du CPNLGR restent les mêmes que ceux utilisés pour le CPNLVMR en structure directe. En ce qui concerne l'évaluation des performances du CPNLGR en structure directe, nous avons réalisé les mêmes essais que dans le cas du CPNVMR.

Le schéma bloc de la commande permettant la réalisation du CPNLGR en structure directe sur la machine synchrone à aimants permanents est illustré dans la page ci-contre.



**Figure 5.10 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste (CPNLGR) en structure directe**

Les résultats expérimentaux obtenus avec le CPNLGR en structure directe sont donnés par les figures 5.11 à 5.18.

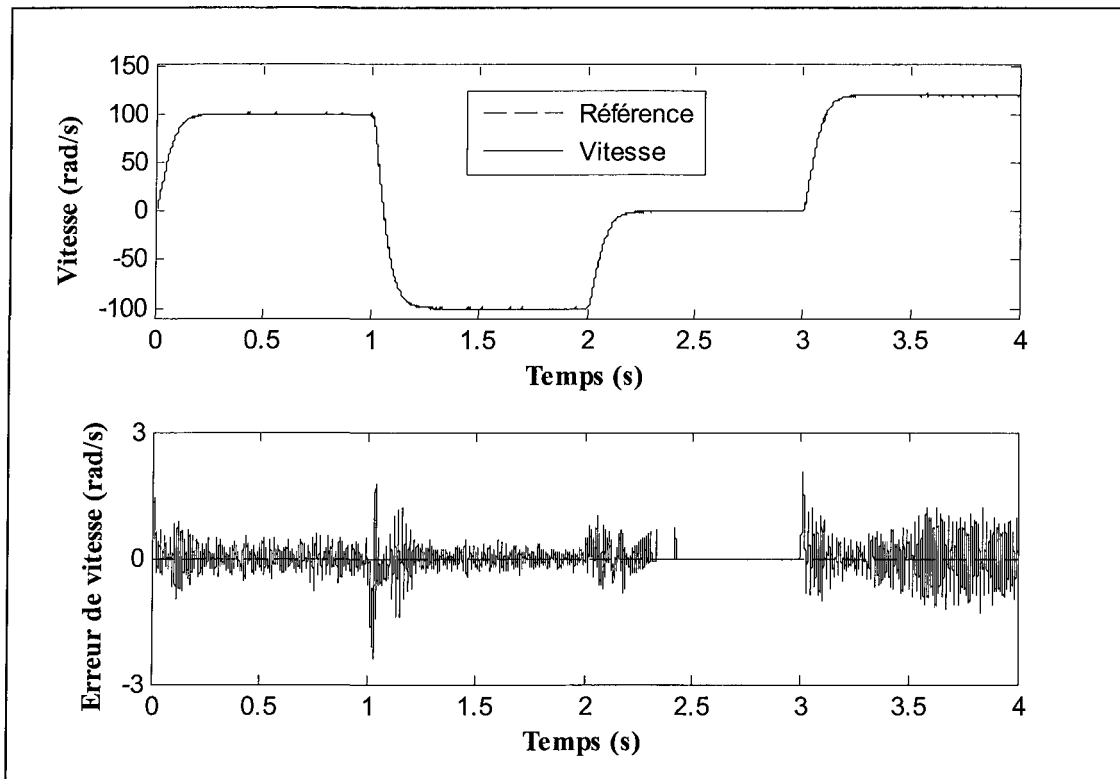


Figure 5.11 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Performance en poursuite de trajectoire

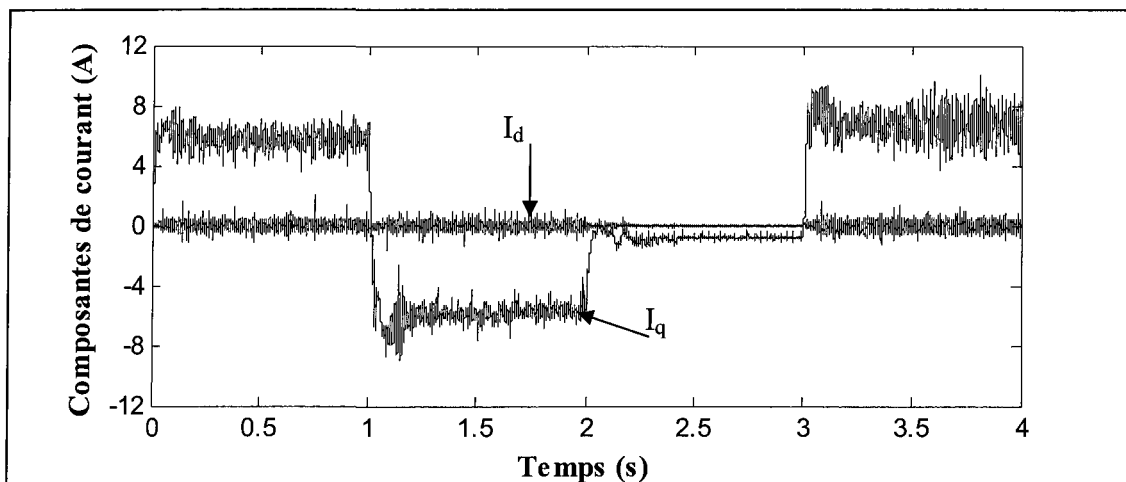


Figure 5.12 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Performance en poursuite de trajectoire

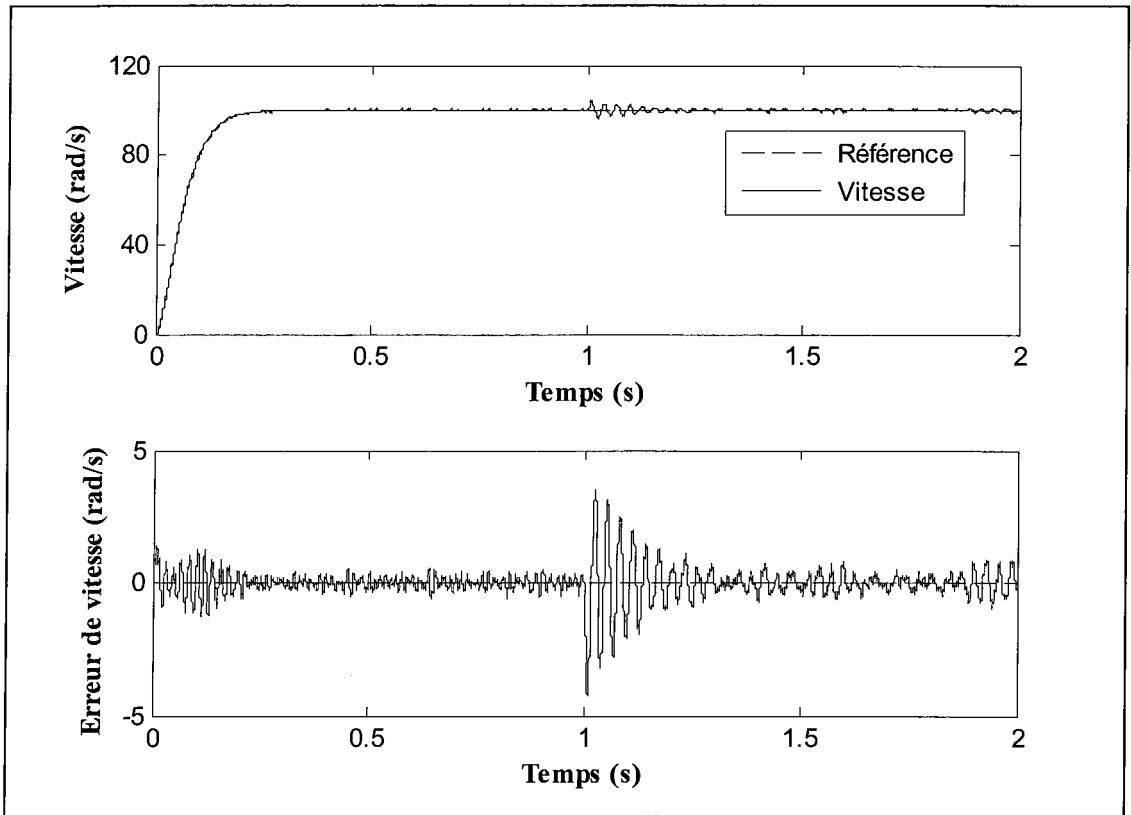


Figure 5.13 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à  $t = 1s$

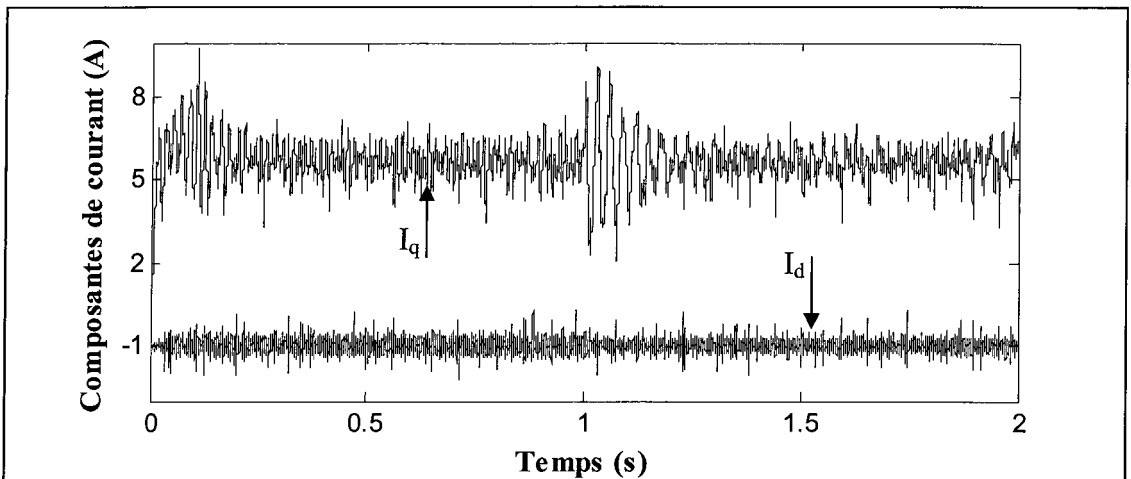


Figure 5.14 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Variation des paramètres électriques (résistance, inductances directe et transversale, et flux) à  $t = 1s$

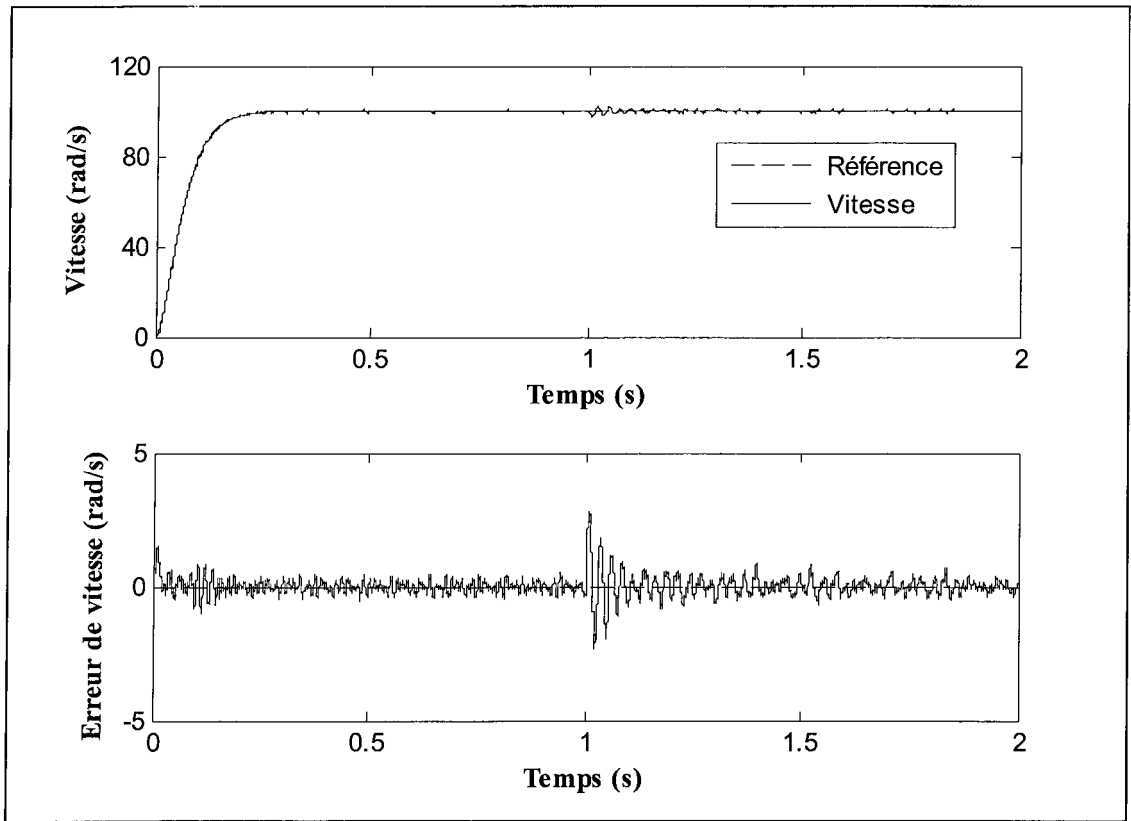


Figure 5.15 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 1s$

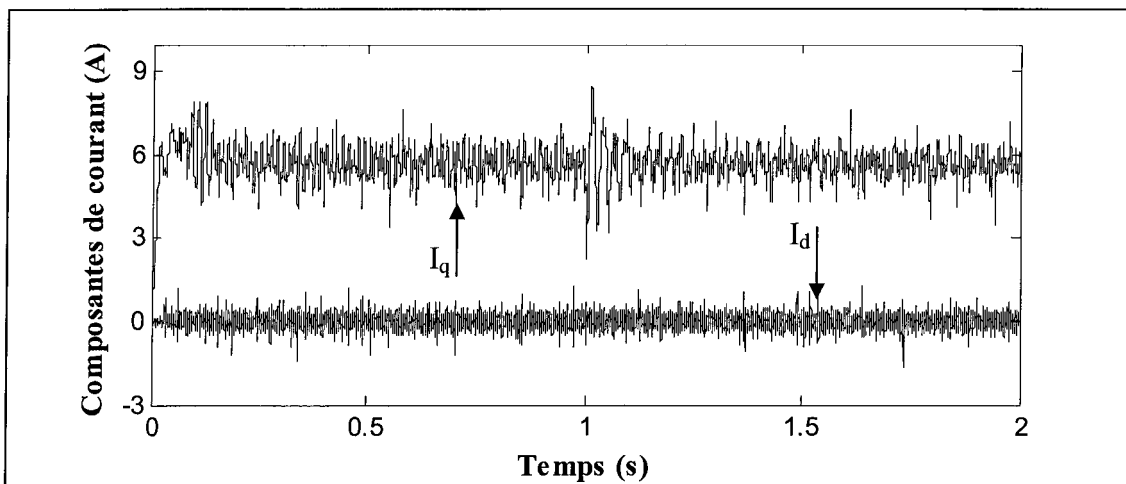


Figure 5.16 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 1s$

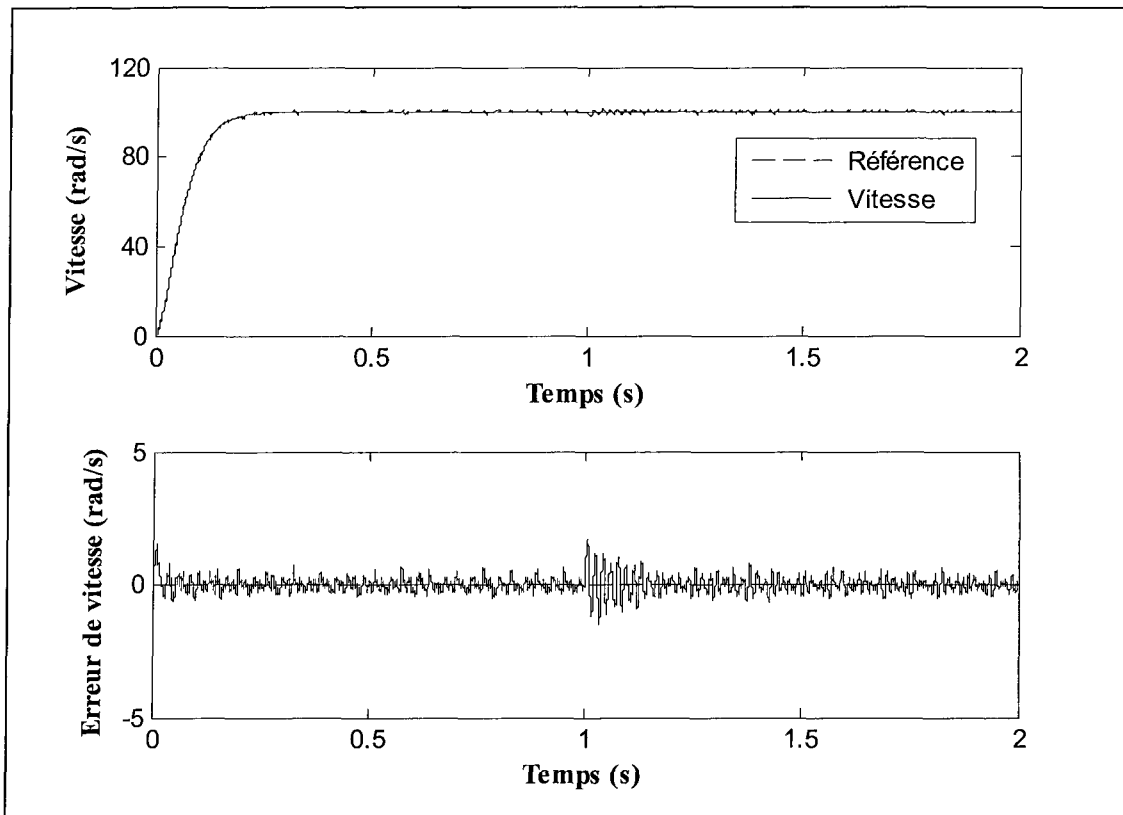


Figure 5.17 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Variation brusque du couple de charge à  $t = 1$  s

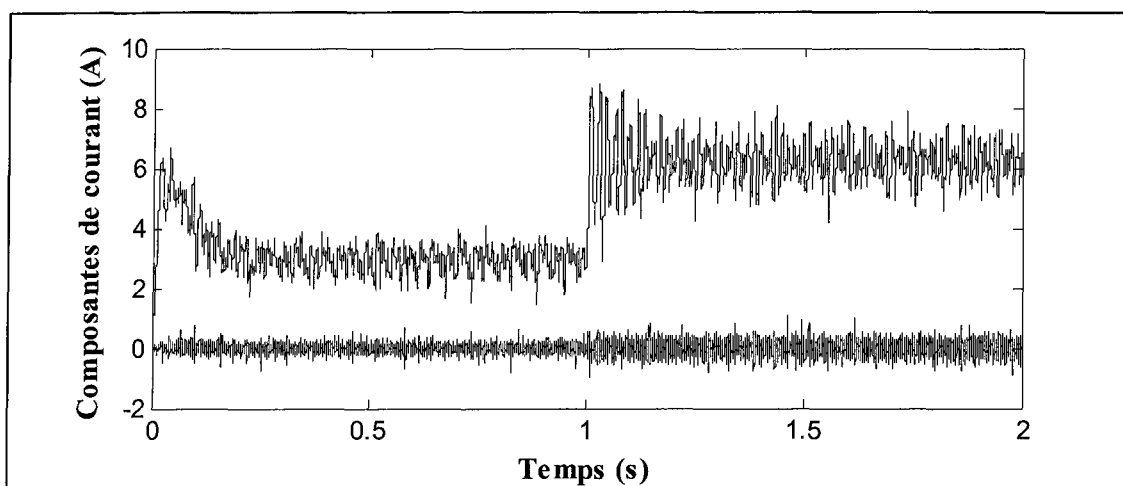


Figure 5.18 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure directe : Variation brusque du couple de charge à  $t = 1$  s

Les mêmes remarques faites précédemment pour le CPNLVMM en structure directe, s'appliquent pour le CPNLGR en structure directe. Nous pouvons conclure, alors, que les deux contrôleurs permettent d'atteindre les objectifs assignés.

Enfin, nous remarquons que, pour cette stratégie de commande, l'erreur de vitesse présente des fluctuations hautes fréquences qui peuvent être indésirables dans quelques applications industrielles. Ce phénomène n'était pas assez visible dans les deux chapitres précédents où les perturbations étaient estimées et compensées dans la loi de commande. Ceci peut être expliqué par le fait que l'action intégrale seule ne peut pas rejeter les perturbations hautes fréquences et que cette stratégie utilise des gains relativement grands qui amplifient les bruits de mesure.

### **5.5.3 Évaluation de performances du CPNLVMM en structure cascade**

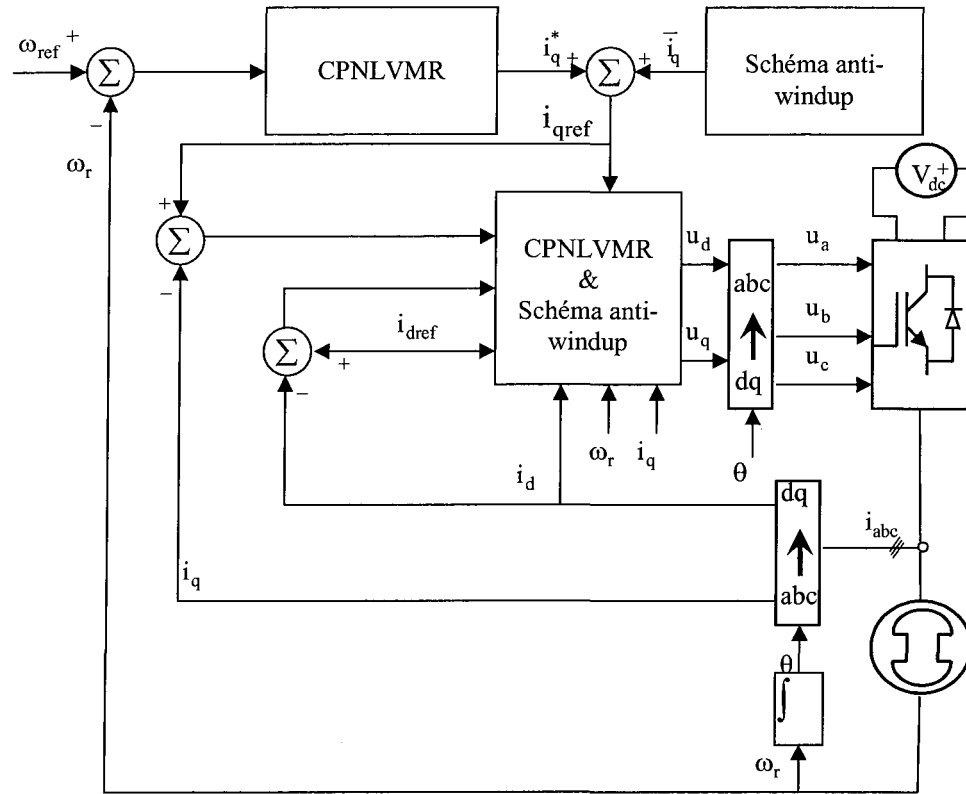
Les paramètres du contrôleur prédictif non linéaire en cascade sont : le temps d'échantillonnage du contrôleur  $T_c=100\mu s$ , le temps de prédiction pour la boucle interne  $T=0,5ms$  et le temps de prédiction pour la boucle externe  $T=5ms$ . Les paramètres du schéma anti-saturation sont :  $\kappa_d=10$ ;  $\kappa_q=10$  et  $\kappa_\omega=10$ .

Dans cette section, la limitation de courant est réalisée directement par des blocs de saturations. La consigne de vitesse est passée par un filtre du 2<sup>e</sup> ordre dont la dynamique est choisie relativement rapide de telle sorte que la valeur du courant de phase, en régime transitoire, soit plus grande que les limites admissibles. Cela permet aux blocs limiteurs d'entrer en fonctionnement, et de ce fait tester le schéma anti-saturation proposé.

Quant à l'évaluation des performances en temps réel du contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste en structure cascade, nous avons réalisé les essais suivants :

- Essai pour tester l'efficacité du schéma anti-saturation lorsque les blocs limiteurs entrent en fonctionnement.
- Essai pour tester la robustesse du contrôleur vis-à-vis des incertitudes paramétriques : Pour cela, nous avons fait varier les paramètres de la machine dans la loi de commande à  $t = 0,1s$ , et ce, de la même façon que pour la commande en cascade, développée dans le 4<sup>e</sup> chapitre.
- Essai pour évaluer les performances en matière de poursuite de trajectoire : Pour cela, la consigne de vitesse est prise variable.
- Essai pour tester l'efficacité du rejet de perturbation : Pour cela, nous avons effectué un changement brusque du couple résistant à  $t = 0,1s$ .

La structure de commande permettant la réalisation du CPNLVMR en structure cascade sur la machine synchrone à aimants permanents est illustré dans la page ci-contre.



**Figure 5.19 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste (CPNLVMR) en structure cascade**

Les résultats expérimentaux obtenus avec le CPNLVMR en structure cascade sont donnés par les figures 5.20 à 5.30.

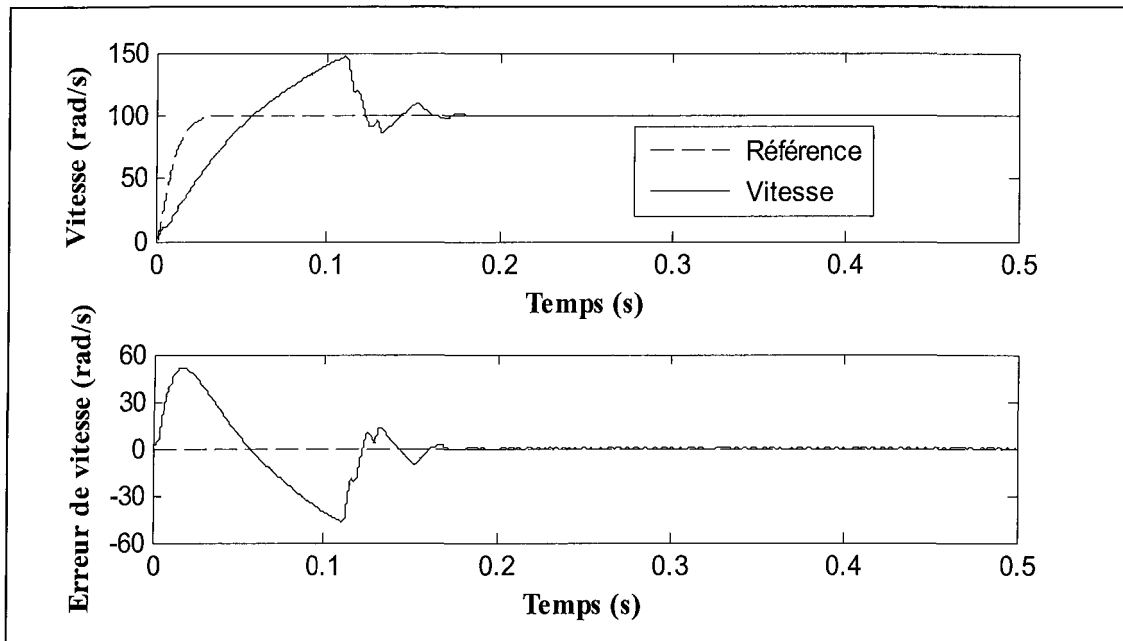


Figure 5.20 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure cascade : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation

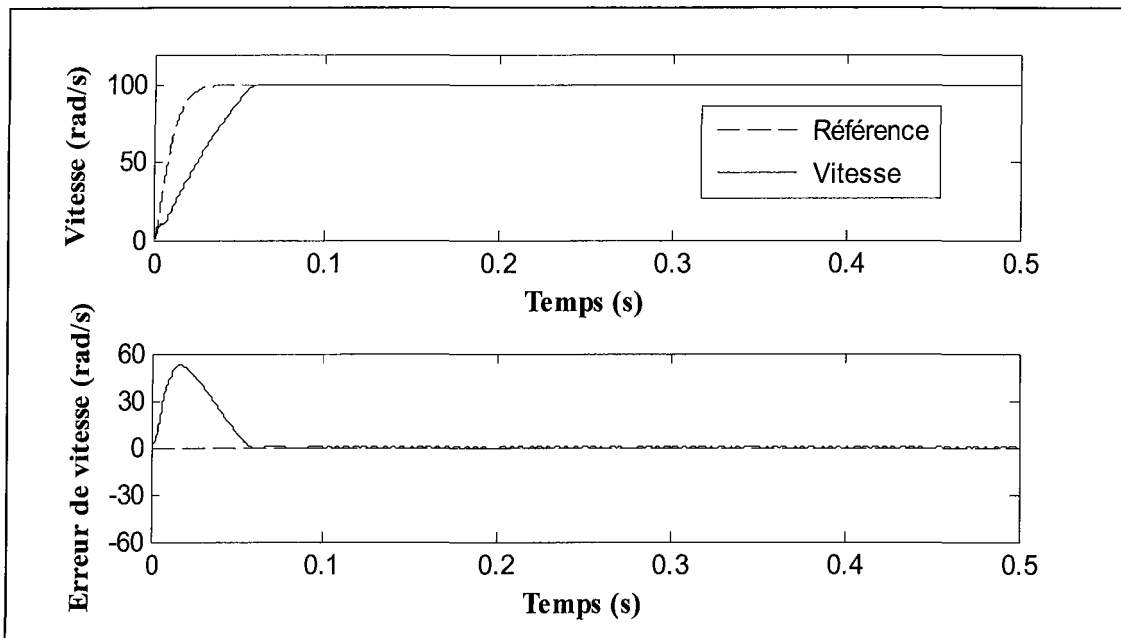


Figure 5.21 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure cascade : Référence à dynamique rapide avec schéma anti-saturation

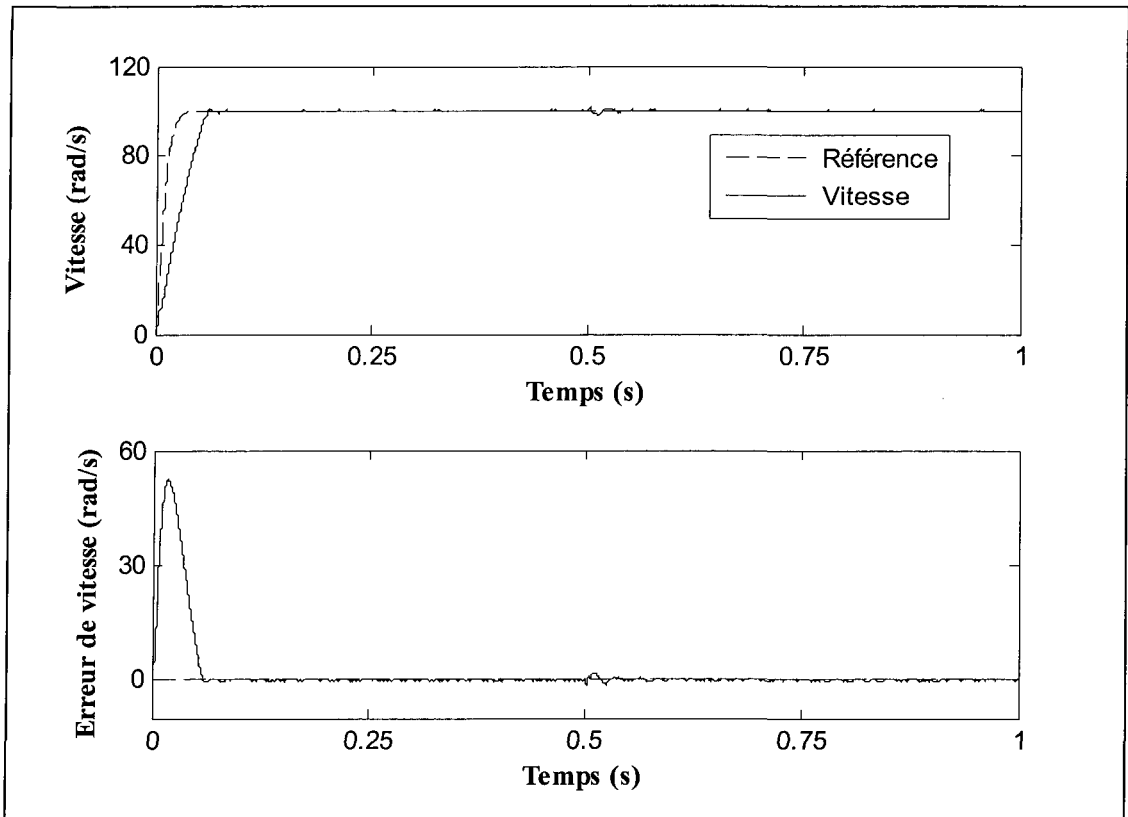


Figure 5.22 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à  $t = 0,5s$

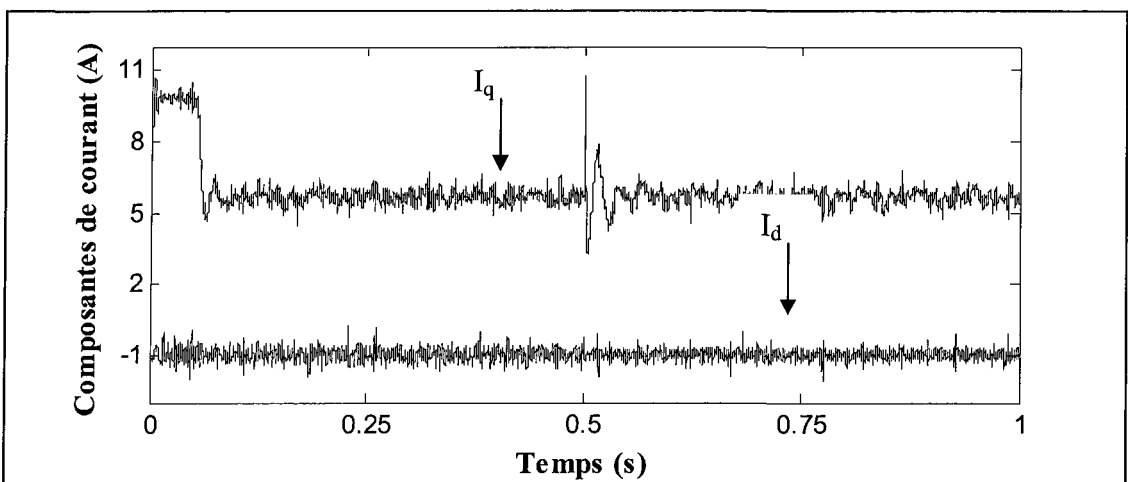


Figure 5.23 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVM en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à  $t = 0,5s$

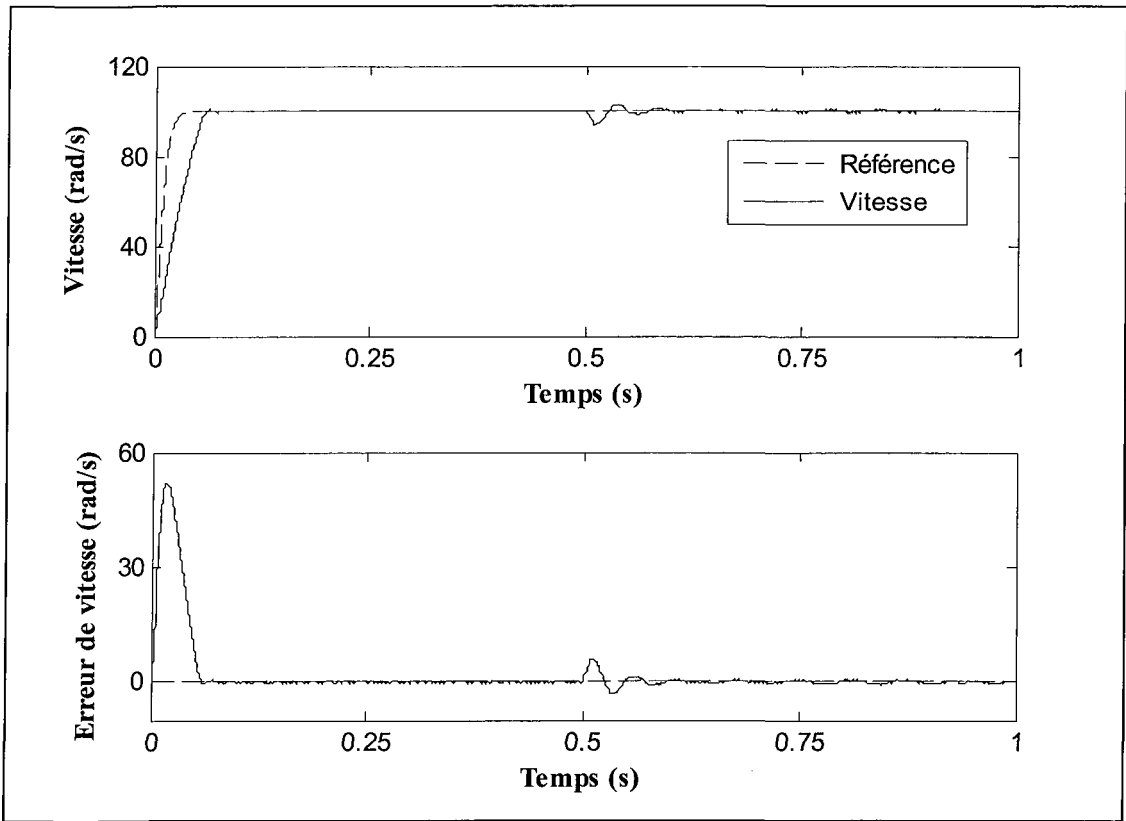


Figure 5.24 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 0,5s$

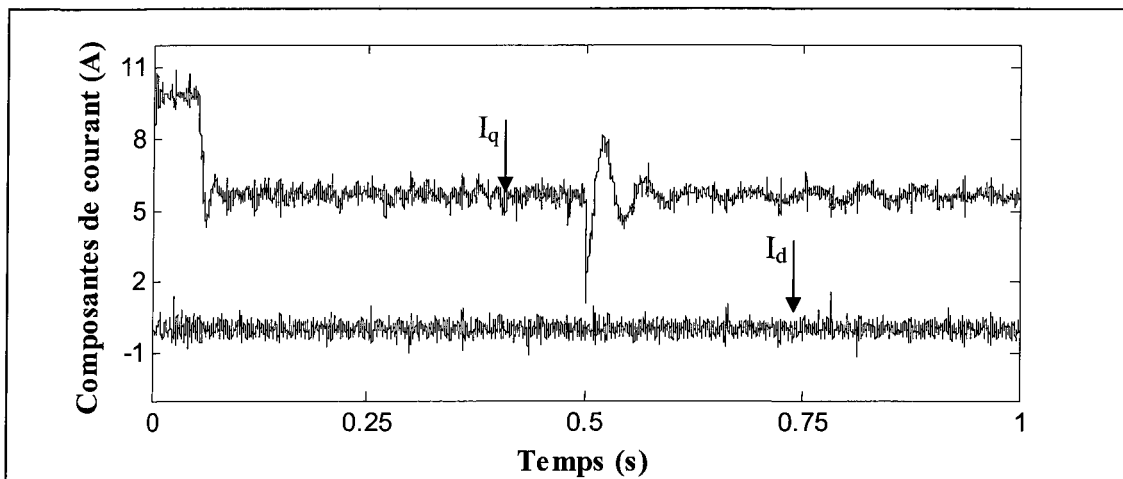


Figure 5.25 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVMR en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 0,5s$

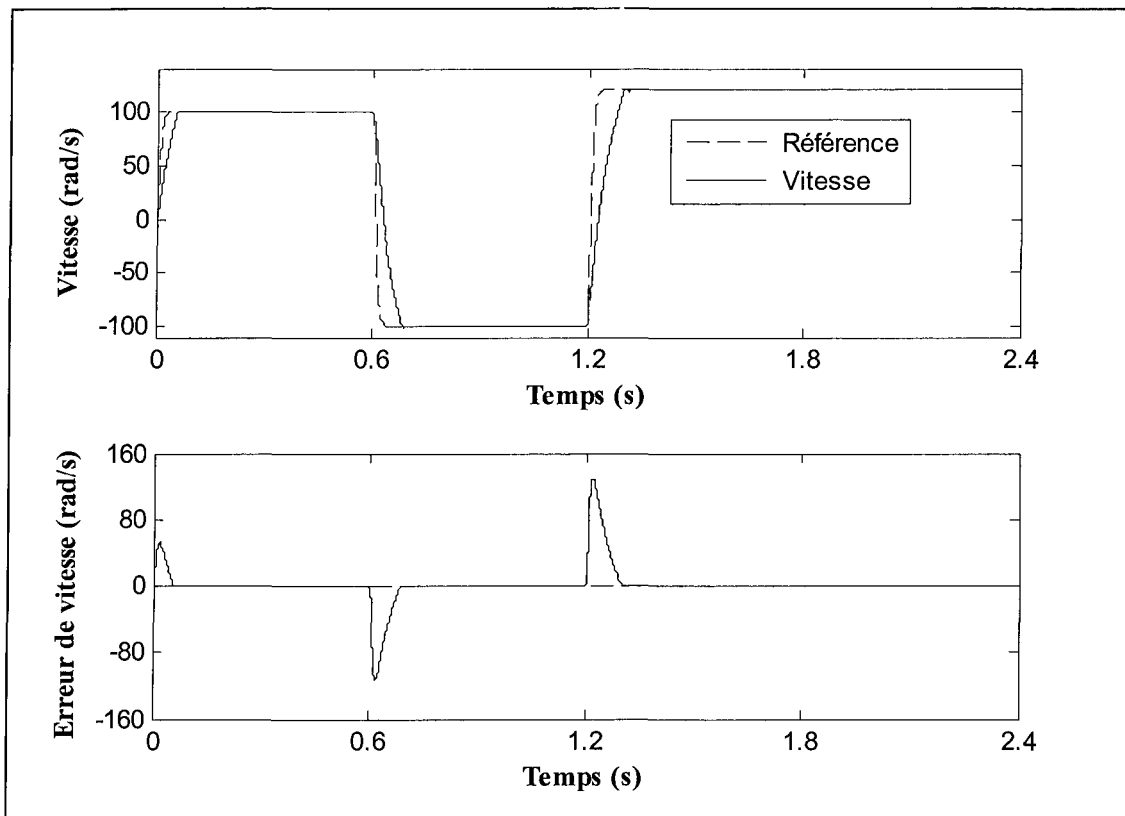


Figure 5.26 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire

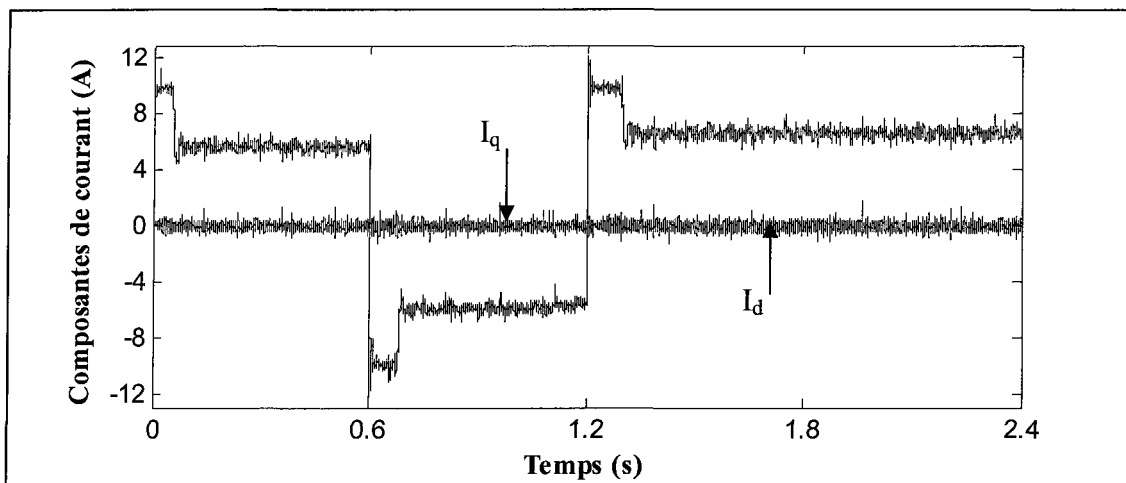


Figure 5.27 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLVMR en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire

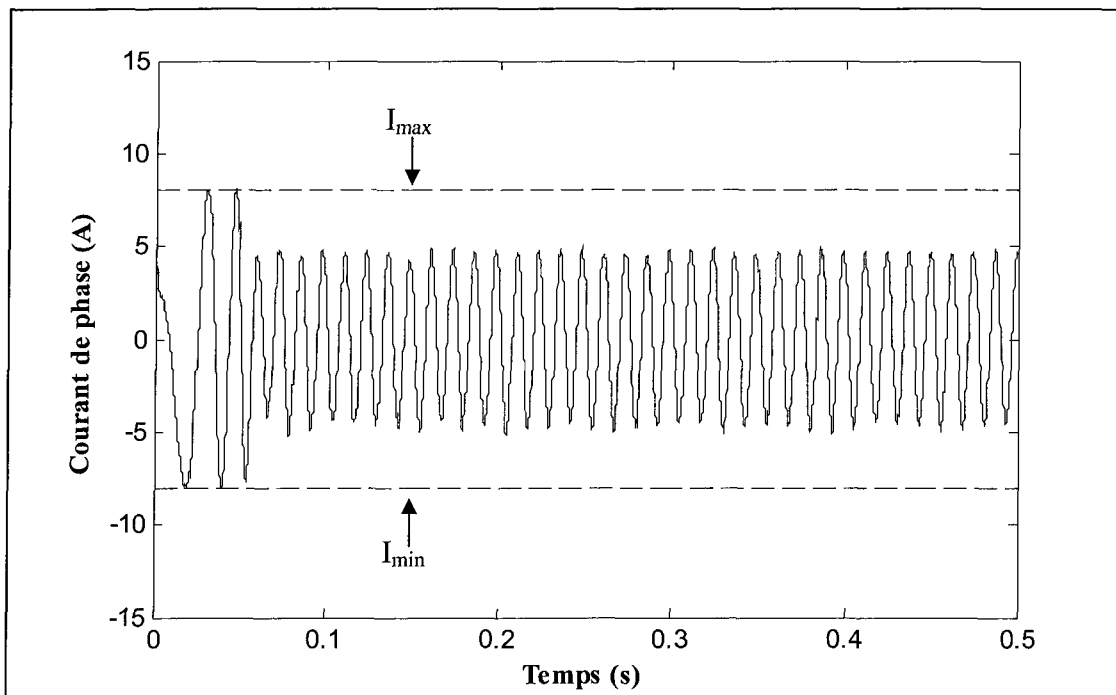


Figure 5.28 : Courant de phase pendant le démarrage du système piloté par le CPNLVMR en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire

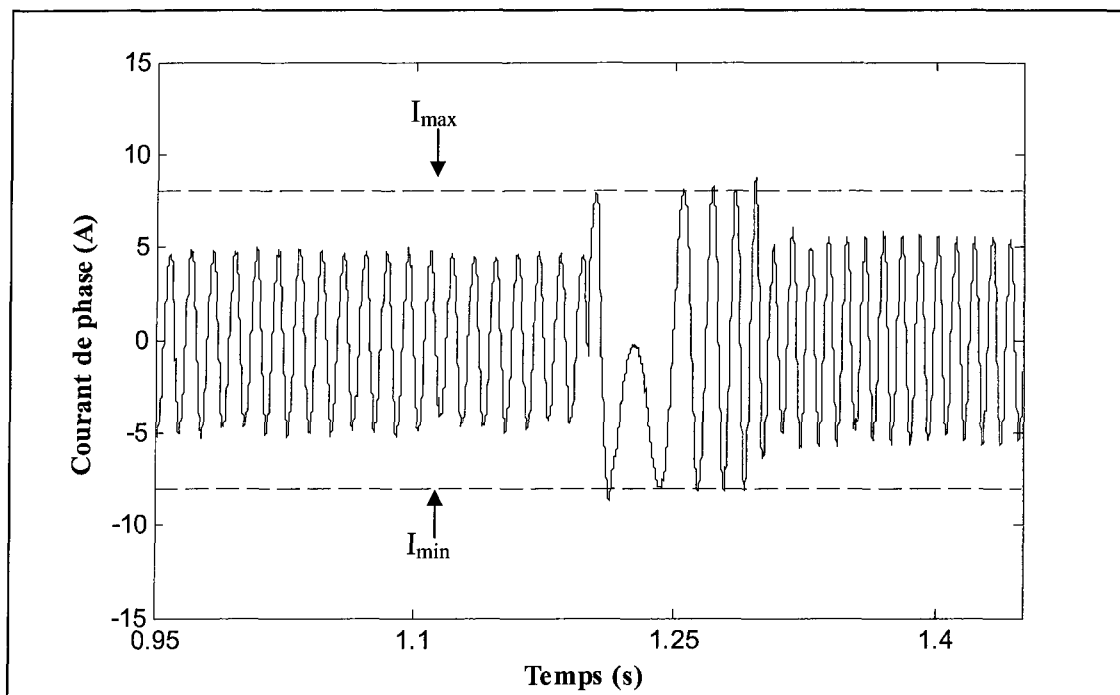
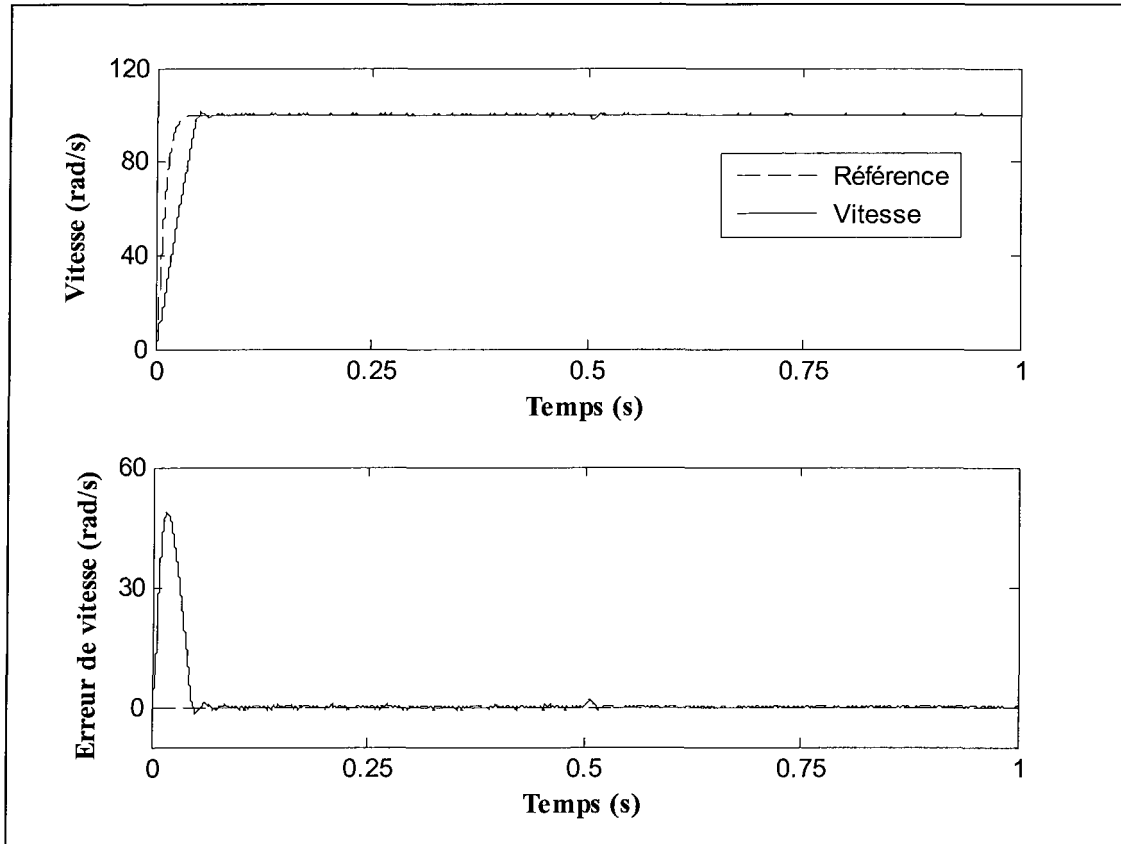


Figure 5.29 : Courant de phase pendant le régime transitoire du système piloté par le CPNLVMR en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire



**Figure 5.30 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLVMR en structure cascade : Rejet de perturbation à  $t = 0,5s$**

La figure 5.20 donne les résultats obtenus pour la régulation de la vitesse sans schéma anti-saturation alors que la figure 5.21 montre les résultats obtenus dans le cas où un schéma anti-saturation est incorporé dans la boucle de commande. D'après les résultats, il est clair que l'erreur statique est nulle en raison de l'action intégrale. Cependant, en absence du schéma anti-saturation, le comportement dynamique du contrôleur se dégrade et le dépassement atteint 50% du fait de l'existence des blocs de saturation. L'introduction du schéma anti-saturation dans la boucle de commande externe a permis d'améliorer les performances dynamiques en éliminant le dépassement et en réduisant le temps de réponse.

En ce qui concerne le test de la robustesse vis-à-vis de la variation des paramètres de la machine, les figures 5.22 et 5.24 présentent les réponses en vitesse tandis que les figures 5.23 et 5.25 présentent les composantes de courants. Les courbes obtenues montrent bien l'efficacité de cette stratégie de point de vue robustesse.

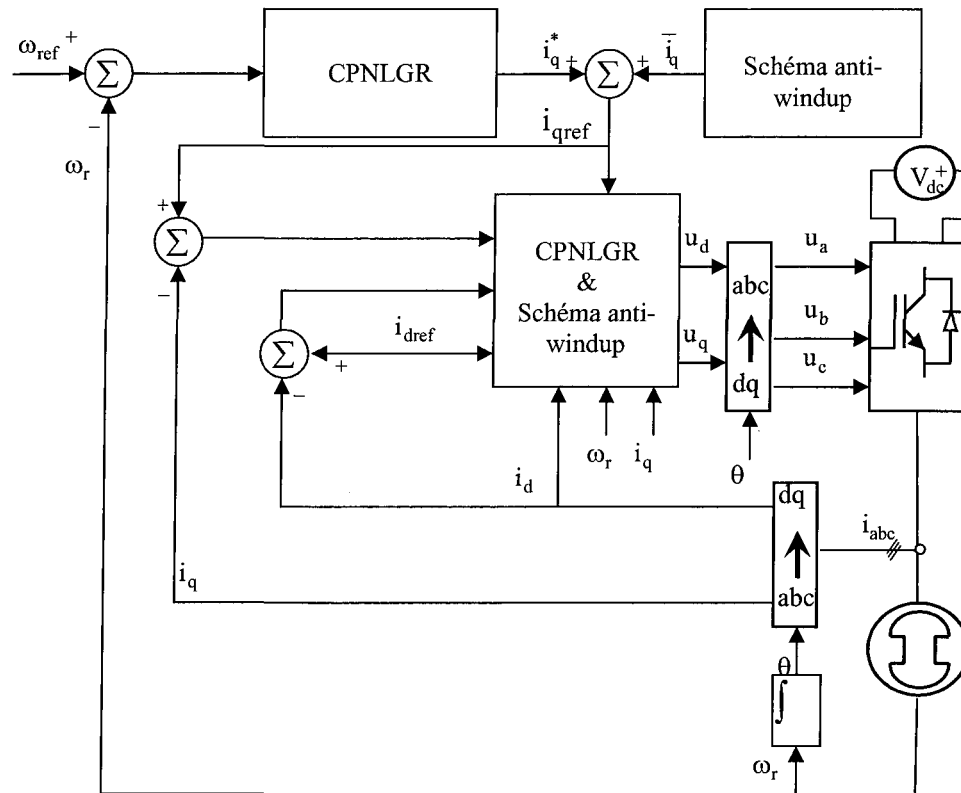
Du côté de la poursuite de trajectoire, les figures 5.26 nous permettent de constater que le suivi de trajectoire imposé sous les contraintes de courant se fait correctement et oblige la composante en quadrature à être réglée à une valeur limite (figure 5.27), pendant les régimes transitoires, ce qui permet d'obtenir des accélérations et des décélérations avec un couple maximal et un temps minimal. En outre, d'après les figures 5.28 et 5.29, nous pouvons remarquer que le courant de phase est bien maîtrisé du fait de l'utilisation des blocs de saturation à la sortie de la boucle externe.

Concernant le rejet de perturbation, il est évident que l'action intégrale conduit à l'annulation de l'erreur statique juste après l'application d'un couple de charge. Ceci est illustré sur la figure 5.30.

#### **5.5.4 Évaluation de performances du CPNLGR en structure cascade**

Les paramètres du CPNLGR en structure cascade restent les mêmes que ceux utilisés pour le CPNLVMR en structure cascade. En outre, pour évaluer des performances du CPNLGR en structure cascade, nous avons réalisé les mêmes essais que dans le cas du CPNLVMR en structure cascade.

La structure de commande permettant la réalisation du CPNLGR en structure cascade sur la machine synchrone à aimants permanents est illustrée dans la page ci-contre.



**Figure 5.31 : Schéma bloc du contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste (CPNLGR) en structure cascade**

Les résultats expérimentaux obtenus avec le CPNLGR en structure cascade sont donnés par les figures 5.32 à 5.42.

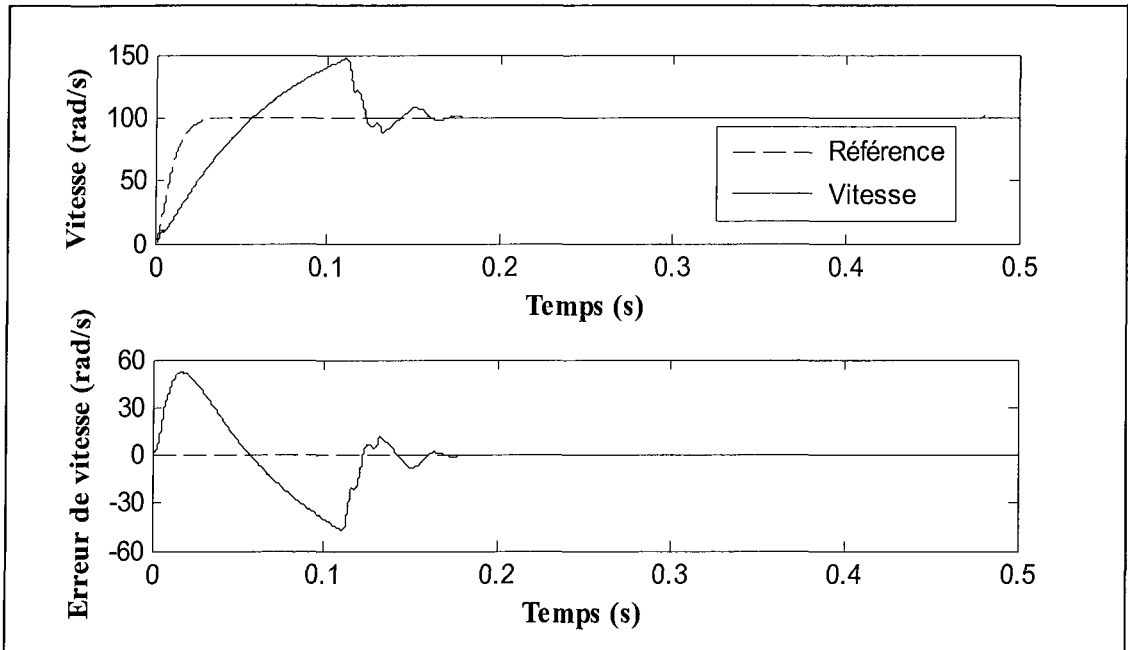


Figure 5.32 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Référence à dynamique rapide sans schéma anti-saturation

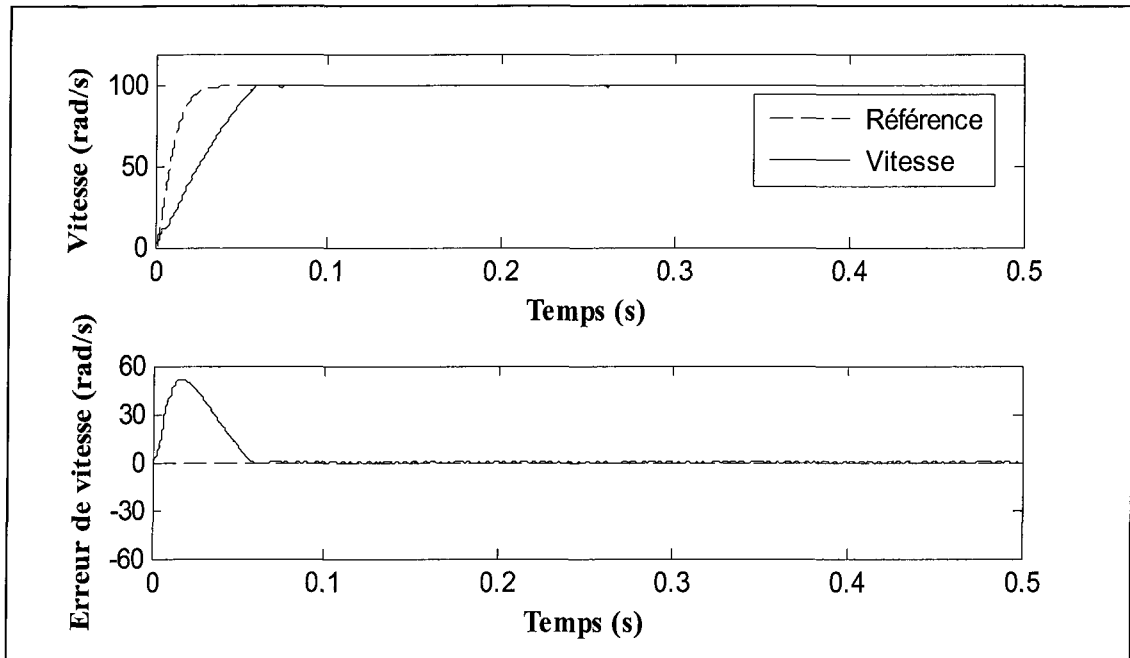


Figure 5.33 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Référence à dynamique rapide avec schéma anti-saturation

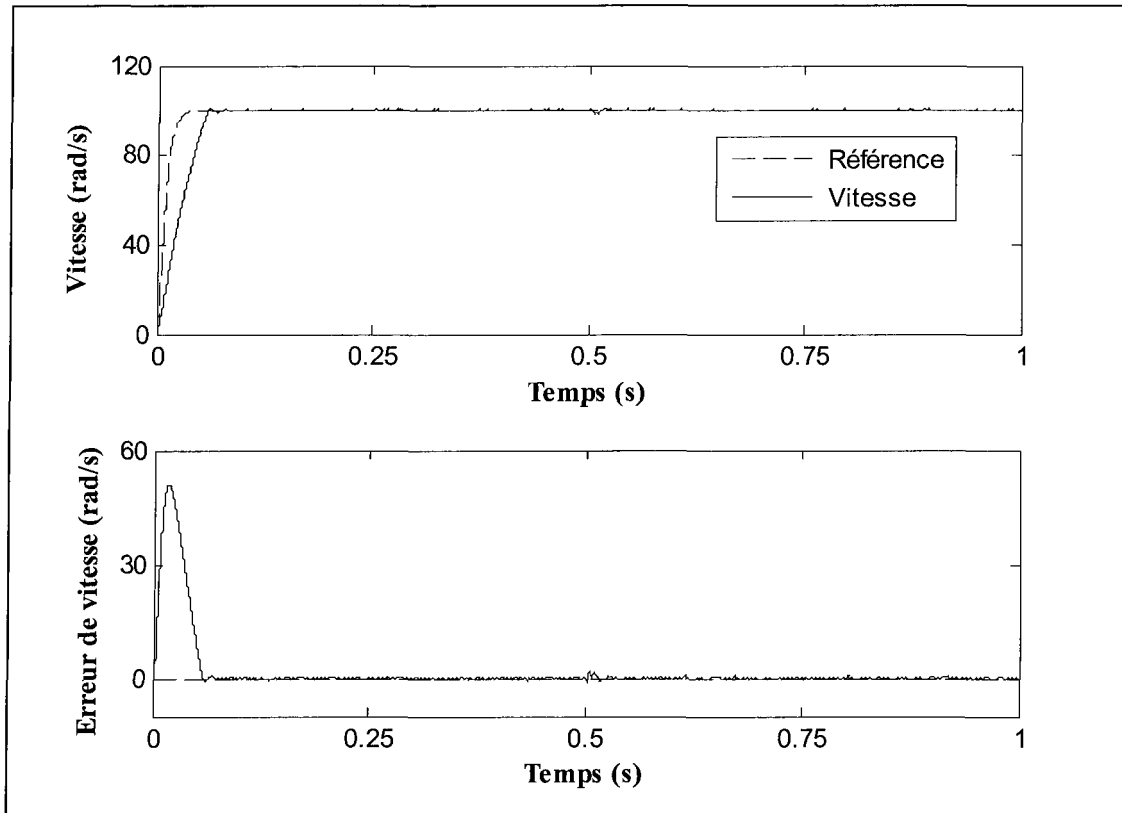


Figure 5.34 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à  $t = 0,5s$

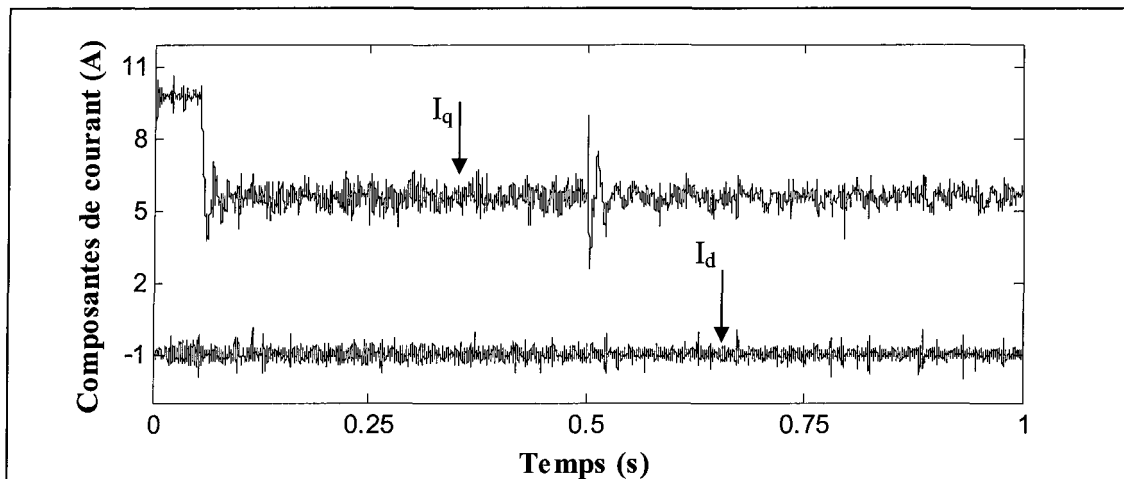


Figure 5.35 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Variation des paramètres électriques (résistance, inductance en quadrature, et flux) à  $t = 0,5s$

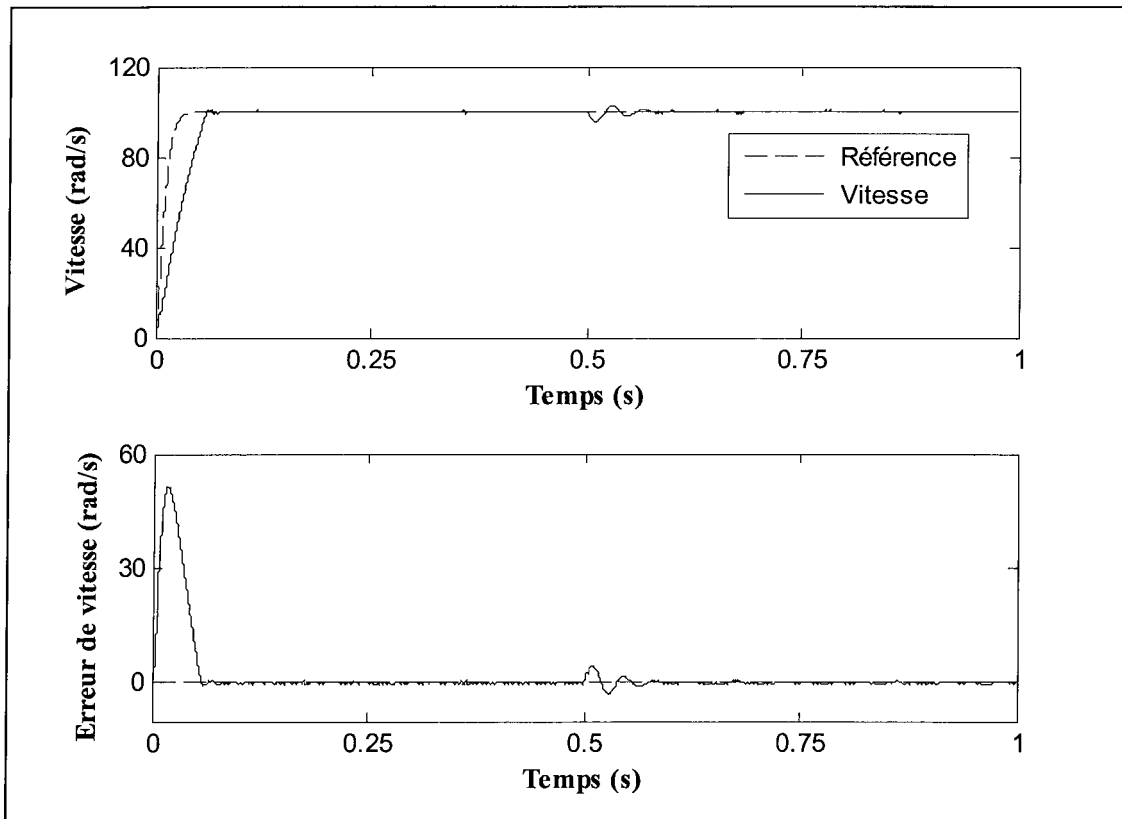


Figure 5.36 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 0,5s$

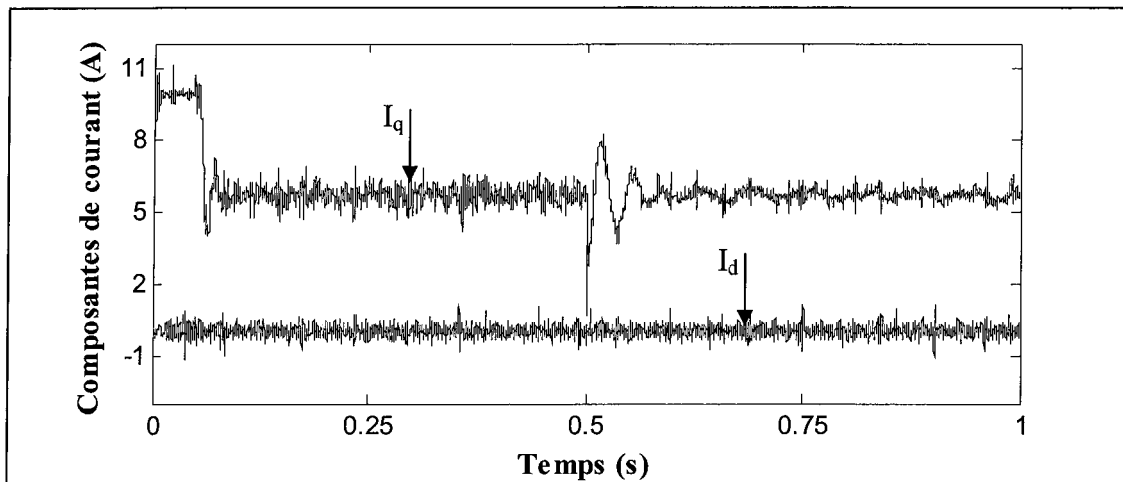


Figure 5.37 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Variation des paramètres mécaniques (Coefficient d'amortissement et moment d'inertie) à  $t = 0,5s$

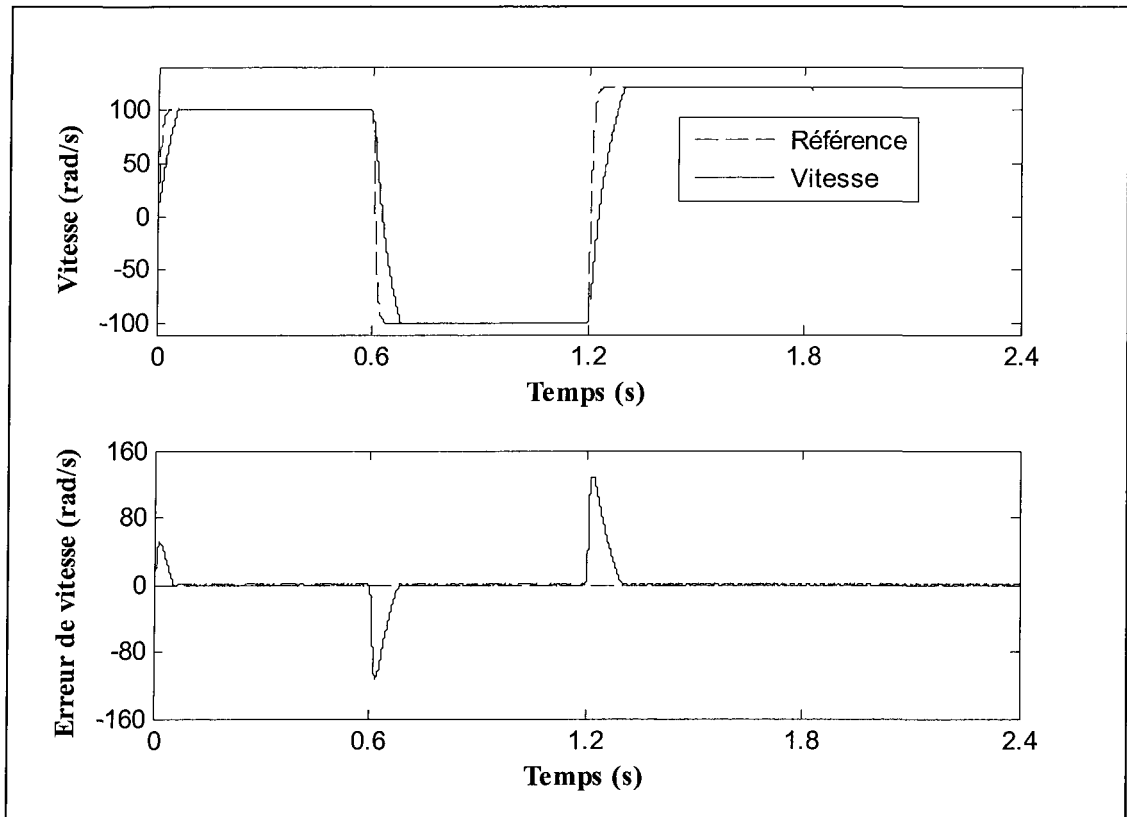


Figure 5.38 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire

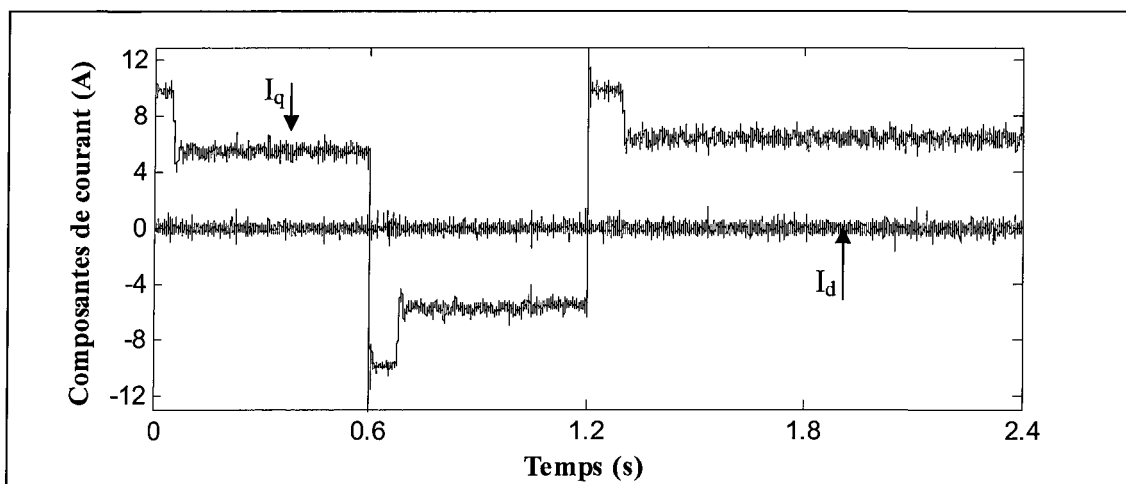


Figure 5.39 : Composantes directe et en quadrature du courant du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire

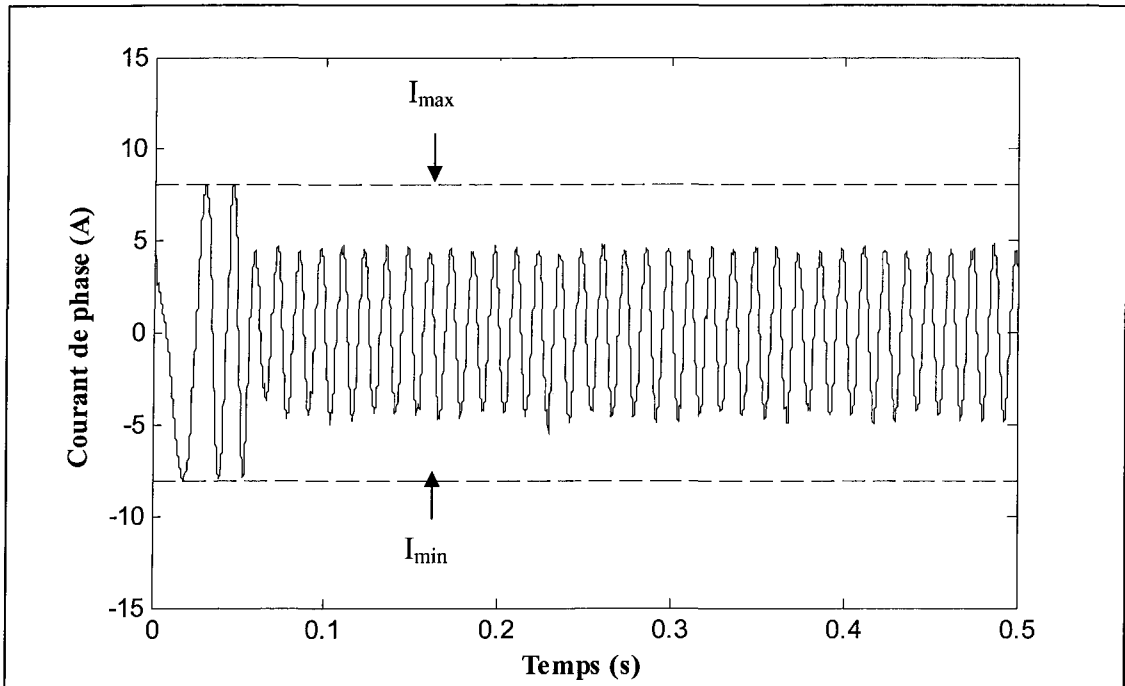


Figure 5.40 : Courant de phase pendant le démarrage du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire

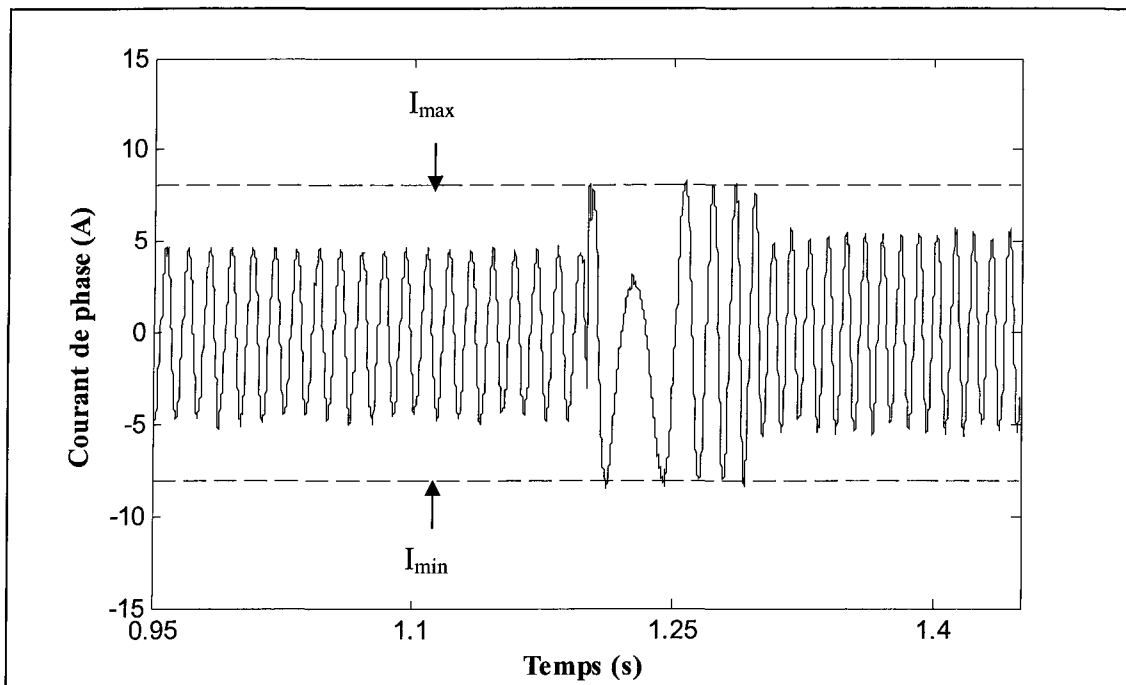


Figure 5.41 : Courant de phase pendant le régime transitoire du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Performance en poursuite de trajectoire

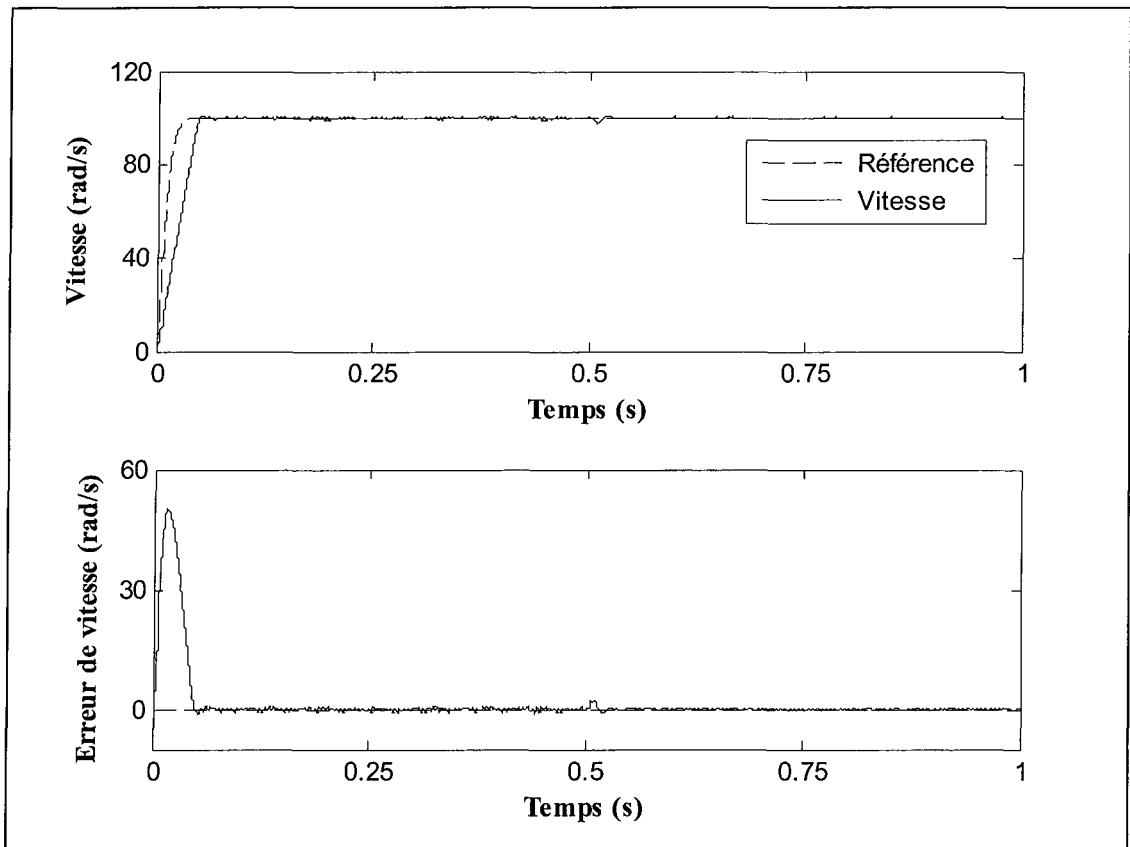


Figure 5.42 : Vitesse rotorique et erreur de vitesse du système piloté par le CPNLGR en structure cascade : Rejet de perturbation à  $t = 0,5s$

### 5.5.5 Comparaison entre tous les contrôleurs

Nous commençons par noter que tous les contrôleurs ont permis d'obtenir les performances souhaitées. Cependant, il est intéressant de remarquer que les résultats obtenus dans le cadre de la commande prédictive en structure cascade sont moins bruités que ceux obtenus avec la commande prédictive en structure directe qui utilise des gains relativement grands qui multiplient l'effet des bruits de mesure.

## 5.6 Conclusion

Dans le cadre de ce chapitre, qui présente une contribution majeure de notre travail de recherche, nous avons proposé un nouveau critère de performance permettant de synthétiser une loi de commande robuste pour les systèmes non linéaires à temps continu. Cette méthode, qui est basée sur la prédiction de l'intégrale de l'erreur de sortie, est dédiée particulièrement à des systèmes non linéaires pouvant comporter des paramètres incertains ou des variables inconnues et bornées dans le temps et dont l'estimation est très compliquée. D'un point de vue théorique, le système en boucle fermée permet de rejeter toute perturbation de basses fréquences grâce à l'existence d'une action intégrale dans la boucle de contrôle. Cependant, nous avons prouvé de manière formelle que ce type de contrôle reste valable uniquement pour les systèmes non linéaires dont les indices caractéristiques sont inférieurs ou égaux à trois.

L'application de cette stratégie de commande au moteur synchrone à aimants permanents a rendu le système bouclé plus robuste par rapport aux incertitudes paramétriques et a permis de rejeter toute perturbation externe.

Quant au respect des contraintes électromagnétiques, nous avons montré pratiquement que la structure en cascade, associée à un schéma anti-saturation, est plus fiable. Elle permet de tester des références de vitesse à une dynamique très rapide tout en conservant des bonnes performances dynamiques.

Nous en concluons que le contrôleur à structure cascade et à variance minimale est à retenir dans un environnement bruité, car il utilise des gains relativement faibles qui n'amplifient pas beaucoup l'effet des bruits de mesure.

## CONCLUSIONS & PERSPECTIVES

Le travail de recherche présenté dans cette thèse porte sur la mise en œuvre et l'implantation sur un processeur numérique de signaux d'une loi de commande prédictive non linéaire pour un moteur synchrone à aimants permanents. L'objectif du contrôleur conçu est d'assurer un suivi très satisfaisant de la trajectoire imposée de vitesse et une très bonne régulation de la composante directe du courant.

Le principe de la commande prédictive se résume à un problème de minimisation d'un critère quadratique sur un horizon de prédiction fini. La résolution de ce problème, dans le cas des systèmes non linéaires, nécessite l'utilisation d'une méthode de programmation non linéaire en ligne. Il en résulte une charge de calcul lourde et dépendante de l'horizon de prédiction et du nombre d'itérations nécessaires pour trouver la solution au problème d'optimisation. Ceci limite l'implantation de cette stratégie de contrôle aux systèmes non linéaires à dynamique lente. Pour étendre l'application du principe du contrôle prédictif aux systèmes non linéaires à dynamique rapide, le modèle de prédiction est approximé à l'aide de l'expansion en séries de Taylor, et ce, en utilisant le modèle mathématique établi en temps continu. Le contrôleur ainsi obtenu est analytique et est facile à implanter.

Dans cette thèse, deux types de contrôleurs prédictifs ont été développés. Le premier est appelé contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale (CPNLVM), son critère

quadratique s'écrit en fonction de l'erreur entre la sortie du modèle du système et la sortie du modèle de référence. Le second est appelé contrôleur prédictif généralisé (CPNLG), sa fonction coût est représentée par l'intégrale de l'erreur entre la sortie du modèle du système et la sortie du modèle de référence.

Afin d'étudier le comportement de ces loi de commande sur le moteur synchrone à aimants permanents, nous avons fait appel à deux structures de contrôle. L'une est appelée structure directe, les sorties à réguler sont la vitesse rotorique et la composante directe du courant. L'autre est appelée structure en cascade, elle est constituée de deux boucles. La première consiste à générer la composante en quadrature du courant à partir de la régulation de la vitesse et la deuxième assure la régulation des composantes de courant. Pour les deux structures de commande, nous avons montré d'une manière formelle que les contrôleurs utilisés peuvent offrir de bonnes performances dynamiques et statiques dans le cas où le modèle utilisé est bien défini et les conditions de fonctionnement sont bien connues. Or, dans les milieux industriels, la machine synchrone à aimants permanents est d'une part assujettie à une apparition de perturbations, et d'autre part, elle fait souvent l'objet d'une modélisation approximative. Par conséquent, les performances obtenues seront insuffisantes. Cette constatation est étayée par l'apparition d'une erreur statique non nulle. Pour pallier cet inconvénient, il s'est avéré obligatoire de combiner les contrôleurs obtenus avec des observateurs de perturbations pour garantir la robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques et de la variation du couple de charge. Les estimateurs développés à partir de la commande prédictive se basent en particulier sur l'intégration de l'erreur de la sortie à réguler, ce qui conduit forcément à l'élimination de l'erreur statique en régime permanent,

et ce, tant que le système bouclé est stable. En ce qui concerne la limitation du courant de la machine, elle est assurée dans un premier temps par un choix judicieux de la trajectoire de la référence de vitesse et dans un deuxième temps par des blocs de saturation associés à des correcteurs anti-saturation pour éliminer l'effet indésirable des blocs limiteurs. Cela permet de tester la réponse de la loi de commande à des trajectoires de références plus rapide sans passer par des filtres pour limiter le courant d'appel.

D'un autre côté, dans le but de s'affranchir de l'utilisation des estimateurs de perturbations, nous avons proposé de modifier les fonctions coûts pour chaque type du contrôleur. L'idée qui a guidé notre choix est que nous avons voulu faire apparaître, dans la commande prédictive résultante, une action intégrale sur l'erreur de sortie. Pour cela, dans chaque fonction coût, nous avons remplacé l'erreur de sortie par son intégrale. Ainsi, la minimisation des critères modifiés résulte en l'apparition des actions intégrales dans le schéma de commande. Ceci rend la loi de commande robuste tant que le système en boucle fermée est stable. Nous avons montré aussi que la stabilité du système bouclé dépend de l'indice caractéristique de chaque sortie qui doit être inférieur ou égal à trois.

La modification des fonctions coût a permis de définir, dans un cadre général, deux nouveaux contrôleurs robustes. Le premier est intitulé contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste (CPNLVMR) et l'autre, contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste (CPNLGR).

Quant à la faisabilité du contrôleur robuste, nous avons adopté aussi deux structures de contrôle. La première consiste à appliquer directement la loi de commande sur le modèle du moteur synchrone à aimants permanents alors que la seconde est basée sur l'imbrication

d'une boucle interne de courants et une boucle externe de vitesse. Un schéma anti-saturation a été proposé à la seconde structure pour pouvoir tester la réponse du système à des références à dynamique rapide.

La validation expérimentale nous a permis de constater que toutes les lois de commande, développées dans cette thèse, sont performantes en matière de suivi de trajectoire, de robustesse et de rejet de perturbations. Néanmoins, le contrôleur prédictif non linéaire, développé dans le cinquième chapitre, donne des résultats acceptables, quoiqu'ils soient très bruités, car il utilise des gains relativement grands qui amplifient les bruits de mesure.

En conclusion, nous pouvons avancer que dans le cas où le moteur utilisé possède une constante de temps électrique comparable à la constante de temps mécanique, la structure en cascade sera délaissée au profit de la structure directe. En plus, si l'estimation de perturbation est possible, la technique de la commande prédictive non linéaire à variance minimale, combinée à un estimateur de perturbation, est à retenir dans un milieu bruité, car, d'une part, elle utilise des gains relativement faibles qui rendent le schéma de commande moins sensible aux bruits de mesure, et d'autre part, le réglage de la dynamique du rejet de perturbation peut être effectué indépendamment de la dynamique du système en agissant sur les gains de l'estimateur. La structure cascade est adoptée dans toute application utilisant un moteur dont la constante de temps électrique est négligeable devant la constante de temps mécanique et privilégiant le respect des contraintes électromagnétiques.

À la fin, nous suggérons la poursuite des travaux de recherche avec comme objectif la régulation de position pour des applications en robotique.

## **PUBLICATIONS ISSUES DE CETTE RECHERCHE**

### **Publications dans des revues internationales avec comité de lecture**

- 1- R. Errouissi et M. Ouhrouche “Nonlinear Predictive Controller for a Permanent Magnet Synchronous Motor Drive”, *Journal of Mathematics and Computers in Simulation, Elsevier*.
- 2- R. Errouissi, M. Ouhrouche, W. Chen et A. M. Trzynadlowski “Robust Nonlinear Predictive Controller for a PMSM with Optimized Cost Function”, *Submitted to IEEE Transactions on Industrial Electronics – SS on Control and Optimization*.
- 3- R. Errouissi, M. Ouhrouche, W. Chen et A. M. Trzynadlowski “Robust Cascaded Nonlinear Predictive Control of a PMSM with Anti-windup Compensator”, *Submitted to IEEE Transactions on Industrial Electronics – SS on Intelligent Systems*.

### **Publications dans les actes de conférences internationales avec comité de lecture**

#### **Prix du meilleur article scientifique pour [3]**

- 1- R. Errouissi et M. Ouhrouche, “Nonlinear Predictive Controller for a permanent Magnet Synchronous Motor drive”, *Electrimacs 2008*, Quebec, Canada, June 8-11, 2008.

- 2- R. Errouissi et M. Ouhrouche, “Robust Cascaded Nonlinear Predictive Control of a Permanent Magnet Synchronous Motor”, *Proceedings of the IEEE-ICIT 2009, International Conference on Industrial Technology*, Churchill, Victoria, Australia, February 10-13, 2009.
- 3- R. Errouissi et M. Ouhrouche “Robust Continuous Generalized Predictive Control of a PMSM Drive”, *Proceedings of the IEEE Electric Power and Energy Conference EPEC’2009*, Montreal, Quebec, Canada, October 22-23, 2009.
- 4- R. Errouissi, M. Ouhrouche et W. Chen “Robust Generalized Predictive Control of a PMSM with Anti-Windup Compensator”, *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics – ISIE’2010. SS: Predictive Control of Power Converters*, Bari, Italia, July 4-7, 2010.
- 5- R. Errouissi, M. Ouhrouche et A. Benzaïoua “Robust Nonlinear Predictive Controller for Multivariable Nonlinear Systems with Different Relative Degree”, *Proceedings of the IEEE International conference on advanced intelligent Mechatronics- 2010 IEEE/ASME*, Montreal, Canada, July 6-9, 2010

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Grellet G. et G. Clerc. *Actionneurs électriques*, Eyrolles, France, 1996.
- [2] Benchaib A., S. Poullain, J.L. Thomas et J.C. Alacoque «Discrete-time field-oriented control for SM-PMSM including voltage and current constraints», *IEEE International, Electric Machines and Drives Conference*, vol. 2, June 2003, pp. 999 – 1005.
- [3] Blaschke F. «The principle of field Orientation as applied to the Transvector Closed-Loop Control System for Rotating Field Machines», *Siemens Review*, vol.39, 1972, pp. 217-220.
- [4] Canudas de Wit, C. *Commande des moteurs asynchrones 1- Modélisation, contrôle vectoriel et DTC*, Hermès Science Publication, France, 2000.
- [5] Novotny D. W. et R.D. Lorenz. *Introduction to field orientation and high performance AC drives*, IEEE-IAS Tutorial Course, 1986.
- [6] Batzel T.D. et K.Y. Lee «Electric Propulsion with Sensorless Permanent Magnet Synchronous Motor: Implementation and Performance», *IEEE Transaction on Energy Conversion*, vol. 20, no. 3, September 2005, pp. 575 -583.
- [7] Batzel T.D. et K.Y. Lee «Electric Propulsion with Sensorless Permanent Magnet Synchronous Motor: Model and Approach», *IEEE Transaction on Energy*

- Conversion*, vol. 20, no. 4, December 2005, pp. 818 -825.
- [8] Bech M.M., T.S. Frederiksen et P. Sandholdt «Accurate torque control of saturated interior permanent magnet synchronous motors in the field-weakening region», *Fourtieth IAS Annual Meeting, Industry Applications Conference*, vol. 4, 2-6 October 2005, pp. 2526 – 2532.
- [9] Jahns T.M. «Flux-weakening regime operation of an interior permanent magnet synchronous motor drive», *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 23, no. 4, 1987, pp. 681-689.
- [10] Rajaram S., S.K. Panda et K.S. Lock «Performance comparison of feedback linearised controller with PI controller for PMSM speed regulation», *Proceedings of the 1996 International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems for Industrial Growth*, vol. 1, 8-11 January 1996, pp. 353 – 359.
- [11] Luuukko J. «Direct torque control of permanent magnet synchronous machines- analysis and implementation», *PhD thesis*, Lappeenranta university of technology, Finland, 2000.
- [12] Du C.-Y. et G.-R. Yu «Optimal PI Control of a Permanent Magnet Synchronous Motor Using Particle Swarm Optimization», *IEEE Computer Society, Proceedings of the Second International Conference on Innovative Computing, Information and Control*, Washington DC, USA, 2007, pp.255.
- [13] Ming Y., G. Yang, X. Dian-Guo et Y.Yong «On-line Self tuning of PI Controller for PMSM Drives Based on the Iterative Learning Control», *IEEE 20th Annual, Applied Power Electronics Conference and Exposition*, vol. 3, 6-10 March 2005, pp. 1889 -

1893.

- [14] Dongmei X., Q. Daokui et X. Fang «Design of  $H_{\infty}$  Feedback Controller and IP-position Controller of PMSM Servo System», *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48, no. 6, December 2001, pp. 1098-1108.
- [15] Hsien T.-L., Y.Y. Sun et M.C. Tsai « $H_{\infty}$  control for a sensorless permanent-magnet synchronous drive», *IEE Proceedings, Electric Power Applications*, vol. 144, no. 3, May 1997, pp. 173 – 181.
- [16] Baik I.-C., Kim K.-H. et Youn M.-J., «Robust nonlinear speed control of PM synchronous motor using boundary layer integral sliding mode control technique», *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 8, no. 1, January 2000, pp. 47 - 54,
- [17] Baik I.-C., K.H. Kim et M.-J. Youn «Robust nonlinear speed control of PM synchronous motor using adaptive and sliding mode control techniques», *IEE Proceedings, Electric Power Applications*, vol. 145, no. 4, July 1998, pp. 369 – 376.
- [18] Gayed A., M.F. Benkhoris, S. Siala et R. Le Doeuff «Simulation tool for the study of PMSM control techniques», *IEEE 4th Workshop on Computers in Power Electronics*, 7-10 august 1994, pp. 215-220.
- [19] Ogasawara K., T. Murata, J. Tamura et T. Tsuchiya «High performance control of permanent magnet synchronous motor based on magnetic energy model by sliding mode control», *2005 European Conference on Power Electronics and Applications*, Japan, September 2005, pp. 1-10.
- [20] Zhang B. et Y. Li «A PMSM sliding mode control system based on model reference

- adaptive control», *Power Electronics and Motion Control Conference, the Third International*, vol. 1, 2000, pp. 336 - 341.
- [21] Kaddouri A. «Étude d'une commande non linéaire adaptative d'une machine synchrone à aimant permanent », *PdD Thesis*, Université Laval Québec, 2000.
- [22] Isidori A. *Nonlinear Control Systems : an Introduction*, Springer-Verlag, 1989.
- [23] Fliess M., J. Lévine, P.H. Martin et P. Rouchon «Flatness and defect of nonlinear systems: introductory theory and examples», *International journal of control*, vol. 61, 1995, pp. 1327-1361.
- [24] Abdel-Rady Y. et I. Mohamed «A Newly Designed Instantaneous-Torque Control of Direct-Drive PMSM Servo Actuator with Improved Torque Estimation and Control Characteristics», *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 54, no. 5, October 2007, pp. 2864-2873.
- [25] Kaddouri A., O. Akhrif et H. Le-Huy «Adaptive nonlinear control for speed regulation of a permanent-magnet synchronous motor», *The 25th Annual Conference of the IEEE, Industrial Electronics Society*, vol. 3, 1999, pp. 1079 – 1084.
- [26] Zhou J. et Y. Wang «Adaptive backstepping speed controller design for a permanent magnet synchronous motor», *IEE Proceedings, Electric Power Applications*, vol. 149, no. 2, March 2002, pp. 165 – 172.
- [27] Clarke D.W., C. Mohtadi et P.S. Tuffs «Generalized predictive control-part I. the basic algorithm», *Automatica*, 23-2, 1987, pp. 137-160.
- [28] Abjadi N.R., J. Soltani, M. Pahlavaninizhad et J. Askari « A nonlinear adaptive controller for speed sensorless PMSM taking the iron loss resistance into account »,

- Proceedings of the Eighth International Conference on Electrical Machines and Systems*, vol. 1, September 2005, pp. 188 - 193.
- [29] Choi J.W. et S.C. Lee «Antiwindup Strategy for PI-Type Speed Controller», *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, n. 6, June 2009, pp. 2039-2046.
- [30] March P. et T. Matthew «Anti-windup Compensator Designs for Permanent Magnet Synchronous Motor Speed Regulation», *IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC '07)*, vol. 1, 3-5 May 2007, pp. 312-317
- [31] Maaziz, M. «Commande prédictive de systèmes non linéaires: Application à la commande de machines asynchrones», *PhD thesis*, Ecole Supérieure d'électricité, France, 2000.
- [32] Takahachi I. et T. NoGuchi «A new quick-response and high efficiency control strategy of an induction motor», *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-22, no. 5, 1986, pp. 820-827.
- [33] Bian C., S. Ren et L. Ma «Study on Direct Torque Control of Super High-speed PMSM», *proceeding of the IEEE, International conference on automation and logistics*, Jinan, China, 18-21 August 2007, pp. 2711-2715.
- [34] Chen Y., S. Huang, S. Wan et F. Wu «A Direct Torque Controlled Permanent Magnetic Synchronous Motor System Based on the New Rotor Position Estimation», *Control Conference (CCC 2007)*, Zhangjiajie, China, 26-31 July 2007.
- [35] Pacas M. et J. Weber «Predictive direct torque control for the PM-synchronous machine», *The 29th Annual Conference of the IEEE, Industrial Electronics Society*, vol. 3, 2-6 November 2003, pp. 1249 – 1254.

- [36] Ko J., S. Youn et Y. Kim «A robust adaptive precision position control of PMSM», *37th IAS Annual Meeting, Industry Applications Conference*, vol. 1, 2002, pp. 120-125.
- [37] Yue X., D.M. Vilathgamuwa et K.J Tseng «Observer based robust adaptive control of PMSM with initial rotor position uncertainty», *IEEE transactions on industry applications*, vol. 39, no. 3, 2003, pp. 645-656.
- [38] Chi S. et L. Xu «Position Sensorless Control of PMSM Based on a Novel Sliding Mode Observer over Wide Speed Range», *CES/IEEE 5th International, Power Electronics and Motion Control Conference*, Portoroz, vol. 3, 14-16 August 2006, pp. 1-7.
- [39] Kang K.-L., J.-M. Kim, K.-B. Hwang et K.-H. Kim «Sensorless control of PMSM in high speed range with iterative sliding mode observer», *Nineteenth Annual IEEE, Applied Power Electronics Conference and Exposition*, vol. 2, 2004, pp. 1111 – 1116.
- [40] Ke S.-S. et J.S. Lin «Sensorless speed tracking control with backstepping design scheme for permanent magnet synchronous motors», *Proceedings of 2005 IEEE Conference on Control Applications*, Toronto, Ontario, Vol. 3, 28-31 August 2005, pp. 487-492.
- [41] Nahid-Mobarakeh B., F. Meibody-Tabar et P.M Sargos «State and disturbance observers in mechanical sensorless control of PMSM», *IEEE International Conference on Industrial Technology*, vol. 1, 8-10 December 2004, pp. 181-186.
- [42] Qiu A., B. Wu et H. Kojori «Sensorless control of permanent magnet synchronous motor using extended Kalman filter», *Canadian Conference on Electrical and*

*Computer Engineering*, vol. 3, 2-5 May 2004, pp. 1557-1562.

- [43] Rashed M., P.F.A. MacConnell, A.F. Stronach et P. Acarnley «Sensorless Indirect-Rotor-Field-Orientation Speed Control of a Permanent-Magnet Synchronous Motor With Stator-Resistance Estimation», *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 54, no. 3, 28-30 June 2007, pp. 1664-1675.
- [44] Zhu G., A. Kaddouri, L.A. Dessaint et O. Akhrif «A nonlinear state observer for the sensorless control of a permanent-magnet AC machine», *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48, no. 6, December 2001, pp. 1098-1108.
- [45] Propoi A.I. «Use of linear programming methods for synthesizing sampled-data automatic systems», *Autumn, Remote Control*, 24, 1963, pp. 837-844.
- [46] Richalet J., A. Rault, J.L. Testud, et J. Papon «Algorithmic control of industrial processes», *In Proc, 4th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation*, Tbilissi, 1976, pp. 1119-1167.
- [47] Richalet J., A. Rault, J.L. Testud, et J. Papon «Model predictive heuristic control: application to industrial processes», *Automatica*, 14, 1978, pp. 413-428.
- [48] Clarke D.W., C. Mohtadi et P.S. Tuffs «Generalized predictive control-part I. the basic algorithm», *Automatica*, 23-2, 1987, pp. 137-160.
- [49] Clarke D.W., C. Mohtadi et P.S. Tuffs «Generalized predictive control-part II. The extensions and interpretations», *Automatica*, 23-2, 1987, pp. 137-160.
- [50] Clarke D.W. et C. Mohtadi «Properties of generalized predictive control», *Automatica*, vol. 25, no. 2, 1989, pp. 859-875.
- [51] Irving E., C.M. Falinower et C. Fonte «Adaptative Generalized Predictive Control

- with Multiple Reference Models», *2nd IFAC Workshop on Adaptive Systems in Control and Signal Processing*, Lund, Sweden, 1986.
- [52] Bordons C. et E.F. Camacho «A generalized predictive controller for a wide class of industrial processes», *IEEE Transaction on Control systems Technology Siemens Review*, vol. 6, no. 3, 1998, pp. 372-387.
- [53] Garcia C.E., D.M. Prett et M. Morari «Model predictive control: theory and practice-a survey», *Automatica*, 25 (3), 1989, pp. 335-348.
- [54] Richalet J. «Industrial Applications of Model Based Predictive Control» *Automatica*, (29) 5, 1993, 1251-1274.
- [55] Courtial E. «Commande prédictive et estimation d'état de systèmes non linéaires», *PhD thesis*, Université Claude Bernard Lyon 1, France, 1996.
- [56] Dufour P. «Contribution à la Commande prédictive des systèmes à paramètres repartis non linéaires», *PhD thesis*, Université Claude Bernard Lyon 1, France, 2000.
- [57] Morari M. et E. Zafiriou. *Robust process control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989.
- [58] Li L.-B., H.-X. Sun, J.-D. Chu et G.-L. Wang «The predictive control of PMSM based on state space», *IEEE Proceedings of the second International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, vol. 2, November 2003, pp. 859-862.
- [59] Hassaine S., S. Moreau, C. Ogeb et B. Mazari «Robust Speed Control of PMSM using Generalized Predictive and Direct Torque Control Techniques», *IEEE International symposium on Industrial Electronics*, 9-13 June 2007, pp. 1213-1218.
- [60] Bolognani S., L. Peretti et M. Zigliotto «Design and Implementation of Model

- Predictive Control for Electrical Motor Drives», *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, n. 6, June 2009, pp. 1925-1936.
- [61] Chen W.-H. «Analytic predictive controllers for nonlinear systems with ill-defined relative degree», *IEE Proceedings, control theory and applications*, vol. 148, no. 1, January 2001, pp. 9-16
- [62] Chen W.-H. «Closed-form nonlinear MPC for multivariable nonlinear systems with different relative degree», *Proceeding of the 2003, American Control Conference*, vol. 6, 4-6 June 2003, pp. 4887-4892.
- [63] Chen W.-H. «Optimal Control of Nonlinear Systems: A Predictive Control Approach», *Automatica*, vol. 39, no. 4, 2003, pp. 633-641.
- [64] Chen W.-H. «Predictive control of general nonlinear systems using approximation», *IEE Proceedings, Control theory and applications*, vol. 151, no. 4, 23 March 2004, pp. 137-144.
- [65] Chen W.-H., D.J. Balance et P.J. Gawthrop «Analytic approach to generalized predictive control of nonlinear systems», *IEE Two-Day Workshop on Model predictive Control: techniques and applications*, 28 April 1999, pp. 9/1-9/3.
- [66] Chen W.-H., D.J. Balance, P.J. Gawthrop, J.J. Gribble et J. O'Reilly «Nonlinear PID predictive controller», *IEE Proceedings, Control theory and application*, vol. 146, no. 6, November 1999, pp. 603-611.
- [67] Feng W., J. O'Reilly et D.J. Balance «MIMO Nonlinear PID Predictive Controller», *IEE Proceedings Control Theory application*, vol. 149, no. 3, 2002, pp. 203-208.
- [68] Gawthrop P.J, H. Demircioglu et I. Siller-Alcala «Multivariable Continuous-time

- Generalised Predictive Control: A State-space Approach to Linear and Nonlinear Systems», *IEE Proceeding, Control Theory and applications*, vol. 145, no. 3, 1998, pp. 241-250.
- [69] Lu P. «Nonlinear Predictive Controllers for Continuous Systems», *Journal of Guidance, control and Dynamics*, vol. 17, no.3, 1994, pp. 553-560.
- [70] Lu P. «Optimal Predictive Control of Continuous Nonlinear Systems», *International Journal of Control*, vol. 62, no. 3, 1995, pp. 633-649.
- [71] Abdel-Rady Y. et I. Mohamed «Design and implementation of a robust current-control scheme for a PMSM vector drive with a simple adaptative disturbance observer », *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 54, no. 4, August 2007, pp. 1981-1988.
- [72] Abdel-Rady Y. et I. Mohamed «A Newly Designed Instantaneous-Torque Control of Direct-Drive PMSM Servo Actuator with Improved Torque Estimation and Control Characteristics», *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 54, no. 5, October 2007, pp. 2864-2873.
- [73] Kim K.-H. et M.-J. Youn «A simple and robust digital current control technique of a PM synchronous motor using time delay control approach», *IEEE transactions on power electronics*, vol. 16, no. 1, January 2001, pp. 72-77.
- [74] Kim K.-H. et M.-J. Youn «A simple and robust digital current control scheme of a permanent magnet synchronous motor using time delay control approach», *IEEE Conference Record of the 2000 IEEE, Industry Applications Conference*, Vol. 3, 2000, pp. 1689 - 1696.

- [75] Kim K.-H., I.-C. Baik, G.-W. Moon et M.-J. Youn «A current control for a permanent magnet synchronous motor with a simple disturbance estimation scheme», *IEEE Transactions on control systems technology*, Vol. 7, no. 5, September 1999, pp. 630-633.
- [76] Kim K.-H., I.-C. Baik et M.-J. Youn «An improved digital current control of a PM synchronous motor with a simple feedforward disturbance compensation scheme», *29th Annual IEEE, Power Electronics Specialists Conference*, Vol. 1, 17-22 May 1998, pp. 101-107.
- [77] Solsona J., M.I. Valla et C. Muravchik «Nonlinear control of a permanent magnet synchronous motor with disturbance torque estimation», *IEEE Transaction on Energy Conversion*, vol. 15, no. 2, June, 2000, pp. 163-168.
- [78] Kim M.-S., D.-S. Song, Y.-L. Lee, T.-H. Won, H.-W. Park, Y.-I. Jung, M.-H. Lee and H. Lee «A robust control of permanent magnet synchronous motor using load torque estimation», *Proceedings, ISIE 2001, IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, vol. 2, 2001, pp. 1157-1162.
- [79] Zhang Y., C.M. Akujuobi, W.H. Ali, C.L. Tolliver et L.-S. Shieh «Load Disturbance Resistance Speed Controller Design for PMSM», *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 53, no. 4, June 2000, pp. 1198-1208.
- [80] Zhang Y., L.-S. Shieh, C. Akujuobi et X. Gu «Observer-based load disturbance compensation for motor drive with DSP implementation», *31st Annual Conference of IEEE, Industrial Electronics Society*, 6-10 November 2005, pp. 1486-1491.
- [81] Merabet A., M. Ouhrouche, R.T. Bui et J.S. Thongam «Commande non linéaire à

- modèle prédictif pour une machine asynchrone», *PhD thesis*, Université du Québec à Chicoutimi, 2007.
- [82] Merabet A., M. Ouhrouche, R.T. Bui et J.S. Thongam «Nonlinear multivariable control of induction motor based on generalized predictive control», *Proceedings of the 8th IASTED International Conference on Control and Applications CA06*, Montreal, Canada, May 24-26, 2006, pp. 7-12.
- [83] Merabet A., M. Ouhrouche, et R.T. Bui «Nonlinear predictive control with disturbance observer for induction motor drive», *IEEE International Symposium on Industrial Electronics ISIE06*, Montreal, Canada, 9-13 July 2006, pp. 86-91.
- [84] Merabet A., M. Ouhrouche, R.T. Bui et H. Ezzaidi «Nonlinear PID predictive control of induction motor drives», *Proceedings of the IFAC workshop on Nonlinear Model Predictive Control for Fast Systems*, Grenoble, France, 9-11 October 2006, pp. 53-58.
- [85] Lu P. «Non-Linear systems with control and state constraints», *optimal control applications & methods*, vol. 18, no. 5, 1997, pp. 313-626.
- [86] Barra K. et K. Benmahammed, «A new extended cascade predictive control ECGPC of induction motor drive with energy saving», *IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference*, Benalmaden, Spain, 2006, pp.1150-1153.
- [87] Hedjar R., R. Toumi, P. Boucher et D. Dumur «Cascaded nonlinear predictive control of induction motor», *Proceeding of the IEEE Conference on control Applications*, Anchorage, Alaska, USA, 2000, pp. 698-703.
- [88] Hedjar R., R. Toumi, P. Boucher et D. Dumur «Two Cascaded nonlinear predictive control of induction motor», *IEEE Conference on control Applications*, Vol. 1,

- Istanbul, Turkey, 2003, pp. 458-463.
- [89] Hedjar R. et P. Boucher «Nonlinear Receding-Horizon Control of Rigid Link Robot Manipulators», *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 2, no. 1, 2005, pp. 015-024.
- [90] Hedjar R., R. Toumi, P.Boucher et D. Dumur «Finite horizon nonlinear predictive control by the Taylor approximation: application to robot tracking trajectory», *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences*, vol. 15, no. 4, 2005, pp. 527-540.
- [91] Hedjar R. «Robust Nonlinear Speed Control of PM Synchronous Motor», *International conference on communication, computer & power (ICCCP'07)*, Muscat, 19-21 February, 2007.
- [92] Isidori A. *Nonlinear Control System*, 3rd Ed. Springer-Verlag, New York, 1995.
- [93] Isidori A. *Nonlinear Control System II*, Springer-Verlag, New York, 1999.
- [94] Mohan N. *Advanced Electric Drives: Analysis, Control and Modeling using Simulink*, MNPERE, 2001.
- [95] Khalil H.K. *Nonlinear Systems*, 2<sup>nd</sup> ed., Prentice Hall, 1996.

## ANNEXES

### A.1 Description du banc d'essai

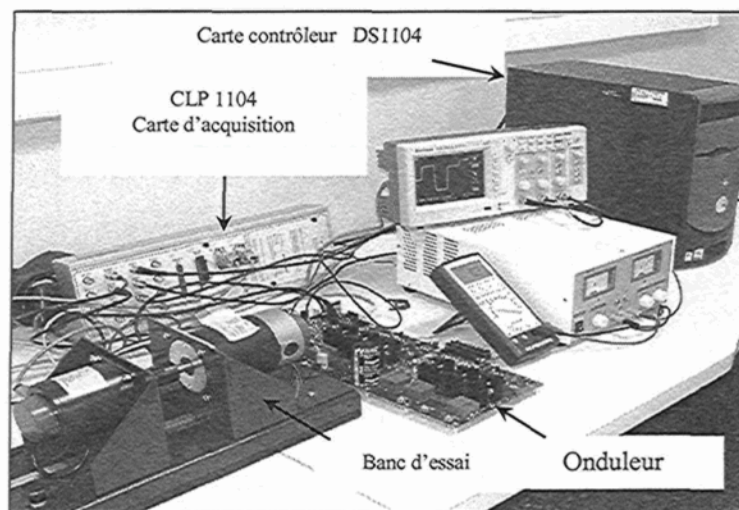


Figure A.1 : Banc d'essai

La figure A.1 représente le schéma synoptique du banc expérimental. Les essais expérimentaux consistent à l'entraînement à vitesse variable du moteur synchrone à aimants permanents par le contrôle prédictif tout en faisant varier le couple résistant réel et les paramètres de la machine dans l'algorithme de commande. L'implantation du contrôleur est effectuée par la traduction de l'algorithme de commande en programme Simulink/Matlab. Le banc d'essai est constitué des organes suivants :

- Carte contrôleur dSPACE DS 1104, elle est équipée de deux processeurs. Le premier est un esclave, il est constitué d'un processeur MPC8240 de noyau PPC 603e, il a comme rôle la génération des six signaux MLI. Le second représente le maître, il est constitué d'un processeur TMS320F240, il assure l'exécution du programme principal de la commande, et ce, depuis l'acquisition des données jusqu'à l'ordre de la génération des signaux MLI.
- Carte d'entrée/sorties associée à la carte dSPACE CP 1104.
- Machine synchrone à aimant permanent.
- Carte de puissance pour l'alimentation du moteur, elle est constituée de deux onduleurs à transistor bipolaire à grille isolée. De plus, elle est équipée de deux capteurs de courant, et ce, pour les deux phases a et b du moteur.
- Codeur pour la mesure de la position et de la vitesse, sa résolution est de l'ordre de 1000 impulsions par tour.
- Générateur de tension continue conçu spécialement pour le banc d'essai. Il permet d'alimenter l'onduleur triphasé avec une tension de 42V.
- Ordinateur PC.
- Logiciels de développement et de supervision : Simulink/Matlab et ControlDesk. Ce dernier permet l'accès à toutes les variables du programme qui s'exécute en temps réel sur le DSP.
- Génératrice à courant continu couplée au moteur synchrone à aimants permanents.
- Résistance électrique variable branchée sur la génératrice à courant continu. Elle joue le rôle du couple résistant.

## A.2 Paramètres de la machine synchrone à aimants permanents

Les paramètres du moteur synchrone à aimant permanent sont :

Puissance : 250 W

Tension ( $V_{dc}$ ) : 42 V

Vitesse :  $\omega_{max} = 4000$  tr/min

Charge :  $I_{nom} = 5,7$  A (rms)

$R=0,1811 \Omega$ ,  $L_d=0,00025$  H,  $L_q=0,00025$  H,  $p=5$ ,  $J=0,00029127$  kgm<sup>2</sup>,  $F= 0,00036345$

Nm.s/rad,  $\psi_f = 0,013\sqrt{\frac{3}{2}}$  Wb.

## A.3 Lise des symboles

A	Matrice de transition du modèle linéaire à temps continu
$A_d$	Matrice de transition du modèle linéaire à temps discret
B	Matrice d'entrée du modèle linéaire à temps continu
$B_d$	Matrice d'entrée du modèle linéaire à temps discret
C	Matrice de sortie du modèle linéaire
b	Vecteur de perturbation
$\hat{b}$	Vecteur de l'estimation de perturbation
$e_{fem}$	Force électromotrice induite
$e_b$	Erreur entre le vecteur de perturbation et son estimé
$e_d$	Erreur entre la composante directe du courant et sa référence
$e_q$	Erreur entre la composante en quadrature du courant et sa référence

$e_\omega$	Erreur entre la vitesse rotorique et sa référence
F	Coefficient d'amortissement
f	Champ de vecteur
$f_d$	Perturbation affectant la régulation de la composante directe du courant
$f_q$	Perturbation affectant la régulation de la composante en quadrature du courant
$f_\omega$	Perturbation affectant la régulation de vitesse
g	Champ de vecteur
h	Fonction scalaire lisse
$i_r$	Courant rotorique
$i_\alpha, i_\beta$	Composantes ( $\alpha, \beta$ ) du courant rotorique dans le référentiel fixe
$i_d, i_q$	Composantes (d, q) du courant rotorique dans le référentiel tournant
$i_{dref}, i_{qref}$	Références des composantes de courant
$i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}$	Courants de phases statoriques
$I_{max}$	Courant maximal
$\mathfrak{J}$	Fonction de coût pour la commande prédictive
J	Inertie de la machine
$K_{pd}, K_{id}$	Gains du contrôleur PI pour la régulation de la composante directe du courant
$K_{pq}, K_{iq}$	Gains du contrôleur PI pour la régulation de la composante en quadrature du courant
$K_{p\omega}, K_{i\omega}$	Gains du contrôleur PI pour la régulation de la vitesse

$k_d, k_{\omega r1}, k_{\omega r2}$	Gains de la commande linéarisante
$K_i^j$	Gains de la commande prédictive généraliste
$L_{aa}, L_{bb}, L_{cc}$	Inductances propres des enroulements statoriques
$L_d$	Inductance directe
$L_q$	Inductance en quadrature
$L_0$	La valeur moyenne des inductances directe et transversale
$L_f$	Inductance de fuite d'un enroulement
$L_{cs}$	Inductance cyclique
$L_m$	Inductance de fluctuation, elle est due à la salience de la machine
$L_r$	Inductance du rotor
$L_g, L_f$	Dérivée de Lie
$M_{ab}, M_{bc}, M_{ac}$	Inductances mutuelles entre les enroulements statoriques
$L_g, L_f$	Dérivée de Lie
$N$	Matrice de passage pour la transformation de Concordia
$N_c$	Horizon de commande,
$N_p$	Horizon de prédiction pour la commande prédictive à temps discret
$p$	Nombre de paires de pôles
$p_e$	Puissance électrique instantanée fournie au moteur
$P$	Matrice de passage direct pour la transformation de Park
$r$	Degré relatif
$R_s$	Résistance statorique

$T_e$	Couple électromagnétique
$T_{eref}$	Couple électromagnétique de référence
$T_l$	Couple de charge
$T_i$	Horizon de prédiction pour la commande prédictive à temps continu
$u$	Vecteur de commande
$u_\alpha, u_\beta$	Composantes ( $\alpha, \beta$ ) de la tension rotorique dans le référentiel fixe
$u_d, u_q$	Composantes (d, q) de la tension rotorique dans le référentiel tournant
$v$	Vecteur de nouvelles commandes du modèle linéaire
$V_1, V_2$	Fonction de Lyapunov
$v_a, v_b, v_c$	Tension de phases statoriques
$V_{dc}$	Tension continue alimentant l'onduleur
$\omega_n$	Pulsation propre d'un système du second ordre
$\omega_r$	Vitesse rotorique
$\omega_{ref}$	Référence de la vitesse
$x$	Vecteur d'état
$X_{\alpha\beta}$	Variables dans le référentiel fixe ( $\alpha, \beta$ )
$X_{dq}$	Variables dans le référentiel tournant (d, q)
$X_{abc}$	Variables dans le référentiel (a, b, c)
$y$	Vecteur de sortie
$y_r$	Vecteur de référence
$\chi(x)$	Matrice de découplage du modèle non linéaire

$\mathfrak{R}$	Matrice de passage pour la transformation $(\alpha, \beta) \rightarrow (d, q)$
$(\alpha, \beta)$	Repère fixe lié au stator
$(d, q)$	Repère tournant lié au rotor
$\theta$	Position du rotor
$\phi_f$	Flux maximal produit par le rotor
$\phi_{s\alpha}, \phi_{s\beta}$	Composantes $(\alpha, \beta)$ du flux statorique dans le référentiel fixe
$\phi_d, \phi_q$	Composantes $(d, q)$ du flux rotorique dans le référentiel fixe
$\mu_d, \mu_q, \mu_\omega$	Gains de l'observateur de perturbation
$\lambda_M(X)$	Valeur propre maximale d'une matrice définie positive X
$\lambda_m(X)$	Valeur propre minimale d'une matrice définie positive X
$\ X\ $	Norme de la matrice X
$v$	Nouveau vecteur de commande pour la commande linéarisante
$\sigma_i^j$	Gains pour la commande prédictive à variance minimale
$\zeta$	Facteur d'amortissement d'un système du second ordre
$\rho_i$	Indice caractéristique
$\kappa_d, \kappa_q, \kappa_\omega$	Paramètres du schéma anti-saturation

#### A.4 Abréviation

CPLD	Commande prédictive linéaire en discret
CPNLG	Contrôleur prédictif non linéaire généralisé
CPNLVM	Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale

CPNLGR	Contrôleur prédictif non linéaire généralisé robuste
CPNLVM	Contrôleur prédictif non linéaire à variance minimale robuste
MLI	Modulation à largeur d'impulsion
PI	Proportionnel intégrateur
PI D	Proportionnel intégrateur dérivateur

