

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE

Par
Lahouari KHADIR

ÉTUDE DU PHÉNOMÈNE DE RÉSONANCE
DES PIÈCES COMPLEXES EN ALUMINIUM

août 2007

Droits réservés©



Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

RÉSUMÉ

La plupart des conceptions mécaniques sont soumises à différents niveaux de vibrations provenant de sources variées. Ces vibrations sont généralement indésirables. Le concepteur doit trouver la façon ou le moyen adéquat afin d'atténuer ou de rendre quasi statique l'effet de ces vibrations. Nous nous intéressons au cours de cette étude au phénomène vibratoire qui est la résonance.

La résonance est un phénomène qui se présente sous divers aspects; elle se manifeste par une amplification de la réponse ou de l'amplitude des vibrations d'un système quelconque en fonction des fréquences d'excitations. Cette amplification dépend des fréquences caractéristiques de chaque système mécanique.

Dans l'industrie automobile moderne, l'utilisation de l'aluminium est de plus en plus élargie. Comme toutes les machines mécaniques, les automobiles n'échappent pas au phénomène vibratoire. C'est dans ce cadre que s'inscrit ce sujet de recherche qui porte sur l'étude du comportement dynamique et vibratoire des pièces complexes en aluminium, afin de qualifier leur fiabilité et leur résistance mécanique. Les considérations telles que le matériau, la charge, le comportement dynamique, le design, la facilité de

fabrication et la durée de vie, sont devenues aujourd'hui significatives dans le processus de conception globale de ces composantes.

Dans cette étude, nous avons développé une méthodologie de conception en utilisant différentes approches dans la correction du phénomène de résonance. Ceci est basé essentiellement sur la résolution et l'analyse fréquentielle en utilisant différents codes de simulation numérique et une validation expérimentale. Ce modèle est basé également sur la méthode d'optimisation géométrique ESO (optimisation structurale évolutionnaire). En premier lieu, une pièce de forme trapézoïdale a été étudiée, et en dernier lieu le modèle développé dans cette recherche est utilisé pour l'étude d'une pièce complexe réelle en aluminium en l'occurrence le bras de suspension supérieur d'une automobile. Dans le cas des pièces mécaniques complexes, où toutes ces modifications s'avèrent imparfaites, cela nous amène au recours à l'aspect des capteurs ou déclencheurs piézoélectriques : "Piezoelectric stack actuators".

REMERCIEMENTS

Mes remerciements vont à l'endroit de tous ceux qui ont contribué à la réussite de ce travail, en particulier:

Monsieur Mohamed Bouazara, directeur de Recherche et Monsieur Marc Richard co-directeur reçoivent toute l'expression de ma reconnaissance pour m'avoir soutenu pour ce sujet de recherche, et pour tout leur dynamisme et leur compétences scientifiques qui m'ont permis de mener à bien cette étude.

Je tiens également à remercier Monsieur Zhan Zhang d'avoir accepté d'évaluer ce mémoire et Monsieur Marcel Paquet, pour ses encouragements et ses compliments excessivement touchants lors de mes deux présentations.

J'aimerais par ailleurs souligner la contribution importante réalisée lors de l'expérimentation par notre technicien, Monsieur Yanick Gagnon.

Toute mon amitié à Monsieur Mrad Hatem avec qui j'ai partagé le bureau pendant ces années, et avec qui j'ai eu tant de discussions fructueuses.

Je souhaite enfin remercier mes précieux parents de leur amour, et tous les membres de ma famille.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ	i
REMERCIEMENTS.....	iii
TABLE DES MATIÈRES	v
LISTE DES FIGURES	viii
LISTE DES TABLEAUX	xii
LISTE DES SYMBOLES.....	xiv
CHAPITRE 1	2
INTRODUCTION	2
1.1 Généralités :	2
1.2 Objectifs :	3
1.3 Méthodologie de recherche :	4
CHAPITRE 2	8
REVUE DE LITTÉRATURE.....	8
2.1 Résolution analytique des premières fréquences propres :	8
2.2 Développement et optimisation géométrique :	11
2.3 Effet des déclencheurs piézoélectriques :	15

CHAPITRE 3	21
DEVELOPPEMENT DU MODÈLE ANALYTIQUE	21
3.1 Résolution analytique et analyse fréquentielle :	21
3.2 Développement du modèle actif :	32
3.2.1 Méthode de Bernoulli-Euler :	34
CHAPITRE 4	39
ÉTUDE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE	39
4.1 Modélisation analytique :	41
4.2 Simulation numérique :	45
4.3 Validation expérimentale :	52
4.4 Comparaison des résultats :	61
CHAPITRE 5	66
DÉVELOPPEMENT ET OPTIMISATION DE LA PIÈCE	66
5.1 Optimisation de la structure de la pièce :	66
5.1.1 Premier processus d'optimisation :	72
5.1.2 Deuxième et troisième processus d'optimisation :	73
5.1.3 Étude de la concentration de contrainte :	76
5.1.4 Choix de la pièce optimisée :	80
5.2 Analyse de l'effet des déclencheurs piézoélectriques :	86
5.2.1 Fonction de transfert en boucle ouverte :	87
5.2.2 Étude de stabilité par le critère de Nyquist :	89
5.2.3 Diagramme de Bode :	91

5.2.4	Test de contrôlabilité et d'observabilité :	93
CHAPITRE 6	96
ÉTUDE D'UNE PIÈCE COMPLEXE RÉELLE		96
6.1	Étude du bras de suspension supérieur :	98
6.1.1	Premier processus d'optimisation :	107
6.1.2	Deuxième processus d'optimisation :	109
6.1.3	Troisième processus d'optimisation :	111
6.1.4	Réduction de la masse totale de la pièce :	113
CHAPITRE 7	115
CONCLUSIONS		115
RÉFÉRENCES		117

LISTE DES FIGURES

Figure 1-1 : Organigramme de la méthodologie de recherche.	6
Figure 2-1: Illustration d'ESO basée sur la durée de vie en fatigue.....	14
Figure 4-1 : Réponse fréquentielle de la première pièce.	42
Figure 4-2 : Réponse fréquentielle de la deuxième pièce.....	43
Figure 4-3 : Réponse fréquentielle de la troisième pièce.....	44
Figure 4-4 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes de la première pièce.	46
Figure 4-5: Réponse fréquentielle et de la valeur propre de la première pièce.	47
Figure 4-6 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes de la deuxième pièce.	48
Figure 4-7 : Réponse fréquentielle et de la valeur propre de la deuxième pièce.....	49
Figure 4-8 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes de la troisième pièce.....	50
Figure 4-9 : Réponse fréquentielle et de la valeur propre de la troisième pièce.....	51
Figure 4-10 : Boucle de connexion des instruments.....	53
Figure 4-11 : L'encastrement utilisé lors de l'expérimentation.....	54
Figure 4-12: L'analyseur de fréquence EDX-2000A.	55
Figure 4-13: Configuration schématique d'un accéléromètre.	56
Figure 4-14: Spectre artificiel du bruit blanc.....	57

Figure 4-15 : Réponse expérimentale de la première pièce.....	58
Figure 4-16 : Réponse expérimentale de la deuxième pièce.	59
Figure 4-17 : Réponse expérimentale de la troisième pièce.....	60
Figure 4-18: Réponse fréquentielle des trois méthodes de la première pièce.	62
Figure 4-19 : Réponse fréquentielle des trois méthodes de la deuxième pièce.	63
Figure 4-20 : Réponse fréquentielle des trois méthodes de la troisième pièce.....	64
Figure 5-1 : Application de la force.....	67
Figure 5-2: Distribution nodale de la contrainte de Von-Mises le long de la pièce.	68
Figure 5-3: Rapport de rejet pour différents processus d'optimisation.	69
Figure 5-4: Intervalle de la limite du rapport de rejet d'optimisation RR.	70
Figure 5-5: Contrainte élémentaire de Von-Mises en fonction du rapport de rejet.....	71
Figure 5-6 : Premier processus d'optimisation.	72
Figure 5-7 : Deuxième et troisième processus d'optimisation de la première forme.	73
Figure 5-8 : Deuxième et troisième processus d'optimisation de la deuxième forme.....	74
Figure 5-9 : Deuxième et troisième processus d'optimisation de la troisième forme.	75
Figure 5-10 : Distribution de la contrainte nodale de Von-Mises selon le chemin A.	76
Figure 5-11 : Distribution de la contrainte nodale de Von-Mises selon le chemin B.	77
Figure 5-12 : Distribution de la contrainte nodale de Von-Mises selon le chemin C.....	78
Figure 5-13 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes de la pièce optimisée. ...	81
Figure 5-14 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes de la pièce optimisée selon l'axe z (3).....	82
Figure 5-15 : Réponse fréquentielle et la valeur propre de la pièce optimisée.....	83

Figure 5-16 : Réponse fréquentielle expérimentale de la pièce optimisée.	84
Figure 5-17 : Distribution du déplacement de la pièce optimisée.	85
Figure 5-18 : Schéma fonctionnel du modèle dynamique.	87
Figure 5-19 : Étude de stabilité du système.	89
Figure 5-20 : Digramme de Nyquist du système.	90
Figure 5-21 : La distribution de la déformation le long de la pièce.	91
Figure 5-22 : Diagramme de Bode du système.	92
Figure 6-1 : Suspension d'automobile à double bras [].	97
Figure 6-2 : Bras de suspension supérieur d'alliage d'Aluminium 6061-T6-T651 [].	98
Figure 6-3 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes de la pièce initiale.	100
Figure 6-4 : Réponse fréquentielle et la valeur propre de la pièce optimisée.	101
Figure 6-5 : Application de la charge dynamique [].	102
Figure 6-6 : Distribution nodale de la contrainte de Von-Mises le long de la pièce.	104
Figure 6-7 : Intervalle de la limite du rapport de rejet d'optimisation RR.	105
Figure 6-8 : Contrainte élémentaire de Von-Mises en fonction du rapport de rejet.	106
Figure 6-9: Réponse fréquentielle des quatre premiers modes du premier processus d'optimisation.	107
Figure 6-10 : Réponse fréquentielle et la valeur propre de la pièce optimisée.	108
Figure 6-11 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes du deuxième processus d'optimisation.	109
Figure 6-12 : Réponse fréquentielle et la valeur propre du deuxième processus d'optimisation.	110

Figure 6-13 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes du troisième processus d'optimisation.	111
Figure 6-14 : Réponse fréquentielle et la valeur propre du troisième processus d'optimisation.	112

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2-1: Modes de vibration typiques associés à la forme de la céramique piézoélectrique.	17
Tableau 2-2: Domaines d'applications des céramiques piézoélectriques.	18
Tableau 4-1: Dimensionnement réel des trois pièces.	40
Tableau 4-2: Propriétés d'alliage utilisé.	40
Tableau 4-3: Réponse fréquentielle de la première pièce.	42
Tableau 4-4: Réponse fréquentielle de la deuxième pièce.	43
Tableau 4-5 : Réponse fréquentielle de la troisième pièce.	44
Tableau 4-6 : Réponse des valeurs propres et la fréquence naturelle de la première pièce.	46
Tableau 4-7 : Réponse des valeurs propres et la fréquence naturelle de la deuxième pièce.	48
Tableau 4-8 : Réponse des valeurs propres et la fréquence naturelle de la troisième pièce.	50
Tableau 4-9 : Réponse fréquentielle des trois méthodes de la première pièce.	62
Tableau 4-10 : Réponse fréquentielle des trois méthodes de la deuxième pièce.	63

Tableau 4-11 : Réponse fréquentielle des trois méthodes de la troisième pièce.	64
Tableau 5-1 : Contrainte maximale de Von-Mises des trois formes selon les trois chemins.	79
Tableau 5-2 : Contrainte minimale de Von-Mises des trois formes selon les trois chemins.	80
Tableau 5-3 : Réponse en fréquence naturelle.....	81
Tableau 5-4 : Réponse fréquentielle et la masse généralisée de la structure de la pièce avant et après l'optimisation.	85
Tableau 5-5 : les caractéristiques de la réponse fréquentielles de la pièce après l'optimisation.	90
Tableau 6-1 : Réponse en fréquence naturelle du bras de suspension supérieur initial..	100
Tableau 6-2 : Réponse en fréquence naturelle du premier processus d'optimisation. ...	107
Tableau 6-3 : Réponse en fréquence naturelle du deuxième processus d'optimisation.	109
Tableau 6-4 : Réponse en fréquence naturelle du troisième processus d'optimisation..	111
Tableau 6-5 : Réponse fréquentielle et la masse totale des pièces 1 et 2.	113

LISTE DES SYMBOLES

Symboles :

$\{ \}$	Vecteur
$\left\{ \begin{smallmatrix} - \\ \end{smallmatrix} \right\}$	Vecteur antisymétrique
$[\]$	Matrice
$\left[\begin{smallmatrix} - \\ \end{smallmatrix} \right]$	Matrice antisymétrique

Variables :

A	Matrice d'espace d'état de la pièce
A_A	Vue de coupe surfacique de la section A
A_B	Vue de coupe surfacique de la section B
A_p	Vue de coupe surfacique de la section piézo-céramique
A_b	Vue de coupe surfacique de la section de la pièce
a_i	Vecteur propre, coefficient ou opérateur linéaire
B	Matrice d'espace d'état de la pièce
C	Matrice d'espace d'état de la pièce

C	Facteur d'amortissement de la pièce en porte-à-faux
C_p^S	Piézo capacité équivalente
c	Constante piézoélectrique
D	Matrice d'espace d'état de la pièce
D_3	Déplacement électrique
D_a	Position de l'axe neutre
d_{31}	Coefficient de charge piézoélectrique
E	Champ électrique
E_b	Module d'élasticité de la pièce
ER	Rapport évolutionnaire
E_p	Module d'élasticité du déclencheur piézo-céramique
$(EI)_A$	Rigidité efficace de la section A
$(EI)_B$	Rigidité efficace de section B
$\varepsilon_p(x, t)$	Contrainte induite par le déclencheur piézo-céramique
$\varepsilon_l(x, t)$	Contrainte résultante par le déclencheur piézo-céramique
ε_{33}^T	Constante complexe diélectrique
$\phi_i^{(A)}$	La $n^{\text{ième}}$ forme modale de la section A
$\phi_i^{(B)}$	La $n^{\text{ième}}$ forme modale de la section B
$\phi_i(x)$	Fonctions admissibles

h_b	Épaisseur de la pièce
h_p	Épaisseur du déclencheur piézo-céramique
I_i	La masse généralisée
$I(x)$	Moment d'inertie
K_s	Rigidité de ressort du déclencheur
K	Gain de contrôleur
k_{ij}	Matrice de rigidité
k_p	Piézo rigidité équivalente
l_a	Longueur du déclencheur piézo-ceramique (longueur de section A)
L	Longueur de la pièce
L	Gain d'estimateur
M	Moment induit sur La pièce par le déclencheur piézo-céramique
m_{ij}	Matrice d'inertie
N, D	Numérateur et le dénominateur du rapport du Rayleigh
N	Nombre de modes de la pièce
n_{ij}	Matrice visqueuse de la constante d'amortissement de la pièce
P	Pôles de système de commande en circuit fermé
P	Vecteur de polarisation
$q_i(t)$	La n ^{ième} cordonnée modale
RR	Rapport de rejet d'optimisation

$R(y)$	Quotient de Rayleigh
ρ_A	Densité de la section A
ρ_B	Densité de la section B
T	Énergie cinétique de la pièce
u	Entrée de système (tension à piézo-céramique)
$V(x, t)$	Tension d'entrée dans le piézo-céramique
V	Énergie potentielle de la pièce
ω	Fréquence fondamentale
ω_b	Largeur de la pièce
ω_p	Largeur du déclencheur piézo-céramique
ω_i	Fréquence normale du $n^{\text{ième}}$ mode
x	Position sur la longueur de la pièce
\hat{x}	Observateur pour l'estimateur
\tilde{x}	Variable d'estimateur
x_1	Extrémité intérieure du déclencheur
x_2	Extrémité extérieure du déclencheur
y	Déflexion transversale de la pièce
y_A	Déflexion transversale de la section A
y_B	Déflexion transversale de la section B
$y(x)$	Fonction génératrice

ξ	Constante d'amortissement de système de la pièce
λ	Valeurs propres réelles
Λ	Valeurs propres calculées
σ_e	Effort de Von Misses

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

1.1 Généralités :

La vibration des systèmes mécaniques constitue une préoccupation majeure des scientifiques et ingénieurs depuis plusieurs siècles. De nos jours, presque toute nouvelle conception mécanique est sujette à une étude détaillée de sa susceptibilité à la vibration. En particulier, la vibration des véhicules causée par les irrégularités de la route est un domaine actuel qui préoccupe plusieurs chercheurs [1, 2, 3, 4, 5].

L'utilisation de l'aluminium dans l'industrie de l'automobile nous stimule à étudier le comportement des nouvelles pièces afin de qualifier leur fiabilité et leur résistance mécanique [6, 7, 8, 9]. Les considérations telles que le matériau, la charge, le comportement dynamique, le design, la facilité de fabrication et la durée de vie sont devenues significatives dans le processus de conception globale de ces composantes. L'utilisation et l'optimisation des différentes pièces d'automobile en aluminium en tenant compte de leur comportement vibratoire et dynamique est l'outil principal à adopter dans

cette recherche pour la détection, l'amélioration et la correction de certains phénomènes vibratoires telle que la résonance [10, 11, 12, 13].

De plus, d'après plusieurs travaux antérieurs [14, 15, 16, 17, 18] dans le domaine du transport, les vibrations se caractérisent par plusieurs gammes de fréquences. Les vibrations de très basse fréquence (0 à 2 Hz) apparaissent lors des déplacements aériens, maritimes ou terrestres. En revanche, les vibrations de basse fréquence (2 à 20 Hz) apparaissent surtout dans les véhicules terrestres et les vibrations de haute fréquence (20 à 100 Hz) apparaissent dans les engins vibrants ou rotatifs (outils pneumatiques, ponceuses, etc.).

1.2 Objectifs :

L'utilisation de l'aluminium dans la fabrication des pièces automobiles entraîne une diminution de la masse du véhicule. L'objectif de cette recherche consiste à évaluer l'impact de cette réduction de masse sur le comportement vibratoire de la voiture. Ce volet de recherche s'inscrit bien dans un contexte récent dans lequel nous voulons réduire la consommation d'essence et augmenter la fiabilité de nos véhicules.

L'objectif principal de cette étude est :

- D'évaluer, d'améliorer, et de corriger les fréquences de résonance. Cette démarche de recherche est basée sur : l'utilisation d'alliages d'aluminium 6061-T6-T651, l'optimisation et modification de certaines conceptions (géométrie, poids ou l'utilisation des piézoélectriques).
- De réaliser une étude complète d'une pièce de forme trapézoïdale pour différentes épaisseurs en appliquant une résolution analytique par la méthode de Rayleigh-Ritz,

simulation de calcul numérique sous le logiciel ABAQUS® et la validation expérimentale.

- D'utiliser une méthode d'optimisation fiable telle que ESO afin de garantir la résistance et le comportement vibratoire adéquat car dans le domaine automobile, les vibrations sont de basse fréquence de 2 à 20Hz.
- L'approche finale adoptée est celle d'une pièce mécanique avec un poids et une géométrie optimum, ceci pourrait nous éloigner de la gamme critique où la résonance est existante. Dans le cas où les démarches de correction de la fréquence de résonance s'avèrent imparfaites, le recours à une méthode avancée telle que les piézo-électrique est envisagé.
- D'étudier la possibilité de réduire le poids des véhicules afin de participer d'une façon directe à l'amélioration et la considération de l'aspect environnemental en réduisant la consommation d'essence.
- Finalement, cette étude participe d'une façon directe à la sécurité et le confort de l'être humain dans le domaine du transport avec la réduction de la vibration et du bruit.

1.3 Méthodologie de recherche :

La méthodologie de cette recherche est illustrée dans l'organigramme de la Figure 1-1. Ce schéma nous montre clairement les étapes à suivre. Entre autres, le calcul des premières fréquences propres, la modélisation et la simulation par ordinateur, la validation

expérimentale, l'optimisation géométrique et l'utilisation des déclencheurs piézoélectriques sont les plus importantes étapes mentionnées à travers les chapitres de ce mémoire.

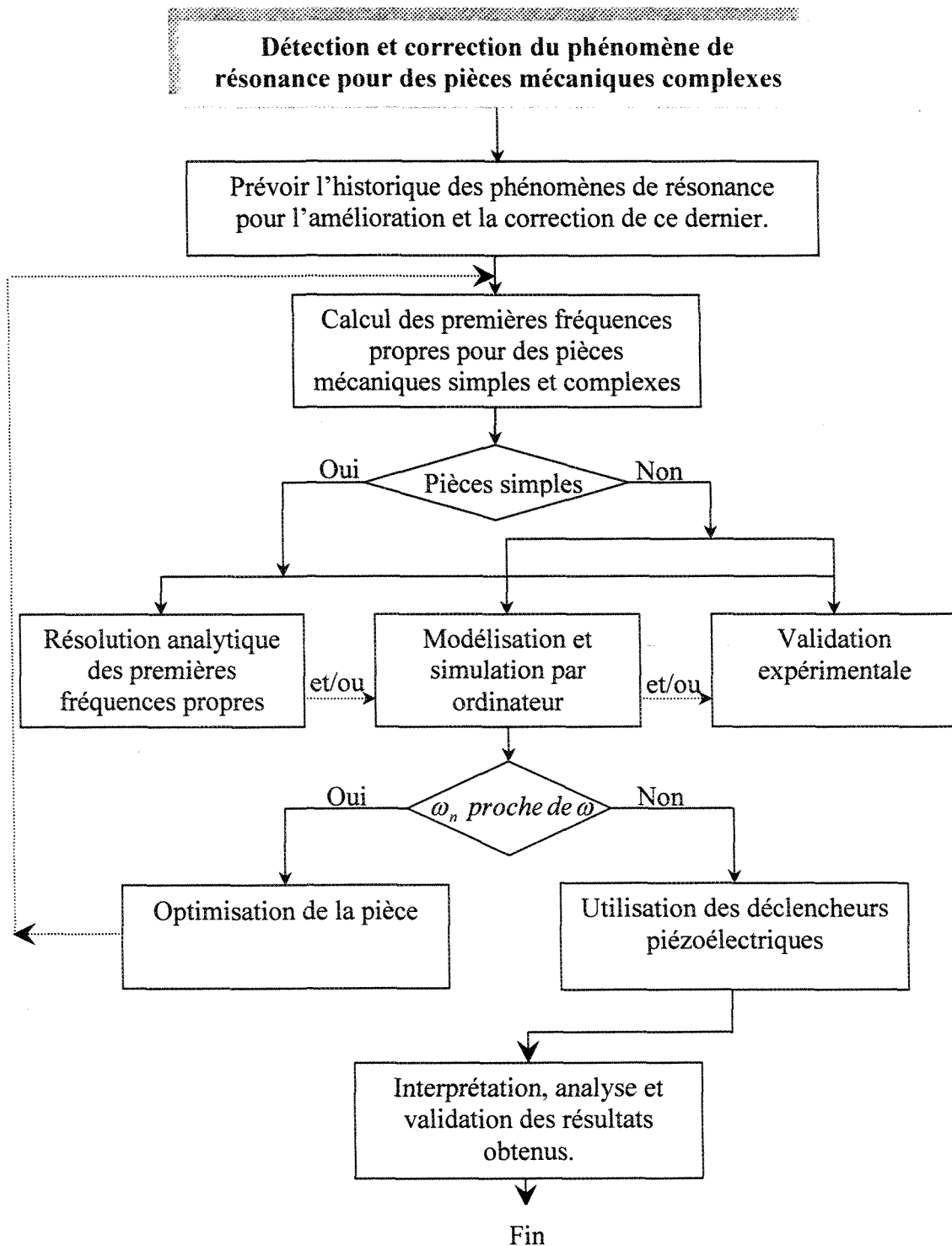


Figure 1-1 : Organigramme de la méthodologie de recherche.

CHAPITRE 2

REVUE DE LITTÉRATURE

CHAPITRE 2

REVUE DE LITTÉRATURE

Lors de cette étude vibratoire, les trois parties de développement et de résolution mentionnées ci-après, sont l'outil principal dans la détection et l'amélioration du phénomène de la résonance pour les pièces mécaniques complexes.

2.1 Résolution analytique des premières fréquences propres :

En général, l'étude du comportement dynamique des structures continues est complexe et le problème se ramène à la résolution d'équations aux dérivées partielles dont la recherche de solutions peut être rendue considérablement difficile, voire même impossible, suivant la nature et la forme des conditions imposées au système. Cependant, dans le domaine de la mécanique, il est parfois nécessaire de connaître la valeur des premières fréquences propres d'un système continu. Face à un tel problème, on est conduit à représenter le système continu par un autre système ayant un nombre fini de degrés de liberté. Naturellement, on peut discrétiser un système continu de différentes façons, mais on ne s'approchera au mieux des résultats théoriques exacts que dans certains cas bien

particuliers et que seule l'expérience peut démontrer l'adaptation au cas du système continu traité. On peut déterminer les premières fréquences propres d'un système continu par le calcul des premières fréquences propres du système discrétisé correspondant et par l'évaluation de la puissance des différentes méthodes approximatives de solution [19].

Les équations différentielles du mouvement d'un système continu peuvent être déterminées, soit en se servant des techniques employées dans la théorie de la mécanique des solides déformables, soit en appliquant le principe de Hamilton. Les équations du mouvement et les équations représentant les conditions aux limites constituent le problème aux limites. La satisfaction de ces conditions rend unique la solution des équations du mouvement et nous permet de déterminer les fréquences naturelles et les modes principaux de vibration.

La méthode de Rayleigh-Ritz considérée comme un prolongement de la méthode de Rayleigh, est due à Ritz [19, 20, 21]. Elle est basée sur la prémisse qu'un nombre de fonctions peut être combiné pour représenter les modes naturels exacts de façon plus précise qu'on pourrait le faire en utilisant une seule fonction comme dans la méthode de Rayleigh. Si les fonctions sont convenablement choisies, la méthode de Ritz nous permettra de déterminer non seulement la fréquence naturelle fondamentale mais aussi les fréquences et les courbes caractéristiques des modes supérieurs de vibration avec une précision satisfaisante en prenant un nombre suffisant de termes.

La méthode consiste à sélectionner une famille de fonctions $\phi_i(x)$ satisfaisant toutes les conditions aux limites du problème et à construire une combinaison linéaire de ces fonctions pour former une fonction génératrice de la forme :

$$Y(x) = \sum_{i=1}^n a_i \phi_i(x) \quad (2.1)$$

Le nombre de termes dans la fonction génératrice détermine le nombre de degrés de liberté du système équivalent. Les coefficients a_i doivent être déterminés pour que la fonction génératrice supposée représente le plus parfaitement possible les déformées correspondantes aux modes principaux de vibration. La méthode de Ritz est basée sur l'argument que ces meilleures approximations sont obtenues en ajustant les coefficients de façon à réduire la fréquence de vibration à un minimum (valeur stationnaire au voisinage des modes principaux) conformément au principe de Rayleigh. L'intérêt particulier dans ce contexte, est le fait que le quotient de Rayleigh fournit une limite supérieure pour la première valeur propre telle que :

$$R(Y) \geq \lambda_1 \quad (2.2)$$

où λ_1 est lié à la fréquence fondamentale w_1 , et a est une fonction d'essai satisfaisant toutes les conditions de frontière du problème mais pas de l'équation différentielle (autrement Y peut être une fonction caractéristique). Il est souhaitable que la fonction Y ressemble au premier mode naturel. La fonction Y ressemble étroitement au premier mode, et son estimation est équivalente à la première valeur propre. La méthode de Rayleigh-Ritz est simplement un procédé pour abaisser l'évaluation de λ_1 .

Dans ce contexte, on trouve d'autres méthodes intéressantes [20], comme celles de mode assumé, Holzer et d'assemblage de paramètres qui participent d'une façon directe à quantifier et mesurer les vibrations d'un système continu.

Des publications récentes prouvent que la température du traitement de solution pour l'alliage de fonte A356 n'affecte aucunement la fréquence de résonance [22]; le changement de l'ordre de grandeur du module de Young $E_{x,y,z}$, du module de cisaillement G_{xy} et du coefficient de Poisson $\nu_{xy,yz,xz}$ pour des panneaux sous forme de sandwich n'a aucune influence significative sur la réponse de résonance [23].

2.2 Développement et optimisation géométrique :

Cette partie a été abordée dans le but d'entamer une procédure scientifique exacte, basée sur des notions dynamiques fiables et des caractéristiques dynamiques admissibles de la matière utilisée lors de la conception; cela fait partie du cadre de l'optimisation géométrique. Une méthode d'optimisation qui suscite actuellement l'attention élevée en raison de sa simplicité et son efficacité est l'optimisation structurale évolutionnaire (ESO) [24]. Le concept simple d'ESO (Evolutionary structural optimisation) consiste à un lent enlèvement du matériel inefficace d'une structure, afin que la forme de cette structure évolue vers un optimum.

La méthode ESO met en application le concept ci-dessus en répétant les deux étapes suivantes jusqu'à une fonction objective où l'état d'arrêt est réalisé :

- Comparer l'effort de Von Mises de chaque élément σ_e et l'effort de Von Mises maximum de la structure entière σ_{\max} ;
- Enlever tous les éléments qui satisfont l'équation $\sigma_e / \sigma_{\max} < RR$, dans lequel RR est le rapport de rejet. Quand le nombre d'éléments qui satisfont cette équation tend vers zéro

sans atteindre la fonction objective d'optimisation, alors la valeur de RR est augmentée pour permettre au processus l'enlèvement du matériel. Une des stratégies suggérées pour reprendre le procédé d'enlèvement d'éléments est l'augmentation de RR par un nombre constant connu comme rapport évolutionnaire (ER) [25].

Le nombre d'éléments à enlever dans chaque cycle d'optimisation dépend de la valeur de RR et ER . Selon certains auteurs, le nombre de RR et ER est déterminé à partir de l'expérience d'ESO [26, 27]. Malheureusement, le nombre d'éléments à enlever dans chaque cycle d'optimisation doit être soigneusement choisi, comme dans le cas de l'enlèvement d'un grand nombre d'éléments en un cycle d'optimisation qui accélère le processus d'optimisation. Ce dernier pourrait causer un grand changement injustifiable de la durée de vie en fatigue. D'autre part, l'enlèvement d'un nombre restreint d'éléments assure une transition douce de la durée de vie en fatigue mais pourrait ralentir le processus d'optimisation. Afin de contrôler ce nombre, plusieurs stratégies, indépendamment de celles employant les variables RR et ER , ont été rapportées dans la littérature d'ESO. Ces stratégies consistent à :

- La fixation du nombre d'éléments enlevés de la structure dans chaque cycle d'optimisation [28];
- L'enlèvement d'une proportion du nombre d'éléments représentant le domaine initial de conception [29, 30];
- L'enlèvement d'une proportion du volume du domaine initial de conception [31,32];
- L'enlèvement d'une proportion du volume courant du domaine de conception [33], ou en utilisant RR afin de procéder à l'enlèvement d'une proportion déterminée.

La méthode ESO n'a jamais été employée ou adoptée dans l'usage des structures dynamiquement chargées. Comme la durée de vie en fatigue explique que l'effet d'effort dépend du facteur temps, nous proposons que la durée de vie en fatigue puisse être employée comme critère d'enlèvement du matériel pour optimiser les structures dynamiquement chargées tel qu'illustré dans la Figure 2-1.

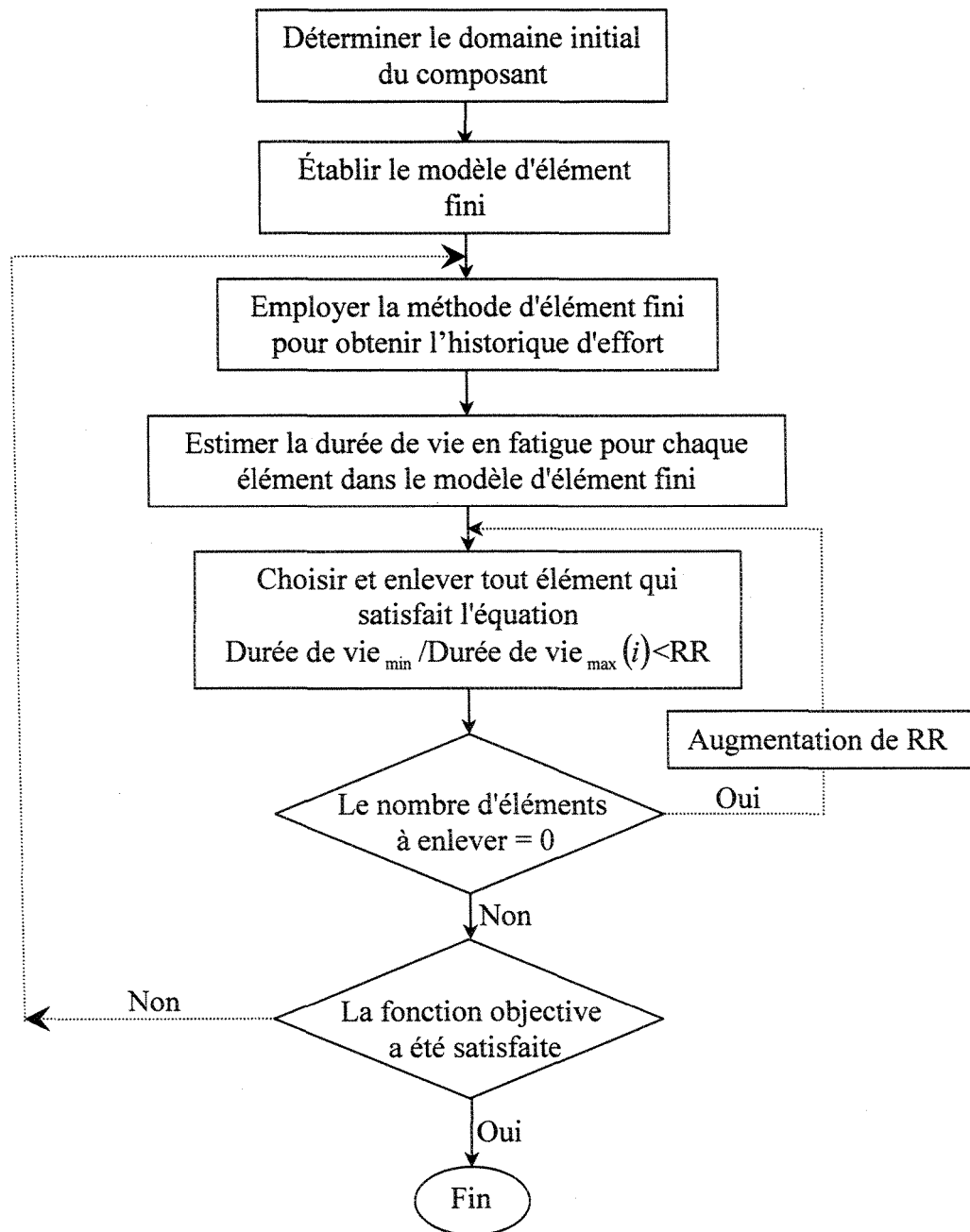


Figure 2-1: Illustration d'ESO basée sur la durée de vie en fatigue.

Comme il a été démontré dans la référence [34], la méthode d'analyse d'effort quasi-statique et la technique d'évaluation du temps de la durée de vie peuvent être employées pour prévoir la distribution précise de la durée de vie, si la première fréquence normale de la structure est au moins 7 fois la limite supérieure de la gamme de fréquence de l'historique de charge appliquée.

2.3 Effet des déclencheurs piézoélectriques :

L'utilisation et l'optimisation des différentes pièces complexes d'automobile en aluminium, en tenant compte de leur comportement vibratoire et dynamique, sont l'outil principal à adopter dans notre projet de recherche pour la détection, l'amélioration et la correction de certains phénomènes vibratoires tels que la résonance. Dans le cas des pièces mécaniques complexes, où toutes ces modifications s'avèrent imparfaites, cela nous amène au recours à l'aspect des capteurs ou déclencheurs piézoélectriques : "Piezoelectric stack actuators". À notre époque, le recours à ces structures intelligentes est l'outil le plus performant dans la correction de certains phénomènes vibratoires indésirables tels que la résonance.

La capacité de fabriquer les matériaux futés avec une petite taille et avec un temps de réponse rapide fait de ces matériaux une solution presque idéale. Cette partie traitera l'atténuation de vibration d'une pièce en porte-à-faux en utilisant la mise en action d'un matériel brillant qui est le piézoélectrique.

Pour les modes de vibration, chaque céramique piézoélectrique possède une fréquence élastique de vibration spécifique en fonction du matériau et de sa forme.

Lorsqu'une tension alternative est appliquée à une céramique piézoélectrique avec une fréquence égale à sa propre fréquence de vibration élastique, la céramique résonne. Ce phénomène est exploité dans plusieurs dispositifs piézoélectriques, car à la résonance le coefficient d'accouplement électromécanique k_{em} est maximum. Les céramiques piézoélectriques peuvent exhiber plusieurs modes de vibrations (modes résonants), qui dépendent de leurs formes, de la direction de polarisation et de la direction du champ électrique. Le Tableau 2-1 montre les modes de vibration typiques relatifs à la géométrie des matériaux piézoélectriques. Barreaux, disques et cylindres sont les formes les plus utilisées dans la construction des transducteurs électromécaniques.

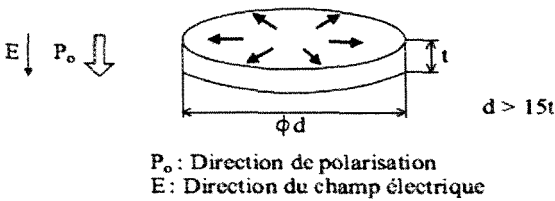
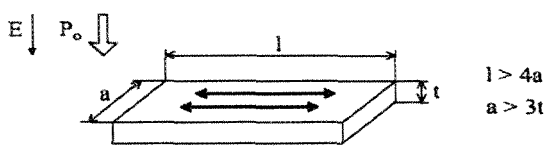
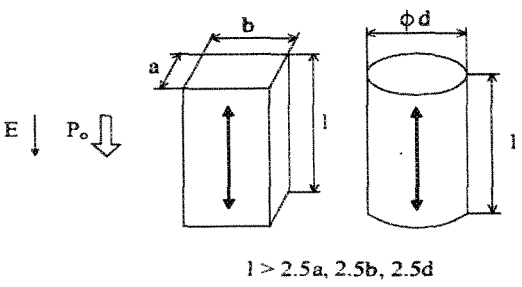
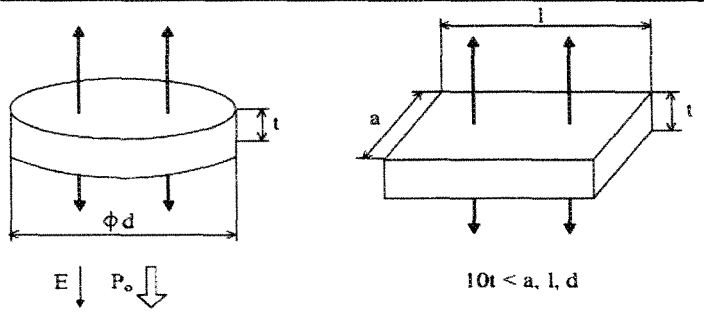
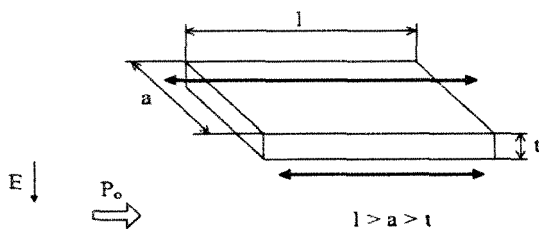
Mode de Vibration	Mode de Vibration associé à la forme
Radial	 <p>$d > 15t$</p> <p>P_0: Direction de polarisation E: Direction du champ électrique</p>
Transverse	 <p>$l > 4a$ $a > 3t$</p>
Longitudinal	 <p>$l > 2.5a, 2.5b, 2.5d$</p>
Epaisseur	 <p>$10t < a, l, d$</p>
Cisaillement	 <p>$l > a > t$</p>

Tableau 2-1: Modes de vibration typiques associés à la forme de la céramique piézoélectrique.

Le Tableau 2-2 énumère et explique quelques unes des applications les plus communes.

Militaire	Commercial	Medical
Capteurs de profondeur Systèmes de sécurité Hydrophones	Soudeuse ultrasonique Perceuse ultrasonique Indicateur de niveau Détecteur de défaut Décapants ultrasonique Capteurs sismiques Microphones Geophones Systèmes d'alarmes	Traitement ultrasonique de la cataracte Thérapie ultrasonique Capteurs ultrasoniques Pompes d'insuline Acquisition d'image ultrasonique Débitmètres Nébuliseurs Détection du battement cardiaque du fœtus
Automobile	Résonateurs pour radio/TV	Consommateur
Capteurs d'objets Capteurs pour Airbag Contrôle de vibrations Injecteurs	Aviation	Briquet Instruments musicaux DéTECTEURS de fumée
Ordinateur	Actionneurs pour flaps	
Micro-actionneur pour disque dur Transformateur pour notebook		

Tableau 2-2: Domaines d'applications des céramiques piézoélectriques.

Selon les principes de fonctionnement utilisés dans les systèmes mécaniques, nous pouvons distinguer substantiellement quatre différents types de dispositifs piézoélectriques:

- Capteurs;
- Actionneurs;
- Transformateurs.

Les capteurs utilisent l'effet piézoélectrique direct et les actionneurs ont un effet inverse. En ce qui concerne le transformateur, nous avons affaire à un dispositif particulier qui utilise l'effet direct et inverse [35, 36].

CHAPITRE 3

DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE ANALYTIQUE

CHAPITRE 3

DEVELOPPEMENT DU MODÈLE ANALYTIQUE

3.1 Résolution analytique et analyse fréquentielle :

Lors du chapitre 2, nous avons discuté plusieurs méthodes de résolution pour déterminer analytiquement les premières fréquences propres d'un système continu. Nous avons développé un modèle analytique en utilisant la méthode de Rayleigh-Ritz pour la pièce encastrée libre de la Figure 3-1.

Considérons la vibration de flexion de cette figure, en négligeant l'inertie rotationnelle et l'effort tranchant, l'équation du mouvement prend la forme suivante :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] = -m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

où :

$m(x)$: Masse par unité de longueur en un point x de la poutre;

$I(x)$: Moment d'inertie de la section par rapport à l'axe neutre au point x ;

$y(x,t)$: Déflexion de la poutre en un point x au temps t .

Les conditions aux limites pour le système étudié (poutre encastrée libre) sont :

1. $y(0,t) = 0$ (déplacement nul);
2. $\left. \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$ (pente nulle);
3. $\left. EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right|_{x=L} = 0$ (moment nul);
4. $\left. \frac{\partial}{\partial x} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] \right|_{x=L} = 0$ (effort tranchant nul).

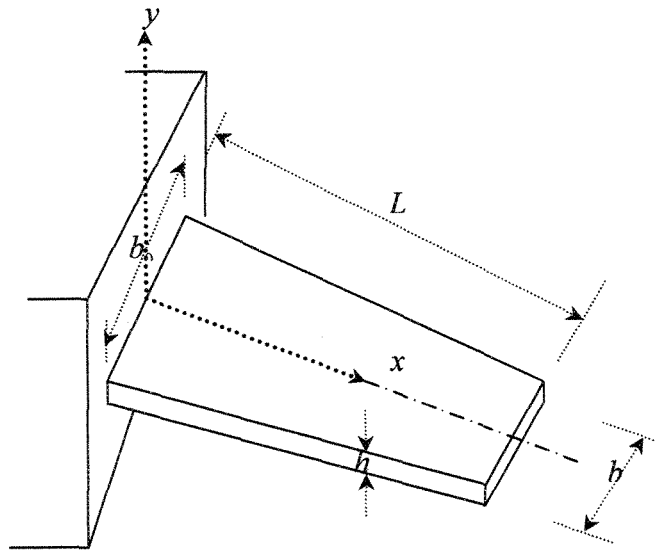


Figure 3-1: Pièce encastrée libre.

La recherche du problème aux valeurs propres nous amène à l'utilisation de la méthode de séparation des variables. On écrit le déplacement $y(x,t)$ sous la forme d'un produit d'une fonction de l'espace $Y(x)$ et d'une fonction du temps $f(t)$.

$$y(x,t) = Y(x)f(t). \quad (3.2)$$

En substituant ces expressions dans l'équation (3.1), nous obtenons :

$$\frac{1}{m(x)Y(x)} \frac{d^2}{dx^2} \left[EI(x) \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \right] = -\frac{1}{f(t)} \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \quad (3.3)$$

Qui conduit au système :

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} \left[EI(x) \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \right] - \omega^2 m(x) Y(x) = 0, \\ \frac{d^2 f(t)}{dt^2} + \omega^2 f(t) = 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

La deuxième formulation de l'équation (3.4) donne une solution harmonique plutôt qu'exponentielle, ce qui est consistant avec le fait que l'énergie mécanique totale d'un système conservatif est constante.

Le problème aux valeurs propres se réduit à l'équation différentielle :

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI(x) \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \right] = \omega^2 m(x) Y(x) \quad (3.5)$$

qui doit être vérifiée dans le domaine et qui est soumise aux conditions limites homogènes.

La formulation générale du problème aux valeurs propres peut s'écrire sous la forme suivante :

$$L[w] = \lambda M[w] \quad (3.6)$$

où λ est un paramètre et L, M sont des opérateurs différentiels linéaires et homogènes. Les conditions aux limites sont exprimées sous la forme :

$$B_i[w] = \lambda a_i[w] \quad i=1,2,\dots,P \quad (3.7)$$

où B_i et a_i sont des opérateurs linéaires et homogènes impliquant des dérivées tangentes et / ou normales à la frontière S du domaine D.

La solution du problème aux valeurs propres consiste à déterminer les valeurs de $\lambda = \omega^2$ pour lesquelles il existe des fonctions w non nulles satisfaisant l'équation différentielle et les conditions aux limites.

Pour la poutre trapézoïdale d'épaisseur uniforme montrée dans la Figure 3-1, les propriétés d'inertie sont données par :

$$I(x) = I_0 \left[1 - \frac{x}{L} \left(1 - \frac{b}{b_0} \right) \right] \quad (3.8)$$

$$m(x) = m_0 \left[1 - \frac{x}{L} \left(1 - \frac{b}{b_0} \right) \right] \quad (3.9)$$

où I_0 et m_0 sont le moment d'inertie et la masse par unité de longueur à l'encastrement.

L'équation différentielle du problème aux valeurs propres correspondant se réduit à :

$$\frac{d^4 Y(x)}{dx^4} - \frac{2 \left(1 - \frac{b}{b_0} \right)}{L \left(1 - \frac{x}{L} \left(1 - \frac{b}{b_0} \right) \right)} \frac{d^3 Y(x)}{dx^3} - \frac{\omega^2 m_0}{EI_0} Y(x) = 0 \quad (3.10)$$

La forme différentielle de l'équation (3.10) avec les conditions aux limites constitue le problème aux valeurs propres pour le cas étudié.

Le problème initial est donc réduit à un problème ordinaire de minimisation d'une fonction à n variables :

$$R(a_1, a_2, \dots, a_n) = N[\phi] / D[\phi] = \min \quad (3.11)$$

Nous avons par conséquent n conditions nécessaires :

$$dR/da_r = 0 \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (3.12)$$

avec:

$$\frac{\partial R}{\partial a_r} = \frac{D(\partial N / \partial a_r) - N(\partial D / \partial a_r)}{D^2} = \frac{1}{D} \left[\frac{\partial N}{\partial a_r} - \frac{N}{D} \frac{\partial D}{\partial a_r} \right]$$

où N et D dénotent le numérateur et le dénominateur du rapport de Rayleigh respectivement.

On peut écrire le problème aux valeurs propres en appliquant les conditions aux frontières.

$$\lambda = w^2 = R(\Theta) = \frac{- \int_0^L \Theta(x) (d/dx) \{ GJ(x) [d\Theta(x)/dx] \} dx}{\int_0^L I(x) \Theta^2(x) dx} = \frac{\int_0^L GJ(x) [d\Theta(x)/dx]^2 dx}{\int_0^L I(x) \Theta^2(x) dx} \quad (3.13)$$

avec :

$$\Theta(0) = 0 \quad GJ(x) \frac{d\Theta(x)}{dx} \Big|_{x=L} = 0 \quad (3.14)$$

où $R(\Theta)$ est le quotient de Rayleigh du système.

Employons l'analogie avec l'axe dans la torsion, on conclut à l'équation :

$$\lambda = w^2 = R(Y) = \frac{-\int_0^L Y(x) \left(d/dx \right) \{ E I(x) [dY(x)/dx] \} dx}{\int_0^L m(x) Y^2(x) dx} \quad (3.15)$$

Pour ce développement, exprimons le rapport de Rayleigh sous la forme :

$$\lambda = w^2 = R(Y) = \frac{V_{\max}}{T^*} = \frac{N(Y)}{D(Y)} = \frac{N(a_1, a_2, \dots, a_n)}{D(a_1, a_2, \dots, a_n)} \quad (3.16)$$

Et si nous posons :

$$\min \left(\frac{N}{D} \right) = \Lambda$$

Nous obtenons un système de n équations algébriques linéaires et homogènes :

$$\frac{\partial N}{\partial a_r} - \Lambda \frac{\partial D}{\partial a_r} = 0 \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (3.17)$$

Ce système définit un problème aux valeurs propres pour un système à n degrés de liberté.

Pour le problème des vibrations latérales d'une poutre, nous avons :

$$N = \frac{1}{2} \int_0^L E I(x) (Y''(x))^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^L E I(x) \left[\sum_{i=1}^n a_i \phi_i''(x) \right]^2 dx \quad (3.18)$$

où :

$$\phi_i'' = \frac{d^2 \phi_i}{dx^2}$$

$$D = \frac{1}{2} \int_0^L m(x) Y^2(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^L m(x) \left[\sum_{i=1}^n a_i \phi_i \right]^2 dx. \quad (3.19)$$

Par conséquent;

$$\frac{\partial N}{\partial a_j} = \sum_{i=1}^n a_i \int_0^L E I(x) \phi_i''(x) \phi_j''(x) dx \quad \text{Et} \quad \frac{\partial D}{\partial a_j} = \sum_{i=1}^n a_i \int_0^L m(x) \phi_i(x) \phi_j(x) dx$$

Si nous définissons les coefficients de rigidité généralisés par :

$$k_{ij} = \int_0^L E I(x) \phi_i''(x) \phi_j''(x) dx = k_{ji} \quad (3.20)$$

Et les masses généralisées par :

$$m_{ij} = \int_0^L m(x) \phi_i(x) \phi_j(x) dx = m_{ji} \quad (3.21)$$

On aboutit aux équations suivantes :

$$\sum_{j=1}^n a_j [k_{rj} - \Lambda m_{rj}] = 0 \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (3.22)$$

L'équation (3.22), connue comme équation de Galerkin, est reconnue comme représentation du degré du problème de valeurs propres lié à un système discret de n degrés de liberté. Elle peut être écrite sous la forme matricielle suivante :

$$[k]\{a\} = \Lambda [m]\{a\} \quad (3.23)$$

où $[k]$ et $[m]$ sont les matrices symétriques de rigidité et de masse d'ordre $n \times n$, respectivement.

La question demeure quant à la façon dont les valeurs propres et les vecteurs propres calculés se relient aux valeurs réelles et doivent satisfaire $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots$ et $\Lambda_1 \leq \Lambda_2 \leq \dots \leq \Lambda_n$ respectivement. Puis, en supposant que les fonctions admissibles

$\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x)$ sont d'un ensemble complet, ce qui implique que la différence entre la solution approximative et la solution réelle peut être rendue aussi petite que désirée en augmentant simplement n dans l'équation (2.1).

Nous concluons que la solution calculée du problème de valeurs propres doit approcher de la solution réelle lorsque $n \rightarrow \infty$. En employant seulement n fonctions $\phi_i(x)$ en série de l'équation (2.1), au lieu d'un nombre infini de fonctions, nous réduisons essentiellement le système continu ayant un nombre infini de degrés de liberté à un système discret avec n degrés de liberté. Ces discrétisations et troncations sont équivalentes au rapport à des limites évoluées, dans l'ensemble où les termes les plus élevés sont ignorés, de sorte que les contraintes soient imposées dans le système.

$$a_{n+1} = a_{n+2} = \dots = 0 \quad (3.24)$$

Puisque les contraintes tendent à augmenter la rigidité du système, les valeurs propres calculées tendent à être plus hautes que les valeurs propres réelles.

$$\Lambda_r \geq \lambda_r, \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (3.25)$$

Puisque les fonctions admissibles $\phi_i(x)$ appartiennent à un ensemble complet, les erreurs devraient disparaître quand $n \rightarrow \infty$. Dénотons les matrices masse et rigidité correspondant en série à n termes de l'équation (2.1) par $[m]^{(n)}$ et $[k]^{(n)}$ respectivement. De même, dénotons les valeurs propres calculées correspondantes par $\Lambda_r^{(n)}$ ($r = 1, 2, \dots, n$). En ajoutant une limite à la série de l'équation (3.24) pour un nombre total $n+1$ de limites, nous obtenons les matrices masse et rigidité $[m]^{(n+1)}$ et $[k]^{(n+1)}$, respectivement. Les valeurs

propres calculées $\Lambda_r^{(n+1)}$ ($r = 1, 2, \dots, n+1$) peuvent être arrangées pour satisfaire l'inégalité $\Lambda_1^{(n+1)} \leq \Lambda_2^{(n+1)} \leq \dots \leq \Lambda_{n+1}^{(n+1)}$. Les matrices masse et rigidité possèdent la propriété définie par :

$$[m]^{(n+1)} = \begin{bmatrix} [m]^{(n)} & \times \\ & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$$

$$[k]^{(n+1)} = \begin{bmatrix} [k]^{(n)} & \times \\ & \times \\ \times & \times & \times \end{bmatrix}$$

Ce qui signifie que les matrices $[m]^{(n+1)}$ et $[k]^{(n+1)}$ sont obtenues en ajoutant une rangée et une colonne aux matrices $[m]^{(n)}$ et $[k]^{(n)}$, respectivement. La propriété montrée par ces deux matrices peut être employée pour montrer que les valeurs propres calculées au moyen de la méthode de Rayleigh-Ritz satisfont les inégalités, ce qui est connu comme principe d'inclusion:

$$\Lambda_1^{(n+1)} \leq \Lambda_1^{(n)} \leq \Lambda_2^{(n+1)} \leq \Lambda_2^{(n)} \leq \dots \leq \Lambda_n^{(n)} \leq \Lambda_{n+1}^{(n+1)} \quad (3.26)$$

En outre, si nous considérons des inégalités des matrices masse et rigidité; alors nous concluons qu'avec l'augmentation de n , les valeurs propres calculées approchent les valeurs propres réelles asymptotiquement d'en haut. Par conséquent, nous pouvons écrire;

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Lambda_r^{(n)} = \lambda_r \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (3.27)$$

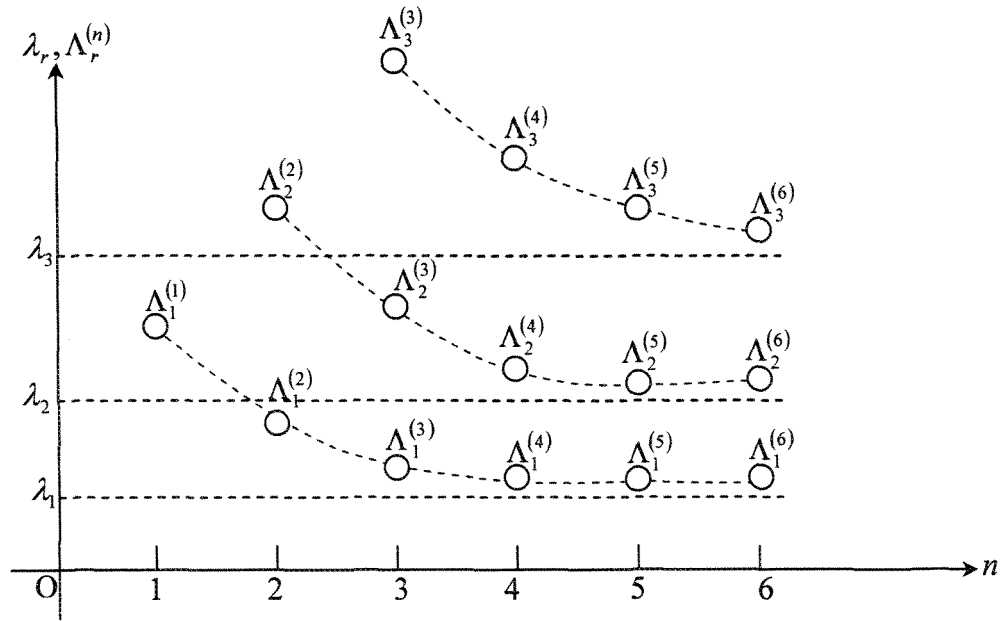


Figure 3-2: Les valeurs propres réelles λ_r en fonction des différents modes des valeurs propres calculées $\Lambda_r^{(n)}$.

Le problème est de choisir judicieusement la fonction génératrice $Y(x)$, ce qui est fait empiriquement [19], et qui demande de respecter les conditions aux limites et surtout l'allure générale de la déformation. Dans le cas d'une poutre encastree libre de section variable, nous pourrions choisir comme fonctions de comparaison $\phi_i(x)$ de l'équation (3.30), les fonctions caractéristiques "eigenfunctions" $Y_i(x)$ d'une poutre encastree libre et de section constante :

$$Y_i(x) = (\cosh B_i x - \cos B_i x) - \left[\frac{\cosh B_i L + \cos B_i L}{\sinh B_i L + \sin B_i L} \right] (\sin B_i x - \sinh B_i x) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.28)$$

Où B_i représentent les valeurs caractéristiques ou propres “eigenvalues“, et qui sont les racines de l’équation transcendante :

$$\cos BL \cosh BL + 1 = 0 \quad (3.29)$$

Ces fonctions sont toutefois complexes et l’évaluation des coefficients k_{ij} et m_{ij} se trouve être très laborieuse.

Afin de réduire la complexité et le nombre des intégrales requises dans l’évaluation des coefficients k_{ij} et m_{ij} , nous pouvons utiliser des fonctions admissibles (au lieu de fonction de comparaison) dans la fonction génératrice de l’équation (2.1). Les fonctions admissibles $\phi_i(x)$ choisies devront satisfaire au moins les conditions limites géométriques et être différentiables au moins deux fois dans le domaine D.

Nous choisissons comme fonctions admissibles :

$$\phi_i = \left[1 - \cos \frac{(2i-1)\pi}{2L} x \right] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.30)$$

Nous remarquons que ces fonctions satisfont également les conditions naturelles. La condition qui stipule en fait que l’effort tranchant à l’extrémité libre doit être nul, n’est toutefois pas satisfaite. Nous mettons fin à ce développement en déduisant que la fonction génératrice résultante constitue une très bonne approximation de la déformée dans sa forme géométrique.

3.2 Développement du modèle actif :

Dans le cas des pièces mécaniques complexes, où toutes les modifications mentionnées dans la section (2.3) s'avèrent imparfaites, nous sommes amené au recours à l'aspect des capteurs (ou déclencheurs piézoélectriques : Piezoelectric stack actuators).

L'équation de mouvement et les conditions de frontière pour la vibration transversale d'une pièce en porte-à-faux d'épaisseur uniforme Figure 3-1 soumise à une excitation basse et à un moment de flexion appliqués par le déclencheur, sont obtenues en utilisant le principe de Hamilton [37]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right] + C \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} - f(x,t) \quad (3.31)$$

Avec les conditions aux limites :

$$EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = EI \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=L} = 0 \quad (3.32)$$

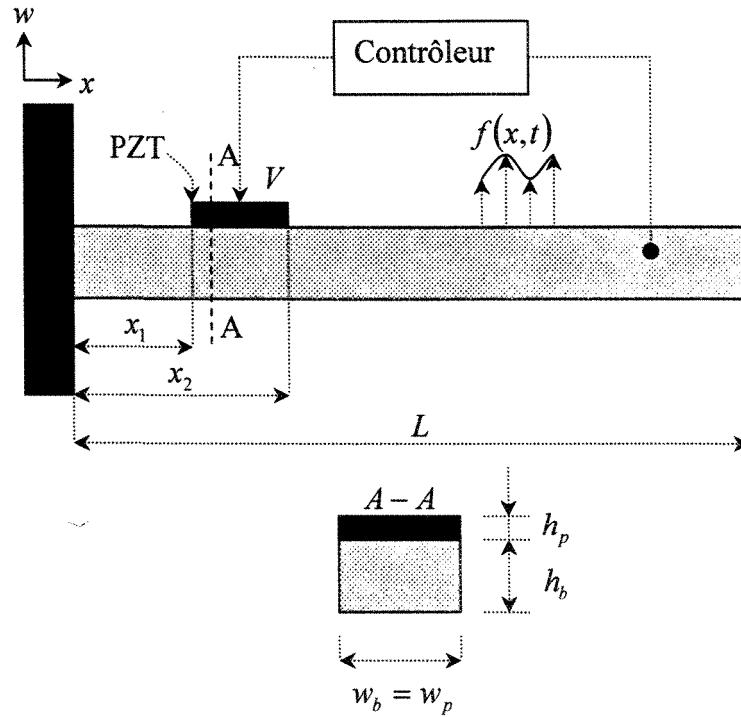


Figure 3-3: Modèle de la pièce.

Supposons que le déclencheur est collé parfaitement sur la poutre, la distribution induite du moment $M(x, t)$ entre le déclencheur et la surface de la pièce peut être calculée par l'hypothèse de Kirchoff. La contrainte induite par le déclencheur quand une tension de commande $V(x, t)$ est appliquée est donnée par [38, 39]:

$$\varepsilon_p(x, t) = \frac{d_{31}}{h_p} V(x, t). \quad (3.33)$$

Cette contrainte induite ε_p crée une contrainte longitudinale ε_l en raison de l'équilibre des forces. En résolvant l'équilibre des forces, nous obtenons la contrainte longitudinale :

$$\varepsilon_l = \frac{E_p A_p}{E_b A_b + E_p A_p} \varepsilon_p. \quad (3.34)$$

Le moment de flexion M , produit par le déclencheur de piézo-céramique, peut être calculé des équations (3.33) et (3.34) dans le cas de l'équilibre des forces dans la direction axiale :

$$M = E_b h_b w_b \varepsilon_l \left(\frac{h_p}{2} - D_a \right) - E_p h_p w_p (\varepsilon_p - \varepsilon_l) \left(\frac{h_p}{2} + h_b - D_a \right) \quad (3.35)$$

Où D_a est l'axe neutre de la section $A - A$ donné par :

$$D_a = \frac{E_b h_b^2 w_b + E_p h_p^2 w_p + E_p h_b h_p w_p}{2(E_b h_b w_b + E_p h_p w_p)} \quad (3.36)$$

En substituant les équations (3.33), (3.34) et (3.36) dans l'équation (3.35) nous obtenons :

$$M = C_0 V(x, t), \quad (3.37)$$

Où

$$C_0 = \frac{E_b E_p h_b^2 w_b w_p d_{31}}{E_b h_b w_b + E_p h_p w_p}. \quad (3.38)$$

3.2.1 Méthode de Bernoulli-Euler :

En assumant le modèle de Bernoulli-Euler pour la pièce d'épaisseur uniforme;

$$T_k = \frac{1}{2} \int_0^{l_A} \dot{y}^2 \rho_A A_A dx + \frac{1}{2} \int_{l_A}^L \dot{y}^2 \rho_B A_B dx \quad (3.39)$$

$$V_p = \frac{1}{2} \int_0^{l_A} \frac{1}{(EI)_A} \left((EI)_A \ddot{y} + cV(x, t) \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{l_A}^L (EI)_B \ddot{y}^2 dx \quad (3.40)$$

où, $(EI)_A$ est la rigidité en flexion effective de la section A et $(EI)_B$ est la rigidité en flexion de la section B. Les variables ρ_A, ρ_B et A_A et A_B sont les densités de masse et les sections appropriées. Celles-ci sont données par l'équation suivante:

$$\rho_A = \frac{\rho_p w_p h_p + \rho_b w_b h_b}{w_p h_p + w_b h_b}$$

$$\rho_B = \rho_b$$

$$A_A = w_p h_p + w_b h_b$$

$$A_B = w_b h_b$$

$$(EI)_A = E_p \left[\frac{w_p h_p^3}{12} + w_p h_p \left(h_b + \frac{h_p}{2} - D_a \right) \right] + E_b \left[\frac{w_b h_b^3}{12} + w_b h_b \left(D_a - \frac{h_b}{2} \right) \right]$$

$$(EI)_B = E_b \frac{w_b h_b^3}{12}$$

$$\left. \begin{aligned} (EI)_A \overset{\dots}{y} + c \ddot{V}(x, t) + \rho_A A_A \ddot{y} &= 0 & 0 \leq x \leq l_A \\ (EI)_B \overset{\dots}{y} + \rho_A A_B \ddot{y} &= 0 & l_A \leq x \leq L \end{aligned} \right\} \quad (3.41a)$$

$$\left. \begin{aligned} \left[(EI)_A \ddot{y} + c V(x, t) \right]_{x=l_A} &= \left[(EI)_B \ddot{y} \right]_{x=l_A} \\ \left[(EI)_A \overset{\dots}{y} + c \dot{V}(x, t) \right]_{x=l_A} &= \left[(EI)_B \overset{\dots}{y} \right]_{x=l_A} \\ \left[(EI)_B \ddot{y} \right]_{x=L} &= 0 \\ \left[(EI)_B \overset{\dots}{y} \right]_{x=L} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

Par la substitution de l'équation (3.41) dans l'équation (3.40) et la conservation de l'énergie dans le principe de Hamilton, l'équation du mouvement de la déflexion transversale $y(x, t)$ et les conditions aux limites sont obtenues comme suit :

Puisque le déclencheur piézo-céramique est uniforme sur toute sa longueur, la tension de voltage $V(x, t)$ peut être remplacée par $V(t)$.

En introduisant la n^{ième} coordonnée modale $q_i(t)$, la n^{ième} fonction de forme modale est $\phi_i^{(A)}$. Pour la section A, et la n^{ième} fonction de forme modale est $\phi_i^{(B)}$. Pour la section B et en utilisant la méthode d'addition de mode, la déflexion transversale $y(x, t)$ est réécrite comme suit:

$$\left. \begin{aligned} y_A(x, t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i^{(A)}(x) q_i(t), & 0 \leq x \leq l_A \\ y_B(x, t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i^{(B)}(x) q_i(t), & l_A \leq x \leq L \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

En substituant l'équation (3.42) dans les équations (3.39) et (3.40) et en appliquant l'équation de Lagrange, une équation différentielle ordinaire découplée pour la pièce en porte-à-faux est dérivée comme suit:

$$\ddot{q}_i + 2\xi\omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = -\frac{cV(t)}{I_i} \int_0^{l_A} \frac{\partial^2 \phi_i^{(1)}}{\partial x^2} dx \quad (3.43)$$

$$-\frac{c}{I_i} \int_0^{l_A} \frac{\partial^2 \phi_i^{(1)}}{\partial x^2} dx = a_i \quad (3.44)$$

$$\ddot{q}_i + 2\xi\omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = a_i V(t) \quad (3.45)$$

Où $2\xi\omega_i \dot{q}_i$ est ajouté pour améliorer l'exactitude du modèle défini auparavant de la pièce (poutre). La variable ξ_i est le rapport d'amortissement du n^{ième} mode et I_i est donnée par:

$$I_i = \int_0^{l_A} (\phi_i^{(A)})^2 \rho_A A_A dx + \int_{l_A}^L (\phi_i^{(B)})^2 \rho_B A_B dx \quad (3.46)$$

Prenons par exemple deux modes $i = 1, 2$;

$$\text{Pour } i=1 \Rightarrow \ddot{q}_1 + 2\xi_1 \omega_1 \dot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 = a_1 V(t)$$

$$x_1 = q_1 \Rightarrow \dot{x}_1 = \dot{q}_1 = x_2$$

$$x_2 = \dot{q}_1 \Rightarrow \dot{x}_2 = \ddot{q}_1 = -2\xi_1 \omega_1 \dot{q}_1 - \omega_1^2 q_1 + a_1 V(t)$$

$$\dot{x}_2 = -2\xi_1 \omega_1 x_2 - \omega_1^2 x_1 + a_1 V(t)$$

$$\text{Pour } i=2 \Rightarrow \ddot{q}_2 + 2\xi_2 \omega_2 \dot{q}_2 + \omega_2^2 q_2 = a_2 V(t)$$

$$x_3 = q_2 \Rightarrow \dot{x}_3 = \dot{q}_2 = x_4$$

$$x_4 = \dot{q}_2 \Rightarrow \dot{x}_4 = \ddot{q}_2 = -2\xi_2 \omega_2 x_4 - \omega_2^2 x_3 + a_2 V(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_1^2 & -2\xi_1 \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_2^2 & -2\xi_2 \omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ a_1 \\ 0 \\ a_2 \end{bmatrix} V(t) \quad (3.47)$$

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.48)$$

Nous déduisons l'équation d'état du système par l'équation (3.48);

Avec :

\dot{x} : L'équation d'état;

A : Matrice d'état du système;

x : Vecteur d'état;

B : Matrice de contrôle;

u : Vecteur de contrôle.

CHAPITRE 4

ÉTUDE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE

CHAPITRE 4

ÉTUDE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la résolution numérique par la modélisation et la simulation de la méthode de Rayleigh-Ritz en utilisant l'interface du logiciel de calcul numérique MATLAB®. À cette fin, nous exploitons aussi le logiciel de simulation numérique ABAQUS® afin de valider les résultats obtenus, et en dernier lieu, la validation au moyen de l'expérimentation dans la détermination des premières fréquences propres des trois pièces avec différentes épaisseurs utilisées dans cette étude (Tableau 4-).

Une première optimisation de trois pièces en alliage d'aluminium 6061-T6-T651 est utilisée pour montrer l'effet de l'épaisseur de chaque pièce sur la réponse fréquentielle, afin de mieux choisir l'épaisseur adéquate à notre application.

Les dimensions réelles des trois pièces fabriquées sont mentionnées dans le Tableau 4-. Les propriétés de l'alliage d'aluminium 6061-T6-T651 sont illustrées dans le Tableau 4-.

	Pièce numéro 1	Pièce numéro 2	Pièce numéro 3
Longueur L (mm)	180.00	180.00	180
Largeur b (mm)	100.02	102.8446	102.2350
Largeur b0 (mm)	189.02	191.4906	189.1538
Épaisseur h (mm)	6.2650	12.93000	25.92

Tableau 4-1: Dimensionnement réel des trois pièces.

$1 \text{ Pound/pouce}^2 = 6894.76 \text{ N/m}^2$	Alliage et condition 6061-T6-T651
Charge de rupture limite 1000 lb/po^2	45
Limite élastique 1000 lb/po^2	40
Allongement sur 2 po spécimen de $1/16''$ d'épaisseur %	12
Dureté Brunell charge 500 kg 10 mm	95
Résistance limite au cisaillement 1000 lb/po^2	30
Module d'élasticité E (Mpa)	68.5×10^9
Coefficient de poisson	0.33
Masse volumique	2700 kg/m^3

Tableau 4-2: Propriétés d'alliage utilisé.

4.1 Modélisation analytique :

Nous avons modélisé la méthode de Rayleigh-Ritz afin de déterminer les premières fréquences propres de nos trois pièces en utilisant l'interface du logiciel de simulation numérique MATLAB®. Les tableaux et les figures suivants représentent les réponses fréquentielles des trois pièces. Les résultats obtenus sont d'ordre fréquentiel afin de détecter et d'améliorer la fréquence de résonance et de masse pour montrer la réduction du poids des pièces utilisées lors de cette étude. Nous constatons alors que chaque étude fréquentielle est indispensable lors de la conception des pièces mécaniques. Dans notre étude, il y a une relation proportionnelle entre l'épaisseur et la réponse fréquentielle.

Notons que $m_0 = \rho h b_0$ et $I_0 = b_0 h^3 / 12$. À partir de l'équation (3.16) du rapport de Rayleigh, on constate que le numérateur de l'équation (3.17) des valeurs propres calculées $\Lambda_r^{(n)}$ dépend de h^3 ; par contre le dénominateur dépend de h . Ces équations mathématiques nous permettent de dire que la valeur de la fréquence naturelle w dépend directement de la valeur de l'épaisseur h donnée dans les tableaux (3 à 5).

Numéro du mode	Fréquence en Hertz
1	187.31
2	1046.1
3	2838.5
4	5818.3

Tableau 4-1: Réponse fréquentielle de la première pièce.

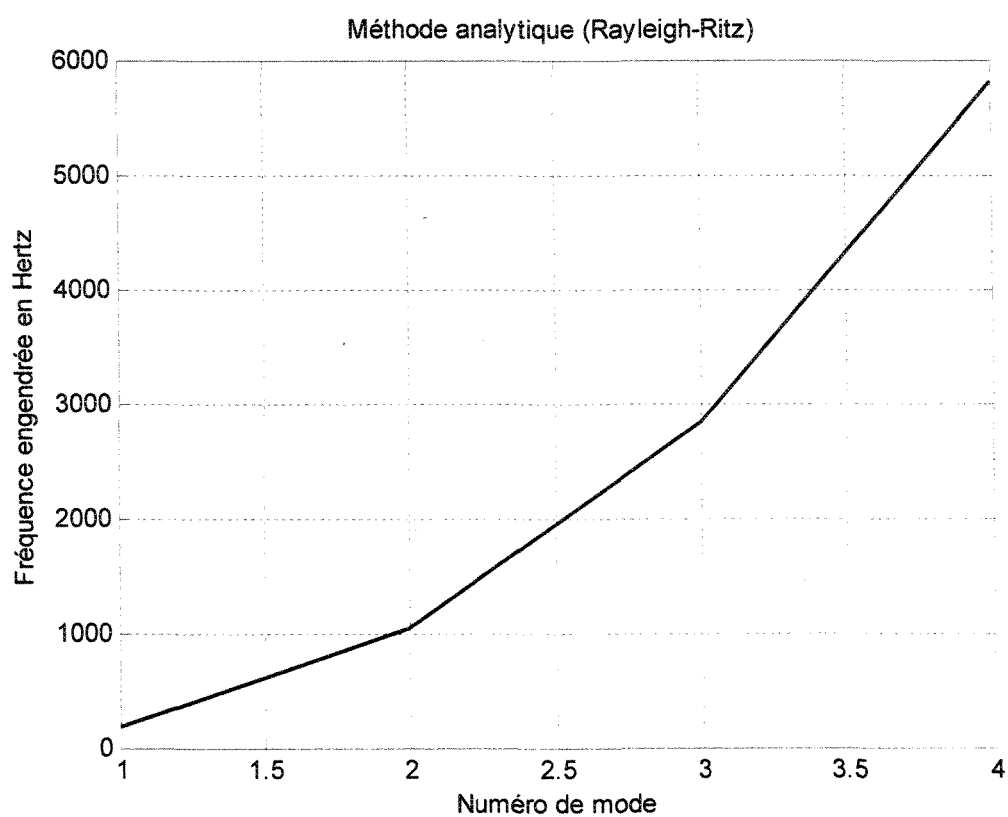


Figure 4-1 : Réponse fréquentielle de la première pièce.

Numéro du mode	Fréquence en Hertz
1	386.88
2	2160.7
3	5862.9
4	12018

Tableau 4-2: Réponse fréquentielle de la deuxième pièce.

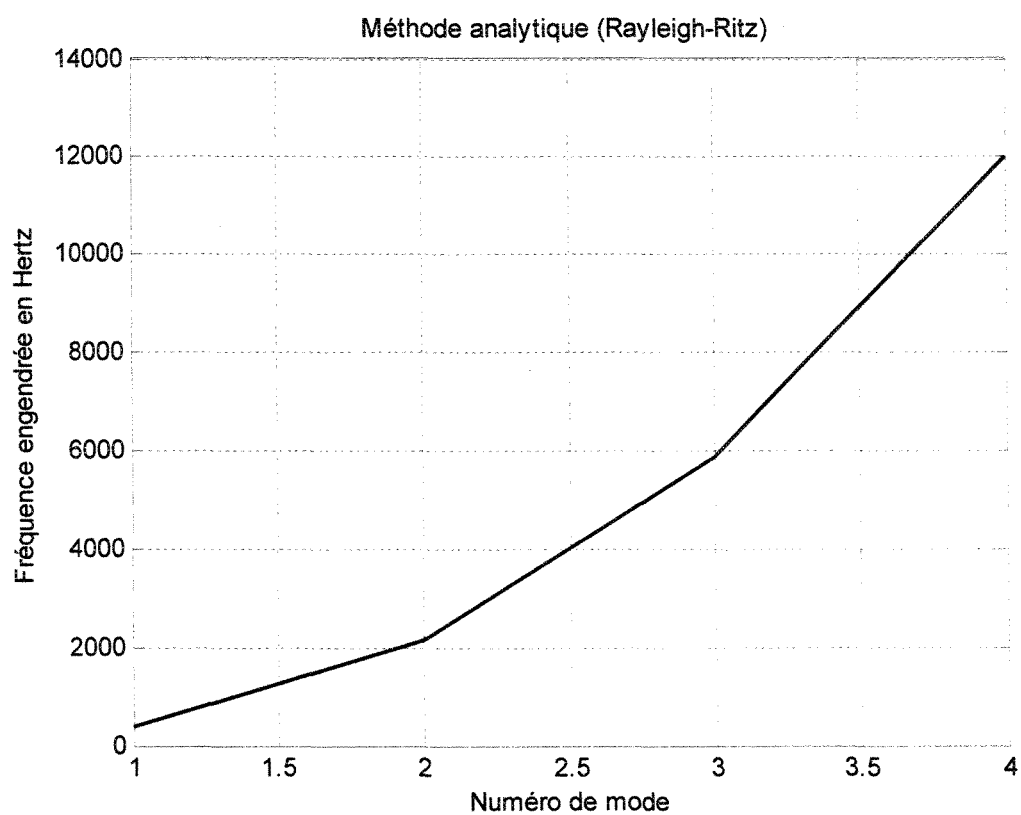


Figure 4-2 : Réponse fréquentielle de la deuxième pièce.

Numéro du mode	Fréquence en Hertz
1	775.56
2	4331.4
3	11753
4	24091

Tableau 4-3 : Réponse fréquentielle de la troisième pièce.

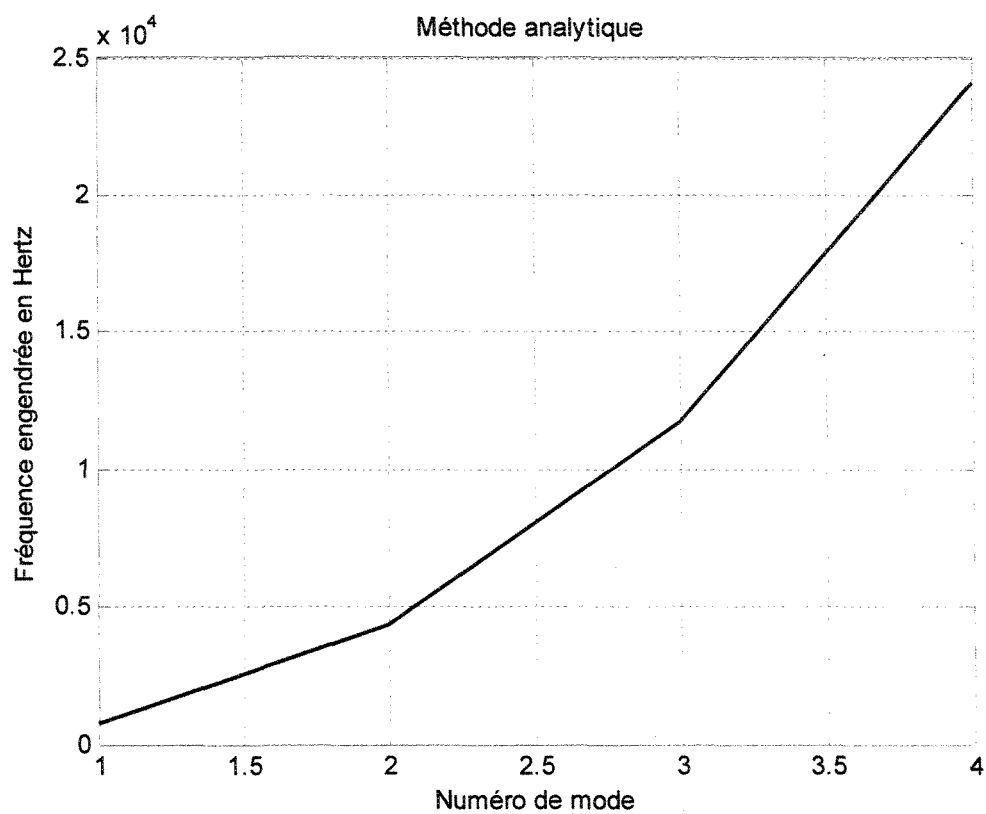


Figure 4-3 : Réponse fréquentielle de la troisième pièce.

4.2 Simulation numérique :

Nous exploitons également le logiciel de simulation numérique ABAQUS® pour compléter et valider les résultats obtenus à partir du modèle analytique développé en employant l'interface du logiciel MATLAB®. Nous obtenons les réponses fréquentielles illustrées par les tableaux et les figures ci-dessous.

Toute structure possède un certain nombre de fréquences et modes propres sous sollicitations aléatoires; la réponse dynamique est une combinaison de ces modes, et il est à noter que les modes de basses fréquences sont les modes les plus dominants. Dans cette étude, nous nous intéressons en particulier au premier mode; ce dernier est considéré comme le plus critique par rapport aux modes lui succédant. Sa réponse fréquentielle peut coïncider avec la fréquence d'excitation de la route. Les résultats illustrés dans le Tableau 4-4 et la Figure 4-4 nous donnent une réponse fréquentielle au voisinage de 187.85 Hz, c'est la fréquence la plus adéquate à notre application (la fréquence d'excitation pour les véhicules terrestres est autour de 2 à 20 Hz).

Par contre, les réponses fréquentielles du premier mode de la pièce 2 et 3 sont aux voisinages de 390.79 Hz et de 778.46 Hz respectivement (Voir : Tableau 4-6 et Tableau 4-7).

Numéro du mode	Valeur propre	Fréquence en Rad/s	Fréquence en Cycles/s	Masse généralisée
1	1.39307E+06	1180.3	187.85	8.53142E-02
2	1.44042E+07	3795.3	604.04	6.47165E-02
3	4.10510E+07	6407.1	1019.7	7.14764E-02
4	1.22974E+08	11089	1764.9	3.79846E-02

Tableau 4-4 : Réponse des valeurs propres et la fréquence naturelle de la première pièce.

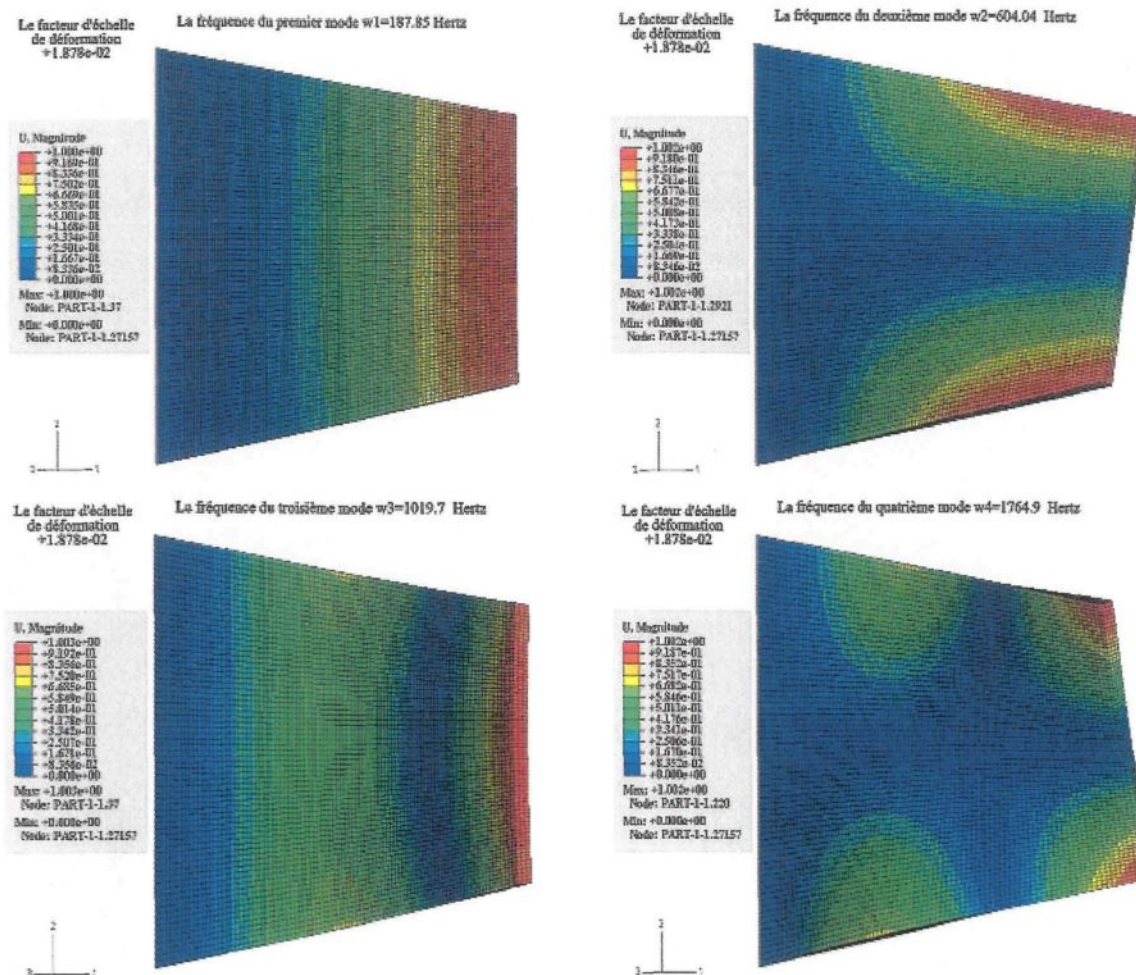


Figure 4-4 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes de la première pièce.

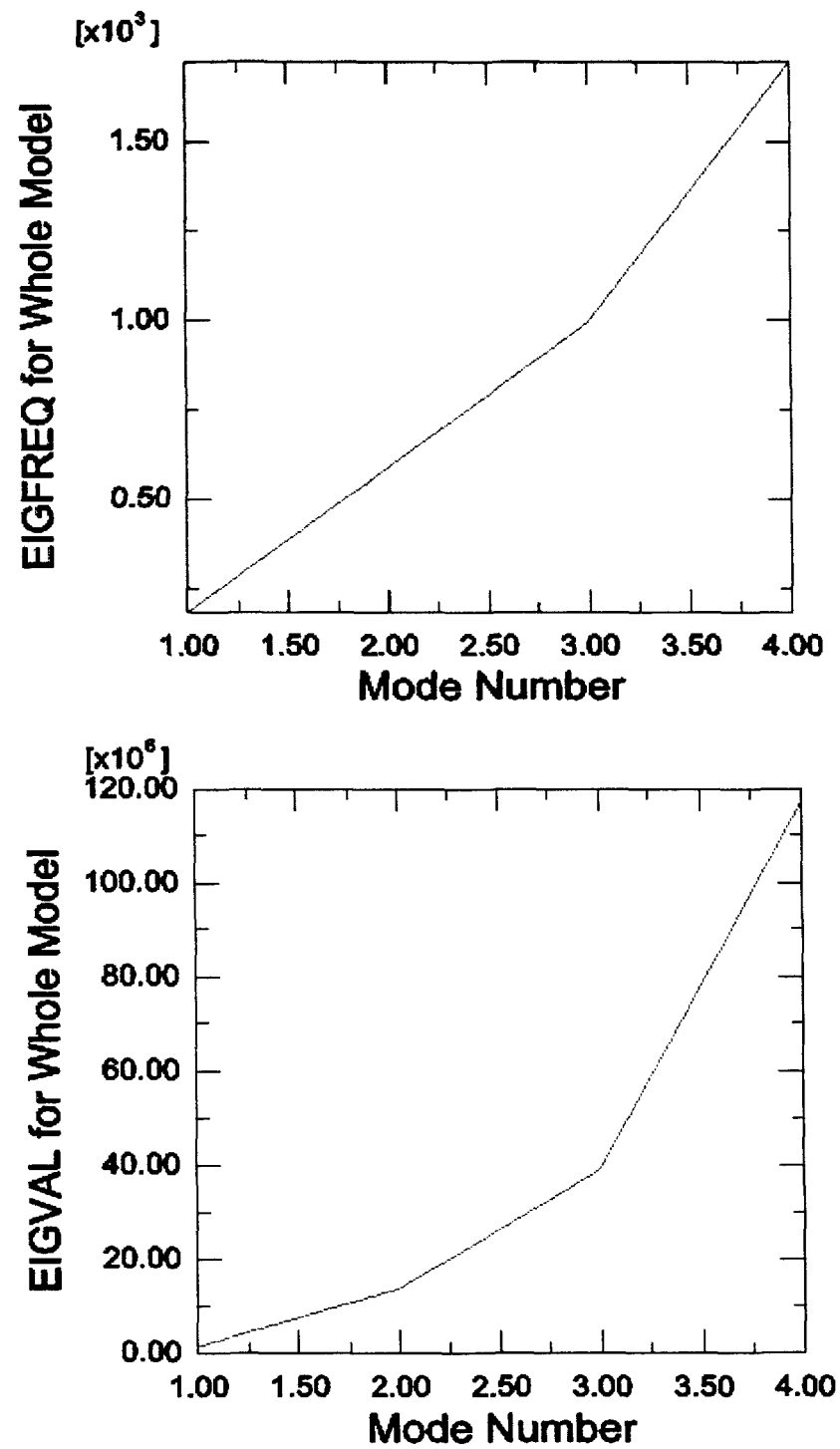


Figure 4-5: Réponse fréquentielle et de la valeur propre de la première pièce.

Numéro du mode	Valeur propre	Fréquence en Rad/s	Fréquence en Cycles/s	Masses généralisée
1	6.02913E+06	2455.4	390.79	0.18072
2	5.83661E+07	7639.8	1215.9	0.13533
3	1.72988E+08	13152.	2093.3	0.15532
4	4.81016E+08	21932.	3490.6	0.25037

Tableau 4-5 : Réponse des valeurs propres et la fréquence naturelle de la deuxième pièce.

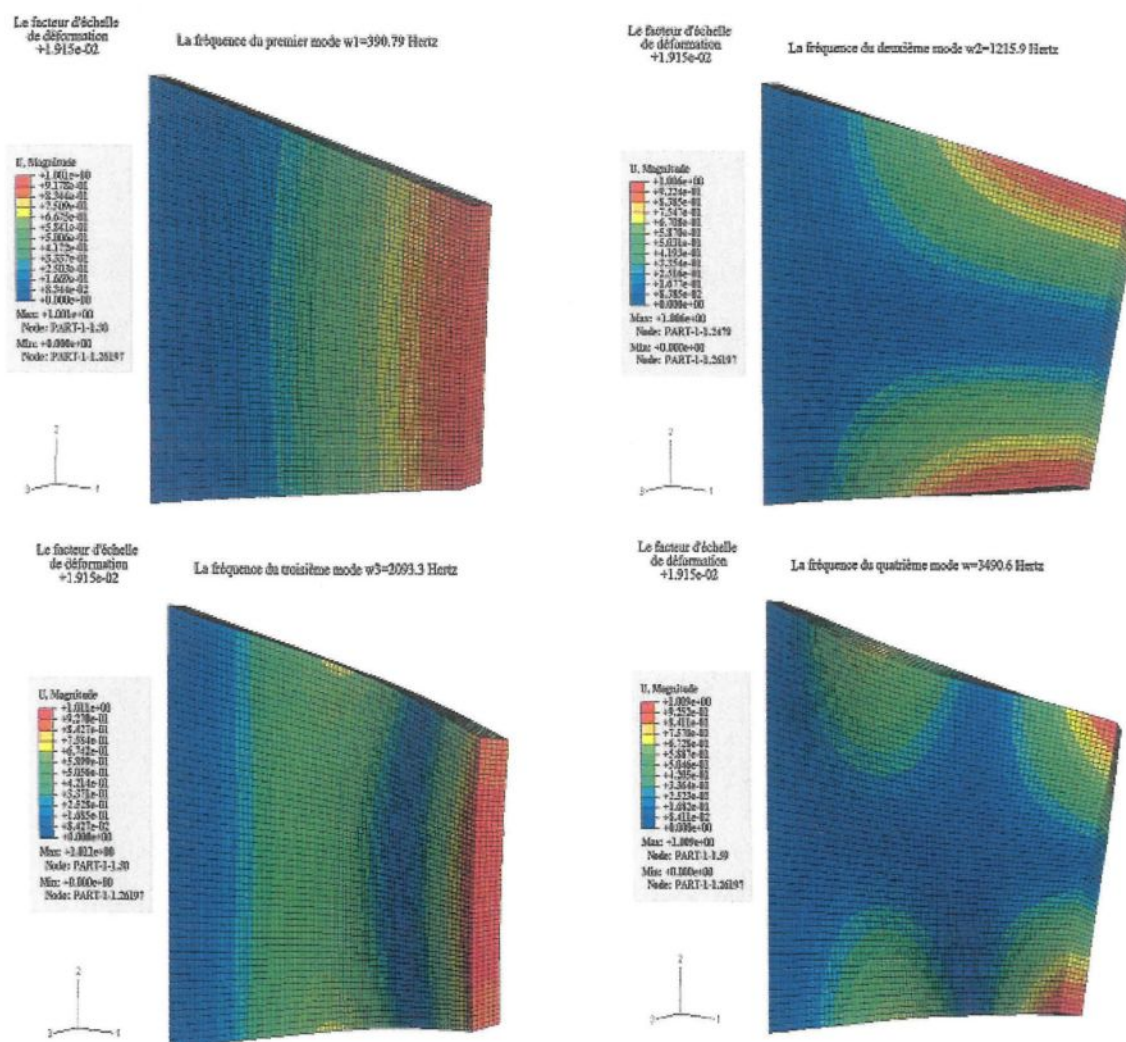


Figure 4-6 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes de la deuxième pièce.

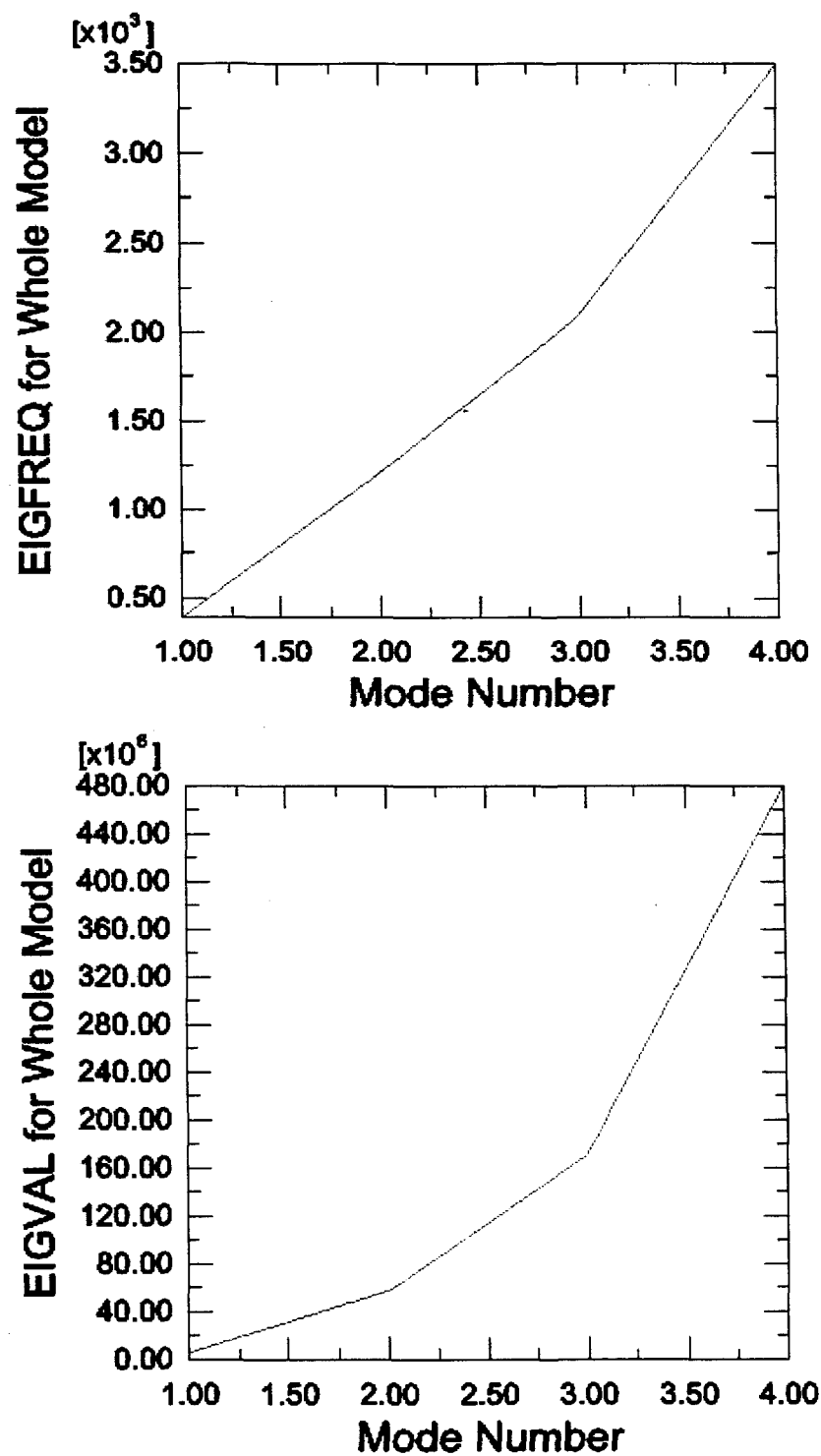


Figure 4-7 : Réponse fréquentielle et de la valeur propre de la deuxième pièce.

Numéro du mode	Valeur propre	Fréquence en Rad/s	Fréquence en Cycles/s	Masses généralisées
1	2.39237E+07	4891.2	778.46	0.36675
2	2.08608E+08	14443.	2298.7	0.28495
3	4.82119E+08	21957.	3494.6	0.49871
4	6.06561E+08	24628.	3919.7	0.34380

Tableau 4-6 : Réponse des valeurs propres et la fréquence naturelle de la troisième pièce.

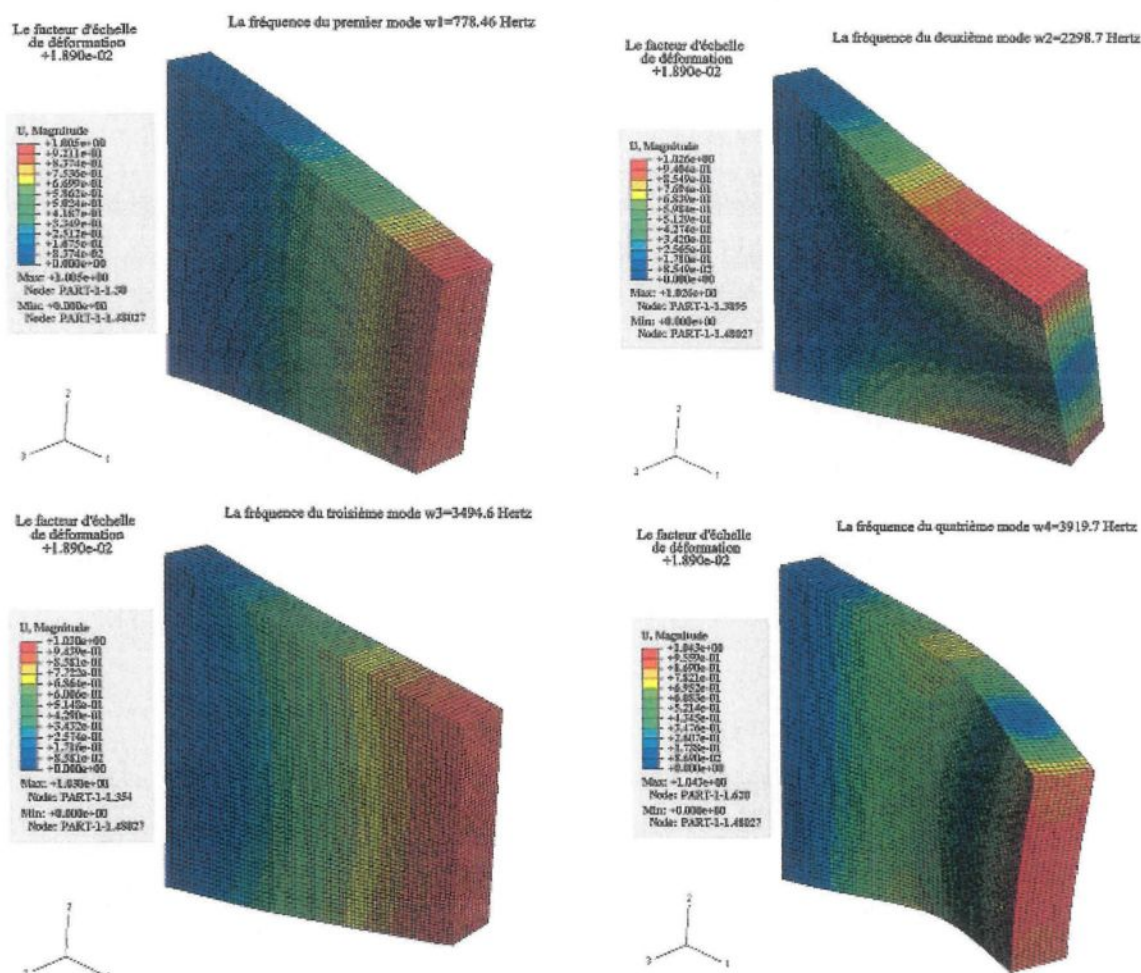


Figure 4-8 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes de la troisième pièce.

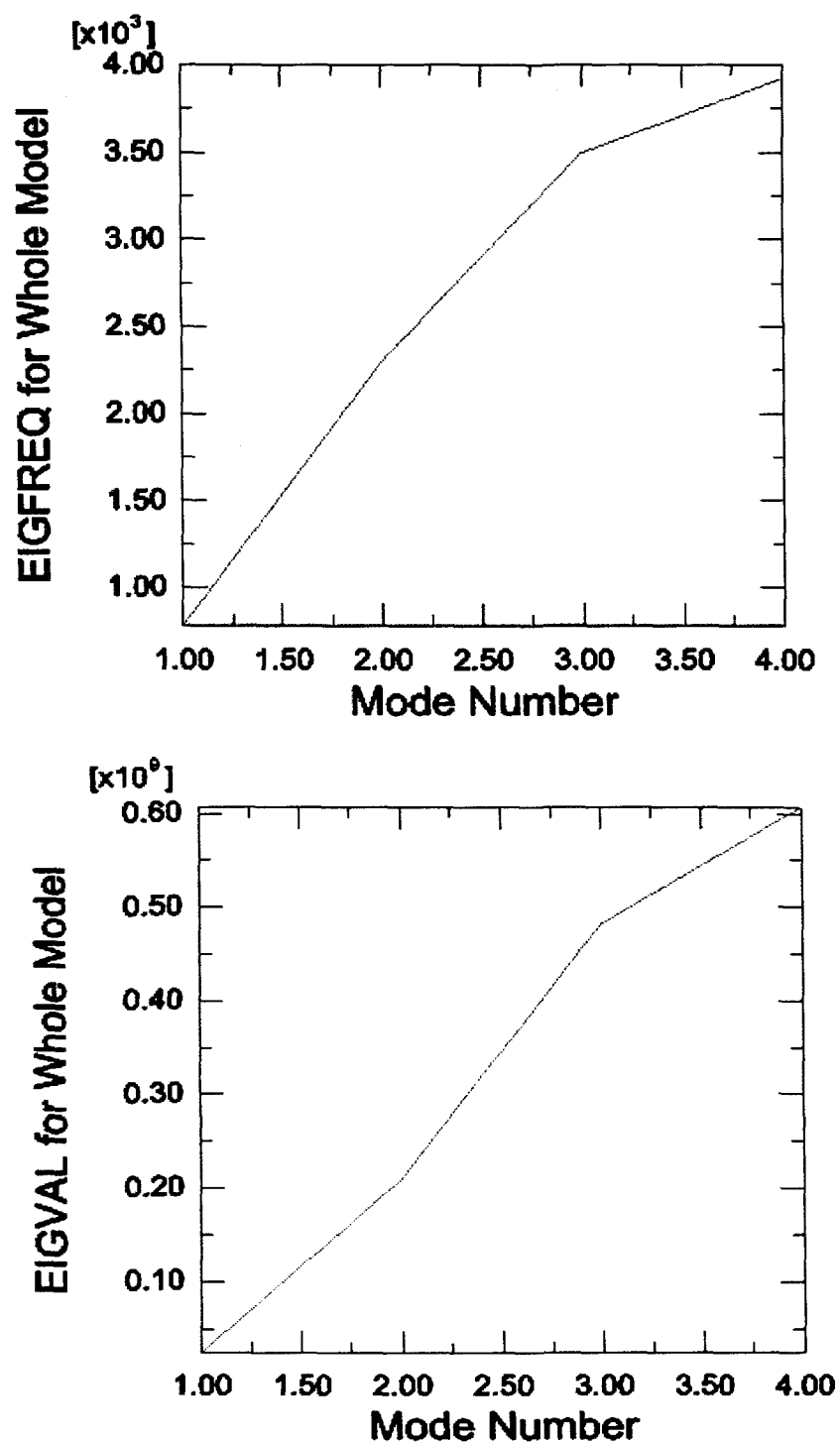


Figure 4-9 : Réponse fréquentielle et de la valeur propre de la troisième pièce.

4.3 Validation expérimentale :

L'expérimentation est l'outil principal de validation de nos résultats obtenus à partir de la résolution analytique de la pièce développée auparavant et exécutée à partir d'un logiciel de simulation de calcul numérique avancé. Cette première expérimentation de la pièce sera l'objet de référence et de crédibilité dans l'apprentissage des pièces mécaniques complexes.

Notre problématique du phénomène de résonance vibratoire est la détection et la correction de cette fréquence. Nous utilisons les instruments adéquats pour une compréhension mathématique et un raisonnement physique approprié. La boucle de connexion des trois instruments mentionnés ci-dessous est l'élément principal dans la détection et la lecture des fréquences naturelles qui pourraient coïncider avec les fréquences d'excitation. En outre, nous allons utiliser un analyseur de fréquence (Rockland® model 90665E DYNAMIC SIGNAL ANALYSER) pour analyser le signal en gamme de fréquences; ce dernier est branché à un amplificateur (MEASURING AMPLIFIER type 2525) dans le but d'amplifier le signal de l'accéléromètre. Un accéléromètre (A 384 2213487 BRUL & KJAER®) et un marteau (DYTRAN® USA 5800B3 S/N 2527 acceleration compensated dynapulse IMPULSE HAMMER) sont également utilisés.

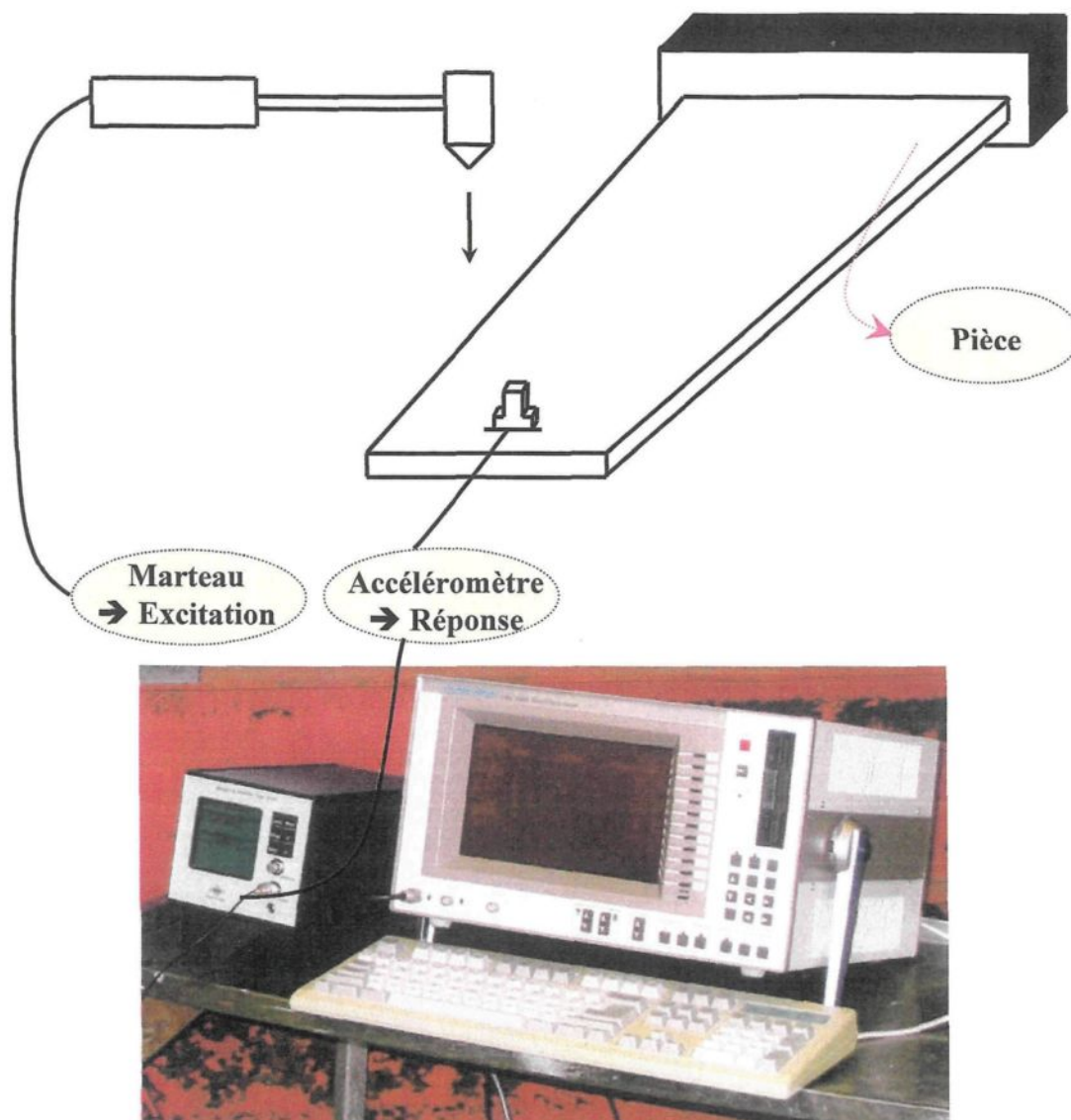


Figure 4-10 : Boucle de connexion des instruments.

L'exactitude de la réponse fréquentielle lors de l'expérimentation est très complexe et coûteuse et dépend de plusieurs paramètres parmi lesquels le local, l'encastrement, les propriétés de l'alliage utilisé par rapport à l'alliage simulé et l'état de surface de la pièce...(etc.). Nous avons veillé à avoir un encastrement fiable en utilisant une structure en

acier et en renforçant celle-ci en appliquant une force de $250 \text{ [lb/po}^2\text{]}$ sur l'encastrement de la pièce tel qu'illustré par la Figure 4-11.

Les résultats obtenus de la réponse fréquentielle du premier mode représentent les valeurs les plus proches de celles obtenues par la méthode analytique et la simulation par ABAQUS®.

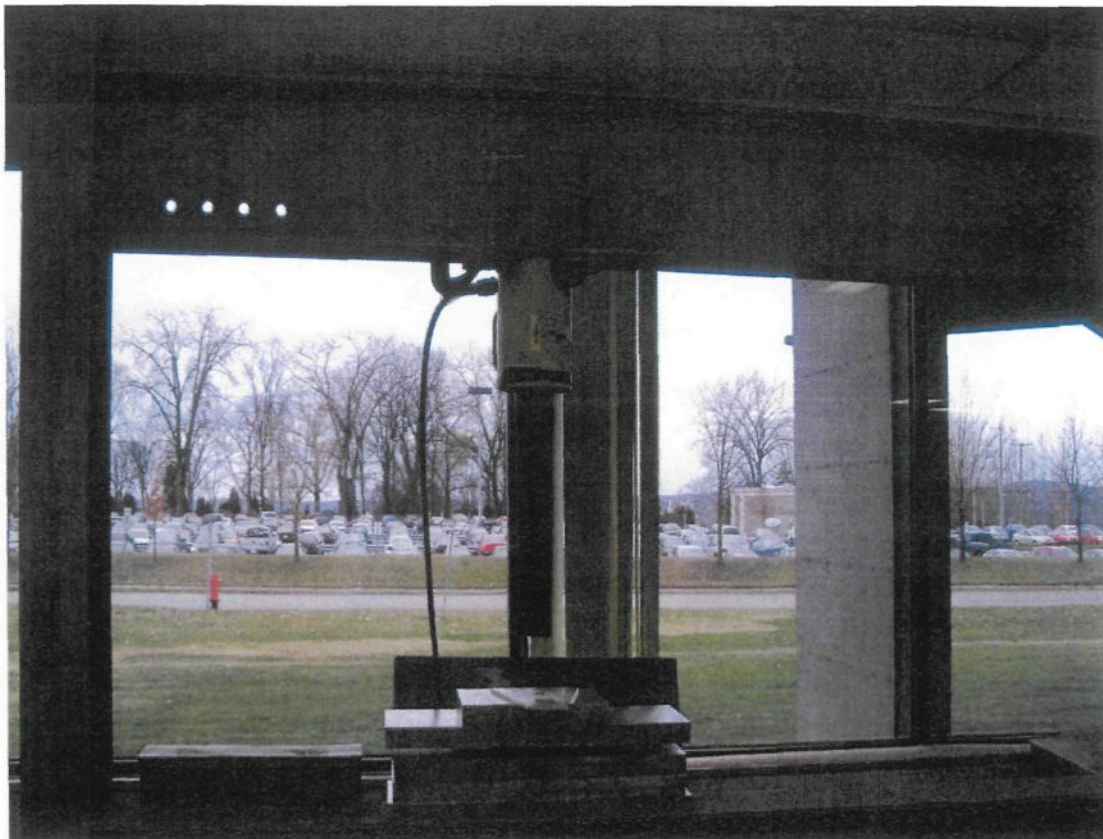


Figure 4-11 : L'encastrement utilisé lors de l'expérimentation.

À cet égard, nous avons utilisé l'analyseur de fréquence EDX-2000A qui représente l'instrument complet d'usage universel qui peut mesurer des signaux de moniteur, de disque

et de processus de diverses sondes. L'évaluation des réponses en fréquences engendrées à partir des pièces simples et complexes en utilisant cet analyseur est l'outil principal dans la détection des fréquences de résonance. L'instrument commence à mesurer selon des conditions préréglées et peut simultanément prélever des signaux dans 32 canaux à 100 [kHz]. Un disque intégré de grande capacité permet un stockage approximatif de 1.7 heures de données pour les 32 canaux lors du prélèvement à 10 [kHz].

Les données traitées et enregistrées peuvent facilement être transférées dans cet analyseur, ou différées à un PC. En outre, EDX-2000A permet l'enregistrement des mémos, des messages vocaux, et la reproduction analogue des données enregistrées avec une carte facultative de DA.



Figure 4-12: L'analyseur de fréquence EDX-2000A.

Par manque d'accéléromètre adaptif à l'analyseur KYOWA[®], nous avons opté pour le premier type d'analyseur de fréquence ROCKLAND[®].

L'utilisation des accéléromètres pendant la phase de notre expérience est essentielle, car ils génèrent des amplitudes, des déplacements et des phases appropriés à la gamme de fréquences engendrée à partir des pièces utilisées. On peut définir un accéléromètre comme un capteur sismique linéaire qui produit une charge électrique proportionnelle à l'accélération appliquée. Un modèle simple d'un accéléromètre est montré sur la Figure 4-13.

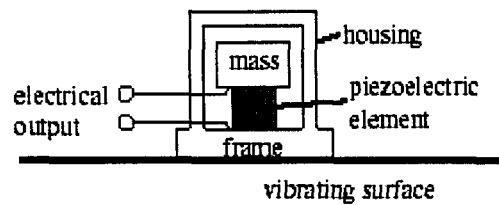


Figure 4-13: Configuration schématique d'un accéléromètre.

Toute structure possède un certain nombre de fréquences et modes propres, sous sollicitations aléatoires (comme utilisation sur route ou excitation par un bruit blanc tel qu'illustré dans la Figure 4-14). La réponse dynamique est une combinaison de ces modes. Il est à noter que les modes de basses fréquences sont les modes dominants (w_1, w_2, w_3, \dots) [40, 41].

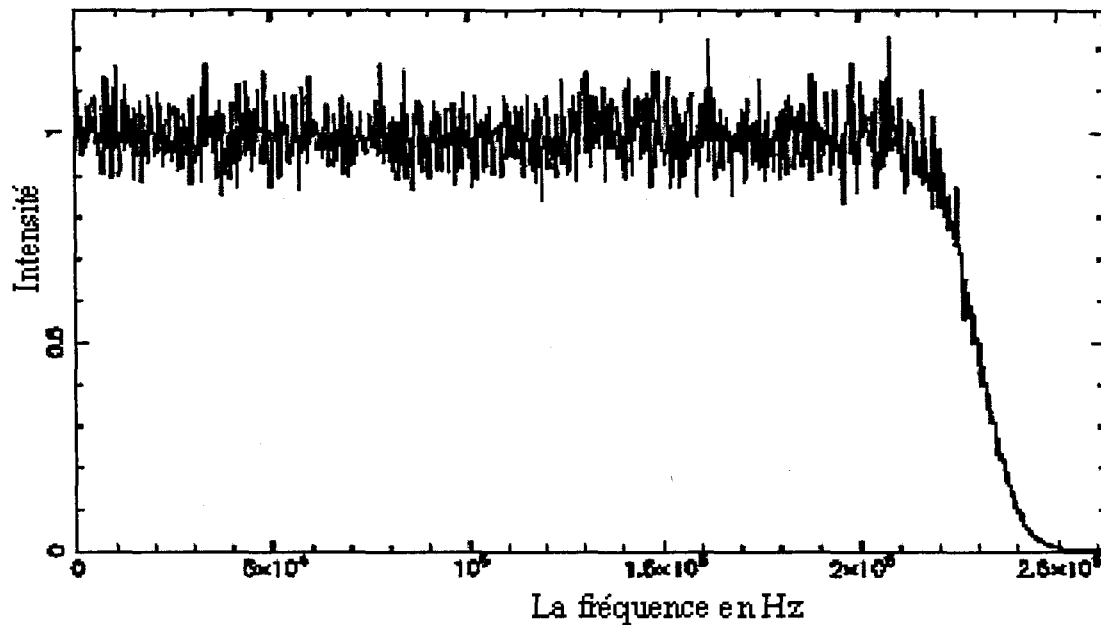


Figure 4-14: Spectre artificiel du bruit blanc.

Le signal simulé prélevé est une rangée flottante de points qui est la somme d'un ou de plusieurs sinusoïdes des amplitudes indiquées et d'une quantité d'une bande limitée choisie du bruit blanc. Le composant du bruit est produit par un générateur de nombres aléatoires avec une distribution d'amplitude (gaussienne) normale. Cette rangée de données de bruit est obtenue par la racine carrée de la transformée de Fourier d'une fonction de filtre passe-bas (lowpass) pour produire le spectre de bruit montré par la Figure 4-14.

Les figures (Figure 4-15, Figure 4-16 et Figure 4-17) sont les réponses fréquentielles de la validation expérimentale de la pièce trapézoïdale à différentes épaisseurs respectivement comme suit : ($h_1 = 1/4$ pouce, $h_2 = 1/2$ pouce et $h_3 = 1$ pouce).

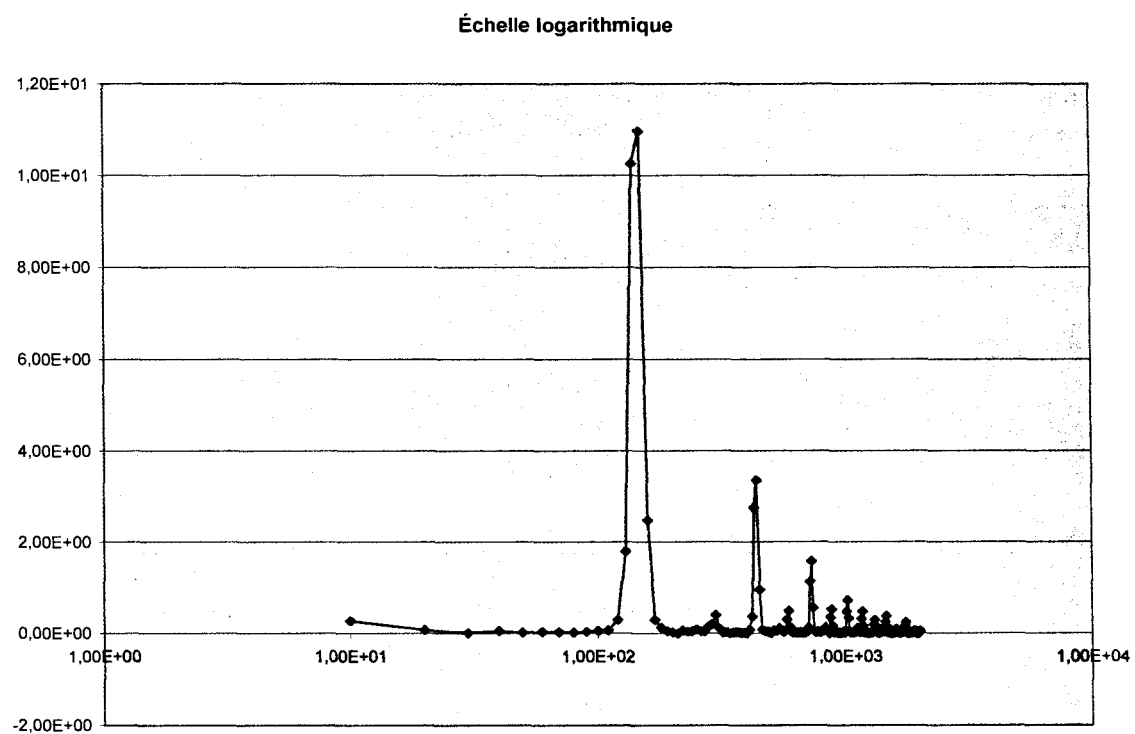
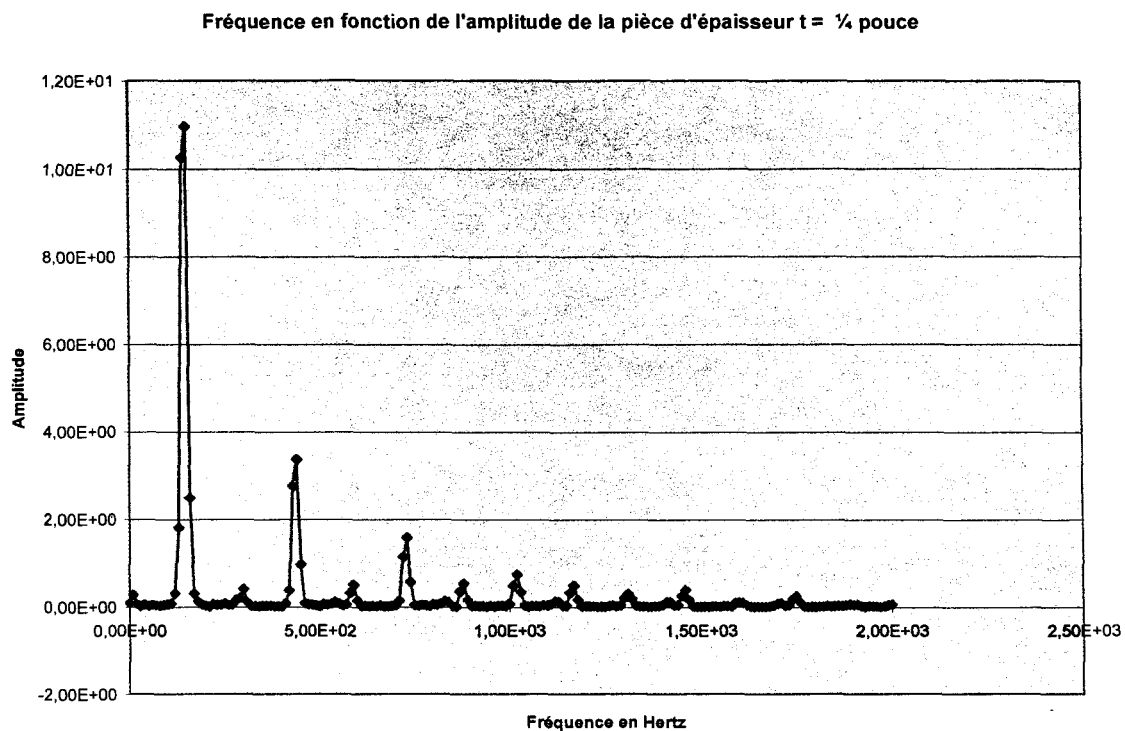
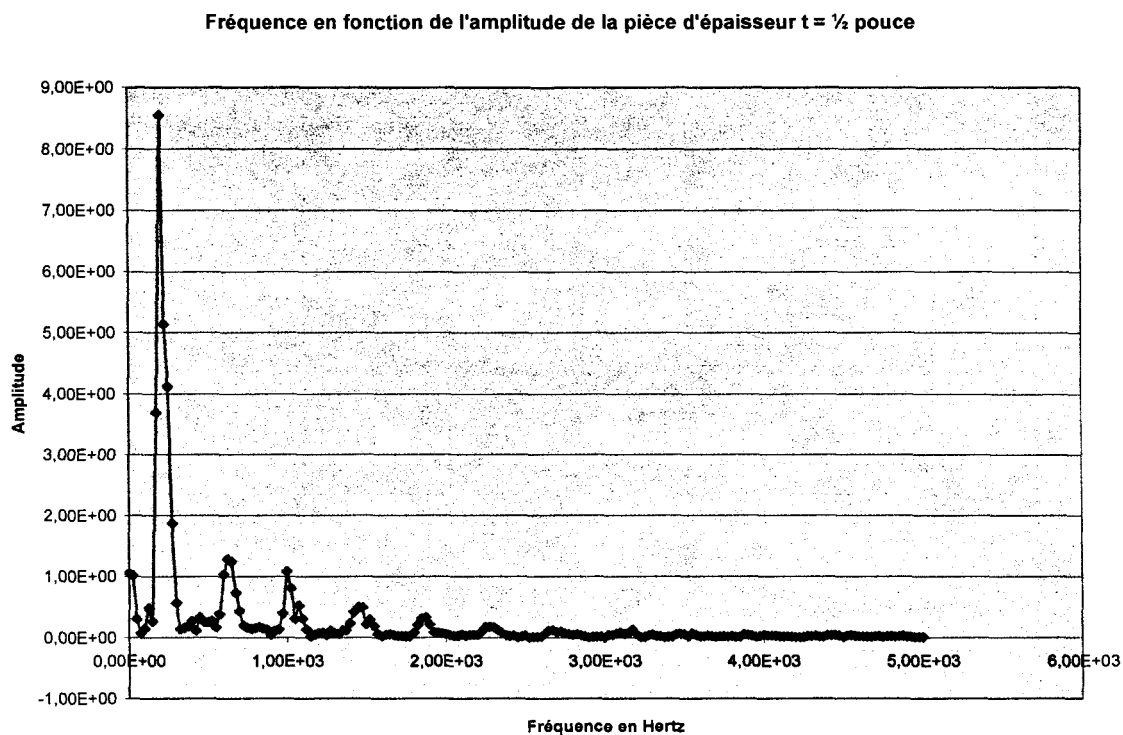


Figure 4-15 : Réponse expérimentale de la première pièce.



Échelle logarithmique

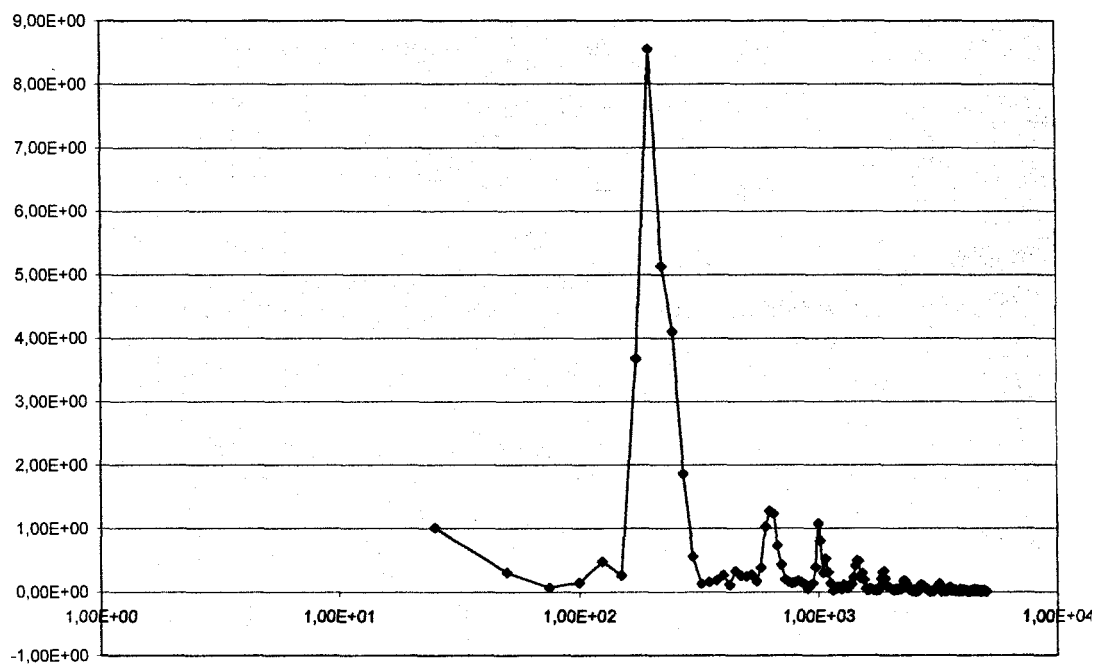


Figure 4-16 : Réponse expérimentale de la deuxième pièce.

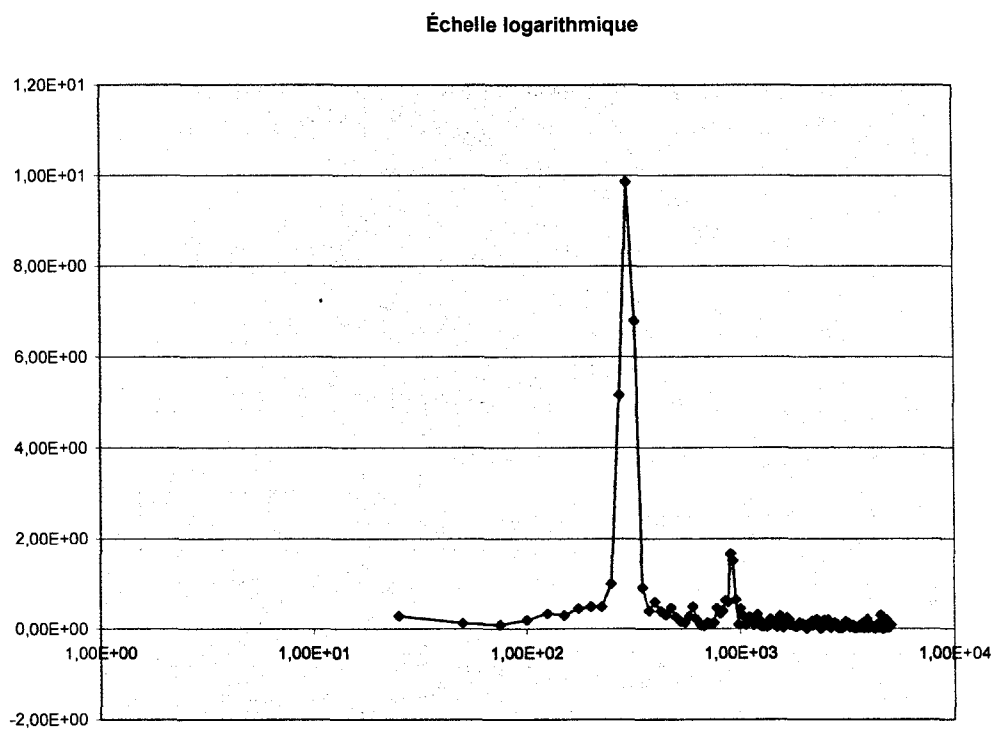
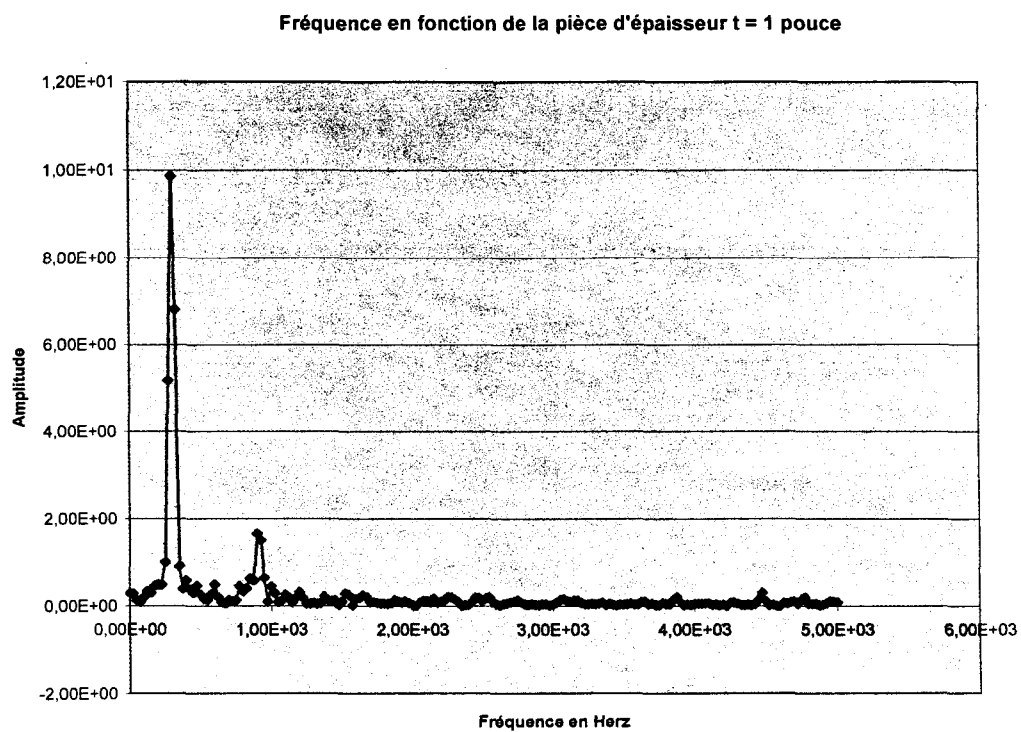


Figure 4-17 : Réponse expérimentale de la troisième pièce.

4.4 Comparaison des résultats :

À partir de la résolution fréquentielle des trois méthodes pour les trois pièces à différentes épaisseurs, nous obtenons les résultats illustrés dans les tableaux et les figures suivants.

La puissance de la méthode analytique de Rayleigh-Ritz réside dans le choix de la fonction admissible. C'est une méthode approximative très précise dans la détermination des premières fréquences propres. La méthode de simulation numérique par le logiciel de calcul numérique ABAQUS® représente un outil efficace pour des pièces complexes; par contre, la méthode expérimentale est complexe et coûteuse.

Les résultats de la réponse fréquentielle illustrés dans les tableaux (Tableau 4-7, Tableau 4-8 et Tableau 4-9) et schématisés dans les figures (Figure 4-18, Figure 4-19 et Figure 4-20) sont satisfaisants et semblables, en particulier pour le premier mode; par contre, la validation expérimentale de la réponse fréquentielle de la deuxième et la troisième pièce donne une variation de l'ordre de 18.6 % et de 47.5 % respectivement.

Nous constatons que l'exactitude de la réponse fréquentielle lors de l'expérimentation dépend de plusieurs paramètres parmi lesquels le local, l'encastrement, les propriétés de l'alliage utilisé par rapport à l'alliage simulé et l'état de surface de la pièce ...(etc.).

Numéro du mode	Méthode simulation (ABAQUS)	Méthode analytique (MATLAB)	Méthode expérimentale
1	187.85	187.31	150
2	604.04	1046	590
3	1019.7	2838.5	1020
4	1764.9	5818.3	1170

Tableau 4-7 : Réponse fréquentielle des trois méthodes de la première pièce.

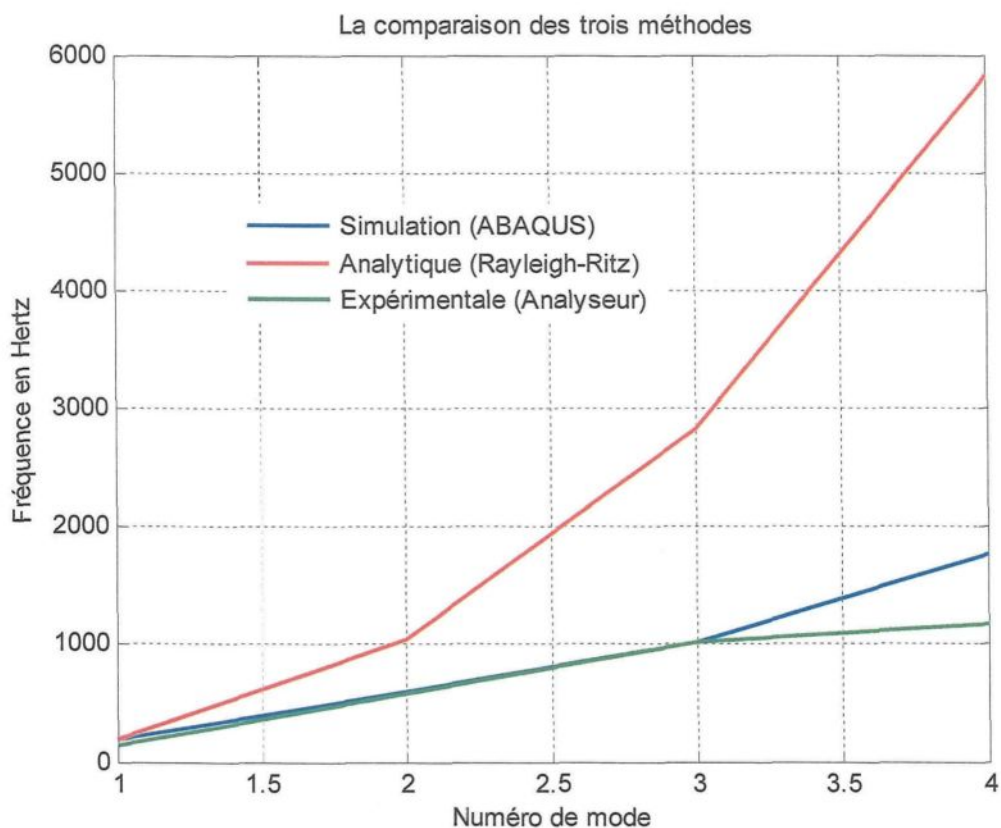


Figure 4-18: Réponse fréquentielle des trois méthodes de la première pièce.

Numéro du mode	Méthode simulation (ABAQUS)	Méthode analytique (MATLAB)	Méthode expérimentale
1	390.79	386.88	200
2	1215.9	2160.7	1880
3	2093.3	5862.9	2030
4	3490.6	12018	2073

Tableau 4-8 : Réponse fréquentielle des trois méthodes de la deuxième pièce.

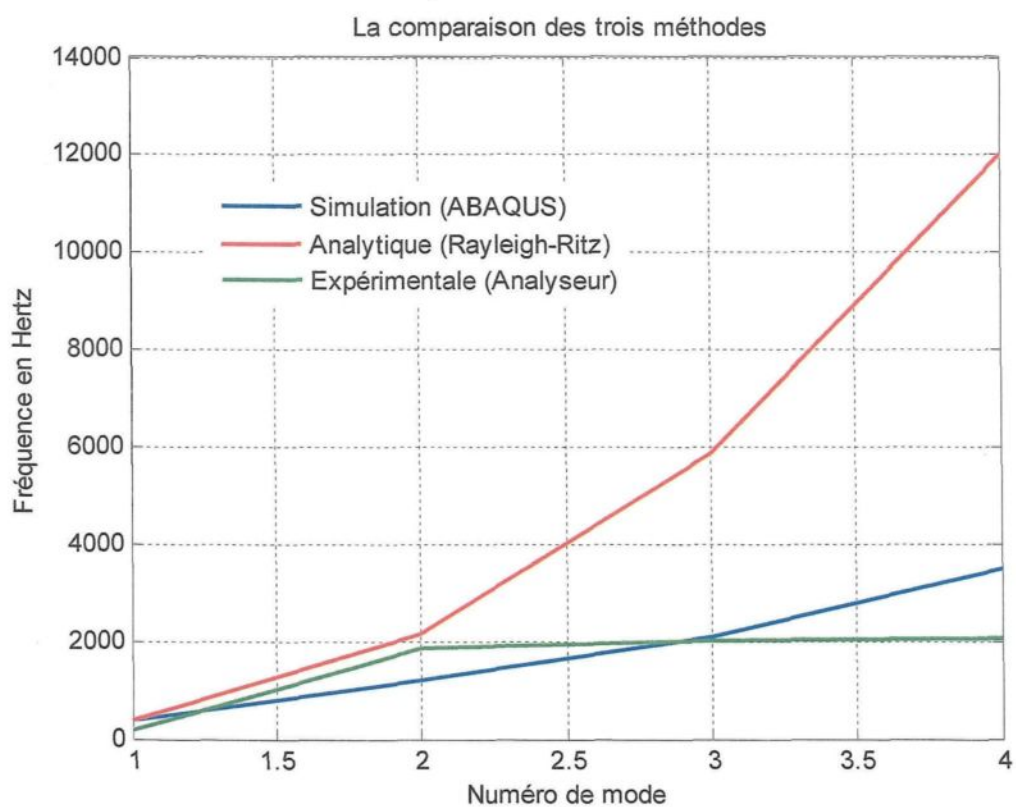


Figure 4-19 : Réponse fréquentielle des trois méthodes de la deuxième pièce.

Numéro du mode	Méthode simulation (ABAQUS)	Méthode analytique (MATLAB)	Méthode expérimentale
1	778.46	775.56	300
2	2298.7	4331.4	900
3	3494.6	11753	3880
4	3919.7	24091	4480

Tableau 4-9 : Réponse fréquentielle des trois méthodes de la troisième pièce.

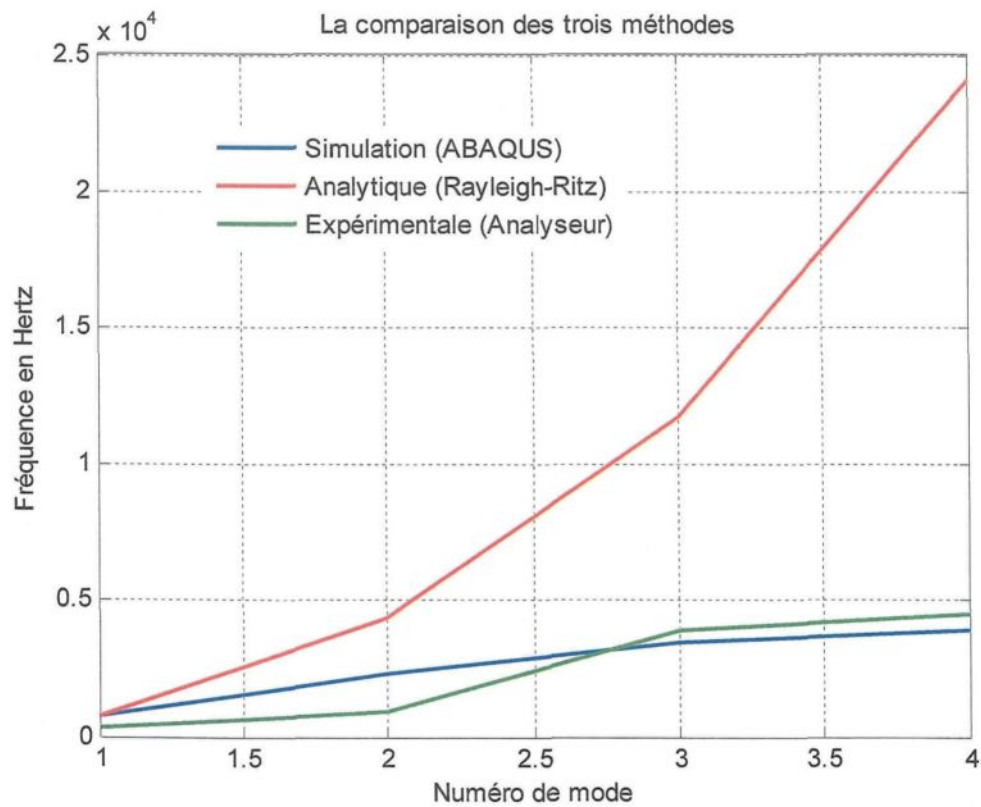


Figure 4-20 : Réponse fréquentielle des trois méthodes de la troisième pièce.

CHAPITRE 5

DÉVELOPPEMENT ET OPTIMISATION DE LA PIÈCE

CHAPITRE 5

DÉVELOPPEMENT ET OPTIMISATION DE LA PIÈCE

5.1 Optimisation de la structure de la pièce :

L'optimisation de la pièce en utilisant la méthode ESO basée sur la charge statique est le moyen efficace pour arriver à une géométrie optimale appropriée, en prenant en considération les caractéristiques dynamiques telles que la concentration des contraintes de chaque forme d'optimisation. Dans ce contexte, nous appliquons une force statique d'une valeur de 1200 N comme montré sur la Figure 5-1.

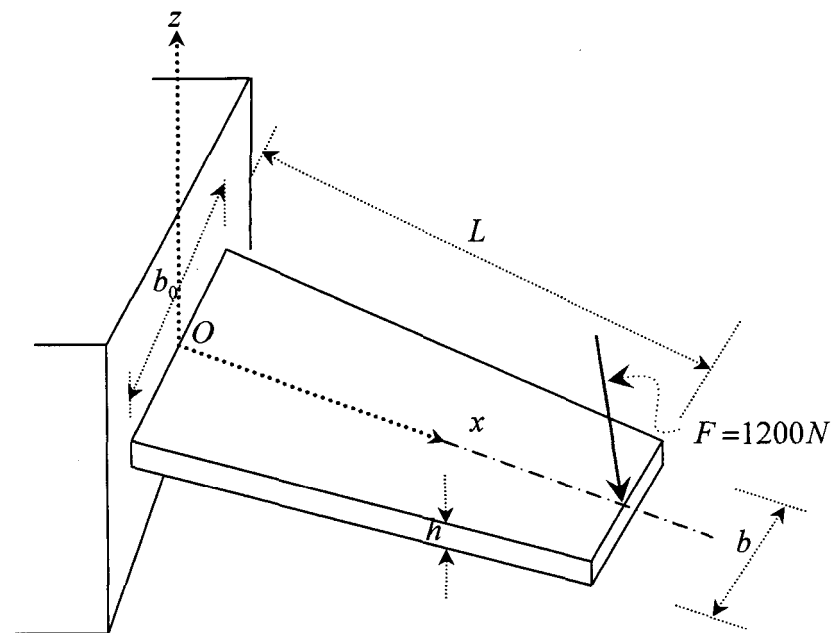


Figure 5-1 : Application de la force.

Le logiciel de simulation numérique nous génère la distribution de contrainte de Von-Mises le long de la pièce comme illustré ci-après dans la figure suivante.

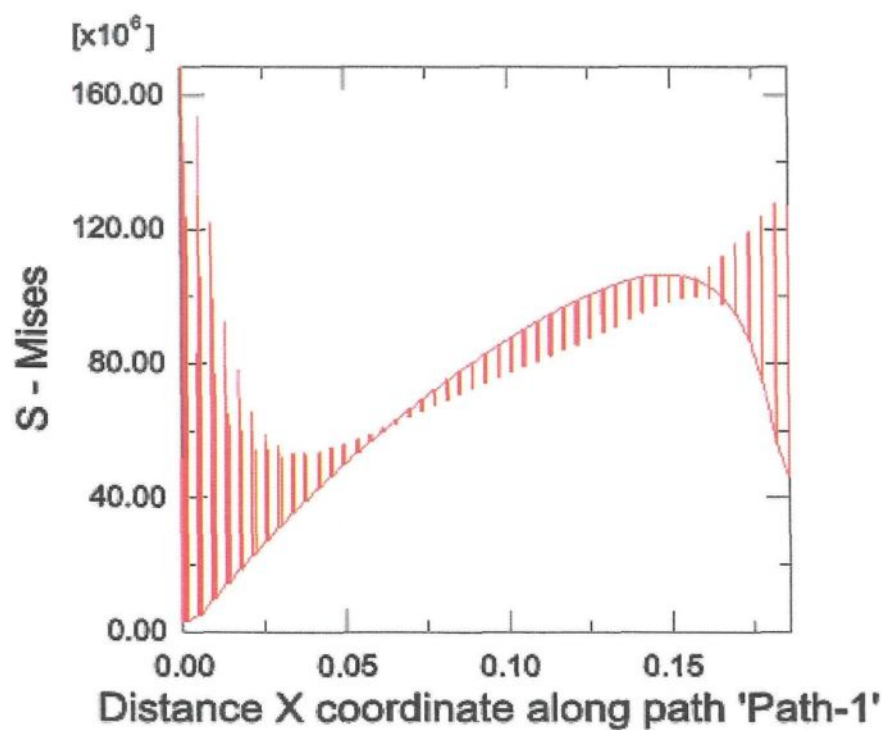
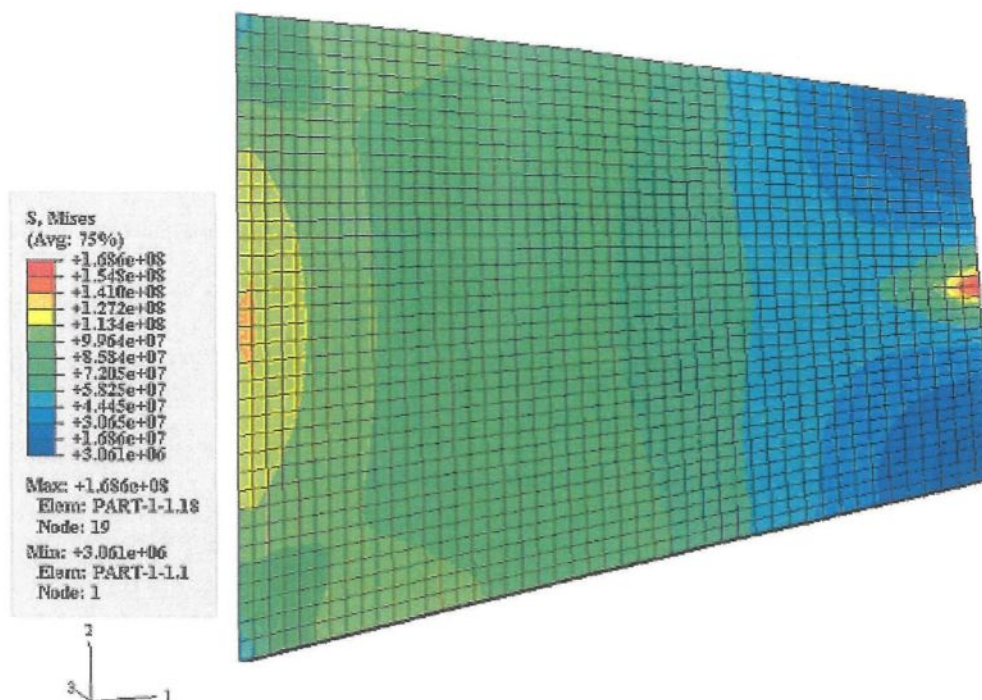


Figure 5-2: Distribution nodale de la contrainte de Von-Mises le long de la pièce.

En se servant de la distribution de la contrainte de Von-Mises de la Figure 5-2 et en utilisant la méthode d'optimisation ESO basée sur l'effort nous proposons trois processus d'optimisation comme montré sur la Figure 5-3.

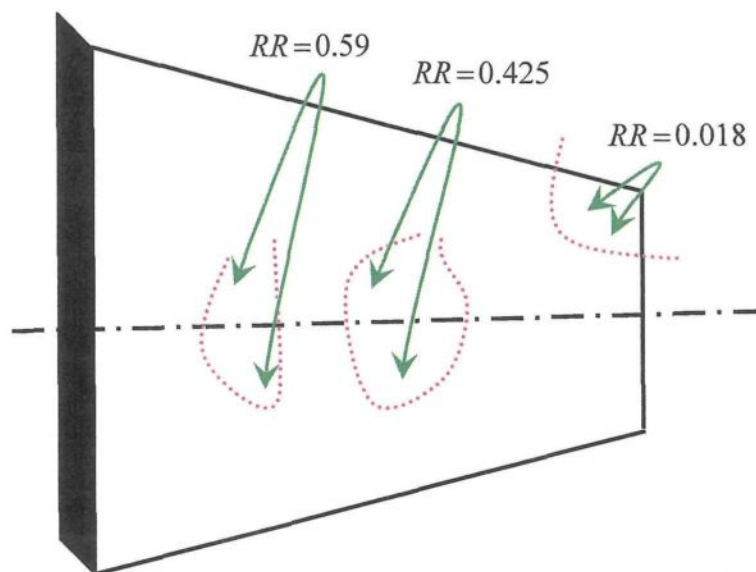


Figure 5-3: Rapport de rejet pour différents processus d'optimisation.

Nous avons développé une interface sur le logiciel de simulation numérique MATLAB[®] et ceci dans le cadre de l'optimisation de la pièce en tenant compte du comportement dynamique et en nous basant sur la méthode ESO. Cette interface s'exécute avec la réponse de la distribution de la contrainte élémentaire de Von-Mises. Par la suite, nous localisons les géométries à optimiser en nous basant sur une limite du rapport de rejet d'optimisation. Nous schématisons cette première démarche des différents processus d'optimisation en fonction du rapport de rejet représenté par la Figure 5-4 et la Figure 5-5.

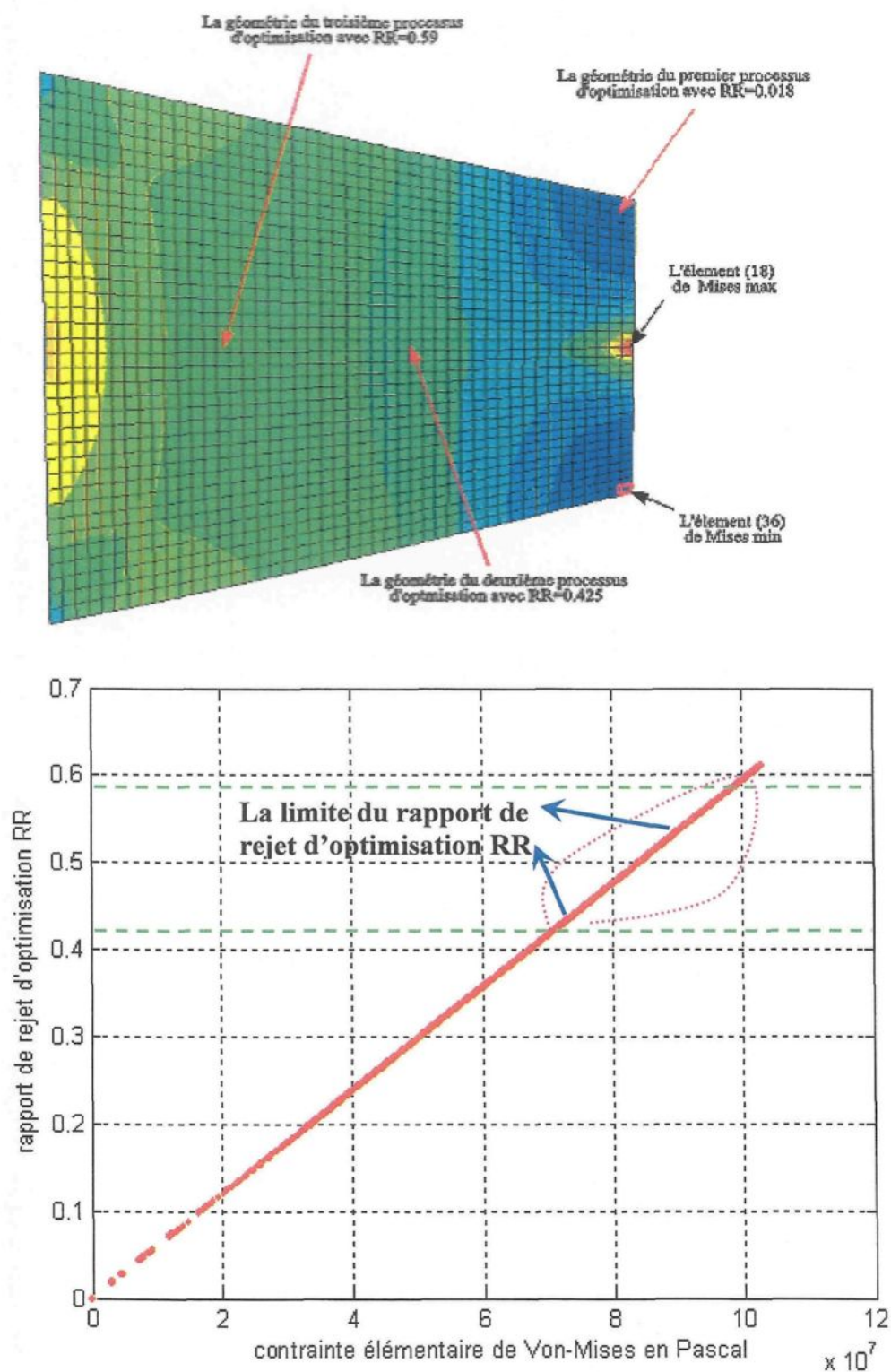


Figure 5-4: Intervalle de la limite du rapport de rejet d'optimisation RR.

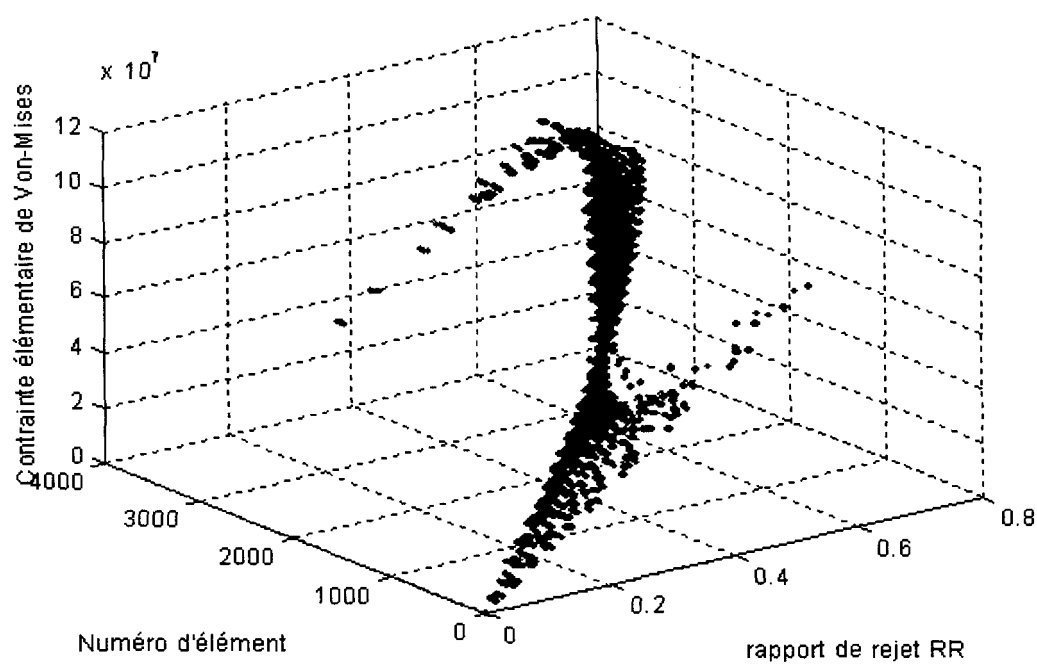
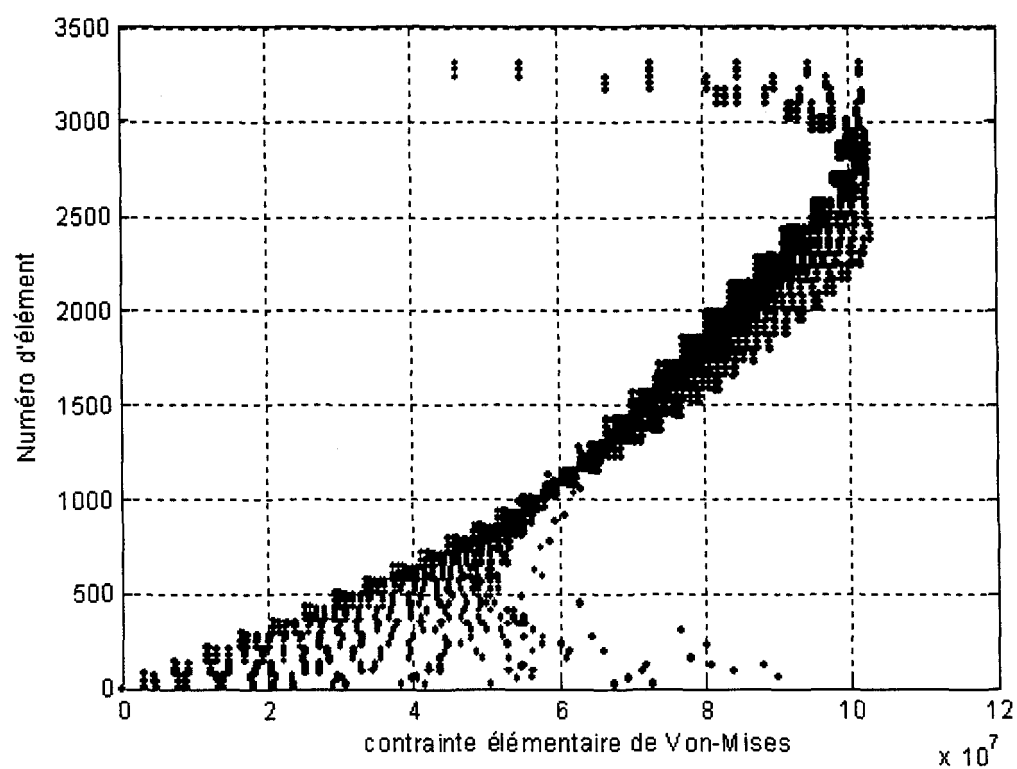


Figure 5-5: Contrainte élémentaire de Von-Mises en fonction du rapport de rejet.

5.1.1 Premier processus d'optimisation :

Nous commençons à optimiser la structure de la pièce en utilisant le rapport de rejet minimal correspondant au rapport de la contrainte de Von-Mises minimale par rapport à la contrainte de Von-Mises maximale et qui est égale dans notre cas à la valeur $RR = 0.018$.

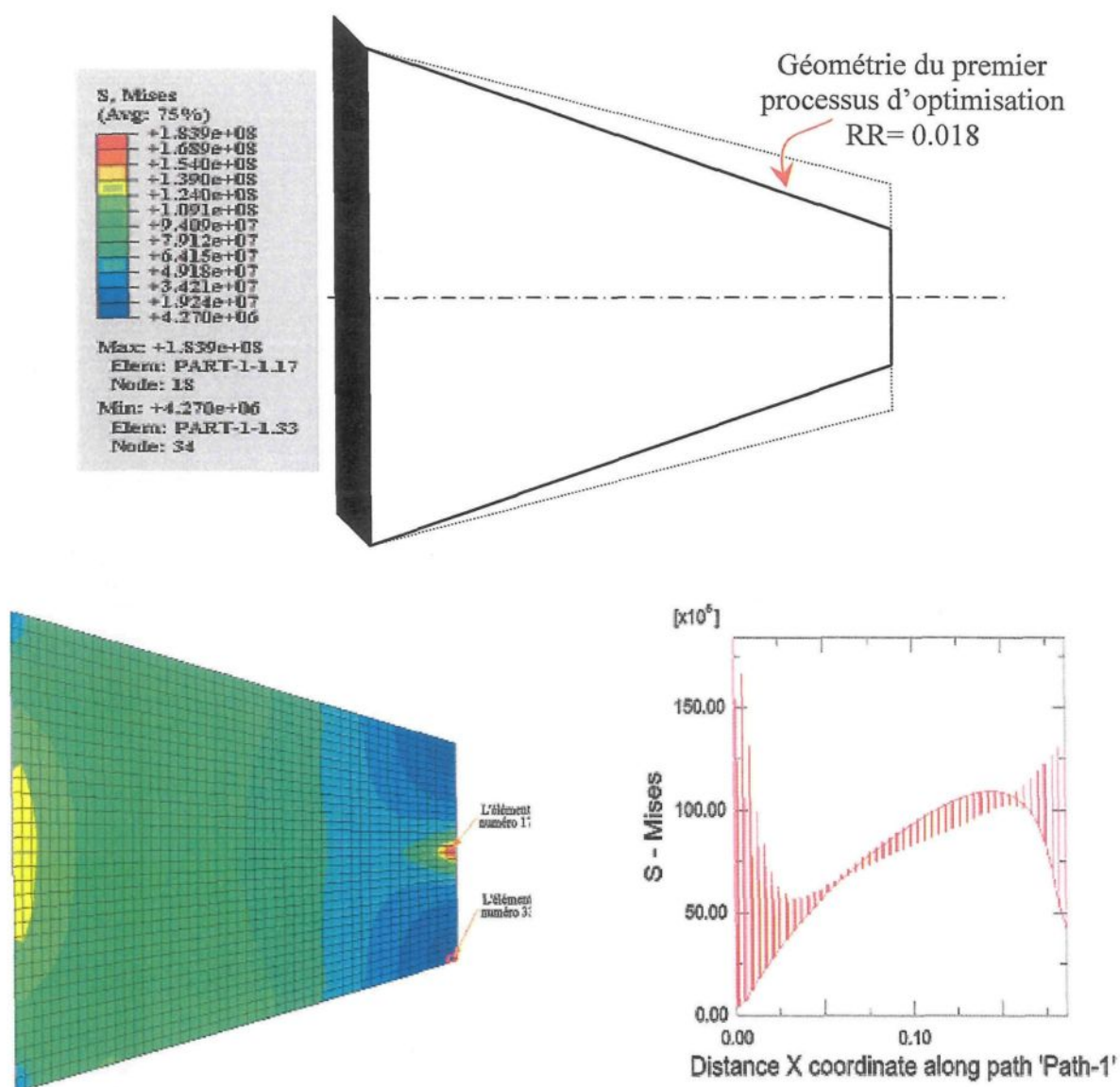


Figure 5-6 : Premier processus d'optimisation.

5.1.2 Deuxième et troisième processus d'optimisation :

Dans le deuxième et le troisième processus d'optimisation, nous traitons trois formes d'optimisation (cercle, ellipse et carré) afin de mieux choisir la forme la moins sollicitée.

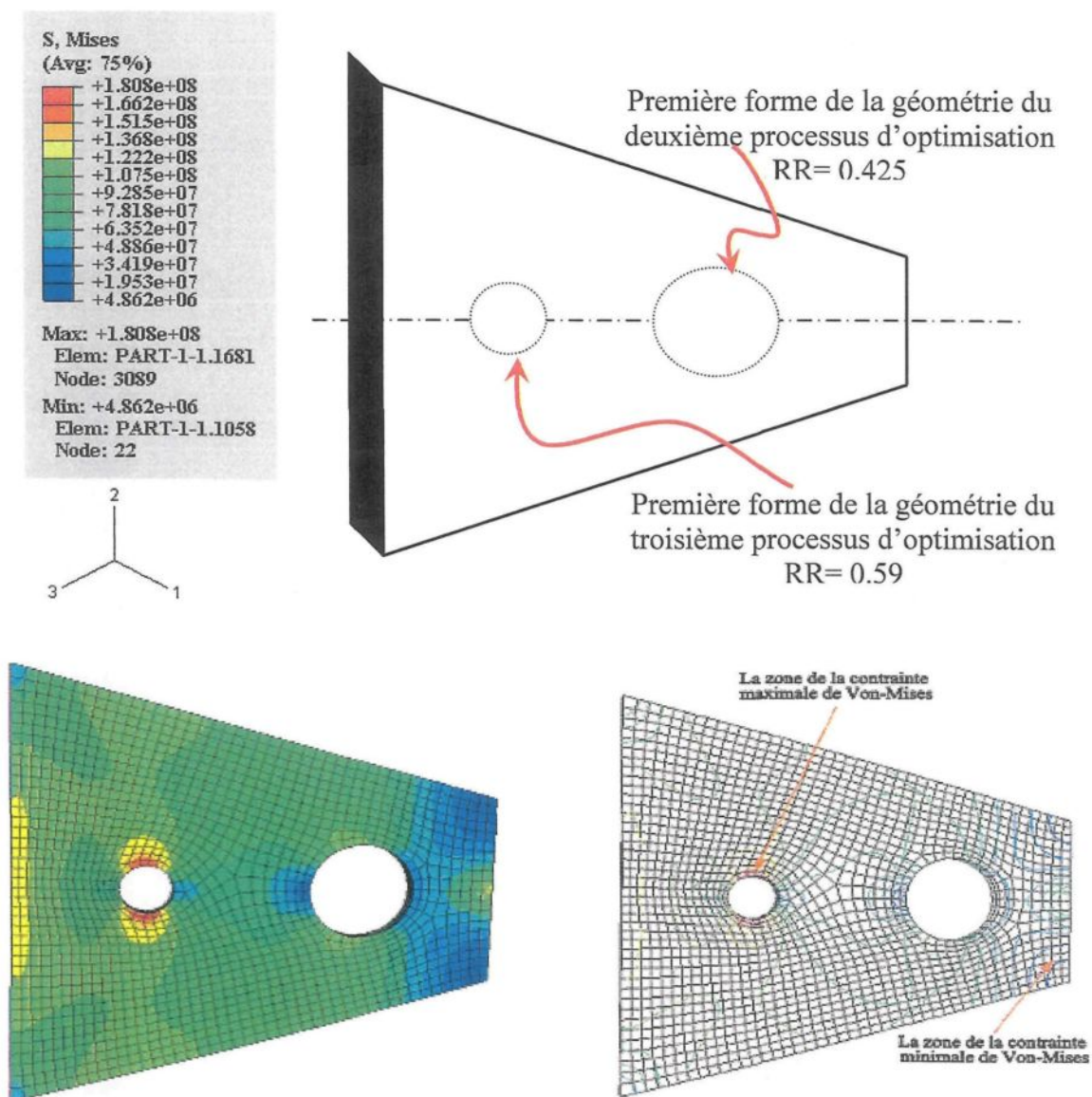


Figure 5-7 : Deuxième et troisième processus d'optimisation de la première forme.

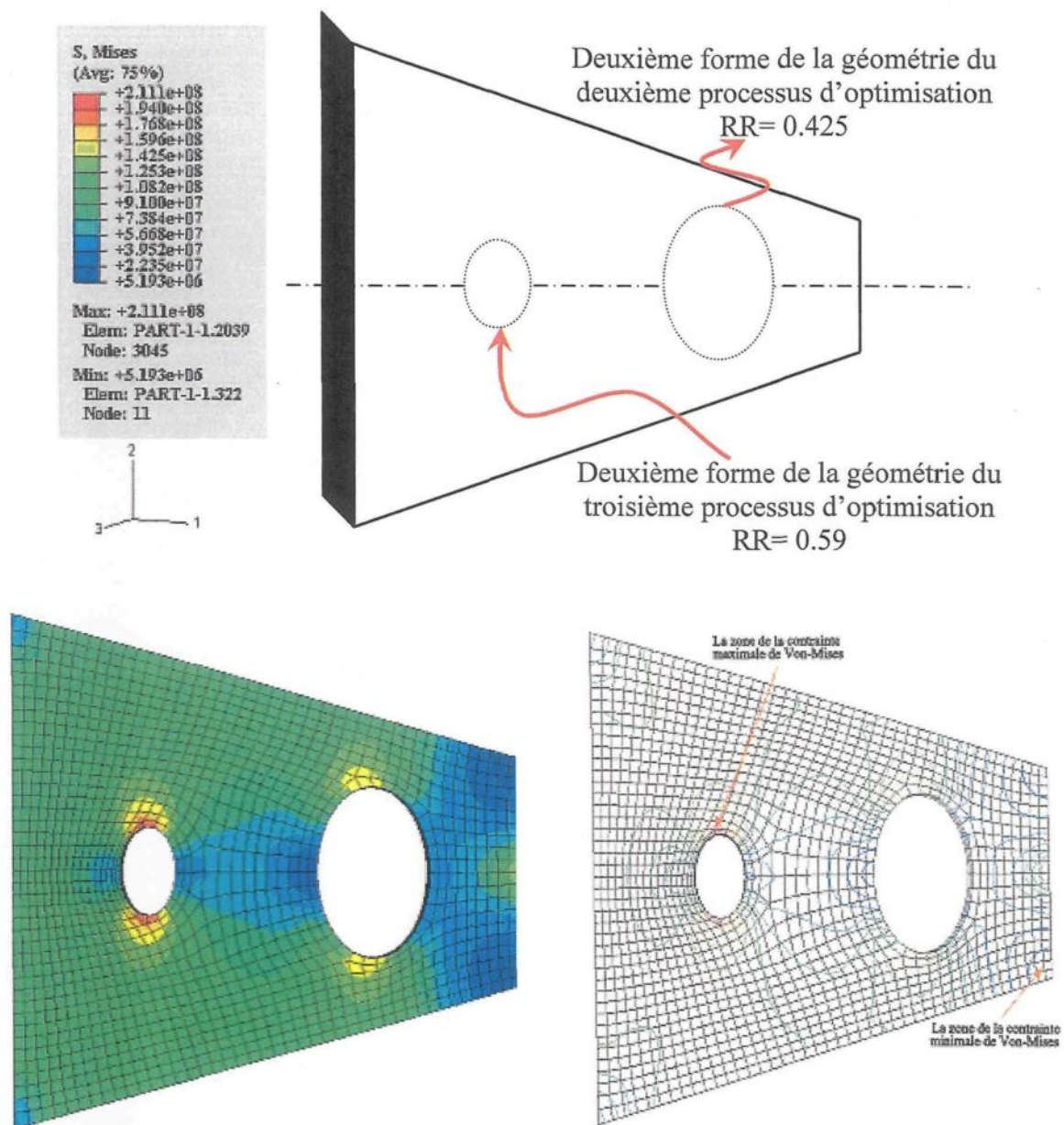


Figure 5-8 : Deuxième et troisième processus d'optimisation de la deuxième forme.

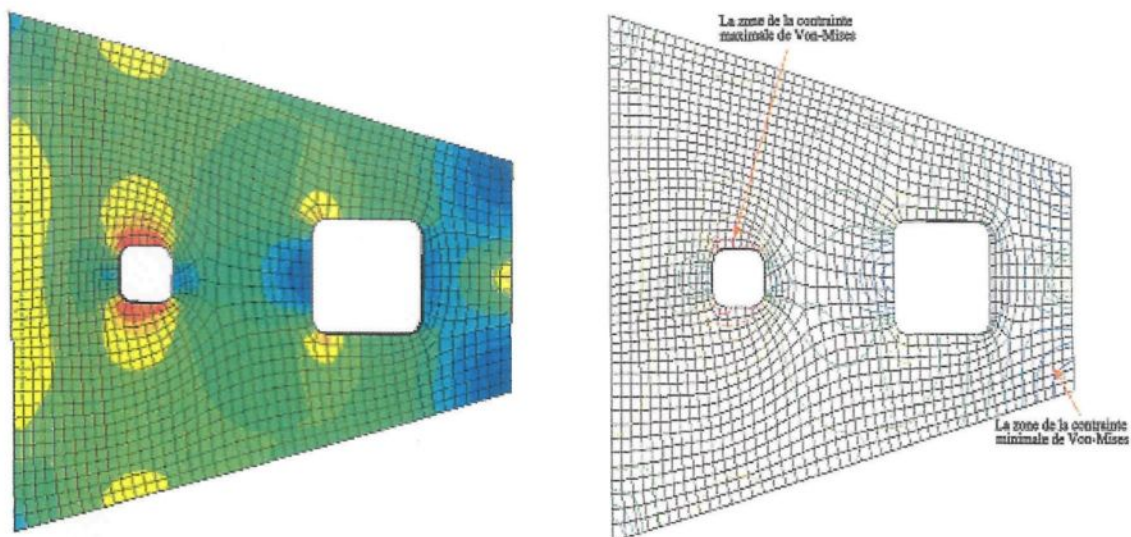
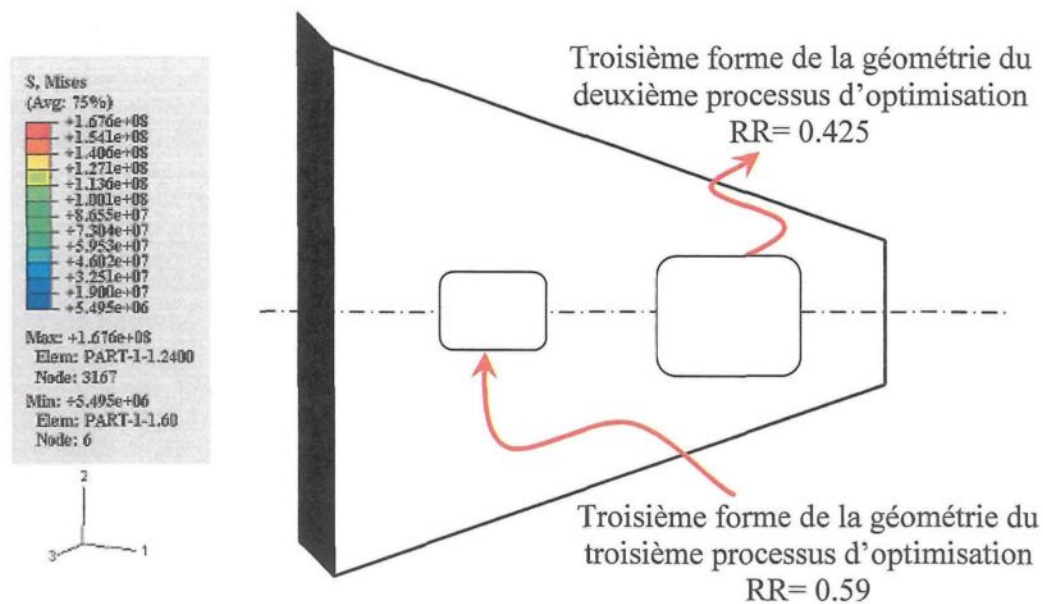


Figure 5-9 : Deuxième et troisième processus d'optimisation de la troisième forme.

5.1.3 Étude de la concentration de contrainte :

La forme de la géométrie du deuxième et troisième processus d'optimisation de la pièce entraîne des perturbations importantes dans la répartition des contraintes de Von-Mises selon les chemins (A, B et C) représentés dans les figures suivantes :

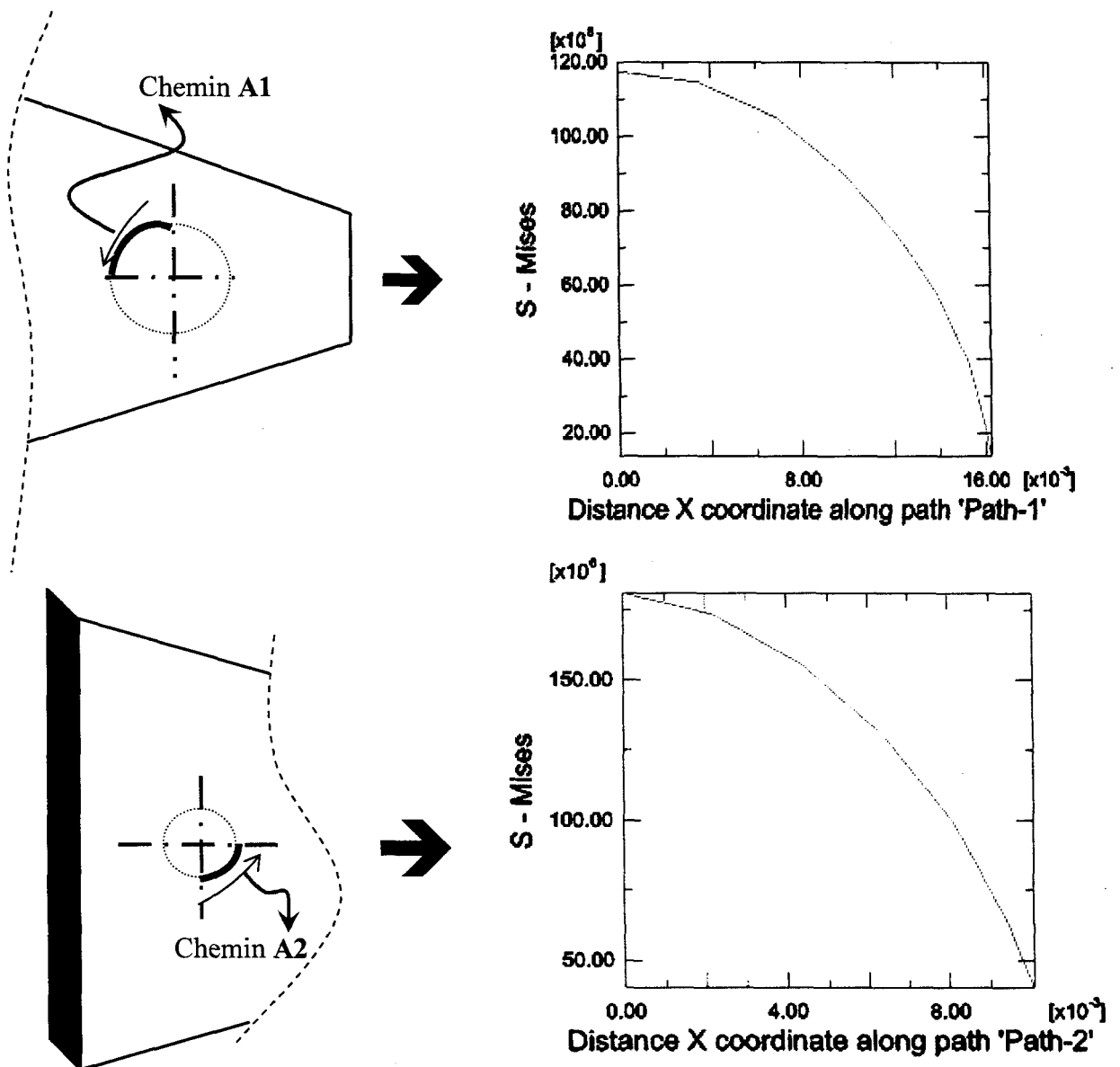


Figure 5-10 : Distribution de la contrainte nodale de Von-Mises selon le chemin A.

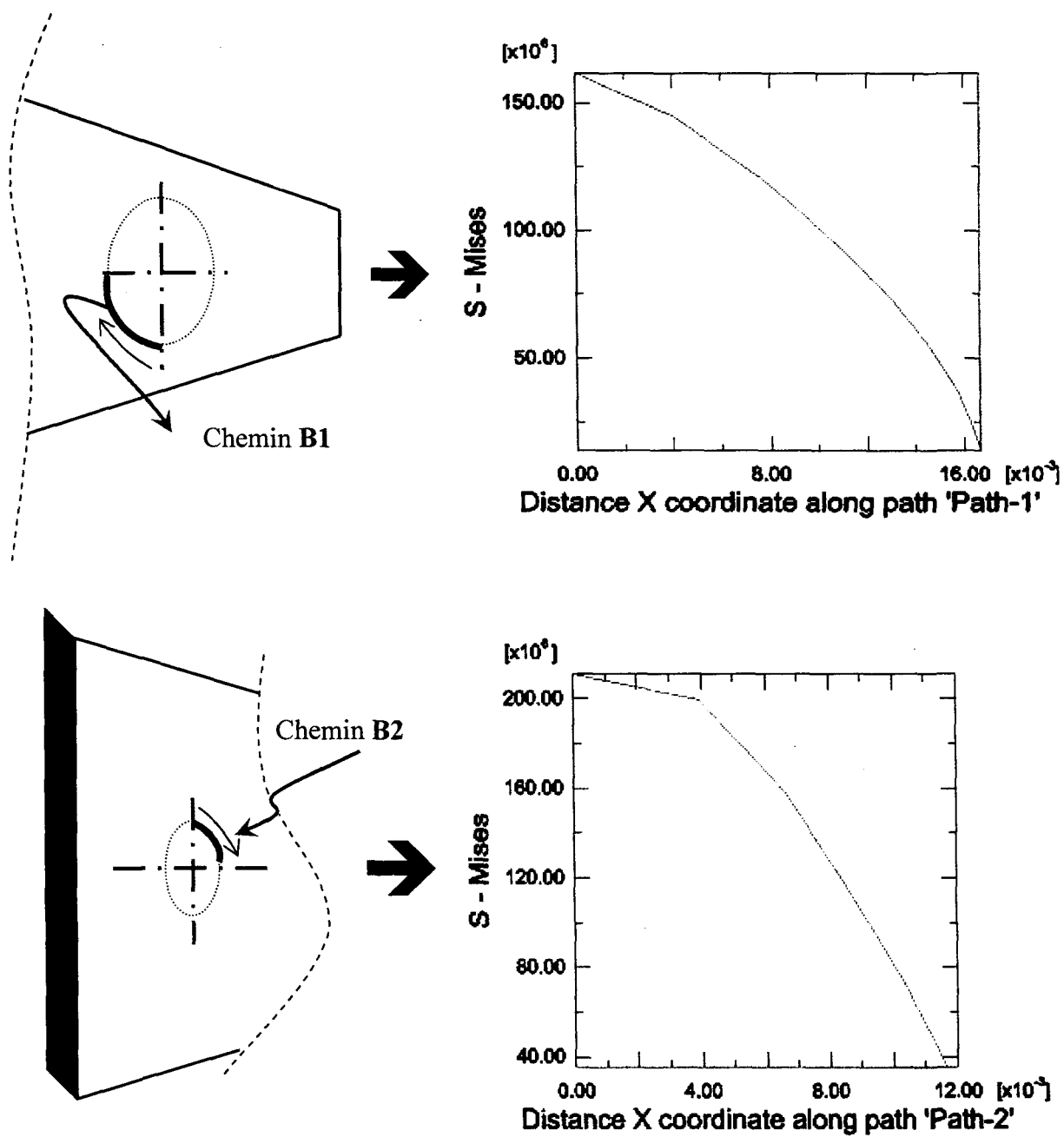


Figure 5-11 : Distribution de la contrainte nodale de Von-Mises selon le chemin B.

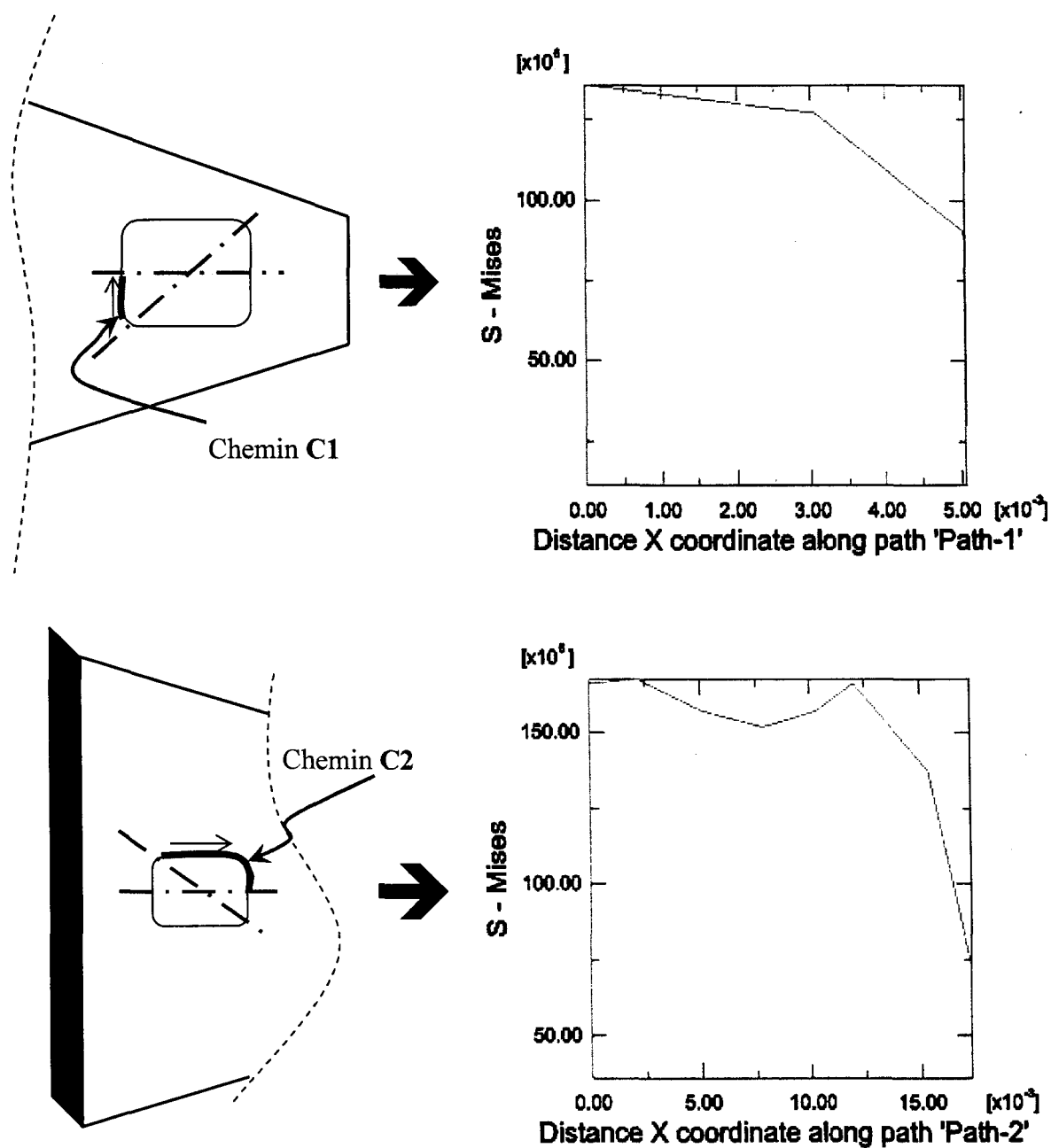


Figure 5-12 : Distribution de la contrainte nodale de Von-Mises selon le chemin C.

Nous traitons le deuxième et le troisième processus d'optimisation pour chaque forme en considérant les chemins de la distribution de la contrainte de Von-Mises pour une étude détaillée de la concentration de la contrainte élémentaire de Von-Mises. Le phénomène est similaire à celui qui affecte un liquide s'écoulant dans un canal dont la section change brusquement, une forte turbulence se produit à l'endroit du changement de la section. Le rapport entre la valeur de la contrainte réelle maximale agissant au niveau de la section réduite et celle de la contrainte nominale qui agirait uniformément au niveau de la même section est appelé facteur de concentration de contrainte K_t :

$$K_t = \text{Contrainte maximale} / \text{Contrainte nominale à la section réduite} \quad (5.1)$$

Limite élastique d'alliage d'aluminium 6061-T6-T651 $\sigma_y = 275.7904e + 09$	Contrainte élémentaire maximale selon le chemin 1 du deuxième processus d'optimisation avec RR= 0.425	Contrainte élémentaire maximale selon le chemin 2 du troisième processus d'optimisation avec RR= 0.59
Première forme d'optimisation (cercle)	$\sigma_{mises}(1111) = 1.71738e + 08$	$\sigma_{mises}(240) = 1.81487e + 08$
Deuxième forme d'optimisation (ellipse)	$\sigma_{mises}(800) = 1.66892e + 08$	$\sigma_{mises}(718) = 2.15305e + 08$
Troisième forme d'optimisation (carré)	$\sigma_{mises}(683) = 1.43858e + 08$	$\sigma_{mises}(1138) = 1.73606e + 08$

Tableau 5-1 : Contrainte maximale de Von-Mises des trois formes selon les trois chemins.

Limite élastique d'alliage d'aluminium 6061-T6-T651 $\sigma_y = 275.7904e + 09$	Contrainte élémentaire minimale selon le chemin 1 du deuxième processus d'optimisation avec RR= 0.425	Contrainte élémentaire minimale selon le chemin 2 du troisième processus d'optimisation avec RR= 0.59
Première forme d'optimisation (cercle)	$\sigma_{mises} (942) = 1.18973e + 07$	$\sigma_{mises} (972) = 3.53012e + 07$
Deuxième forme d'optimisation (ellipse)	$\sigma_{mises} (785) = 1.34959e + 07$	$\sigma_{mises} (773) = 3.42207e + 07$
Troisième forme d'optimisation (carré)	$\sigma_{mises} (563) = 1.05384e + 07$	$\sigma_{mises} (548) = 3.13415e + 07$

Tableau 5-2 : Contrainte minimale de Von-Mises des trois formes selon les trois chemins.

Tous les facteurs K , fournis dans les ouvrages de référence sont rigoureusement exacts, pour peu que le comportement du matériau demeure dans le domaine élastique. Dès qu'une déformation permanente se produit c'est-à-dire lorsque la valeur de σ_{\max} atteint celle de la limite d'écoulement, la géométrie de la perforation se trouve modifiée, et la contrainte n'est plus répartie de la même façon, puisqu'elle ne peut pas dépasser la contrainte d'écoulement du matériau (pour un matériau élastique parfaitement plastique).

5.1.4 Choix de la pièce optimisée :

Nous pouvons alors déduire que plus le rayon de courbure est faible, plus la discontinuité donne naissance à des concentrations de contraintes élevées. Cela nous amène à opter pour la troisième forme d'optimisation. Avec le logiciel de simulation numérique ABAQUS®, nous obtenons les résultats des réponses fréquentielles représentés par la Figure 5-13 à la Figure 5-16 et la distribution des déplacements par la Figure 5-17.

Numéro du mode	Valeur propre	Fréquence en Rad/s	Fréquence en Cycles/s	Masses généralisées
1	1.55598E+06	1247.4	198.53	6.00558E-02
2	1.67344E+07	4090.8	651.07	5.64993E-02
3	3.49345E+07	5910.5	940.69	5.60987E-02
4	1.20600E+08	10982.	1747.8	3.52964E-02

Tableau 5-3 : Réponse en fréquence naturelle.

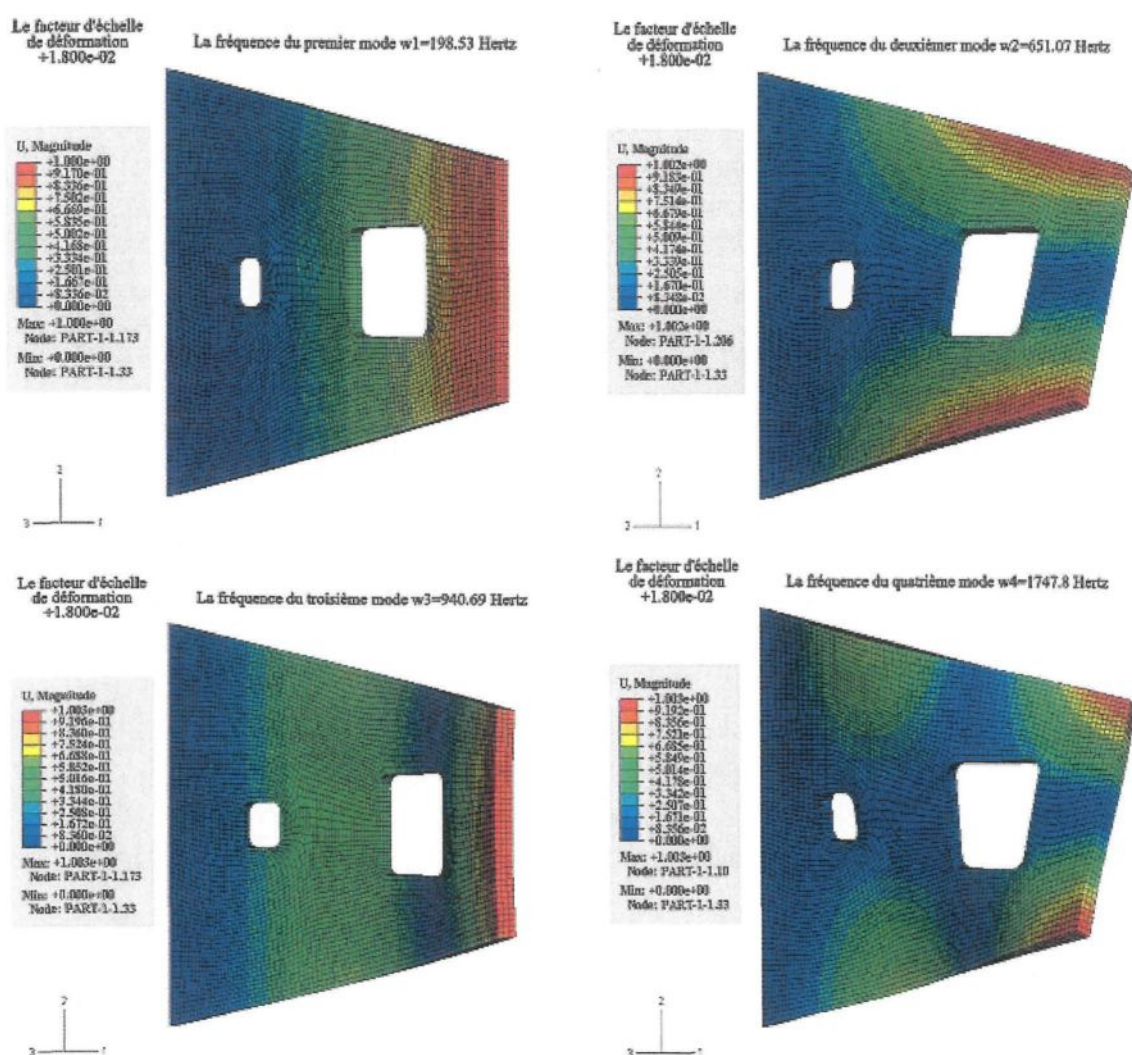


Figure 5-13 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes de la pièce optimisée.

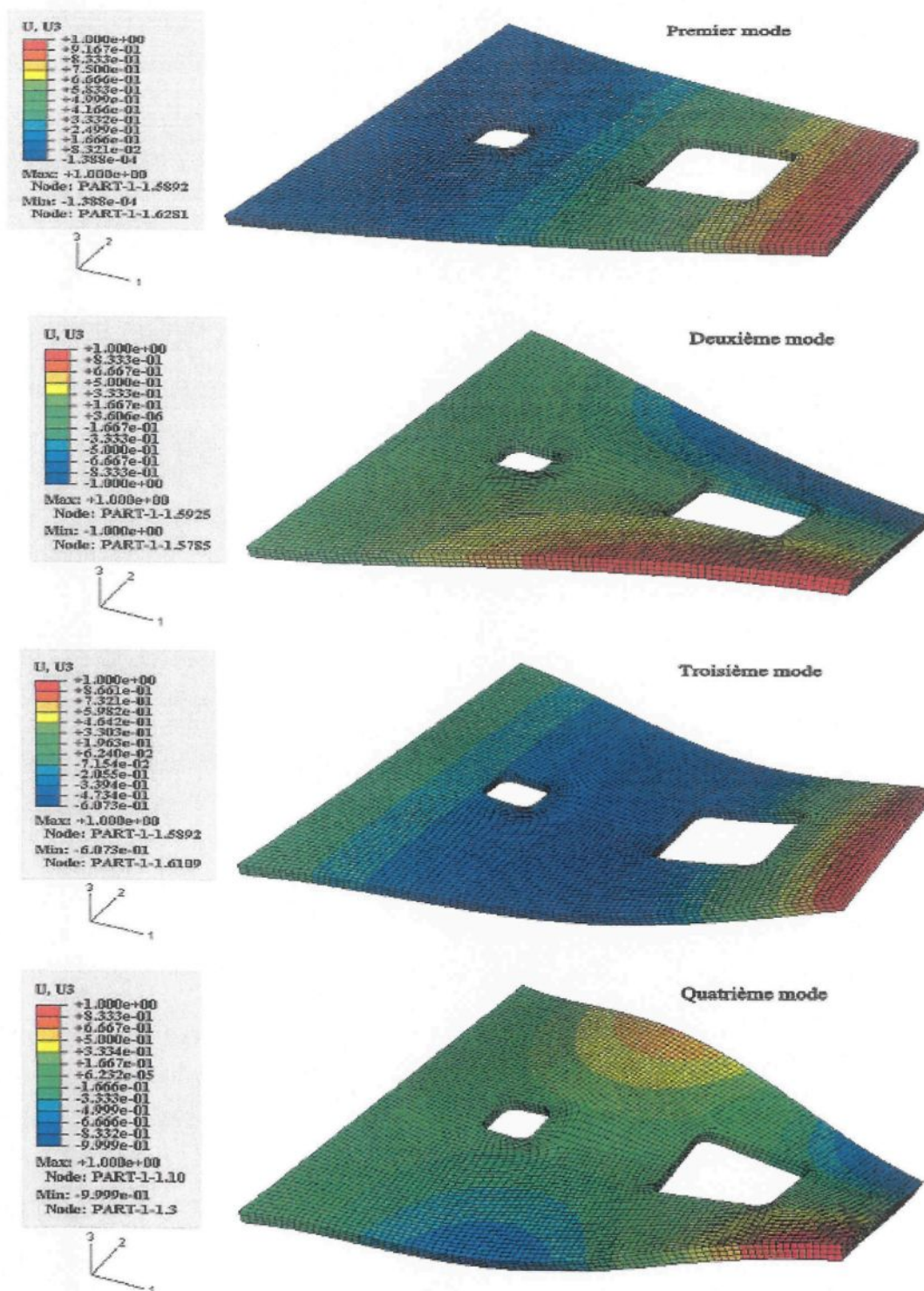


Figure 5-14 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes de la pièce optimisée selon l'axe z (3).

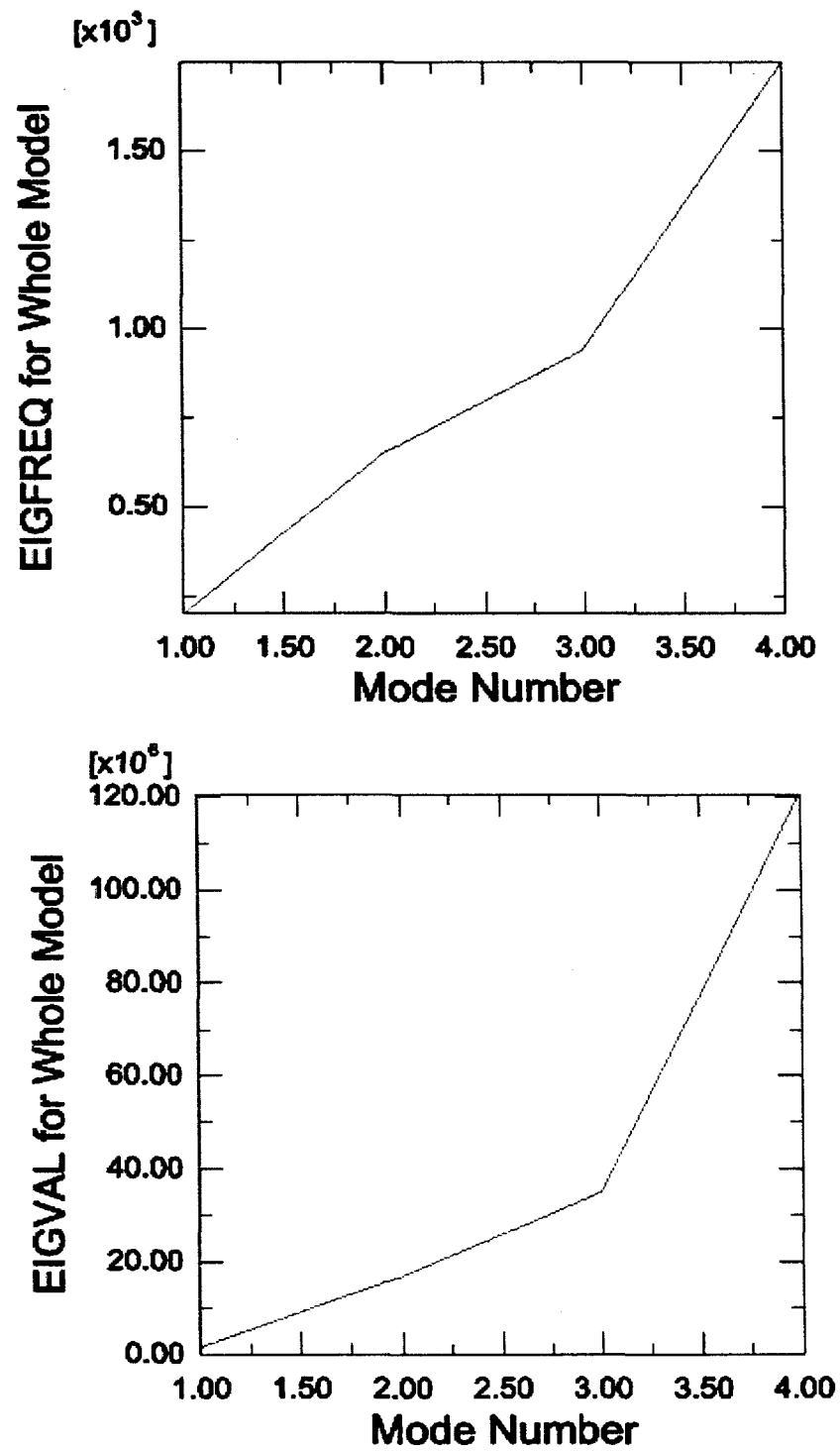


Figure 5-15 : Réponse fréquentielle et la valeur propre de la pièce optimisée.

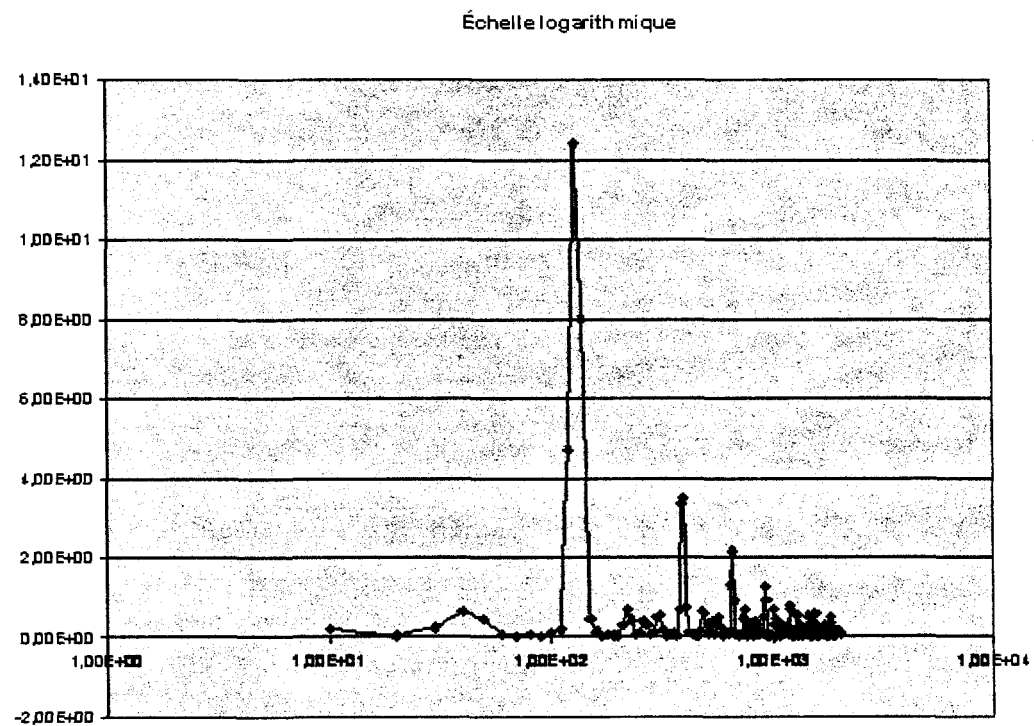
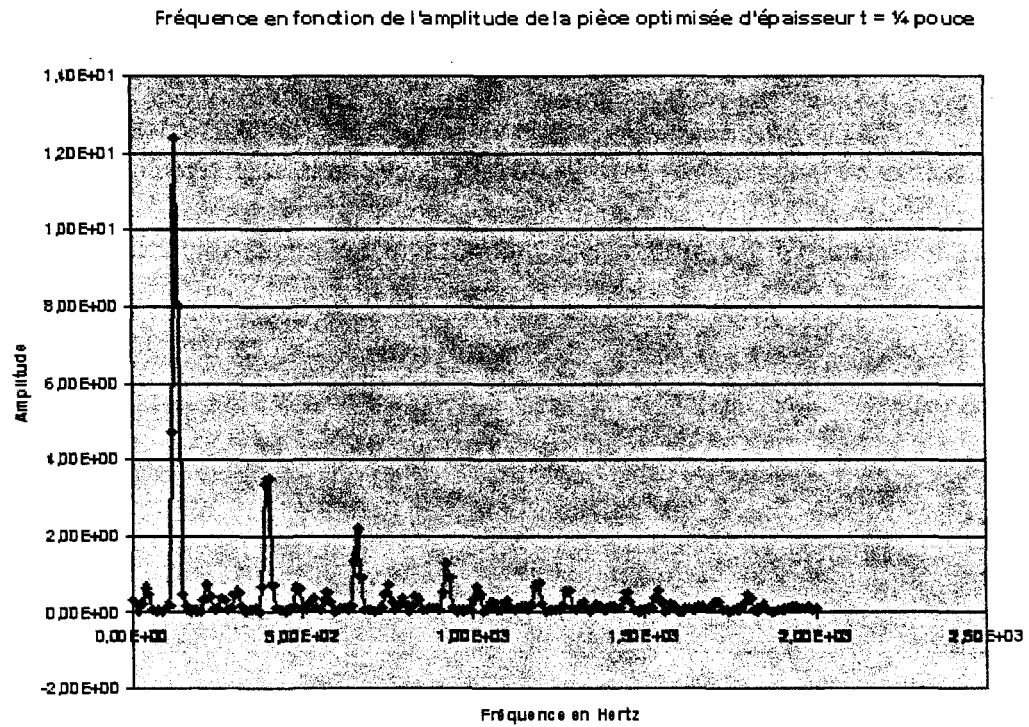


Figure 5-16 : Réponse fréquentielle expérimentale de la pièce optimisée.

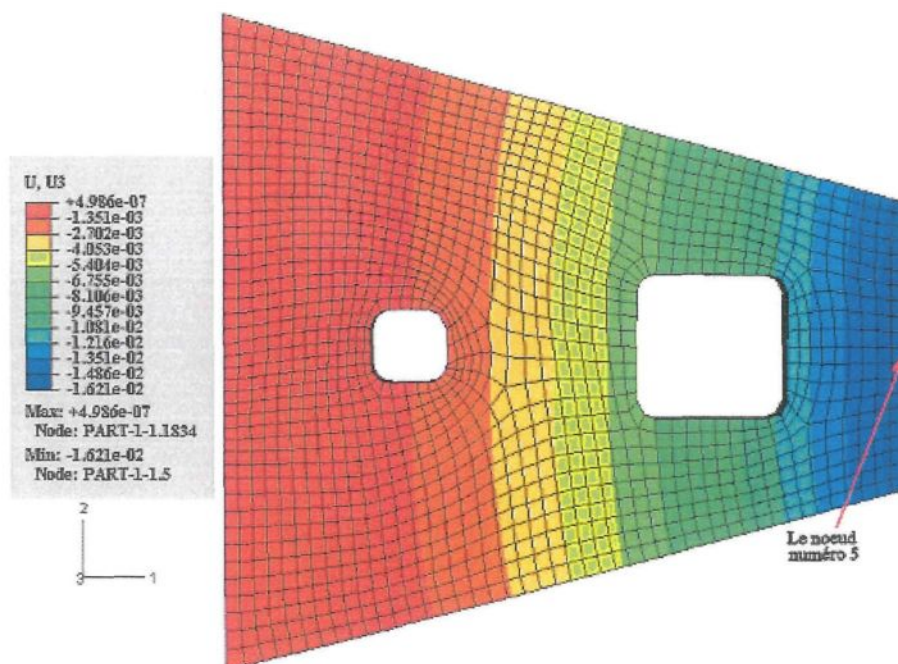


Figure 5-17 : Distribution du déplacement de la pièce optimisée.

Le Tableau 5-4 montre la différence entre la réponse fréquentielle et la masse totale de la pièce à l'état initial (pièce 1) et l'état optimisé (pièce 2). Les résultats illustrés dans ce tableau démontrent une augmentation de la réponse fréquentielle et une réduction de 18 % de la masse totale de la pièce à son état initial.

Numéro du mode	Pièce1 fréquence (Hertz)	Pièce 2 Fréquence (Hertz)	Masse généralisée1	Masse généralisée 2
1	187.85	198.53	8.53142E-02	6.00558 ^E -02
2	604.04	651.07	6.47165E-02	5.64993 ^E -02
3	1019.7	940.69	7.14764E-02	5.60987 ^E -02
4	1764.9	1747.8	3.79846E-02	3.52964 ^E -02
Masse totale (Kg)	0.4369304	0.3624814	Réduction de 18%	

Tableau 5-4 : Réponse fréquentielle et la masse généralisée de la structure de la pièce avant et après l'optimisation.

5.2 Analyse de l'effet des déclencheurs piézoélectriques :

Lors du chapitre 3, nous avons développé l'équation d'état (3.18) en utilisant la méthode de Bernoulli-Euler.

Cette équation est représentée sous la forme suivante :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (5.2)$$

avec :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_1^2 & -2\xi_1\omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_2^2 & -2\xi_2\omega_2 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ a_1 \\ 0 \\ a_2 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}; u = V(t)$$

| Pour l'équation d'observation, on choisit comme sortie la somme des deux modes:

$$y = q_1 + q_2 \quad (5.3)$$

$$y = Cx + Du$$

$$y = x_1 + x_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u \quad (5.4)$$

y : Vecteur d'observation (équation de sortie).

Les paramètres du système :

$w1=1247.4;$
 $z1=.0045; k1=-456.619;$
 $w2=4090.8;$
 $z2=.0045; k2=152.346.$

Gain piézo-constant:

$v_gain=19.8; c=0.000553838.$

Modèle du système en espace d'état:

$A=[0 \ 1 \ 0 \ 0; -w1^2 \ -2*z1*w1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ -w2^2 \ -2*z2*w2];$
 $B=[0; c*v_gain*k1; 0; c*v_gain*k2];$
 $C=[1 \ 0 \ 1 \ 0];$
 $D=[0].$

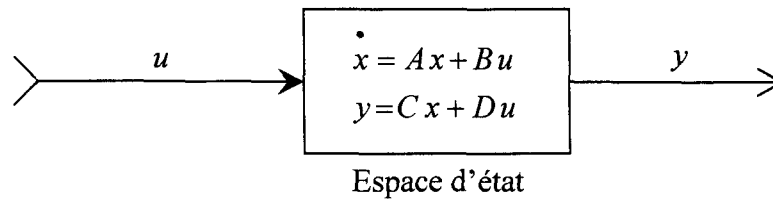


Figure 5-18 : Schéma fonctionnel du modèle dynamique.

5.2.1 Fonction de transfert en boucle ouverte :

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} B + D = \frac{NUM(s)}{DEN(s)} \quad (5.5)$$

$$G(s) = \frac{\det(sI - A + BC) - \det(sI - A)}{\det(sI - A)} \quad (5.6)$$

L'utilisation du programme avec MATLAB[®] nous génère les résultats et les analyses suivants :

Numérateur de la fonction de transfert :

0 0 0,021931984898401 0,046545627134037 1852,6056959629059

Dénominateur de la fonction de transfert :

1 4,244543100000001 168943,1636031095 113500,26988871823
715042560,9039646

Alors la fonction de transfert s'écrit comme suit :

$$G(s) = \frac{0s^4 + 0s^3 + 0.0219319s^2 + 0.046546s + 1852.6056}{s^4 + 4.2445s^3 + 1.68943 \cdot 10^5 s^2 + 1.135 \cdot 10^5 s + 7.1504 \cdot 10^8}$$

Les pôles et les zéros de ce système sont obtenus comme suit:

Pour $i=2$: nous obtenons quatre pôles et deux zéros.

La fonction de transfert s'écrit sous la forme :

$$G(s) = k \frac{(s - z_1)(s - z_2)}{(s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)(s - p_4)}$$

Avec:

$$k = -3.3367.$$

$$p_1 = -0,2965977 + 65,90993265179654i ;$$

$$p_2 = -0,2965977 - 65,90993265179654i ;$$

$$p_3 = -1,82567385 + 405,7011922130418i ;$$

$$p_4 = -1,82567385 - 405,7011922130418i .$$

$$z_1 = -1,061135774998262 + 290,63615193466535i ;$$

$$z_2 = -1,061135774998262 - 290,63615193466535i.$$

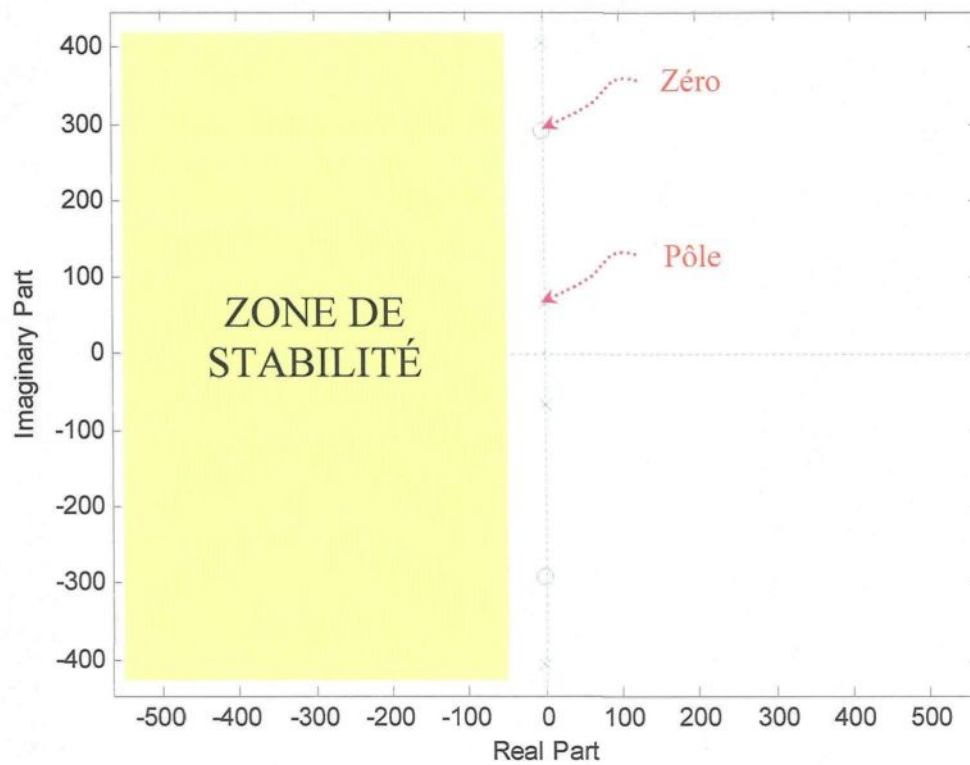


Figure 5-19 : Étude de stabilité du système.

D'après nos résultats, nous constatons que notre système est stable. En déplaçant la partie réelle des pôles du système vers une plus grande valeur négative, l'objectif d'un temps de stabilisation plus rapide peut être atteint.

5.2.2 Étude de stabilité par le critère de Nyquist :

D'après la Figure 5-20, notre système est stable car il n'enveloppe pas le point $(-1, j0)$.

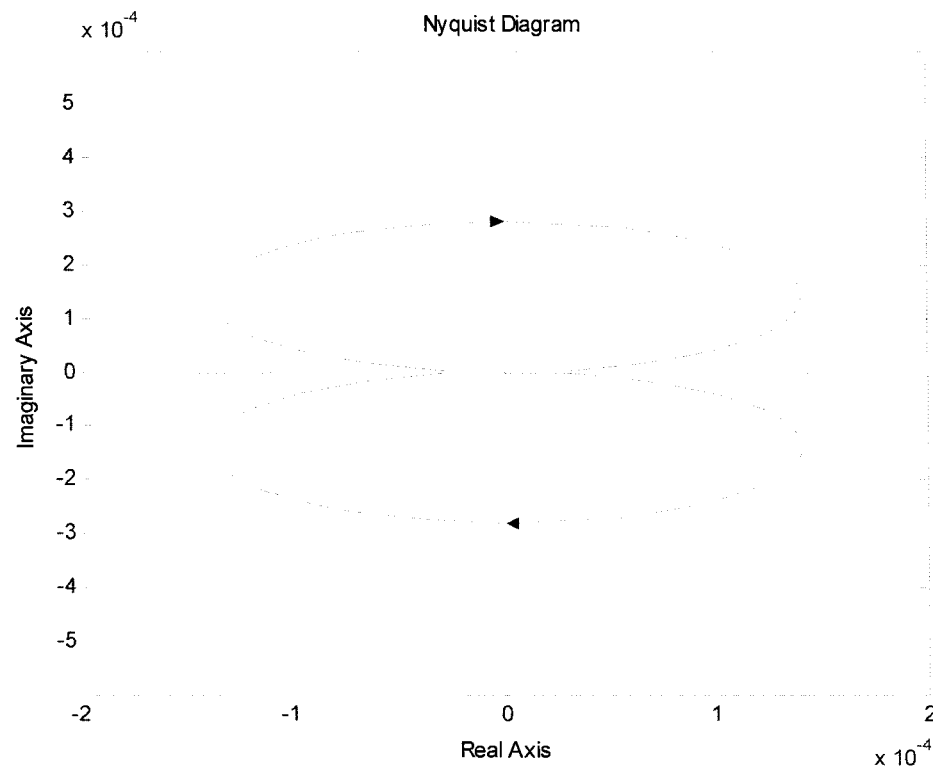


Figure 5-20 : Digramme de Nyquist du système.

Le Tableau 5-5 représente la résolution fréquentielle de notre pièce à son état optimisé par le logiciel de simulation numérique ABAQUS®.

Numéro du mode	Valeur propre	Fréquence en Rad/S	Fréquence en Cycles/Temp
1	1.55598E+06	1247.4	198.53
2	1.67344E+07	4090.8	651.07
3	3.49345E+07	5910.5	940.69
4	1.20600E+08	10982.	1747.8

Tableau 5-5 : les caractéristiques de la réponse fréquentielles de la pièce après l'optimisation.

À partir des deux premiers modes de la réponse fréquentielle, l'utilisation du diagramme de Bode nous servira à dégager les amplitudes de notre nouveau système de la Figure 5-22 pour le comparer à celui réalisé sans l'utilisation de piézoélectrique. Nous obtenons un déplacement maximal de 0.0162 mètres comme illustré par la Figure 5-21 .

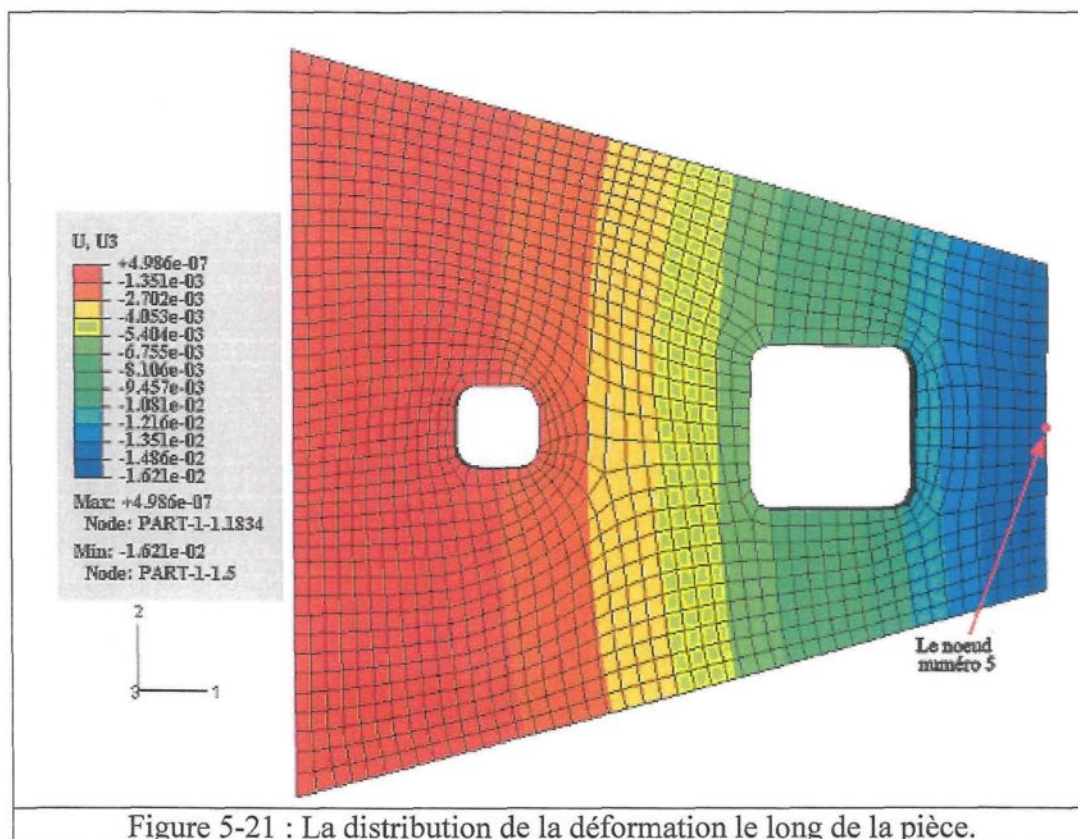


Figure 5-21 : La distribution de la déformation le long de la pièce.

5.2.3 Diagramme de Bode :

Le diagramme de Bode d'un système de réponse fréquentielle $H(j\omega)$ est composé de deux tracés :

- Le gain (ou amplitude) en décibels (dB). Sa valeur est calculée à partir de $20\log_{10}(|H(j\omega)|)$;
- La phase en degré est donnée par $\arg(H(j\omega))$.

L'échelle des pulsations est logarithmique et exprimée en (radian par seconde). Cette échelle logarithmique permet un tracé très lisible, car elle est composée majoritairement de tronçons linéaires.

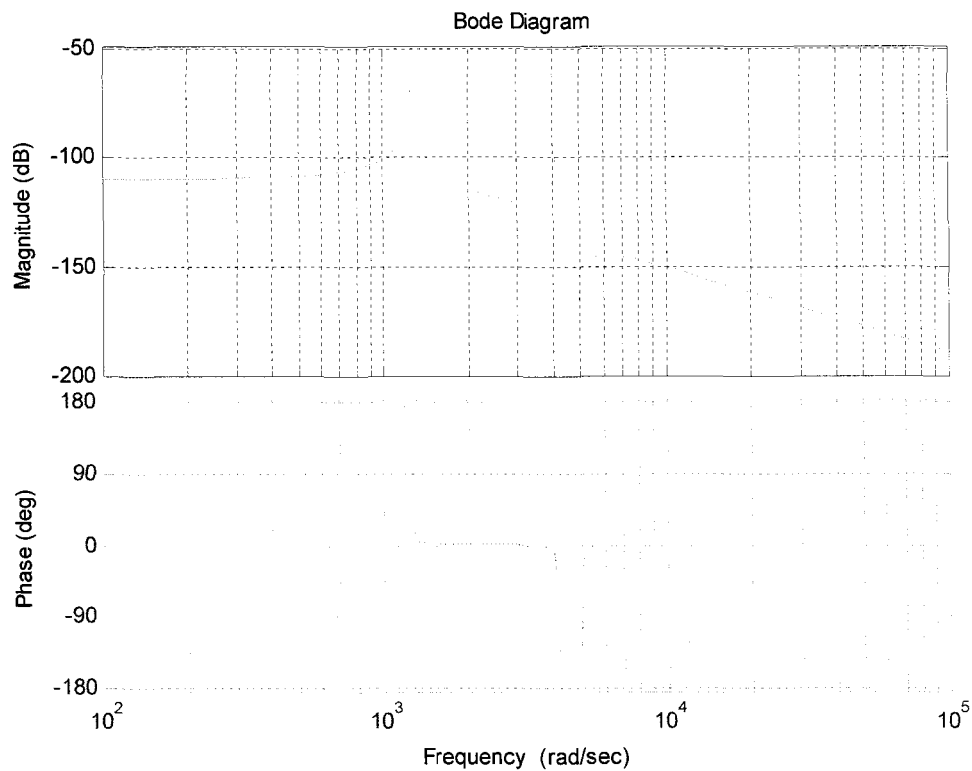


Figure 5-22 : Diagramme de Bode du système.

5.2.4 Test de contrôlabilité et d'observabilité :

➤ **Test de contrôlabilité :**

Un système est contrôlable si on peut, sur une durée finie, modifier toutes les composantes du vecteur d'état $\underline{X}(t)$ par un signal de commande $u(t)$ en vue d'obtenir un état $\underline{X}(t_f)$ à partir d'un état initial $\underline{X}(t_i)$.

$$Q = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{k-1}B]$$

Le système est contrôlable et observable si $\det(Q) \neq 0$ et $\det(N) \neq 0$.

Dans notre cas : $Q = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B]$

Après simulation sous MATLAB® on obtient:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & -5.00728 & 2.97029 & 21750.90192 \\ -5.00728 & 2.97029 & 21750.901925 & -25806.11512 \\ 0 & 1.67062 & -6.10003 & -274957.25256 \\ 1.67062 & -6.10003 & -274957.25256 & 2008010.39123 \end{bmatrix}$$

$$\det(Q) = 1797081113633,9075$$

➤ **Test d'observabilité :**

Un système est observable s'il est possible de retrouver son état initial $\underline{X}(t_i)$ à partir de l'observation de son entrée $u(t)$ et de sa sortie $y(t)$, sur un intervalle de temps fini.

$$N = [C' \quad A'C' \quad A'^2C' \quad \dots \quad A'^{(k-1)}C']$$

Dans notre cas : $N = [C' \quad A'C' \quad A'^2C' \quad A'^3C']$

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4344.20719 & 2576.96372 \\ 0 & 1 & -0.59319 & -4343.85531 \\ 1 & 0 & -164596.79044 & 601000.11223 \\ 0 & 1 & -3.65134 & -164583.4581 \end{bmatrix}$$

$$\det(N) \neq 0 = 25680640357,137016$$

Avec cette section où nous avons utilisé les déclencheurs piézoélectriques, nous venons de compléter l'étude du système.

CHAPITRE 6

ÉTUDE D'UNE PIÈCE COMPLEXE RÉELLE

CHAPITRE 6

ÉTUDE D'UNE PIÈCE COMPLEXE RÉELLE

Dans la majorité des véhicules aujourd'hui, la suspension comporte deux bras triangulaires, un bras supérieur et un bras inférieur qui constituent l'appui principal de la roue. La base des triangles est articulée sur le châssis et leurs sommets sont montés sur les rotules supérieure et inférieure. Le pivot de fusée (avec la fusée qui porte les roulements et la roue) est fixé entre ces rotules. Cette disposition permet aux roues de se déplacer aussi bien verticalement, pour suivre le profil de la route, que de gauche à droite pendant les braquages, tout en restant à la position voulue entre la route et l'auto. Un ressort et un amortisseur, installés entre le châssis et le bras inférieur (voir Figure 6-1) ou entre le châssis et le bras supérieur, absorbent les chocs et freinent les mouvements de la roue.

L'ensemble des composantes de l'automobile réagit plus à chaque déformation de la chaussée, il en résulte une meilleure tenue de route, car les roues épousent plus étroitement ces déformations. Les roues avant doivent en plus assurer la direction. Des rotules, qui peuvent tourner dans tous les sens, permettent à la roue de tourner à gauche ou à droite en se déplaçant verticalement. On place souvent un stabilisateur entre les organes de

suspension gauche et droite pour réduire l'inclinaison de l'automobile dans les virages.

Notre étude se limite au bras de suspension supérieur.

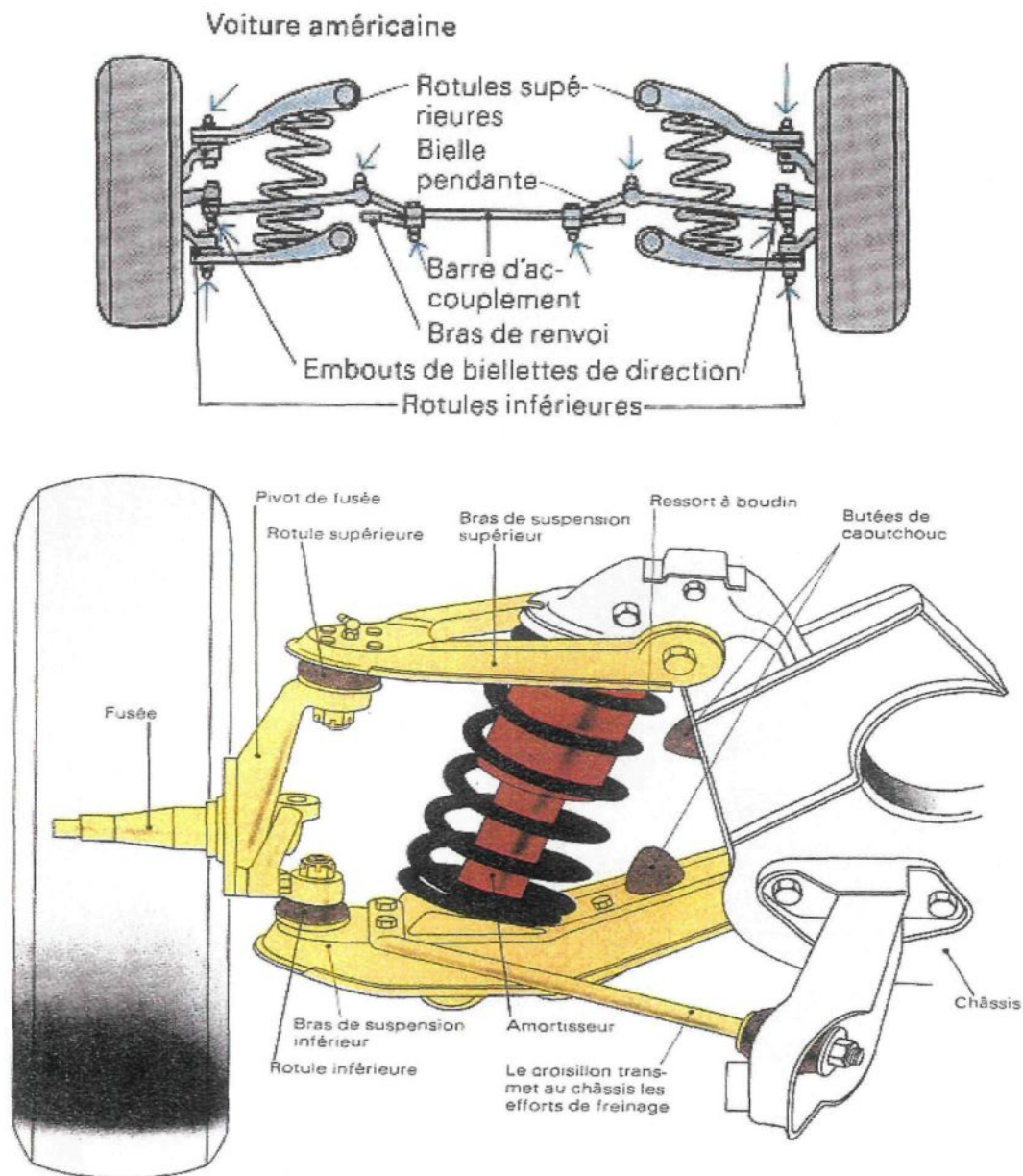


Figure 6-1 : Suspension d'automobile à double bras [42].

6.1 Étude du bras de suspension supérieur :

L'étude complète développée en utilisant la pièce simple de forme trapézoïdale, nous permettra d'appliquer toute la démarche et le développement de l'optimisation basée sur la méthode ESO à une pièce d'automobile réelle qui représente le bras de suspension supérieur (Figure 6-2).

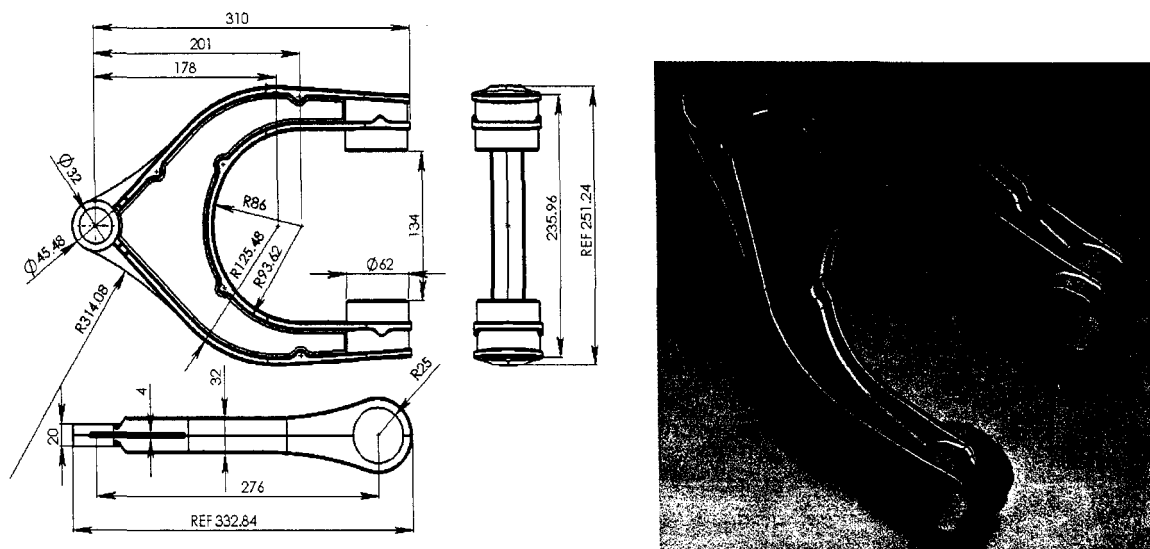


Figure 6-2 : Bras de suspension supérieur d'alliage d'Aluminium 6061-T6-T651 [43].

La simulation numérique par le logiciel ABAQUS® du bras de suspension supérieur avant optimisation nous donne les résultats illustrés dans le Tableau 6-1. Nous remarquons que la première fréquence varie de 361.47 Hertz jusqu'à 1414.6 Hertz pour le quatrième mode (Figure 6-3). La Figure 6-4 nous montre la distribution modale de la fréquence et la valeur propre.

Numéro du mode	Valeur propre	Fréquence en Rad/s	Fréquence en Cycles/s	Masse généralisée
1	5.15835E+06	2271.2	361.47	0.11758
2	5.82603E+07	7632.8	1214.8	0.22336
3	7.67135E+07	8758.6	1394.0	6.52194E-02
4	7.90036E+07	8888.4	1414.6	0.65016

Tableau 6-1 : Réponse en fréquence naturelle du bras de suspension supérieur initial.



Figure 6-3 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes de la pièce initiale.

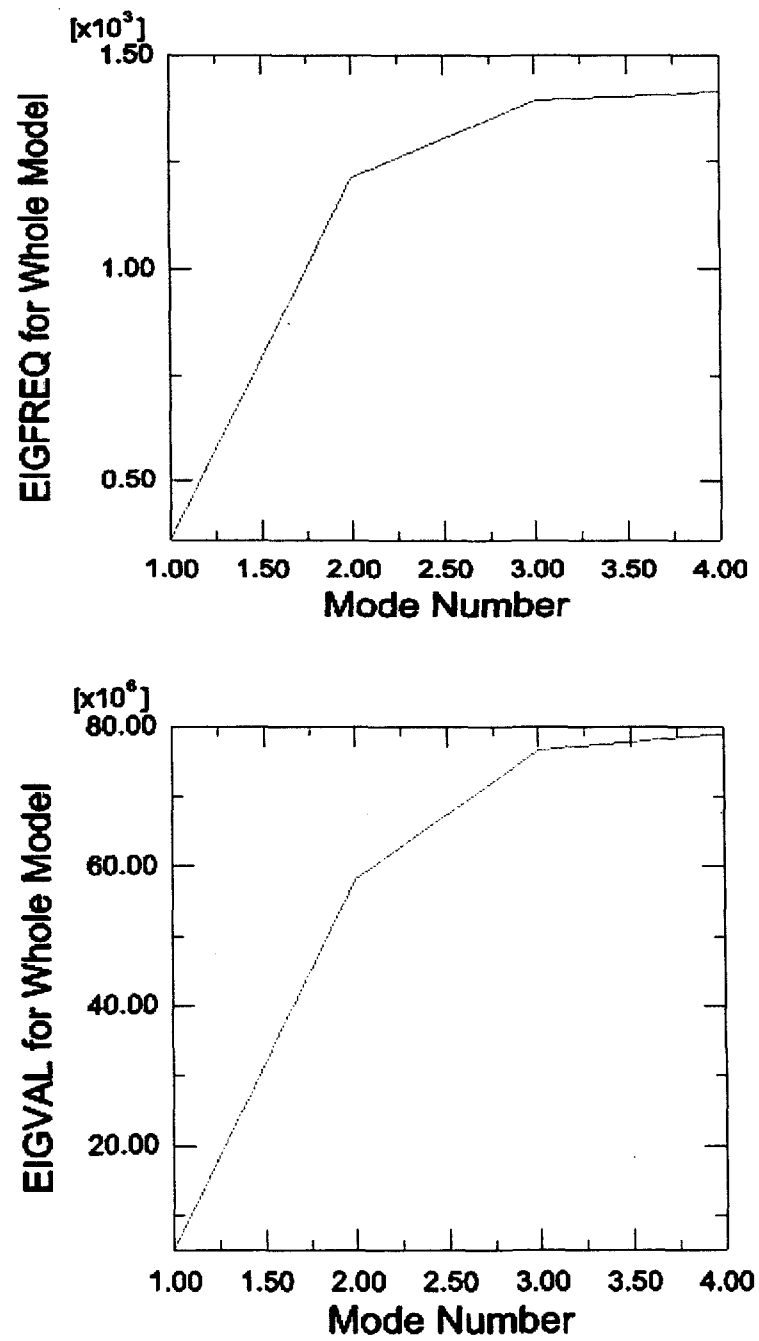


Figure 6-4 : Réponse fréquentielle et la valeur propre de la pièce optimisée.

L'application de la charge dynamique au niveau du bras de suspension est schématisée dans la Figure 6-5. La charge horizontale est d'une valeur de 3500N. On considère qu'il n'y a pas de rotation au niveau des rotules supérieures (bague) autour des trois axes de l'espace.

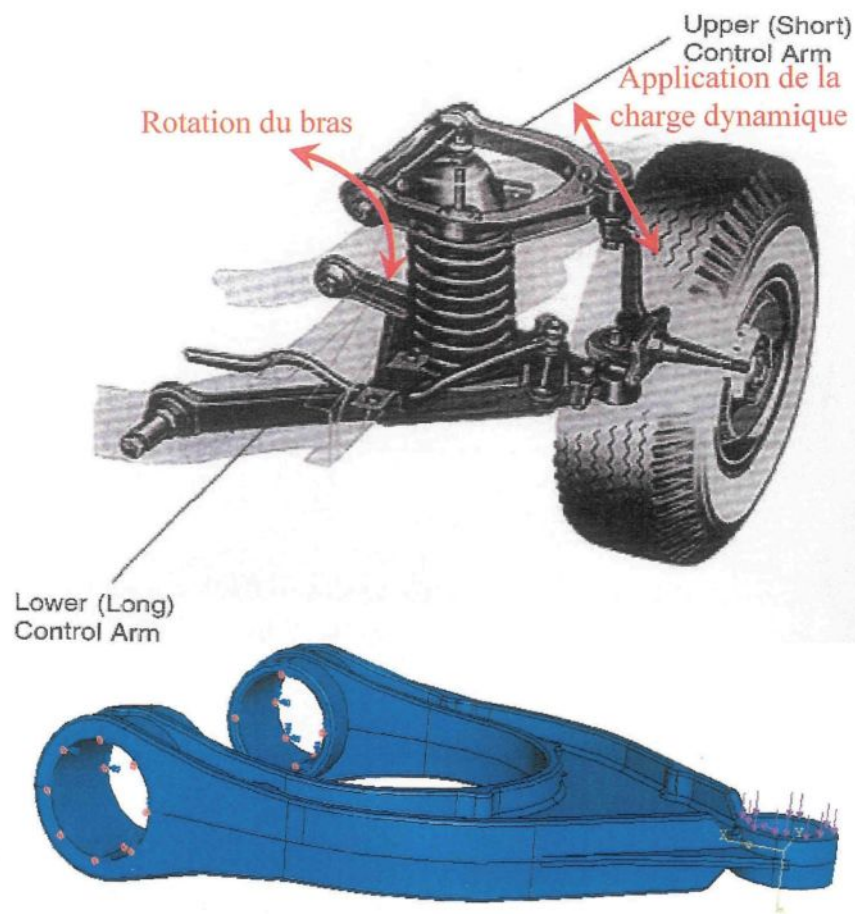


Figure 6-5 : Application de la charge dynamique [44].

Nous procédons par le même développement de la pièce de la forme trapézoïdale en utilisant l'interface de MATLAB®, pour étudier l'optimisation de cette pièce réelle d'automobile qui est le bras de suspension supérieur.

Nous obtenons la distribution nodale de la contrainte de Von-Mises le long de la pièce, comme montré sur la Figure 6-6. Cela nous mène aux Figure 6-7 et Figure 6-8 qui montrent clairement le lien direct entre la contrainte élémentaire de Von-Mises et le rapport de rejet basé sur la méthode d'optimisation ESO. Les Figure 6-9, Figure 6-11 et Figure 6-13 représentent les différents processus d'optimisation de la pièce avec les valeurs des rapports de rejet respectivement comme suit : $RR_1 = 0.1$, $RR_2 = 0.17$ et $RR_3 = 0.21$.

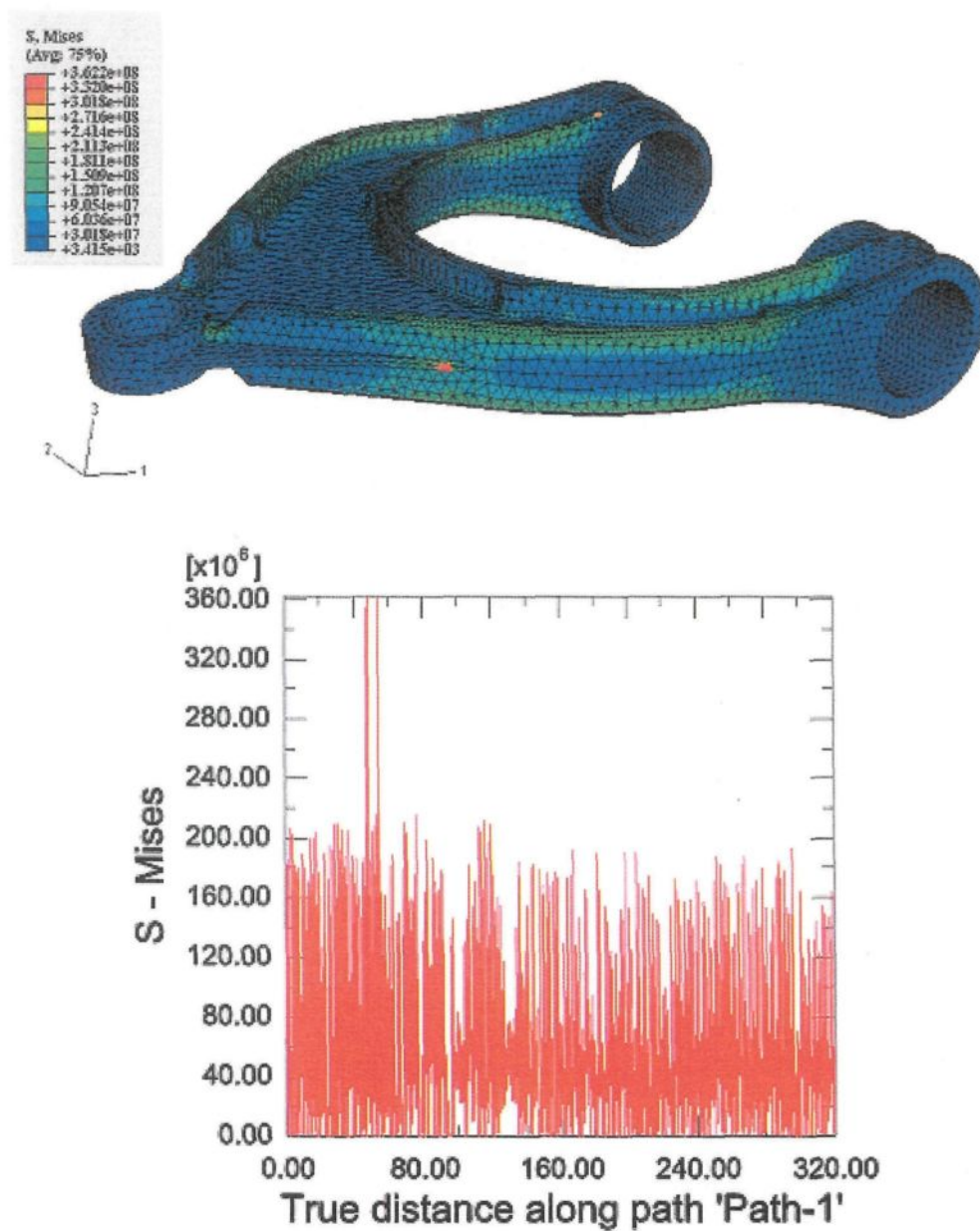


Figure 6-6 : Distribution nodale de la contrainte de Von-Mises le long de la pièce.

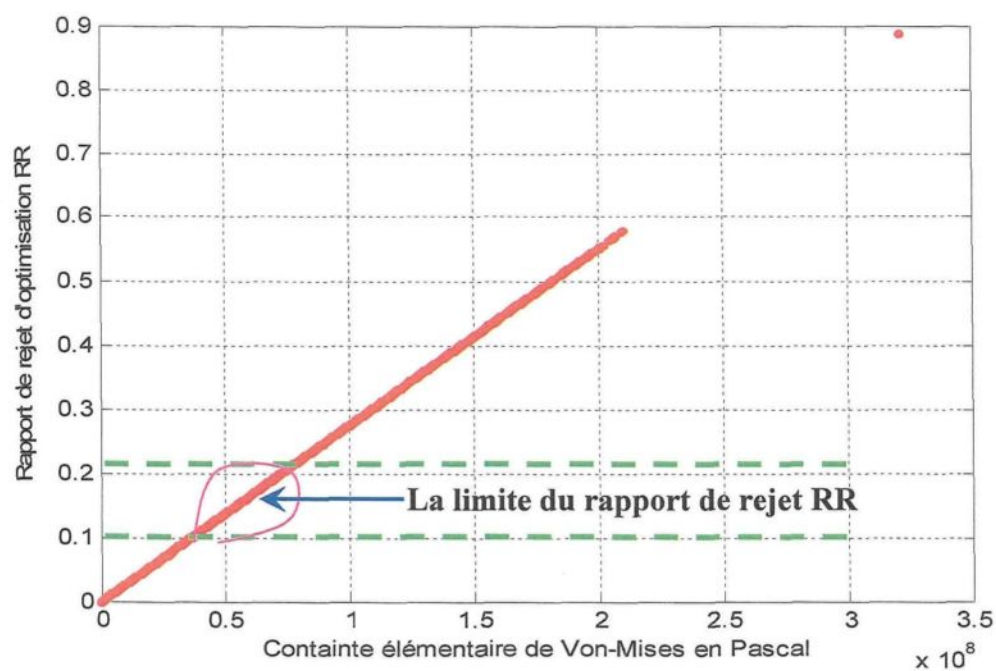
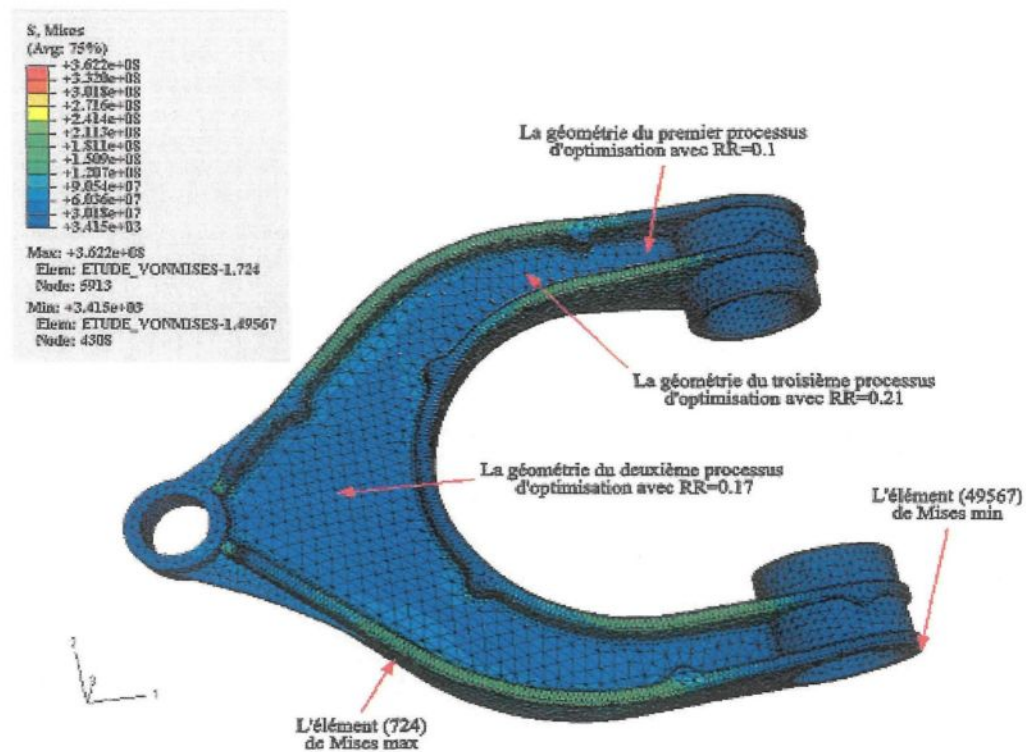


Figure 6-7 : Intervalle de la limite du rapport de rejet d'optimisation RR .

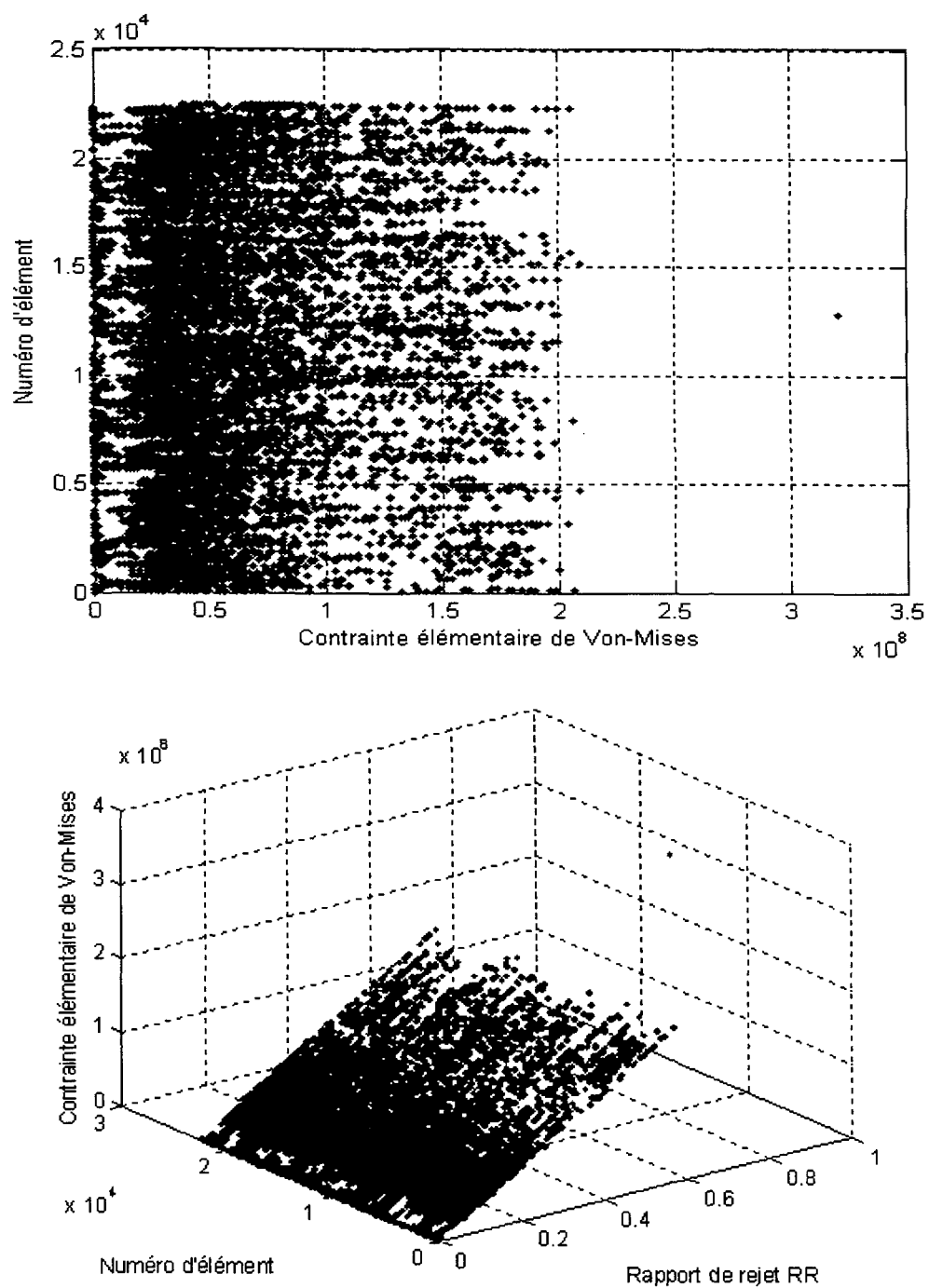


Figure 6-8 : Contrainte élémentaire de Von-Mises en fonction du rapport de rejet.

6.1.1 Premier processus d'optimisation :

Numéro du mode	Valeur propre	Fréquence en Rad/s	Fréquence en Cycles/s	Masse généralisée
1	4.92423E+06	2219.1	353.17	0.11766
2	5.57168E+07	7464.4	1188.0	0.22321
3	5.72329E+07	7565.2	1204.0	0.68609
4	7.33117E+07	8562.2	1362.7	6.52599E-02

Tableau 6-2 : Réponse en fréquence naturelle du premier processus d'optimisation.

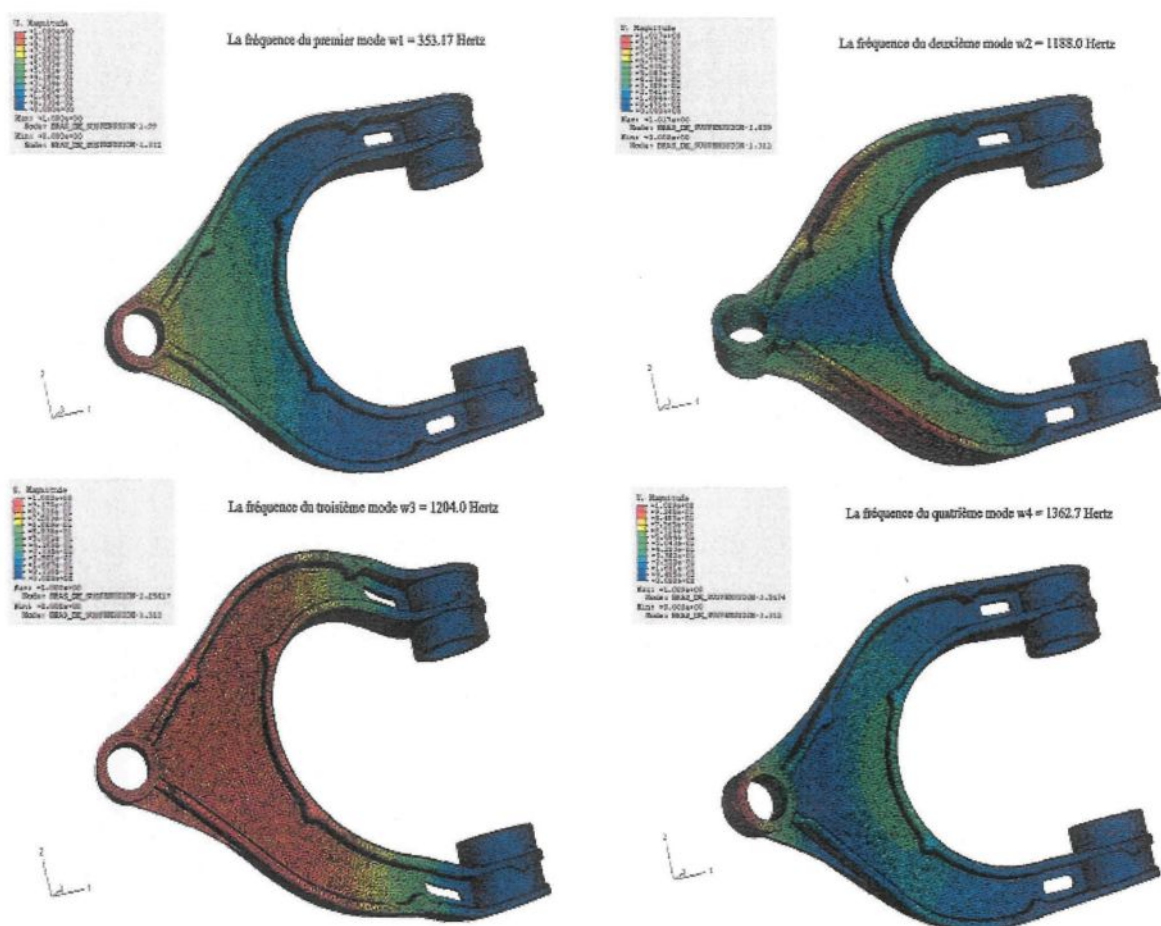


Figure 6-9: Réponse fréquentielle des quatre premiers modes du premier processus d'optimisation.

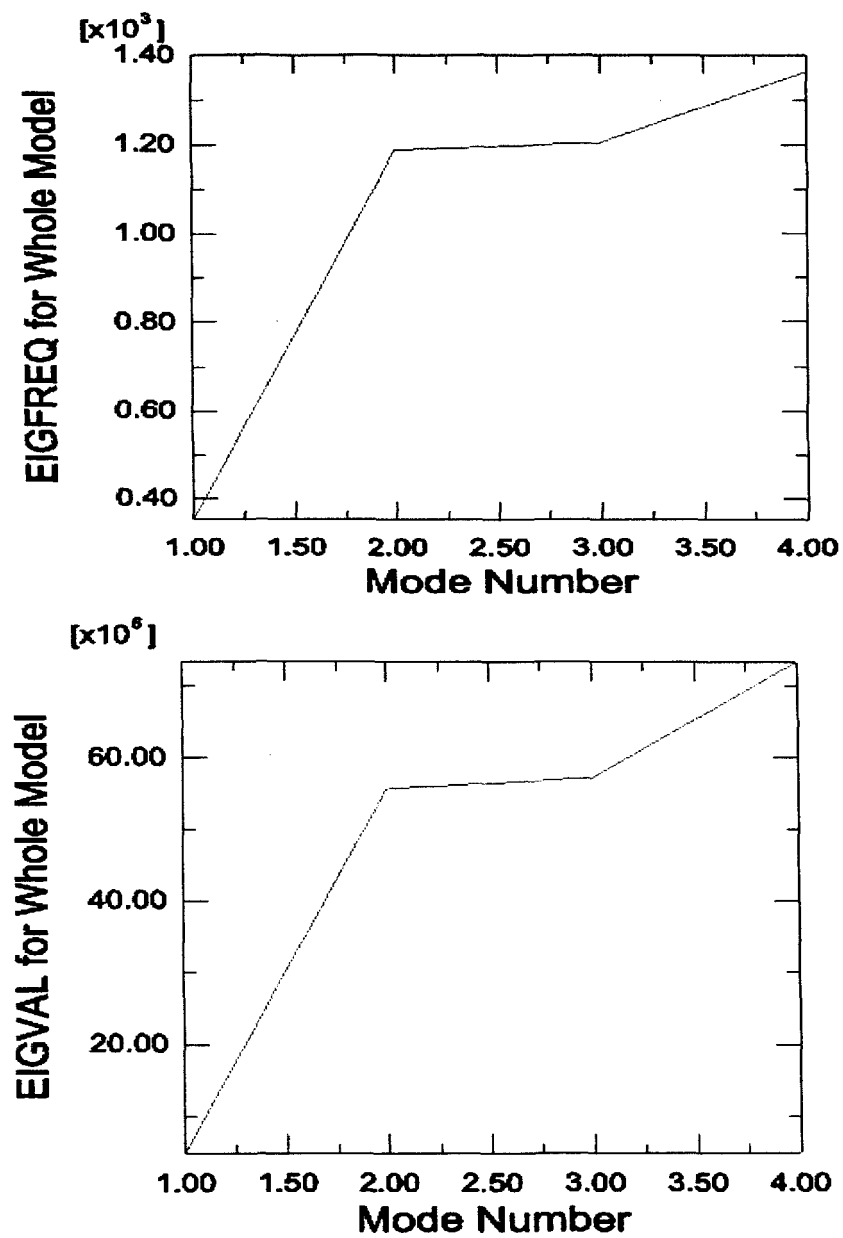


Figure 6-10 : Réponse fréquentielle et la valeur propre de la pièce optimisée.

6.1.2 Deuxième processus d'optimisation :

Numéro du mode	Valeur propre	Fréquence en Rad/s	Fréquence en Cycles/s	Masse généralisée
1	5.00482E+06	2237.1	356.05	0.11302
2	5.28805E+07	7271.9	1157.4	0.58867
3	5.54173E+07	7444.3	1184.8	0.22210
4	6.94769E+07	8335.3	1326.6	7.08626E-02

Tableau 6-3 : Réponse en fréquence naturelle du deuxième processus d'optimisation.

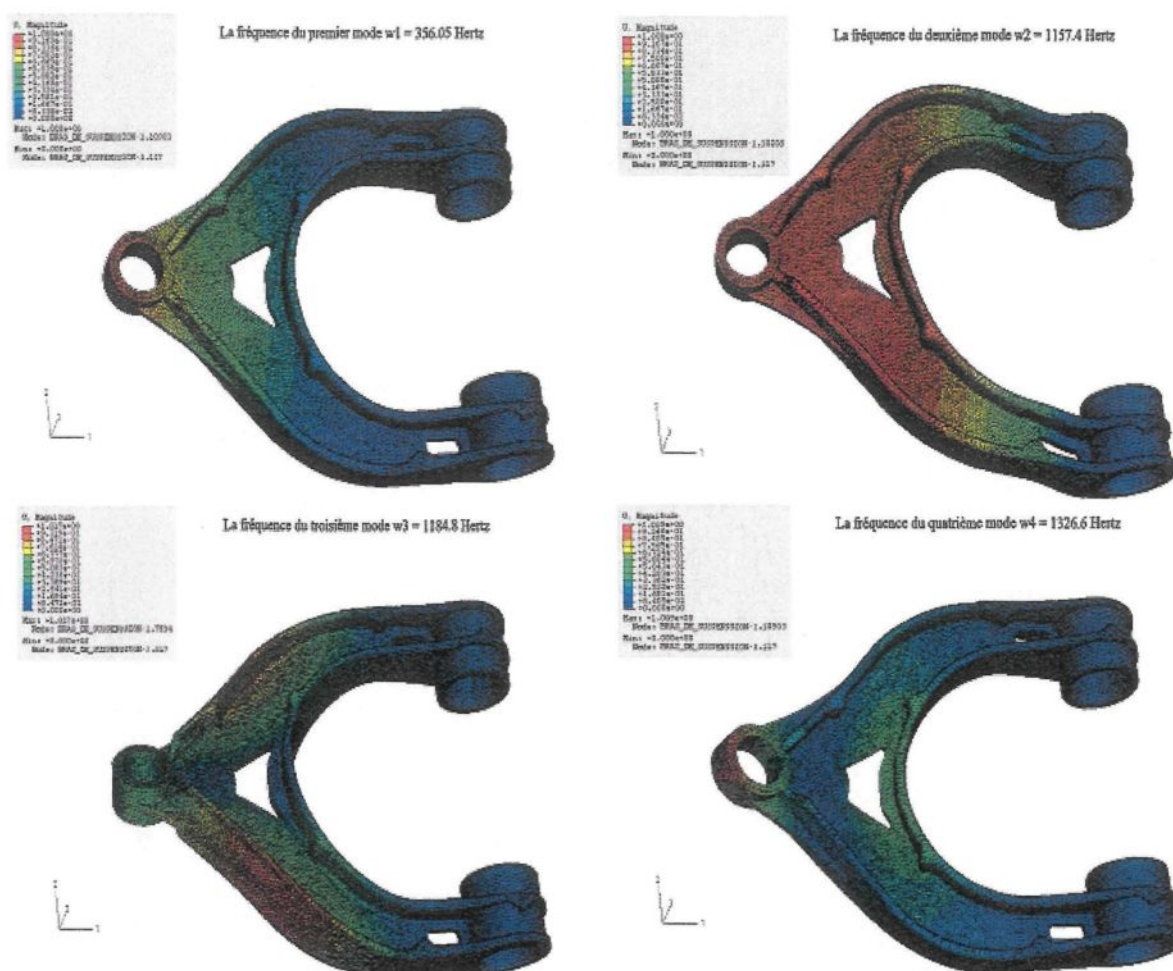


Figure 6-11 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes du deuxième processus d'optimisation.

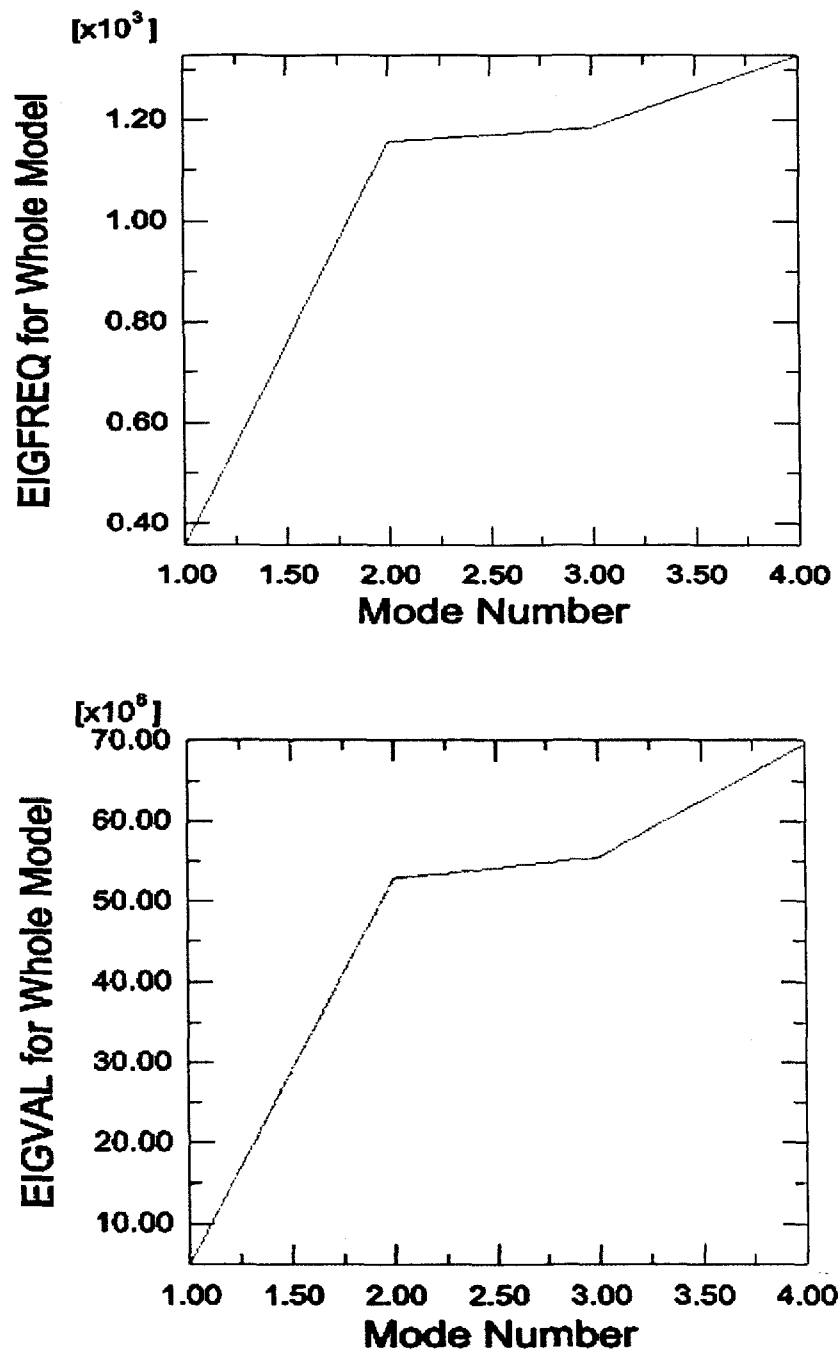


Figure 6-12 : Réponse fréquentielle et la valeur propre du deuxième processus d'optimisation.

6.1.3 Troisième processus d'optimisation :

Numéro du mode	Valeur propre	Fréquence en Rad/S	Fréquence en Cycles/S	Masse généralisée
1	4.91893E+06	2217.9	352.98	0.11279
2	5.10540E+07	7145.2	1137.2	0.57635
3	5.57883E+07	7469.2	1188.8	0.21681
4	6.95883E+07	8342.0	1327.7	7.11036E-02

Tableau 6-4 : Réponse en fréquence naturelle du troisième processus d'optimisation.

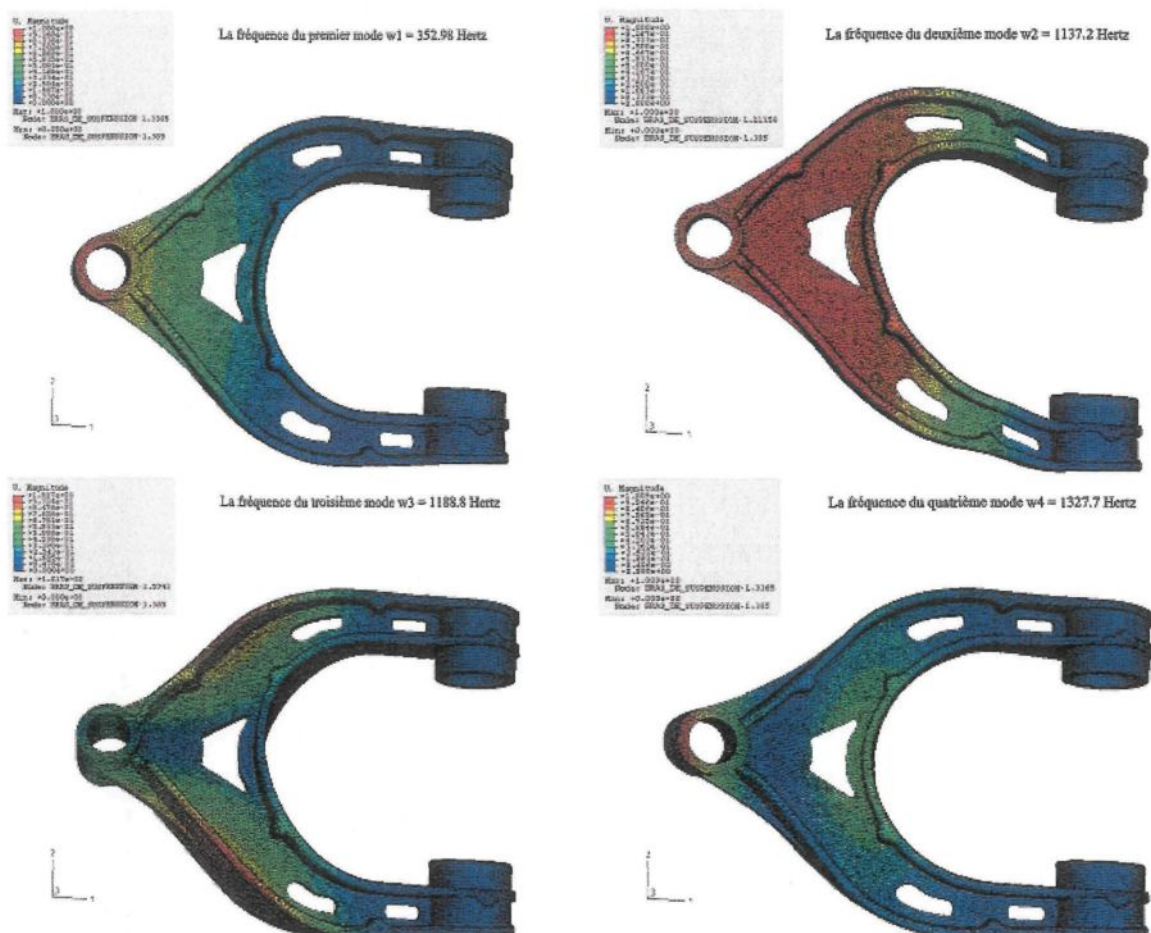


Figure 6-13 : Réponse fréquentielle des quatre premiers modes du troisième processus d'optimisation.

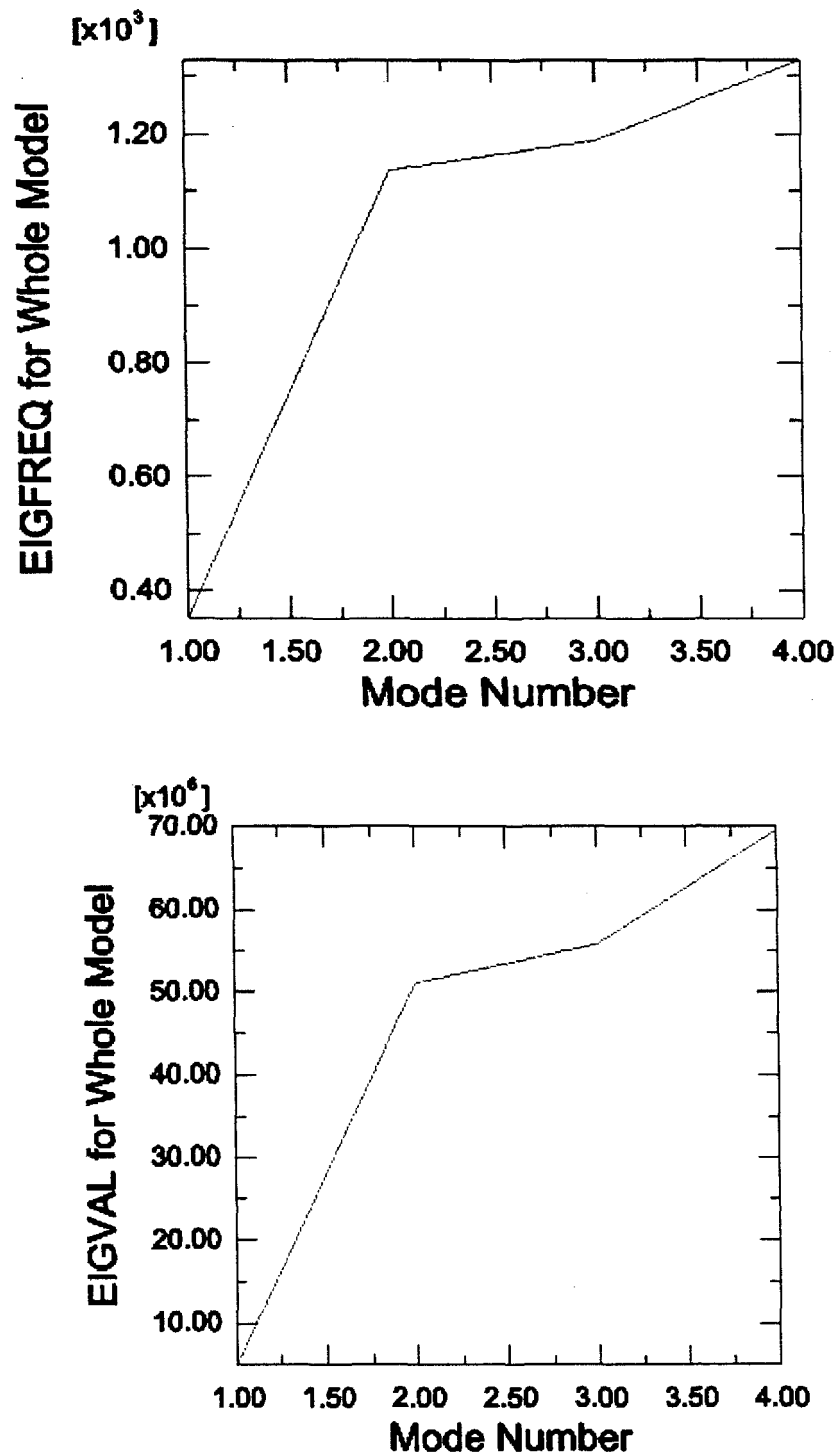


Figure 6-14 : Réponse fréquentielle et la valeur propre du troisième processus d'optimisation.

6.1.4 Réduction de la masse totale de la pièce :

Les résultats du tableau ci-dessous, présentent la différence entre la réponse fréquentielle et la masse totale de la pièce du bras de suspension à l'état initial (pièce1) et à l'état optimisé (pièce2). Nous concluons que les résultats de la simulation numérique du bras de suspension à partir du Tableau 6-5 démontrent une diminution de la réponse fréquentielle et une réduction de 13 % de la masse totale par rapport à la pièce initiale.

Numéro du mode	Pièce 1 fréquence (Hertz)	Pièce 2 fréquence (Hertz)	Masse généralisée1	Masse généralisée 2
1	361.47	352.98	0.11758	0.11279
2	1214.8	1137.2	0.22336	0.57635
3	1394.0	1188.8	6.52194E-02	0.21681
4	1414.6	1327.7	0.65016	7.11036E-02
Masse Totale (kg)	1.341387	1.305734	Réduction de 13%.	

Tableau 6-5 : Réponse fréquentielle et la masse totale des pièces 1 et 2.

CHAPITRE 7

CONCLUSIONS

CHAPITRE 7

CONCLUSIONS

Par cette étude, nous espérons contribuer à la recherche dans ce domaine par les points suivants :

- 1) La puissance de la méthode analytique de Rayleigh-Ritz réside dans le choix de la fonction admissible. C'est une méthode approximative très précise dans la détermination des premières fréquences propres et la méthode de simulation numérique par le logiciel de calcul numérique ABAQUS® représente un outil efficace pour des pièces complexes. Par contre, la méthode expérimentale est complexe et coûteuse;
- 2) L'utilisation de l'aluminium dans la fabrication des pièces automobiles entraîne une diminution de la masse du véhicule. L'évaluation de l'impact de cette réduction de masse sur le comportement dynamique et vibratoire de la pièce simple et du bras de la suspension supérieur de l'automobile a été réalisée;
- 3) Des structures bidimensionnelles et tridimensionnelles peuvent être optimisées en utilisant la méthode proposée ESO basée sur la durée de vie en fatigue. Cette technique optimale avec la durée de vie des contraintes en fatigue comporte l'utilisation des deux

méthodes : ESO et les méthodes d'optimisation de forme. ESO change séquentiellement la structure au sol et elle finit avec une conception initiale, tandis que la méthode d'optimisation de forme commence par la conception initiale suggérée par ESO et conclut avec une conception optimale;

- 4) Les résultats de la simulation numérique de la pièce simple démontrent une augmentation de la réponse fréquentielle et une réduction de 18 % de la masse totale par rapport à la pièce initiale, alors que les résultats de la simulation numérique d'une pièce réelle (bras de suspension supérieur) démontrent une diminution de la réponse fréquentielle et une réduction de 13 % de la masse totale par rapport à la pièce initiale ;
- 5) Les déclencheurs piézoélectriques sont avantageux par rapport aux autres, car dans cette étude la commande est réalisée par un model d'état à rétroaction modale où lors de l'utilisation, chaque mode de vibration est contrôlable. Nous obtenons alors, une réduction de 4 dB des pics de résonance de la pièce optimisée dans une gamme de fréquence allant jusqu'à 1747Hz;
- 6) Plus le rayon de courbure d'optimisation de la structure de la pièce est faible, plus la discontinuité donne lieu à des concentrations de contraintes élevées;
- 7) Des publications récentes prouvent que la température du traitement de solution pour l'alliage de fonte A356 n'affecte aucunement la fréquence de résonance;
- 8) Le changement de l'ordre de grandeur du module de Young $E_{c_{x,y,z}}$, du module de cisaillement $G_{c_{xy}}$ et du coefficient de Poisson $\nu_{c_{xy,yz,xz}}$ pour les panneaux sous forme de sandwich n'a aucune influence significative sur la réponse de résonance.

RÉFÉRENCES

-
- [1] D.A.Crolla, BTech, DTech, CEng, FIAgrE, FIMechE. "Vehicle dynamics theory into practice" Proceeding of the institution of mechanical Engineers, Centre Meetings of the Automobile Division Held during the 1995-6 session;
 - [2] Lin, Y. and Y. Zhang. "Suspension optimization by a frequency domain equivalent optimal control algorithm," Journal of sound and vibration, vol. 133, No. 2. 1989, pp. 239-249;
 - [3] Rakheja, S. Computer-aided dynamic analysis and optimal design of suspension systems for off-road tractors, Ph.D. Thesis, Concordia University, Montréal, 1985;
 - [4] Hsiao, M. H. , and E. J. Haug JR., and J. S. Arora. "A state space method for optimal vibration isolators" ASME, Journal of Mechanical Design, vol. 101, April 1979, pp. 309-314;
 - [5] Afimiwala, K. A., and R. W. Mayne, " Optimum design of an impact absorber," ASME, Journal of Engineering for industry, Vol. 96, Feb. 1974, pp. 124-130;
 - [6] D.A.Crolla, BTech, DTech, CEng, FIAgrE, FIMechE. "Vehicle dynamics theory into practice" Proceeding of the institution of mechanical Engineers, Centre Meetings of the Automobile Division Held during the 1995-6 session;
 - [7] D.S. Jiang, T.S. Lui and L.H. Chen. "Crack propagation behaviour of Aluminum Alloy under resonant vibration" Department of materials Science and Engineering National cheng Kung University, Scripta Materialia, Vol. 36, N°. 1, 1997, pp. 15-20;
 - [8] Sato, Shoichi; Enomoto, Masatoshi.; kato, Rentaro "Aluminium extrusions for suspension arms" Automotive Engineering International, Vol. 106, N°. 10, oct 1998, pp. 96-99;

-
- [9] Côté François. Akiyoshi Morita. "Aluminum alloys for automobile applications" Proceedings of the 6th international conference on aluminum alloys ICAA-6, July 1998, pp. 25-32;
- [10] Mitchell Jon. Stansloski, Detection and correction of resonance in a sheet aluminum winder using vibration signature and finite element analysis, Master. Thesis, Mississippi state university, May, 1996;
- [11] Pramod Malaktar. Nonlinear Vibrations of beams and plates, Ph.D. Thesis, Virginia polytechnic institute and state University July 3, 2003;
- [12] Stefanie D. Stangier, Theoretical and experimental investigation of the free vibration of Parallelogram plates with simply supported and clamped boundary conditions, Master. Thesis, August, 1997;
- [13] James, Smith, Welford, and Whaley. "Vibration of mechanical and structural systems: With microcomputer applications", 1994;
- [14] P.Cazamian. Traité d'ergonomie. Editions OCTARÉS Entreprises, 1987;
- [15] Mark S. Sanders and Ernet J. McCormick. Human Factors in Engineering and Design. Editions Octarés Entreprises, 1993;
- [16] Griffin M. Parsons K. and Whitham E. Vibration and comfort. Iv. Application of experimental results. *Ergonomics*, 25:721-739, 1982;
- [17] Pinhas. Barak. Magic numbers in design of suspensions for passengers cars. Passenger car meeting, Tennessee, SAE paper, 911921 :53-88, 1991;
- [18] S. Rakheja. Computer-aided Analysis and Optimal Design of suspension Systems for Off-road Tractors. PhD Thesis, Concordia University, Canada, 1985;
- [19] Germain Ostiguy. "Détermination analytique et vérification des premières fréquences propres d'un système continu " *École Polytechnique de Montréal*, 1976;
- [20] Leonard Meirovitch. "Elements of vibration analysis," *College of Engineering Verginia polytechnic*, McGraw-Hill, 1986;
- [21] K.M. Liew, K. Y. Lam. "Application of 2-D Orthogonal plate function to flexural vibration of skew plates, " *Journal of sound and vibration* 139(2), pp. 241-252 (1990);

-
- [22] D.S. Jiang, T.S. Lui and L.H. Chen. "Crack propagation behavior of Aluminum Alloy under resonant vibration" Departement of materials Science and Engineering National cheng Kung University, Scripta Materialia, Vol. 36, N°. 1, 1997, pp. 15-20;
- [23] C.W. Schwingshacki, P.R. Cunningham, G.S. Aglietti. "Existence of natural frequencies of systems with artificial restraints and their convergence in asymptotic modelling," Proceedings-Of-The. 2004, International, Conference on noise and vibration Engineering, ISMA/2004, pp. 1353-1363;
- [24] Xie M, Steven GP. Evolutionary structural optimisation. Springer; 1997. ISBN 3-540-76153-5;
- [25] O.M. Querin, Evolutionary structural optimisation : stress based formulation and implementation. PhD thesis, Departement of Aeronautical Engineering, University of Sydney, Australia, 1997;
- [26] Young V, Querin OM, Steven GP, Xie YM. 3D bi-directional evolutionary structural optimisation (BESO) Proceeding of the Australasian Conference on Structural Optimisation, Feb 11-13, Sydney, Australia 1998;
- [27] Querin OM, Young V, Steven GP, Xie YM. Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimisation. Comput Mech Eng 2000; 189:559-73;
- [28] Xie YM, Steven GP. Evolutionary structural optimisation for dynamic problems. Computers and structures 1996; 58(6): 1067-73;
- [29] Nha CD, Xie YM, Steven GP. An evolutionary structural optimisation method for sizing problems with discrete design variables. Comput Struct 1998; 68:419-31;
- [30] Nha CD, Xie YM, Steven GP, Hira A, Steven GP. Evolutionary topology optimisation of structures subject to displacement constraints proceeding of the Australasian Conference on structural Optimisation. Sydney, Australia 1998;
- [31] Yang XY, Xie YM. Bidirectional evolutionary method for stiffness optimisation. AIAA J 1999; 37(11):1483-8;
- [32] Li Q, Steven GP, Xie YM. Evolutionary structural optimisation for stress minimisation problems by discrete thickness design. Comput Struct 2000; 78:769-80;

-
- [33] Nha CD, Xie YM, Hira A, Steven GP. On various aspects of evolutionary structural optimisation for problems with stiffness constraints. *Finite Elements Anal Des* 1997; 197-212;
 - [34] M. Haiba, DC. Barton, P.C. Brooks, M.C. Levesley, The development of an optimisation algorithm based on fatigue life. *Int J Fatigue*, ref MNJ 53/02;
 - [35] L. Longtu : *Piezoelectric ceramic transformer*, *Ferroelectrics*, Vol.28, p.403, 1980;
 - [36] T. Tsuchiya, Y. Kagawa, N. Wakatsuki, H. Okamura : *Finite Element Simulation of Piezoelectric Transformers*, *IEEE Transaction on Ultrasonic, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol.48, No.4, July 2001;
 - [37] Wenming Zhang, Guang. Meng, Hongguang Li.. Adaptive vibration control of micro-cantilever beam with piezoelectric actuator in MEMS. 2006:321-327;
 - [38] Bailey T, Hubbard JE (1985) Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam. *J Guid Control Dyn* 8(5): 605-611;
 - [39] Baz A, Poh S (1988) Performance of an active control system with piezoelectric actuators. *J Sound Vib* 126(2):327-343;
 - [40] M. LALANNE, P. BERTHIER, J. DER HAGOPLAN, "Mechanical vibrations for Engineers," JOHN WILEY & SON, p.266;
 - [41] Mohamed Bouazara. Étude et analyse de la suspension active et semi-active des véhicules routiers, Ph. D. Thesis, Département de génie mécanique, UNIVERSITÉ LAVAL Québec, Août 1997;
 - [42] Association canadienne des automobilistes, manuel complet de l'automobile;
 - [43] Fanglin Cai, "Conception et analyse mécaniques des pièces en aluminium pour application automobile. Université du Québec à Chicoutimi, Oct 2006;
 - [44] Richard Stone, Jeffrey K. Ball "Automotive Engineering Fundamentals" SAE Order No. R-199, 2004.