

**UNIVERSITÉ DU QUÉBEC**

**NOUVELLE APPROCHE POUR LA PRÉDÉTERMINATION  
DES CARACTÉRISTIQUES EXTERNES DES GÉNÉRATRICES ASYNCHRONES  
FONCTIONNANT DANS LE CADRE DE L'ÎLOTAGE**

**MÉMOIRE  
PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI  
COMME EXIGENCE PARTIELLE DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIÉRIE**

**Par  
GRÉGORY PESET**

**Mars 2003**



### **Mise en garde/Advice**

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

## **Avant Propos**

J'aimerais exprimer ma gratitude aux personnes qui ont fait de ma formation en maîtrise une expérience enrichissante qui me permet aujourd'hui d'élaborer des projets d'ampleurs théoriques et pratiques.

Durant ces dernières années de formation, une vision multidisciplinaire que ce soit dans le monde de la recherche, de l'industrie, de l'enseignement, de la gestion de projets, etc., m'a permis de concrétiser mes objectifs de carrière.

Aussi, je tiens à remercier Monsieur Jean-Francois BRUDNY, Professeur des Universités et Directeur du laboratoire de recherche LSEE en France, pour sa collaboration et son aide durant tout mon projet de maîtrise. Un remerciement également à Monsieur Hervé Roisse, Maître de Conférences et chercheur au LSEE qui m'a soutenu et aidé tout au long de mon cheminement universitaire.

Je tiens également à remercier le département de génie de l'Université du Québec à Rimouski, et plus particulièrement M. Jean Francois Methot, Directeur de ma maîtrise et M. Jean Louis Chaumel, Directeur du groupe éolien.

Je terminerai en remerciant mes parents, mes frères et belles-sœurs, ma famille, mes ami(e)s ainsi que ma fiancée qui ont su m'apporter un soutien dans mes objectifs.

# Table des Matières

<b><u>AVANT PROPOS</u></b> .....	II
<b><u>LISTE DES FIGURES</u></b> .....	VII
<b><u>LISTE DES TABLEAUX ET DES PLANCHES</u></b> .....	IX
<b><u>LISTE DES SYMBOLES</u></b> .....	X
<b><u>INTRODUCTION</u></b> .....	1
<b><u>CHAPITRE I : ETUDE EN REGIME ETABLI, APPROCHES PHYSIQUES</u></b> .....	8
<b><u>I) CONVENTIONS DE SIGNE</u></b> .....	10
<b><u>I.1) Forces électromotrice</u></b> .....	11
<b><u>I.2) Règle fondamentale</u></b> .....	13
<b><u>I.3) Courant</u></b> .....	14
<b><u>I.4) Schémas équivalents</u></b> .....	15
<b><u>II) SCHÉMA ÉQUIVALENT DE LA MACHINE ASYNCHRONE</u></b> .....	16
<b><u>II.1) Équation statorique de la machine à rotor ouvert (à vide)</u></b> .....	17
<b><u>II.1.1) F.m.m. et onde d'induction engendrées par le stator</u></b> .....	17
<b><u>II.1.2) Flux de fuites</u></b> .....	18
<b><u>II.1.3) Flux embrassés</u></b> .....	21
<b><u>II.1.4) Equation de tension statorique</u></b> .....	22
<b><u>II.2) f.e.m. engendrées au rotor ouvert</u></b> .....	25
<b><u>II.3) Effets engendrés par le rotor en court circuit</u></b> .....	26
<b><u>II.4) Schéma monophasé équivalent</u></b> .....	31
<b><u>II.4.1) Bilan des effets</u></b> .....	31
<b><u>II.4.2) Flux embrassés</u></b> .....	32
<b><u>II.4.3) Equations de fonctionnement</u></b> .....	33

II.4.4) Schéma équivalent .....	37
II.4.5) Autre présentation du schéma équivalent .....	40
II.5) Diagramme de fonctionnement à $V^s$ et $f$ donnés .....	41
II.5.1) Définition du lieu .....	42
II.5.2) Construction pratique du lieu .....	43
II.5.3) Echelles .....	44
II.5.4) Bilan des puissances.....	44
II.5.5) Point à glissement infini .....	48
II.5.6) Point de fonctionnement au synchronisme .....	48
II.5.7) Echelle de glissement.....	49
II.6) Exploitation du diagramme .....	51
II.6.1) Point de fonctionnement en moteur (point $M_1$ ).....	53
II.6.2) Point de fonctionnement à contre courant (point $M_2$ ) $g > 1$ .....	55
II.6.3) Point de fonctionnement en génératrice hypersynchrone (point $M_3$ ) $g < 0$ .55	
<b>III) SCHÉMA ÉQUIVALENT DE LA MACHINE SYNCHRONE</b> .....	57
<b>III) SCHÉMA ÉQUIVALENT DE LA MACHINE SYNCHRONE</b> .....	58
III.1) Fonctionnement à vide .....	58
III.2) Fonctionnement en charge .....	60
III.3) Schéma équivalent. ....	62
III.3.1) Equations de fonctionnement.....	62
III.3.2) Expression du coefficient d'équivalence des AT .....	65
III.3.3) Schémas .....	66
III.4) Analogies avec la machine asynchrone.....	69
<b>IV) SCHEMA EQUIVALENT DU GAS UTILISANT L'APPROCHE MS</b> .....	72
<b>V) PRISE EN COMPTE DE LA SATURATION</b> .....	76
V.1) Cas de la MS à poles lisses : Diagramme de Potier .....	77
V.2) Autre approche pour prendre en compte la saturation .....	82
V.2.1) Réactance de magnétisation .....	82
V.2.2) Réactance de fuites .....	84

<b><u>CHAPITRE II : ETUDE EN REGIME ETABLI, EXPLOITATIONS THEORIQUES</u></b>	
<b><u>ET EXPERIMENTALES</u></b> .....	90
<u>I) PUISSANCE TRANSMISE PAR UNE EOLIENNE</u> .....	90
<u>II) THEORIE CLASSIQUE DE DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES</u>	94
<u>II.1) Cas d'une charge inductive</u> .....	94
<u>II.2) Cas d'une charge résistive</u> .....	96
<u>II.2.1) Pulsation de fonctionnement</u> .....	96
<u>II.2.2) Valeur efficace de la tension</u> .....	103
<u>II.2.3) Approche simplifiée</u> .....	104
<u>III) METHODE PROPOSEE</u> .....	106
<u>III.1) Considérations générales sur le point de fonctionnement</u> .....	107
<u>III.2) Cas d'une charge résistive</u> .....	109
<u>III.2.1) Plage de variation de <math>\omega</math></u> .....	110
<u>III.2.2) Pulsation de fonctionnement</u> .....	113
<u>III.2.3) Expression simplifiée de la pulsation de fonctionnement</u> .....	114
<u>III.2.4) Valeur efficace de la tension</u> .....	116
<u>III.2.5) Expression simplifiée de la tension</u> .....	118
<u>IV) SYNTHESE DES RESULTATS</u> .....	119
<u>V) EXPLOITATION</u> .....	121
<u>V.1) Paramètres de la MAS</u> .....	122
<u>V.2) Relevés expérimentaux</u> .....	124
<u>V.3) Prédétermination des caractéristiques en négligeant la saturation</u> .....	126
<u>V.3.1) Utilisation du schéma usuel de la MAS (approche MAS)</u> .....	127
<u>V.3.2) Utilisation de la procédure proposée (approche GAS)</u> .....	127
<u>V.3.3) Caractéristiques</u> .....	128
<u>V.4) Prise en compte de la saturation</u> .....	130
<u>VI) CONCLUSION</u> .....	131

### **CHAPITRE III : ETUDE EN REGIME DYNAMIQUE DU GENERATEUR**

<b><u>ASYNCHRONE</u></b> .....	146
<b><u>I) INTERPRETATION PHYSIQUE DES PHENOMENES</u></b> .....	148
<b><u>II) MODELISATION NUMERIQUE DU GENERATEUR</u></b> .....	154
<u>II.1) Equations de Fonctionnement</u> .....	154
<u>II.2) Coefficients d'inductance</u> .....	156
<u>II.3) Changement de référentiel</u> .....	160
<u>II.4) Equation relative au récepteur</u> .....	162
<u>II.5) Equation d'auto-amorçage</u> .....	163
<u>II.6 Equation mécanique</u> .....	165
<b><u>III) RESOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION D'AUTO-AMORCAGE</u></b> ....	166
<u>III.1) Résolution de l'équation de tension</u> .....	166
<u>III.2) Résolution de l'équation mécanique</u> .....	172
<b><u>IV) VITESSE CRITIQUE D'AUTO-AMORCAGE</u></b> .....	172
<b><u>V) AUTO-AMORCAGE DANS LE CAS D'UNE GAS ENTRAINEE PAR UNE MDC</u></b> .....	174
<b><u>VI) AUTO-AMORCAGE DANS LE CAS D'UNE GAS EQUIPANT UNE EOLIENNE</u></b> .....	178
<b><u>CONCLUSION</u></b> .....	182
<b><u>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u></b> .....	184

## Liste des Figures

### Chapitre 1

Figure 1.1 (a) Ondes d'inductions tournantes.....	9
Figure 1.1 (b) Evolution spatiale des ondes d'inductions.....	9
Figure 1.2 Diagramme bipolaire.....	10
Figure 1.3 (a) Evolution temporelle des flux.....	11
Figure 1.3 (b) Diagramme complexe des flux embrassés.....	11
Figure 1.4 (a) Diagramme des f.e.m. (convention G).....	13
Figure 1.4 (b) Représentation complexe de la f.e.m. et du courant statorique.....	13
Figure 1.5 (a) Convention adopté en générateur.....	14
Figure 1.5 (b) Convention adopté en moteur.....	14
Figure 1.6 Représentation complexe de la f.e.m. et du courant statorique en prenant la f.e.m. comme référence.....	14
Figure 1.7 Représentation des flux au niveau d'une encoche.....	17
Figure 1.8 (a) Répartition des flux lorsque le circuit rotorique est ouvert.....	19
Figure 1.8 (b) Répartition des flux lorsque le circuit rotorique est fermé.....	19
Figure 1.9 (a) Schéma monophasé équivalent ramené au stator.....	22
Figure 1.9 (b) Représentation complexe associé à l'équation [I.26].....	22
Figure 1.10 Schéma équivalent de la machine asynchrone au niveau des f.e.m. et lorsque le rotor est ouvert.....	24
Figure 1.11 Evolution spatiale des ondes d'inductions .....	27
Figure 1.12 Répartition spatiale des ondes d'induction statorique et rotorique.....	27
Figure 1.13 Schéma équivalent de la machine asynchrone au niveau des f.e.m. et lorsque le rotor est en court circuit .....	28
Figure 1.14 Diagramme vectoriel des ondes d'inductions à vide.....	29
Figure 1.15 Schéma monophasé équivalent ramené au stator (rotor en court circuit).....	37
Figure 1.16 (a) Schéma monophasé équivalent ramené au stator prenant en compte l'inversion du courant $I^r$ .....	38
Figure 1.16 (b) Schéma monophasé équivalent ramené au stator avec décomposition de la puissance mécanique et des pertes joules rotoriques.....	38
Figure 1.17 Schéma équivalent ramené au stator simplifié.....	41
Figure 1.18 Diagramme du cercle.....	41
Figure 1.19 Bilan de puissance.....	43
Figure 1.20 Positionnement du point de fonctionnement à vide.....	46
Figure 1.21 1 <sup>er</sup> méthode pour la prise en compte de l'échelle des glissements.....	47
Figure 1.22 2 <sup>ème</sup> méthode pour la prise en compte de l'échelle des glissements .....	48
Figure 1. 23 (a) Diagramme du cercle complet .....	54
Figure 1. 23 (b) Séparation des pertes à vide .....	54
Figure 1.24 Evolution spatiale de l'induction $b_p^f$ .....	56
Figure 1.25 (a) Répartition spatiale des ondes d'induction statorique et rotorique...	58
Figure 1.25 (b) Diagramme vectoriel des vecteurs des ondes d'induction.....	58



Figure 1.26 Diagramme vectoriel initial.....	58
Figure 1.27 (a) Diagramme vectoriel des f.e.m.....	61
Figure 1.27 (b) Diagramme vectoriel des courants .....	61
Figure 1.28 Schéma monophasé équivalent .....	63
Figure 1.29 Schéma monophasé équivalent avec la prise en compte de la réactance de réaction magnétique.....	65
Figure 1.30 Schéma monophasé équivalent avec la prise en compte de la réactance synchrone .....	65
Figure 1.31 Diagramme vectoriel de la machine synchrone .....	66
Figure 1.32 Schéma monophasé équivalent considérant les pertes fer .....	69
Figure 1.33 Schéma monophasé équivalent du générateur asynchrone.....	71
Figure 1.34 Autre représentation du schéma monophasé équivalent du générateur asynchrone .....	71
Figure 1.35 Diagramme vectoriel du générateur asynchrone .....	72
Figure 1.36 Diagramme de Potier .....	74
Figure 1.37 Diagramme vectoriel pour l'essai en déwatté .....	76
Figure 1.38 Diagramme de Potier complet .....	77
Figure 1.39 Evolution de la réactance de magnétisation en fonction de la saturation.....	79
Figure 1.40 Evolution spatiale de l'évolution d'entrefer.....	84
Figure 1.41 (a) Schéma monophasé équivalent de la machine synchrone.....	86
Figure 1.41 (b) Schéma monophasé équivalent de la machine asynchrone .....	86

## Chapitre 2

Figure 2.1 Loi d'évolution du coefficient de performance .....	89
Figure 2.2 Courbe de puissance pour différentes vitesse de vent.....	89
Figure 2.3 Schéma monophasé équivalent du générateur asynchrone complet.....	92
Figure 2.4 Schéma monophasé équivalent du générateur asynchrone simplifié.....	92
Figure 2.5 Schéma monophasé équivalent pour une charge résistive .....	94
Figure 2.6 Schéma monophasé équivalent pour une charge résistive simplifié.....	94
Figure 2.7 Détermination des points de fonctionnement du générateur asynchrone ...	97
Figure 2.8 Schéma monophasé équivalent utilisant l'approche simplifié .....	100
Figure 2.9 Schéma monophasé équivalent utilisant la méthode proposé .....	102
Figure 2.10 Diagramme vectoriel associé.....	103
Figure 2.11 Evolution de la tension statorique .....	121

## Chapitre 3

Figure 3.1 (a) Schéma équivalent monophasé du générateur asynchrone .....	138
Figure 3.1 (b) Schéma équivalent monophasé du générateur asynchrone En utilisant la notion d'impédance .....	138
Figure 3.2 Modèle triphasé du générateur.....	144
Figure 3.3 Diagramme vectoriel ramené dans le référentiel statorique .....	150
Figure 3.4 Système d'axes dq .....	152

Figure 3.5 : Organigramme de l'algorithme .....	161
Figure 3.6 : Schéma bloc global .....	165
Figure 3.7 : Evolution temporelle $R=366\Omega$ et $C=30.1\mu F$ .....	166
Figure 3.8 : Evolution temporelle $R=239\Omega$ et $C=33.7\mu F$ .....	167
Figure 3.9 : Courbe $C_r$ en fonction de $R_a$ .....	168
Figure 3.10 : Schéma bloc global .....	169
Figure 3.11 : Evolution temporelle $R=366\Omega$ et $C=30.1\mu F$ .....	170

## Liste des tableaux et des planches

<b>Tableau 2.1</b> Débit sur charge résistive R .....	116
<b>Tableau 2.2</b> Approche GAS - $R=239\Omega$ , $C=33.7\mu F$ , $g_0=-2.45\%$ .....	126
<b>Planche 1</b> Caractéristique à vide du GAS. Evolution du coefficient $\lambda$ .....	128
<b>Planche 2</b> Valeurs expérimentales .....	129
<b>Planche 3</b> Valeurs prédéterminées en utilisant l'approche traditionnelle ( MAS).....	130
<b>Planche 4</b> Valeurs prédéterminées en utilisant l'approche proposée ( GAS).....	131
<b>Planche 5</b> Evolution de la tension statorique.....	132
<b>Planche 6</b> Evolution de la fréquence statorique .....	133
<b>Planche 7</b> Evolution du glissement .....	134
<b>Planche 8</b> Prise en compte de la saturation, $R=239\Omega$ , $C=33.7\mu F$ .....	135

## Liste des symboles

$f$	fréquence des signaux statoriques (
$\omega$	pulsation des signaux statoriques
$v_q^s$	tension aux bornes de la phase q du stator
$i_q^s$	courant traversé dans la phase q du stator
$\psi_q^s$	flux embrassé dans la phase q du stator
$b_p^s$	onde d'induction tournante générée par le stator qui se retrouve au niveau du rotor
$b_f^s$	onde d'induction tournante de fuites générée par le stator
$n_e^s$	nombre de spires effectives d'une phase statorique ( $n_e^s = n^s k_1^s$ )
$n^s$	nombre de tours réels
$k_1^s$	coefficient de bobinage relatif au fondamental
$b_p^r$	onde d'induction tournante générée par le rotor qui se retrouve au niveau du stator
$b_f^r$	onde d'induction tournante de fuites générée par le rotor
$b^e$	onde d'induction tournante résultante d'entrefer : $b^e = b_p^s + b_p^r$ ,
$\alpha^s$	abscisse angulaire permettant de repérer un point quelconque de l'entrefer par rapport à l'axe de référence statorique
$\alpha^r$	abscisse angulaire qui permet de repérer ce point de l'entrefer par rapport à la référence spatiale rotorique $d^r$ (définie suivant le type de machine),
$g$	glissement de la machine,
$\omega'$	vitesse de rotation du rotor : $\omega' = (1 - g)\omega$ ,
$\theta$	écart angulaire entre $d^s$ et $d^r$ : $\theta = \theta_0 + \omega' t$ ,
$L$	longueur des armatures statorique et rotorique.

## Introduction

Nous assistons, ces dernières décennies, à un développement sans précédent de système de production d'énergie électrique mettant en œuvre des sources renouvelables telles que le vent et le solaire [1], [2], [3]. Les dispositifs mis en œuvre sont relativement onéreux et des considérations économiques doivent accompagner ces développements [4], [5], [6]. En ce qui concerne l'éolien, qui fait l'objet de nos préoccupations, on distingue les sources de production décentralisées de très fortes puissances (de l'ordre du MW), où l'on privilégie la fiabilité face au coût de l'investissement, de celles que l'on peut qualifier "d'unités personnalisées", de quelques dizaines de kW où l'on favorise la robustesse en minimisant les investissements. Généralement, les systèmes de fortes puissances sont connectés au réseau alors que les unités personnalisées, bien que parfois connectées au réseau, fonctionnent fréquemment en mode isolé ou autonome (cadre de l'îlotage). Notre étude concerne ce dernier type d'éoliennes qui, pour des raisons économiques, ont souvent recours à des générateurs asynchrones. Ces derniers posent un certain nombre de problèmes dans le cadre de l'îlotage (contrôle de la tension, de la fréquence, auto-amorçage,...). Notre contribution porte sur ces différents aspects en proposant, pour caractériser le générateur asynchrone, une démarche calquée sur celle utilisée pour la machine synchrone.

La prédétermination des tensions simples, de valeur efficace  $V^s$  et de fréquence  $f$  (pulsation  $\omega$ ), qui apparaissent au stator d'une génératrice asynchrone fonctionnant en site

isolé, est classiquement réalisée en utilisant son schéma monophasé équivalent composé d'éléments passifs (résistances, inductances). Pour une machine synchrone à pôles lisses, on a recours, si l'on néglige la saturation, à un schéma monophasé équivalent du type générateur de tension où la réactance synchrone constitue son impédance interne. Cette différence au niveau des approches [7], [8], peut paraître surprenante dans la mesure où la seule différence, d'un point de vue de fonctionnement, porte sur la façon de générer l'onde d'induction tournante rotorique qui est à l'origine de la f.e.m. théorique à vide délivrée par le stator de la machine.

- Pour une machine synchrone à  $p$  paires de pôles, cette f.e.m. est engendrée par un courant continu qui parcourt un enroulement en rotation à la vitesse  $\omega/p$ .
- Pour une machine asynchrone, avec le même nombre de paires de pôles, cette f.e.m. est générée par un système polyphasé équilibré de courants sinusoïdaux de pulsation  $g\omega$  ( $g$  représente le glissement) qui parcourt un enroulement polyphasé en rotation à la vitesse  $(1 - g)\omega/p$ .

Globalement, vu du stator, on doit donc avoir un comportement identique pour les deux machines.

Notons cependant une différence essentielle, qu'il n'est pas nécessaire de considérer au niveau de l'approche théorique, à savoir que la f.e.m. statorique à vide est contrôlable sur une machine synchrone alors que ce n'est pas le cas pour une machine asynchrone. En effet, pour cette dernière, les courants rotoriques sont induits par les courants statoriques de sorte que l'induction tournante d'entrefer ne peut apparaître qu'en charge, donc lorsque

l'excitation de la machine est amorcée. Comme précisé, cette particularité ne doit pas, en soi, s'opposer au développement d'une procédure théorique simplifiée unique et valable pour les deux structures. Son impact concerne essentiellement les procédures expérimentales à mettre en œuvre pour déterminer les paramètres du schéma monophasé équivalent unique qui permet de caractériser ces fonctionnements en génératrice de ces deux machines.

Cette réflexion conduit à formuler la question fondamentale suivante : **Quel schéma équivalent doit-on utiliser ? Celui de la machine asynchrone ou celui de la machine synchrone ?**

En fait, la réponse est simple si l'on revient aux phénomènes physiques qui ont conduit à l'établissement de ces schémas.

- La structure du schéma de la machine asynchrone a été établie en considérant un fonctionnement en moteur de cette machine alimentée en tension. Dans ces conditions, si l'on néglige les chutes de tension au stator, la machine fonctionne **à onde d'induction tournante d'entrefer à amplitude constante** quel que soit l'état de charge de la machine. Cela peut encore se traduire par un **« fonctionnement à onde d'induction tournante d'entrefer imposée »**.
- Pour une machine synchrone, le schéma équivalent résulte d'une analyse portant sur un fonctionnement en alternateur ou en génératrice. Dans ce cas, l'onde d'induction tournante d'entrefer résulte de la combinaison de deux ondes : celle engendrée par la roue polaire et celle de réaction générée par les courants statoriques. **On ne contrôle**

donc **plus l'onde d'induction tournante résultante d'entrefer** et la tension que délivre cette machine dépend essentiellement de cette dernière quantité.

Comme le fonctionnement de la génératrice asynchrone en mode isolé auto-excitée est similaire à celui de l'alternateur (la tension aux bornes des phases statoriques n'est pas imposée mais résulte de l'onde d'induction tournante résultante d'entrefer), il apparaît clairement que pour ce type de fonctionnement :

- l'utilisation du schéma équivalent de la machine asynchrone ne semble pas adapté du tout à première vue,
- seule l'approche relative à la machine synchrone serait à retenir.

Pourquoi rencontre-t-on fréquemment dans la littérature [9], [10], des développements utilisant le schéma équivalent de la machine asynchrone alors qu'il n'est valable qu'en régime non saturé, donc dans une plage de fonctionnement très limitée ? La réponse est simple et est liée à un problème « d'habitude » puisque, systématiquement, à une machine donnée, on associe un schéma équivalent. Procéder autrement nécessite de reprendre entièrement l'approche physique de l'enchaînement des différents phénomènes, ce qui en fait, même pour un ingénieur ou chercheur électrotechnicien, n'est pas toujours aisé et risque d'effrayer, puisque ces schémas équivalents ont été proposés puis peaufinés et ce pendant de nombreuses décennies. Pour en revenir à l'utilisation du schéma classique asynchrone, certains auteurs, se rendant compte des écarts entre résultats expérimentaux et prédéterminés en utilisant cette procédure, proposent de considérer au niveau du schéma



équivalent de la machine asynchrone une impédance magnétisante de valeur variable [11]. De façon implicite, il est admis que l'amplitude de l'onde tournante d'entrefer n'est pas contrôlée de sorte que le phénomène de saturation peut très rapidement apparaître réduisant la valeur de cette impédance magnétisante. Sur un alternateur, ce même phénomène apparaît et ce pour les mêmes raisons. Néanmoins, dans ce cas, on précise clairement que, due à saturation, il n'est plus possible d'additionner les composantes d'induction partielles (générées séparément par le stator et le rotor) et que la règle de sommation ne peut s'appliquer que sur les ampères-tours, ce qui conduit au bien connu diagramme de Potier.

**Pourquoi s'autorise t-on à faire sur la machine asynchrone ce que l'on s'interdit sur la machine synchrone ?**

Il est également bien connu que la saturation affecte beaucoup les inductances de fuites. Il en résulte donc qu'agir sur l'impédance magnétisante en maintenant constantes les inductances de fuites constituerait également un choix discutable en soi une aberration d'un point de vue physique des phénomènes, d'autant plus que l'entrefer sur une machine asynchrone est faible de sorte que, comparativement à une machine synchrone, les réactances de fuites soient beaucoup plus sensibles au phénomène de saturation. Une autre difficulté caractérise la machine asynchrone, celle-ci concerne le courant d'excitation et donc rotorique de cette machine qui est un courant auto-induit fonction du courant débité alors que sur une machine synchrone, ce courant est un paramètre que l'on peut contrôler. Le fait de maintenir constant ce courant sur une machine synchrone conduit à maintenir constante l'amplitude de l'onde d'induction tournante rotorique. Cette quantité reste, à

première vue, une quantité incontrôlable sur une machine asynchrone. Cet aspect met en évidence la complexité qui accompagne la prédétermination des caractéristiques en régime établi d'un générateur asynchrone fonctionnant en mode isolé. En outre, pour que ce régime puisse exister, il est nécessaire que le générateur asynchrone puisse s'amorcer correctement et nous pensons qu'il convient d'apporter une attention toute particulière à cette phase transitoire de façon à pouvoir le contrôler en pratique. Cette présentation définit implicitement le découpage que nous utilisons pour présenter les résultats de ce travail.

Dans le premier chapitre nous nous intéresserons à présenter les approches physiques qui conduisent aux schémas équivalents des machines asynchrones (MAS) et synchrones à pôles lisses (MS) en supposant linéaire le circuit magnétique. Nous utiliserons ces développements pour définir le schéma équivalent et le diagramme de fonctionnement du générateur asynchrone (GAS) utilisant l'approche synchrone. Nous montrerons ensuite comment nous nous proposons de procéder pour prendre en compte la saturation sur le GAS.

Le deuxième chapitre sera consacré à l'étude comparative des structures (schémas équivalents MAS et GAS) basée sur l'exploitation des différentes relations. Les résultats obtenus seront comparés à ceux issus de l'expérimentation.

Dans le troisième et dernier chapitre de ce mémoire nous nous pencherons, aussi bien d'un point de vue théorique qu'expérimental, sur le problème de l'autoamorçage du

GAS. Nous définirons une approche simplifiée, basée sur des considérations physiques, qui permettra d'analyser analytiquement les conditions d'autoamorçage. Nous développerons ensuite une modélisation numérique basée sur l'exploitation du vecteur complexe. Les résultats issus de ces analyses ainsi que les résultats expérimentaux, définiront les limites de validité du modèle. Nous traiterons finalement le cas d'une éolienne qui fonctionne dans le cadre de l'îlotage

# **CHAPITRE I**

## **ETUDE EN REGIME ETABLI, APPROCHES PHYSIQUES**

Après avoir précisé les conventions utilisées nous présenterons, en régime établi et en l'absence de saturation, les approches physiques destinées à caractériser les fonctionnements des machines asynchrones (MAS) et synchrones à pôles lisses (MS). En utilisant l'approche synchrone nous définirons ensuite le diagramme de fonctionnement du générateur asynchrone (GAS). Nous montrerons alors comment nous nous proposons de prendre en compte la saturation au niveau du GAS. L'étude de ces structures en négligeant la saturation s'effectuera en supposant :

- la perméabilité du fer infinie (ampères-tours (AT) consommés par le fer négligés),
- l'entrefer  $e$  d'épaisseur constante (denture ignorée),
- les courants statoriques à évolution temporelle sinusoïdale,
- les forces magnétomotrices (f.m.m.)  $\epsilon$  à répartition spatiale sinusoïdale (méthode du premier harmonique),
- le stator triphasé,
- la machine bipolaire avec enroulements statoriques à ouverture diamétrale,
- chaque enroulement logé dans uniquement deux encoches,
- la référence temporelle telle qu'à  $t=0$  le courant dans la phase 1 du stator est maximum,
- l'origine spatiale statorique (axe  $d^s$ ) confondue avec l'axe de la phase 1 du stator,

- le rayon moyen d'entrefer  $R$  peu différent du rayon interne du stator  $R^s$  ou du rayon externe du rotor  $R^r$ ,
- l'axe d'un pôle Nord confondu avec l'axe de la calotte positive de l'onde de f.m.m. ou d'induction  $b$  puisque  $b = \epsilon \mu_0 / e$  avec  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$ .

Nous adopterons la règle suivante pour caractériser une variable électrique  $x$ .

- Lorsque cette variable est relative à une armature, elle sera affectée d'un indice supérieur (s ou r) correspondant à cette armature.
- Lorsqu'une variable est définie dans son référentiel d'origine elle sera présentée telle quelle, elle sera affectée d'un indice prime (ou "°") lorsqu'elle définie dans l'autre référentiel.
- Pour distinguer les différentes phases nous utiliserons l'indice inférieur  $q$  ( $q=1, 2$  ou  $3$ ).
- Une variable relative à une armature peut résulter des effets engendrés par cette même armature ou par l'autre armature. Lorsqu'il sera nécessaire de distinguer les provenances des effets nous introduirons au niveau inférieur la quantité inférieure (s) ou (r).
- L'indice inférieur "n" précise qu'il s'agit de la valeur nominale de la variable.

Les notations spécifiques à une machine seront précisées séparément.

Pour conduire nos développements, nous ferons appel à deux propriétés que nous justifierons par la suite.

- **Propriété 1.** *Pour une armature triphasée, lorsqu'une phase est parcourue par un courant maximum positif de valeur crête, les ondes de f.m.m. et d'induction résultantes créées par cette armature sont maximales dans l'axe de cette phase.*

- **Propriété 2.** Lorsque l'onde d'induction tournante se déplace dans le sens positif (trigonométrique), alors la f.e.m. induite dans une phase est maximale, en utilisant la convention G, lorsqu'un Nord (maximum de l'onde d'induction) est face à son second côté (conducteur qui sera repéré avec l'indice prime). En convention M, l'axe de ce Nord doit se trouver face à son premier côté (conducteur sans indice).

#### D) CONVENTIONS DE SIGNE

Considérons deux armatures coaxiales et adoptons comme sens positif le sens trigonométrique comme indiqué à la figure 1.1a. Celle-ci conduit à la représentation développée de la figure 1.1b où uniquement les phases 1 et 2 du stator, supposé triphasé, sont représentées.

Soient deux ondes d'induction tournantes  $b_p^s$  et  $b_p^r$  évoluant à la même vitesse  $\omega$  dans le sens trigonométrique, décalées spatialement de  $\xi$  comme indiqué aux figures 1.1a et b tracées à  $t=0$ .

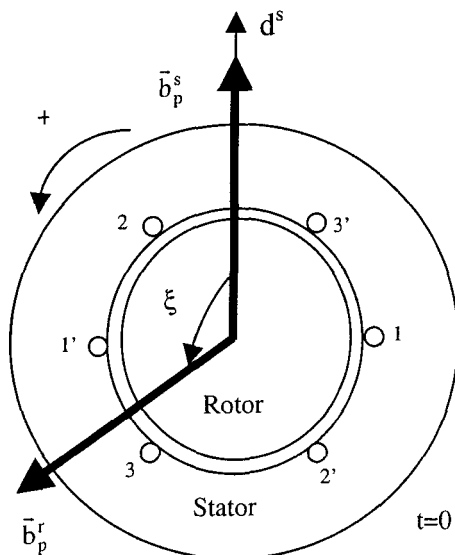


Figure 1.1 (a) Ondes d'inductions tournantes

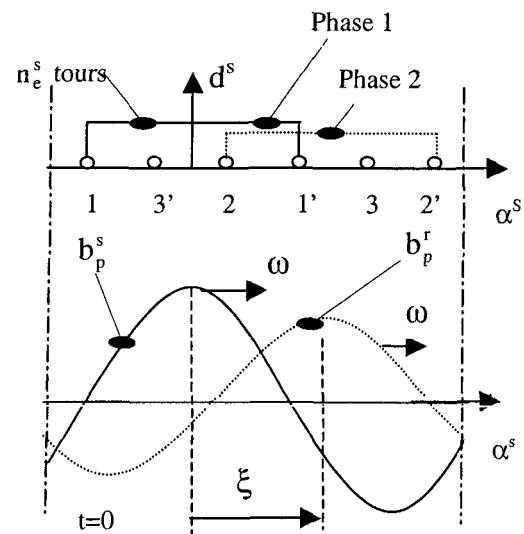


Figure 1.1 (b) Evolution spatiale des ondes d'inductions

$b_p^s$  est supposé maximum à l'instant considéré, pris comme référence ( $t=0$ ), dans l'axe de la phase 1 du stator ( $i_1^s$  est donc maximum à cet instant). Pour représenter ces ondes à répartition spatiale sinusoïdale, il est possible d'utiliser le diagramme

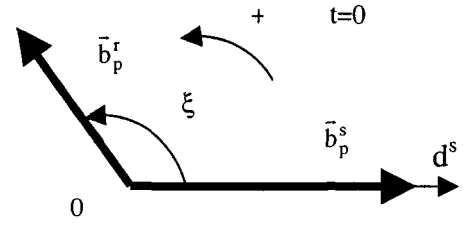


Figure 1.2 Diagramme bipolaire

bipolaire où l'axe de référence coïncide avec  $d^s$  (figure 1.2). Ce diagramme bipolaire permet de déterminer la valeur de l'induction en un point quelconque de l'entrefer par simple projection des vecteurs sur un axe décalé spatialement de  $\alpha^s$  de l'origine. Les valeurs de l'induction en  $\alpha^s=0$  permettent de positionner ces vecteurs à  $t=0$  comme indiqué à la figure 1.2. Les expressions analytiques qui caractérisent ces ondes d'induction tournantes dans le référentiel statorique s'écrivent :

$$b_p^s = \hat{b}_p^s \cos(\omega t - \alpha^s) \quad [I.1]$$

$$b_p^r = \hat{b}_p^r \cos(\omega t - \alpha^s + \xi) \quad [I.2]$$

On vérifie bien qu'à  $t=0$ ,  $b_p^r$  est maximum en  $\alpha^s = \xi$ .

### **I.1) Forces électromotrices**

Pour passer de ces grandeurs spatiales à des grandeurs temporelles, il suffit de considérer, par exemple, les flux embrassés par la phase  $q$  du stator. Le flux  $d\psi$  qui traverse l'élément de surface  $dS$  situé dans l'entrefer à une abscisse  $\alpha^s$  et compris dans un angle  $d\alpha^s$  s'exprime par :  $d\psi = b^e(\alpha^s)RLd\alpha^s$ .

Dans ces conditions en notant  $\psi_{q(r)}^s$ , la composante de flux engendrée par  $b_p^r$ , il vient :

$$\psi_{q(r)}^s = n_e^s RL \int_{(q-1)\frac{2\pi}{3}-\pi/2}^{(q-1)\frac{2\pi}{3}+\pi/2} \hat{b}_p^r \cos(\omega t - \alpha^s + \xi) d\alpha^s$$

soit :

$$\psi_{q(r)}^s = \hat{\psi}_{(r)}^s \cos(\omega t + \xi - (q-1)\frac{2\pi}{3}) \quad [I.3]$$

avec :

$$\hat{\psi}_{(r)}^s = 2RL\hat{b}_p^r n_e^s \quad [I.4]$$

On en déduit de même que la composante de flux  $\psi_{q(s)}^s$  engendrée par  $b_p^s$  est donnée par :

$$\psi_{q(s)}^s = \hat{\psi}_{(s)}^s \cos(\omega t - (q-1)\frac{2\pi}{3}) \quad [I.5]$$

avec :

$$\hat{\psi}_{(s)}^s = 2RL\hat{b}_p^s n_e^s \quad [I.6]$$

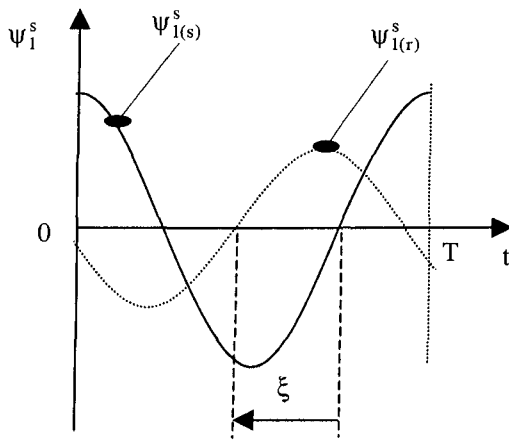


Figure 1.3 (a) Evolution temporelle des flux

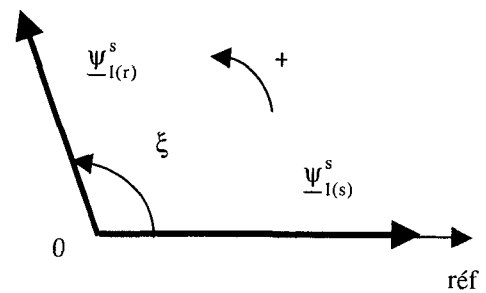


Figure 1.3 (b) Représentation complexe des flux embrassés



La figure 1.3 présente les ondes temporelles « flux embrassés » par la phase 1, ainsi que la représentation complexe correspondante ( $\underline{\psi}_{1(r)}^s$  est déphasé en avant de  $\xi$  sur  $\underline{\psi}_{1(s)}^s$ ).

En convention G, on passe des flux embrassés aux f.e.m. par la relation :  $e = -\frac{d\psi}{dt}$ . Soient

$e_{q(s)}^s$  et  $e_{q(r)}^s$  les quantités liées respectivement à  $\psi_{q(s)}^s$  et  $\psi_{q(r)}^s$ , il vient :

$$e_{q(s)}^s = E_{(s)}^s \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \pi/2 - (q-1)\frac{2\pi}{3}\right) \quad [I.7]$$

$$e_{q(r)}^s = E_{(r)}^s \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \xi - \pi/2 - (q-1)\frac{2\pi}{3}\right) \quad [I.8]$$

avec :

$$E_{(s)}^s = \sqrt{2} R L n_e^s \hat{b}_p^s \omega \quad [I.9]$$

$$E_{(r)}^s = \sqrt{2} R L n_e^s \hat{b}_p^r \omega \quad [I.10]$$

Le diagramme de la figure I.4a donne la position des complexes qui représentent ces quantités.

## **I.2) Règle fondamentale**

Considérons la quantité  $e_{l(r)}^s$  définie par l'équation [I.8]. A  $t=0$ , cette f.e.m. induite est maximale lorsque  $\xi = \pi/2$ , donc lorsque l'axe du pôle Nord de  $\hat{b}_p^r$  est face au second côté de la bobine de la phase 1 (cf. figure 1.1). D'où la règle adoptée pour caractériser la f.e.m. dans une phase : *En convention G, la f.e.m. induite dans une phase est, compte tenu du*

*sens de déplacement de l'onde d'induction tournante, maximale lorsqu'un Nord (maximum de l'onde d'induction) est face à son second côté (conducteur repéré avec l'indice prime). En convention M la f.e.m. résulte de l'application de la relation  $e = \frac{d\psi}{dt}$  de sorte que cette quantité sera maximale lorsque le Nord est face à son premier coté (conducteur sans indice).*

Cette règle correspond en fait à la propriété 2 que nous avons énoncée initialement.

### I.3) Courant

Si l'onde d'induction tournante  $b_p^s$  est maximale dans l'axe de la phase 1 à l'instant considéré, c'est que le courant dans cette phase est maximal. Soit  $\underline{I}_1^s$  le complexe qui caractérise le courant,  $\underline{I}_1^s$  est colinéaire à  $\underline{\psi}_{1(s)}^s$ . On aboutit au diagramme de la figure 1.4b qui présente, en convention G, les positions de la f.e.m.  $\underline{E}_{1(s)}^s$  et du courant  $\underline{I}_1^s$  déphasé de  $\pi/2$  en AV sur la f.e.m..

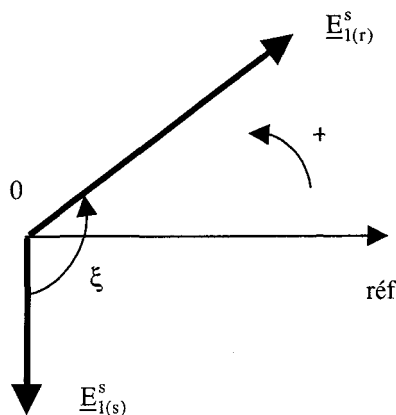


Figure 1.4 (a) Diagramme des f.e.m. en convention générateur

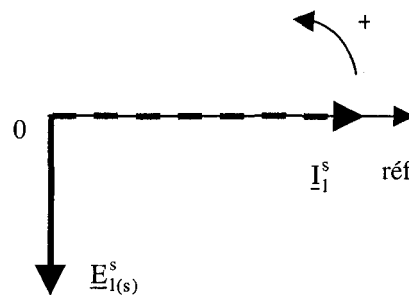


Figure 1.4 (b) Représentation complexe de la f.e.m. et du courant statorique

#### I.4) Schémas équivalents

La présentation qui vient d'être faite suppose implicitement, si l'on considère uniquement la composante  $e_{1(s)}^s$ , que c'est cette dernière qui est à l'origine de la circulation du courant  $i_1^s$ . L'enroulement s'identifie à un enroulement de générateur comme indiqué à la figure 1.5.

Si c'est  $v_1^s$  qui est à l'origine de  $i_1^s$  comme indiqué à la figure 1.6a, il est alors admis que l'enroulement s'identifie à un récepteur. Dans ce cas, comparativement à la figure 1.5, nous n'avons fait qu'inverser le sens du courant  $i_1^s$ . Par conséquent, la f.e.m. s'exprime par :

$$e_{1(s)}^s = \frac{d\psi_{1(s)}^s}{dt}, \text{ de sorte que dans les relations [I.7] et [I.8], il convient de substituer } +\pi/2 \text{ à } -$$

$$\pi/2. \text{ Comme } \psi_{1(s)}^s \text{ est de la forme } L^s i_1^s \text{ on a également : } \underline{E}_{1(s)}^s = jL^s \omega \underline{I}_1^s.$$

Cela correspond bien aux conventions utilisées en récepteur (convention M) qui conduisent au diagramme vectoriel de la figure 1.6b associé au schéma de la figure 1.6a.

Pour utiliser la notion d'inductance au niveau du premier schéma (figure 1.5), qui utilise la convention G, il convient alors de poser :  $\underline{E}_{1(s)}^s = -jL^s \omega \underline{I}_1^s$  et l'on retrouve bien dans ces conditions le diagramme de la figure 1.4b.

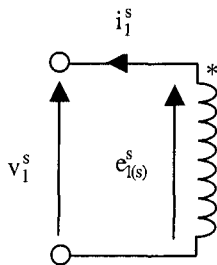


Figure 1.5 (a) Convention adopté en générateur

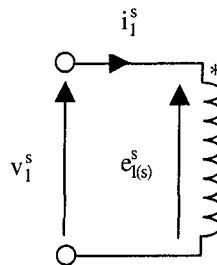


Figure 1.5 (b) Convention adopté en moteur

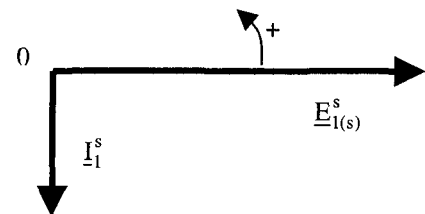


Figure 1.6 Représentation complexe de la f.e.m et du courant statorique en prenant la f.e.m. comme référence.

## II) SCHÉMA ÉQUIVALENT DE LA MACHINE ASYNCHRONE

Que le rotor soit bobiné ou à cage, il est toujours possible de considérer que cette armature porte un enroulement triphasé qui présente, en ce qui concerne les techniques de réalisation, des caractéristiques analogues à celles relatives à l'enroulement statorique. La référence spatiale rotorique ( $d^r$ ) sera confondue avec l'axe de la phase 1 du rotor. Les différentes variables se déduiront de celles initialement présentées en substituant l'indice supérieur « r » à « s » ( $v_q^r$ ,  $i_q^r$ ,  $\psi_q^r$ ,  $n_e^r$ ). Intuitivement, il est possible de préciser que l'enroulement statorique s'identifie à un récepteur, alors que celui au rotor se comporte comme un générateur. Néanmoins, nous supposerons initialement que ces deux enroulements constituent des récepteurs et de ce fait utiliserons la convention M. Les équations de tension qui régissent le fonctionnement de la phase q du stator, en distinguant les fonctionnements à vide et en charge par l'utilisation de l'indice 0, s'écrivent :

$$v_{q0}^s = r^s i_{q0}^s + \frac{d}{dt} \psi_{q0}^s \quad \text{à vide} \quad [I.11]$$

$$v_q^s = r^s i_q^s + \frac{d}{dt} \psi_q^s \quad \text{en charge} \quad [I.12]$$

Considérons un fonctionnement en moteur alimenté sous tension et fréquence constantes. Dans ces conditions  $v_{q0}^s = v_q^s$ . Si, d'autre part, on néglige les chutes de tensions ohmiques, on s'aperçoit que les quantités  $\psi_{q0}^s$  et  $\psi_q^s$ , qui représentent les flux embrassés par la phase q du stator à vide et en charge, sont des fonctions sinusoïdales du temps d'amplitudes identiques. Comme ces flux embrassés résultent en première approximation de l'intégration

de l'onde tournante résultante d'entrefer  $b^e$ , il apparaît clairement que  $\hat{b}_0^e = \hat{b}^e$ . On a donc dans ce cas (alimentation sous tension constante) un fonctionnement à « *onde d'induction tournante d'entrefer à amplitude imposée* ». Nous avons employé le qualificatif de *première* approximation car en réalité  $\psi_q^s$  correspond en majeure partie à  $b^e$  mais également, en proportion beaucoup moindre, à l'onde d'induction tournante  $b_f^s$  de fuites statoriques. Des équations similaires à [I.11] et [I.12] peuvent être écrites au niveau du rotor en adaptant les indices. Les remarques formulées pour le stator restent valables pour le rotor.

## **II.1) Équation statorique de la machine à rotor ouvert**

### **II.1.1) F.m.m. et onde d'induction engendrées par le stator**

Le fonctionnement d'une machine non chargée (à vide) diffère de celui à rotor ouvert puisque le courant rotorique, s'il est faible à vide, est inexistant dans le second cas. Cependant, en supposant qu'à vide le glissement  $g$  est voisin de zéro, il est possible de confondre les deux cas comparativement au fonctionnement en charge proprement dit. Adoptons comme référence temporelle l'instant qui coïncide avec le passage par un maximum du courant dans la phase 1 du stator. Dans ces conditions, les courants statoriques s'expriment par :

$$i_{q0}^s = I_0^s \sqrt{2} \cos\left[\omega t - (q-1)\frac{2\pi}{3}\right] \quad (q=1,2 \text{ ou } 3) \quad [\text{I.13}]$$

Le fondamental de l'onde de la f.m.m. engendrée par la phase q qui apparaît le long de

l'entrefer développé s'écrit :  $\epsilon_{q0}^s = \frac{4}{\pi} \frac{n_e^s}{2} i_{q0}^s \cos[\alpha^s - (q-1)\frac{2\pi}{3}]$ .

Pour avoir la répartition du fondamental de la f.m.m. engendrée par les trois phases

le long de l'entrefer, il suffit de sommer les effets des trois phases :  $\epsilon_0^s = \sum_{q=1}^3 \epsilon_{q0}^s$ . Cela

conduit à :

$$\epsilon_0^s = \frac{3}{\pi} n_e^s I_0^s \sqrt{2} \cos(\omega t - \alpha^s) \quad [\text{I.14}]$$

L'induction radiale d'entrefer  $b_0^e$  s'obtient en effectuant le produit de la f.m.m. qui apparaît

le long de l'entrefer développé, par la perméance d'entrefer par unité de surface  $P^e = \mu_0 / e$

qui n'est autre que l'inverse de la réluctance par unité de surface  $\mathcal{R}^e$ . Dans ces conditions, il vient:

$$b_0^e = \hat{b}_0^e \cos(\omega t - \alpha^s) \quad [\text{I.15}]$$

avec :

$$\hat{b}_0^e = \frac{3}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_e^s I_0^s \sqrt{2} \quad [\text{I.16}]$$

### II.1.2) Flux de fuites

Un point important réside dans la façon de prendre en compte les fuites magnétiques au niveau des armatures, fuites qui correspondent à divers

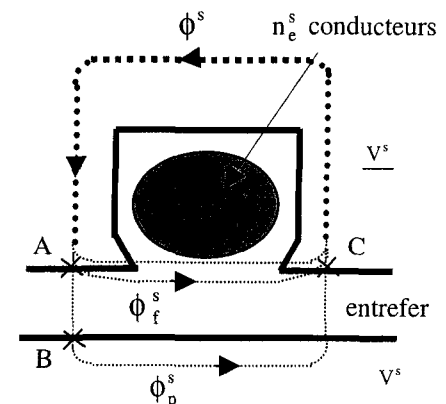
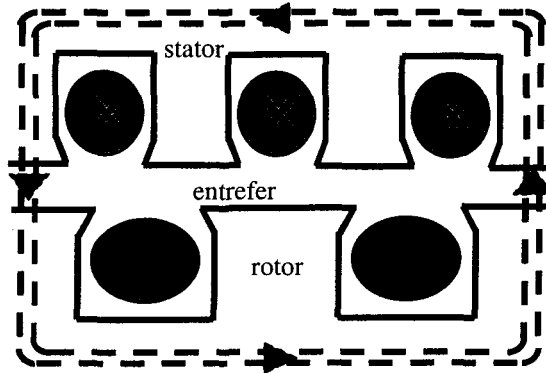


Figure 1.7 Représentation des flux au niveau d'une encoche

phénomènes complexes. Nos développements porteront sur les fuites statoriques sachant que des phénomènes similaires apparaissent au niveau du rotor.

- La méthode la plus simple et la plus pédagogique pour aborder ce problème, consiste à admettre que les ampères-tours créés par l'armature statorique génèrent un flux  $\phi^s$  qui peut emprunter deux trajets (figure 1.7). Le premier, qui donne naissance aux effets utiles ou principaux  $\phi_p^s$  (utilisation de l'indice inférieur "p"), conduit à l'armature rotorique en entourant les conducteurs qui y sont logés. Le second, qui correspond aux fuites  $\phi_f^s$  (utilisation de l'indice inférieur "f"), se referme au voisinage de l'armature alimentée. Cette approche [12], [13], permet de découpler simplement les phénomènes.
- La seconde technique repose sur la loi de Lentz [14]. Lorsque les conducteurs de l'armature statorique sont parcourus par un courant  $i$ , ils génèrent un flux qui entoure les conducteurs en circuit ouvert de l'armature rotorique (figure 1.8a), y induisant des f.e.m.. Lorsque ces conducteurs forment un circuit fermé, ces f.e.m. vont être à l'origine de la circulation de courants qui vont s'opposer à la cause qui leur donne naissance, réduisant de ce fait la composante de flux initiale qui les entourait, forçant ce dernier à emprunter partiellement un autre trajet (figure 1.8b). Cette réduction des effets utiles conduit à la définition des fuites magnétiques. Lorsque les conducteurs de l'armature rotorique forment un circuit fermé, il est nécessaire de faire parcourir les conducteurs de l'armature statorique par un courant  $i'$  supérieur à  $i$  pour obtenir les mêmes effets utiles qu'à « vide ». Pour traduire ce phénomène on introduit le coefficient d'Hopkinson  $v$  supérieur à l'unité tel que

Figure 1.8 (a) Répartition des flux lorsque le circuit rotorique est ouvert



$i' = v_i$ . C'est cette méthode qui est utilisée lors

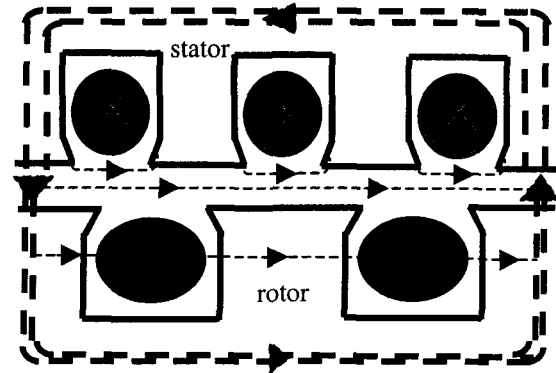


Figure 1.8 (b) Répartition des flux lorsque le circuit rotorique est fermé

du dimensionnement des machines [15], [16].

• Bien que la seconde méthode soit plus rigoureuse elle ne conduit pas, relativement à la première procédure, à des écarts trop importants. Nous nous bornerons donc, en ce qui concerne nos développements que nous souhaitons simplifier au maximum, à mettre en œuvre la première technique. Comme les fuites sont relativement faibles, il est encore possible d'écrire que l'onde d'induction de fuite  $b_f^s$  est liée à l'onde d'induction principale  $b_p^s$  par la relation :  $b_f^s = \lambda^s b_p^s$ , avec  $\lambda^s$  petit devant l'unité. Dans ces conditions, on en déduit que l'onde d'induction  $b^s$  dans le fer statorique est donnée par :

$$b^s = (1 + \lambda^s) b_p^s \quad [I.17]$$

Concernant l'armature rotorique, il vient :  $b^r = (1 + \lambda^r) b_p^r$  ( $\lambda^r$  étant également petit de l'unité).



Précisons que P.L. Alger [14] définit 8 types de flux de fuites et certaines de ces composantes ne se satisfont pas d'une simple règle de proportionnalité comme cela vient d'être précisé. Cependant, nous poursuivrons notre étude en considérant valables, d'une manière générale, les relations proposées. Les difficultés d'interprétation des phénomènes liés aux fuites magnétiques sont reportées au niveau de la définition des coefficients  $\lambda^s$  et  $\lambda^r$ .

### II.1.3) Flux embrassés

Compte tenu de la procédure retenue pour prendre en compte les fuites, on en déduit que:

$$b_{p0}^s = b_0^e \quad [I.18]$$

Avec  $b_0^e$  défini par [I.15] et [I.16].

Pour déterminer la composante de flux  $\psi_{q(s)0}^s$  embrassée par la phase  $q$  du stator, il convient de considérer l'onde d'induction à la périphérie interne du stator, donc, compte tenu de [I.17], la quantité  $b_0^s = (1 + \lambda^s) b_{p0}^s$ . On obtient alors :

$$\psi_{q(s)0}^s = n_e^s R L \int_{-\pi/2+(q-1)2\pi/3}^{\pi/2+(q-1)2\pi/3} b_0^s(\alpha^s) d\alpha^s$$

expression qui conduit à :

$$\psi_{q(s)0}^s = (1 + \lambda^s) \hat{\psi}_{p(s)0}^s \cos[\omega t - (q-1)2\pi/3] \quad [I.19]$$

avec, compte tenu de l'expression de  $\hat{b}_{p0}^s$  donnée également par [I.16] :

$$\hat{\psi}_{p(s)0}^s = \frac{6\sqrt{2}}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_e^{s^2} R L I_0^s \quad [I.20]$$

En posant :  $\psi_{qf(s)0}^s = \lambda^s \psi_{qp(s)0}^s$ , la relation qui donne  $\psi_{q(s)0}^s$  peut s'écrire :

$$\psi_{q(s)0}^s = \psi_{qf(s)0}^s + \psi_{qp(s)0}^s = (1 + \lambda^s) \psi_{qp(s)0}^s \quad [I.21]$$

Il est par conséquent admis implicitement que l'onde d'induction de fuite évolue en phase avec l'onde d'induction tournante d'entrefer générée par le stator.

*Remarque* : L'indice inférieur (s) est, a priori, inutile puisque seule l'armature statorique est alimentée et génère des effets. L'introduction de cet indice ne se justifie que par le souci d'homogénéiser l'écriture de ces variables à vide et en charge.

#### II.1.4) Equation de tension statorique

L'équation de tension statorique [I.11], en distinguant les deux composantes de flux embrassé, s'écrit :

$$v_q^s = r^s i_{q0}^s + \frac{d}{dt} \psi_{qf(s)0}^s + \frac{d}{dt} \psi_{qp(s)0}^s$$

Le choix de l'origine temporelle (courant  $i_l^s$  max), impose d'exprimer  $v_q^s$  par :

$$v_q^s = V^s \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_0^s + (q-1) \frac{2\pi}{3}) \quad [I.22]$$

avec  $\varphi_0^s$  déphasage de  $i_{q0}^s$  par rapport à  $v_q^s$ .

- Associons à  $\psi_{qf(s)0}^s$  une inductance de fuites  $\mathcal{L}^s$  telle que  $\psi_{qf(s)0}^s = \mathcal{L}^s i_{q0}^s$ . Par identification,

on obtient :

$$\mathcal{L}^s = \lambda^s \frac{6}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_e^2 R L \quad [I.23]$$

• En ce qui concerne la quantité  $\psi_{qp(s)0}^s$ , nous lui associerons, compte tenu de nos

conventions (convention M), une f.e.m.  $e_{q(s)0}^s = \frac{d}{dt} \psi_{qp(s)0}^s$ . L'équation [I.19] conduit à :

$$e_{q(s)0}^s = E_{(s)0}^s \sqrt{2} \cos[\omega t + \frac{\pi}{2} - (q-1) \frac{2\pi}{3}] \quad [I.24]$$

$$E_{(s)0}^s = \omega \frac{6}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_e^{s2} R L I_0^s \quad [I.25]$$

De par la définition même des grandeurs qui viennent d'être introduites, il apparaît que

$\frac{d}{dt} i_{q0}^s$  et  $e_{q(s)0}^s$  sont en phase. Au niveau de ces deux termes, on note la présence de la

quantité  $(q-1)2\pi/3$  précisant que ces grandeurs forment toutes des systèmes triphasés. En

faisant abstraction du repérage des phases et en remarquant que tous les termes sont de

pulsation  $\omega$ , il est possible de passer à l'écriture complexe. On obtient :

$$\underline{V}^s = r^s \underline{I}_0^s + j \mathbb{I}^s \omega \underline{I}_0^s + \underline{E}_{(s)0}^s \quad [I.26]$$

Cette équation conduit au schéma équivalent de la figure (1.9 a) et à la représentation

complexe de la figure (1.9 b) où  $x^s = \mathbb{I}^s \omega$ .

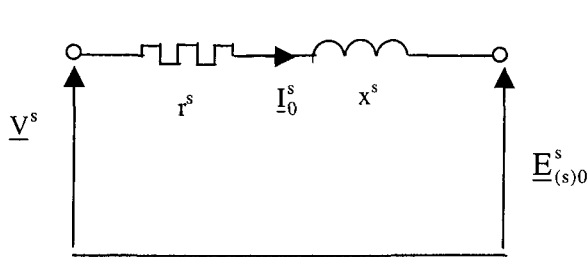


Figure 1.9 (a) Schéma équivalent monophasé ramené au stator

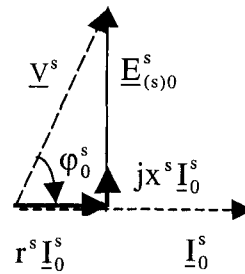


Figure 1.9 (b) Représentation complexe associée à l'équation I.26

Si  $r^s I_0^s$  et  $x^s I_0^s$  sont petits devant  $E_{(s)0}^s$ , alors  $\varphi_0^s$  est voisin de  $\pi/2$ . On note d'autre part, si les chutes de tension dans  $r^s$  et  $x^s$  sont négligées, que  $\underline{V}^s$  et  $\underline{E}_{(s)0}^s$  sont en phase, ce qui vérifie bien la loi de Lentz : apparition de f.e.m. dans les bobinages qui ont pour rôle de s'opposer à la cause qui leur donne naissance, à savoir les courants dont la valeur efficace est liée à la quantité  $|\underline{V}^s - \underline{E}_{(s)0}^s| / \underline{Z}^s$  avec  $z^s = \sqrt{(r^s)^2 + x^s^2}$ .

Concernant  $\underline{E}_{(s)0}^s$ , il est également possible d'écrire:

$$\underline{E}_{(s)0}^s = j L^s \omega I_0^s \quad [\text{I.27}]$$

Par identification, [I.25] conduit à :

$$L^s = \frac{6}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_e^s{}^2 R L \quad [\text{I.28}]$$

$L^s$  correspond à l'inductance cyclique principale du stator (définie en prenant en compte simultanément les effets des trois phases).  $l^s$  représente l'inductance cyclique de fuite. La quantité  $L^s + l^s$  est encore définie comme inductance cyclique propre. On a également :

$$L^s = L^s - M^s \quad [\text{I.29}]$$

où  $L^s$  représente l'inductance principale d'une phase statorique et  $M^s$  la mutuelle inductance entre phases du stator, quantités qui sont définies [13] par :

$$L^s = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_e^s{}^2 R L \quad \text{et :} \quad M^s = -L^s / 2$$

## II.2) f.e.m. engendrées au rotor ouvert

L'onde d'induction tournante générée par le stator qui se retrouve dans l'entrefer, donc la quantité  $b_0^e$  déduite de [I.18], va également engendrer des f.e.m. au rotor.

Supposons le rotor en circuit ouvert et en rotation à la vitesse  $\omega'=(1-g)\omega$  par rapport au stator. Effectuons les calculs dans le référentiel fixe lié au stator en supposant qu'à  $t=0$  les axes des phases 1 du stator et du rotor sont décalés de  $\theta_0$ . A  $t \neq 0$ , les conducteurs de la phase q rotorique seront décalés de l'axe de référence statorique de :

$\theta = \theta_0 + (1-g)\omega t + (q-1)2\pi/3 \pm \pi/2$ . Le signe + est relatif au conducteur repéré avec

l'indice prime, le - à l'autre. Dans ces conditions,  $\psi_{qp(s)0}^r$  est donné par :

$$\psi_{qp(s)0}^r = n_e^r RL \int_{\theta_0 + (1-g)\omega t + (q-1)2\pi/3 - \pi/2}^{\theta_0 + (1-g)\omega t + (q-1)2\pi/3 + \pi/2} b_0^e(\alpha^s) d\alpha^s$$

soit :

$$\psi_{qp(s)0}^r = \hat{\psi}_{p(s)0}^r \cos(g\omega t - \theta_0 - (q-1)\frac{2\pi}{3}), \quad \text{avec :} \quad \hat{\psi}_{p(s)0}^r = 2n_e^r RL \hat{b}_{p0}^s$$

En définissant la f.e.m. engendrée au rotor par  $e_{q(s)0}^r = \frac{d}{dt} \psi_{qp(s)0}^r$  et en remplaçant  $\hat{b}_{p0}^s$  par

son expression, il vient :

$$e_{q(s)0}^r = E_{(s)0}^r \sqrt{2} \cos(g\omega t - \theta_0 + \frac{\pi}{2} - (q-1)\frac{2\pi}{3}) \quad [I.30]$$

$$E_{(s)0}^r = \frac{6}{\pi} g\omega \frac{\mu_0}{e} n_e^s n_e^r RL I_0^s \quad [I.31]$$

On en déduit que :

$$\frac{E_{(s)0}^r}{E_{(s)0}^s} = g \frac{n_e^r}{n_e^s} \quad [I.32]$$

Si l'on compare  $e_{q(s)0}^s$  donné par [I.24] et  $e_{q(s)0}^r$  donné par [I.30], on note une différence de fréquence sur les termes ainsi qu'une différence de phase liée à  $\theta_0$ . Comme, d'une part,  $\theta_0$  est une quantité continûment variable et que, d'autre part, il y a isolation galvanique entre ces deux enroulements, il est possible

d'attribuer à  $\theta_0$  la valeur nulle. Il en résulte que pour  $g=1$ ,  $e_{q(s)0}^s$  et  $e_{q(s)0}^r$  sont en phase. D'où le schéma équivalent de la figure 1.10 où les fréquences sont  $f$  pour les grandeurs statoriques et  $gf$  pour le rotor.

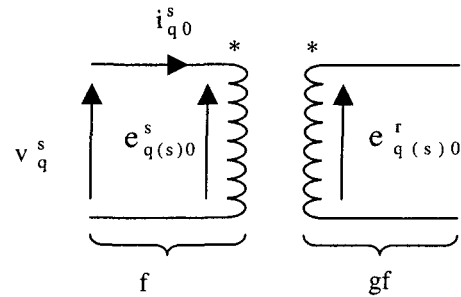


Figure 1.10 Schéma équivalent de la machine asynchrone au niveau des f.e.m. et lorsque le rotor est ouvert

### II.3) Effets engendrés par le rotor en court-circuit

Si l'on ferme le rotor sur lui-même, les f.e.m. induites  $e_{q(s)0}^r$  vont provoquer la circulation de courants rotoriques. Pour un glissement non nul ( $g \neq 0$ ), cette machine, compte tenu du principe même de son fonctionnement, va fournir un couple de sorte qu'indirectement les courants à considérer au stator ne sont plus  $i_{q0}^s$  mais  $i_q^s$ . Il en résulte que la composante d'induction générée par le stator qui se retrouve dans l'entrefer, en supposant  $i_1^s$  max à  $t=0$ , s'exprime par des relations similaires à [I.15] et [I.16] en supprimant l'indice 0 :

$$b_p^s = \hat{b}_p^s \cos(\omega t - \alpha^s) \quad [I.33]$$

$$\hat{b}_p^s = \frac{3}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_e^s I^s \sqrt{2} \quad [I.34]$$

C'est donc  $b_p^s$  qui sera à l'origine des f.e.m. rotoriques en charge :

$$e_{q(s)}^r = E_{(s)}^r \sqrt{2} \cos[g\omega t - \theta_0 + \frac{\pi}{2} - (q-1)\frac{2\pi}{3}] \quad [I.35]$$

$$E_{(s)}^r = \frac{6}{\pi} g\omega \frac{\mu_0}{e} n_e^s n_e^r R L I^s \quad [I.36]$$

Ces f.e.m. vont induire au rotor un système triphasé de courants sinusoïdaux de pulsation  $g\omega$ . La f.e.m. dans la phase 1 du rotor sera positive et maximale lorsque le point A sur la courbe de  $b_p^s$  donnée à la figure 1.11 sera face au premier coté (repéré 1) de la bobine rotorique. Cela correspond, si l'on suppose le conducteur rotorique fixe et  $b_p^s$  évoluant à la vitesse  $g\omega$ , à un déplacement de cette onde de  $\theta_0 - \pi/2$  qui sera effectué en un temps  $t = [\theta_0 - \pi/2] / g\omega$ . En remplaçant  $t$  par la valeur qui vient d'être définie dans [I.35], on retrouve bien  $e_{l(s)}^r$  maximum.

Cette f.e.m. dans la phase 1 du rotor va engendrer un courant qui ne sera limité que par la résistance et la réactance de fuites rotoriques, quantités notées  $r^r$  et  $g x^r$  avec  $x^r = l^r \omega$ . Par conséquent, en convention G, ce courant sera déphasé en arrière par rapport à  $e_{l(s)}^r$  de  $\varphi^r$  tel que  $\tan \varphi^r = g x^r / r^r$ . En convention M, ce courant sera déphasé en avant de  $\pi - \varphi^r$  par rapport à  $e_{l(s)}^r$ .

• Supposons  $g$  faible donc  $g x^r$  négligeable devant  $r^r$ . Dans ces conditions, le courant  $i_1^r$  est en opposition de phase avec  $e_{l(s)}^r$  de sorte que  $e_{l(s)}^r$  maximum implique  $i_1^r = -i_1^r$  maximum.

Il en résulte que l'onde d'induction tournante  $b_p^r$  générée par le rotor sera maximale dans l'axe de la phase 1 du rotor à  $t = [\theta_0 - \pi/2 + \pi]/g\omega$ , soit à  $t = [\theta_0 + \pi/2]/g\omega$ , donc lorsque le point A est face à 1'. Cela signifie indirectement qu'à  $t=0$ , l'onde d'induction tournante générée par le rotor est distante de  $-(\theta_0 + \pi/2)$  de l'axe de la phase 1 du rotor comme indiqué à la figure 1.11 ou sur le diagramme bipolaire de la figure 1.12. Le maximum de cette onde rotorique se trouve distant de l'axe de la phase statorique de  $\theta_0 - (\theta_0 + \pi/2)$ , quantité égale à  $-\pi/2$  ( $\xi = -\pi/2$ ).

• Si l'on considère le caractère inductif de l'impédance rotorique, il apparaît, lorsque  $e_{l(s)}^r$  est maximum, qu'il faut attendre encore un peu pour que  $i_1^r = -i_1^r$  maximum. Par conséquent, l'onde d'induction générée par le rotor sera maximale lorsque le point A sera situé un peu au-delà du conducteur rotorique 1' soit à  $t = [\theta_0 + \pi/2 + \varphi^r]/g\omega$ . Il en résulte qu'à  $t=0$ , la composante d'induction rotorique est décalée de  $\xi = -(\pi/2 + \varphi^r)$  par rapport à celle du stator comme indiqué figure 1.12.

Ces considérations physiques peuvent aisément se retrouver mathématiquement. En effet, compte tenu de l'expression de  $e_{q(s)}^r$  donnée par [I.35], il vient :

$$i_q^r = I^r \sqrt{2} \cos[g\omega t - \theta_0 + \frac{\pi}{2} - (q-1)\frac{2\pi}{3} + \pi - \varphi^r] \quad [I.37]$$



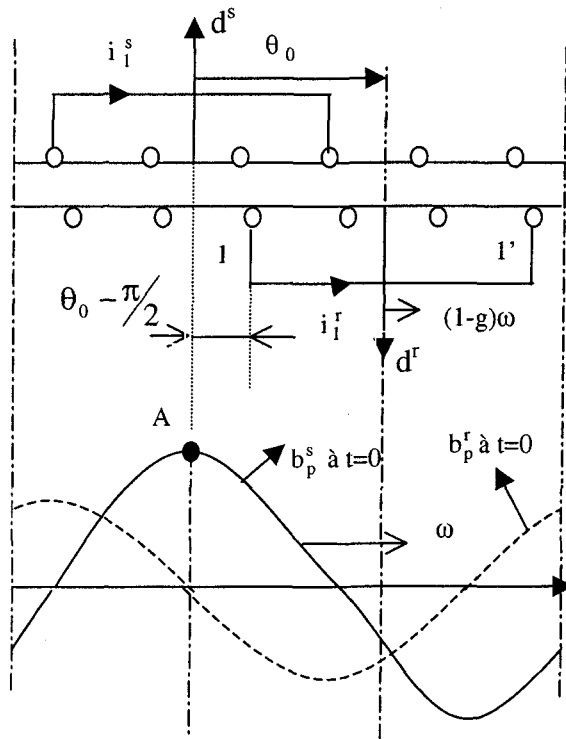


Figure 1.11 Evolution spatiale des ondes d'induction

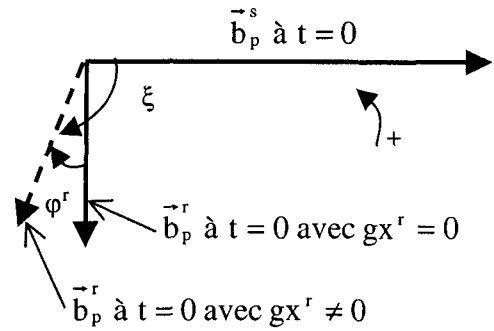


Figure 1.12 Répartition spatiale des ondes d'induction statorique et rotorique

Dans le référentiel lié au rotor, la f.m.m. engendrée par la phase  $q$  du rotor (point d'entrefer repéré par la variable  $\alpha^r$ ), s'écrit :

$$\varepsilon_q^r = \frac{4}{\pi} \frac{n_e^r}{2} i_q^r \cos(\alpha^r - (q-1) \frac{2\pi}{3}) \quad q=1,2 \text{ ou } 3.$$

Comme  $\varepsilon^r = \sum_{q=1}^3 \varepsilon_q^r$ , par analogie avec [I.14] compte tenu de l'expression de  $i_q^r$ , on en

déduit que :

$$\varepsilon^r = \frac{3}{\pi} n_e^r I^r \sqrt{2} \cos(g\omega t - \theta_0 + \frac{\pi}{2} + \pi - \varphi^r - \alpha^r) \quad [\text{I.38}]$$

Comme  $\alpha^s = \alpha^r + \theta_0 + (1-g)\omega t$ , dans le référentiel fixe lié au stator, l'expression de l'onde de f.m.m. tournante engendrée par le rotor s'écrit :

$$\varepsilon^{rr} = \frac{3}{\pi} n_e^r I^r \sqrt{2} \cos[\omega t - \alpha^s - \varphi^r + \frac{3\pi}{2}] \quad [I.39]$$

L'onde d'induction tournante générée par le rotor qui se retrouve dans l'entrefer s'exprime par :

$$b_p^{rr} = \hat{b}_p^r \cos[\omega t - \alpha^s - \varphi^r + 3\pi/2] \quad [I.40]$$

$$\hat{b}_p^r = \frac{3}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_e^r I^r \sqrt{2} \quad [I.41]$$

A  $t = 0$ , si l'on considère  $b_p^s$  donné par [I.33], on a bien deux ondes d'induction décalées spatialement comme précisé à la figure 1.12, à savoir :  $\xi = \frac{3\pi}{2} - \varphi^r = -\frac{\pi}{2} - \varphi^r$ .

Notre raisonnement suppose que stator et rotor créent, en ce qui concerne les f.m.m. liées au sens des courants  $i_1^s$  et  $i_1^r$  adoptés à la figure 1.11, le même effet. Par conséquent, le sens de circulation de  $i_q^r$  doit

être celui indiqué sur la figure 1.13, ce qui correspond bien à une fonction récepteur de l'enroulement rotorique.

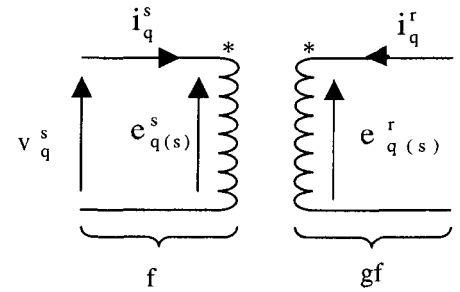


Figure 1.13 Schéma équivalent de la machine asynchrone au niveau de f.e.m. et lorsque le rotor est en court-circuit

## II.4) Schéma monophasé équivalent

### II.4.1) Bilan des effets

Il apparaît donc dans l'entrefer 2 ondes d'induction tournantes. La première générée par le stator, la seconde par le rotor. L'onde d'induction d'entrefer, définie dans le référentiel statorique, est par conséquent donnée par :

$$\vec{b}^e = \vec{b}_p^s + \vec{b}_p^r \quad [I.42]$$

Compte tenu des remarques initiales (paragraphe 1), si on néglige les chutes de tension ohmiques et inductives, on doit vérifier l'égalité :

$$\hat{b}^e = \hat{b}_0^e = \hat{b}_{p0}^s = \hat{b}_0^s$$

D'où les diagrammes à vide et en charge à  $t = 0$  présentés à la figure 1.14 où il apparaît, dans un référentiel fixe lié au stator, que  $\vec{b}^s$  et  $\vec{b}^r$  conservent, à  $g$  donné, une amplitude et une position relative fixes indépendantes de  $\theta_0$ .

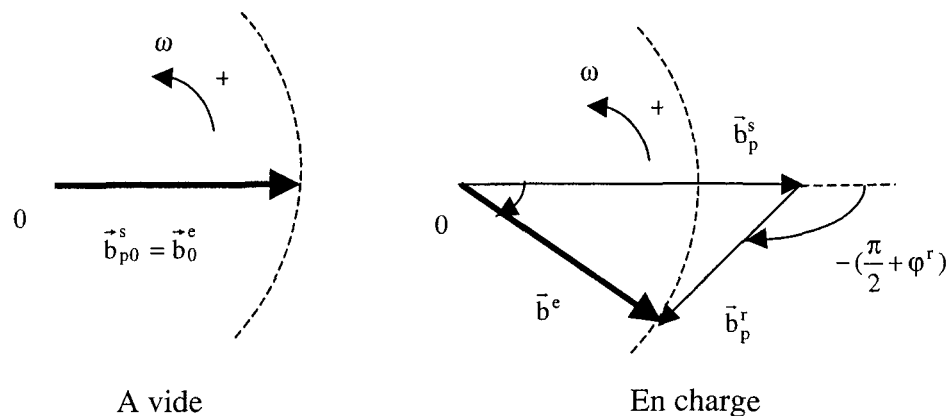


Figure 1.14 Diagramme vectoriel des ondes d'inductions à vide

Ces deux vecteurs évoluent tous deux à la vitesse angulaire  $\omega$  de sorte que ces particularités (amplitude et position relative fixes) concernent également  $\hat{b}^e$ .

*Remarque :* L'écart angulaire entre  $b_0^e$  et  $b^e$  vient de ce qu'à  $t = 0$  on suppose  $i_{q0}^s$  et  $i_q^s$  max, alors que ces courants sont déphasés.

#### II.4.2) Flux embrassés

Pour déterminer  $\psi_q^s$  et  $\psi_q^r$ , il convient d'intégrer les quantités :

- $b^e + b_f^s$  au stator, avec  $b_f^s = \hat{b}_f^s \cos(\omega t - \alpha^s)$  et  $\hat{b}_f^s = \lambda^s \frac{3}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_e^s I^s \sqrt{2}$ ,
- $b^e + b_f^r$  au rotor, avec  $b_f^r = \hat{b}_f^r \cos(\omega t - \alpha^s - (\frac{\pi}{2} + \varphi^r))$  et  $\hat{b}_f^r = \lambda^r \frac{3}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_e^r I^r \sqrt{2}$

Il apparaît donc, considérant  $\psi_q^s$  ou  $\psi_q^r$ , que ces quantités résulteront de l'intégration de 3 termes :

- le flux embrassé lié aux fuites au niveau de l'armature considérée,
- le flux embrassé lié à la composante principale de l'induction générée par l'armature elle-même,

(ces deux premiers termes évoluent en phase)

- le flux embrassé lié à la composante principale de l'induction générée par l'autre armature.

On obtient :

$$\psi_q^s = n_e^s \int_{-\frac{\pi}{2} + (q-1)\frac{2\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2} + (q-1)\frac{2\pi}{3}} (b_p^s + b_p^{r'} + b_f^s) RL d\alpha^s \quad \text{et} \quad \psi_q^r = n_e^r \int_{\theta_0 + (1-g)\omega t - \frac{\pi}{2} + (q-1)\frac{2\pi}{3}}^{\theta_0 + (1-g)\omega t + \frac{\pi}{2} + (q-1)\frac{2\pi}{3}} (b_p^r + b_p^{s'} + b_f^r) RL d\alpha^s$$

$$\text{soit :} \quad \psi_q^s = \psi_{qp(s)}^s + \psi_{qp(r)}^s + \psi_{qf(s)}^s \quad \psi_q^r = \psi_{qp(r)}^r + \psi_{qp(s)}^r + \psi_{qf(r)}^r$$

On déduit successivement que :

$$\psi_{qp(s)}^s = 2\hat{b}_p^s n_e^s RL \cos[\omega t - (q-1)\frac{2\pi}{3}] ; \quad \psi_{qf(s)}^s = \lambda^s \psi_{qp(s)}^s$$

$$\psi_{qp(r)}^s = 2\hat{b}_p^r n_e^s RL \cos[\omega t - (q-1)\frac{2\pi}{3} - (\varphi^r + \frac{\pi}{2})]$$

$$\psi_{qp(r)}^r = 2\hat{b}_p^r n_e^r RL \cos[g\omega t - \theta_0 - (q-1)\frac{2\pi}{3} - (\varphi^r + \frac{\pi}{2})] ; \quad \psi_{qf(r)}^r = \lambda^r \psi_{qp(r)}^r$$

$$\psi_{qp(s)}^r = 2\hat{b}_p^s RL n_e^r \cos(g\omega t - \theta_0 - (q-1)\frac{2\pi}{3})$$

#### II.4.3) Equations de fonctionnement

La détermination du schéma monophasé équivalent est réalisée en associant aux différents flux qui viennent d'être définis la notion d'inductance conformément à la relation générale  $\psi = Li$ . En remplaçant dans ces relations les inductions-crêtes par leurs expressions, il est possible d'écrire :

$$\psi_{qp(s)}^s = L^s I^s \sqrt{2} \cos[\omega t - (q-1)\frac{2\pi}{3}]$$

$$\psi_{qf(s)}^s = \mathbb{I}^s \sqrt{2} \cos[\omega t - (q-1)\frac{2\pi}{3}]$$

$$\psi_{qp(r)}^s = M \mathbb{I}^r \sqrt{2} \cos[\omega t - (q-1)\frac{2\pi}{3} - (\varphi^r + \frac{\pi}{2})]$$

$$\psi_{qp(r)}^r = L^r \mathbb{I}^r \sqrt{2} \cos[g\omega t - \theta_0 - (q-1)\frac{2\pi}{3} - (\varphi^r + \frac{\pi}{2})]$$

$$\psi_{qf(r)}^r = \mathbb{I}^r \sqrt{2} \cos[g\omega t - \theta_0 - (q-1)\frac{2\pi}{3} - (\varphi^r + \frac{\pi}{2})]$$

$$\psi_{qp(s)}^r = M \mathbb{I}^s \sqrt{2} \cos[g\omega t - \theta_0 - (q-1)\frac{2\pi}{3}]$$

avec, par identification :

$$L^s = \frac{6 \mu_0}{\pi e} n_e^{s2} RL \quad \mathbb{I}^s = \lambda^s L^s$$

$$L^r = \frac{6 \mu_0}{\pi e} n_e^{r2} RL \quad \mathbb{I}^r = \lambda^r L^r$$

$$M = \frac{6 \mu_0}{\pi e} n_e^s n_e^r RL$$

(on retrouve pour  $L^s$  l'expression donnée par [I.28])

Dans ces conditions, si l'on fait abstraction du repérage des phases, comme :

$$i^s = \mathbb{I}^s \sqrt{2} \cos(\omega t),$$

$$i^r = \mathbb{I}^r \sqrt{2} \cos(g\omega t - \theta_0 - (\varphi^r + \frac{\pi}{2})),$$

les équations de tension, dont les formes générales sont :

$$v^s = r^s \dot{i}^s + \frac{d\psi^s}{dt} \quad v^r = r^r \dot{i}^r + \frac{d\psi^r}{dt}$$

deviennent :

$$v^s = r^s I^s \sqrt{2} \cos \omega t + I^s \omega I^s \sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + L^s \omega I^s \sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) +$$

$$M \omega I^r \sqrt{2} \cos(\omega t - (\varphi^r + \frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{2})$$

$$v^r = 0 = r^r I^r \sqrt{2} \cos(g\omega t - \theta_0 - (\varphi^r + \frac{\pi}{2})) + I^r g\omega I^r \sqrt{2} \cos(g\omega t - \theta_0 - (\varphi^r + \frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{2}) +$$

$$+ L^r g\omega I^r \sqrt{2} \cos(g\omega t - \theta_0 - (\varphi^r + \frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{2}) + M g\omega I^s \sqrt{2} \cos(g\omega t - \theta_0 + \frac{\pi}{2})$$

Au niveau de l'équation statorique, tous les termes sont de pulsation  $\omega$ , cette pulsation devient  $g\omega$  pour les termes qui interviennent dans l'équation de tension rotorique.

Associations à :

$$I^s \sqrt{2} \cos \omega t, \text{ la quantité complexe } \underline{I}^s : \underline{I}^s = I^s e^{j\omega t},$$

$$I^r \sqrt{2} \cos(g\omega t - \theta_0 - (\varphi^r + \frac{\pi}{2})), \text{ la quantité complexe } \underline{I}^r : \underline{I}^r = I^r e^{j(g\omega t - \theta_0 - (\varphi^r + \pi/2))},$$

$$I^s \sqrt{2} \cos(g\omega t - \theta_0), \text{ la quantité complexe } \underline{I}^{s'} : \underline{I}^{s'} = I^s e^{j(g\omega t - \theta_0)},$$

$$I^r \sqrt{2} \cos(\omega t - (\varphi^r + \frac{\pi}{2})), \text{ la quantité complexe } \underline{I}^{or} : \underline{I}^{or} = I^r e^{j(\omega t - (\varphi^r + \pi/2))}.$$

$\underline{I}^{s'}$  n'est autre que  $\underline{I}^s$  défini dans le référentiel rotorique, donc à la pulsation  $g\omega$ .

$\underline{I}^{or}$  correspond à  $\underline{I}^r$  défini dans le référentiel statorique, par conséquent à la pulsation  $\omega$ .

On voit donc apparaître une règle simple qui permet d'exprimer une variable relative à une armature dans le référentiel lié à l'autre armature :

- pour définir une variable statorique dans le référentiel lié au rotor, il suffit de retrancher à la phase la quantité  $\theta = \theta_0 + \omega't$ ,
- inversement, pour exprimer une variable rotorique dans le référentiel lié au stator il suffit d'ajouter à la phase la quantité  $\theta$ .

Cette procédure, qui repose sur une analyse des résultats, se justifie assez simplement lorsqu'on a recours à la transformation à un axe qui utilise les vecteurs espace ou complexes [18], [19]. Nous aurons recours à cette transformation dans le 3<sup>ème</sup> chapitre de ce mémoire.

Dans ces conditions, le système d'équations, qui régit le fonctionnement de la machine, s'écrit :

$$\underline{V}^s = r^s \underline{I}^s + j \underline{L}^s \omega \underline{I}^s + j \underline{L}^s \omega \underline{I}^r + j M \omega \underline{I}^r \quad [\text{I.43a}]$$

$$\underline{V}^r = 0 = r^r \underline{I}^r + j \underline{L}^r g \omega \underline{I}^r + j \underline{L}^r g \omega \underline{I}^s + j M g \omega \underline{I}^s \quad [\text{I.43b}]$$

Notons que ce système d'équations peut encore s'exprimer en fonction des f.e.m.. Soient  $\underline{E}_R^s$  et  $\underline{E}_R^r$  les f.e.m. résultantes qui apparaissent dans les phases induites par les effets combinés des ondes d'induction principales générées par le stator et le rotor :

$$\underline{E}_R^s = \underline{E}_{(s)}^s + \underline{E}_{(r)}^s \quad [\text{I.44}]$$



$$\underline{E}_R^r = \underline{E}_{(r)}^r + \underline{E}_{(s)}^r \quad [I.45]$$

avec :

$$\underline{E}_{(s)}^s = jL^s \omega \underline{I}^s, \quad \underline{E}_{(r)}^s = jM \omega \underline{I}^{or}, \quad \underline{E}_{(r)}^r = jL^r g \omega \underline{I}^r, \quad \underline{E}_{(s)}^r = jM g \omega \underline{I}^s$$

il vient :

$$\underline{V}^s = r^s \underline{I}^s + jI^s \omega \underline{I}^s + \underline{E}_R^s \quad [I.46a]$$

$$\underline{V}^r = \underline{0} = r^r \underline{I}^r + jI^r g \omega \underline{I}^r + \underline{E}_R^r \quad [I.46b]$$

Il est aisé de vérifier que les valeurs efficaces des f.e.m. résultantes, pour  $g=1$  et attribuant à  $\theta_0$  la valeur 0 dans [I.30] et [I.31], satisfont [I.32].

#### II.4.4) Schéma équivalent

Le système [I.43] fait intervenir deux équations, définies chacune d'elles dans son propre référentiel. Pour les exploiter, il convient de les exprimer dans un seul et unique référentiel. En considérant le référentiel statorique, la procédure de changement de variable évoquée et en divisant par  $g$  (avec  $g \neq 0$ ) les deux membres de l'équation rotorique, conduit à :

$$\underline{V}^s = r^s \underline{I}^s + jI^s \omega \underline{I}^s + jL^s \omega \underline{I}^s + jM \omega \underline{I}^{or} \quad [I.47a]$$

$$\underline{0} = \frac{r^r}{g} \underline{I}^{or} + jI^r \omega \underline{I}^{or} + jL^r \omega \underline{I}^{or} + jM \omega \underline{I}^s \quad [I.47b]$$

Les développements que nous allons mettre en œuvre, s'apparentent à ceux utilisés pour le transformateur avec les particularités que le secondaire est en court-circuit et que toutes les grandeurs sont ramenées au primaire (stator). Comme les variables électriques sont toutes de même pulsation, il est possible de faire abstraction de la rotation fonction du temps (représentation de Fresnel).

$\underline{I}^{\circ r}$  est le courant rotorique qui circule dans un enroulement de  $n_e^r$  spires. Pour pouvoir ramener ce courant au stator, il convient de définir son homologue  $\underline{I}^r$ , courant qui circule dans un enroulement de  $n_e^s$  spires en produisant les mêmes effets magnétiques. Il se déduit de l'équivalence des AT :  $n_e^s \underline{I}^r = n_e^r \underline{I}^{\circ r}$ , soit  $\underline{I}^r = \underline{I}^{\circ r} / m$  avec  $m = n_e^s / n_e^r$ . Ce coefficient  $m$ , qui représente un coefficient d'équivalence, permet d'associer à [I.44] une relation sur les courants :

$$\underline{I}_R^s = \underline{I}^s + \underline{I}^r$$

Cette relation définit un courant fictif statorique  $\underline{I}_R^s$  qui produirait les mêmes effets magnétiques que ceux cumulés par  $\underline{I}^s$  et  $\underline{I}^r$  (ou  $\underline{I}^r$  circulant au rotor).

(Pour la relation [I.45] nous aurions :  $\underline{I}_R^r = \underline{I}^r + \underline{I}^s$ , avec :  $\underline{I}^s = m \underline{I}^r$ )

Les impédances qui caractérisent cet enroulement équivalent sont d'ordinaire notées  $r''$  et  $x''$  avec  $r'' = m^2 r^r$  et  $x'' = m^2 x^r$ .  $x''$  est encore défini par :  $x'' = l'' \omega$ .

Comme  $M = L^s / m$ , où  $M = L^r m$ , il vient :  $L^r = L^s / m^2$ . Traditionnellement, on note  $L_\mu$  la quantité  $L^s$ . Le système [I.47], en prenant en compte les égalités précédentes sur les courants et les impédances, s'écrit alors :

$$\underline{V}^s = r^s \underline{I}^s + j \mathcal{I}^s \omega \underline{I}^s + j L_\mu \omega \underline{I}^s + j \frac{L_\mu \omega}{m} m \underline{I}^{rr}$$

$$0 = \frac{r^{rr}}{g} \frac{1}{m^2} m \underline{I}^{rr} + j \frac{\mathcal{I}^r \omega}{m^2} m \underline{I}^{rr} + j \frac{L_\mu \omega}{m^2} m \underline{I}^{rr} + j \frac{L_\mu \omega}{m} \underline{I}^s$$

Ces équations, en introduisant la quantité  $\underline{I}_\mu$ , définie comme courant magnétisant et telle que :

$$\underline{I}_\mu = \underline{I}^s + \underline{I}^{rr} \quad [\text{I.48}]$$

(ce courant n'est autre que  $\underline{I}_R^s$ ) s'écrivent :

$$\underline{V}^s = r^s \underline{I}^s + j \mathcal{I}^s \omega \underline{I}^s + j L_\mu \omega \underline{I}_\mu \quad [\text{I.49a}]$$

$$-j L_\mu \omega \underline{I}_\mu = \frac{r^{rr}}{g} \underline{I}^r + j \mathcal{I}^r \omega \underline{I}^r \quad [\text{I.49b}]$$

(au niveau de l'équation rotorique nous avons multiplié les deux membres par m)

Elles conduisent au schéma équivalent de la figure 1.15, avec  $x^s = \mathcal{I}^s \omega$ ,  $x^{rr} = \mathcal{I}^r \omega$ , et

$$L_\mu \omega = X_\mu.$$

Remarques : Il est aisé de vérifier en considérant les différentes expressions, que la différence de potentiel qui apparaît aux bornes de  $X_\mu$ , s'identifie avec  $\underline{E}_R^s$  (cette

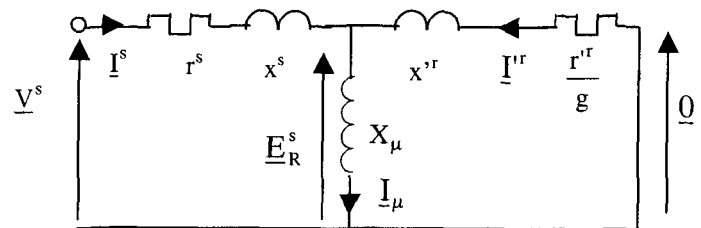


Figure 1.15 Schéma monophasé équivalent ramené au stator (rotor en court-circuit)

propriété est évidente si l'on considère les équations de tension statoriques des systèmes [I.46] et [I.49]).

Le changement de notation qui conduit à définir par  $L_\mu$  la quantité  $L^s$  se justifie simplement puisque, avec ce schéma équivalent, cette inductance n'est pas parcourue par le courant  $\underline{I}^s$  mais par le courant  $\underline{I}_\mu$ , d'où une adaptation des notations pour caractériser cet élément passif.

#### II.4.5) Autre présentation du schéma équivalent

Cette autre présentation repose sur l'inversion du sens de courant  $\underline{I}^r$  sur le schéma de la figure 1.15 et en définissant ce courant par :  $\underline{I}^r = -\underline{I}^{or} / m$ . Il n'y a pas changement de convention puisqu'il y a double inversion. Dans ce cas,  $\underline{I}_\mu$  s'exprime par :

$$\underline{I}_\mu = \underline{I}^s - \underline{I}^r \quad [I.50]$$

[I.49] s'écrit :

$$\underline{V}^s = r^s \underline{I}^s + j \mathbb{T}^s \omega \underline{I}^s + j L_\mu \omega \underline{I}_\mu \quad [I.51a]$$

$$j L_\mu \omega \underline{I}_\mu = \frac{r^{or}}{g} \underline{I}^r + j \mathbb{T}^r \omega \underline{I}^r \quad [I.51b]$$

Cela conduit au schéma de la figure 1.16a. Cette configuration est généralement adoptée dans la littérature en prenant compte les pertes fer statoriques par le biais d'une résistance  $R_\mu$  connectée en parallèle sur  $X_\mu$ . Précisons que ce schéma est indépendant du

nombre de paires de pôles  $p$  de la machine, seule la vitesse synchrone  $\Omega_s$  en est fonction :

$$\Omega_s = \omega/p.$$

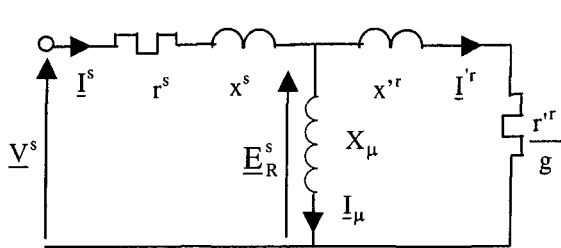


Figure 1.16 (a) Schéma monphasé équivalent ramené au stator prenant en compte l'inversion de courant

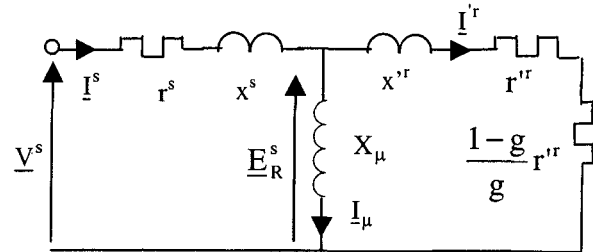


Figure 1.16 (b) Schéma monphasé équivalent ramené au stator avec décomposition de la puissance mécanique et des pertes joules rotoriques

Le fait de ne considérer qu'un seul élément actif  $r'^r/g$  pour traduire la consommation de puissance active au rotor peut prêter à confusion. En effet, la puissance perdue par effet Joule au rotor s'exprime par  $p_j^r = 3r^r I^{r2}$ . Comme  $r^r = r'^r/m^2$  et que  $I^r = -mI'^r$ , il vient :  $p_j^r = 3r'^r I'^{r2}$ . La puissance active  $P^r$  consommée au rotor est donnée par  $P^r = 3r'^r I'^{r2}/g$ . La différence entre  $P^r$  et  $p_j^r$  donne la puissance mécanique  $P_m$  que fournit la machine. Elle s'identifie à :  $P_m = 3(1-g)r'^r I'^{r2}/g$ . Pour prendre en compte cette particularité, on utilise parfois le schéma de la figure 1.16b où la puissance mécanique est symbolisée par la puissance active consommée dans la résistance  $(1-g)r'^r/g$ .

## II.5) Diagramme de fonctionnement à $V^s$ et $f$ données

On se propose d'analyser comment évolue  $I^s$  à  $V^s$  et  $f$  données, lorsque  $g$  varie. L'étude est réalisée dans un repère orthonormé avec, en abscisses, les composantes réactives des

courants et en ordonnées les composantes actives. Les développements porteront sur le schéma de la figure 1.17 déduit de celui de la figure 1.16 où :

- l'impédance magnétisante est ramenée à l'entrée,
- les pertes fer sont prises en compte par la présence de  $R_\mu$ ,
- les quantités  $x^s$  et  $x'^r$  sont regroupées sous la quantité  $N\omega$ .

### II.5.1) Définition du lieu

Plaçons dans le repère orthonormé les courants  $\underline{I}_\mu(\overrightarrow{OA})$  et  $\underline{I}'^r(\overrightarrow{AM})$  comme indiqué à la figure 1.18. Dans la mesure où  $\underline{I}^s = \underline{I}_\mu + \underline{I}'^r$  (relation [I.50]),  $\overrightarrow{OM}$  représente le courant statorique absorbé pour le point de fonctionnement M.

$\underline{I}'^r$  est déphasé en AR par rapport à  $\underline{V}^s$  d'une quantité  $\varphi'^r$  qui correspond à l'argument de la branche secondaire d'impédance  $\underline{Z}^r = \left( r^s + \frac{r'^r}{g} \right) + jN\omega$ . On en déduit donc que :

$$\operatorname{tg} \varphi'^r = \frac{gN\omega}{gr^s + r'^r}, \quad \sin \varphi'^r = \frac{N\omega}{Z^r}$$

Traçons une horizontale passant par A et une perpendiculaire en M à  $\overrightarrow{AM}$ . Soit K leur intersection. L'angle  $\widehat{AKM}$  est égal à  $\varphi'^r$  de sorte que :  $\sin \varphi'^r = AM / AK$ . Puisque  $AM = I'^r = V^s / Z^r$ , compte tenu de l'expression de  $\sin \varphi'^r$  fonction des impédances, on en déduit que :  $AK = \frac{V^s}{Z^r} \frac{Z^r}{N\omega}$ , soit  $AK = \frac{V^s}{N\omega}$ .

Le triangle AMK est rectangle en M, il est donc inscriptible dans un cercle de diamètre AK.

Lorsqu'à  $V^s$  et  $f$  données,  $g$  varie,  $\phi^{rr}$  et  $I^{rr}$  varient avec AK qui demeure constant. Il en résulte, lorsque  $g$  varie, que M, extrémité de  $\underline{I}^s$ , se déplace sur un cercle de diamètre AK.

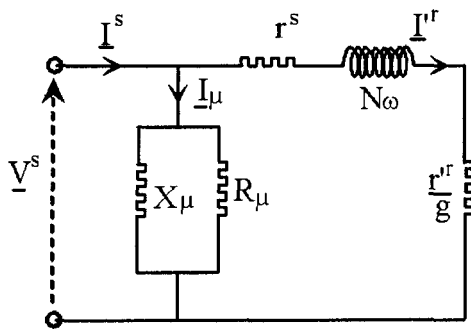


Figure 1.17 Schéma équivalent ramené au stator simplifié

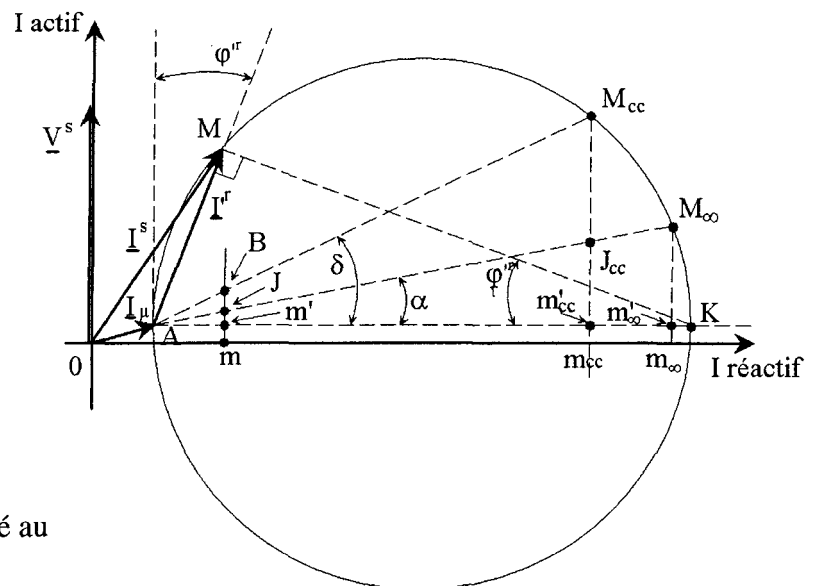


Figure 1.18 Diagramme du cercle

## II.5.2) Construction pratique du lieu

Les essais classiques sur un moteur asynchrone comprennent :

- l'essai à vide,
- l'essai à rotor bloqué.

Si on admet qu'à vide  $g = 0$ , alors  $\underline{I}_0^s = \underline{I}_\mu$ . On peut alors placer le point A.

Le point de fonctionnement  $M_{cc}$  à rotor bloqué se trouve également sur le cercle comme indiqué à la figure 1.18.

Le cercle doit passer par A et  $M_{cc}$  et, d'autre part, son centre se trouve sur une horizontale passant par A. Il suffit donc de prendre la médiatrice de  $AM_{cc}$ , le centre du cercle s'identifiera avec le point d'intersection de cette médiatrice et de l'horizontale passant par A.

### II.5.3) Echelles

Supposons que l'on ait défini une échelle pour les composantes actives et réactives des courants. Soient  $x_A$  actifs et  $x_A$  réactifs correspondant à une unité de longueur.

Comme  $P = 3V^s I^s \cos \varphi^s = 3V^s I^s_{actifs}$ , on en déduit qu'à l'unité de longueur correspond  $3V^s x_{Watt}$  sur l'axe des ordonnées ou  $3V^s x_{VAR}$  sur l'axe des abscisses.

Dans la mesure où le couple électromagnétique  $\Gamma_e$  s'exprime en fonction de la puissance active  $P^r$  transmise au rotor par  $\Gamma_e = P^r / \Omega_s$ , on en déduit qu'à l'unité de longueur sur l'axe des ordonnées correspond un couple de  $3V^s x / \Omega_s$  Nm.

### II.5.4) Bilan des puissances

Le diagramme de la figure 1.19 présente ce bilan des puissances lors d'un fonctionnement en moteur de la machine. De façon classique, on néglige les pertes fer rotoriques  $p_f^r$  puisque la fréquence des signaux induits au rotor vaut  $gf$  et que, dans la zone normale de fonctionnement de la machine,  $g$  est faible.



- Considérons le point de fonctionnement M. La distance mM représente la puissance active  $P^s$  consommée par la machine. Comme mm' s'identifie avec la composante active de  $I_\mu$ , à l'échelle des puissances actives, mm' représente les pertes fer statoriques  $p_f^s$ . Par conséquent :

$$m'M = p_j^s + p_j^r + P_m$$

avec :  $p_j^s$  : les pertes Joule statoriques,

$p_j^r$  : les pertes Joule rotoriques,

$P_m$  : la puissance mécanique.

Cette quantité  $P_m$  conduit à la puissance mécanique utile sur l'arbre  $P_u$  après avoir déduit les pertes propres au système essentiellement liées aux pertes mécaniques  $p_m$  (en toute rigueur il faut considérer la quantité  $p_m + p_f^r$ ).

Compte tenu du schéma équivalent utilisé, les pertes joules ne sont fonction que de  $I^r$  donné par AM.

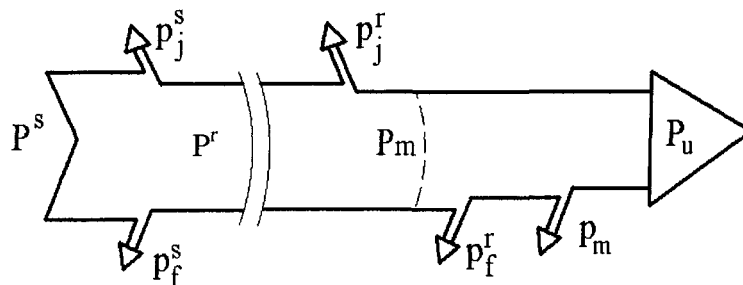


Figure 1.19 Bilan de puissance

- Considérons le point de fonctionnement à rotor calé  $M_{cc}$ . La puissance active fournie à la machine est représentée par  $m_{cc}M_{cc}$ . Comme la tension  $V^s$  est constante,  $m_{cc}m'_{cc}$  donne

toujours les pertes fer statoriques ( $m_{cc}m'_{cc}=mm'$ ). Dans la mesure où  $\Omega = 0$ ,  $P_m = 0$  on en déduit donc que :

$$m'_{cc} M_{cc} = p_{jcc}^s + p_{jcc}^r$$

Ces pertes joules sont liées au courant  $I_{cc}^r$  défini par  $AM_{cc}$ .

- Supposons connues les quantités  $r^s$  et  $r^r$ , il est alors possible de scinder les pertes joules lors de l'essai à rotor calé. Soient  $m'_{cc} J_{cc}$  les pertes joules statoriques et  $J_{cc} M_{cc}$  celles relatives au rotor.

Il est également possible de procéder à cette distinction des pertes joules pour le point de fonctionnement M. Cela nécessite cependant d'effectuer des calculs spécifiques pour chaque valeur de g. Comme le diagramme a pour objectif de pouvoir procéder, sans effectuer de calcul intermédiaire, au bilan des puissances, il est nécessaire de définir une procédure graphique conduisant à la détermination de  $p_j^s$  et  $p_j^r$  quelle que soit la valeur prise par g. Comme les pertes joules sont nulles en A, il paraît naturel d'admettre, si l'on joint A à  $J_{cc}$  et A à  $M_{cc}$ , que pour le point de fonctionnement M on ait :  $p_j^s = m'J$ ,  $p_j^r = JB$ .

Si cette propriété est vraie,  $\text{tg}\alpha$  et  $\text{tg}\delta$  doivent être indépendants des valeurs prises par les courants et donc de la position du point de fonctionnement sur le cercle.

Considérons la quantité  $\delta$ , supposons que l'ensemble des pertes joules soit donné par  $m'B$ .

Comme :  $p_j^s + p_j^r = 3(r^s + r^r)I^{r2}$  et que  $I^r = AK \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi^r\right)$ , il vient :

$$p_j^s + p_j^r = 3(r^s + r^{r'}) I^{r'} AK \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi^{r'}\right).$$

L'équivalent de l'ensemble des pertes joules en courant est encore donné par  $m'B$  (défini en W avec l'échelle : unité de longueur =  $3V^s \times W$ ) divisé par  $3V^s$ . Il vient :

$$m'B \text{ (en courant)} = \frac{p_j^s + p_j^r}{3V^s} = \frac{3(r^s + r^{r'}) I^{r'} AK \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi^{r'}\right)}{3V^s}$$

Comme  $\operatorname{tg} \delta = \frac{m'B}{A_m}$  et que  $A_m = I^{r'} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi^{r'}\right)$ , on en déduit que :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{r^s + r^{r'}}{V^s} \frac{I^{r'} AK \cos(\pi/2 - \varphi^{r'})}{I^{r'} \cos(\pi/2 - \varphi^{r'})}$$

soit  $\operatorname{tg} \delta = \frac{r^s + r^{r'}}{V^s} AK$ . Comme  $AK = \frac{V^s}{N\omega}$ , on obtient :  $\operatorname{tg} \delta = \frac{r^s + r^{r'}}{N\omega}$ .

On montrerait de même que  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{r^s}{N\omega}$

Les quantités  $\operatorname{tg} \delta$  et  $\operatorname{tg} \alpha$  sont indépendants des courants, il en est donc de même des angles  $\delta$  et  $\alpha$ .

Les pertes joules, pour un point de fonctionnement quelconque, sont donc données par  $m'J$  pour  $p_j^s$  et  $JB$  pour  $p_j^r$ .

### II.5.5) Point à glissement infini

Soit  $M_\infty$  ce point défini par l'intersection du prolongement de la droite  $AJ_{cc}$  et du cercle. Les développements jusqu'à présent réalisés montrent que  $m_\infty m'_\infty = p_f^s$  et  $m'_\infty M_\infty = p_{j_\infty}^s$ . La puissance active absorbée par la machine compense donc uniquement les pertes fer et joules statoriques. Ceci ne peut se vérifier que si  $r^{rr}/g$  est nul soit pour  $g$  infini, d'où le qualificatif utilisé pour caractériser ce point théorique. En fait  $P_m = 3(1-g)r^{rr} I^{r2}/g$  prend la valeur  $P_m = -3r^{rr} I^{r2}$ , lorsque  $g$  tend vers l'infini. Cette quantité, qui correspond, compte tenu du signe moins à une puissance mécanique reçue par la machine, compense les pertes Joule rotoriques :  $p_j^r = 3r^{rr} I^{r2}$ .

### II.5.6) Point de fonctionnement au synchronisme

Nous avons admis qu'à vide  $g = 0$ . En pratique ce n'est pas exact, car le moteur doit absorber une puissance pour vaincre ses propres pertes mécaniques  $p_m$ .

Pour positionner avec précision le point A, il conviendrait donc d'effectuer un essai au synchronisme, qui n'est pas toujours facilement réalisable puisqu'il faut entraîner la machine.

Il est cependant possible, par un essai à vide sous tension variable [7], de déterminer  $p_m$ , quantité que nous supposons par la suite connue.

Soit  $M_0$  le point de fonctionnement relatif au fonctionnement à vide (cf. figure 1.20). En convenant d'utiliser l'indice 0 par caractériser les variables à vide il vient :



puissance  $P^r$  transmise au rotor. Comme  $p_j' = gP^r$ , on en déduit que  $g = JB/JM$ .

Cette procédure n'est pas très précise notamment pour les faibles glissements.

Pour définir la technique utilisée, considérons le schéma équivalent de la figure 1.17 en négligeant les pertes joules statoriques. Dans ces conditions le point  $M_\infty$ , sur le diagramme de la figure 1.18, est confondu avec K. Le diagramme correspondant est donné à la figure

1.21. On obtient successivement  $\text{tg}\varphi'^r = \frac{gN\omega}{r'^r}$ ,  $\text{tg}\varphi'^r_{cc} = \frac{N\omega}{r'^r}$ . Donc  $g = \frac{\text{tg}\varphi'^r}{\text{tg}\varphi'^r_{cc}}$ . Comme

$$\text{tg}\varphi'^r = \frac{\alpha\beta}{\alpha K}, \text{tg}\varphi'^r_{cc} = \frac{\alpha\gamma}{\alpha K}, \text{ il vient : } g = \frac{\alpha\beta}{\alpha\gamma}.$$

La position de la verticale  $\alpha\gamma$  n'a aucune incidence sur ce résultat.

Pour  $g = 1$ ,  $\beta$  est en  $\gamma$ . Pour  $g = 0$ ,  $\beta$  est en  $\alpha$ .  $\alpha\gamma$  correspond donc à une plage de variation

de  $g$  de 1. Il est alors aisé de déterminer le glissement relatif au point M :  $g = \frac{1}{\alpha\gamma}\alpha\beta$ .

En remarquant que la verticale correspond à la tangente au cercle au point  $M_\infty$ , il est possible de montrer [7], si l'on tient compte de la résistance statorique, que la procédure qui permet de définir l'échelle de glissement donnée à la figure 1.22 est la suivante.

On trace les droites  $M_\infty A$  et  $M_\infty M_{cc}$ . On

prend ensuite la tangente au cercle en  $M_\infty$

et on la déplace vers la gauche. Soient  $\gamma$  et

$\alpha$  les intersections de cette parallèle à la

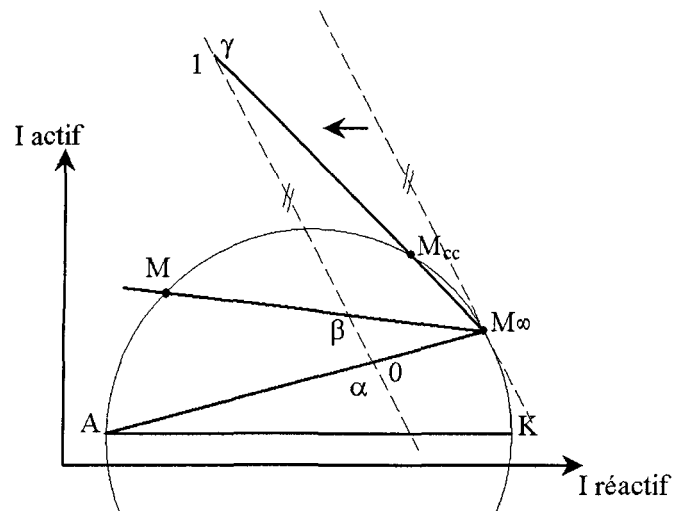


Figure 1.22 2<sup>ème</sup> méthode pour la prise en compte échelle des glissements

tangente, avec respectivement  $M_\infty M_{cc}$  et  $M_\infty A$ .

Sachant que  $\alpha\gamma$  est équivalent à une plage de variations de  $g$  de 1, l'intersection  $\beta$  de  $M_\infty M$  avec la parallèle à cette tangente donne le glissement relatif au point de fonctionnement  $M$  :

$$g = \frac{1}{\alpha\gamma} \alpha\beta.$$

(Plus la parallèle est sur la gauche plus la précision sera meilleure. En fait, en pratique, on s'arrange pour obtenir  $\alpha\gamma=10\text{cm}$ , par exemple, de façon à avoir une lecture directe du glissement (si  $\alpha\beta=0.8\text{ cm}$ , alors  $g=8\%$ )).

On note, si le point de fonctionnement  $M$  se trouve entre  $M_{cc}$  et  $M_\infty$  que  $g$  est supérieur à 1.

En outre si ce point est très proche de  $M_\infty$ ,  $g$  tend vers l'infini.

## **II.6) Exploitation du diagramme**

On définit donc une échelle telle que : unité de longueur =  $x_A$  actifs,  $x_A$  réactifs.

On en déduit alors que :

$$\text{unité de longueur} = 3V^s \times W, \quad 3V^s \times VAR,$$

$$\text{unité de longueur} = 3V^s \times \Omega_s Nm.$$

Supposons connus  $p_m$ ,  $r^s$  et  $r''$ .

On place les points  $M_{cc}$  et  $M_0$ . On passe de  $M_0$  à  $A$  en enlevant, par exemple, l'équivalent en courant actif des pertes mécaniques :  $p_m/3V^s$ . On définit ensuite, en prenant la médiatrice de  $AM_{cc}$ , le centre du cercle que l'on peut alors tracer (figure 1.23a).

On effectue ensuite, pour le point  $M_{cc}$ , la distinction entre  $p_{jcc}^s$  et  $p_{jcc}^r$ , ce qui permet de placer le point  $M_\infty$ . Cela conduit à définir ensuite une échelle de glissement comme indiqué à la figure 1.22.

*Remarque :* Les pertes mécaniques sont données par  $AM_0$  au synchronisme. Elles dépendent de la vitesse de rotation du rotor et sont nulles en  $M_{cc}$ . Il est possible de déterminer les pertes mécaniques pour un point de fonctionnement quelconque. Il suffit de joindre  $M_0$  à  $M_{cc}$ , les pertes mécaniques en  $M_1$  (figure 1.23a) sont supposées être égales à  $B_1C_1$ . Dans ce cas il n'y a pas de justification théorique pour créditer cette procédure. Ce n'est qu'un simple artifice qui perd de sa raison d'être pour des fonctionnements différents de ceux en moteur ( $0 < g < 1$ ) comme nous le préciserons par la suite.

*Droites des couples et des puissances utiles :* C'est à partir de  $J_1$  que l'on détermine le couple électromagnétique proportionnel à  $J_1M_1$ . La droite  $AM_\infty$  est appelée droite des couples.

La puissance utile est proportionnelle à  $C_1M_1$ ,  $M_0M_{cc}$  est appelée *droite des puissances utiles*.

*Zones de fonctionnement :* On distingue 3 zones de fonctionnement qui, partant de A et en tournant dans le sens inverse du sens trigonométrique, se définissent sur la figure 1.23a comme suit :



- Pour  $M$  compris entre  $A$  et  $M_{cc}$ ,  $g$  est compris entre 0 et 1. On a alors un fonctionnement en moteur.
- Pour  $M$  compris entre  $M_{cc}$  et  $M_{\infty}$ ,  $g$  est plus grand que 1. C'est le fonctionnement à contre courant qui nécessite que l'on entraîne le rotor en sens inverse du champ tournant statorique.
- Pour  $M$  compris entre  $M_{\infty}$  et  $A$ ,  $g$  est négatif. Cela correspondant au fonctionnement en génératrice hypersynchrone où le rotor est entraîné à une vitesse supérieure au synchronisme.

Soit un point de fonctionnement  $M$  (figure 1.18) et  $m$  sa projection sur l'axe des abscisses. Pour compter les puissances actives on part de  $m$  et on se dirige vers  $M$  en passant dans l'ordre par  $m'$ ,  $J$ ,  $B$  puis  $M$ . Chaque fois que l'on se déplace dans le sens des  $I$  actifs, les puissances sont comptées positivement, elles sont négatives dans le cas contraire.

### II.6.1) Point de fonctionnement en moteur (point $M_1$ ) $0 \leq g \leq 1$

On a successivement :

$$m_1 m'_1 \equiv p_r^s \geq 0, \quad m'_1 J_1 \equiv p_j^s \geq 0, \quad J_1 B_1 \equiv p_j^r \geq 0, \quad B_1 M_1 \equiv P_m \geq 0, \quad m_1 M_1 \equiv P^s \geq 0$$

$$B_1 C_1 \equiv p_m \geq 0, \quad C_1 M_1 \equiv P_u \geq 0$$

Comme  $J_1 A_1$  correspond à la puissance  $P^r$  transmise au rotor, il en résulte qu'à l'échelle des couples  $J_1 M_1$  s'identifie au couple électromagnétique  $\Gamma_e$ .

$P^s$  positif signifie que la machine reçoit de la puissance électrique,  $P_m$  positif traduit le fait que la machine fournit de la puissance mécanique.

Il apparaît une particularité lorsque le point de fonctionnement se trouve entre A et  $M_0$ . Dans ce cas le stator fournit les pertes fer et une partie des pertes mécaniques comme indiqué à la figure 1.23b où le point de fonctionnement est repéré par  $X_1$ . En effet la puissance mécanique est proportionnelle à  $B'_1 X_1$ , elle est inférieure aux pertes mécaniques qui valent  $AM_0$ . Le complément en pertes mécaniques est fourni par le système que le moteur "entraîne". En A toutes les pertes mécaniques sont fournies par le système "entraîné" qui reçoit dans les deux cas (points de fonctionnement  $X_1$  ou A) de la puissance mécanique (le système entraîné, qui constitue la charge, se comporte alors dans cette zone comme un élément actif (générateur) fournissant de la puissance active à la machine).

### II.6.2) Point de fonctionnement à contre courant (point M<sub>2</sub>) g>1

Il vient successivement :

$$m_2 m'_2 \equiv p_f^s \geq 0, \quad m'_2 J_2 \equiv p_J^s \geq 0, \quad J_2 B_2 \equiv p_J^r \geq 0, \quad B_2 M_2 \equiv P_m \leq 0, \quad m_2 M_2 \equiv P^s \geq 0$$

La machine reçoit de la puissance électrique et mécanique. Toute cette puissance est dissipée au rotor.

On note pour  $M_\infty$  que la puissance mécanique (négative) compense les pertes Joule rotoriques. Les pertes mécaniques seraient, pour  $M_\infty$ , donc pour  $\Omega \rightarrow -\infty$ , infinies. Cela montre bien la limite de la construction pour déterminer  $p_m$  (droite  $M_0 M_{cc}$ ) qui donnerait, pour le point  $M_2$ ,  $p_m$  négatif et relativement faible.

### II.6.3) Point de fonctionnement en génératrice hypersynchrone (point M<sub>3</sub>) g<0

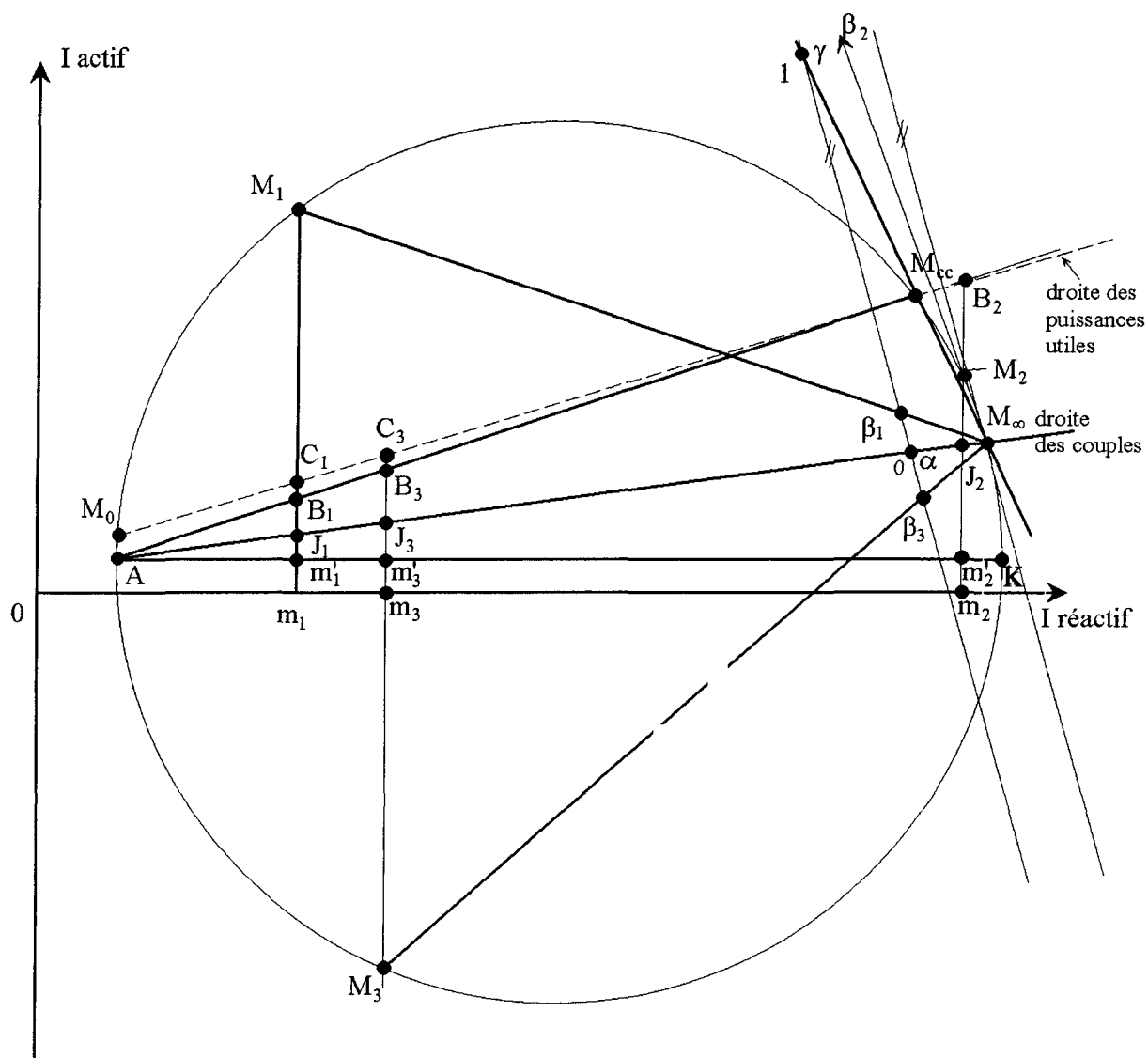
Dans ce cas, le bilan des puissances s'écrit :

$$m_3 m'_3 \equiv p_f^s \geq 0, \quad m'_3 J_3 \equiv p_J^s \geq 0, \quad J_3 B_3 \equiv p_J^r \geq 0, \quad B_3 M_3 \equiv P_m \leq 0, \quad m_3 M_3 \equiv P^s \leq 0$$

La machine reçoit de la puissance mécanique et fournit de la puissance électrique. Cette machine fonctionne donc en génératrice avec la particularité que la puissance réactive reste positive.

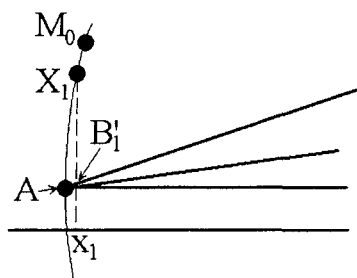
En fait le système d'entraînement doit fournir  $B_3 M_3$  si les pertes mécaniques sont négligées. Si on les prend en compte il faut fournir  $C_3 M_3$ . Là encore, bien que  $p_m$  soit positif, on aboutit à un défaut du modèle car le rotor tournant à une vitesse supérieure au synchronisme, on devrait trouver  $p_m > M_0 A$ .

C'est ce type de fonctionnement en hypersynchrone que l'on se propose d'analyser par la suite. Si cette machine est connectée au réseau, c'est ce dernier qui fournira la puissance réactive. Dans le cas de l'îlotage il convient de disposer au stator des condensateurs de capacité  $C$ . La difficulté vient de ce que à  $V^s$  et  $f$  données, à un point de fonctionnement donné, correspond une valeur de  $C$ . Si le glissement change il conviendrait de changer la valeur de  $C$ . Comme d'ordinaire cette quantité évolue de manière discrète, il sera difficile de maintenir  $V^s$  et  $f$  constants sur toute la plage de fonctionnement.



(a)

Figure 1.23 Diagramme du cercle complet



(b)

### **III) Schéma équivalent de la machine synchrone**

On procède à cette étude en considérant un fonctionnement en alternateur (convention G). En supposant la roue polaire parcourue par un courant continu et entraînée à la fréquence de rotation  $f$ , on détermine tout d'abord les f.e.m. engendrées au stator. On suppose ensuite le stator fermé sur un récepteur générant une onde d'induction tournante d'entrefer de réaction magnétique liée à la circulation du système triphasé des courants statoriques. Les particularités relatives à ce type de machine supposée à pôles lisses et bipolaire sont :

- l'axe de référence spatiale rotorique (axe  $d^r$ ) coïncide avec l'axe de la roue polaire (rotor), donc avec l'axe du Nord rotorique,
- on note  $J$  le courant continu injecté dans la roue polaire,
- $\omega'$  est égal à  $\omega$ .

Bien que la machine soit à pôles lisses, certaines représentations mettent en œuvre un rotor saillant dans le but de mieux localiser physiquement la position des pôles.

#### **III.1) Fonctionnement à vide**

Le courant dans la roue polaire  $J$  est imposé par « une source extérieure », par conséquent l'onde d'induction créée par le rotor, à  $J$  donné, est indépendante de l'état de charge de la machine. Il est donc possible de confondre  $b_p^r$  et  $b_{p0}^r$ , onde d'induction tournante à répartition spatiale sinusoïdale générée par le rotor qui se retrouve au stator comme indiqué à la figure 1.24. Son expression, relativement à  $d^r$ , est donnée par :

$b^r = \hat{b}^r \cos \alpha^r$ . Comme  $\alpha^s = \alpha^r + \theta$ , avec :  $\theta = \theta_0 + \omega t$ , cette quantité, relativement à  $d^s$ , s'exprime par :

$$b_p^r = \hat{b}_p^r \cos(\omega t - \alpha^s + \theta_0) \quad [I.52]$$

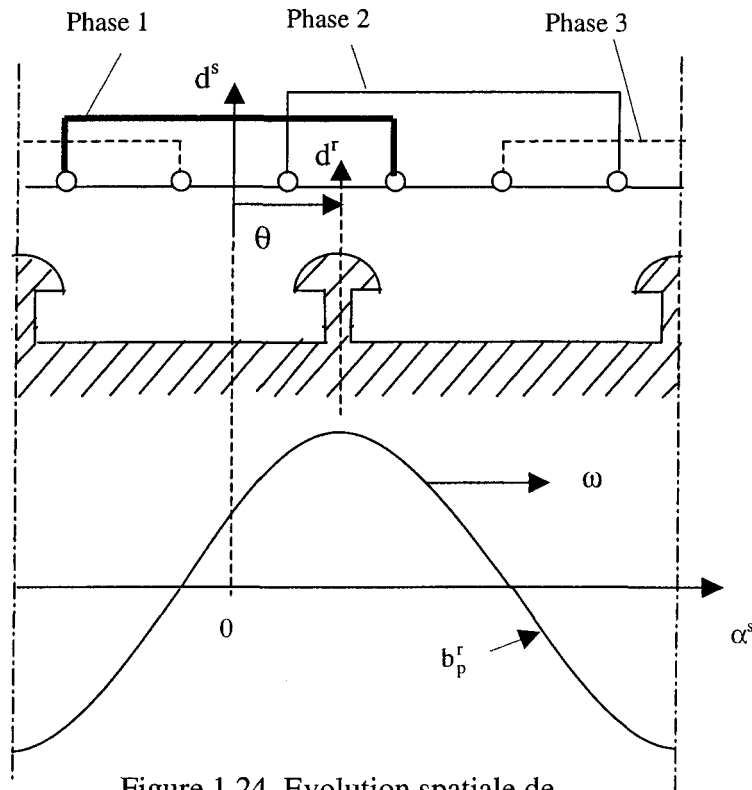


Figure 1.24 Evolution spatiale de l'induction  $b_p^r$

La période des signaux induits dans l'une des phases s'identifie au temps mis par la roue polaire pour effectuer un tour, soit :  $T = 2\pi / \omega$  (sec). D'où une fréquence de signaux induits identique à la fréquence de rotation.

Si les phases statoriques comportent  $n_e^s$  spires effectives, la f.e.m. induite  $e_{q(r)}^s$  dans la phase  $q$ , déduite de la relation générale  $e = -d\psi/dt$ , s'exprime, compte tenu de [I.8] et [I.10], par :

$$e_{q(r)}^s = E_{(r)}^s \sqrt{2} \cos(\omega t + \theta_0 - \frac{\pi}{2} - (q-1)\frac{2\pi}{3}) \quad [I.53]$$

avec :

$$E_{(r)}^s = \sqrt{2} R L n_e^s \hat{b}_p^r \omega \quad [I.54]$$

### III.2) Fonctionnement en charge

Supposons le stator fermé sur un récepteur. Les f.e.m. qui y sont engendrées vont provoquer la circulation d'un système triphasé de courants statoriques d'expression :

$$i_q^s = I^s \sqrt{2} \cos(\omega t + \theta_0 - \frac{\pi}{2} - \gamma - (q-1)\frac{2\pi}{3}) \quad [I.55]$$

où  $\gamma$  représente le déphasage de  $i_q^s$  par rapport à  $e_{q(r)}^s$ . Dans ce cas,  $\gamma$  est une grandeur qui dépend de la charge connectée au stator. C'est donc un paramètre qu'il est possible de contrôler. Nos conditions d'étude initiales précisent qu'à  $t=0$ ,  $i_1^s = I^s \sqrt{2}$ . Cela signifie que  $\theta_0$  doit être égal à  $\gamma + \pi/2$ .

- Supposons tout d'abord que  $\gamma$  est nul. Si à  $t=0$   $i_1^s$  est maximum, alors  $e_{1(r)}^s$  l'est également. La figure 1.25a montre les positions des inductions tournantes engendrées par le rotor  $\hat{b}_p^r$  (axe du nord face au second côté de la bobine conformément à la propriété 2) et le système triphasé des courants statoriques  $\hat{b}_p^s$  (axe du nord dans l'axe de la phase 1 statorique). Le diagramme bipolaire des vecteurs tournants associé est donné à la figure 1.25b.



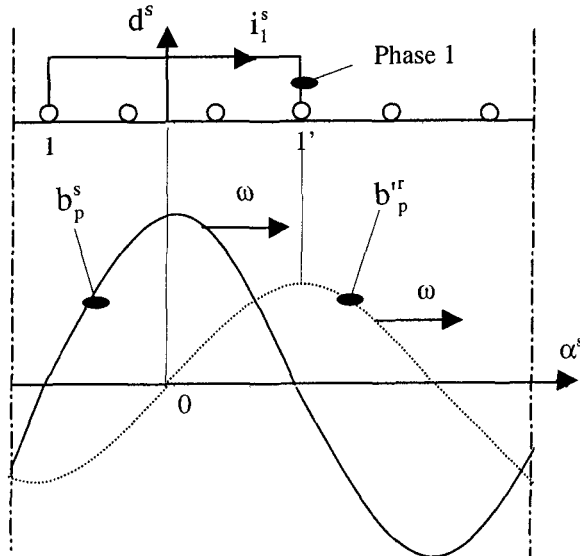


Figure 1.25 (a) Répartition spatiale des ondes d'induction statorique et rotorique

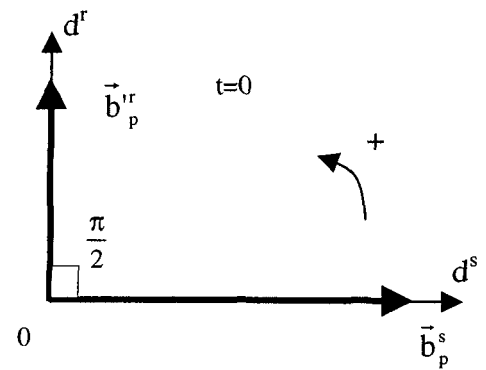


Figure 1.25 (b) Diagramme vectoriel des vecteurs des ondes d'induction

- Considérons que  $\gamma$  correspond à un déphasage AR. Lorsque  $e_{1(r)}^s$  est maximum,  $i_1^s$  ne l'est pas encore. Lorsque  $i_1^s$  est max,  $e_{1(r)}^s$  l'aura été  $\gamma/\omega$  avant. On a donc la position relative des deux vecteurs spatiaux à  $t=0$  donné à la figure 1.26.

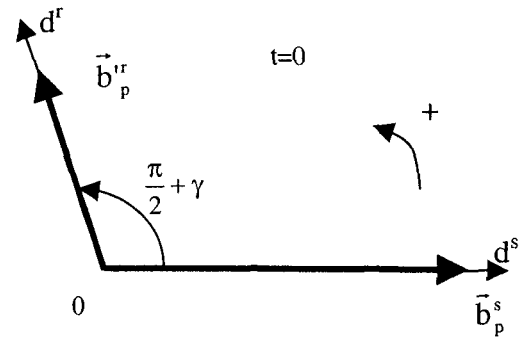


Figure 1.26 Diagramme vectoriel initial

- Comme l'axe du Nord rotorique coïncide avec  $d^r$  et que celui relatif au stator est confondu avec  $d^s$ , on a effectivement :

$$\theta_0 = \gamma + \pi/2$$

[I.56]

$\theta_0$  n'est pas une quantité aléatoire comme sur une machine asynchrone. Cette variable reflète en fait l'état de charge de la machine par le biais de  $\gamma$ .

• En supposant  $I^s$  et  $J$  constants, on s'aperçoit que l'onde d'induction tournante résultante d'entrefer,  $b^e = b_p^s + b_p^r$ , a une amplitude qui est fonction de  $\gamma$ . Cet aspect n'apparaissait pas au niveau de l'établissement du schéma équivalent du moteur asynchrone.  $b^e$  peut être très élevé si  $\vec{b}_p^s$  et  $\vec{b}_p^r$  sont en phase ( $\gamma = -\pi/2$ ), on est dans ce cas en présence d'une réaction magnétique magnétisante. Pour  $\gamma = \pi/2$ ,  $\vec{b}_p^s$  et  $\vec{b}_p^r$  sont en opposition de phase,  $b^e$  est faible et la réaction magnétique est qualifiée de démagnétisante.

### **III.3) Schéma équivalent.**

Ce schéma équivalent concerne les grandeurs temporelles relatives au stator. Pour passer des grandeurs spatiales aux grandeurs temporelles, il suffit d'exprimer les flux embrassés par une phase puis les f.e.m. correspondantes.

#### **III.3.1) Equations de fonctionnement**

Compte tenu des conventions adoptées, il vient :

$$b_p^s = \hat{b}_p^s \cos(\omega t - \alpha^s) \quad [I.57]$$

$$b_p^r = \hat{b}_p^r \cos(\omega t - \alpha^s + \theta_0) \quad [I.58]$$

L'analyse effectuée lors de la présentation des conventions de signe, en faisant abstraction du repérage des phases, conduit à :

$$e_{(r)}^s = E_{(r)}^s \sqrt{2} \cos(\omega t + \theta_0 - \frac{\pi}{2}) \quad [I.59]$$

$$e_{(s)}^s = E_{(s)}^s \sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad [I.60]$$

avec :

$$E_{(r)}^s = \sqrt{2} R L n_e^s \omega \hat{b}_p^r \quad [I.61]$$

$$E_{(s)}^s = \sqrt{2} R L n_e^s \omega \hat{b}_p^s \quad [I.62]$$

Pour ce qui est des flux embrassés par l'enroulement rotorique, ceux-ci s'identifient à des constantes puisque les ondes d'induction et la bobine rotorique évoluent à la même vitesse. Par conséquent, les f.e.m. induites sont nulles (mathématiquement il suffit de donner à  $g$  la valeur nulle dans les relations qui donnent  $\underline{E}_{(s)}^r$  et  $\underline{E}_{(r)}^r$  relatives à la machine asynchrone). C'est pour cette raison que l'équation de tension rotorique n'est pas prise en compte pour la définition du schéma équivalent sur une machine synchrone. L'onde d'induction tournante résultante d'entrefer  $b^e$  est à l'origine de la f.e.m. résultante  $e_R^s$  qui apparaît au niveau des phases statoriques. On a par conséquent, en considérant les grandeurs complexes, :

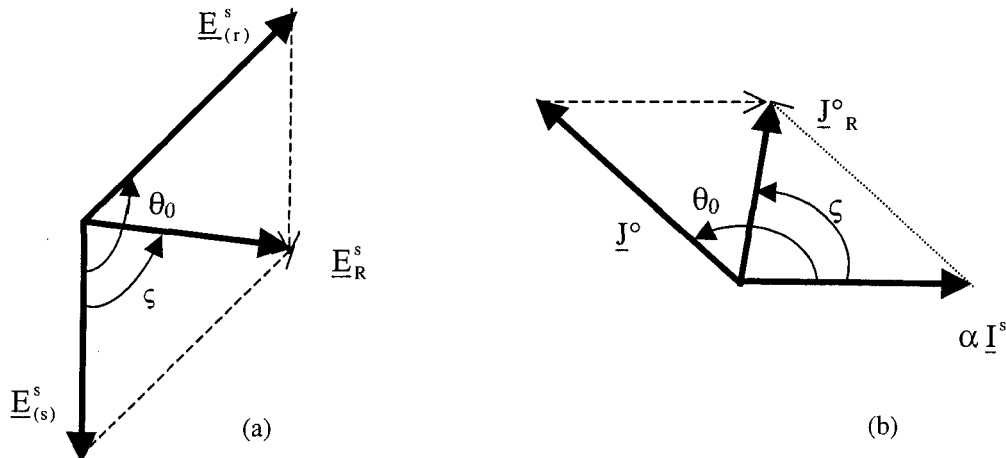
$$\underline{E}_R^s = \underline{E}_{(r)}^s + \underline{E}_{(s)}^s \quad [I.63]$$

avec  $\underline{E}_{(r)}^s$  et  $\underline{E}_R^s$  déphasé en AV respectivement de  $\theta_0$  et de  $\varsigma$  par rapport à  $\underline{E}_{(s)}^s$  comme indiqué à la figure 1.27a. Ces f.e.m. sont définies dans le référentiel statorique. A [I.63] on

associe une relation relative aux courants. Cependant, un problème se pose dans la mesure où les courants au stator sont sinusoïdaux alors que  $J$  est un courant continu. Pour contourner cette difficulté on considère un coefficient d'équivalence  $\alpha$  tel que  $\alpha I^s$  ampères dans l'inducteur produisent les mêmes effets magnétiques que  $I^s$  ampères dans les phases de l'induit. Le coefficient  $\alpha$  permet donc de ramener le courant statorique à celui du rotor défini dans le référentiel statorique. La tension  $\underline{E}_R^s$  peut être considérée comme engendrée par un courant inducteur fictif  $\underline{J}_R^\circ$  (défini au stator) qui produirait le même effet que  $\underline{J}^\circ$ , le courant inducteur réel défini dans le référentiel lié à  $d^s$ , et le système triphasé de courants  $i_q^s$  (représenté par la variable  $\alpha \underline{I}^s$ ) simultanément. Compte tenu des règles précisées concernant la définition d'une variable dans un repère qui n'est pas le sien, comme  $\underline{J} = J e^{j0}$ , il vient  $\underline{J}^\circ = J e^{j(\omega t + \theta_0)}$ . D'où la relation :

$$\underline{J}_R^\circ = \underline{J}^\circ + \alpha \underline{I}^s \quad [I.64]$$

avec  $\underline{J}_R^\circ = J_R e^{j(\omega t + \zeta)}$ . Cela conduit au diagramme de la figure 1.27b où les courants sont déphasés de  $\pi/2$  en AV par rapport aux f.e.m. correspondantes.



### III.3.2) Expression du coefficient d'équivalence des AT

Ce coefficient d'équivalence est défini en considérant les composantes

fondamentales des f.m

Figure 1.27 (b) Diagramme vectoriel des courants

- Pour le stator, la valeur crête de la f.m.m. développée [I.14] s'exprime par :

$$\hat{\epsilon}^s = \frac{3}{\pi} n_e^s I^s \sqrt{2} \quad [I.65]$$

- En ce qui concerne la roue polaire (enroulement unique parcouru par le courant J), il vient

$$\epsilon^r = \frac{4}{\pi} \frac{n_e^r}{2} J \cos \alpha^r \text{ où } n_e^r \text{ représente le nombre de tours effectifs de l'enroulement porté par}$$

la roue polaire (cette quantité résulte du produit du nombre de tours réels par le coefficient de bobinage relatif au fondamental). On en déduit donc que :

$$\hat{\epsilon}^r = \frac{2}{\pi} n_e^r J \quad [I.66]$$

- Pour définir  $\alpha$ , il convient d'utiliser l'égalité :  $\frac{3}{\pi} n_e^s I^s \sqrt{2} = \frac{2}{\pi} n_e^r \alpha I^s$ , ce qui donne :

$$\alpha = \frac{3}{2} \frac{n_e^s}{n_e^r} \sqrt{2} \quad [I.67]$$

### III.3.3) Schémas

La loi d'Ohm en convention M conduit à :  $v^s = r^s i^s + \frac{d\psi^s}{dt}$ , avec :

$$\psi^s = \psi_{f(s)}^s + \psi_{p(s+r)}^s, \quad \psi_{f(s)}^s = \mathcal{L}^s i^s \quad \text{et} \quad e_R^s = \frac{d\psi_{p(s+r)}^s}{dt}. \quad \text{En convention G, on inverse le sens des}$$

courants de sorte que la loi d'Ohm s'écrit :  $v^s = -r^s i^s - \frac{d\psi^s}{dt}$  avec toujours :

$$\psi^s = \psi_{f(s)}^s + \psi_{p(s+r)}^s \quad \text{et} \quad : \psi_{f(s)}^s = \mathcal{L}^s i^s, \quad e_R^s = -\frac{d\psi_{p(s+r)}^s}{dt}. \quad \text{Cela conduit à} :$$

$$v^s + r^s i^s + \mathcal{L}^s \frac{di^s}{dt} = e_R^s. \quad \text{On passe donc de la f.e.m. résultante à la tension aux bornes de la}$$

machine en tenant compte des chutes de tension engendrées par la résistance et l'inductance de fuites d'une phase. En notation complexe, on obtient :

$$\underline{E}_R^s = \underline{V}^s + r^s \underline{I}^s + jx^s \underline{I}^s \quad [I.68]$$

d'où le schéma monophasé équivalent de la figure 1.28.

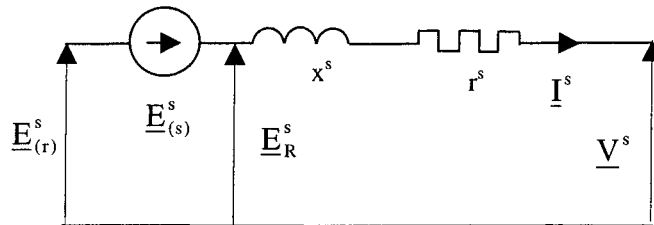


Figure 1.28 Schéma monophasé équivalent.

Posons  $\underline{E}_{(s)}^s = -jX_r^s \underline{I}^s$  (cf. conventions de signe, schémas équivalents), l'équation [I.68], compte tenu de [I.63], s'écrit :

$$\underline{E}_{(r)}^s = \underline{V}^s + r^s \underline{I}^s + jx^s \underline{I}^s + jX_r^s \underline{I}^s \quad [\text{I.69}]$$

$X_r^s$  est la réactance de réaction magnétique.

Introduisons la quantité  $X^s$  définie par :

$$X^s = X_r^s + x^s \quad [\text{I.70}]$$

$X^s$  est qualifiée de réactance synchrone. La relation [I.69] devient :

$$\underline{E}_{(r)}^s = \underline{V}^s + r^s \underline{I}^s + jX^s \underline{I}^s \quad [\text{I.71}]$$

Les schémas des figures 1.29 et 1.30 sont relatifs respectivement aux relations [I.69] et [I.71].

Le schéma de la figure 1.30 est classique et conduit au diagramme à réactance synchrone de la figure 1.31 où nous avons fait apparaître la quantité  $\underline{E}_R^s$  ainsi que le diagramme des courants (on a noté  $\varphi^s$  le déphasage de  $\underline{I}^s$  par rapport à  $\underline{V}^s$ ).

Compte tenu des expressions [I.33] et [I.34] qui caractérisent  $\hat{b}_p^s$ , [I.62] conduit à :

$$E_{(s)}^s = \frac{6}{\pi} \frac{\mu_0}{e} \omega R L n_c^2 I^s \quad [\text{I.72}]$$

D'où l'expression de  $L_r^s$  telle que :  $L_r^s \omega = X_r^s$  :

$$L_r^s = \frac{6}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_c^s R L \quad [I.73]$$

En comparant cette expression de  $L_r^s$  avec celle de  $L^s$  donnée par [I.28], on s'aperçoit que :

$$L^s = L_r^s \quad [I.74]$$

Cette propriété se justifie physiquement assez simplement puisque  $L^s$  et  $L_r^s$  traduisent toutes deux les effets générés par le stator.

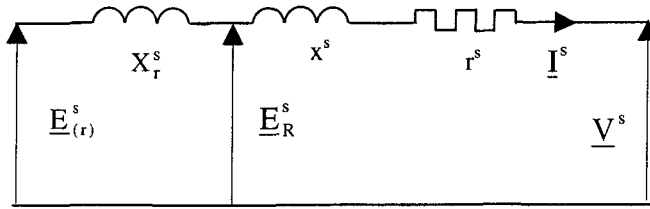


Figure 1.29 Schéma monophasé équivalent avec la réactance de réaction magnétique

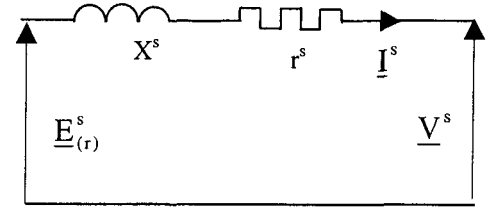


Figure 1.30 Schéma monophasé équivalent avec la réactance synchrone

Comme la machine est supposée non saturée, la f.e.m.  $E_{(r)}^s$ , à vitesse  $\omega$  donnée (relation [I.61]), est proportionnelle au courant  $J$  :

$$E_{(r)}^s = kJ \quad [I.75]$$

Comme  $\hat{b}_p^r = \frac{\mu_0}{e} \hat{e}^r$  avec  $\hat{e}^r$  donné par [I.66], il vient :

$$k = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_c^s n_c^r R L \omega \quad [I.76]$$

Il est possible également, de façon similaire, d'exprimer les autres f.e.m. :

$$E_R^s = kJ_R \quad [I.77]$$

$$E_{(s)}^s = k\alpha I^s \quad [I.78]$$





$$\underline{V}^r = r^r \underline{J} \quad [\text{I.82}]$$

L'équation de tension rotorique, valable quelle que soit  $\underline{I}^s$  puisque  $g=0$ , correspond bien à celle d'un circuit inductif alimenté en continu. La quantité  $V^s$ , donnée par [I.81], est relative à la f.e.m.  $E_{(r)}^s$  qui apparaît à vide au stator de la machine.

• Pour  $I^s \neq 0$  posons :  $jL^s \omega \underline{I}^s = \underline{E}_{(s)}^s$  et :  $jM' \omega \underline{J}^{or} = \underline{E}_{(r)}^s$ . L'équation de tension statorique de [I.43] s'écrit :

$$\underline{V}^s = r^s \underline{I}^s + jx^s \underline{I}^s + \underline{E}_{(s)}^s + \underline{E}_{(r)}^s$$

Compte tenu de [I.63] et du fait que l'on utilise dans ce cas la convention G (inversion du sens de  $\underline{I}^s$ ), cette équation de tension statorique devient :  $\underline{E}_R^s = \underline{V}^s + r^s \underline{I}^s + jx^s \underline{I}^s$ , et l'on retrouve bien la relation [I.68].

La quantité  $M'$ , qui intervient dans [I.81], est définie à partir de [I.61] en considérant pour définir  $\hat{b}_p^r$  l'expression de  $\hat{e}^r$  donnée par [I.66]. Il vient  $E_{(r)}^s = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_e^s n_e^r RLJ\omega$ , soit :

$$M' = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{\mu_0}{e} n_e^s n_e^r RL. \text{ On note que } M' = \frac{\sqrt{2}}{3} M \text{ (ce rapport n'est autre que celui qui existe$$

entre  $\hat{e}^s$  et  $\hat{e}^r$ ).

*Remarque 1 : Changement de notation.* La relation [I.64] sur les courants fait intervenir des variables rotoriques définies dans un référentiel statorique conduisant de ce fait aux

diagrammes des figures 1.27b et 1.31. Toutes les quantités qui apparaissent sur ces figures évoluent à la même pulsation  $\omega$ . En fait, dans la littérature, on évite d'apporter cette précision sur la nature du référentiel dans lequel cette relation est satisfaite de sorte que l'on utilise tout simplement l'expression :

$$\underline{J}_R = \underline{J} + \alpha \underline{I}^s \quad [\text{I.83}]$$

On perd une information ce qui, à priori, n'est pas gênant compte tenu de la nature des problèmes qui sont généralement traités. (Le fait de définir dans le référentiel rotorique cette équation relative aux courants, pourrait poser un problème d'interprétation dans la mesure où il serait nécessaire de faire intervenir des quantités déphasées au niveau d'un enroulement alimenté en continu).

*Remarque 2 : Prise en compte des pertes fer.* Les pertes fer (au stator) sont fonction de l'onde d'induction qui apparaît dans le fer statorique. Si on néglige les effets engendrés par les fuites magnétiques, c'est l'onde d'induction d'entrefer qu'il convient de considérer. Cette dernière permet également de déterminer le flux embrassé  $\psi_{p(s)}^s + \psi_{p(r)}^s$  par une phase statorique.

- Pour une machine asynchrone, comme  $b^e = b_0^e$ , l'image de cette onde d'induction, en terme de flux embrassé correspond à  $\psi_{p(s)0}^s$  (relations [I.19] et [I.20]).

Comme à  $\psi_{p(s)0}^s$  nous avons associé la réactance  $L_\mu$  (relation [I.28]), la différence de potentiel  $E_R^s$  aux bornes de  $X_\mu = L_\mu \omega$  est, au rapport d'échelle près, représentative de

l'onde d'induction tournante d'entrefer. Pour prendre en compte les pertes fer sur une MAS, il suffit de connecter une résistance  $R_\mu$  aux bornes de  $X_\mu$ .

- Pour une machine synchrone c'est également  $E_R^s$  qui est représentatif de l'onde d'induction tournante d'entrefer.

Dans ces conditions la procédure qui vient d'être définie, si l'on souhaite prendre en

compte les pertes fer sur le schéma monophasé équivalent d'une machine synchrone, conduit à considérer le schéma de la figure 1.32.

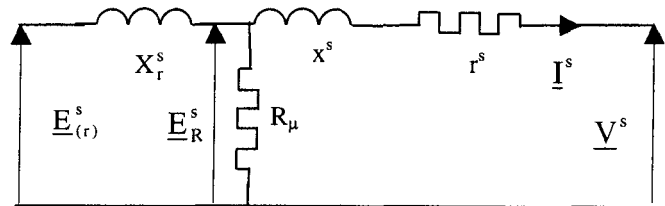


Figure 1.32 Schéma monophasé équivalent considérant les pertes fer

#### IV) SCHEMA EQUIVALENT DU GAS UTILISANT L'APPROCHE MS

Les analyses précédentes montrent que les approches qui conduisent à la détermination des schémas monophasés équivalents pour les machines asynchrone et synchrone sont similaires. La différence essentielle vient de ce que l'on utilise principalement, la notion d'inductance pour établir le schéma relatif à la machine asynchrone, alors que pour une machine synchrone, on fait appel aux grandeurs combinées : inductances et f.e.m..

Nous nous proposons à présent d'utiliser le formalisme relatif à la machine synchrone pour caractériser le fonctionnement en génératrice de la machine asynchrone en utilisant la convention G. Pour ce faire, il est possible de reprendre l'étude à partir de considérations physiques ou tout simplement exploiter, en les adaptant, les relations déjà établies. C'est cette seconde procédure que nous allons utiliser.

On part donc de l'étude effectuée en II.4.4 et notamment des équations [I.47] définies en fonction de  $\underline{I}^r = \underline{I}^{\circ r} / m$ . En convention G, ce système d'équations s'écrit

$$\underline{V}^s + r^s \underline{I}^s + jx^s \underline{I}^s = \underline{E}_R^s \quad [\text{I.84a}]$$

$$\frac{r^r}{g} m \underline{I}^{rr} + jx^r m \underline{I}^{rr} = \underline{E}_R^{\circ r} \quad [\text{I.84b}]$$

avec :

$$\underline{E}_R^s = \underline{E}_{(s)}^s + \underline{E}_{(r)}^s \quad \underline{E}_R^{\circ r} = \underline{E}_{(r)}^{\circ r} + \underline{E}_{(s)}^{\circ r}$$

et :

$$\underline{E}_{(s)}^s = -jL^s \omega \underline{I}^s, \quad \underline{E}_{(r)}^s = -jM \omega m \underline{I}^{rr} \quad \underline{E}_{(r)}^{\circ r} = -jL^r \omega m \underline{I}^{rr} \quad \underline{E}_{(s)}^{\circ r} = -jM \omega \underline{I}^s$$

Les expressions des coefficients d'inductance montrent que :  $\underline{E}_R^s = m \underline{E}_R^{\circ r}$ . En multipliant les deux membres de l'équation rotorique de [I.84] par  $m$ , le système d'équations qui régit le fonctionnement du GAS, compte tenu des définitions de  $r^r$  et  $x^r$ , s'écrit :

$$\underline{V}^s + r^s \underline{I}^s + jx^s \underline{I}^s = \underline{E}_R^s \quad [\text{I.85a}]$$

$$\frac{r^{rr}}{g} \underline{I}^{rr} + jx^{rr} \underline{I}^{rr} = \underline{E}_R^s \quad [\text{I.85b}]$$

Comme  $L^s = Mm$ ,  $\underline{E}_R^s$  s'exprime par :  $\underline{E}_R^s = -jL^s \omega \underline{I}_R^s$  avec  $\underline{I}_R^s = \underline{I}^s + \underline{I}^{rr}$ .

En posant :  $L_\mu = L^s$  et  $\underline{I}_\mu = \underline{I}_R^s$ , on obtient le schéma équivalent de la figure 1.33 qui n'est autre que celui de la figure 1.15 avec inversion des sens des courants.

L'équation de tension statorique conduit au schéma de la figure 1.34 et au diagramme de la figure 1.35. On obtient bien un schéma équivalent du type générateur de tension avec :

$$\underline{E}_R^s = -jX_\mu \underline{I}_\mu; \quad \underline{E}_{(s)}^s = -jX_\mu \underline{I}^s; \quad \underline{E}_{(r)}^s = -jX_\mu \underline{I}^{rr}.$$

Le coefficient directeur de ces caractéristiques vaut  $X_\mu$ . Précisons que cette quantité correspond également au coefficient directeur de la caractéristique  $\underline{E}_{(s)}^s(I^s)$  de la MS.

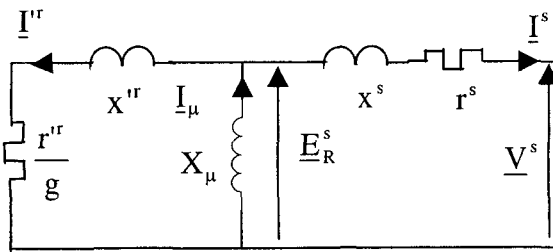


Figure 1.33 Schéma monophasé équivalent

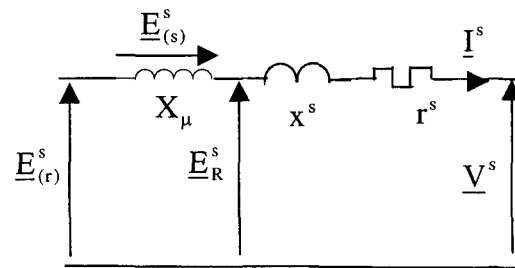


Figure 1.34 Schéma monophasé équivalent simplifié

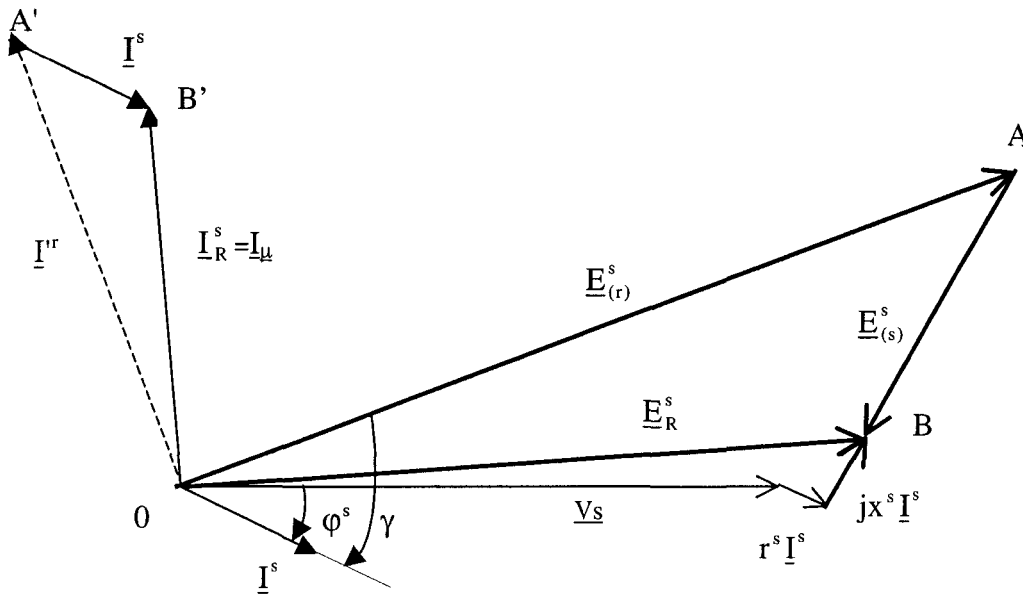


Figure 1.35 Diagramme vectoriel

L'équation de tension rotorique n'intervient pas, comme pour la machine synchrone, dans la définition du schéma équivalent de la figure 1.34. Néanmoins, celle ci impose une contrainte au niveau du diagramme de la figure 1.35 car les modules des complexes courants, de même que leurs arguments, ne peuvent être quelconques. L'équation de tension rotorique conduit à :

$$\underline{I}^r = -\underline{I}^s \frac{jX_\mu}{\frac{r^{rr}}{g} + j(x^{rr} + X_\mu)} \quad [I.86]$$

$$\underline{I}^r = K' \underline{I}^s e^{j\xi'} \quad [I.87]$$

$$K' = \frac{gX_\mu}{\sqrt{g^2(x^{rr} + X_\mu)^2 + r^{rr2}}} \quad [I.88]$$

$$\xi' = \pi + \text{Arctg} \frac{I''}{g(X'' + X_\mu)} \quad [\text{I.89}]$$

où  $\xi'$  représente le déphasage de  $I''$  par rapport à  $I^s$ .

Précisons qu'en l'absence de saturation, les triangles OAB et OA'B' de la figure 1.41 sont semblables, le rapport de similitude est  $X_\mu$ .

*Remarque :* Nous avons précisé que pour tenir compte des pertes fer il convenait de connecter une résistance  $R_\mu$  aux bornes de  $X_\mu$  sur une MAS et aux bornes de  $E_R^s$  sur une MS. Cette propriété apparaît clairement sur les schémas des figures 1.33 et 1.34.

## **V) PRISE EN COMPTE DE LA SATURATION**

Lorsque la saturation n'est pas prise en compte, il est permis non seulement de sommer les excitations (AT), mais également les effets générés par les AT de chaque armature. Lorsque la saturation est considérée, on est en présence d'un problème non linéaire car les différentes inductances, aussi bien principales que de fuites, sont tributaires de l'état magnétique de la machine. Précisons que cet effet sera d'autant plus marqué sur une machine dont l'entrefer mécanique est d'épaisseur faible ce qui est notamment le cas sur les MAS. Après avoir présenté la technique utilisée pour tenir compte de ce phénomène sur une machine synchrone à pôles lisses, nous nous intéresserons à définir une autre procédure qui pourra être utilisée aussi bien sur ce type de machine que sur le GAS. Précisons que la saturation est couramment prise en compte sur les MS alors qu'elle est généralement



ignorée sur les MAS puisque, comme nous l'avons déjà signalé, les MAS fonctionnent, la plupart du temps, à onde d'induction tournante d'entrefer imposée, ce qui n'est pas le cas lorsque l'on considère le fonctionnement du GAS dans le cadre de l'ilotage.

### V.1) Cas de la MS à pôles lisses : Diagramme de Potier

Comme il n'est plus possible de sommer les ondes d'induction tournantes générées par chacune des armatures, on ne peut plus sommer les composantes de flux embrassées ni les f.e.m. correspondantes. Par contre les relations [I.68] et [I.83] peuvent toujours être exploitées :

$$\underline{E}_R^s = \underline{V}^s + r^s \underline{I}^s + jx^s \underline{I}^s \quad [I.68]$$

$$\underline{J}_R = \underline{J} + \alpha \underline{I}^s \quad [I.83]$$

Il convient cependant de déterminer la valeur de  $x^s$  en régime saturé de même que le coefficient d'équivalence  $\alpha$  des AT (la détermination de  $\alpha$  n'était pas nécessaire pour prédéterminer les points de fonctionnement en charge en régime linéaire car il suffisait de déterminer  $E_{(r)}^s$  et d'en déduire  $J$  en utilisant [I.75], de même la détermination de  $X^s$  était suffisante).

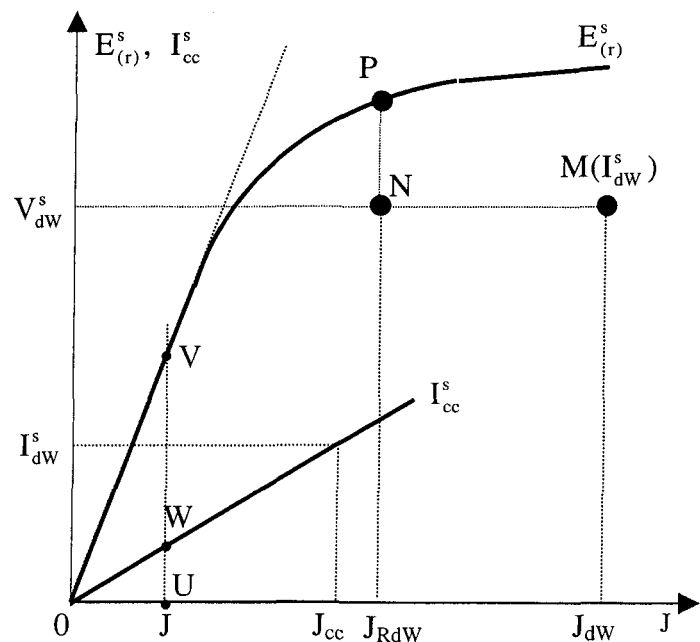


Figure 1.36 Diagramme de Potier

Pour déterminer ces paramètres on relève traditionnellement, à vitesse constante :

- la caractéristique à vide  $E_{(r)}^s(J)$  qui s'identifie à  $E_R^s(J_R)$  et  $E_{(s)}^s(\alpha I^s)$ ,
- la caractéristique en court-circuit  $I_{cc}^s(J)$ ,
- un point M en déwatté pour  $I_{dW}^s \cong I_n^s$  auquel on associe les valeurs de  $V_{dW}^s$  et  $J_{dW}$ .

Ces expérimentations conduisent aux tracés présentés à la figure 1.36.

En considérant la partie linéaire de la caractéristique à vide on détermine, en négligeant la résistance statorique, la réactance synchrone  $X^s = X_r^s + x^s = X_\mu + x^s = k\alpha + x^s$  (figure 1.30) par le rapport :

$$X^s = \left( \frac{E_{(r)}^s}{I_{cc}^s} \right)_{J \text{ donné}} = \frac{UV}{UW} \quad [I.90]$$

où :  $E_{(r)}^s = kJ$ .

Cette valeur de  $X^s$ , définie en fonction de  $x^s$  et de  $\alpha$ , ne permet pas de distinguer ces deux quantités puisque l'on est en présence d'une équation à deux inconnues. Notons que ces valeurs sont relatives à un circuit magnétique linéaire ( $\alpha$  n'est pas tributaire de la saturation) et dans ce cas la prédétermination des caractéristiques ne nécessite pas de connaître séparément ces termes. Cela n'est pas le cas en régime saturé lorsqu'on a recours au diagramme de Potier [20] (qui est le seul normalisé en France). On utilise pour ce faire le point en déwatté M. Le diagramme de la figure 1.37 donne les positions relatives des complexes qui représentent les tensions et les courants dans ces conditions en négligeant la résistance statorique. Ce tracé vérifie les relations :

$$\underline{E}_{RdW}^s = \underline{V}_{dW}^s + jx^s \underline{I}_{dW}^s \quad [I.91]$$

$$\underline{J}_{RdW} = \underline{J}_{dW} + \alpha \underline{I}_{dW}^s \quad [I.92]$$

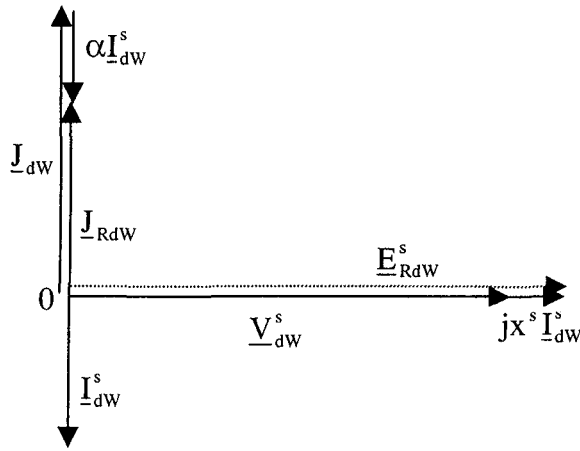


Figure 1.37 Diagramme vectoriel pour l'essai en déwatté

La position particulière des différentes quantités permet d'écrire que :

$$\underline{E}_{RdW}^s = \underline{V}_{dW}^s + x^s \underline{I}_{dW}^s \quad [I.93]$$

$$\underline{J}_{RdW} = \underline{J}_{dW} - \alpha \underline{I}_{dW}^s \quad [I.94]$$

Partant de M sur la figure 1.36 on passe à  $\underline{J}_{RdW}$  (point N) en enlevant  $\alpha \underline{I}_{dW}^s$ . La relation qui donne  $\underline{E}_{RdW}^s$  montre que  $NP = x^s \underline{I}_{dW}^s$ .

En fait, le problème se résume à placer les points N et P pour déterminer les coefficients cherchés. Pour cela on considère un point en court-circuit tel que  $\underline{I}_{cc}^s = \underline{I}_{dW}^s \cong \underline{I}_n^s$ . Comme  $\underline{V}_{cc}^s$  est nul, dans la mesure où l'essai en court-circuit correspond à un essai en déwatté particulier, les relations [I.93] et [I.94] s'écrivent :

$$\underline{E}_{Rcc}^s = x^s \underline{I}_{cc}^s \quad [I.95]$$

$$\underline{J}_{Rcc} = \underline{J}_{cc} - \alpha \underline{I}_{cc}^s \quad [I.96]$$

Elles conduisent au tracé de la figure 1.38. Pour placer les points N et P, il est préconisé de procéder de la façon suivante : Soit  $J_{cc}$  (quantité  $OM'$ ) le courant nécessaire à faire circuler  $I_{cc}^s = I_{dw}^s$ . De M, on place le point Q tel que  $MQ = J_{cc} = OM'$ . Par Q, on fait passer une parallèle à la partie linéaire de la caractéristique à vide. L'intersection de cette parallèle avec la caractéristique à vide dans la partie saturée donne le point P et par conséquent le point N, d'où les valeurs cherchées :  $MN = \alpha I_{dw}^s$ ,  $PN = x^s I_{dw}^s$ .

Le principe même de ce tracé repose sur l'apparente analogie qui existe entre les relations [I.94] et [I.96] pour  $I_{cc}^s = I_{dw}^s$  ainsi, qu'à  $V_{dw}^s$  près, entre les relations [I.93] et [I.95]. D'où une double translation

du tracé réalisé en court-circuit : une translation verticale de  $V_{dw}^s$  et une translation horizontale de  $J_{dw} - J_{cc}$ .

Il convient cependant de noter que  $J_{Rcc}$  diffère de  $J_{Rdw}$ . On exploite donc des tracés relatifs à deux états magnétiques différents de la machine. Cette construction permet néanmoins de scinder les quantités  $x^s$

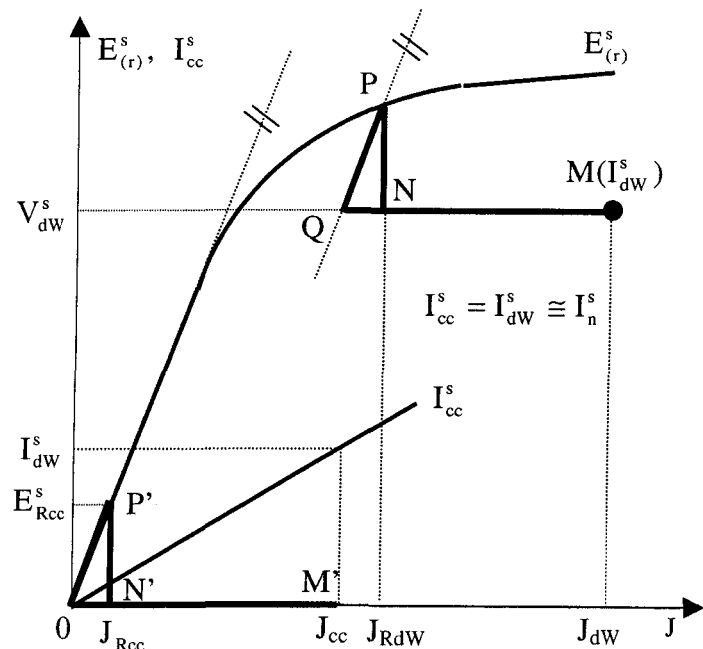


Figure 1.38 Diagramme de Potier complet

et  $\alpha$ . Notons que la valeur de  $x^s$  ainsi

obtenue correspond à un seul et unique état magnétique de la machine relatif à  $J_{Rdw}$  et qu'il

est ensuite supposé que cette valeur est utilisable sur toute la plage correspondant au régime saturé de la machine.

L'intérêt de cette présentation est de montrer qu'au niveau des machines, on se permet d'effectuer certaines approximations pour déterminer les éléments qui interviennent dans les tracés des diagrammes utilisés pour prédire les comportements des systèmes, notamment lorsque la saturation est prise en compte. Le fait que les approximations soient nécessaires et éventuellement discutables, justifie que dans la littérature [7], [20], on rencontre d'autres façons de faire pour la détermination de ces coefficients (diagramme de Rothert, diagramme de l'American Standards Association,...). Notons que l'on effectue les mêmes approximations sur la détermination des éléments constitutifs du schéma monophasé équivalent de la machine asynchrone. En effet,  $X_{\mu}$  est déterminé par un essai à vide sous tension nominale alors que la quantité  $N_{\omega}$  résulte de l'exploitation des résultats obtenus lors de l'essai en court-circuit réalisé sous tension réduite. On exploite donc également dans ce cas des résultats obtenus pour deux états magnétiques différents de la machine.

Cette présentation est en fait intéressante à double titre. D'une part parce que nous aurons recours à des essais similaires à ceux effectués sur la MS pour prédéterminer les éléments qui interviennent au niveau du schéma monophasé équivalent du GAS et que, d'autre part, nous effectuerons certaines approximations qui nous paraissent tout aussi légitimes que celles signalées.

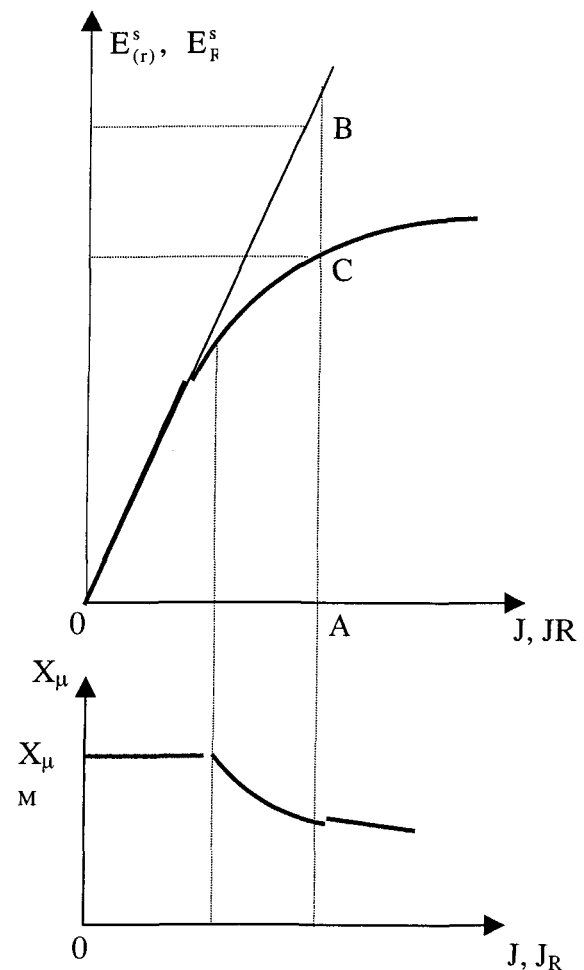
## V.2) Autre approche pour prendre en compte la saturation

Bien que l'approche expérimentale sur les GAS pour la détermination des éléments du schéma équivalent sera calquée sur celle qui vient d'être présentée, l'exploitation finale en sera différente. Nous nous proposons donc de présenter, toujours en considérant la MS à pôles lisses, une autre approche qui permet d'appréhender les effets engendrés par la saturation. La procédure reposera d'avantage sur des considérations physiques et des relations analytiques que sur des essais particuliers qui seront néanmoins nécessaires pour apprécier l'exactitude des résultats obtenus.

Ne pas prendre en compte la saturation suppose la perméabilité relative du fer grande et constante. Tous les AT créés par les bobinages ne sont supposés servir qu'au seul passage des lignes de champ dans l'entrefer.

Lorsque la saturation apparaît, la perméabilité du fer diminue, les AT consommés par le fer ne sont plus négligeables de sorte que les AT créés par les bobinages qui servent aux passages des lignes de champ dans l'entrefer sont réduits. Cette réduction des AT s'accompagne d'une modification des différentes inductances de la machine.

### V.2.1) Réactance de magnétisation



Cette réactance est proportionnelle à l'induction radiale d'entrefer. Comme la f.e.m. induite dans un enroulement statorique est également proportionnelle à cette induction radiale, la caractéristique à vide de la machine permet de suivre la consommation des AT par le fer, ainsi que l'évolution de  $X_r^s = X_\mu$  fonction de l'état magnétique de la structure.

Supposons connue la caractéristique à vide  $E_{(r)}^s(J)$  de la MS ainsi que la valeur  $X_{\mu M}$  de  $X_\mu$  dans la zone non saturée (figure 1.39). Comme  $E_{(r)}^s(J)$  s'identifie à  $E_R^s(J_R)$ , il est possible, pour un état magnétique donné de la machine, de définir la valeur de  $X_\mu$  correspondante.

En fait si l'on considère [I.68], on s'aperçoit que l'état magnétique de la machine, pour une valeur de  $J_R$  donnée par OA, est représenté par AC, quantité qui s'identifie pratiquement avec  $V^s$  puisque les chutes de tension dans  $r$  et  $x$  sont faibles. Si la machine n'était pas saturée OA conduirait à une valeur de  $E_{(r)}^s$  ou  $E_R^s$  égale à AB. On a donc :

$$X_\mu = X_{\mu M} \frac{AC}{AB} \quad [I.97]$$

Cette proportionnalité est signalée dans de nombreux ouvrages [20] mais relativement peu exploitée. Le principe de la construction s'identifie avec le diagramme de Behn Eschenburg. La différence essentielle vient de ce que Behn Echenburg [21] utilise les caractéristiques  $E_{(r)}^s(J)$  et en court-circuit pour définir les variations de la réactance

Figure 1.39 Diagramme à réactance de magnétisation

synchrone  $X^s$ , alors que cette f.e.m. n'est pas représentative de l'état magnétique de la machine en court-circuit.

### **V.2.2) Réactance de fuites**

Dans les ouvrages dont il est fait précédemment mention, il est signalé que la règle adoptée pour caractériser les variations de  $X_\mu$  est également applicable aux réactances de fuites (c'est d'ailleurs ce qui est fait avec le diagramme de Behn Echenburg où l'on considère globalement  $X^s$ ). Si il est vrai que le flux de fuites est proportionnel aux AT qui apparaissent aux bornes de l'entrefer, il convient de prendre en compte un autre phénomène qui est l'orientation du vecteur induction à la frontière de deux milieux qui présentent des perméabilités relatives différentes. La réduction de la perméabilité relative du fer, suite à la saturation, augmente la composante tangentielle du vecteur induction. Comme les fuites sont directement liées à cette composante tangentielle, on note que deux phénomènes, a priori opposés, sont à l'origine de la modification des réactances de fuites :

- la saturation augmente les fuites suite à la diminution de la perméabilité du fer,
- la saturation diminue les fuites suite à la réduction des AT utiles.

Ces effets ne se compensent pas obligatoirement et il convient de définir une procédure qui permet d'apprécier les variations de  $x^s$  ou de  $x'^r$  (ou plus généralement de  $x$ ) fonction de l'état magnétique de la structure.

Pour ce faire il suffit, lorsqu'on prend en compte la saturation, de supposer toujours la perméabilité du fer infinie et de considérer un entrefer fictif  $e'$  dont l'épaisseur est



supérieure à la valeur de l'entrefer mécanique réel  $e$ . Dans ces conditions, à AT donnés, l'induction radiale d'entrefer diminue avec la saturation conformément à ce qui a initialement été précisé. La valeur de  $e'$  se déduit aisément de [I.97] :

$$e' = e / \lambda \quad [I.98]$$

avec  $\lambda = AC/AB$  ( $\lambda < 1$ ).

Si l'on se réfère aux analyses effectuées par K.G. BINNS [22] et Ph. ALGER [14], il apparaît que les amplitudes des inductions radiale  $b_r$  et tangentielle  $b_t$  sont liées par le rapport :

$$\frac{\hat{b}_t}{\hat{b}_r} = \frac{1 - (1 + e'/R^r)^{2hp}}{1 + (1 + e'/R^r)^{2hp}} \quad [I.99]$$

où  $p$  représente le nombre de paires de pôles de la machine et  $h$  le rang de l'onde de la composante de f.m.m. considérée. Comme  $e'/R^r$  est petit devant 1, en utilisant le développement limité au premier ordre des quantités entre parenthèses :

$(1 + \epsilon)^{2hp} \cong 1 + 2hpe$ , on obtient :

$$\frac{\hat{b}_t}{\hat{b}_r} = \frac{hpe'/R^r}{1 + hpe'/R^r} \quad [I.100]$$

Comme dans notre cas nous nous limiterons à ne considérer que le terme relatif à  $h=1$  avec

$p = 1$ , il vient :

$$\frac{\hat{b}_t}{\hat{b}_r} = \frac{e'/R^r}{1 + e'/R^r} \quad [I.101]$$

Soit  $K_{ns}$  la valeur du rapport  $\hat{b}_t / \hat{b}_r$  en régime non saturé et  $K_s$  ce même rapport en régime saturé.  $e/R^r$  s'exprime, compte tenu de [I.101] en fonction de  $K_{ns}$  :  $e/R^r = K_{ns} / (1 - K_{ns})$ .

On en déduit que :

$$K_s = \frac{K_{ns}}{\lambda + (1 - \lambda)K_{ns}} \quad [I.102]$$

Comme :

$$\frac{\hat{b}_t(\text{saturé})}{\hat{b}_t(\text{non saturé})} = \frac{K_s}{K_{ns}} \frac{\hat{b}_r(\text{saturé})}{\hat{b}_r(\text{non saturé})}$$

puisque, compte tenu de [I.98] :  $\frac{\hat{b}_r(\text{saturé})}{\hat{b}_r(\text{non saturé})} = \frac{e}{e'} = \lambda$ , il vient :

$$\frac{\hat{b}_t(\text{saturé})}{\hat{b}_t(\text{non saturé})} = \frac{\lambda}{\lambda + (1 - \lambda)K_{ns}} \quad [I.103]$$

Si à  $\hat{b}_t(\text{non saturé})$  on associe la quantité  $x_M$ , il vient :

$$x = x_M \frac{\lambda}{\lambda + (1 - \lambda)K_{ns}} \quad [I.104]$$

Comme  $K_{ns}$  est très petit devant l'unité et que  $\lambda < 1$ , le dénominateur de [I.104] est supérieur à  $\lambda$  et donc  $x < x_M$  comme précisé dans la littérature. Il apparaît donc que les variations de  $x$  en fonction de la saturation sont similaires à celles de  $X_\mu$  données par :

$$X_\mu = \lambda X_{\mu M} \quad [I.105]$$

avec des lois de variations cependant différentes.

Si  $(1-\lambda)K_{ns}$  est très petit devant  $\lambda$ , alors la réactance de fuites est pratiquement indépendante de l'état de saturation de la machine et l'on peut considérer que les deux effets précédemment évoqués se compensent.

Précisons que les valeurs de  $K_{ns}$  et  $K_s$  sont définies par :

$$K_{ns} = \frac{X_M}{X_{\mu M}}$$

$$K_s = \frac{X}{X_{\mu}}$$

*Remarque 1 :* La saturation n'affecte pas de la même façon toutes les parties constituant le circuit magnétique. En toute rigueur, il serait nécessaire de considérer deux réactances, l'une liée à  $e$  et l'autre à  $e'_M$  valeur maximale de  $e'$  comme précisé à la figure 1.40. Cependant, comme les déformations fictives de l'entrefer sont synchrones de  $b^e$  et que la valeur de  $e$  n'affecte que les faibles valeurs de l'induction, il est possible de considérer un entrefer mécanique équivalent d'épaisseur constante et égale à  $e'_M$ . Dans ces conditions, le principe de superposition est applicable de nouveau.

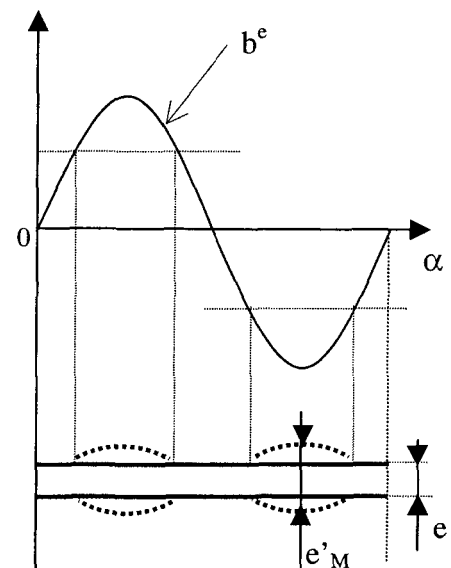


Figure 1.40 Forme d'onde de l'induction d'entrefer

*Remarque 2 :* Les composantes partielles de l'induction qui définissent  $b^e$ , affectent de façons différentes le circuit magnétique. Partant des composantes partielles, il serait possible de définir des entrefers fictifs propres à chacune d'elles. Prendre en compte séparément chacun des termes ne permettrait plus cependant d'appliquer le principe de

superposition. En fait, la procédure précédente ( $e' = e'_M$  quel que soit le point considéré de l'entrefer) conduit à définir des composantes partielles de l'induction de nature fictive qui peuvent, par contre, être utilisées lors de la mise en œuvre du principe de superposition.

Nous ne développerons pas davantage cette étude, relativement complexe, portant sur la saturation magnétique du matériau et ses conséquences sur les fuites. Notons que des développements réalisés au LSEE [23], issus d'une analyse numérique par éléments finis, ont permis de chiffrer les modifications comportementales en proposant des expressions analytiques simples à exploiter.

## **VI) SYNTHESE DES RESULTATS**

L'étude présentée dans ce chapitre, bien que très classique, a essentiellement pour objectif de resituer les problèmes dans leur contexte. Elle a néanmoins permis de mettre en évidence deux propriétés.

- La première, liée aux inductances qui apparaissent aux niveaux des schémas monophasés équivalents des MAS et MS présentés dans la littérature, à savoir que :

$$L_r^s = L_\mu = L^s \quad [I.106]$$

Cette correspondance, à priori évidente si l'on s'en réfère aux principes physiques, n'est jamais explicitée dans les ouvrages d'électrotechnique.

- La seconde porte sur la définition d'une variable relative à une armature dans le référentiel lié à l'autre armature.

Outre ces deux propriétés, nous avons pu établir sur des bases physiques et mathématiques, un schéma équivalent type générateur de tension pour la MAS. En supposant que MS et MAS se comportent toutes deux en générateurs, nous présentons à la figure 1.41 les schémas équivalents de ces deux structures (figure 1.41a pour la MS, figure 1.41b pour la MAS).

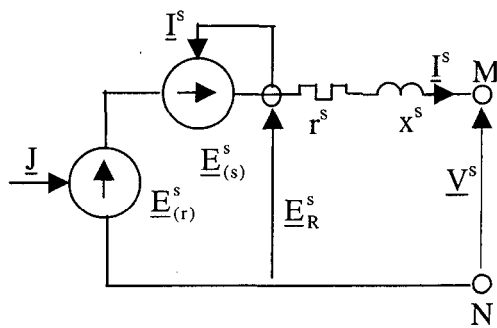


Figure 1.41 (a) Schéma monophasé équivalent de la machine synchrone

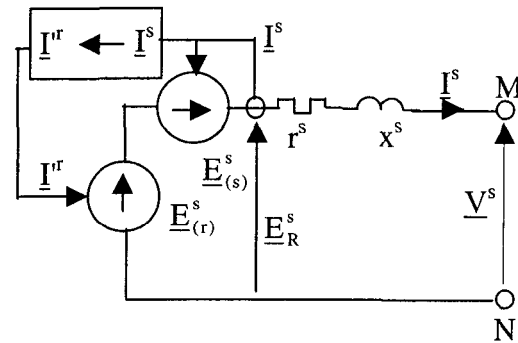


Figure 1.41 (b) Schéma monophasé équivalent de la machine asynchrone

## **CHAPITRE II**

### **ETUDE EN REGIME ETABLI, EXPLOITATIONS THEORIQUES ET EXPERIMENTALES**

Ce deuxième chapitre est consacré à l'étude comparative des structures pour une machine bipolaire lorsque la saturation est, tout d'abord, négligée. Nous présenterons ensuite une procédure expérimentale destinée à définir les paramètres du schéma équivalent du GAS. Nous procéderons finalement à des études expérimentales qui nous permettront, d'une part, d'apprécier l'influence de la structure retenue et des hypothèses formulées sur l'exactitude des résultats et, d'autre part, d'apprécier l'impact de la saturation.

Précisons que nous nous intéressons au cas du GAS dans le cadre de l'îlotage. Sans réseau principal local, le fonctionnement de ces génératrices ne sera possible que si l'on connecte aux bornes de la charge, une batterie de condensateurs destinée à fournir le réactif nécessaire au fonctionnement du convertisseur électromécanique mais aussi à la charge. Cette dernière, pour les présentations générales, sera supposée de nature inductive. Les exploitations considéreront une charge purement résistive.

#### **I) PUISSANCE TRANSMISE PAR UNE EOLIENNE**

Nous nous plaçons dans l'hypothèse où la vitesse du vent  $v$  se situe dans la plage autorisée, à savoir ni trop faible ( $v > v_{\min}$ ), ni trop élevée ( $v < v_{\max}$ ). Pour des vitesses inférieures à  $v_{\min}$ , les pâles sont en drapeau et l'éolienne est hors service. Dès que  $v$  devient

supérieure à  $v_{\max}$ , la machine est mise à l'arrêt à l'aide de freins. Pour des vitesses excessives les pales sont également mises en drapeau.

Le vent transmet à l'éolienne une puissance  $P_v$  donnée [24] par :

$$P_v = K_{El} v^3 \quad [II.1]$$

où  $K_{El}$  est un coefficient qui dépend de l'éolienne et notamment du carré de la longueur des pâles, mais également, de la densité de l'air  $\rho$ .

Une partie  $P_{El}$  de l'énergie fournie par le vent est transmise au système électromécanique (supposé composé d'un réducteur et de la machine) :

$$P_{El} = C_p P_v = C_p K_{El} v^3 \quad [II.2]$$

Le coefficient de performance  $C_p$  est fonction de l'angle de calage des pâles et du coefficient de vitesse spécifique  $R_a$  défini par le rapport entre la vitesse linéaire des extrémités des pâles et la vitesse du vent. La figure 2.1 donne, de façon typique, une loi d'évolution de  $C_p$  en fonction de  $R_a$  pour deux valeurs de calage des pâles.

Cette loi d'évolution de  $C_p$  permet de définir un réseau de courbes qui précise la puissance  $P_{El}$  disponible en fonction de la vitesse de rotation des pâles pour un calage donné de ces dernières avec pour paramètres la vitesse du vent  $v$ . Ces caractéristiques sont présentées à la figure 2.2 en considérant les valeurs réduites  $P_{El}/P_{Elm}$  et  $\omega'/\omega'_n$  ( $\omega'$  représente, à une constante près qui est le rapport du réducteur, la vitesse de rotation réelle de l'arbre à l'entrée du réducteur, donc des pâles). A vitesse de vent donnée, apparaît une vitesse de rotation du générateur conduisant à une puissance captée  $P_{El}$  maximale.

Les principaux paramètres influençant  $P_{El}$  sont donc :

- la densité de l'air,
- le carré de la longueur des pâles,

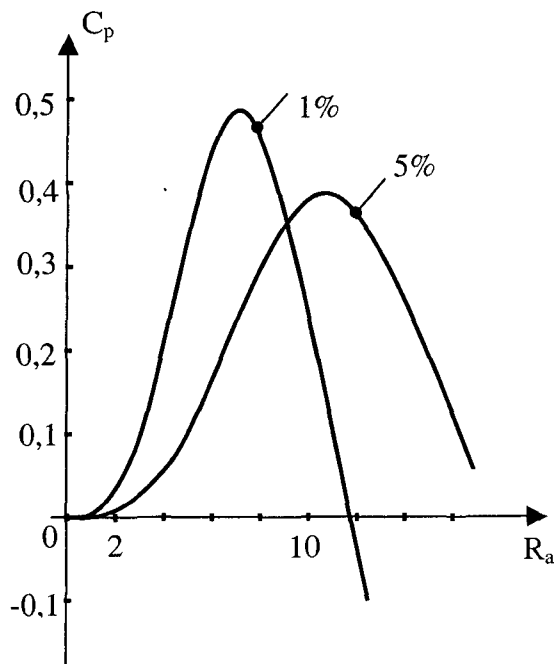


Figure 2.1 Loi d'évolution du coefficient de performance

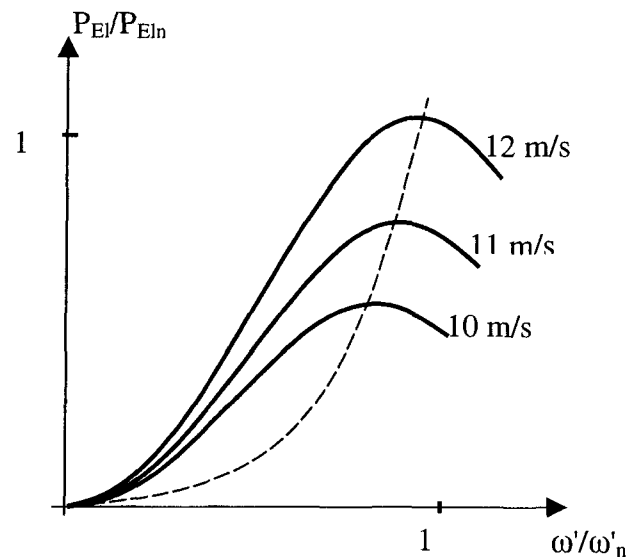


Figure 2.2 Courbe de puissance

- l'angle de calage des pâles,
- le coefficient de performance,
- le cube de la vitesse du vent,
- la vitesse de rotation du générateur.

Cette analyse montre qu'au niveau d'une éolienne les grandeurs d'entrée, accessibles à la mesure, sont la vitesse du vent et la vitesse de rotation  $\omega'$  du rotor. La



vitesse du vent permet de définir la puissance  $P_{El}$  appliquée sur l'arbre à l'entrée du multiplicateur. Les quantités  $P_{El}$  et  $\omega'$  conduisent au couple mécanique  $\Gamma_a = \eta_{red} \frac{P_{El}}{\omega'}$  qui s'exerce sur l'arbre de la machine en prenant en compte le rendement  $\eta_{red}$  du réducteur. La connaissance du couple de pertes  $\Gamma_p$  du générateur conduit au couple électromagnétique  $\Gamma_e$  développé par le système électromécanique.

$$\Gamma_e = \Gamma_a - \Gamma_p \quad [II.3]$$

Cette analyse sommaire montre que la puissance électrique fournie par l'éolienne va dépendre des performances de la machine, mais aussi de celles du multiplicateur. Ces dernières sont relativement mauvaises, d'autre part un multiplicateur nécessite un entretien régulier. Pour palier à ces inconvénients, on élimine le multiplicateur par la mise en œuvre de machines à nombre de pôles élevé [25], [26]. Si ces machines sont directement connectées au réseau, on est en présence de machines dont la vitesse de rotation des pôles est pratiquement imposée par la fréquence du réseau. En agissant sur l'angle de calage des pôles, on optimise la puissance. De plus en plus, on utilise des éoliennes à vitesse variable dont la connexion au réseau s'effectue par l'intermédiaire de convertisseurs. L'optimisation de la puissance est assurée par une action sur la commande des convertisseurs.

L'étude est réalisée en supposant que les grandeurs à définir sont la tension  $V^s$  aux bornes du stator et la pulsation  $\omega$  de cette dernière. Indirectement, il est possible de considérer que les variables à déterminer sont  $V^s$  et  $g$ . Tous les éléments des schémas

monophasés équivalents ( $r^s$ ,  $r^r$ ,  $\mathcal{I}^s$ ,  $\mathcal{I}^r$ ,  $L_\mu$  et  $R_\mu$ ) sont supposés connus, de même que les éléments qui constituent la charge ainsi que la capacité  $C$  destinée à fournir le réactif (ces éléments sont connectés en parallèle à la sortie du stator). On note  $\underline{I}$  le courant dans la charge et  $\underline{I}_C$  celui dans le condensateur.  $\underline{I}^s$  résulte de l'application de la loi des nœuds :

$$\underline{I}^s = \underline{I}_C + \underline{I}.$$

## **II) THEORIE CLASSIQUE DE DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES**

Cette théorie classique, largement développée dans la littérature [9], [10], [11], [27], [28], nécessite, pour pouvoir être exploitée simplement de manière purement analytique, des hypothèses relativement restrictives que nous préciserons au fur et à mesure de nos développements.

### **II.1) Cas d'une charge inductive.**

Ces analyses utilisent, indifféremment, les schémas équivalents des figures 1.15 et 1.33:

- en ramenant l'impédance magnétisante à l'entrée (aux bornes de  $\underline{V}^s$ ),
- en regroupant les inductances de fuites  $\mathcal{I}^s$  et  $\mathcal{I}^r$  sous la quantité  $N$  ( $N = \mathcal{I}^s + \mathcal{I}^r$ )

Cela conduit au schéma de la figure 2.3.

Le bilan des puissances réalisé à partir du diagramme circulaire de la figure 1.23a, pour le point  $M_3$  en convention  $M$  (Cf. chapitre I), conduit successivement à :

$$\eta_{\text{red}} P_{\text{El}} + \Gamma_p \omega' \equiv B_3 M_3 < 0, \quad P^s \equiv m_3 M_3 < 0, \quad p_j^r \equiv J_3 B_3 > 0, \quad p_j^s \equiv m'_3 J_3, \quad p_f^s = m_3 m'_3.$$

En convention G ,  $P^s$  et  $P_{EI}$  sont positifs de sorte que la relation entre les puissances actives s'écrit :

$$P^s = \eta_{\text{réd}} P_{EI} - \Gamma_p \omega' - p_J^r - p_J^s - p_f^s \quad [\text{II.4}]$$

avec :  $\eta_{\text{réd}} P_{EI} - \Gamma_p \omega' = 3 \frac{1-g}{g} r'^r I'^{r2}$ ,  $p_J^r = 3r'^r I'^{r2}$ ,  $p_J^s = 3r^s I'^{r2}$ . La puissance utile fournie

par l'éolienne est dissipée dans la charge et vaut  $3V^s I \cos \varphi$  où  $\varphi$  représente l'argument du récepteur. Ces relations seules ne permettent pas de scinder les différentes contributions. Pour contourner cette difficulté, il est nécessaire de prendre également en compte les puissances réactives.

Pour ce faire, on regroupe sur le schéma de la figure 2.3  $L_\mu$ ,  $R_\mu$ , C et les éléments qui caractérisent la charge, sous forme d'une impédance  $z_{eq} = r_{eq} + jx_{eq}$  comme indiqué à la figure 2.4 :

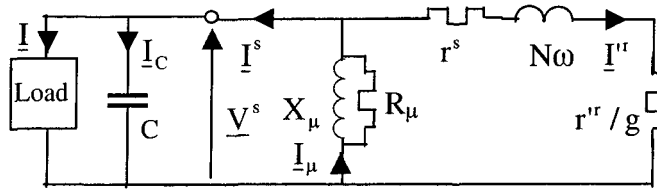


Figure 2.3 Schéma monophasé

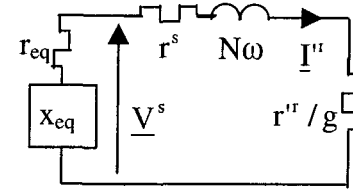


Figure 2.4 Schéma monophasé simplifié

La vérification de la loi des mailles appliquée au schéma de la figure 2.4, le principe de Boucherot, conduit à :

$$\frac{r'^r}{g} + r^s + r_{eq} = 0 \quad [\text{II.5}]$$

$$N\omega + x_{eq} = 0 \quad [\text{II.6}]$$

On note, pour que ces expressions puissent être satisfaites, que  $g$  et  $x_{eq}$  doivent être négatifs. La génératrice doit donc fonctionner en mode hypersynchrone et la partie imaginaire de  $z_{eq}$  doit être de nature capacitive :  $x_{eq} = -\frac{1}{C_{eq}\omega}$ .

## **II.2) Cas d'une charge résistive**

### **II.2.1) Pulsation de fonctionnement**

Pour pouvoir exploiter de manière relativement simple les relations précédentes, nous négligerons, au niveau du schéma équivalent, la résistance et les pertes fer statoriques, ces éléments étant pris en compte au niveau des bilans des puissances. D'autre part, nous considérerons une charge qui s'identifie à une résistance pure  $R$ . Dans ces conditions, on

obtient les schémas des figures 2.5 et 2.6 où :  $r_{eq}$  et  $-x_{eq} = \frac{1}{C_{eq}\omega}$  s'expriment par :

$$r_{eq} = \frac{RL_{\mu}^2\omega^2}{R^2(CL_{\mu}\omega^2 - 1)^2 + L_{\mu}^2\omega^2} \quad [II.7]$$

$$\frac{1}{C_{eq}\omega} = \frac{R^2L_{\mu}\omega(CL_{\mu}\omega^2 - 1)}{R^2(CL_{\mu}\omega^2 - 1)^2 + L_{\mu}^2\omega^2} \quad [II.8]$$

Il convient de remarquer, si l'on souhaite tenir compte des pertes fer statoriques,

$$R' = \frac{RR_{\mu}}{R + R_{\mu}} .$$

qu'il suffit de substituer  $R'$  à  $R$  avec

Le point de fonctionnement, s'il existe, doit également vérifier les relations [II.7] et [II.8]. Notons que [II.6] et [II.8] conduisent à une équation du quatrième degré en  $\omega$  dont la résolution définit la pulsation des signaux statoriques. Cette valeur de  $\omega$  permet, compte tenu de [II.5] et de [II.7], de calculer la valeur de  $g$  et donc celle de  $\omega'$ . Il apparaît donc que  $\omega'$  ne constitue pas une variable d'entrée. Ainsi les variables prédéterminées ne sont pas tributaires de la vitesse de rotation des pôles.

Les calculs, même avec les hypothèses simplificatrices, sont relativement lourds et conduisent à des expressions difficilement exploitables d'un point de vue analytique. Nous procéderons à ces développements dans le cadre d'une application numérique. Nous nous proposons, pour mettre en évidence les solutions, d'utiliser une approche graphique.

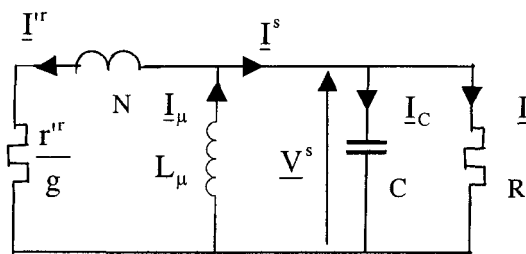


Figure 2.5 Schéma monophasé équivalent pour une charge résistive

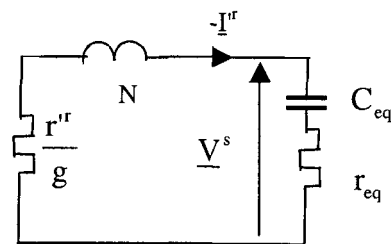


Figure 2.6 Schéma monophasé équivalent pour une charge résistive, simplifié

• **Puissance réactive:** On trace, à C et R donnés, à partir de [II.8], la courbe  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2}(\omega)$ .

Pour satisfaire [II.6], qui conduit à :  $N = \frac{1}{C_{eq}\omega^2}$ , il suffit de déterminer les points d'intersection de cette courbe avec une horizontale d'ordonnée N.

Lorsque  $\omega \rightarrow 0$ ,  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2} \rightarrow -L_\mu$ . Pour  $\omega \rightarrow \infty$ ,  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2} \rightarrow 0_+$

Les points de fonctionnement n'existeront que si  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2}$  passe par un extrémum positif.

Posons :  $X = L_\mu C\omega^2 - 1$ , [II.8] s'écrit :  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2} = \frac{R^2 L_\mu X}{R^2 X^2 + \frac{L_\mu}{C} X + \frac{L_\mu}{C}}$ .

En divisant le numérateur et le dénominateur par X, la relation précédente s'écrit :

$$\frac{1}{C_{eq}\omega^2} = \frac{R^2 L_\mu}{R^2 X + \frac{L_\mu}{CX} + \frac{L_\mu}{C}} \quad [II.9]$$

Le maximum de  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2}$  correspond à la valeur minimale de  $R^2 X + \frac{L_\mu}{CX}$ , obtenue pour une

valeur  $X_m$  de X donnée par :  $X_m = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L_\mu}{C}}$ . Cette quantité définit une pulsation  $\omega_m$  :

$$\omega_m = \sqrt{\frac{X_m + 1}{CL_\mu}}, \text{ soit:}$$

$$\omega_m = \left\{ \frac{1}{CL_\mu} \left[ \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L_\mu}{C}} + 1 \right] \right\}^{1/2} \quad [\text{II.10}]$$

Dans ces conditions,  $\frac{1}{C_{eq}\omega_m^2}$  s'écrit :  $\frac{1}{C_{eq}\omega_m^2} = \frac{R^2 L_\mu}{\frac{L_\mu}{C} + 2R\sqrt{\frac{L_\mu}{C}}}.$

En posant :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_\mu C}} \quad [\text{II.11}]$$

il vient:

$$\omega_m = \omega_0 \left\{ \frac{L_\mu}{R} \omega_0 + 1 \right\}^{1/2} \quad [\text{II.12}]$$

$$\frac{1}{C_{eq}\omega_m^2} = \frac{CR^2}{1 + 2RC\omega_0} \quad [\text{II.13}]$$

Ce maximum est effectivement positif nécessitant, pour qu'il y ait un point de fonctionnement, que :  $N < \frac{1}{C_{eq}\omega_m^2}$  avec  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2} > 0$ .

Les valeurs de  $\omega$  qui conduisent à  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2} = 0$  correspondent à celles qui vérifient  $X=0$ , soit

:  $\omega = \pm\omega_0$ . Il en résulte que  $\omega$  doit être supérieur à  $\omega_0$ .

La condition  $N < \frac{1}{C_{eq}\omega_m^2}$  conduit, étant donné [II.13], à l'inégalité :  $R^2 - 2RN\omega_0 - \frac{N}{C} > 0$ .

Les racines de l'équation du second degré en  $R$  valent :  $N\omega_0 \pm \sqrt{N^2\omega_0^2 + \frac{N}{C}}$ . L'une des

• **Puissance réactive:** On trace, à C et R donnés, à partir de [II.8], la courbe  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2}(\omega)$ .

Pour satisfaire [II.6], qui conduit à :  $N = \frac{1}{C_{eq}\omega^2}$ , il suffit de déterminer les points d'intersection de cette courbe avec une horizontale d'ordonnée N.

Lorsque  $\omega \rightarrow 0$ ,  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2} \rightarrow -L_\mu$ . Pour  $\omega \rightarrow \infty$ ,  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2} \rightarrow 0_+$

Les points de fonctionnement n'existeront que si  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2}$  passe par un extrémum positif.

Posons :  $X = L_\mu C\omega^2 - 1$ , [II.8] s'écrit :  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2} = \frac{R^2 L_\mu X}{R^2 X^2 + \frac{L_\mu}{C} X + \frac{L_\mu}{C}}$ .

En divisant le numérateur et le dénominateur par X, la relation précédente s'écrit :

$$\frac{1}{C_{eq}\omega^2} = \frac{R^2 L_\mu}{R^2 X + \frac{L_\mu}{CX} + \frac{L_\mu}{C}} \quad [II.9]$$

Le maximum de  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2}$  correspond à la valeur minimale de  $R^2 X + \frac{L_\mu}{CX}$ , obtenue pour une

valeur  $X_m$  de X donnée par :  $X_m = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L_\mu}{C}}$ . Cette quantité définit une pulsation  $\omega_m$  :

$$\omega_m = \sqrt{\frac{X_m + 1}{CL_\mu}}, \text{ soit:}$$

$$\omega_m = \left\{ \frac{1}{CL_\mu} \left[ \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L_\mu}{C}} + 1 \right] \right\}^{1/2} \quad [II.10]$$



Dans ces conditions,  $\frac{1}{C_{eq}\omega_m^2}$  s'écrit :  $\frac{1}{C_{eq}\omega_m^2} = \frac{R^2 L_\mu}{\frac{L_\mu}{C} + 2R\sqrt{\frac{L_\mu}{C}}}$ .

En posant :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_\mu C}} \quad [\text{II.11}]$$

il vient:

$$\omega_m = \omega_0 \left\{ \frac{L_\mu}{R} \omega_0 + 1 \right\}^{1/2} \quad [\text{II.12}]$$

$$\frac{1}{C_{eq}\omega_m^2} = \frac{CR^2}{1 + 2RC\omega_0} \quad [\text{II.13}]$$

Ce maximum est effectivement positif nécessitant, pour qu'il y ait un point de fonctionnement, que :  $N < \frac{1}{C_{eq}\omega_m^2}$  avec  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2} > 0$ .

Les valeurs de  $\omega$  qui conduisent à  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2} = 0$  correspondent à celles qui vérifient  $X=0$ , soit

:  $\omega = \pm\omega_0$ . Il en résulte que  $\omega$  doit être supérieur à  $\omega_0$ .

La condition  $N < \frac{1}{C_{eq}\omega_m^2}$  conduit, étant donné [II.13], à l'inégalité :  $R^2 - 2RN\omega_0 - \frac{N}{C} > 0$ .

Les racines de l'équation du second degré en  $R$  valent :  $N\omega_0 \pm \sqrt{N^2\omega_0^2 + \frac{N}{C}}$ . L'une des

racines est négative, l'autre positive. Comme la fonction est négative entre les racines, on déduit une condition sur la valeur de  $R$  :

$$R > N\omega_0 + \sqrt{N^2\omega_0^2 + \frac{N}{C}} \quad [\text{II.14}]$$

L'expression [II.11] de  $\omega_0$ , et en prenant en compte le fait que  $N$  est petit devant  $L_\mu$ , conduit à une valeur approchée minimale  $R_{\min}$  de  $R$  :

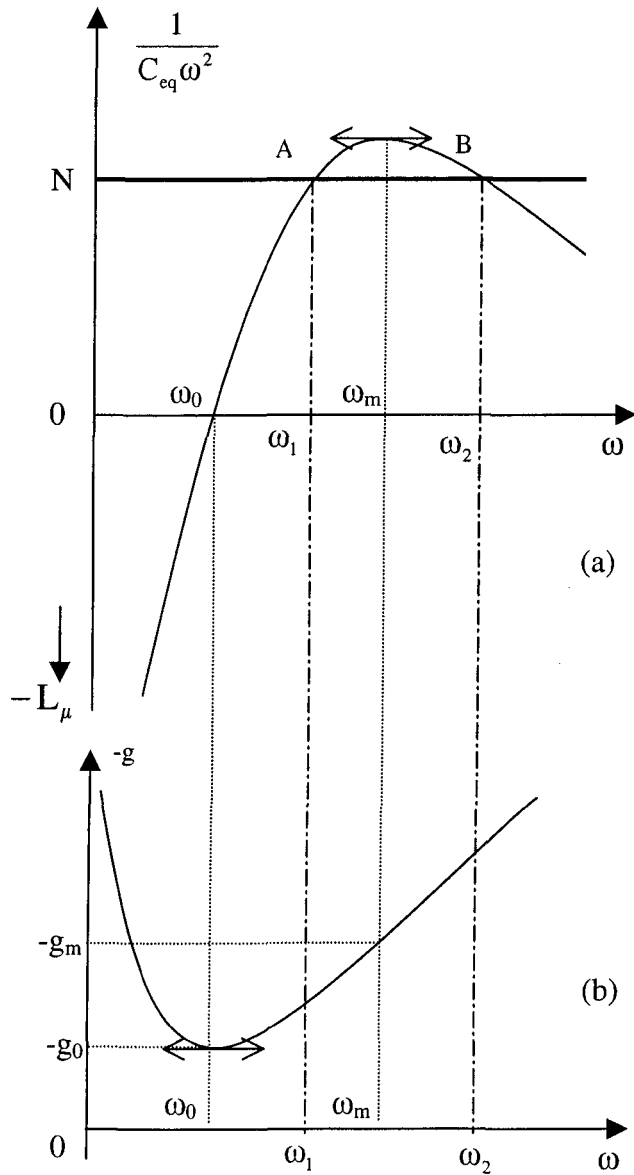


Figure 2.7 Détermination des points de fonctionnement du générateur asynchrone

$$R_{min} \cong \sqrt{\frac{N}{C}} \quad [\text{II.15}]$$

La courbe de la figure 2.7a donne la loi d'évolution de  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2}(\omega)$

• **Puissance active:** Les relations [II.5] et [II.7] conduisent à  $g = -r^{rr}/r_{eq}$ , soit :

$$g = -\frac{r^{rr}}{R} \left\{ 1 + R^2 C^2 \omega^2 + \frac{R^2}{L_\mu^2 \omega^2} - \frac{2R^2 C}{L_\mu} \right\}$$

expression qui peut encore s'écrire :

$$g = -\frac{r^{rr}}{R} \left\{ 1 + R^2 \left( C\omega - \frac{1}{L_\mu \omega} \right)^2 \right\}$$

Cette relation montre que  $g$  est négatif quelle que soit  $\omega$ .

$g \rightarrow -\infty$  lorsque  $\omega \rightarrow 0$  ou  $+\infty$ . La courbe  $g(\omega)$  passe donc par un extrémum.

Considérons la dérivée de  $g$  par rapport à  $\omega$ :  $\frac{dg}{d\omega} = -2r^{rr} R \left( C\omega - \frac{1}{L_\mu \omega} \right) \left( C + \frac{1}{L_\mu \omega^2} \right)$ . Cette

dérivée s'annule pour laquelle :  $\omega = \omega_0$ . Soit  $g_0$  la valeur de  $g$  pour  $\omega = \omega_0$ . Il vient :

$$g_0 = -\frac{r^{rr}}{R} \quad [\text{II.16}]$$

La valeur  $g_m$  de  $g$  pour  $\omega = \omega_m$  vaut :  $g_m = -\frac{r^{rr}}{R} \left( 1 + \frac{R}{L_\mu \omega_0 + R} \right) = g_0 \left( 1 + \frac{R}{L_\mu \omega_0 + R} \right)$ .

Nous avons reproduit à la figure 2.7b la loi d'évolution de  $-g$  en fonction de  $\omega$ .

• **Stabilité :** Selon [10], seul le point de fonctionnement relatif à  $\omega_1$  est stable. En effet, si partant de ce point  $\omega'$  augmente accidentellement:

\*  $\omega$  et  $-g$  augmentent,

\* le point A se déplace vers la droite,  $\frac{1}{C_{eq}\omega^2}$  augmente.

Il y a alors excès de puissance réactive et  $V^s$  augmente. La puissance active consommée par R augmente, ce qui a pour effet d'augmenter le couple résistant et donc la machine ralentit. Par conséquent, la plage de fonctionnement est définie par :  $\omega_0 < \omega < \omega_m$ , soit :

$$1 < \frac{\omega}{\omega_0} < \left\{ 1 + \frac{L_\mu}{R} \omega_0 \right\}^{1/2} \quad [II.17]$$

Les variations de  $\omega$  sont donc liées à la quantité  $\frac{1}{R} \sqrt{\frac{L_\mu}{C}}$ . On note, en outre, que la tension et par conséquent le courant n'ont joué aucun rôle dans la détermination du point de fonctionnement. Il en est également de même de la vitesse de rotation des pâles.

### II.2.2) Valeur efficace de la tension

L'étude réalisée en II.5 du premier chapitre montre que :  $\Gamma_e = P^r / \omega$  avec :  $P^r = 3 \frac{r^{rr}}{g} I^{rr2}$ .

Le schéma de la figure 2.3 conduit à définir  $I^{rr}$  en prenant en compte la résistance

statorique. Il vient :  $I^{rr} = \frac{gV^s}{\left\{ [gr^s + r^{rr}]^2 + [gN\omega]^2 \right\}^{1/2}}$ .

Ces différentes relations conduisent à l'expression de  $V^s$  :

$$V^s = \left\{ \frac{\Gamma_e \omega (gr^s + r'^r)^2 + (gN\omega)^2}{3 |g| r'^r} \right\}^{1/2} \quad [\text{II.18}]$$

A priori, les pertes fer statoriques n'influencent pas cette définition de  $V^s$  puisque  $R$  n'intervient pas directement dans [II.18] (la prise en compte des pertes fer s'effectue en substituant  $R'$  à  $R$  comme précisé). Cependant, comme  $g$  dépend de  $R$ , il y aura dépendance implicite de  $V^s$  relativement à  $p_f^s$ .

### II.2.3) Approche simplifiée

Comme  $g$  est faible, il est possible d'admettre que  $|r'^r / g| \gg N\omega$  et, par conséquent, on peut raisonner sur le schéma de la figure 2.8, déduit de celui de la figure 2.5.

La compensation de réactif conduit à :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_\mu C}} = \omega_0 \quad [\text{II.19}]$$

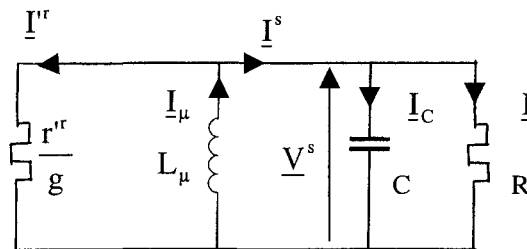


Figure 2.8 Schéma monophasé équivalent de l'approche simplifiée

Avec la puissance active, il vient:

$$g = -\frac{r''}{R} = g_0 \quad [\text{II.20}]$$

Ces relations se retrouvent aisément à partir de l'étude précédente. Il suffit d'attribuer la valeur nulle à  $N$  dans [II.6], ce qui donne  $\frac{1}{C_{eq}\omega} = 0$ . La relation [II.8] conduit alors à  $L_\mu C\omega^2 = 1$ , donc à la valeur de  $\omega$  donnée par [II.19]. La condition précédente appliquée à [II.7] conduit à  $r_{eq} = R$  et donc [II.5] permet de retrouver l'expression de  $g$  donnée par [II.20].

Cette approche simplifiée conduit, en négligeant également  $r^s$ , à une valeur de  $V^s$  donnée par:

$$V^s = \left\{ \frac{\Gamma_e \omega}{3} \frac{r''}{|g|} \right\}^{1/2} = \sqrt{R} \left\{ \frac{\Gamma_e \omega}{3} \right\}^{1/2} \quad [\text{II.21}]$$

A  $\Gamma_e$  et  $\omega$  donnés, on note que  $V^s$  est proportionnelle à la racine carrée de  $R$ . Cette relation précise en outre, de manière plus explicite, la dépendance de  $V^s$  relativement à  $p_f^s$ .

Cette approche simplifiée confirme également les développements précédents destinés à définir, parmi les deux points de fonctionnement possibles, celui qu'il convenait de retenir. D'autre part, elle montre que  $\omega$  doit être très proche de  $\omega_0$ .

### III) METHODE PROPOSEE

L'étude sera réalisée sur le schéma de la figure 2.9. Pour tenir compte des pertes fer, il suffit de ramener la résistance  $R_\mu$  aux bornes d'entrée du stator (non représentée sur cette figure). Dans ces conditions, il vient :

$\underline{I}^s = \underline{I} + \underline{I}_C + \underline{I}_{\mu a}$ , où  $\underline{I}_{\mu a}$  représente la composante active de  $\underline{I}_\mu$  qui circule dans  $R_\mu$ .

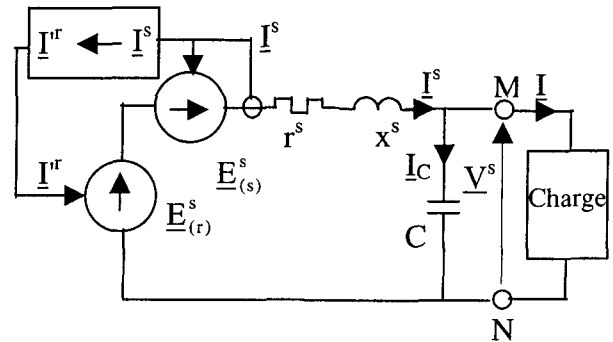


Figure 2.9 Schéma monophasé équivalent monophasé de la méthode proposée

Après quelques considérations générales sur le point de fonctionnement et notamment la stabilité, nous procéderons à la prédétermination des caractéristiques lorsque la charge est constituée d'une résistance pure.

### III.1) Considérations générales sur le point de fonctionnement

Le diagramme de la figure 2.10, déduit de celui de la figure 1.35, traduit le comportement du système (nous n'avons pas pris en compte le courant  $\underline{I}_{\mu a}$ , en phase avec  $\underline{V}^s$  pour ne pas trop alourdir la représentation).

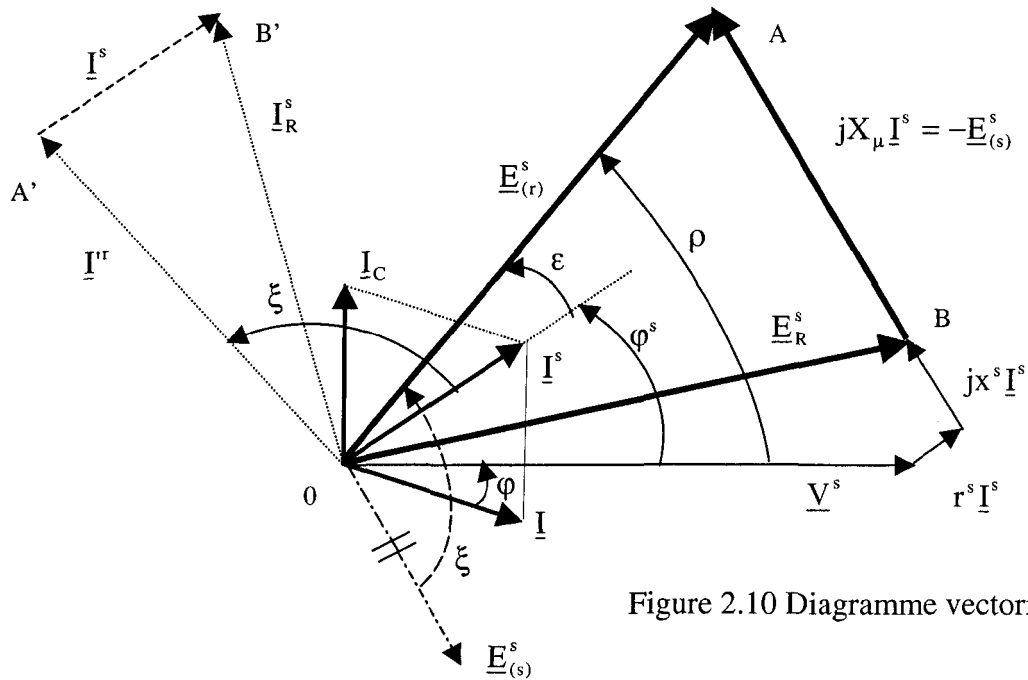


Figure 2.10 Diagramme vectoriel associé

Si on augmente  $V^s$  à  $\omega$  donné, on remarque que les positions relatives des vecteurs demeurent inchangées de sorte que la relation entre  $\underline{I}^s$  et  $\underline{I}^r$  demeure la même. Par conséquent,  $g$  ne changera pas et l'on retrouve la particularité précédente à savoir que  $\underline{V}^s$  n'intervient pas explicitement dans la détermination du point de fonctionnement. Cependant



la théorie basée sur le schéma équivalent de la machine asynchrone déplaçait  $X_\mu$ , négligeait  $r^s$  et regroupait  $x^s$  et  $x^{rr}$ , ce qui n'est pas le cas au niveau de cette approche.

La relation qui lie  $I^s$  à  $I^{rr}$  est caractérisée par les relations [I.86] à [I.89]. Comme  $g$  est négatif,  $K'$  défini par [I.88] sera négatif. Pour éviter d'exploiter des relations faisant intervenir des modules négatifs, il suffit de considérer les correspondances suivantes :

$$I^{rr} = K I^s e^{j\xi} \quad [\text{II.22}], \quad K = \frac{|g| X_\mu}{\sqrt{g^2 (x^{rr} + X_\mu)^2 + r^{rr2}}} \quad [\text{II.23}], \quad \xi = \text{Arctg} \frac{r^{rr}}{g(x^{rr} + X_\mu)} \quad [\text{II.24}]$$

Lorsque  $g \rightarrow 0$  par valeur négatives  $\xi$  est légèrement supérieur à  $\pi/2$  et  $I^{rr} \rightarrow 0$ .

Pour  $g \rightarrow -\infty$ ,  $\xi \rightarrow \pi$  et  $K \rightarrow 1$ .

On a donc  $\xi$  qui est compris entre  $\pi/2$  et  $\pi$  ce qui se justifie physiquement dans la mesure où  $\xi$  représente également les positions relatives des ondes d'induction tournantes d'entrefer  $b_p^s$  et  $b_p^r$  (cf. figure 1.12), et que, pour des raisons de stabilité, on doit avoir un pôle sud face à un nord.

Posons :  $\xi = \frac{\pi}{2} + \varepsilon$  avec  $\varepsilon > 0$ . La variable  $\varepsilon$  défini par l'intermédiaire de sa tangente :

$\text{tg} \varepsilon = \text{tg}(\xi - \pi/2)$ , s'exprime par:

$$\text{tg} \varepsilon = -g \frac{X_\mu + x^{rr}}{r^{rr}} \quad [\text{II.25}]$$

On note, comme  $g$  est négatif, que  $\varepsilon$  est positif. En négligeant  $x''$  devant  $X_\mu$ , il vient :

$$\operatorname{tg} \varepsilon = -g X_\mu / r'' \quad [\text{II.26}]$$

La condition  $\xi$  supérieur à  $\pi/2$ , résulte de la condition de fonctionnement liée à  $g < 0$ . Il peut s'avérer intéressant de préciser dans la zone normale de fonctionnement ( $|g| \rightarrow \text{qq}\%$ ) et pour une fréquence voisine de la fréquence nominale, la valeur de  $\varepsilon$ . Pour une machine asynchrone classique  $r'' / X_\mu$  est compris entre 0.005 et 0.05. En adoptant pour  $g$  la valeur de -5%, la relation [II.26] conduit à  $\operatorname{tg} \varepsilon$  compris entre 10 et 1, soit  $\varepsilon$  évoluant dans une fourchette de 85 à 45 degrés.

En fait,  $\xi$  représente également le déphasage de  $\underline{E}_{(r)}^s$  par rapport à  $\underline{E}_{(s)}^s$ . Soit  $\varphi^s$  le déphasage de  $\underline{I}^s$  par rapport à  $\underline{V}^s$ , et  $\rho$  l'angle interne de la machine, défini comme le déphasage de  $\underline{E}_{(r)}^s$  par rapport à  $\underline{V}^s$ . Cet angle interne est représentatif de la stabilité du GAS, on doit avoir:  $\rho < \pi/2$ . On en déduit (figure 2.10) que :  $\varepsilon = \rho - \varphi^s$ . Comme  $\varepsilon$  doit être positif, il apparaît que  $\rho > \varphi^s$ .

### **III.2) Cas d'une charge résistive**

Pour pouvoir comparer nos résultats avec ceux établis avec la méthode classique, nous considérerons une charge résistive  $R$  en négligeant la résistance et les pertes fer statoriques.

La prise en compte de ces pertes fer peut s'effectuer comme précisé en II.1, c'est à dire en considérant une résistance  $R'$  équivalente à l'ensemble  $R$  et  $R_\mu$  en parallèle.

### III.2.1) Plage de variation de $\omega$

Calculons l'angle interne  $\rho$  en considérant le diagramme de la figure 2.10. On obtient successivement :

$$E_{(r)}^s \cos \rho = V^s - (x^s + X_\mu) I^s \sin \varphi^s; \quad E_{(r)}^s \sin \rho = (X_\mu + x^s) I^s \cos \varphi^s$$

soit:

$$\operatorname{tg} \rho = \frac{(X_\mu + x^s) I^s \cos \varphi^s}{V^s - (x^s + X_\mu) I^s \sin \varphi^s}$$

Comme :

$$I^s = \frac{V^s}{R} \left[ 1 + R^2 C^2 \omega^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad [\text{II.27}]$$

on en déduit que :

$$\operatorname{tg} \rho = \frac{(X_\mu + x^s) \frac{V^s}{R} \left[ 1 + R^2 C^2 \omega^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cos \varphi^s}{V^s - (X_\mu + x^s) \frac{V^s}{R} \left[ 1 + R^2 C^2 \omega^2 \right]^{\frac{1}{2}} \sin \varphi^s}$$

soit :

$$\operatorname{tg} \rho = \frac{(X_\mu + x^s) \left[ 1 + R^2 C^2 \omega^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cos \varphi^s}{R - (X_\mu + x^s) \left[ 1 + R^2 C^2 \omega^2 \right]^{\frac{1}{2}} \sin \varphi^s}$$

En substituant  $\cos \varphi^s$  et  $\sin \varphi^s$  par leurs expressions :

$$\sin \varphi^s = \frac{I_c}{I^s} = \frac{V^s C \omega}{\frac{V^s}{R} [1 + R^2 C^2 \omega^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{RC \omega}{[1 + R^2 C^2 \omega^2]^{\frac{1}{2}}} \quad [\text{II.28}]$$

$$\cos \varphi^s = \frac{I}{I^s} = \frac{V^s / R}{\frac{V^s}{R} [1 + R^2 C^2 \omega^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{[1 + R^2 C^2 \omega^2]^{\frac{1}{2}}} \quad [\text{II.29}]$$

il vient :

$$\text{tg} \rho = \frac{(X_\mu + x^s)}{R[1 - (X_\mu + x^s)C\omega]} \quad [\text{II.30}]$$

Puisque  $\text{tg} \varphi^s = RC\omega$ , l'expression précédente peut encore s'écrire :

$$\text{tg} \rho = \frac{X_\mu + x^s}{R - (X_\mu + x^s)\text{tg} \varphi^s} \quad [\text{II.31}]$$

Comme  $\varphi^s$  et  $\rho$  sont définis par leurs tangentes, la vérification de la condition  $\rho > \varphi^s$  se fera en fait sur les tangentes. La valeur de  $\text{tg} \varphi^s$  est une quantité positive ( $\varphi^s$  compris entre 0 et  $\pi/2$ ) alors que  $\text{tg} \rho$  peut, a priori, prendre des valeurs positives et négatives. Cependant, les conditions de stabilité, précédemment évoquées, limitent cette étude au cas  $\rho$  inférieur à  $\pi/2$ .

- Pour que  $\text{tg} \rho$  soit positif, il est nécessaire de vérifier une première inégalité sur  $\omega$ , déduite de [II.30], liée à  $1 - (X_\mu + x^s)C\omega$  positif, soit :

$$\omega < \left[ \frac{1}{(L_\mu + \mathbb{I}^s)C} \right]^{1/2} \quad [\text{II.32}]$$

• L'inégalité  $\rho > \varphi^s$  se traduit, comme précisé, par  $\text{tg}\rho > \text{tg}\varphi^s$ . L'équation [II.31] donne :

$$(X_\mu + x^s)\text{tg}^2\varphi^s - R\text{tg}\varphi^s + (X_\mu + x^s) > 0$$

équation qui peut encore s'écrire :

$$\omega[R^2C^2(L_\mu + \mathbb{I}^s)\omega^2 - (R^2C - (L_\mu + \mathbb{I}^s))] > 0$$

dont la résolution conduit à :

$$\omega^2 > \frac{R^2C - (L_\mu + \mathbb{I}^s)}{R^2C^2(L_\mu + \mathbb{I}^s)}$$

L'inégalité précédente se combine à [II.32] pour donner :

$$\left[ \frac{1}{C(L_\mu + \mathbb{I}^s)} - \frac{1}{R^2C^2} \right]^{1/2} < \omega < \left[ \frac{1}{C(L_\mu + \mathbb{I}^s)} \right]^{1/2} \quad [\text{II.33}]$$

En négligeant l<sup>s</sup> face à  $L_\mu$ , l'expression de  $\omega_0$  définie par [II.11], conduit à :

$$\left[ \omega_0^2 - \frac{1}{R^2C^2} \right]^{1/2} < \omega < \omega_0 \quad [\text{II.34}]$$

La pulsation  $\omega$  est donc inférieure à  $\omega_0$  avec une plage de variation liée à  $R$  et  $C$ . Avec la procédure classique, il a été montré que  $\omega$  devait être supérieur à  $\omega_0$  et les variations de  $\omega$  étaient tributaires de  $R$ ,  $L_\mu$  et  $C$ . On a donc deux premières différences sur les résultats suivant que l'on considère l'un ou l'autre des schémas équivalent du GAS.

### III.2.2) Pulsation de fonctionnement

La puissance active, fournie par le stator et dissipée dans la résistance, s'exprime par :

$P^s = 3V^s I^s \cos \varphi^s$ . Le diagramme de la figure 2.10 montre, lorsque la résistance  $r^s$  est

négligée, que :  $(X_\mu + x^s) I^s \cos \varphi^s = E_{(r)}^s \sin \rho$ . On en déduit que :

$P^s = 3V^s E_{(r)}^s \sin \rho / (X_\mu + x^s)$ . Puisque  $E_{(r)}^s = X_\mu I^r$ , la relation précédente s'écrit :

$$P^s = \frac{X_\mu}{X_\mu + x^s} 3V^s I^r \sin \rho. \text{ Par conséquent, le point de fonctionnement, s'il existe, doit être}$$

tel que :

$$\frac{X_\mu}{X_\mu + x^s} I^r \sin \rho = I^s \cos \varphi^s \quad [\text{II.35}]$$

Pour exploiter [II.35], il suffit de prendre en compte le fait que :  $\rho = \varepsilon + \varphi^s$ . La relation [II.24],

dans la mesure où :  $\xi = \varepsilon + \pi/2$  avec  $\varepsilon$  positif, conduit, en considérant la valeur positive de la

racine, à :

$$\sin \varepsilon = -\frac{g(x^r + X_\mu)}{\sqrt{g^2(x^r + X_\mu)^2 + r^{r2}}} \quad \cos \varepsilon = \frac{r^r}{\sqrt{g^2(x^r + X_\mu)^2 + r^{r2}}}$$

de sorte qu'en utilisant [II.23], l'équation [II.35] à résoudre devient :

$$\frac{X_\mu + x^r}{X_\mu + x^s} - RC\omega \frac{r^r}{g(X_\mu + x^s)} = \frac{g^2(x^r + X_\mu)^2 + r^{r2}}{(gX_\mu)^2} \quad [\text{II.36}]$$

L'équation [II.36] peut encore se mettre sous la forme :

$$g^2 \omega^2 (L_\mu + \mathbb{I}^r) [L_\mu^2 - (L_\mu + \mathbb{I}^s)(L_\mu + \mathbb{I}^r)] - g\omega RC\omega r^{r'} L_\mu^2 - r^{r'2} (L_\mu + \mathbb{I}^s) = 0 \quad [\text{II.37}]$$

On aboutit à une équation du second degré en  $\omega$  qui, en posant :

$$A = (L_\mu + \mathbb{I}^r) [L_\mu^2 - (L_\mu + \mathbb{I}^s)(L_\mu + \mathbb{I}^r)]; \quad B = RC r^{r'} L_\mu^2; \quad D = r^{r'2} (L_\mu + \mathbb{I}^s)$$

s'écrit :

$$\omega^2 (A - B) - \omega \omega' (2A - B) - D = 0 \quad [\text{II.38}]$$

Sa résolution conduit à une expression de  $\omega$  en fonction de  $\omega'$  et des éléments constitutifs de la machine. Il apparaît une troisième différence relativement à la procédure classique, à savoir que la définition de  $\omega$  ne repose que sur la résolution d'une équation du second degré où, parmi les constantes, figure la vitesse de rotation des pâles.

### III.2.3) Expression simplifiée de la pulsation de fonctionnement

Les expressions obtenues se simplifient notablement si l'on néglige  $x's$  et  $x'r$  devant  $X_\mu$ .

Dans ce cas, [II.37] devient :

$$g\omega^2 = -\frac{r^{r'}}{RCL_\mu} \quad [\text{II.39}]$$

relation qui peut encore se mettre sous la forme:

$$\omega^2 - \omega\omega' + \frac{r''}{RCL_\mu} = 0 \quad [\text{II.40}]$$

La résolution de l'équation du second degré en  $\omega$ , comme  $\omega$  doit être proche de  $\omega'$ , conduit à la racine unique :

$$\omega = \frac{\omega'}{2} \left\{ 1 + \left[ 1 - \frac{4r''}{RCL_\mu \omega'^2} \right]^{1/2} \right\} = \frac{\omega'}{2} \left\{ 1 + \left[ 1 - \frac{4r''}{R} \frac{\omega_0^2}{\omega'^2} \right]^{1/2} \right\} \quad [\text{II.41}]$$

On vérifie tout d'abord que  $\omega$  est bien inférieur à  $\omega'$ . Supposons la quantité

$$\frac{4r''}{RCL_\mu \omega'^2} = \frac{4r''}{R} \frac{\omega_0^2}{\omega'^2} \text{ faible devant 1. En utilisant le développement limité au premier ordre}$$

de la fonction liée au radical, il vient :

$$\omega \cong \omega' \left( 1 - \frac{r''}{RCL_\mu \omega'^2} \right) = \omega' \left( 1 - \frac{r''}{R} \frac{\omega_0^2}{\omega'^2} \right)$$

d'où la valeur de  $g\omega$  :

$$g\omega \cong -\frac{r''}{RCL_\mu \omega'} = -\frac{r''}{R} \frac{\omega_0^2}{\omega'} \quad [\text{II.42}]$$

On note que cette quantité donnée par [II.42] n'est autre que [II.39] où l'on pose  $\omega^2 \cong \omega\omega'$ .

L'équation [II.42] peut encore s'écrire :

$$\omega = \omega' + g_0 \frac{\omega_0^2}{\omega'} \quad [\text{II.43}]$$

d'où l'expression de  $g$  :



$$g = -\frac{r'^r \omega_0^2}{R\omega'^2 - r'^r \omega_0^2} \quad [\text{II.44}]$$

Comme  $\omega'$  et  $\omega_0$  sont théoriquement proches et que  $r'^r$  est petit devant  $R$ , l'expression précédente de  $g$ , en utilisant la définition de  $g_0$  donnée par [II.16], devient :

$$g \cong g_0 \left( \frac{\omega_0}{\omega'} \right)^2 \quad [\text{II.45}]$$

On voit donc apparaître une quatrième différence avec la procédure classique. Avec des hypothèses simplificatrices identiques ( $N < L_\mu$ ), on obtient, en utilisant la méthode proposée, une pulsation qui est toujours fonction de la vitesse de rotation des pâles.

#### III.2.4) Valeur efficace de la tension

- Nous avons précisé que [II.37] conduisait à la valeur de  $\omega$  et donc à celle de  $g$  puisque  $\omega'$  constitue une variable d'entrée. Par conséquent,  $R$ ,  $C$  et  $\omega$  définissent  $\varphi^s$  conformément à [II.28] et [II.29]. Les quantités  $\omega$  et  $g$  permettent d'exprimer, compte tenu de [II.22] et [II.23], en fonction de  $I^s$ , la valeur de  $I'^r$  ( $I'^r = KI^s$ ).

*Pertes fer statoriques négligées.* La relation [II.4] conduit à :

$$\Gamma_e \omega' = p_j^r + p_j^s + P^s$$

Comme :  $P^s = 3RI^2 = 3RI^{s2} \cos^2 \varphi^s = \frac{3R}{1 + R^2 C^2 \omega^2} I^{s2}$ ,  $p_j^s = 3r^s I^{s2}$ ,  $p_j^r = 3r^{tr} K^2 I^{s2}$ ; il vient

:

$$\frac{\Gamma_e}{3} \omega' = \left[ 3r^{tr} K^2 + r^s + \frac{R}{1 + R^2 C^2 \omega^2} \right] I^{s2} \quad [\text{II.46}]$$

soit :

$$I^s = \left\{ \frac{\Gamma_e \omega'}{3} \frac{1 + R^2 C^2 \omega^2}{(1 + R^2 C^2 \omega^2)(r^{tr} K^2 + r^s) + R} \right\}^{1/2} \quad [\text{II.47}]$$

Conformément à [II.27] qui définit  $V^s$  :  $V^s = \frac{RI^s}{[1 + R^2 C^2 \omega^2]^{1/2}}$ , on obtient :

$$V^s = R \left\{ \frac{\Gamma_e \omega'}{3} \frac{1}{(1 + R^2 C^2 \omega^2)(r^{tr} K^2 + r^s) + R} \right\}^{1/2} \quad [\text{II.48}]$$

*Prise en compte des pertes fer statoriques.* Comme déjà précisé, il suffit, pour prendre en compte les pertes fer statoriques, de substituer dans les différentes relations une résistance

$R' = \frac{RR_\mu}{R + R_\mu}$  à  $R$ . Dans ces conditions, au niveau des bilans des puissances,  $p_f^s$  est inclus

dans  $P^s$ . Pour avoir la puissance réelle consommée dans la charge, il suffit de soustraire à  $P^s$

la quantité  $\frac{3V^{s2}}{R_\mu}$ . Les expressions [II.47] de  $I^s$  et [II.48] de  $V^s$  montrent, contrairement à la

procédure classique, que ces quantités sont, de manière explicite, fonction de  $R$ . Elles sont donc tributaires des pertes fer statoriques.

### III.2.5) Expression simplifiée de la tension

On néglige dans ce cas  $r^s$ ,  $p_f^s$ ,  $x^s$  et  $x'^r$ . Si l'on utilise l'expression simplifiée de la pulsation, ou plutôt celle de  $g\omega$  donnée par [II.42], la relation [II.23] conduit à définir K par :

$$K = \frac{1}{[1 + R^2 C^2 L_\mu^2 \omega'^2]^{1/2}} \quad [\text{II.49}]$$

Dans ces conditions,  $V^s$  donné par [II.48] s'écrit :

$$V^s = \sqrt{R} \left\{ \frac{\Gamma_e \omega'}{3} \frac{1}{1 + \frac{1 + R^2 C^2 \omega'^2}{1 + R^2 C^2 \omega'^2} \frac{r'^r}{R}} \right\}^{1/2} \quad [\text{II.50}]$$

Pour retrouver l'expression [II.21] de  $V^s$  relative à l'approche traditionnelle, comme  $\omega'$  est très proche de  $\omega$ , il convient de vérifier l'inégalité :

$$\frac{1 + R^2 C^2 \omega'^2}{1 + R^2 C^2 \omega'^2} \frac{r'^r}{R} \ll 1 \quad [\text{II.51}]$$

Puisque  $r'^r/R$  est petit devant l'unité, il suffit que :  $\frac{1 + R^2 C^2 \omega'^2}{1 + R^2 C^2 \omega'^2}$  soit inférieur ou proche de

l'unité. Cela se traduit par  $L_\mu^2$  supérieur ou voisin de l'unité. Donc  $L_\mu$  doit être voisin ou supérieur à l'unité :

$$L_\mu \text{ supérieur ou voisin de } 1 \quad [\text{II.52}]$$

On a donc là, la cinquième différence avec l'approche classique : Pour retrouver des expressions qui donnent des résultats similaires, il nécessaire, avec l'approche proposée, de vérifier [II.52].

#### **IV) SYNTHESE DES RESULTATS**

Pour procéder à cette synthèse, nous nous proposons tout simplement de récapituler dans le tableau 2.1 les différents résultats en précisant les hypothèses simplificatrices. Ces dernières se cumulent lorsqu'on se déplace du haut du tableau vers le bas.

Bien que les hypothèses simplificatrices soient moindres en utilisant le modèle proposé, on note que l'on obtient des relations qui sont beaucoup plus facilement exploitables. Pour aboutir dans certains cas à des relations similaires, il faut, avec notre procédure, des hypothèses plus nombreuses. Les applications numériques nous permettront d'apprécier le degré de précision des résultats obtenus.

### Débit sur charge résistive R

$$g_0 = -\frac{r'^r}{R}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_\mu C}}$$

Approche traditionnelle	Approche proposée
<i>Hypothèses : <math>p_f^s</math> et <math>r^s</math> négligés</i>	
<p><i>Autre hypothèse : <math>X_\mu</math> ramené à l'entrée</i></p> $\omega_0 < \omega < \omega_0 \left\{ \frac{R + L_\mu \omega_0}{R} \right\}^{1/2}$ <p style="text-align: center;"><math>\omega</math> supérieur à <math>\omega_0</math></p> $g_0 \left\{ 1 + \frac{R}{R + L_\mu \omega_0} \right\} < g < g_0$ <p>Résolution d'une équation du 4<sup>ème</sup> degré pour déterminer <math>\omega</math> et <math>g</math> Valeurs indépendantes de <math>\omega'</math></p> $V^s = \left\{ \frac{\Gamma_e \omega (gr^s + r'^r)^2 + (gN\omega)^2}{3  g  r'^r} \right\}^{1/2}$ <p><math>V^s</math> dépendant des pertes fer statoriques Par le biais de <math>g</math></p>	<p>...1.1.1 <i>Autre hypothèse : aucune</i></p> $\left[ \frac{1}{C(L_\mu + \Gamma^s)} - \frac{1}{R^2 C^2} \right]^{1/2} < \omega < \left[ \frac{1}{C(L_\mu + \Gamma^s)} \right]^{1/2}$ <p style="text-align: center;"><math>\omega</math> inférieur à <math>\omega_0</math></p> <p>Résolution d'une équation du 2<sup>ème</sup> degré pour déterminer <math>\omega</math> et <math>g</math> Valeurs dépendantes de <math>\omega'</math></p> $V^s = R \left\{ \frac{\Gamma_e \omega'}{3} \frac{1}{(1 + R^2 C^2 \omega'^2) r'^r K^2 + R} \right\}^{1/2}$ <p><math>V^s</math> dépendant des pertes fer statoriques</p>
<i>Hypothèse : <math>l^s</math> négligé</i>	
	$\left[ \omega_0^2 - \frac{1}{R^2 C^2} \right]^{1/2} < \omega < \omega_0$
<i>Hypothèses : <math>x^s</math> et <math>x'^r</math> négligés</i>	
<p style="text-align: center;"><math>\omega = \omega_0</math></p> <p style="text-align: center;"><math>g = g_0</math></p> $V^s = \sqrt{R} \left\{ \frac{\Gamma_e \omega}{3} \right\}^{1/2}$	$\omega = \omega' + g_0 \frac{\omega_0^2}{\omega'}$ $g = -\frac{r'^r \omega_0^2}{R \omega'^2 - r'^r \omega_0^2}$ $V^s = R \left\{ \frac{\Gamma_e \omega'}{3} \frac{1 + R^2 C^2 \omega'^2}{(1 + R^2 C^2 \omega'^2) r'^r + R(1 + R^2 C^2 \omega'^2)} \right\}^{1/2}$
<i>Hyp. : On confond <math>\omega</math> et <math>\omega'</math> et <math>r'^r</math> négligé</i>	
	$g \cong g_0 \left( \frac{\omega_0}{\omega'} \right)^2$ $V^s = \sqrt{R} \left\{ \frac{\Gamma_e \omega}{3} \right\}^{1/2}$

Tableau 2.1

## **V) EXPLOITATION**

En considérant un débit sur charge résistive, nous nous proposons de comparer les résultats numériques prédéterminés par les deux approches à ceux déduits de l'expérimentation. La machine considérée présente les caractéristiques suivantes :

220/380V, 7.6/4.4A, 50 Hz, 1.5kW, 1455tr/mn.

La vitesse de rotation de l'arbre est notée  $\Omega'$  :  $\Omega' = \omega/p$  où  $p$  représente le nombre de paires de pôles de la machine ( $p=2$ ). La vitesse synchrone  $\Omega_s$  est donnée par  $\omega/p$ .

Le fonctionnement en génératrice de la MAS couplée en étoile est obtenu en entraînant celle-ci par une machine à courant continu (MDC) fonctionnant à flux constant. Pour obtenir une détermination précise de la vitesse de rotation du rotor, nous avons déterminé la fréquence d'une composante harmonique du courant statorique engendrée par l'effet de résonance de denture [29]. Les caractéristiques de construction de la machine (nombres d'encoches et de pôles) montrent que cet harmonique, qu'il convient de reconstituer en considérant les raies latérales distantes de  $\pm f$ , évolue à 72 fois la fréquence de rotation du rotor [30].

### **V.1) Paramètres de la MAS.**

L'essai classique à rotor bloqué effectué sur cette machine conduit aux valeurs suivantes :  $r^s + r^r = 11.2\Omega$ ,  $N = 0.04H$ . Comme cet essai est réalisé sous tension réduite, la valeur de  $N\omega$  est définie en l'absence de saturation.

Une méthode Volt-Ampèremétrique permet d'estimer  $r^s$  :  $r^s = 5.35\Omega$ . On en déduit donc que  $r^r = 5.85\Omega$ . En admettant qu'il y a un rapport de 1.5 entre les inductances de fuites, on obtient :  $l^s = 24mH$ ,  $l^r = 16mH$ .

L'essai au synchronisme sous tension variable permet de tracer la caractéristique  $V^s(I^s)$ . Comme dans ces conditions particulières :  $I^s = I_\mu = I_R^s$ , cette caractéristique permet d'estimer la loi d'évolution de  $E_R^s(I_R^s)$  en prenant en compte la chute de tension dans l'impédance primaire :  $V^s - E_R^s = (r^s \cos \varphi_\mu + x^s \sin \varphi_\mu)I_\mu$  où  $\varphi_\mu$  représente l'argument de la branche magnétisante ( $X_\mu$  en parallèle avec  $R_\mu$ ). La quantité  $\varphi_\mu$  étant proche de  $\pi/2$ , il vient :  $E_R^s = V^s - x^s I_\mu$ .

Comme la composante active du courant magnétisant est très faible face à sa composante réactive, il est possible de confondre le courant magnétisant avec sa composante réactive de sorte que :  $X_\mu = E_R^s / I_\mu$ . On en déduit par conséquent que le rapport  $V^s / I^s$  permet de définir la loi d'évolution de  $X_\mu + x^s$  en fonction de  $I_R^s$ . La caractéristique présentée à la planche 1 donne la loi d'évolution de  $E_R^s$  en fonction de  $I_R^s$ .

Nous avons également représenté sur cette planche la loi de variation du coefficient  $\lambda$  défini en V.2.1 du premier chapitre :  $\lambda = \frac{X_\mu}{X_{\mu M}} = \frac{L_\mu}{L_{\mu M}}$ , sachant que  $L_{\mu M}$ , valeur de  $L_\mu$  dans la zone non saturée, vaut :  $L_{\mu M} = 0.370H$ .

On note que la saturation apparaît pour  $I_R^s \approx 1.6A$ ,  $V^s \approx 180V$  ( $V^s / V_n^s \approx 0.8$ ). Il convient de signaler que nous avons défini [31] une procédure particulière qui permet de tracer cette caractéristique. Il s'agit de connecter une batterie de condensateurs variables (batterie de condensateurs associée à un autotransformateur) aux bornes du stator et de relever des points de fonctionnement à puissance active et réactive nulles échangées avec le réseau.

Le couple sur l'arbre de la MAS se déduira de mesures effectuées sur la MDC dont le couple de pertes  $\Gamma_{pDC}$ , au régime nominal, est estimé à 0,3 Nm. La résistance  $r_{DC}$  de l'induit de cette machine vaut 3,9  $\Omega$ . Les pertes mécaniques  $p_m$  à vitesse nominale de la MAS ont été estimées à 50W. Il convient, pour déterminer le couple de pertes de la MAS, de prendre en compte les pertes fer rotoriques  $p_f^r$  engendrées par les harmoniques d'induction générées par la denture [32] qui ne sont pas, comme précisé dans la littérature classique, négligeables (ce terme est englobé dans ce qui est qualifié de pertes supplémentaires). Au régime nominal, elles sont voisines des pertes de fer statoriques  $p_f^s$ . Nous adopterons comme valeurs :  $p_f^r = p_f^s = 30W$ . On en déduit que  $R_\mu$  est peu différent de 4820 $\Omega$ .



Les pertes  $p_m$  et  $p_f^r$  définissent au régime nominal  $\Gamma_p$  :  $\Gamma_p=0.5Nm$ . Nous admettrons ces couples de pertes constants dans la plage de fonctionnement considérée. En notant  $U_{DC}$  et  $I_{DC}$  la tension et le courant d'induit de la MDC, il conviendra, dans les relations qui définissent  $V^s$ , d'adopter pour  $\Gamma_a$  la valeur :

$$\Gamma_a = \frac{U_{DC}I_{DC} - r_{DC}I_{DC}^2}{\Omega'} - \Gamma_{pDC} \quad [II.53]$$

Les indications portées par la plaque signalétique de la MAS permettent d'estimer le couple électromagnétique nominal de cette machine. Il vient :  $\Gamma_{en} = \Gamma_a + \Gamma_p = 10.35Nm$ .

## **V.2) Relevés expérimentaux**

Les expérimentations ont été réalisées pour différents couples de valeurs  $[R, C]$ . Les résultats présentés concernent les couples suivants :

$[R=366\Omega, C=30.1\mu F]$  :  $\omega_0=299.6rd/s$  ( $f_0/f_n=0.954$ ),  $g_0=-1.60\%$ ,

$[R=239\Omega, C=30.1\mu F]$  :  $\omega_0=299.6rd/s$ , ( $f_0/f_n=0.954$ ),  $g_0=-2.45\%$ ,

$[R=366\Omega, C=33.7\mu F]$  :  $\omega_0=283.2rd/s$ , ( $f_0/f_n=0.901$ ),  $g_0=-1.60\%$ ,

$[R=239\Omega, C=33.7\mu F]$  :  $\omega_0=283.2rd/s$ , ( $f_0/f_n=0.901$ ),  $g_0=-2.45\%$ ,

Pour chaque point de fonctionnement nous avons mesuré :

- la vitesse de rotation  $\Omega'$  de l'arbre de la machine,
- la tension  $V^s$  et le courant  $I^s$ ,
- la fréquence  $f$  des signaux statoriques,
- le courant  $I_{DC}$  et la tension  $U_{DC}$ .

Nous avons regroupé sur la planche 2, en fonction de  $\Omega'/\Omega_{sn}$  ( $\Omega_{sn}=157.08\text{rd/s}$ ), les valeurs de  $\Gamma_a/\Gamma_{en}$  (relation [II.53] et  $\Gamma_{en}=10.35\text{Nm}$ ),  $f/f_n$  ( $f_n=50\text{Hz}$ ),  $V^s/V_n^s$  ( $V_n^s=220\text{V}$ ) et  $g$  en % donné par :  $g = 100 \frac{\Omega_s - \Omega'}{\Omega_s}$ .

La figure 2.11 présente, pour ces différents couples  $[R, C]$ , les lois de variation, déduites de l'expérimentation, de  $V^s/V_n^s$  en fonction de  $\Omega'/\Omega_{sn}$ . Ces courbes présentent deux zones. La première où  $V^s$  croît très rapidement en fonction de  $\Omega'$ , les points correspondants sont ceux obtenus juste après l'auto-amorçage. Dans la seconde zone, la tension varie linéairement avec la vitesse avec un coefficient directeur faible. Cette zone, où les caractéristiques sont pratiquement parallèles, correspond à la partie stable du générateur.

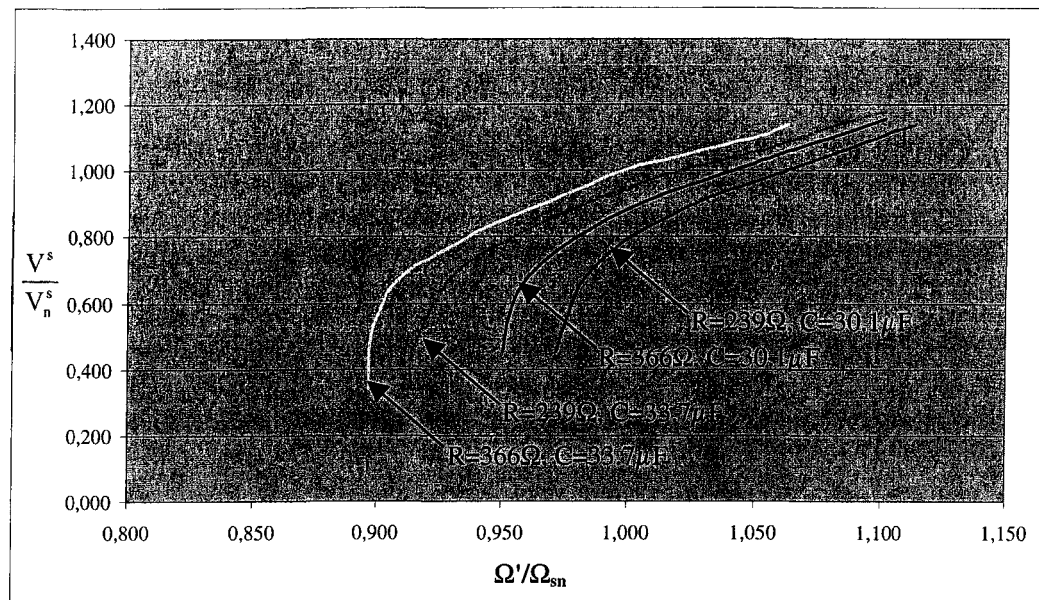


Figure 2.11 Evolution de la tension statorique

Les résultats qui figurent dans les différents tableaux montrent que :

- $g$  croît légèrement lorsque la vitesse augmente, ce qui est conforme à [II.45],
- la fréquence croît linéairement avec la vitesse conformément à [II.43].

On note d'autre part que  $\omega$  est inférieur à  $\omega_0$  pour les premières valeurs de  $\Omega'/\Omega_{sn}$ , ce qui corrobore la propriété énoncée dans le tableau 2.1 concernant l'approche proposée. Cependant, très rapidement,  $\omega$  devient supérieur à  $\omega_0$ , ce qui semblerait donner crédit à l'approche traditionnelle. Il convient cependant de remarquer que ce passage  $\omega < \omega_0 \Rightarrow \omega > \omega_0$  se produit pour des valeurs de  $V^s$  qui coïncident avec l'apparition de la saturation dans le circuit magnétique ( $V^s / V_n^s \approx 0.8$ ).

Nous allons à présent prédéterminer les caractéristiques (fréquence, glissement, tension) à partir des variables d'entrée  $\Omega'$  et  $\Gamma_a$ , précisées, pour chaque couple  $[R, C]$ , sur la planche 2. L'étude est réalisée en considérant tout d'abord le modèle usuel de la MAS (approche MAS), puis le schéma équivalent proposé (approche GAS). Dans chaque cas, on considérera les expressions générales puis les expressions simplifiées. Les pertes fer statoriques seront négligées et les autres hypothèses formulées (prise en compte ou non de  $r^s$  et (ou) de  $N\omega$ ) seront clairement précisées en faisant référence aux relations mises en œuvre dans chaque cas.

### **V.3) Prédétermination des caractéristiques en négligeant la saturation**

Les valeurs de  $L_\mu$  et de  $l_s$  valent respectivement 370mH et 24mH.

### V.3.1) Utilisation du schéma usuel de la MAS (approche MAS)

Les différents résultats obtenus sont regroupés sur la planche 3.

- Utilisation des expressions générales (valeurs numériques de gauche).

Les valeurs de  $f$  et de  $g\%$  sont déduites des relations [II.5] à [II.8] en négligeant  $r^s$ . Nous avons également calculé la valeur du glissement  $g'\%$  à partir des valeurs de  $\Omega'$  (données) et de  $\Omega_s$  calculées à partir des valeurs prédéterminées de  $f$ . Les valeurs de  $V^s$  sont déduites de [II.18] en tenant compte de  $r^s$  et de  $N\omega$ .

- Utilisation des expressions simplifiées (valeurs numériques de droite).

Les valeurs de  $f$  et de  $g\%$  s'obtiennent à partir des relations [II.19] et [II.20] en négligeant  $r^s$  mais également  $N\omega$ . Le glissement  $g'\%$  est défini comme précédemment. Les valeurs de  $V^s$  déterminées en négligeant  $r^s$  et  $N\omega$  sont déduites de [II.21].

### V.3.2) Utilisation de la procédure proposée (approche GAS).

Les valeurs numériques obtenues sont regroupées sur la planche 4.

- Utilisation des expressions générales (valeurs numériques de gauche).

Les valeurs de  $f$  sont déduites de [II.38], donc en négligeant  $r^s$ . Le glissement  $g\%$  est déterminé à partir de  $\Omega'$  et de  $f$ . La tension  $V^s$  aux bornes du stator résulte de l'exploitation de [II.48] en tenant compte de  $r^s$  et  $N\omega$ .

- Utilisation des expressions simplifiées (valeurs numériques de droite).

Dans ce cas, on néglige, pour la détermination de  $f$  et de  $g$  et  $V^s$ , les quantités  $r^s$  et  $N\omega$ . Les valeurs de  $f$  résultent de l'exploitation de [II.41]. Comme précédemment, les valeurs de  $g\%$  sont déduites de  $\Omega'$  et de  $f$ .  $V^s$  est déterminé en utilisant [II.50].

### V.3.3) Caractéristiques.

Pour chaque couple RC nous représenté, en fonction de  $\Omega'/\Omega_{sn}$ , les lois d'évolution

:

- de  $V^s / V_n^s$  (planche 5),
- de  $f/f_n$  (planche 6),
- de  $g$  (planche 7),

déduites de l'expérimentation, de l'approche traditionnelle (approche MAS) et de la procédure proposée (approche GAS). Pour ce qui est des caractéristiques prédéterminées, nous avons considéré les valeurs déduites des expressions exactes mais aussi celles des expressions approchées.

- Concernant les caractéristiques  $V^s / V_n^s$ , on note que :
  - l'approche MAS utilisant les expressions simplifiées conduit, quelque soit le couple RC, à des valeurs surestimées, ce qui se justifie eu égard que  $L_\mu$  est assez éloignée de l'unité (relation [II.52] non satisfaite).

- les trois autres approches (MAS, GAS et GAS simplifiée) conduisent à des valeurs proches de l'expérimentation avec, cependant, une légère surestimation pour l'approche MAS,
- l'approche GAS avec expressions exactes conduit, pour des valeurs de  $R$  élevées ( $366\Omega$ ), à des valeurs pratiquement confondues avec l'expérimentation.
- Les caractéristiques  $f/f_n(\Omega'/\Omega_{sn})$  sont assimilables à des droites. Les approches MAS conduisent, comme déjà précisé, à des fréquences indépendantes de la vitesse de rotation du rotor  $\Omega'$ . Les approches GAS conduisent, pour un couple RC donné, à des courbes pratiquement confondues, ces dernières sont très proches de celles déduites de l'expérimentation en surestimant cependant légèrement les valeurs de  $f$ . On note que les différentes approches donnent des résultats du même ordre de grandeur pour de faibles valeurs de  $\Omega'$  ( $\Omega'/\Omega_{sn} < 1$ ).
- Le glissement  $g$  prédéterminé par l'approche MAS, que l'on considère les expressions exactes ou simplifiées, conduit, pour un couple RC donné, à des valeurs pratiquement confondues. Les caractéristiques tracées se limitent donc à quatre courbes. L'approche MAS conduit à un glissement constant alors qu'expérimentalement  $g$  croît avec  $\Omega'$ . Il est à noter que les valeurs de  $g'$ , données dans le tableau II de la planche 3, sont très éloignées de la réalité. Les lois d'évolution des caractéristiques prédéterminées en utilisant l'approche GAS ont, pour un couple RC donné, des évolutions semblables à celles déduites de l'expérimentation. Les deux approches GAS surestiment les valeurs de  $g$ . On note que

l'approche GAS avec les expressions exactes, conduit à des caractéristiques qui coupent celles définies avec l'approche MAS et ceci pour  $\Omega'/\Omega_{sn} \approx 1$ .

#### **V.4) Prise en compte de la saturation**

Pour analyser comment la saturation affecte les résultats, nous avons procédé à une analyse pour le couple  $R=239\Omega$ ,  $C=33.7\mu F$ , en considérant l'approche GAS avec expressions initiales. Pour ce faire, on utilise tout d'abord les valeurs des éléments définis en l'absence de saturation. On détermine ensuite les valeurs de  $V^s/V_n^s$ . Tant que  $V^s/V_n^s$  est inférieur à 0.8, on conserve les valeurs obtenues. Pour  $V^s/V_n^s > 0.8$ , on se réfère à la planche 1 qui donne le coefficient  $\lambda$ . A partir de ce coefficient, on modifie les valeurs des coefficients d'inductance comme précisé dans la première partie. On redéfinit ensuite  $f$ ,  $g$  et  $V^s$ . Les résultats ainsi obtenus sont regroupés dans le tableau 2.1. La planche 8 regroupe les différentes caractéristiques tracées en considérant les valeurs déduites de l'expérimentation, celles déduites en négligeant la saturation et en prenant en compte la saturation.

Approche GAS – R=239Ω, C=33.7μF, g <sub>0</sub> =-2.45%.						
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.92	0.96	1.00	1.04	1.08	1.10
$\Gamma_a / \Gamma_{en}$	0.220	0.390	0.420	0.550	0.630	0.670
$f/f_n$	0.896	0.937	0.987	1.019	1.060	1.080
$g\%$	-2.71	-2.47	-2.26	-2.08	-1.92	-1.84
$V^s / V_n^s$	0.541	0.772	0.814	0.954	1.035	1.074
$\lambda$	1	1	0.986	0.953	0.904	0.862
$\omega_0$	283.2	283.2	285.1	290.3	298.1	305.0
$f/f_n$	0.898	0.939	0.978	1.018	1.057	1.077
$g\%$	-2.467	-2.257	-2.29	-2.190	-2.140	-2.155
$V^s / V_n^s$	0.541	0.772	0.883	0.961	1.050	1.096

Tableau 2.2

## VD CONCLUSION

La prise en compte de la saturation affecte relativement peu la fréquence et la tension mais, par contre, elle adoucit l'évolution du glissement conduisant à un écart pratiquement constant entre la loi d'évolution expérimentale et celle prédéterminée. Cet écart constant laisse supposer que c'est l'imprécision sur la détermination des différents éléments de la machine qui en est à l'origine. Comme les résultats s'améliorent lorsque  $L_\mu$  diminue, nous pouvons en conclure que l'impédance magnétisante est surestimée. Diminuer  $L_\mu$  revient à



augmenter  $\omega_0$ , ce qui permet de justifier l'anomalie précédemment constatée quand  $\omega$  suivant qu'il est supérieur ou inférieur à  $\omega_0$ .

**Caractéristique à vide du GAS.  
Evolution du coefficient  $\lambda$**

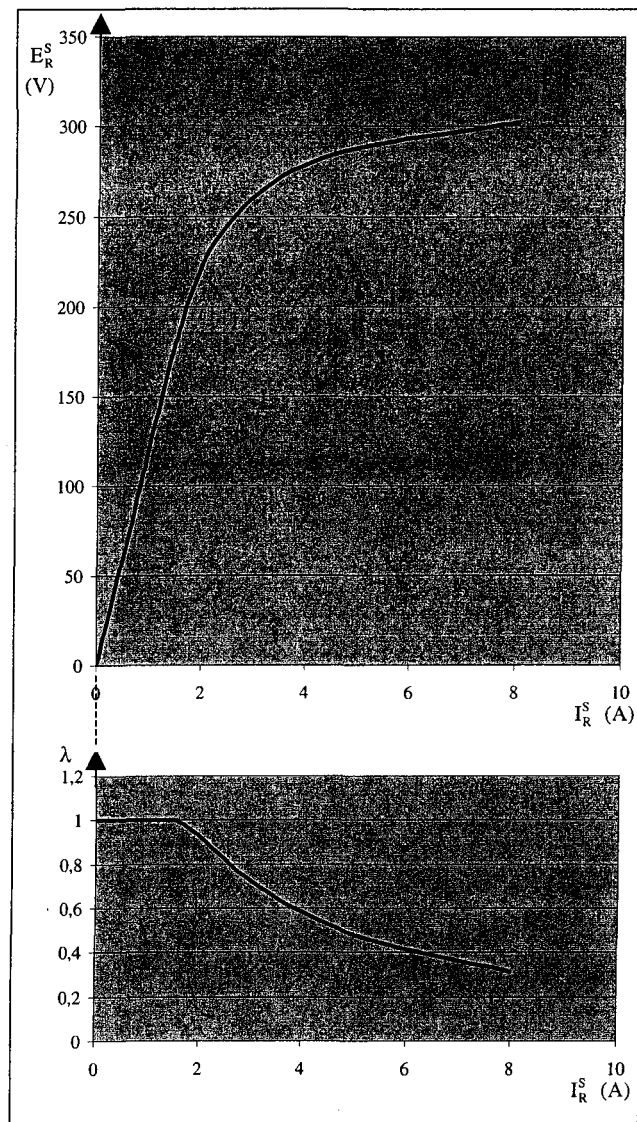


Planche 1

## Valeurs expérimentales

<b>R=366Ω, C=30.1μF, ω<sub>0</sub>=299.6rd/s, g<sub>0</sub>=-1.60%.</b>								
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.96	0.98	1.00	1.02	1.04	1.06	1.08	1.1
$\Gamma_a/\Gamma_{en}$	0.215	0.285	0.320	0.350	0.380	0.415	0.445	0.475
$f/f_n$	0.934	0.954	0.974	0.994	1.014	1.034	1.054	1.074
$g\%$	-2.8	-2.75	-2.7	-2.65	-2.6	-2.55	-2.5	-2.45
$V^s/V_n^s$	0.68	0.80	0.87	0.93	0.98	1.04	1.09	1.15

<b>R=239Ω, C=30.1μF, ω<sub>0</sub>=299.6rd/s, g<sub>0</sub>=-2.45%.</b>								
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.96	0.98	1.00	1.02	1.04	1.06	1.08	1.1
$\Gamma_a/\Gamma_{en}$	X	0.240	0.360	0.400	0.450	0.495	0.540	0.590
$f/f_n$	X	0.950	0.970	0.990	1.010	1.030	1.050	1.070
$g\%$	X	-3.25	-3.15	-3.05	-2.95	-2.85	-2.75	-2.65
$V^s/V_n^s$	X	0.61	0.81	0.88	0.95	1.00	1.06	1.11

<b>R=366Ω, C=33.7μF, ω<sub>0</sub>=283.2rd/s, g<sub>0</sub>=-1.60%.</b>										
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.92	0.94	0.96	0.98	1.00	1.02	1.04	1.06	1.08	1.1
$\Gamma_a/\Gamma_{en}$	0.210	0.300	0.330	0.365	0.400	0.430	0.465	0.500	X	X
$f/f_n$	0.896	0.916	0.936	0.958	0.978	1	1.020	1.040	X	X
$g\%$	-2.70	-2.55	-2.40	-2.30	-2.15	-2.00	-1.87	-1.75	X	X
$V^s/V_n^s$	0.720	0.810	0.880	0.935	1	1.045	1.080	1.125	X	X

<b>R=239Ω, C=33.7μF, ω<sub>0</sub>=283.2rd/s, g<sub>0</sub>=-2.45%.</b>										
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.92	0.94	0.96	0.98	1.00	1.02	1.04	1.06	1.08	1.1
$\Gamma_a/\Gamma_{en}$	0.220	.0340	0.390	0.430	0.420	0.510	0.550	0.595	0.630	0.670
$f/f_n$	0.892	0.910	0.930	0.950	0.968	0.988	1.008	1.028	1.046	1.066
$g\%$	-3.250	-3.255	-3.200	-3.175	-3.150	-3.125	-3.100	-3.075	-3.050	-3.025
$V^s/V_n^s$	0.560	0.730	0.820	0.900	0.950	1.000	1.045	1.090	1.135	1.180

**Valeurs prédéterminées en utilisant l'approche traditionnelle (approche MAS)**

<b>Schéma équivalent usuel de la MAS - R=366Ω, C=30.1μF, ω0=299.6rd/s, g0=-1.60%.</b>												
	<b>Expressions initiales</b>						<b>Expressions simplifiées</b>					
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.96	0.98	1.00	1.02	1.06	1.10	0.96	0.98	1.00	1.02	1.06	1.10
$\Gamma_a / \Gamma_{en}$	0.215	0.285	0.32	0.350	0.415	0.475	0.215	0.285	0.32	0.350	0.415	0.475
$f/f_n$	0.959	0.959	0.959	0.959	0.959	0.959	0.954	0.954	0.954	0.954	0.954	0.954
$g\%$	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60
$g'\%$	-0.15	-2.23	-4.32	-6.41	-10.6	-14.7	-0.65	-2.74	-4.84	-6.94	-11.1	-15.3
$V^s / V_n^s$	0.797	0.950	1.018	1.073	1.183	1.276	1.14	1.36	1.46	1.54	1.69	1.83

<b>Schéma équivalent usuel de la MAS - R=239Ω, C=30.1μF, ω0=299.6rd/s, g0=-2.45%.</b>												
	<b>Expressions initiales</b>						<b>Expressions simplifiées</b>					
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.98	1.00	1.02	1.06	1.08	1.10	0.98	1.00	1.02	1.06	1.08	1.10
$\Gamma_a / \Gamma_{en}$	0.24	0.36	0.40	0.495	0.54	0.59	0.24	0.36	0.40	0.495	0.54	0.59
$f/f_n$	0.965	0.965	0.965	0.965	0.965	0.965	0.954	0.954	0.954	0.954	0.954	0.954
$g\%$	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45
$g'\%$	-1.54	-3.61	-5.68	-9.83	-11.9	-14.0	-2.75	-4.84	-6.94	-11.1	-13.2	-15.3
$V^s / V_n^s$	0.688	0.877	0.932	1.050	1.102	1.156	0.99	1.26	1.34	1.51	1.59	1.67

<b>Schéma équivalent usuel de la MAS - R=366Ω, C=33.7μF, ω0=283.2rd/s, g0=-1.60%.</b>												
	<b>Expressions initiales</b>						<b>Expressions simplifiées</b>					
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.92	0.96	0.98	1.00	1.02	1.06	0.92	0.96	0.98	1.00	1.02	1.06
$\Gamma_a / \Gamma_{en}$	0.210	0.330	0.365	0.400	0.430	0.500	0.210	0.330	0.365	0.400	0.430	0.500
$f/f_n$	0.905	0.905	0.905	0.905	0.905	0.905	0.901	0.901	0.901	0.901	0.901	0.901
$g\%$	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60
$g'\%$	-1.61	-6.02	-8.23	-10.4	-12.6	-17.1	-2.06	-6.50	-8.72	-10.9	-13.2	-17.6
$V^s / V_n^s$	0.763	1.007	1.068	1.126	1.173	1.276	1.09	1.44	1.53	1.61	1.68	1.83

<b>Schéma équivalent usuel de la MAS - R=239Ω, C=33.7μF, ω0=283.2rd/s, g0=-2.45%.</b>												
	<b>Expressions initiales</b>						<b>Expressions simplifiées</b>					
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.92	0.96	1.00	1.04	1.08	1.10	0.92	0.96	1.00	1.04	1.08	1.10
$\Gamma_a / \Gamma_{en}$	0.220	0.390	0.420	0.550	0.630	0.670	0.220	0.390	0.420	0.550	0.630	0.670
$f/f_n$	0.911	0.911	0.911	0.911	0.911	0.911	0.901	0.901	0.901	0.901	0.901	0.901
$g\%$	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45	-2.45
$g'\%$	-0.99	-5.38	-9.77	-14.2	-18.5	-20.7	-2.06	-6.50	-10.9	-15.4	-19.8	-22.0
$V^s / V_n^s$	0.632	0.892	0.931	1.081	1.164	1.204	0.91	1.29	1.34	1.56	1.68	1.73

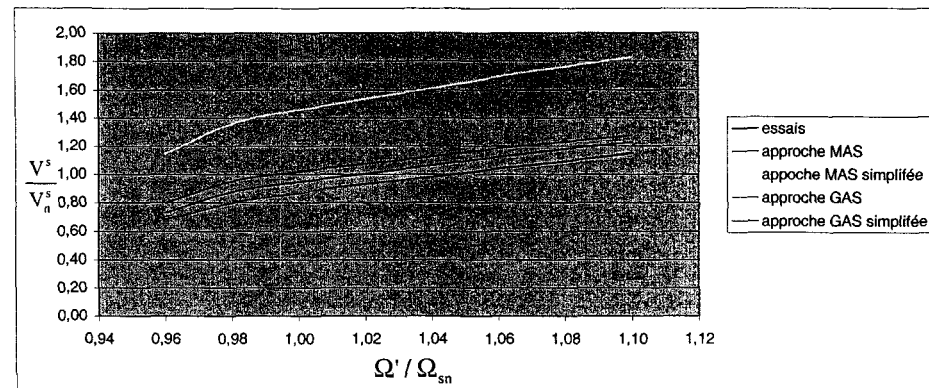
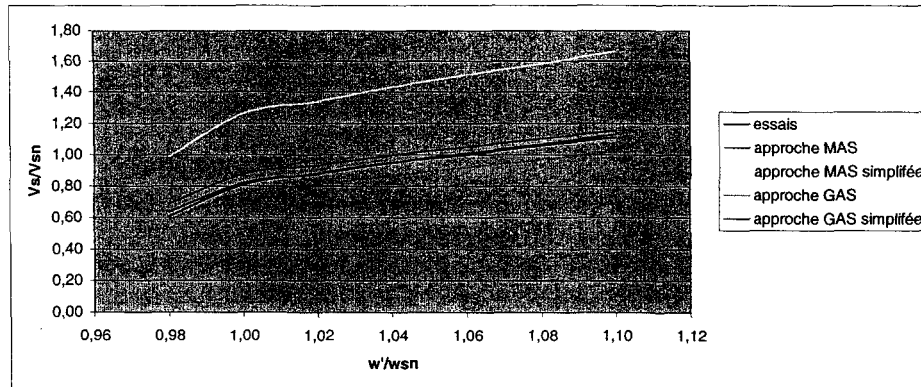
**Valeurs prédéterminées en utilisant l'approche proposée (Approche GAS)**

<b>Schéma proposé – R=366Ω, C=30.1μF, ω0=299.6rd/s, g0=-1.60%.</b>												
	<b>Expressions initiales</b>						<b>Expressions simplifiées</b>					
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.96	0.98	1.00	1.02	1.06	1.10	0.96	0.98	1.00	1.02	1.06	1.10
$\Gamma_a / \Gamma_{en}$	0.215	0.285	0.32	0.350	0.415	0.475	0.215	0.285	0.32	0.350	0.415	0.475
f/fn	0.943	0.964	0.984	1.004	1.045	1.086	0.945	0.965	0.985	1.006	1.046	1.087
g%	-1.76	-1.68	-1.62	-1.55	-1.43	-1.33	-1.63	-1.56	-1.50	-1.44	-1.33	-1.23
$V^s / V_n^s$	0.676	0.810	0.871	0.922	1.023	1.109	0.729	0.876	0.946	1.004	1.123	1.227

<b>Schéma proposé – R=239Ω, C=30.1μF, ω0=299.6rd/s, g0=-2.45%.</b>												
	<b>Expressions initiales</b>						<b>Expressions simplifiées</b>					
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.98	1.00	1.02	1.06	1.08	1.10	0.98	1.00	1.02	1.06	1.08	1.10
$\Gamma_a / \Gamma_{en}$	0.24	0.36	0.40	0.495	0.54	0.59	0.24	0.36	0.40	0.495	0.54	0.59
f/fn	0.954	0.975	0.996	1.037	1.057	1.078	0.957	0.977	0.998	1.039	1.059	1.079
g%	-2.68	-2.56	-2.45	-2.26	-2.17	-2.08	-2.43	-2.33	-2.24	-2.06	-1.98	-1.91
$V^s / V_n^s$	0.589	0.755	0.807	0.919	0.969	1.021	0.637	0.820	0.879	1.008	1.067	1.129

<b>Schéma proposé – R=366Ω, C=33.7μF, ω0=283.2rd/s, g0=-1.60%.</b>												
	<b>Expressions initiales</b>						<b>Expressions simplifiées</b>					
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.92	0.96	0.98	1.00	1.02	1.06	0.92	0.96	0.98	1.00	1.02	1.06
$\Gamma_a / \Gamma_{en}$	0.210	0.330	0.365	0.400	0.430	0.500	0.210	0.330	0.365	0.400	0.430	0.500
f/fn	0.905	0.945	0.966	0.986	1.006	1.047	0.906	0.946	0.967	0.987	1.007	1.048
g%	-1.71	-1.56	-1.50	-1.44	-1.38	-1.27	-1.58	-1.45	-1.39	-1.33	-1.28	-1.18
$V^s / V_n^s$	0.647	0.861	0.917	0.969	1.013	1.107	0.698	0.935	0.999	1.060	1.111	1.224

<b>Schéma proposé – R=239Ω, C=33.7μF, ω0=283.2rd/s, g0=-2.45%.</b>												
	<b>Expressions initiales</b>						<b>Expressions simplifiées</b>					
$\Omega'/\Omega_{sn}$	0.92	0.96	1.00	1.04	1.08	1.10	0.92	0.96	1.00	1.04	1.08	1.10
$\Gamma_a / \Gamma_{en}$	0.220	0.390	0.420	0.550	0.630	0.670	0.220	0.390	0.420	0.550	0.630	0.670
f/fn	0.896	0.937	0.987	1.019	1.060	1.080	0.898	0.939	0.980	1.021	1.061	1.082
g%	-2.71	-2.47	-2.26	-2.08	-1.92	-1.84	-2.47	-2.25	-2.07	-1.91	-1.77	-1.70
$V^s / V_n^s$	0.541	0.772	0.814	0.954	1.035	1.074	0.583	0.839	0.891	1.053	1.151	1.199

 $\Omega' / \Omega_{sn}$  $R=366 \text{ Ohms}, 30.1 \mu\text{F}$  $30.1 \mu\text{F}$  $R=239 \text{ Ohms},$

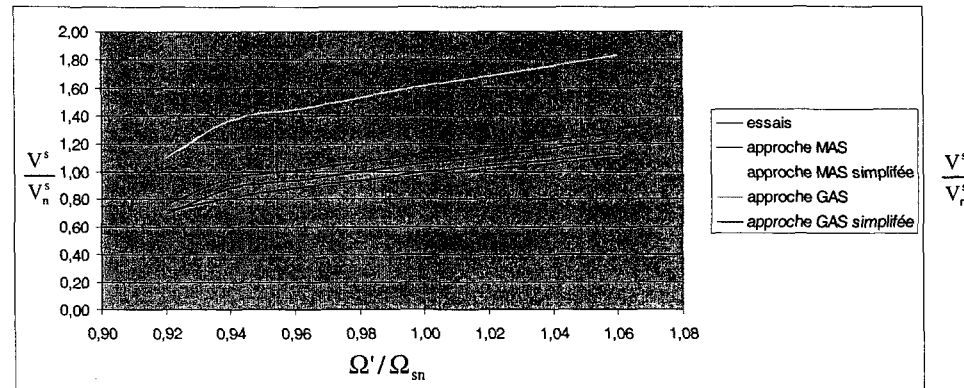
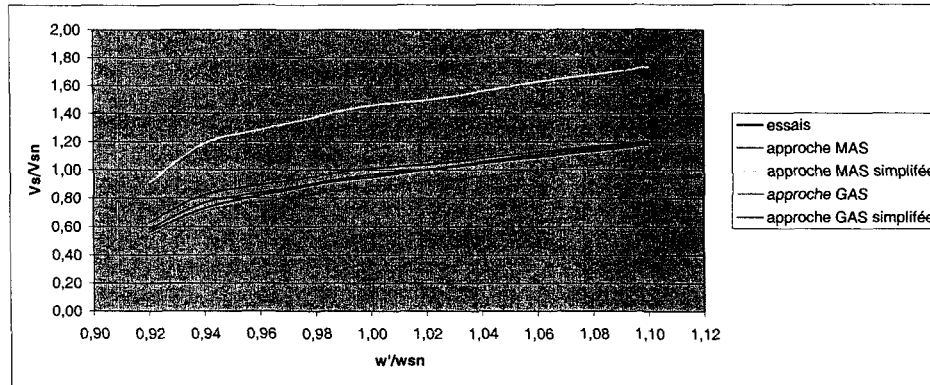
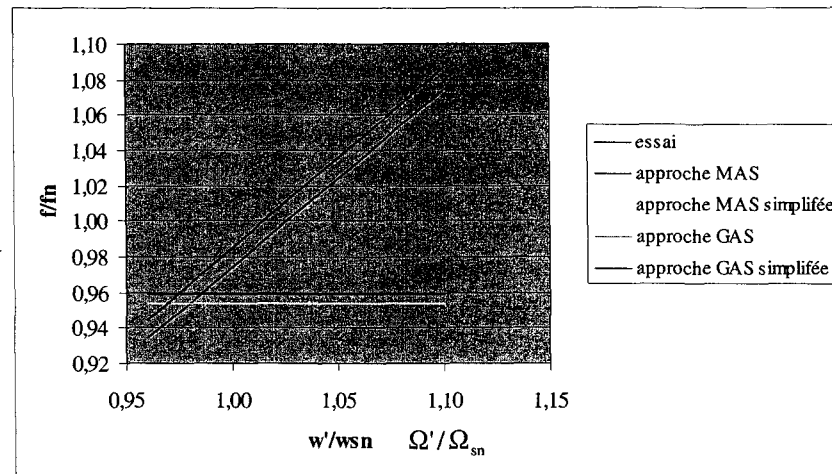
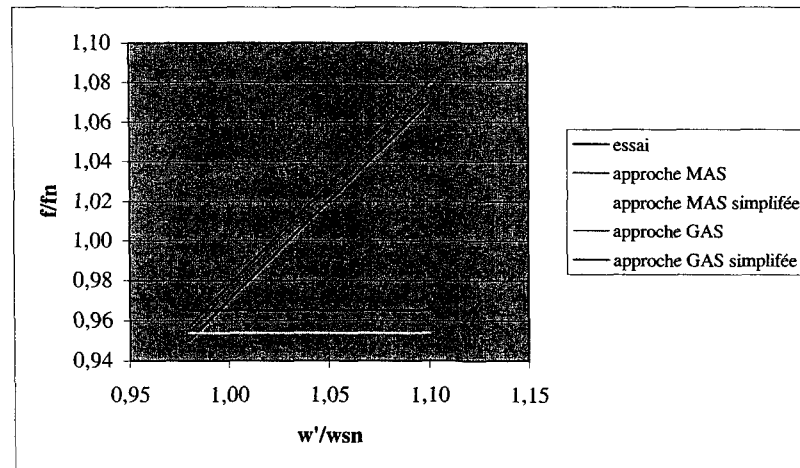

 $\Omega'/\Omega_{sn}$ 

 $R=366 \text{ Ohms}, 33.7 \mu\text{F}$ 
 $33.7 \mu\text{F}$ 
 $R=239 \text{ Ohms},$ 

Planche 5. Evolution de la tension statorique

 $\Omega'/\Omega_{sn}$  $R=366\Omega$ ,  $C=30.1\mu F$  $R=239\Omega$ ,  $C=30.1\mu F$

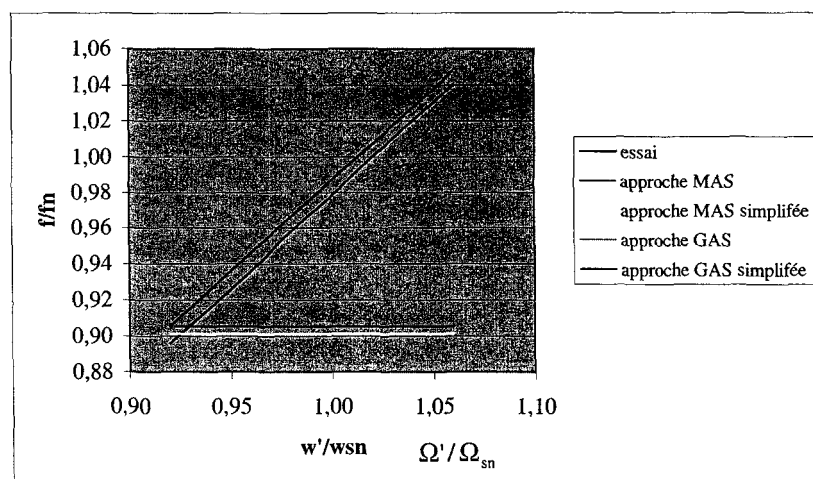
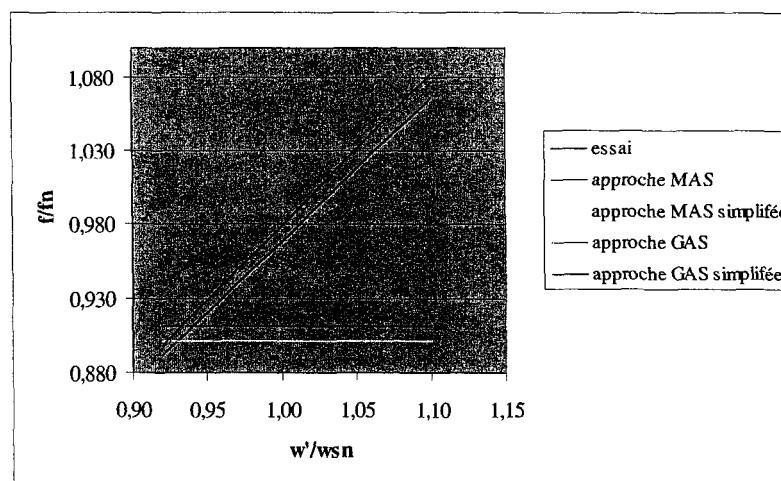
 $\Omega'/\Omega_{sn}$  $R=366\Omega$ ,  $C=33.7\mu F$  $R=239\Omega$ ,  $C=33.7\mu F$ 

Planche 6. Evolution de la fréquence statorique



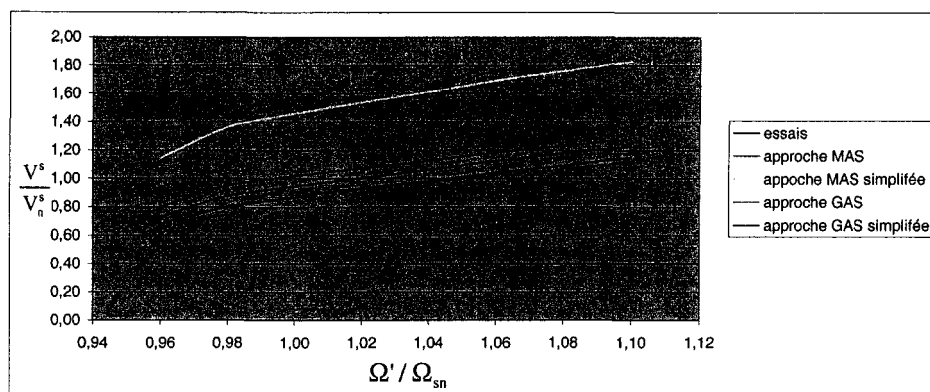
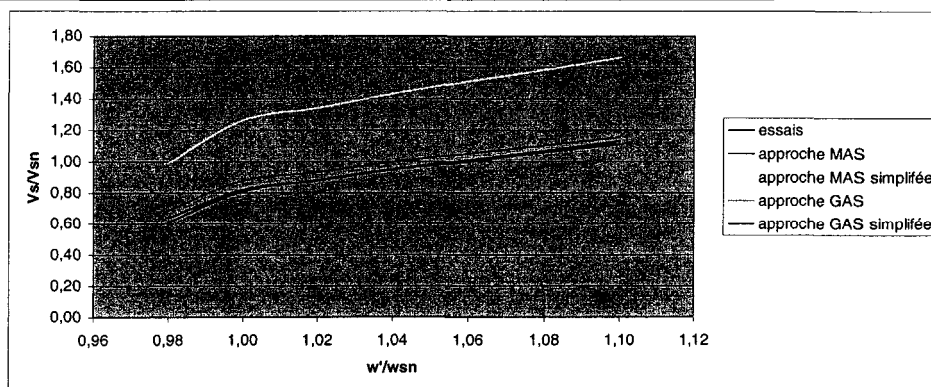
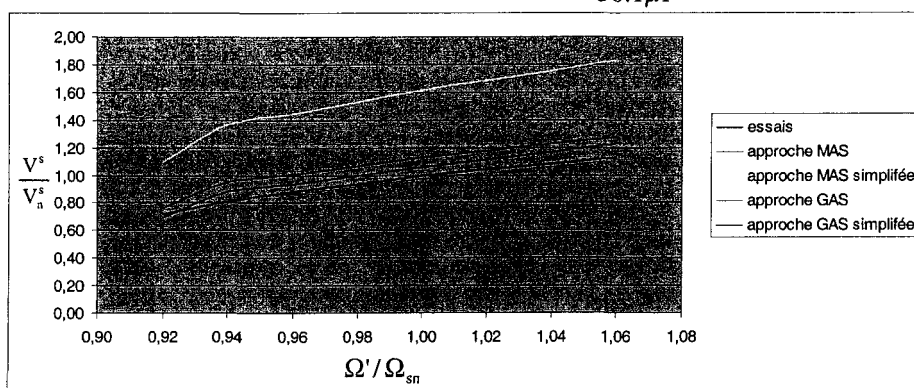
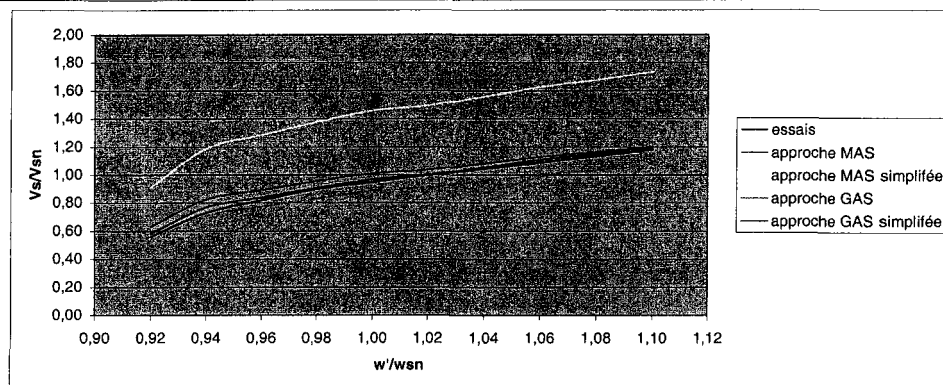
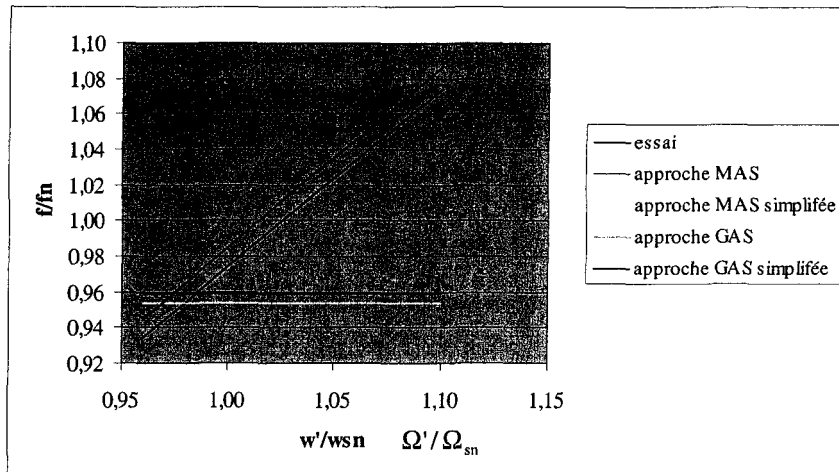
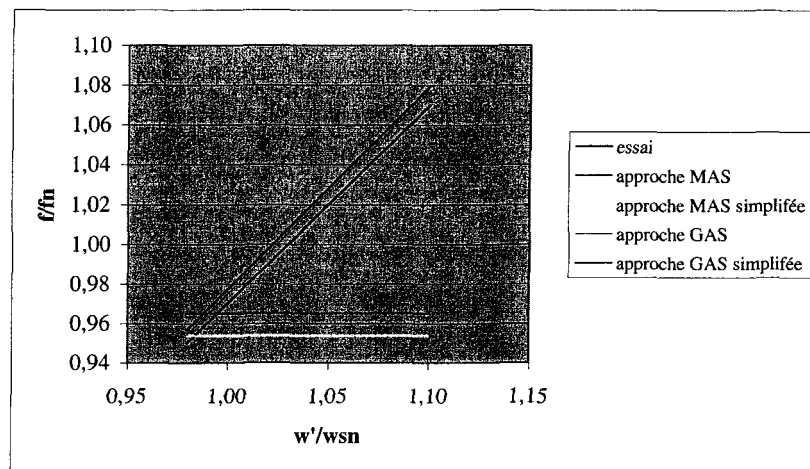
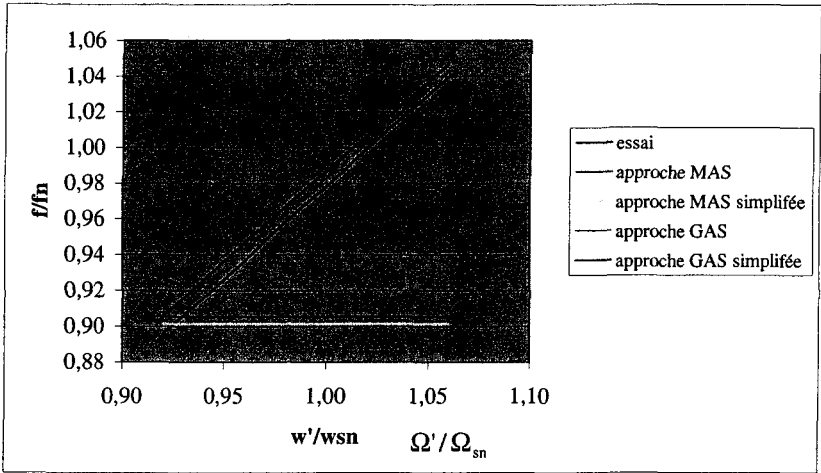
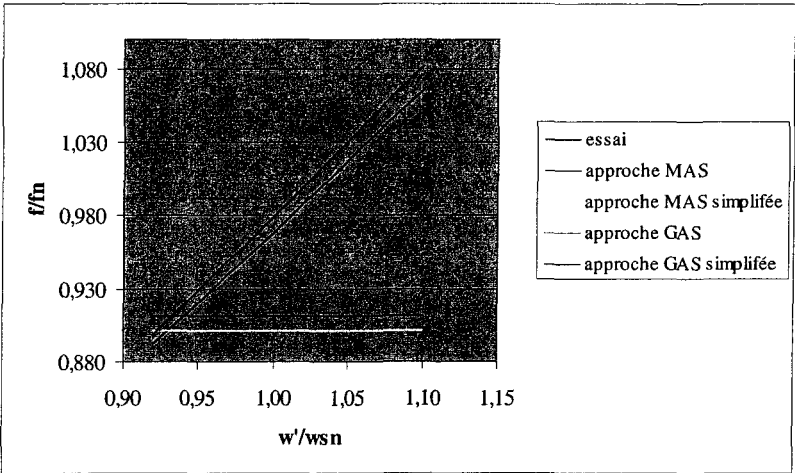
 $\Omega'/\Omega_{sn}$  $R=366$  Ohms,  $30.1 \mu F$  $30.1 \mu F$  $R=239$  Ohms, $\Omega'/\Omega_{sn}$  $R=366$  Ohms,  $33.7 \mu F$  $33.7 \mu F$  $R=239$  Ohms,

Planche 5. Evolution de la tension statorique


 $\Omega'/\Omega_{sn}$ 

 $R=366\Omega$ ,  $C=30.1\mu F$ 
 $R=239\Omega$ ,  $C=30.1\mu F$



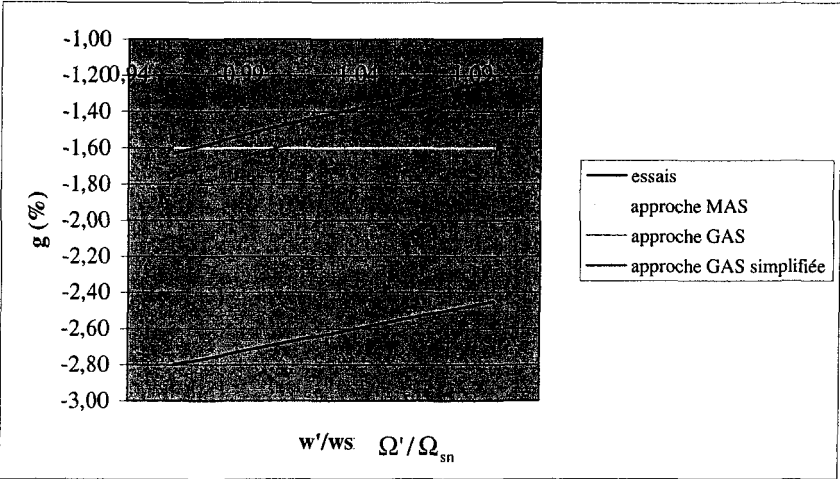
$\Omega'/\Omega_{sn}$



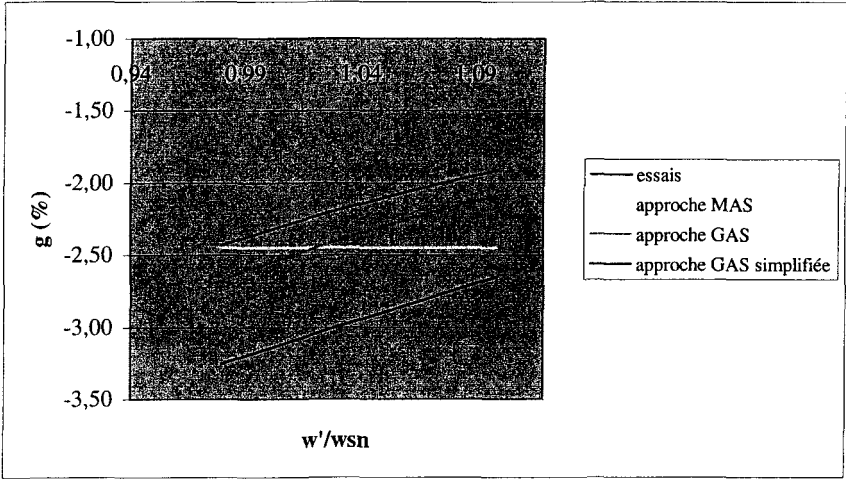
$R=366\Omega$ ,  $C=33.7\mu F$

$R=239\Omega$ ,  $C=33.7\mu F$

Planche 6. Evolution de la fréquence statorique

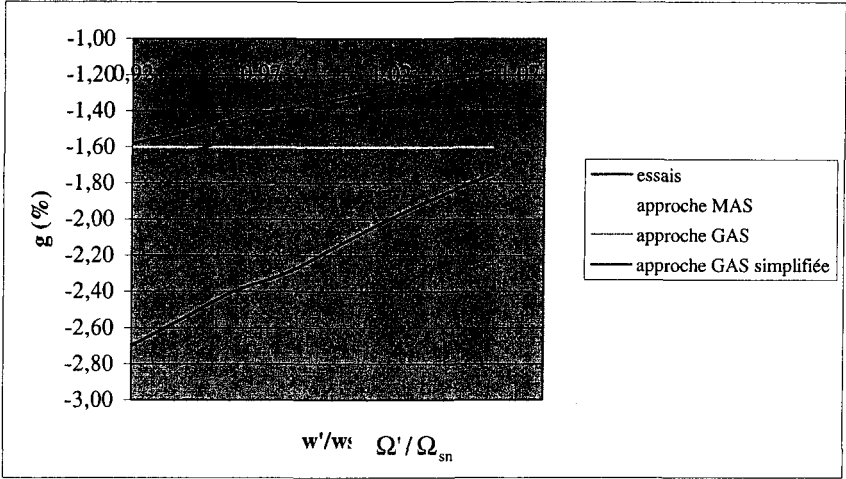


$\Omega'/\Omega_{sn}$

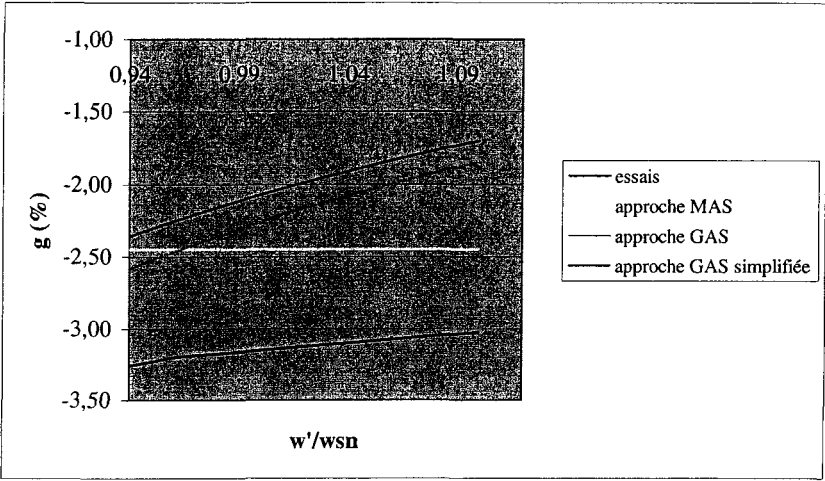


$R=366\Omega, C=30.1\mu F$

$R=239\Omega, C=30.1\mu F$



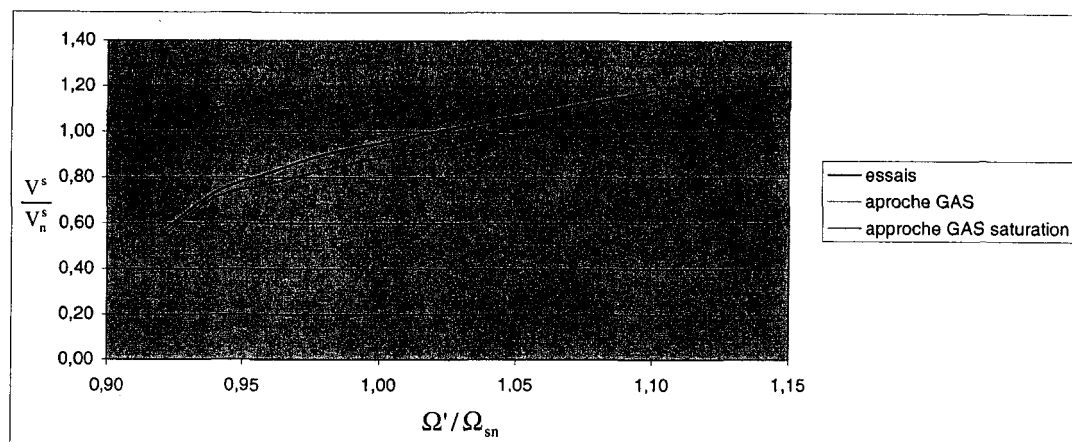
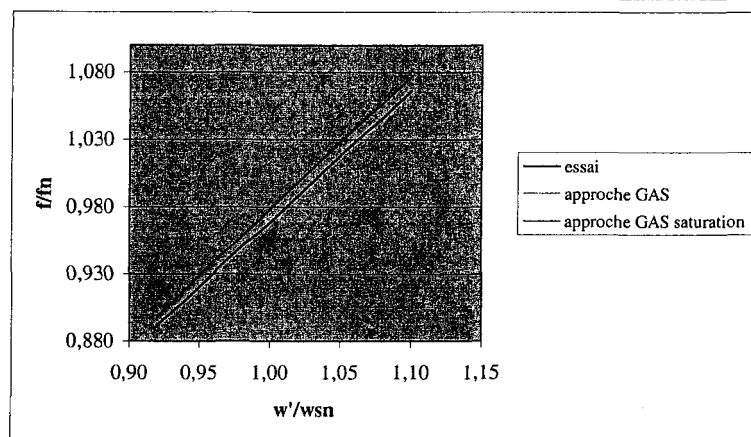
$\Omega'/\Omega_{sn}$



$R=366\Omega$ ,  $C=33.7\mu F$

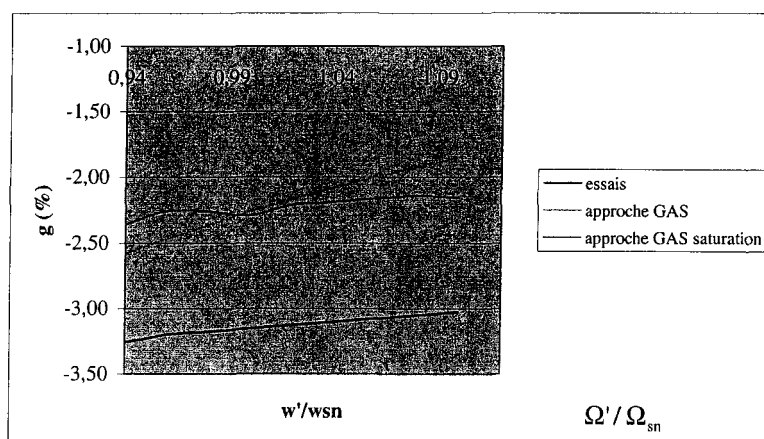
$R=239\Omega$ ,  $C=33.7\mu F$

Planche 7. Evolution du glissement

 $\Omega'/\Omega_{sn}$ 

Evolution de la tension statorique

Evolution de la fréquence statorique



Evolution du glissement

Planche 8. : Prise en compte de la saturation,  $R=239 \, \Omega$ ,  $C=33.7 \, \mu F$

# **CHAPITRE III**

## **ETUDE EN REGIME DYNAMIQUE DU GENERATEUR ASYNCHRONE**

L'auto-amorçage d'une génératrice asynchrone fonctionnant en mode isolé n'est possible que si :

- il y a présence d'un rémanent,
- un système (généralement une batterie de condensateurs) peut fournir la puissance réactive nécessaire au fonctionnement en génératrice de la machine.

C'est l'aimantation résiduelle de la partie massive du rotor qui est à l'origine du rémanent. Au démarrage du générateur, le vecteur qui représente l'induction rémanente a une orientation qui dépend des conditions de coupure. Pour modéliser ce rémanent, notamment d'un point de vue numérique, nous considérerons trois bobines, de  $n_c^a$  tours effectifs chacune, portées par les axes des phases rotoriques. En modifiant les valeurs des différents courants continus injectés dans ces bobines (courants supposés à somme nulle), on agit sur l'amplitude du vecteur espace induction rémanente, de même que sur son orientation. Ce vecteur est solidaire du rotor. Pour des courants injectés constants dans l'enroulement triphasé de  $n_c^a$  tours, le vecteur "induction rémanente" conserve une position fixe par rapport à  $d^f$ . Le fait de considérer un système triphasé pour traduire le rémanent permet de conserver, lors de la mise en équation globale, une certaine symétrie à l'ensemble du système qui est supposé bipolaire et constitué d'un stator et d'un rotor triphasés.

Supposons le rotor entraîné à la vitesse  $\omega'$  et le stator connecté à l'ensemble «charge et condensateurs». Le rémanent induit au stator un système triphasé équilibre de f.e.m.  $e_{q(a)}^s$  de pulsation  $\omega'$  et dont la valeur efficace est fonction de l'amplitude du vecteur induction rémanente mais également de  $\omega'$ . Tant qu'il n'y a pas eu auto-amorçage, cette machine se comporte en MS. Les questions qu'il convient de se poser sont les suivantes :

- 1) pourquoi ce fonctionnement en MS conduit brusquement à un fonctionnement en GAS ?  
(apparition aux bornes du stator de signaux de pulsation  $\omega$  avec  $\omega \neq \omega'$ )
- 2) quels sont les paramètres qui autorisent ce changement d'état et comment l'influencent-il ?

Les phénomènes mis en jeu lors de cette phase d'auto-amorçage sont complexes et font intervenir les constantes de temps transitoires et subtransitoires de la machine [13]. Seule une étude numérique autorise à prendre en compte globalement ces différents paramètres. Cependant, comme toute exploitation numérique, cette dernière ne permet pas systématiquement de répondre de façon satisfaisante aux deux questions qui sont posées. Pour y parvenir, il est nécessaire de considérer un modèle du système plus simple qui permet une exploitation analytique. Ce modèle, par les hypothèses simplificatrices formulées, conduira à des expressions sans doute contestables et aura le mérite de permettre de comprendre physiquement l'enchaînement des différentes séquences.

Pour traiter de ce problème, nous découperons ce chapitre en trois paragraphes en supposant la charge constituée d'une résistance pure  $R$ . Le premier sera consacré à l'approche physique des phénomènes. Le second traitera de la formulation mathématique globale (mettant en œuvre le vecteur complexe) et la simulation numérique. L'aspect expérimentation et comparaison des



résultats fera l'objet de la troisième partie. Notons que l'aspect formulation globale du problème permettra d'apprécier l'influence de la saturation sur cette phase transitoire particulière.

### D) INTERPRETATION PHYSIQUE DES PHENOMENES

Pour cette analyse, nous allons supposer que partant d'une vitesse  $\omega'$  nulle, on augmente celle-ci progressivement. Si cette montée en vitesse est suffisamment lente, il est possible de considérer que le comportement du système est assimilable à une succession d'états stationnaires. Avant que la machine ne s'amorce (courants  $i_q^r$  nuls), le schéma équivalent de ce dispositif, présenté à la figure 3.1a, résulte de celui de la MS donné à la figure 1.41a en adaptant les notations. L'étude réalisée au premier chapitre permet d'associer au schéma de la figure 3.1a celui de la figure 3.1b.

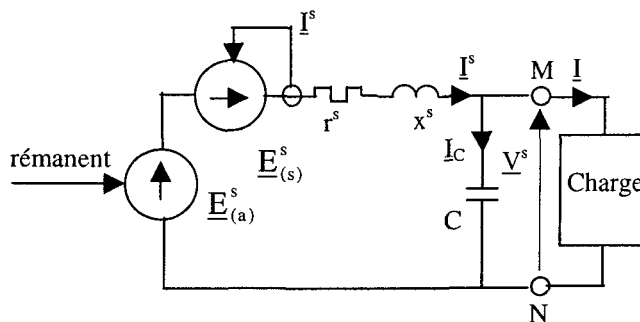


Figure 3.1 (a) Schéma équivalent monophasé de la génératrice asynchrone

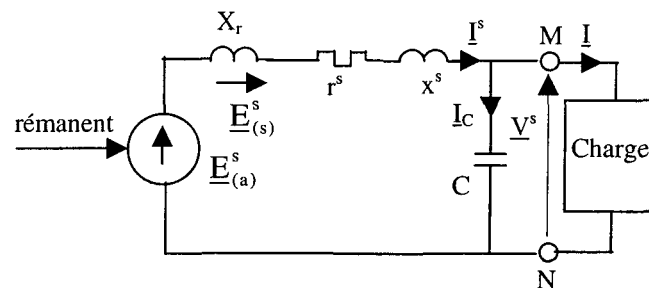


Figure 3.1 (b) Schéma équivalent monophasé de la génératrice asynchrone modifié

En considérant les valeurs instantanées, le système de la figure 3.1b, en posant  $L = L_r + l^s$ , en négligeant la saturation et en faisant abstraction du repérage des phases, est caractérisé par les équations suivantes :

$$e_{(a)}^s = r^s i + L \frac{di^s}{dt} + v^s; \quad i^s = i_c + i; \quad i_c = C \frac{dv^s}{dt}; \quad i = \frac{v^s}{R}$$

En combinant ces expressions, on obtient l'équation différentielle du second ordre à coefficients constants suivante :

$$\frac{d^2 v^s}{dt^2} + \left( \frac{r^s}{L} + \frac{1}{RC} \right) \frac{dv^s}{dt} + \frac{1}{LC} \left( 1 + \frac{r^s}{R} \right) v^s = \frac{1}{LC} e_{(a)}^s \quad [\text{III.1}]$$

La solution particulière de cette équation, pour un état stationnaire caractérisé par une vitesse de rotation  $\omega'$  du rotor, est donnée par :

$$\underline{E}_{(a)}^s = \left\{ \left[ 1 + \frac{r^s}{R} - LC\omega'^2 \right] + j\omega' \left[ r^s C + \frac{L}{R} \right] \right\} \underline{V}^s \quad [\text{III.2}]$$

L'équation [III.2] caractérise en fait le comportement de ce système fonctionnant en MS lors d'un régime harmonique.

Supposons que lors d'un des états stationnaires caractérisés par cette solution particulière, le système soit soumis à une perturbation. La réponse du système est obtenue en ajoutant à [III.2], la solution en régime libre qui n'est autre que celle de [III.1] avec le second nombre nul. L'équation caractéristique de cette relation s'écrit :

$$x^2 + \left( \frac{r^s}{L} + \frac{1}{RC} \right) x + \frac{1}{LC} \left( 1 + \frac{r^s}{R} \right) = 0$$

Elle admet pour discriminant :

$$\Delta = \frac{1}{L^2 R^2 C^2} [r^s RC + L]^2 - \frac{4}{LCR} [R + r^s] \quad [\text{III.3}]$$

et pour racines :

$$x = -\frac{1}{2LRC} [r^s RC + L] \pm \frac{1}{2LRC} [(r^s RC + L)^2 - 4LCR(R + r^s)]^{1/2} \quad [\text{III.4}]$$

Pour que puisse naître un fonctionnement du type GAS, il convient qu'apparaissent des oscillations, donc que les racines soient imaginaires, nécessitant par conséquent que  $\Delta$  soit négatif. Cette condition est vérifiée pour :

$$4LCR(R + r^s) > (r^s RC + L) \quad [\text{III.5}]$$

Supposons cette condition vérifiée, les racines s'expriment par :

$$x = \alpha_a \pm j\omega_a \quad [\text{III.6}]$$

avec :

$$\alpha_a = -\frac{1}{2LRC} [r^s RC + L] \quad [\text{III.7}]$$

$$\omega_a = \frac{1}{2LRC} [4LRC(R + r^s) - (r^s RC + L)^2] \quad [\text{III.8}]$$

La solution de l'équation sans second nombre s'écrit :

$$v^s = e^{\alpha_a t} [C_1 \cos \omega_a t + C_2 \sin \omega_a t] \quad [\text{III.9}]$$

Ce terme de pulsation  $\omega_a$  va engendrer au rotor un courant de pulsation  $g\omega_a$  avec  $g = (\omega_a - \omega')/\omega_a$ . Le régime libre peut donc conduire, si [III.5] est vérifiée, à un fonctionnement du type GAS.

Le terme en  $e^{\alpha_a t}$  conduit théoriquement à annuler  $v^s$  défini par [III.9]. Cependant, si cette solution en régime libre conduit à un état qui peut s'auto-entretenir, il y a apparition d'un nouveau type de fonctionnement. En régime établi, la réponse du système résultera de la superposition de deux états : celui caractéristique de la MS donnant naissance à des signaux de

pulsation  $\omega'$  et celui auto-engendré, caractéristique du fonctionnement du GAS, conduisant à des signaux de pulsation  $\omega$ .

Notons que durant cette phase d'auto-amorçage, le système va réagir de façon à s'opposer à l'apparition de ce nouvel état. Cette opposition peut se traduire par la disparition du rémanent, ne donnant finalement en sortie qu'un seul état : celui propre au GAS. C'est lors de la coupure du GAS que les courants induits au rotor, vont être à l'origine d'une nouvelle induction rémanente qui a de fortes probabilités de présenter des caractéristiques différentes de celles qui ont donné naissance à ce régime.

Nous avons précisé que [III.5] devait être satisfaite pour qu'un fonctionnement type GAS puisse apparaître. Une autre condition doit également être vérifiée, à savoir que  $g$  doit être négatif, donc que :  $\omega' > \omega_a$ . La valeur de  $\omega_a$  définie par [III.8] correspond en fait à la vitesse critique d'autoamorçage  $\omega'_c$  qui se traduit par :

$$\omega'_c > \frac{1}{2LRC} [4LRC(R + r^s) - (r^s RC + L)^2]^{1/2} \quad [\text{III.10}]$$

Si la résistance statorique  $r^s$  est négligée, cette condition devient :

$$\omega'_c > \left[ \frac{1}{LC} - \frac{1}{4R^2 C^2} \right]^{1/2} \quad [\text{III.11}]$$

Si, d'autre part, on néglige l'inductance de fuite statorique,  $L$  s'identifie à  $L_r$  qui n'est autre que

$L_\mu$ . L'expression de  $\omega_0$  définie en [II.11]  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_\mu C}}$  conduit alors à l'inégalité suivante

$$\omega'_c > \left[ \omega_0^2 - \frac{1}{4R^2 C^2} \right]^{1/2} \quad [\text{III.12}]$$

Cette condition est à rapprocher de celles qui fixent les limites de variation de  $\omega$  données par

[II.34] :

$$\left[ \omega_0^2 - \frac{1}{R^2 C^2} \right]^{1/2} < \omega < \omega_0 \quad [\text{II.34}]$$

On note qu'il y a une parfaite compatibilité entre les contraintes imposées par ces deux relations qui ont été établies en suivant des démarches totalement différentes (bilan des puissances et stabilité pour [II.34], oscillations auto-entretenues pour [III.12]).

Les relations [III.10] à [III.12] montrent que l'amplitude du rémanent (à condition que ce dernier ne soit pas nul, puisque les inductances ne sont définies que si  $i^s$  existe) de même que l'orientation du vecteur induction correspondant ne jouent aucun rôle dans la définition de cette vitesse critique. Les paramètres essentiels définissant  $\omega'_c$  sont  $L$  et  $C$ . La résistance  $R$  joue, conformément à [II.48] ou [II.50], sur la valeur de la tension qui apparaît au stator. Si durant cette phase d'auto-amorçage, cette tension prend des valeurs trop élevées, il y a saturation du circuit magnétique et par conséquent diminution de  $L$ . Cette réduction s'accompagne d'une augmentation de  $\omega'_c$ . Pour éviter ces problèmes, il convient, lors de l'auto-amorçage, de contrôler la valeur  $R$ .

Avec l'approche traditionnelle, utilisant le schéma équivalent classique de la MAS, nous avons montré (relation [II.19]), avec les mêmes hypothèses, que  $\omega = \omega_0$ . Cela implique que  $\omega'$  doit être supérieure à  $\omega_0$ . Les exploitations numériques effectuées dans le second chapitre montrent que cette condition n'est pas systématiquement vérifiée, notamment pour les faibles valeurs de  $\Gamma a$ . En fait cette condition :  $\omega'_c > \omega_0$ , se retrouve à partir de [III.12] lorsque  $R$  est infini.

Cette vitesse critique d'auto-amorçage permet l'entrée en fonctionnement du GAS. Pour déterminer les caractéristiques du point de fonctionnement correspondant à l'état d'équilibre final (pulsation  $\omega$ , vitesse de rotation des pâles liée à  $\omega'$  du système), il est nécessaire de prendre en compte des considérations liées aux couples (couple électromagnétique compensant, au couple de pertes près, le couple résistant présenté par la charge).

Cette approche physique des phénomènes, qui conduit a priori à des résultats plausibles, porte sur un schéma équivalent qui, théoriquement, ne fait que traduire le comportement du système en régime harmonique. Pour vérifier et définir les limites de validité des relations établies, il semble nécessaire de considérer le système dans sa globalité en utilisant un formalisme mathématique adéquat. C'est ce que nous nous proposons de faire dans le paragraphe qui suit.

## **II) MODELISATION NUMERIQUE DU GENERATEUR**

Nombreuses sont les études qui appréhendent ce problème d'auto-amorçage de manière numérique [33], [34], [35], pour déterminer ce qui est qualifié de capacité critique d'autoamorçage. La transformation utilisée est celle de Park (transformation à deux axes). En qui



En utilisant la transformation à un axe (vecteur complexe), les équations de tensions qui régissent globalement le fonctionnement des armatures triphasées se présentent sous la forme :

$$\underline{v}^s = r^s \underline{i}^s + \frac{d}{dt} \underline{\psi}^s \quad [\text{III.13}]$$

$$\underline{v}^r = r^r \underline{i}^r + \frac{d}{dt} \underline{\psi}^r \quad [\text{III.14}]$$

$$\underline{v}^a = r^a \underline{i}^a + \frac{d}{dt} \underline{\psi}^a \quad [\text{III.15}]$$

Ces relations sont définies dans leur référentiel d'origine ([III.13] dans le référentiel statorique, [III.14] et [III.15] dans le référentiel rotorique).

En ce qui concerne les vecteurs flux embrassés, comme le rotor porte deux enroulements triphasés, il convient de distinguer la mutuelle inductance cyclique  $M^{sr}$  entre l'enroulement rotorique proprement dit et le stator, de celle  $M^{sa}$  qui caractérise le couplage magnétique entre l'enroulement qui génère le rémanent et le stator. De façon générale, le flux  $\psi$  embrassé par les enroulements d'une armature résulte des effets principaux et des fuites :  $\underline{\psi} = \underline{\psi}_p + \underline{\psi}_f$ . Le flux embrassé, correspondant aux fuites, s'exprime de façon générale par  $\underline{\psi}_f = \underline{\mathbb{I}}$ . Pour ce qui est des composantes principales des flux embrassés, il vient :

$$\underline{\psi}_p^s = L^s \underline{i}^s + M^{sr} \underline{i}^r + M^{sa} \underline{i}^a \quad [\text{III.16}]$$

$$\underline{\psi}_p^r = L^r \underline{i}^r + M^{rs} \underline{i}^s + M^{ra} \underline{i}^a \quad [\text{III.17}]$$

$$\underline{\psi}_p^a = L^a \underline{i}^a + M^{as} \underline{i}^s + M^{ar} \underline{i}^r \quad [\text{III.18}]$$



Rappelons que l'absence d'indice au niveau d'une variable précise que celle-ci est définie dans son propre référentiel, l'utilisation de l'indice prime signifie que cette variable est définie dans l'autre référentiel. Dans ces conditions, les relations relatives au passage d'un référentiel à l'autre sont les suivantes :

$$\underline{i}'^s = \underline{i}^s e^{-j\theta} \quad [\text{III.19}]$$

$$\underline{i}'^r = \underline{i}^r e^{j\theta} \quad [\text{III.20}]$$

$$\underline{i}'^a = \underline{i}^a e^{j\theta} \quad [\text{III.21}]$$

## **II.2) Coefficients d'inductance**

Pour définir les coefficients d'inductances cycliques, il convient de formuler les expressions analytiques des vecteurs flux embrassés. Pour cette détermination, nous utiliserons la méthode globale qui consiste à définir les inductances cycliques à partir de la f.m.m. résultante d'entrefer et donc de l'induction d'entrefer  $b^e$  qui sera exprimée dans le référentiel lié au stator.

- Le stator relativement à  $d^s$  crée une f.m.m. d'expression :

$$f^s = \hat{f}^s \Re \left[ \underline{i}^s e^{-j\alpha^s} \right] \quad [\text{III.22}]$$

- Relativement à  $d^r$ , le rotor et l'enroulement d'auto-amorçage créent les f.m.m. suivantes :

$$f^r = \hat{f}^r \Re \left[ \underline{i}^r e^{-j\alpha^r} \right] \quad [\text{III.23}]$$

$$f^a = \hat{f}^a \Re \left[ \underline{i}^a e^{-j\alpha^r} \right] \quad [\text{III.24}]$$

avec :

$$\hat{f}^s = \frac{3}{\pi} n_e^s \quad \hat{f}^r = \frac{3}{\pi} n_e^r \quad \hat{f}^a = \frac{3}{\pi} n_e^a$$

- La f.m.m. résultante s'obtient en sommant les effets des trois enroulements triphasés portés par les deux armatures après avoir exprimé les différentes quantités dans un seul et unique référentiel.

En considérant le référentiel lié à  $d^s$ , il vient :

$$f = \frac{3}{\pi} n_e^s \Re \left[ \underline{i}_m^s e^{-j\alpha^s} \right] \quad [\text{III.25}]$$

avec  $\underline{i}_m^s$  le vecteur complexe du courant magnétisant défini dans le référentiel statorique :

$$\underline{i}_m^s = \underline{i}^s + \frac{n_r}{n_e} \underline{i}^{r'} + \frac{n_a}{n_e} \underline{i}^{a'} \quad [\text{III.26}]$$

On en déduit donc que l'onde d'induction d'entrefer définie dans le référentiel statorique est donnée par :

$$b^e = \frac{3\mu_0}{\pi e} n_e^s \Re \left[ \underline{i}_m^s e^{-j\alpha^s} \right] \quad [\text{III.27}]$$

Le vecteur complexe du flux embrassé statorique  $\underline{\psi}_p^s$ , ne prenant en compte que les effets principaux, défini dans le référentiel statorique, résulte de la définition du vecteur complexe. En définissant l'opérateur de rotation "a" par :  $a = e^{j2\pi/3}$ , il vient :

$$\underline{\psi}_p^s = \frac{2}{3} \left[ \psi_{1p}^s + a \psi_{2p}^s + a^2 \psi_{3p}^s \right]$$

avec :

$$\psi_{qp}^s = R L n_e^s \int_{-\pi/2+(q-1)2\pi/3}^{\pi/2+(q-1)2\pi/3} b^e d\alpha^s$$

On en déduit donc que :

$$\psi_{qp}^s = \frac{3}{\pi} \frac{\mu_0}{e} R L n_e^s \left[ \underline{i}_m^s e^{-j(q-1)2\pi/3} + \underline{i}_m^{s*} e^{j(q-1)2\pi/3} \right]$$

L'astérisque précise que l'on doit considérer le vecteur complexe conjugué. Cette expression conduit à :

$$\underline{\psi}_p^s = \frac{6}{\pi} R L \frac{\mu_0}{e} n_e^s \underline{i}_m^s \quad [\text{III.28}]$$

Pour le vecteur complexe du flux embrassé par le rotor, défini dans le référentiel rotorique, il vient successivement :

$$\underline{\psi}_p^r = \frac{2}{3} [\psi_{1p}^r + a \psi_{2p}^r + a^2 \psi_{3p}^r]$$

$$\psi_{qp}^r = R L n_e^r \int_{-\pi/2+(q-1)2\pi/3+\theta}^{\pi/2+(q-1)2\pi/3+\theta} b^e d\alpha^s$$

$$\psi_{qp}^r = \frac{3}{\pi} \frac{\mu_0}{e} R L n_e^s n_e^r \left[ \underline{i}_m^s e^{-j\theta} e^{-j(q-1)2\pi/3} + \underline{i}_m^{s*} e^{j\theta} e^{j(q-1)2\pi/3} \right]$$

$$\underline{\psi}_p^r = \frac{6}{\pi} R L \frac{\mu_0}{e} n_e^s n_e^r \underline{i}_m^s e^{-j\theta} \quad [\text{III.29}]$$

On en déduit immédiatement que le vecteur complexe du flux embrassé par l'enroulement d'auto-amorçage défini dans le référentiel rotorique s'exprime par :

$$\underline{\psi}_p^a = \frac{6}{\pi} R L \frac{\mu_0}{e} n_e^s n_e^a \underline{i}_m^s e^{-j\theta} \quad [\text{III.30}]$$

L'expression de  $\underline{i}_m^s$  donnée par [III.26], compte tenu des relations [III.19] à [III.21], permet d'exprimer  $\underline{i}_m^s e^{-j\theta}$ , qui n'est autre que le vecteur complexe du courant magnétisant défini dans le référentiel rotorique et noté  $\underline{i}_m^{rs}$  :

$$\underline{i}_m^s = \underline{i}^s + \frac{n_e^r}{n_s} \underline{i}^r + \frac{n_e^a}{n_s} \underline{i}^a$$

Les équations [III.16] à [III.18] permettent, par identification, d'exprimer les inductances

cycliques. En posant : 
$$K = \frac{6}{\pi} RL \frac{\mu_0}{e} \quad [\text{III.31}]$$

on obtient successivement :

$$\begin{aligned} L^s &= K n_e^{s^2} & M^{sr} &= K n_e^r n_e^s \\ L^r &= K n_e^{r^2} & M^{sa} &= K n_e^s n_e^a \\ L^a &= K n_e^{a^2} & M^{ra} &= K n_e^r n_e^a \end{aligned}$$

On note que les expressions de  $L^s$  et  $M^{sr}$  ne sont autres que celles que nous avons définies au paragraphe II.4.3 du premier chapitre. La procédure, que nous avons retenue pour prendre en compte les fuites, conduit alors à :

$$\underline{\psi}_f^s = \mathbb{F}^s \underline{i}^s, \quad \underline{\psi}_f^r = \mathbb{F}^r \underline{i}^r, \quad \underline{\psi}_f^a = \mathbb{F}^a \underline{i}^a, \quad \text{avec, } \ell^s = \lambda^s L^s, \ell^r = \lambda^r L^r, \ell^a = \lambda^a L^a.$$

( $\lambda^s, \lambda^r$  et  $\lambda^a$  étant des coefficients constants petits devant l'unité)

### **II.3) Changement de référentiel**

D'ordinaire, on substitue au référentiel triphasé un référentiel diphasé. En considérant le référentiel statorique, ce référentiel diphasé est défini par les axes  $d^s$  et  $q^s$  avec  $q^s$  en quadrature sur  $d^s$ . En associant à ce référentiel un plan complexe (figure 3.3),  $\underline{i}^s$  est défini :

Le changement de variable  $\underline{\psi}^{rs} = \underline{\psi}^s e^{-j\theta}$  conduit à exprimer l'équation de tension [III.13] dans

le référentiel rotorique :  $\underline{v}^{rs} = r^s \dot{\underline{i}}^{rs} + \frac{d}{dt} \underline{\psi}^{rs} + j\omega' \underline{\psi}^{rs}$ , de sorte que le système à résoudre s'écrit :

$$\underline{v}^{rs} = r^s \dot{\underline{i}}^{rs} + \frac{d}{dt} \underline{\psi}^{rs} + j\omega' \underline{\psi}^{rs} \quad [\text{III.32}]$$

$$\underline{v}^r = r^r \dot{\underline{i}}^r + \frac{d}{dt} \underline{\psi}^r \quad [\text{III.14}]$$

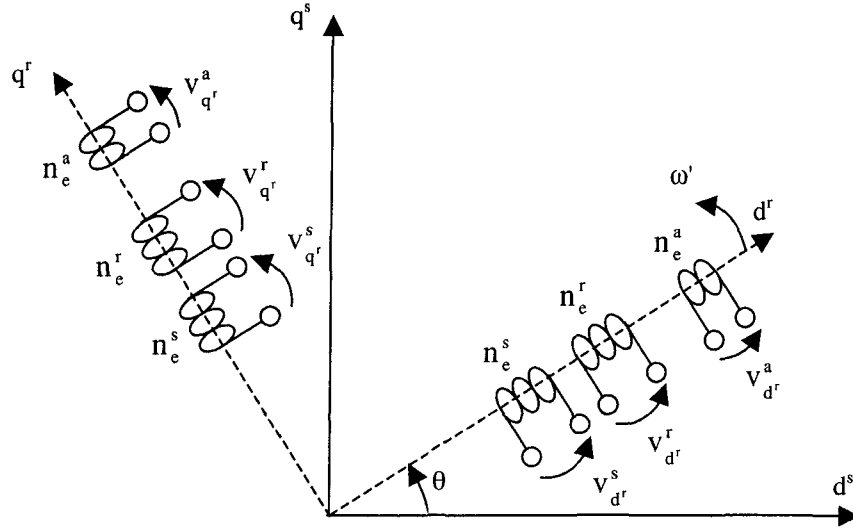
$$\underline{v}^a = r^a \dot{\underline{i}}^a + \frac{d}{dt} \underline{\psi}^a \quad [\text{III.15}]$$

avec :

$$\underline{\psi}^r = L^r (1 + \lambda^r) \dot{\underline{i}}^r + M^{rs} \dot{\underline{i}}^{rs} + M^{ra} \dot{\underline{i}}^a \quad [\text{III.33}]$$

$$\underline{\psi}^a = L^a (1 + \lambda^a) \dot{\underline{i}}^a + M^{as} \dot{\underline{i}}^{rs} + M^{ar} \dot{\underline{i}}^r \quad [\text{III.34}]$$

$$\underline{\psi}^{rs} = L^s (1 + \lambda^s) \dot{\underline{i}}^{rs} + M^{sr} \dot{\underline{i}}^r + M^{sa} \dot{\underline{i}}^a \quad [\text{III.35}]$$



#### II.4) Equation relative au récepteur

Le système d'équations qui régit le fonctionnement de la machine est donné par les trois équations [III.32], [III.14] et [III.15] où interviennent les trois courants  $\underline{i}^s$ ,  $\underline{i}^r$  et  $\underline{i}^a$ . L'objectif recherché est d'obtenir une équation différentielle unique liant  $\underline{v}^s$  à  $\underline{i}^s$  permettant d'analyser le phénomène d'autoamorçage.

Pour ce faire, il suffit de travailler par substitution en utilisant les expressions des flux embrassés données par [III.33] à [III.35]. Il convient également de prendre en compte l'équation de tension qui régit le fonctionnement de l'ensemble RC. Celle-ci, dans le référentiel statorique,

et en convention G, s'écrit :  $\underline{i}^s = \frac{\underline{v}^s}{R} + C \frac{d\underline{v}^s}{dt}$ . En convention M, on inverse le sens du courant  $\underline{i}^s$ ,

de sorte que l'équation à considérer devient :

$$-\underline{i}^s = \frac{\underline{v}^s}{R} + C \frac{d\underline{v}^s}{dt} \quad [\text{III.36}]$$

Dans le référentiel rotorique, cette équation devient:

$$-\underline{i}'^s = C \frac{d\underline{v}'^s}{dt} + \left( \frac{1}{R} + j\omega' C \right) \underline{v}'^s \quad [\text{III.37}]$$

Nous poursuivrons cette étude en supposant les bobines de  $n_c^a$  alimentées en courant. La variable  $\underline{i}^a$  présentera donc un module constant et une position fixe dans le référentiel  $d^r, q^r$  quel que soit l'état du générateur.

- Au départ, avant que la machine ne s'amorce, l'onde d'induction d'entrefer s'identifiera avec celle engendrée par  $\underline{i}^a$ . Cette onde, synchrone à la vitesse de rotation du rotor, évoluera à la vitesse  $\omega'$ . Aucun effet ne sera induit dans les enroulements rotoriques, par contre il apparaîtra un système triphasé de tensions de pulsation  $\omega'$  dans les enroulements rotoriques.
- L'auto-amorçage se produira lorsqu'un système triphasé de tensions de pulsation  $\omega$  ( $\omega \neq \omega'$ ) sera induit au stator.

### II.5) Equation d'auto-amorçage

Si l'on considère [III.32] et [III.35], comme  $\frac{d\underline{i}^a}{dt} = 0$  et que les coefficients d'inductance

s'assimilent à des constantes, il vient:

$$\underline{v}'^s = [r^s + j\omega' L^s (1 + \lambda^s)] \underline{i}'^s + L^s (1 + \lambda^s) \frac{d\underline{i}'^s}{dt} + j\omega' M^{sr} \underline{i}^r + M^{sr} \frac{d\underline{i}^r}{dt} + j\omega' M^{sa} \underline{i}^a \quad [\text{III.38}]$$

Comme  $\underline{v}^r = 0$ , il est possible d'exprimer, compte tenu de [III.14],  $\underline{i}'^s$  en fonction de  $\underline{i}^r$  et de  $\underline{i}^a$ . Les équations [III.14] et [III.33] conduisent à:

$$r^r \underline{i}^r + L^r (1 + \lambda^r) \frac{d\underline{i}^r}{dt} = -M^{sr} \frac{d\underline{i}'^s}{dt} \quad [\text{III.39}]$$

Pour simplifier l'écriture des différentes relations, posons :

$$L^{is} = L^s (1 + \lambda^s) \quad [\text{III.40}]$$

$$L^{ir} = L^r (1 + \lambda^r) \quad [\text{III.41}]$$

$$\tau^r = L^{ir} / r^r \quad [\text{III.42}]$$

La résolution de l'équation sans second membre de [III.39] conduit à:  $\underline{i}^r = \underline{A} \exp(-t/\tau^r)$ . La

méthode de variation de la constante permet d'exprimer  $\frac{d\underline{A}}{dt}$  :

$$\frac{d\underline{A}}{dt} = -\frac{M^{sr}}{L^{ir}} \exp(t/\tau^r) \frac{d\underline{i}^{is}}{dt}$$

de sorte que A s'écrit:

$$\underline{A} = -\frac{M^{sr}}{L^{ir}} \int \exp(t/\tau^r) \frac{d\underline{i}^{is}}{dt} dt$$

D'où l'expression de  $\underline{i}^r$  :

$$\underline{i}^r = -\frac{M^{sr}}{L^{ir}} \exp(-t/\tau^r) \int \exp(t/\tau^r) \frac{d\underline{i}^{is}}{dt} dt \quad [\text{III.43}]$$

Comme:

$$\frac{d\underline{i}^r}{dt} = -\frac{M^{sr}}{L^{ir}} \left\{ \frac{d\underline{i}^{is}}{dt} - \frac{\exp(-t/\tau^r)}{\tau^r} \int \exp(t/\tau^r) \frac{d\underline{i}^{is}}{dt} dt \right\} \quad [\text{III.44}]$$

la relation [III.38], en posant :

$$\frac{M^{sr2}}{L^{ir}} = \frac{L^s}{1 + \lambda^r} = L^{*s} \quad [\text{III.45}]$$

s'écrit :



$$\underline{v}^{ts} = [r^s + jL^{ts}\omega']\underline{i}^{ts} + [L^{ts} - L^{*s}]\frac{d\underline{i}^{ts}}{dt} - L^{*s}\left(j\omega' - \frac{1}{\tau_r}\right)\exp(-t/\tau_r)\int \exp(t/\tau_r)\frac{d\underline{i}^{ts}}{dt}dt + j\omega'M^{sa}\underline{i}^a$$

[III.46]

Il suffit à présent de prendre en compte [III.37] qui définit  $\underline{i}^s$  en fonction de  $\underline{v}^{ts}$ . Cela conduit à l'équation différentielle qui permet d'analyser la phase d'auto-amorçage [37]. Celle-ci, en posant :

$$\Delta L^s = L^{ts} - L^{*s} \quad [III.47]$$

s'exprime par :

$$\begin{aligned} \underline{v}^{ts} & \left\{ 1 + [r^s + jL^{ts}\omega']\left[\frac{1}{R} + jC\omega'\right] + j\Delta L^s C \frac{d\omega'}{dt} \right\} + \frac{d\underline{v}^{ts}}{dt} \left\{ [r^s + jL^{ts}\omega']C + \Delta L^s \left[\frac{1}{R} + jC\omega'\right] \right\} + \frac{d^2\underline{v}^{ts}}{dt^2} C \Delta L^s \\ & - L^{*s} \left[ j\omega' - \frac{1}{\tau_r} \right] \exp(-t/\tau_r) \left\{ jC \int \exp(t/\tau_r) \frac{d(\omega'\underline{v}^{ts})}{dt} dt + \frac{1}{R} \int \exp(t/\tau_r) \frac{d\underline{v}^{ts}}{dt} dt + C \int \exp(t/\tau_r) \frac{d^2\underline{v}^{ts}}{dt^2} dt \right\} \\ & = j\omega'M^{sa}\underline{i}^a \end{aligned} \quad [III.48]$$

## II.6 Equation mécanique

L'équation d'auto-amorçage [III.48] définit  $\underline{v}^{ts}$  en fonction de  $\omega'$ . Le fait que  $\omega'$  soit une variable fonction du temps nécessite, pour résoudre [III.48], de prendre en compte l'équation mécanique du système [III.49]. En notant  $J$  le moment d'inertie, supposé constant, de l'ensemble mécanique ramené sur l'arbre du GAS, il vient :

$$\Gamma_a = \Gamma_e + \Gamma_p + J \frac{d\omega'}{dt} \quad [III.49]$$

avec  $\Gamma_e$  donné par le produit vectoriel :

$$\Gamma_e = \frac{3}{2} \underline{\psi}^{ts} \wedge \underline{i}^{ts} \quad [III.50]$$

quantité qui, en considérant les composantes des vecteurs complexes, s'écrit :

$$\Gamma_e = \frac{3}{2} [\psi_{dr}^s i_{qr}^s - \psi_{qr}^s i_{dr}^s] \quad [III.51]$$

### **III) RESOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION D'AUTO-AMORCAGE**

Le problème se résume à résoudre numériquement et simultanément l'équation de tension [III.48] et l'équation mécanique [III.50]. Ce système est très complexe cependant, comme les constantes de temps magnétiques, électriques et mécaniques ne sont pas du même ordre de grandeur, il est tout à fait possible, pour la résolution de [III.48], de découpler le mode mécanique des deux autres modes (principe de séparation des modes).

#### **III.1) Résolution de l'équation de tension**

Considérons un intervalle de temps donné ( $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ ), avec  $\Delta t$  petit devant la constante de temps mécanique. On suppose connu l'état du système à  $t_n$  et on cherche celui à  $t_{n+1}$ . Le principe de séparation des modes permet de supposer que  $\omega'$  conserve une valeur constante sur l'intervalle d'étude et égale à la valeur prise par  $\omega'$  à  $t_n$ . Sur l'intervalle d'étude  $d\omega'/dt$  est donc tout d'abord supposé nul. L'équation [III.48] peut alors se mettre sous la forme

$$\underline{A}_1 \underline{v}'^s + \underline{B}_1 \frac{d\underline{v}'^s}{dt} + \underline{C}_1 \frac{d^2 \underline{v}'^s}{dt^2} + \underline{D}_1 e^{-\frac{t}{\tau'}} \int e^{\frac{t}{\tau'}} \underline{v}'^s dt = \underline{E}_1 e^{-\frac{t}{\tau'}} + \underline{F}_1 \quad [\text{III.52}]$$

avec :

$$\underline{A}_1 = 1 + (r^s + jL^s \omega') \left( \frac{1}{R} + jC\omega' \right) + \frac{M^{sr2}}{L'} \left( \frac{1}{R} + jC\omega' - \frac{C}{\tau'} \right) \left( j\omega' - \frac{1}{\tau'} \right)$$

$$\underline{B}_1 = (r^s + jL^s \omega') C + \left( L^s - \frac{M^{sr2}}{L'} \right) \left( \frac{1}{R} + jC\omega' \right) + \frac{M^{sr2}}{L'} C \left( j\omega' - \frac{1}{\tau'} \right)$$

$$\underline{C}_1 = C \left( L^s - \frac{M^{sr2}}{L'} \right)$$

$$\underline{D}_1 = - \left( j\omega' - \frac{1}{\tau'} \right) \left( \frac{1}{R} + jC\omega' - \frac{C}{\tau'} \right) \frac{1}{\tau'}$$

$$\underline{E}_1 = M^{sr} \underline{B} \left( j\omega' - \frac{1}{\tau^r} \right)$$

$$\underline{F}_1 = j\omega' M^{sa} \underline{I}^a$$

En posant  $\underline{u} = \int e^{\frac{t}{\tau^r}} \underline{v}^{rs} dt$ , on obtient  $\frac{d\underline{u}}{dt} = e^{\frac{t}{\tau^r}} \underline{v}^{rs}$ , soit  $\underline{v}^{rs} = \frac{d\underline{u}}{dt} e^{-\frac{t}{\tau^r}}$ .

En dérivant successivement  $\underline{v}^{rs}$  par rapport au temps, on obtient ses dérivées première et seconde qui seront remplacées dans l'équation [III.52], permettant ainsi l'obtention d'une équation à résoudre fonction de  $u$  :

$$\underline{D}_1 \underline{u} + \frac{d\underline{u}}{dt} \left( \underline{A}_1 - \frac{\underline{B}_1}{\tau^r} + \frac{\underline{C}_1}{\tau^{r2}} \right) + \frac{d^2 \underline{u}}{dt^2} \left( \underline{B}_1 - \frac{2\underline{C}_1}{\tau^r} \right) + \frac{d^3 \underline{u}}{dt^3} \underline{C}_1 = \underline{E}_1 + \underline{F}_1 e^{\frac{t}{\tau^r}} \quad [\text{III.53}]$$

En posant :

$$\underline{A}_2 = \underline{C}_1$$

$$\underline{B}_2 = \left( \underline{B}_1 - \frac{2\underline{C}_1}{\tau^r} \right)$$

$$\underline{C}_1 = \left( \underline{A}_1 - \frac{\underline{B}_1}{\tau^r} + \frac{\underline{C}_1}{\tau^{r2}} \right)$$

$$\underline{D}_2 = \underline{D}_1$$

$$\underline{E}_2 = \underline{E}_1 + \underline{F}_1 e^{\frac{t}{\tau^r}}$$

la relation [III.53] peut s'écrire :

$$\underline{A}_2 \frac{d^3 \underline{u}}{dt^3} + \underline{B}_2 \frac{d^2 \underline{u}}{dt^2} + \underline{C}_2 \frac{d\underline{u}}{dt} + \underline{D}_2 \underline{u} = \underline{E}_2 \quad [\text{III.54}]$$

L'équation différentielle [III.54] peut être facilement résolue en appliquant les méthodes numériques de résolution des équations différentielles [38]. Posons :

$$\{\underline{X}(t)\} = \begin{Bmatrix} \underline{x}_1(t) \\ \underline{x}_2(t) \\ \underline{x}_3(t) \\ \underline{x}_4(t) \end{Bmatrix} \text{ et } \left\{ \overset{0}{\underline{X}}(t) \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \underline{x}_1(t) \\ 0 \\ \underline{x}_2(t) \\ 0 \\ \underline{x}_3(t) \\ 0 \\ \underline{x}_4(t) \end{Bmatrix}$$

$$\text{avec } \underline{x}_1(t) = \underline{u}(t), \quad \underline{x}_2(t) = \frac{d\underline{u}(t)}{dt}, \quad \underline{x}_3(t) = \frac{d^2\underline{u}(t)}{dt^2} \text{ et } \underline{x}_4(t) = \frac{d^3\underline{u}(t)}{dt^3}$$

Sachant que  $\left\{ \overset{0}{\underline{X}}(t) \right\}$  représente la dérivée, à l'instant t, par rapport au temps du vecteur

colonne  $\{\underline{X}(t)\}$ , il est possible de présenter l'équation différentielle sous la forme classique :

$$\left\{ \overset{0}{\underline{X}}(t) \right\} = [\underline{A}]\{\underline{X}(t)\} + \{\underline{B}\} \quad [\text{III.55}]$$

En appliquant ce raisonnement, l'équation [III.54] peut s'écrire :

$$\overset{0}{\underline{x}}_3 = -\frac{\underline{B}_2}{\underline{A}_2} \underline{x}_3 - \frac{\underline{C}_2}{\underline{A}_2} \underline{x}_2 - \frac{\underline{D}_2}{\underline{A}_2} \underline{x}_1 + \frac{\underline{E}_2}{\underline{A}_2} \quad [\text{III.56}]$$

ce qui conduit à la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} \overset{0}{\underline{x}}_1(t) \\ \overset{0}{\underline{x}}_2(t) \\ \overset{0}{\underline{x}}_3(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\underline{D}_2}{\underline{A}_2} & -\frac{\underline{C}_2}{\underline{A}_2} & -\frac{\underline{B}_2}{\underline{A}_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{x}_1(t) \\ \underline{x}_2(t) \\ \underline{x}_3(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\underline{E}_2}{\underline{A}_2} \end{Bmatrix} \quad [\text{III.57}]$$

Par identification, on obtient :

$$\left\{ \overset{0}{\underline{X}}(t) \right\} = \begin{Bmatrix} \overset{0}{\underline{x}}_1(t) \\ \overset{0}{\underline{x}}_2(t) \\ \overset{0}{\underline{x}}_3(t) \end{Bmatrix}, \quad [\underline{A}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\underline{D}_2}{\underline{A}_2} & -\frac{\underline{C}_2}{\underline{A}_2} & -\frac{\underline{B}_2}{\underline{A}_2} \end{bmatrix} \text{ et } \{\underline{B}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\underline{E}_2}{\underline{A}_2} \end{Bmatrix}.$$

Par la suite, chaque vecteur colonne sera indicé par " $t$ " ou par " $t-\Delta t$ ", selon que l'on traite  $\{\underline{X}\}$  à l'instant  $t$  ( $\{\underline{X}\}_t$ ) ou  $\{\underline{X}\}$  à l'instant  $t-\Delta t$  ( $\{\underline{X}\}_{t-\Delta t}$ ). En adoptant cette écriture, l'équation [III.57] devient :

$$\left\{ \begin{matrix} 0 \\ \underline{X} \end{matrix} \right\}_t = [\underline{A}]\{\underline{X}\}_t + \{\underline{B}\} \quad \text{[III.58]}$$

La dérivée de  $\{\underline{X}\}_t$  au premier ordre s'écrivant  $\left\{ \begin{matrix} 0 \\ \underline{X} \end{matrix} \right\}_t = \frac{\{\underline{X}\}_t - \{\underline{X}\}_{t-\Delta t}}{\Delta t}$ , la relation [III.58] devient :

$$\frac{\{\underline{X}\}_t - \{\underline{X}\}_{t-\Delta t}}{\Delta t} = [\underline{A}]\{\underline{X}\}_t + \{\underline{B}\} \quad \text{[III.59]}$$

d'où :

$$\left[ [\underline{A}] - \frac{[\underline{I}]}{\Delta t} \right] \{\underline{X}\}_t = -\frac{1}{\Delta t} \{\underline{X}\}_{t-\Delta t} - \{\underline{B}\} \quad \text{[III.60]}$$

avec  $[\underline{I}]$  : matrice identité.

En posons  $[\underline{A}'] = \left[ [\underline{A}] - \frac{[\underline{I}]}{\Delta t} \right]$  et  $\{\underline{B}'\} = -\frac{1}{\Delta t} \{\underline{X}\}_{t-\Delta t} - \{\underline{B}\}$ , nous obtenons le système suivant :

$$[\underline{A}']\{\underline{X}\}_t = \{\underline{B}'\} \quad \text{[III.61]}$$

qui correspond à l'équation à résoudre à chaque pas de temps, sachant que  $\{\underline{B}'\}$  varie uniquement dans le temps et que  $[\underline{A}']$  varie dans le temps et en fonction de  $\{\underline{X}\}_t$  dans le cas d'un système non linéaire (ex : la saturation qui imposerait des coefficients de matrice variables). Ce système d'équations linéaires ou non peut être résolu, à chaque pas de temps, par la méthode de substitution qui est la plus simple à mettre en oeuvre, mais qui a l'inconvénient d'être d'ordre 1. Cette méthode consiste à générer une suite de valeurs approchées  $\{\underline{X}\}_t^n$  ( $n$  étant le nombre

d'itérations) qui tend vers une solution exacte. Soit  $\{\underline{X}\}_t^{n-1}$ , une valeur approchée à l'itération n-1,

$\{\underline{X}\}_t^n$  est calculée de la façon suivante :

soit le résidu à l'itération n-1 :  $\{\underline{R}\}^{n-1} = \{\underline{B}\} - [\underline{A}]^{n-1} \{\underline{X}\}_t^{n-1}$ , si  $\{\underline{R}\}^{n-1} \neq \{0\}$  alors on cherche :

$\{\Delta \underline{X}\}_t^n = \{\underline{X}\}_t^n - \{\underline{X}\}_t^{n-1}$  solution de  $[\underline{A}]^{n-1} \{\Delta \underline{X}\}_t^{n-1} = \{\underline{R}\}^{n-1}$  et on pose :

$$\{\underline{X}\}_t^n = \{\underline{X}\}_t^{n-1} + \{\Delta \underline{X}\}_t^n \quad [\text{III.62}]$$

Cette méthode est convergente si elle est correctement initialisée et si le processus mis en équation est physique. L'initialisation sera faite par la solution trouvée au pas de temps précédent, qui doit être proche de la solution au pas de temps courant si  $\Delta t$  est petit. Ce programme de résolution est fondé sur l'organigramme présenté à la figure 3.5.

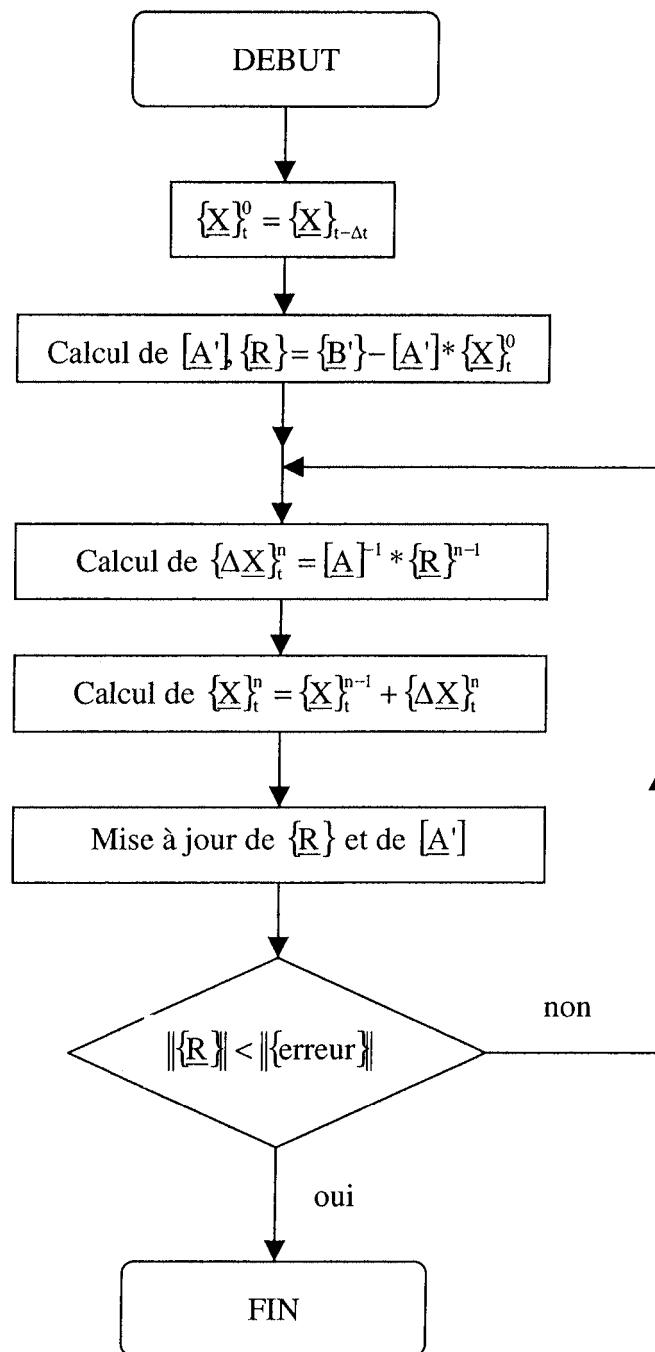


Figure 3.5 : Organigramme de l'algorithme

Ce programme de résolution de l'équation a été développé sous l'environnement Matlab et permet d'obtenir de très bons résultats.

### **III.2) Résolution de l'équation mécanique**

Connaissant les courants à  $t_n+1$ , il est possible de déterminer le couple électromagnétique développé par la machine à cet instant conformément à [III.50] ou [III.51]. Si l'expression de  $\Gamma$  a fonction de  $\omega'$  est connue, il suffit de résoudre l'équation différentielle [III.49] pour obtenir la loi d'évolution de la vitesse sur l'intervalle  $[t_n, t_n+1]$ .

### **IV) VITESSE CRITIQUE D'AUTOAMORCAGE**

Pour nous assurer de la validité de l'approche théorique qui permet de déterminer la vitesse critique d'auto-amorçage, nous avons procédé à des expérimentations, à la définition de ces vitesses en utilisant la relation [III.10] et à des études numériques en utilisant la méthode précédemment développée. La machine asynchrone testée est celle présentée dans le paragraphe V du chapitre 2 et les différents résultats obtenus, pour différents couples RC, sont regroupés dans le tableau 3.1.

- Etude expérimentale.

Dans ce cas, la MDC entraîne le GAS. Partant d'une vitesse nulle, on augmente lentement cette dernière de façon à pouvoir noter avec suffisamment de précision la vitesse  $N_c$  qui conduit à la phase d'autoamorçage. On en déduit ensuite, compte tenu des caractéristiques de la machine, la valeur de  $\omega'_c$  :  $\omega'_c = \pi p N_c / 30$ .

- Etude analytique.

On utilise tout simplement la relation [III.10] pour déterminer la valeur de  $\omega'_c$ . Pour analyser l'influence de la résistance et de l'inductance de fuites statoriques sur cette quantité, nous avons



également exploité les relations [III.11] et [III.12]. La valeur de  $L\mu$  est celle définie en l'absence de saturation.

- Etude numérique.

On utilise la relation [III.48] en imposant une montée en vitesse linéaire relativement lente. Il est par conséquent inutile de prendre en compte l'équation mécanique du système. En observant, par exemple, l'évolution de  $\underline{v}^{is}$ , il est possible d'apprécier la valeur de  $N_c$  et donc celle de  $\omega'_c$ .

C( $\mu$ F)	R( $\Omega$ )	$\omega'_c$ (rd/s)	$\omega'_c$ (rd/s) Etude analytique			$\omega'_c$ (rd/s) numérique
		Expérimentation	[III.10]	[III.11]	[III.12]	
30.1	366	299.3	287.9	286.8	296.2	291.7
30.1	239	307.2	283.7	281.9	291.5	300.1
30.1	144.5	325.9	269.7	266.7	276.7	320.0
33.7	366	282.9	272.4	271.4	280.3	275.8
33.7	239	290.1	268.9	267.3	276.3	283.2
33.7	144.5	306.8	257.4	254.5	263.9	300.9

Tableau 3.1 Valeur critique d'amorçage

Il apparaît que la formulation globale, avec résolution numérique, conduit à des résultats très proches de l'expérimentation. L'expression analytique [III.10] donne des résultats qui semblent également corrects, cependant l'écart avec l'expérimentation croît lorsque R diminue. Le

fait de négliger la résistance statorique et/ou l'inductance de fuite statorique influence peu la pulsation critique d'auto-amorçage.

Précisons que l'accélération durant cette phase joue un rôle non négligeable quand aux phénomènes induits au rotor. Si ces derniers sont comptabilisés avec l'approche numérique, ils ne sont pas pris en compte avec la méthode analytique de sorte que l'étude est réalisée avec une montée en vitesse suffisamment lente. Précisons que dans la réalité, l'inertie du système mécanique va limiter l'accélération du dispositif.

Nous allons, dans les deux paragraphes qui suivent, analyser toute la phase transitoire en supposant, tout d'abord, le GAS entraîné par une MDC, puis le système de pales d'une éolienne. L'étude sera entièrement numérique et les résultats en régime établi (à la fin de la phase transitoire) permettront, par comparaison avec les résultats obtenus dans la seconde partie, d'apprécier l'exactitude de la procédure.

## **V) AUTO-AMORCAGE DANS LE CAS D'UN GAS ENTRAINEE PAR UNE MDC**

Comme il est apparu dans les parties précédentes, la valeur de la tension statorique dépend du couple mécanique appliqué sur l'arbre rotorique de la machine asynchrone. De manière à réaliser une étude complète, il est nécessaire de prendre en compte les équations du système qui entraîne le GAS, en l'occurrence dans ce cas la MDC. Pour réaliser ces simulations, nous avons opté pour l'utilisation de l'outil de calcul et de modélisation "MATLAB-SIMULINK", où les différentes équations électriques et mécaniques des deux machines peuvent être traitées simultanément et simplement.

La MDC est celle présentée dans la précédente partie de sorte que les paramètres qui la caractérisent sont aussi ceux précédemment définis. Dans la mesure où cette MDC est supposée parfaitement compensée, l'inductance de l'induit peut être négligée. La machine peut alors être modélisée, durant les transitoires, par les deux équations suivantes :

$$u_{DC} = r_{DC}i_{DC} + K_{DC}\omega' \quad [II.63]$$

$$\Gamma_{DC} = K_{DC}i_{DC} \quad [II.64]$$

avec  $K_{DC}$ , la constante de la machine définie à partir des grandeurs nominales :

$$K_{DC}=1.1955V/rd/s.$$

Le couple appliqué sur l'arbre de la machine asynchrone est alors donné par :

$$\Gamma_a = \Gamma_{DC} - \Gamma_{pDC} \quad [II.65]$$

Le moment d'inertie de l'ensemble mécanique ramené sur l'arbre rotorique est égal à 0.5kgm<sup>2</sup>. La figure 3.6 représente le schéma bloc global de l'ensemble MAS et MDC.

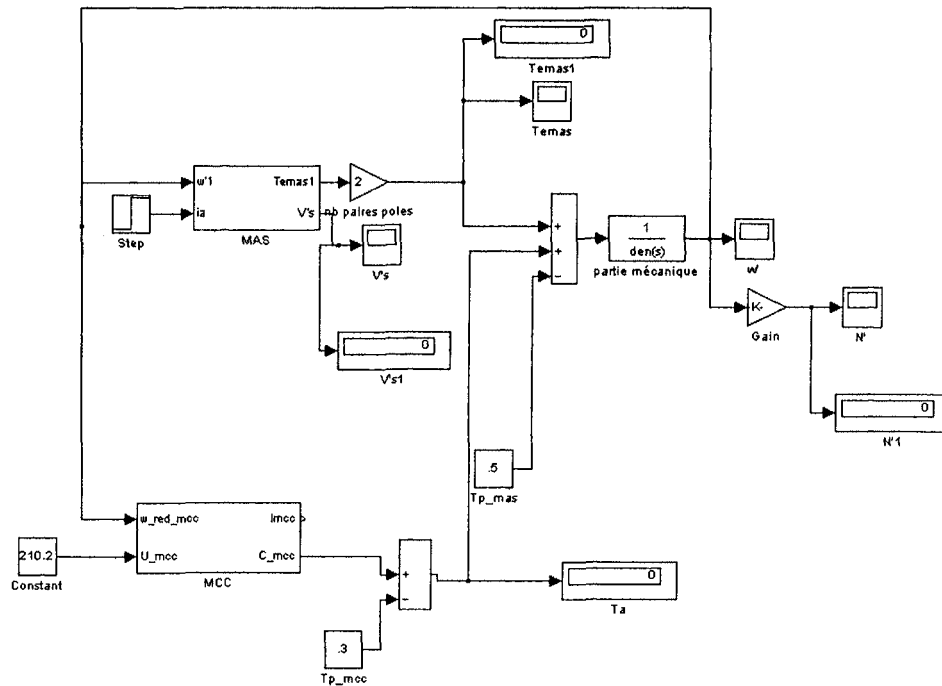
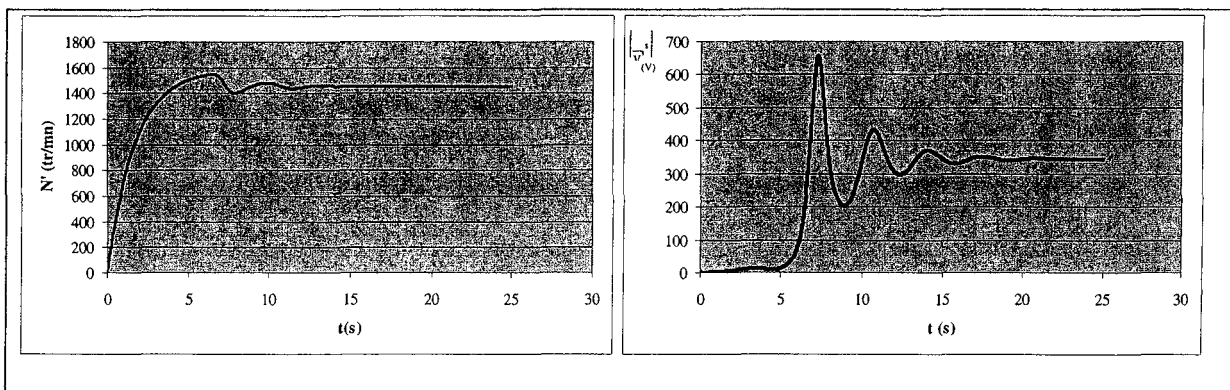
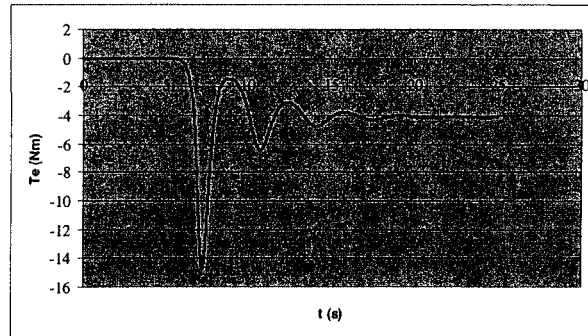
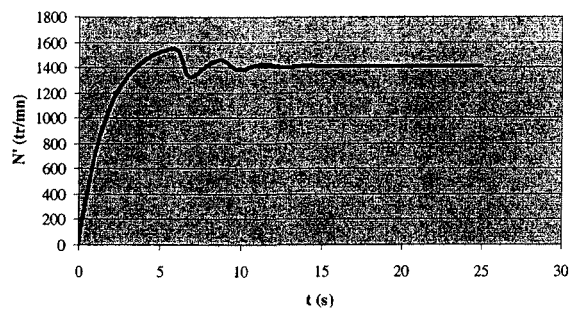
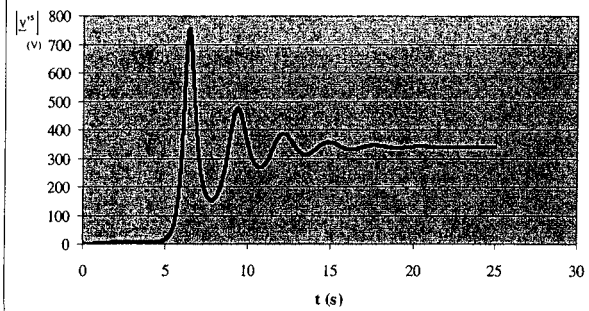
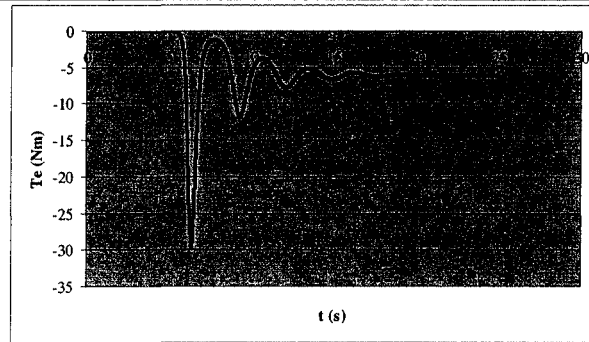


Figure 3.6 : Schéma bloc global

Les figures 3.7a à 3.7c représentent respectivement les évolutions temporelles de la vitesse  $N'(t)$  de rotation du rotor, du module du vecteur espace tension statorique  $|\underline{v}^s|(t) = |\underline{v}'^s|(t)$  et du couple électromagnétique  $\Gamma_e(t)$  pour  $R=366\Omega$  et  $C=30.1 \mu F$ . Les figures 3.8a à 3.8c représentent les évolutions de ces mêmes variables pour  $R=239\Omega$  et  $C=33.7 \mu F$



(a)  $N'(t)$ (b)  $\left| \frac{v^s}{v} \right|(t)$ (c)  $\Gamma_e(t)$ Figure 3.7 : Evolution temporelle  $R=366\Omega$  et  $C=30.1\mu F$ (a)  $N'(t)$ (b)  $\left| \frac{v^s}{v} \right|(t)$



c :  $\Gamma_e(t)$

Figure 3.8 : Evolution temporelle  $R=239\Omega$  et  $C=33.7\mu F$

On constate que les points de fonctionnement en régime établi sont proches de ceux définis dans le chapitre II pour les mêmes valeurs de  $R$  et de  $C$ .

## **VI) AUTO-AMORCAGE DANS LE CAS D'UN GAS EQUIPANT UNE EOLIENNE**

Ce chapitre est essentiellement axé sur l'étude et l'analyse de l'auto-amorçage des machines asynchrones équipant des éoliennes fonctionnant en mode autonome. Aussi nous consacrons la dernière partie de ce mémoire à ce type de fonctionnement.

L'ensemble machine asynchrone et partie mécanique de l'éolienne diffère de l'étude du cas précédent par la génération du couple appliqué sur l'arbre de la MAS.

Pour la mise en oeuvre de la simulation, la partie mécanique de l'éolienne choisie est à pas fixe et elle est équipée d'un multiplicateur de vitesse. Les pales ont un rayon ( $R_p$ ) de 1.6 mètres et leur vitesse de rotation nominale est de 1011 tr/mn. Le couple généré par les pales ( $\Gamma_{El}$ ) se déduit de [II.2] et est donné par :

$$\Gamma_{El} = \frac{P_{el}}{\Omega_p} = K_{El} R_p v^2 \quad [III.67]$$

avec :

$$- K_{El} = \frac{1}{2} \rho S C_p$$

-  $\rho$  : densité volumique de l'air ( $\rho=1.225\text{kg/m}^3$ )

-  $S$  : surface balayée par la rotation des pales ou surface du disque éolien ( $\text{m}^2$ )

-  $v$  : vitesse du vent ( $\text{m/s}$ )

Le coefficient de puissance ( $C_p$ ) est lié au coefficient de couple ( $C_\Gamma$ ) par la relation :

$$C_\Gamma = C_p / R_a \quad [III.68]$$

Le coefficient de puissance et celui de couple sont variables et dépendent du coefficient de vitesse spécifique ( $R_a$ ) des pales. La courbe du coefficient de couple en fonction de coefficient de la vitesse spécifique est donnée à la figure 3.9.

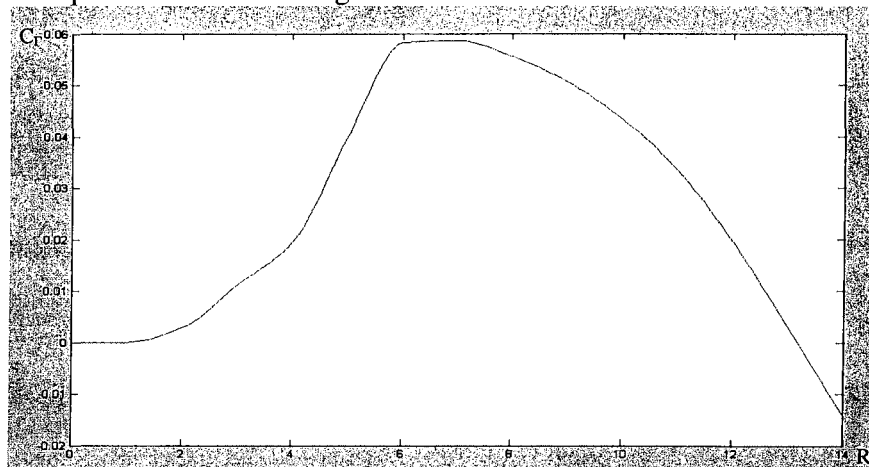


Figure 3.9 : Courbe  $C_\Gamma$  en fonction de  $R_a$

Dans le souci d'adapter la vitesse des pales à celle du rotor de la MAS, il est nécessaire d'utiliser un multiplicateur dont le rapport  $r_{red}$  est défini par :  $r_{red} = \omega' / \Omega_{pales} = 1.543$  (avec  $\Omega_{pales}$  : vitesse de rotation des pales en  $\text{rd/s}$ ). Le rendement  $\eta_{red}$  est considéré comme constant et égal à 80%. Le couple exercé sur l'arbre de la MAS peut alors s'exprimer par :





Les figures 3.11a à 3.11d représentent respectivement les évolutions temporelles du vent, de la vitesse de rotation de la MAS, de son couple électromagnétique et du module du vecteur espace de la tension statorique  $V^s$  pour  $R=366\Omega$  et  $C=30.1\mu F$ .

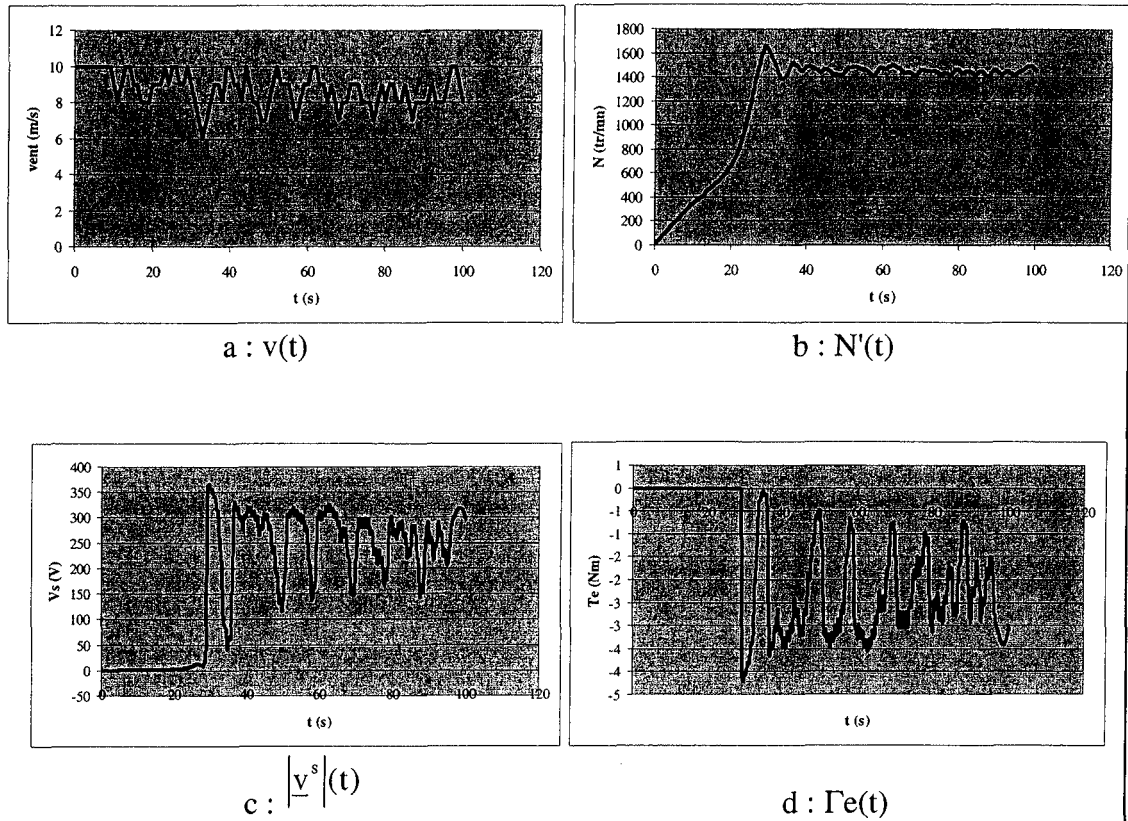


Figure 3.11 : Evolution temporelle  $R=366\Omega$  et  $C=30.1\mu F$

Nous pouvons constater que le couple électromagnétique de la MAS et la valeur du vecteur espace de la tension statorique fluctuent en fonction de la vitesse du vent durant la phase de fonctionnement après amorçage. Dans le souci de stabiliser la tension statorique entre deux valeurs, un système de contrôle actif ou de régulation de la puissance réactive fournie à la MAS semble nécessaire. Ce dernier peut simplement assurer la connexion ou la déconnexion de capacités supplémentaires nécessaires au bon fonctionnement de l'ensemble en fonction des niveaux de tension statorique. Cette régulation de tension, par action sur  $C$ , peut facilement être

implantée au niveau de la simulation dans le schéma bloc de la figure 3.10, mais elle ne fait pas partie de l'étude dans ce mémoire.

## CONCLUSION

Cette étude, scindée en trois parties, nous a permis de nous familiariser avec les aspects électriques des générateurs qui équipent les éoliennes, notamment dans le cas de l'utilisation de la machine à induction qui fonctionne dans le cadre de l'îlotage.

La première partie, consacrée à l'étude physique des machines, comporte des développements somme toute traditionnels, mais qu'il nous a semblé nécessaire de repreciser pour bien nous imprégner des démarches utilisées. Le parallèle qui a été dressé entre machine synchrone et machine asynchrone nous a permis de définir un autre schéma équivalent qui caractérise le fonctionnement de la génératrice hypersynchrone.

Le deuxième chapitre est axé sur l'exploitation des différents schémas équivalents. Les grandeurs prédéterminées sont comparées à celles déduites de l'expérimentation. La supériorité de l'utilisation du schéma proposé, aussi bien d'un point de vue exploitation que précision des résultats, est clairement mise en évidence. Nous pensons que c'est à ce niveau que se situe principalement notre contribution.

Le dernier chapitre est dédié à l'étude des phases transitoires et notamment celle de l'auto-amorçage. Nous avons présenté une procédure analytique simple, basée sur l'exploitation du

schéma monophasé équivalent proposé, qui permet de déterminer les vitesses critiques d'auto-amorçage. Les résultats ainsi obtenus sont validés par l'expérimentation mais également par une résolution numérique du problème. Concernant ce dernier point, nous avons utilisé les relations déduites de la transformation à un axe en les exploitant avec l'outil MATLAB-SIMULINK.

Cette étude constitue, à notre avis, un point de départ à des développements qui peuvent être nombreux comme par exemple le contrôle de l'auto-amorçage ou la régulation de tension. Nous espérons également que ces développements seront utiles à ceux qui sont confrontés, notamment dans le groupe éolien, aux problèmes de la mise en œuvre de générateurs asynchrones au niveau d'éoliennes destinées à fonctionner dans le cadre de l'îlotage.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] J. Hadlik, "Energétique éolienne" Masson , 1984, ISBN : 2-225-80157-6.

[2] P. Gipe, "Wind power for home and business : renewable energy for the 1990s and beyond", Chelsea Green, 1993, ISBN : 0-930031-64-4.

[3] H. Roisse, J.F. Brudny, "L'éolien en France", JER 2001, Marc en Baroeul, 4 décembre 2001.

[4] "Guide de l'énergie éolienne – Les aérogénérateurs au service du développement durable", Collection Etudes et filières, ISBN : 2-89481-004-0.

[5] B. Chabot, "Fair and efficient tariffs for wind energy : principles, method, proposal, data and potential consequences in France", 2001 European wind energy conference, Copenhagen - Danemark , 2-6 july 2001.

[6] B. Chabot, B. Saulnier, "Fair and efficient rates for scale development of wind power : the french solution", CanWEA 2001 – Seminar and conference "Arcjeving 10\*10", Ottawa, 29-31 october 2001 .

[7] G. Séguier, F.Notelet. "Electrotechnique Industrielle". Technique & Documentation, Lavoisier, 2<sup>ème</sup> édition, 1994, ISBN : 2-85206-979-2.

[8] Denis O'Kelly. "Performance and control of electrical machines". McGraw-Hill Book Company, 1991, ISBN : 0-07-707238-3.

[9] S.J. Chapman, "Electric machinery fundamentals", Mac Graw Hill, 3<sup>ème</sup> édition, 1999, ISBN : 0-07-011950-3.

[10] J.L. Dalmaso, "Cours d'électrotechnique – 1. Machines tournantes à courant alternatifs", Librairie Belin, 1985, ISBN : 2-1011-0858-8 .

[11] A. Tounzi. "Utilisation de l'énergie éolienne dans la production d'électricité", Revue 3EI, N°20.

[12] J. Chatelain. "Machines Electriques". Traité d'Electricité, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Editions GEORGI, 1983, ISBN : 2-604.

[13] J. Lessenne, F. Notelet, G. Segulier. "Introduction à l'électrotechnique approfondie". Technique et Documentation, 1981, ISBN : 2-85206-089-2.

[14] Alger P. L. "Induction machines, their behavior and uses". Gordon and Breach Sciences Publishers, second edition, 1970, ISBN : 64-18799.

[15] De Pistoye. "Calcul des machines électriques". Société Française des Electriciens, Ecole supérieure d'électricité, 1928-1929.

[16] A. Ivanov Smolenski. "Machines electriques". Technique Soviétique, Edition de Moscou, traduit du Russe, Editions Mir, 1983.

[17] R.H. Park. "Two reaction theory of synchronous machines, generalized method of analysis, part I". AIEE Transactions, 1929, Vol. 48, pp. 716-730.

[18] P. VAS. " Vector Control of AC Machines". Oxford Science Publications, 1990, ISBN : 0-1119-859370-8.

[19] (2) J. F. Brudny, D. Roger. "Vecteur complexe, transformation à un axe". Revue 3EI, Société des Electriciens et des Electroniciens. N°2, Mars 1995, pp. 10-19.

[20] J. Pichoir. "Machines Electriques". Tome 4 "Machines Synchrones" Masson et Cie édit., Paris 1965.

[21] A. Fouille. "Electrotechnique à l'usage des ingénieurs". Tome 2, "Machines Electriques", Dunod, 1969, 5815-10-1968, Dépôt légal N° 5861.

[22] K.J. Binns, P.J. Lawrenson. "Analysis and computation of electric and magnetic field problems". Pergamon press, Oxford, 1973.

[23] M. Nabili. "Influence de l'effet de résonance de denture sur le comportement de la machine à induction". Thèse Université d'Artois, 1999, N° : 99 ARTO 0204.

[24] Siegfried Heir. "Wind energy conversion system". John Wiley and Sons, 1998, ISBN : 0 471 97143 X.

[25] M.P. Abraham, "La nouvelle technologie de l'éolienne Jeumont 750 kW à attaque directe, sans boîte de vitesse", 1<sup>er</sup> Séminaire francophone Formation-Recherche sur l'énergie éolienne, Béthune, France, 25 et 26 novembre 1999, pp. 111-115.

[26] Notice technique Lagerway LW52/750, Innovent

[27] S. Rajakaruna, R. Bonert. "A technique for steady-state analysis of self-excited induction generator with variable speed". IEEE Transactions and Energy Conversion, Vol. 8, N°. 4, December 1993, pp. 757-761.

[28] A. L. Alolah, M. A. Alkanhal. "Optimisation-based steady state analysis of three phase self-excited induction generator". IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 15, N°. 1, march 2000, pp. 61-65.

[29] J. F. Brudny. "Sur un phénomène de résonance de denture dans les machines asynchrones". European Journal of Physic, JP III, Mai 1997, pp. 1009-1023.

[30] J. F. Brudny, D. Roger. "Induction machine static sensor based on stator current measurement". In Proc. Power Electronics and Variable speed Drives, IEE-PEVD 96,

NOTTINGHAM, Angleterre, Septembre 1996, pp. 322-327.

[31] G. Peset, H. Roisse, V; Autier, J. F. Brudny. "Definition of a new procedure to predict the performances of an isolated wind turbine with self excited induction machine". ICEM 2002, BRUGES, Belgique, Août 02, CD ROM.

[32] R. Romary, J. Ninet and J. F. Brudny. "Procedures to analyse the slotting effect contribution in the total iron losses of induction machine". International Electric Machines and Drives Conference, IEMDC 2001, CAMBRIDGE, Massachusetts Institute of technology, USA, Juin 2001, pp. 280-284, CD ROM.

[33] R.J. Harrington, F.M.M. Bassiouny. "New approach to determine the critical capacitance for self-excited induction generators". IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 13, N°3, september 1998, pp. 244-249.

[34] Li Wang, Ching Huci Lee. "A novel analysis of the performance of an isolated self-excited induction generator". IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 12, september 98, pp. 109-117.

[35] M. Tessier. "Auto-Amorçage d'une génératrice asynchrone triphasée autonome en charge équilibrée ou non". Thèse de doctorat, Lyon 1, 1997.

[36] J.F. Brudny. "Noise and vibrations of electrical rotating machines". Part 1 : "Space phasor used to the the study of electrical rotating machines". Polycopié destiné à la formation du personnel de DELPHI Automotive Systems, US, Mai 2000.

[37] H. Roisse, G. Peset, V. Autier, J.F. Brudny. "Wind turbines equipped with self-excited induction machine in autonomous mode : analytical and numerical starting studies". International Conference on Renewable Energy and Power Quality, ICREPQ'2003, VIGO, Spain, Avril 2003.

[38] R. Bronson, "Equations différentielles – Méthodes et applications", Séries Schaum, 1994, ISBN : 2-7042-1284-8.