

**UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI**

THÈSE PRÉSENTÉE À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI  
COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DU DOCTORAT EN INGÉNIERIE

PAR  
GUY FORTIN

**SIMULATION DE L'ACCRÉTION DE GLACE SUR UN OBSTACLE BIDIMENSIONNEL  
PAR LA MÉTHODE DES BISSECTRICES ET  
PAR LA MODÉLISATION DES RUISSELETS ET DES GOUTTES DE SURFACE**

jeudi, 4 septembre, 2003



### **Mise en garde/Advice**

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

## **RÉSUMÉ**

Le LIMA (Laboratoire International des Matériaux Antigivre) en collaboration avec le CIRA (Italian Aerospace Research Centre) a développé un logiciel simulant l'accrétion de la glace en régimes sec et humide sur un objet bidimensionnel fixe. L'approche utilisée s'appuie sur les travaux de Lozowski pour les bilans énergétiques, sur une étude du comportement du film d'eau, des ruisselets et des gouttes de surface pour le calcul des rugosités et des masses d'eau résiduelle, ainsi que sur une méthode de bissectrice pour l'évolution de la surface de glace. La contribution du CIRA a été de fournir le logiciel pour le calcul des écoulements et de la captation. Le bilan énergétique basé sur la conservation de l'énergie est la sommation de la chaleur latente de fusion, d'évaporation et de sublimation, du réchauffement adiabatique et cinétique, et des pertes de chaleur par convection et conduction, ainsi que de l'évolution thermodynamique de l'eau de son état initial à son état final. La densité de la glace, qui a un impact important sur la simulation, est calculée à partir d'une corrélation empirique développée avec les cylindres tournants. En se basant sur les travaux de Al-Khalil et Hansman, le comportement des gouttes en régimes sec et humide a été décrit analytiquement, ce qui a mené à déterminer la hauteur maximale que peuvent atteindre les gouttes avant mouvement. Cette hauteur, appelée hauteur de mouvement, permet de déterminer l'état de l'eau sur la surface (film, ruisselets ou gouttes), ainsi que la hauteur des rugosités lorsque l'eau existe sous forme de gouttes ou de ruisselets. La hauteur de mouvement est déterminée par l'équilibre entre les forces de cisaillement, induites par les effets aérodynamiques et gravitationnels évalués pour une goutte non déformée, et la force de cisaillement, induite par la tension de surface et la déformation de la goutte. Elle a été validée en laboratoire et la précision

obtenue pour la partie aérodynamique et gravitationnelle est de 80%. L'étude de la vague qui se forme sur le film a permis de déterminer la hauteur des rugosités lorsque l'eau existe sous forme de film. La masse d'eau résiduelle est calculée à partir des modèles analytiques élaborés selon l'état de surface et la hauteur de mouvement. Ces modèles, basés sur la physique du processus de croissance et de solidification pour le film, les ruisselets et les gouttes, interprètent la solidification à l'échelle de l'élément de surface. Le modèle pour la masse d'eau arrachée a été construit à partir d'observations numériques, il considère que toute la masse d'eau ruisselante à la surface de l'intrados est arrachée sous l'effet des forces aérodynamiques et/ou gravitationnelle. Finalement, la masse de glace accumulée est additionnée à la surface en appliquant une méthode mathématique basée sur l'aire délimitée par les bissectrices entre les panneaux. Elle permet de simuler l'évolution de la surface du dépôt en additionnant la masse de glace de façon continue, afin d'obtenir les formes complexes observées expérimentalement. Le modèle d'accrétion est validé avec les profils de glace obtenus expérimentalement en soufflerie par Shin et Bond pour un profil d'aile NACA0012 de 0,5334 m de corde, des gouttelettes d'eau surfondues de 20  $\mu\text{m}$ , une teneur en eau liquide de 1  $\text{g/m}^3$  et une vitesse de 65 m/s. Ces résultats couvrent les deux régimes d'accrétion, sec et humide, dans l'intervalle de température s'échelonnant de  $-4,4^\circ\text{C}$  à  $-28,3^\circ\text{C}$ . La rugosité obtenue par simulation est du même ordre de grandeur que celle calculée avec la corrélation empirique développée par Ruff. Des simulations ont démontré que la variation de l'incrément de temps d'accrétion (en le diminuant de moitié ou en le doublant) et de la longueur maximale des panneaux (1%, 2% et 3% de la corde) ont peu d'impact sur la méthode des bissectrices utilisée pour le calcul de la géométrie et sur la hauteur et la distribution des rugosités. L'ajout des modèles analytiques pour le calcul des hauteurs locales des rugosités, des masses d'eau résiduelles et arrachées, ainsi que du modèle de bissectrice au modèle thermique couramment utilisé pour l'accrétion de glace sur les ailes d'avion a amélioré les résultats. Les profils de glace simulés concordent bien avec ceux mesurés en laboratoire, mais, dans la majorité des cas, le volume de glace est légèrement supérieur à celui mesuré.



## SUMMARY

AMIL (the Anti-icing Material International Laboratory), in collaboration with CIRA (Italian Aerospace Research Centre), developed a software program to simulate ice accretion on a fixed two-dimensional object in dry and wet regimes. The approach used was based on Lozowski's work for the energy balance, on a study of the behaviour of surface beads for the roughness and remaining and runback water mass calculations, as well as a mathematical method based on bisection between surface defining panels for the free surface evolution. The CIRA contribution consisted of supplying the software to calculate the flow and collection. The energy balance, based on the energy conservation, is the summation of the latent heat of fusion, kinematics and adiabatic heating, convection, diffusion, conduction, and radiation heat loss, and of the thermodynamic evolution of water from its initial to final state. The ice density, which has a large impact on the simulation, was calculated from empirical calculations for rotating cylinders. According to the work of Al-Khalil and Hansman, the surface water bead behaviour in dry and wet regimes was described analytically, which led to the determination of the maximum height that the water beads can reach before movement. This height, known as the movement height, allows for the determination of the water state on the surface (film, rivulet, or bead) and the height of the roughness when the water is in the form of beads or rivulets. The movement height represents the equilibrium between the shear force induced by the aerodynamic and gravitational effects evaluated for an undeformed surface bead and the shear force induced by the surface tension and bead surface deformation. It was validated experimentally and the precision obtained for the aerodynamic and gravitational parts is 80%. An examination of the wave that forms on the film allowed for the determination of the

roughness height when the water is in the form of a film. The remaining water mass was calculated from analytical models developed from the surface state and movement height. The models, based on the physics of the growth and solidification processes of the film, rivulets and beads describe the solidification at the surface element scale. The model for the shedding water mass comes from observations, it considers that all the rivulet water mass at the intrados surface is shed under the aerodynamic and/or gravitational forces. Finally, the mass of the accumulated ice was added to the surface by applying a mathematical model based on the section defined by the bisection between the panels. It allows for the simulation of the surface evolution by adding the ice mass in a continuous manner in order to obtain the complex forms observed experimentally.

The accretion model was validated with ice profiles obtained experimentally in a wind tunnel by Shin and Bond for a 0.5334 cord NACA0012 airfoil, with supercooled water droplets of 20  $\mu\text{m}$ , a liquid water content of 1  $\text{g}/\text{m}^3$ , and a wind speed of 65  $\text{m}/\text{s}$ . These results cover both accretion regimes, dry and wet, in a temperature interval of  $-4.4$  to  $-28.3^\circ\text{C}$ .

The roughness calculated analytically is similar to that obtained with the empirical correlation developed by Ruff. Simulations showed that a variation of time step (divided or multiplied by two) and the maximum length of the panels (1, 2 and 3% of the chord) have negligible impact on the bisection method used for the calculation of the geometry and the size and distribution of the roughness. The addition of the analytical model to calculate the local roughness heights, the residual and shedding water masses, as well as the bisection model, to the thermal model currently used for ice accretion on aircraft wings, improved the results. The ice shapes are similar to those obtained experimentally, however, in most cases, volumes are slightly greater than those measured.

## **REMERCIEMENTS**

J'aimerais remercier mon directeur de thèse, le professeur Jean-Louis Laforte, pour m'avoir donné l'opportunité de travailler sur ce sujet de recherche et pour ses judicieux conseils, et monsieur Patrick Louchez pour sa contribution et ses idées, ainsi que messieurs Giuseppe Mingione et Vincenzo Brandi du Centro Italiano Ricerche Aerospaziali, en Italie, pour m'avoir donné accès à leur logiciel de calcul d'écoulement, de trajectoire et de captation, sans quoi ce travail n'aurait pu être possible. Je remercie monsieur Eugene Hill de la FAA qui a toujours pris le temps de répondre à mes questions et m'a permis de profiter de sa vaste expérience et monsieur François Morency, pour ses judicieux conseils en aérodynamique. J'aimerais remercier spécialement mon co-directeur de thèse, le professeur Adrian Ilinca, pour ses remarques pertinentes, ses conseils et d'avoir accepté de remplacer mon ancien co-directeur monsieur Patrick Louchez car sans sa participation, ce travail n'aurait pu être terminé. Je ne voudrais surtout pas oublier mon épouse, Arlene Beisswenger, qui m'a soutenu tout au long de ces cinq années.

## TABLES DES MATIÈRES

<b>RÉSUMÉ .....</b>	<b>II</b>
<b>SUMMARY.....</b>	<b>IV</b>
<b>REMERCIEMENTS .....</b>	<b>VI</b>
<b>TABLES DES MATIÈRES .....</b>	<b>VII</b>
<b>LISTE DES FIGURES .....</b>	<b>XVII</b>
<b>LISTES DES TABLEAUX .....</b>	<b>XXIV</b>
<b>NOMENCLATURE .....</b>	<b>XXVI</b>
<b>CHAPITRE 1 INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
1.1 <b>ÉTAT DES CONNAISSANCES .....</b>	<b>1</b>
1.1.1 <i>Le givrage des avions en vol.....</i>	<i>1</i>
1.1.2 <i>Description générale du processus .....</i>	<i>4</i>
1.1.3 <i>Revue de la littérature sur l'accrétion de glace en vol .....</i>	<i>4</i>
1.1.4 <i>Problématique.....</i>	<i>10</i>
1.2 <b>OBJECTIFS .....</b>	<b>13</b>
1.2.1 <i>Objectif principal.....</i>	<i>13</i>
1.2.2 <i>Objectifs spécifiques .....</i>	<i>13</i>

1.3	MÉTHODOLOGIE.....	14
1.3.1	<i>Définition des conditions de calcul.....</i>	14
1.3.2	<i>Méthodologie générale.....</i>	15
1.3.3	<i>Modélisation de l'accrétion.....</i>	15
1.4	PLAN DU TRAVAIL.....	17
<b>CHAPITRE 2 DESCRIPTION GÉNÉRALE DU PROCESSUS D'ACCRÉTION.....</b>		<b>19</b>
2.1	CAPTATION DES GOUTTELETTES DE PRÉCIPITATION .....	19
2.2	TYPES ET FORMES DE L'ACCRÉTION DE GLACE.....	20
2.3	RÉGIMES THERMODYNAMIQUES D'ACCRÉTION .....	21
2.3.1	<i>Définitions .....</i>	21
2.3.2	<i>Régime sec .....</i>	22
2.3.3	<i>Régime humide.....</i>	22
2.3.4	<i>Régime liquide.....</i>	23
2.4	POINT DE STAGNATION.....	23
2.5	BILANS DE SURFACE.....	24
2.5.1	<i>Température et fraction solide.....</i>	24
2.5.2	<i>Masses .....</i>	25
2.5.3	<i>Chaleurs.....</i>	25
2.5.4	<i>Progression du calcul.....</i>	27
2.6	DYNAMIQUE DU MOUVEMENT DE SURFACE.....	27
2.6.1	<i>Dynamique des gouttes de surface.....</i>	27
2.6.2	<i>Dynamique des ruisselets de surface.....</i>	29
2.6.3	<i>Dynamique du film.....</i>	29
2.7	PROPRIÉTÉS PHYSIQUES ET THERMIQUES.....	30
2.8	GÉOMÉTRIE.....	31
<b>CHAPITRE 3 CALCUL DES BILANS DE SURFACE .....</b>		<b>33</b>

3.1	CONSERVATION DE LA MASSE .....	33
3.1.1	<i>Volume de contrôle</i> .....	33
3.1.2	<i>Conservation de la masse sur un volume de contrôle</i> .....	33
3.1.3	<i>Calcul de la masse d'eau entrante</i> .....	34
3.1.4	<i>Calcul de la masse d'eau sortante</i> .....	34
3.1.5	<i>Masse de glace arrachée</i> .....	39
3.1.6	<i>Masse d'eau liquide résiduelle</i> .....	39
3.1.7	<i>Masse de glace résiduelle</i> .....	40
3.2	CONSERVATION DE L'ÉNERGIE .....	40
3.2.1	<i>Volume de contrôle</i> .....	40
3.2.2	<i>Conservation de l'énergie sur un volume de contrôle</i> .....	40
3.2.3	<i>Chaleur de solidification</i> .....	40
3.2.4	<i>Chaleur sensible</i> .....	41
3.2.5	<i>Chaleur de sublimation et d'évaporation</i> .....	42
3.2.6	<i>Chaleur de convection</i> .....	42
3.2.7	<i>Chaleur adiabatique</i> .....	46
3.2.8	<i>Chaleur cinétique</i> .....	46
3.2.9	<i>Chaleur de conduction</i> .....	47
3.2.10	<i>Chaleur de radiation</i> .....	48
3.3	FRACTION SOLIDE .....	49
3.4	TEMPÉRATURES .....	49
3.4.1	<i>Température de surface</i> .....	49
3.4.2	<i>Température de surface sèche</i> .....	50
3.4.3	<i>Température à la frontière de la couche limite</i> .....	50
3.4.4	<i>Température statique</i> .....	51
3.4.5	<i>Température de recouvrement</i> .....	51

3.4.6	<i>Température de l'eau liquide d'écoulement entrant</i> .....	51
3.4.7	<i>Température de l'eau liquide restante</i> .....	52
3.5	AIRE DE GLACE .....	52
3.6	DENSITÉ DE LA GLACE.....	52
3.7	INCRÉMENT DE TEMPS.....	53
<b>CHAPITRE 4 MODÉLISATION DE LA DYNAMIQUE DE L'EAU À LA SURFACE .....</b>		<b>54</b>
4.1	MODÈLE DES GOUTTES .....	55
4.1.1	<i>Croissance</i> .....	55
4.1.2	<i>Géométrie des gouttes</i> .....	59
4.1.3	<i>Rugosité de surface</i> .....	61
4.1.4	<i>Masse d'eau liquide résiduelle</i> .....	61
4.2	MODÈLE DU FILM .....	64
4.2.1	<i>Hauteur du film</i> .....	65
4.2.2	<i>Géométrie du film</i> .....	67
4.2.3	<i>Rugosité de la surface</i> .....	67
4.2.4	<i>Masse d'eau liquide résiduelle</i> .....	68
4.3	MODÈLE DES RUISSELETS.....	68
4.3.1	<i>Hauteur des ruisselets</i> .....	69
4.3.2	<i>Géométrie des ruisselets</i> .....	69
4.3.3	<i>Rugosité de la surface</i> .....	70
4.3.4	<i>Masse d'eau liquide résiduelle</i> .....	70
<b>CHAPITRE 5 MODÉLISATION DE LA DYNAMIQUE DES GOUTTES DE SURFACE.....</b>		<b>71</b>
5.1	DESCRIPTION GÉNÉRALE .....	71
5.2	FORCES AGISSANT SUR UNE GOUTTE .....	73
5.2.1	<i>Force de rigidité</i> .....	73

5.2.2	<i>Force gravitationnelle</i> .....	75
5.2.3	<i>Force aérodynamique</i> .....	75
5.3	HAUTEUR DE MOUVEMENT .....	78
5.3.1	<i>Écoulement gravitationnel</i> .....	79
5.3.2	<i>Écoulement aérodynamique</i> .....	80
5.3.3	<i>Écoulement mixte</i> .....	82
<b>CHAPITRE 6 MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE DE L'ACCRÉTION DE LA GLACE</b> .....		<b>84</b>
6.1	BISSECTRICE .....	85
6.2	NOUVEAUX PANNEAUX .....	86
6.2.1	<i>Panneaux quelconques</i> .....	86
6.2.2	<i>Panneau stationnaire</i> .....	87
6.2.3	<i>Panneaux d'angles obtus</i> .....	89
6.3	AJUSTEMENT DES PANNEAUX .....	90
6.3.1	<i>Panneau stationnaire</i> .....	91
6.3.2	<i>Autres panneaux</i> .....	91
6.4	CONTRÔLE DE LA CROISSANCE DES PANNEAUX .....	91
<b>CHAPITRE 7 ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA DYNAMIQUE DES GOUTTES DE SURFACE</b> .....		<b>92</b>
7.1	EXPÉRIENCES .....	92
7.1.1	<i>Mesure de l'angle de contact</i> .....	92
7.1.2	<i>Mesure de l'hystérésis</i> .....	95
7.1.3	<i>Mesure de la vitesse du vent</i> .....	98
7.2	VALIDATION DE LA HAUTEUR DE MOUVEMENT .....	100
7.2.1	<i>Angle de contact et hystérésis maximum</i> .....	100
7.2.2	<i>Force gravitationnelle</i> .....	101
7.2.3	<i>Force aérodynamique</i> .....	102



7.3	CONCLUSIONS .....	105
<b>CHAPITRE 8 SIMULATIONS NUMÉRIQUES - RÉSULTATS.....</b>		<b>106</b>
8.1	CAS ÉTUDIÉS .....	106
8.2	SIMULATIONS NUMÉRIQUES .....	107
8.2.1	<i>Température de surface et fraction solide .....</i>	<i>108</i>
8.2.2	<i>Densité de la glace.....</i>	<i>110</i>
8.2.3	<i>Masses d'eau liquide .....</i>	<i>111</i>
8.2.4	<i>Rugosité de surface.....</i>	<i>112</i>
8.2.5	<i>Coefficient de transfert de chaleur par convection.....</i>	<i>115</i>
8.2.6	<i>Masse d'eau totale.....</i>	<i>116</i>
8.2.7	<i>Énergie totale.....</i>	<i>118</i>
8.2.8	<i>Profils de glace .....</i>	<i>120</i>
8.2.9	<i>Évolution dans le temps .....</i>	<i>123</i>
8.3	ÉTUDES DE SENSIBILITÉ.....	124
8.3.1	<i>Longueur des panneaux.....</i>	<i>124</i>
8.3.2	<i>Incrément de temps .....</i>	<i>125</i>
8.3.3	<i>Modèle analytique d'écoulement .....</i>	<i>126</i>
8.4	ANALYSES.....	127
8.4.1	<i>Modèle thermodynamique.....</i>	<i>127</i>
8.4.2	<i>Modèles de rugosité.....</i>	<i>128</i>
8.4.3	<i>Modèles massiques .....</i>	<i>129</i>
8.4.4	<i>Modèle des bissectrices .....</i>	<i>129</i>
<b>CHAPITRE 9 CONCLUSIONS .....</b>		<b>130</b>
<b>CHAPITRE 10 RECOMMANDATIONS .....</b>		<b>132</b>
<b>ANNEXE A COMPLÉMENT AUX BILANS DE SURFACE .....</b>		<b>134</b>

A.1	COEFFICIENT DE TRANSFERT DE MASSE PAR DIFFUSION .....	134
A.2	CHALEUR DE RADIATION .....	135
A.3	ÉTUDE DES TERMES DE CHALEUR .....	137
<b>ANNEXE B COMPLÉMENT À LA DYNAMIQUE DE L'EAU À LA SURFACE.....</b>		<b>144</b>
B.1	HAUTEUR MINIMALE DU FILM D'EAU .....	144
B.2	FORCE DE RIGIDITÉ.....	145
B.2.1	<i>Composante de la force de rigidité parallèle au panneau.....</i>	<i>145</i>
B.2.2	<i>Composante de la force de rigidité perpendiculaire au panneau.....</i>	<i>146</i>
<b>ANNEXE C PROPRIÉTÉS PHYSIQUES ET THERMIQUES .....</b>		<b>148</b>
C.1	CONSTANTES ET PROPRIÉTÉS INDÉPENDANTES DE LA TEMPÉRATURE.....	148
C.2	PROPRIÉTÉS PHYSIQUES ET THERMIQUES MESURÉES .....	148
C.3	PROPRIÉTÉS PHYSIQUES ET THERMIQUES CALCULÉES .....	149
C.4	HUMIDITÉ DE L'AIR .....	150
C.5	CONTRAINTES DE CISAILLEMENT À LA PAROI AU POINT DE STAGNATION .....	151
C.6	CONDITIONS ATMOSPHÉRIQUES AU NIVEAU DE LA MER.....	152
C.7	CORRÉLATIONS EMPIRIQUES ET ANALOGIES.....	152
C.7.1	<i>Coefficient de frottement pour une plaque plane.....</i>	<i>152</i>
C.7.2	<i>Coefficient de traînée pour une sphère.....</i>	<i>153</i>
C.7.3	<i>Corrélation de Colburn .....</i>	<i>154</i>
C.7.4	<i>Analogie de Reynolds .....</i>	<i>154</i>
C.7.5	<i>Collection locale sur un objet.....</i>	<i>155</i>
C.8	AIR.....	156
C.8.1	<i>Densité.....</i>	<i>156</i>
C.8.2	<i>Chaleur spécifique.....</i>	<i>156</i>
C.8.3	<i>Conductivité thermique.....</i>	<i>157</i>

C.8.4	<i>Viscosité dynamique</i> .....	158
C.8.5	<i>Facteur d'émission</i> .....	160
C.9	VAPEUR D'EAU .....	161
C.9.1	<i>Densité</i> .....	161
C.9.2	<i>Chaleur spécifique</i> .....	161
C.9.3	<i>Conductivité thermique</i> .....	162
C.9.4	<i>Viscosité dynamique</i> .....	163
C.9.5	<i>Coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air</i> .....	163
C.9.6	<i>Pression de vapeur saturée</i> .....	164
C.9.7	<i>Point de rosée</i> .....	166
C.10	EAU .....	166
C.10.1	<i>Densité</i> .....	166
C.10.2	<i>Chaleur spécifique</i> .....	167
C.10.3	<i>Conductivité thermique</i> .....	168
C.10.4	<i>Viscosité dynamique</i> .....	169
C.10.5	<i>Tension de surface</i> .....	170
C.10.6	<i>Angle de contact</i> .....	171
C.10.7	<i>Hystérésis</i> .....	172
C.10.8	<i>Facteur d'émission</i> .....	172
C.10.9	<i>Coefficient d'émissivité totale</i> .....	173
C.10.10	<i>Chaleur latente de vaporisation</i> .....	174
C.10.11	<i>Chaleur latente de solidification</i> .....	175
C.10.12	<i>Fraction mouillée</i> .....	176
C.11	GLACE .....	176
C.11.1	<i>Densité</i> .....	176
C.11.2	<i>Chaleur spécifique</i> .....	179

<i>C.11.3</i>	<i>Conductivité thermique.....</i>	<i>180</i>
<i>C.11.4</i>	<i>Facteur d'émission.....</i>	<i>181</i>
<i>C.11.5</i>	<i>Coefficient d'émissivité totale.....</i>	<i>181</i>
<i>C.11.6</i>	<i>Chaleur latente de sublimation.....</i>	<i>182</i>
<i>C.11.7</i>	<i>Vitesse du front de solidification.....</i>	<i>182</i>

## **ANNEXE D COMPLÉMENT À LA MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE DE L'ACCRÉTION ..... 184**

<b>D.1</b>	<b>PANNEAUX D'ANGLES OBTUS.....</b>	<b>184</b>
<i>D.1.1</i>	<i>Surface géométrique suffisante.....</i>	<i>184</i>
<i>D.1.2</i>	<i>Surface géométrique insuffisante.....</i>	<i>186</i>
<i>D.1.3</i>	<i>Angle entre deux panneaux.....</i>	<i>187</i>
<i>D.1.4</i>	<i>Condition d'utilisation.....</i>	<i>188</i>
<b>D.2</b>	<b>PANNEAU STATIONNAIRE .....</b>	<b>188</b>
<i>D.2.1</i>	<i>Panneau inférieur.....</i>	<i>188</i>
<i>D.2.2</i>	<i>Panneau supérieur.....</i>	<i>189</i>
<i>D.2.3</i>	<i>Panneaux inférieur et supérieur .....</i>	<i>190</i>
<b>D.3</b>	<b>AUTRES PANNEAUX.....</b>	<b>192</b>
<i>D.3.1</i>	<i>Aire de glace nulle pour le panneau adjacent .....</i>	<i>193</i>
<i>D.3.2</i>	<i>Droite de section.....</i>	<i>194</i>
<i>D.3.3</i>	<i>Modification de la bissectrice.....</i>	<i>195</i>
<i>D.3.4</i>	<i>Correction de la modification de la bissectrice avec solution infinie.....</i>	<i>196</i>
<i>D.3.5</i>	<i>Aire de glace nulle pour le panneau en aval .....</i>	<i>197</i>
<i>D.3.6</i>	<i>Aire de glace suffisante pour le panneau en aval .....</i>	<i>198</i>
<i>D.3.7</i>	<i>Correction de la forme inacceptable .....</i>	<i>199</i>
<i>D.3.8</i>	<i>Correction de la forme inacceptable basée sur l'amont.....</i>	<i>202</i>
<i>D.3.9</i>	<i>Correction de la forme inacceptable basée sur l'aval .....</i>	<i>202</i>
<i>D.3.10</i>	<i>Résultat de la correction de forme inacceptable.....</i>	<i>202</i>

D.3.11	<i>Correction des panneaux invalides</i> .....	203
D.4	CONTRÔLE DE LA CROISSANCE DES PANNEAUX.....	204
D.4.1	<i>Panneau d'angle aigu</i> .....	204
D.4.2	<i>Panneau d'angle aigu infini</i> .....	207
D.4.3	<i>Panneau trop long</i> .....	207
D.4.4	<i>Panneau trop court</i> .....	208
<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....		<b>211</b>

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1: Paramètres d'intérêt dans les études aérodynamiques des ailes. ....	1
Figure 1.2: Distribution de la température dans l'atmosphère. ....	2
Figure 1.3: Croissance de surface continue avec la méthode des bissectrices. ....	11
Figure 1.4: Croissance de surface a) méthode des bissectrice b) rectangle. ....	12
Figure 2.1: Formes de glace en régime sec. ....	20
Figure 2.2: Formes de glace en régime humide. ....	21
Figure 2.3: État de l'eau à la surface. ....	23
Figure 2.4: Terme de masse entrant dans le bilan massique. ....	25
Figure 2.5: Terme de chaleur entrant dans le bilan thermique. ....	26
Figure 2.6: Gouttes de surface en régime humide. ....	28
Figure 2.7: Film. ....	30
Figure 2.8: Croissance de surface continue par la méthode des bissectrices. ....	31
Figure 3.1: Goutte de surface. ....	38
Figure 3.2: Températures. ....	49
Figure 4.1: Gouttes de surface et volume de contrôle. ....	55
Figure 4.2: Croissance d'une goutte de surface. ....	55
Figure 4.3: Surface de coalescence et surface de contact. ....	56
Figure 4.4: Échange thermique. ....	56
Figure 4.5: Croissance des gouttes en régime humide. ....	57
Figure 4.6: Croissance des gouttes en régime sec. ....	59

Figure 4.7: Géométrie des gouttes. ....	59
Figure 4.8: Hauteur associée à une goutte avant mouvement . ....	62
Figure 4.9: Volume de contrôle du film d'eau. ....	64
Figure 4.10: Croissance du film d'eau. ....	65
Figure 4.11: Géométrie du film d'eau. ....	67
Figure 4.12: Géométrie des ruisselets. ....	69
Figure 5.1: Forces agissant sur une goutte immobile. ....	71
Figure 5.2: Forces agissant sur une goutte déformée. ....	72
Figure 5.3: Hystérésis d'une goutte déformée. ....	73
Figure 5.4: Répartition de la tension de surface. ....	74
Figure 5.5: Distribution cosinusoidale de l'hystérésis. ....	74
Figure 5.6: Écoulement d'air autour d'une goutte. ....	78
Figure 5.7: Force gravitationnelle d'une goutte de 2 mm de hauteur en fonction de l'inclinaison. ...	80
Figure 5.8: Force aérodynamique laminaire pour une goutte de 2 mm de hauteur. ....	81
Figure 5.9: Force aérodynamique turbulente pour une goutte de 2 mm de hauteur. ....	81
Figure 5.10: Forces de mouvement avec dominance du vent et de la gravité. ....	82
Figure 6.1: Bissectrice entre deux panneaux a) ouverts et b) fermés. ....	85
Figure 6.2: Construction d'un nouveau panneau. ....	86
Figure 6.3: Panneau stationnaire. ....	87
Figure 6.4: Panneau d'angle obtus. ....	90
Figure 6.5: Aire de glace insuffisante pour le panneau adjacent. ....	90
Figure 7.1: VCA OPTIMA. ....	93
Figure 7.2: Mesure de l'angle de contact d'une goutte de 6 $\mu$ l. ....	93
Figure 7.3: Angle de contact versus le volume de la goutte. ....	95
Figure 7.4: VCA OPTIMA incliné. ....	95
Figure 7.5: Mesure de l'hystérésis d'une goutte de 6 $\mu$ l. ....	96

Figure 7.6: Hystérésis en fonction du volume de la goutte. ....	97
Figure 7.7: a) BLDT-mètre b) section d'essai.....	98
Figure 7.8: Position de la goutte et de l'anémomètre.....	99
Figure 7.9: Goutte en mouvement sous l'effet du vent. ....	99
Figure 7.10: Force gravitationnelle pour un volume de 17 $\mu\text{l}$ . ....	101
Figure 7.11: Force gravitationnelle pour un volume de 19,8 $\mu\text{l}$ . ....	102
Figure 7.12: Force aérodynamique pour un volume de 20,0 $\mu\text{l}$ . ....	102
Figure 7.13: Vitesse de l'air produisant le mouvement de la goutte. ....	104
Figure 7.14: Force aérodynamique pour un volume de 28,1 $\mu\text{l}$ . ....	104
Figure 8.1: Profil d'aile NACA 0012.....	106
Figure 8.2: Trajectoires des gouttelettes d'eau. ....	107
Figure 8.3: Distribution de la température de surface et de la fraction solide à $-28,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....	108
Figure 8.4: Distribution de la température de surface et de la fraction solide à $-4,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....	109
Figure 8.5: Distribution de la densité de la glace. ....	110
Figure 8.6: Masse d'eau liquide à $-28,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ....	111
Figure 8.7: Masse d'eau liquide à $-4,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ....	111
Figure 8.8: Distribution de la rugosité de surface.....	112
Figure 8.9: Hauteur équivalente des rugosités.....	114
Figure 8.10: Rugosité équivalente.....	114
Figure 8.11: Coefficient de transfert de chaleur par convection.....	115
Figure 8.12: Évolution des masses d'eau avec le temps à $-28,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ....	116
Figure 8.13: Évolution des masses d'eau avec le temps à $-4,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ....	117
Figure 8.14: Masse et volume après six minutes d'accrétion en fonction de la température. ....	117
Figure 8.15: Évolution des énergies avec le temps à $-28,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ....	118
Figure 8.16: Évolution des énergies avec le temps à $-4,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ....	119
Figure 8.17: Énergies après six minutes d'accrétion en fonction de la température. ....	119



Figure 8.18: Comparaison du profil de glace à $-28,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ .	121
Figure 8.19: Comparaison du profil de glace à $-19,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ .	121
Figure 8.20: Comparaison du profil de glace à $-13,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ .	121
Figure 8.21: Comparaison du profil de glace à $-10,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .	122
Figure 8.22: Comparaison du profil de glace à $-7,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ .	122
Figure 8.23: Comparaison du profil de glace à $-6,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .	122
Figure 8.24: Comparaison du profil de glace à $-4,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ .	123
Figure 8.25: Évolution dans le temps de l'accumulation de glace à $-28,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ .	123
Figure 8.26: Évolution dans le temps de l'accumulation de glace à $-4,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ .	124
Figure 8.27: Effet de la longueur des panneaux sur le profil à $-4,4^{\circ}\text{C}$ .	124
Figure 8.28: Effet de la longueur des panneaux sur la rugosité à $-4,4^{\circ}\text{C}$ .	125
Figure 8.29: Effet de l'incrément de temps sur le profil à $-4,4^{\circ}\text{C}$ .	125
Figure 8.30: Effet de l'incrément de temps sur la rugosité à $-4,4^{\circ}\text{C}$ .	126
Figure 8.31: Effet du ruissellement sur le profil à $-7,8^{\circ}\text{C}$ .	127
Figure A.1: Chaleur de radiation versus chaleur de convection.	138
Figure A.2: Chaleur adiabatique versus chaleur de convection.	139
Figure A.3: Chaleur de conduction versus chaleur de convection.	140
Figure A.4: Chaleur d'évaporation versus chaleur de convection.	141
Figure A.5: Chaleur de sublimation versus chaleur de convection.	142
Figure A.6: Chaleur cinétique versus chaleur de solidification.	142
Figure A.7: Chaleur sensible versus chaleur de solidification.	143
Figure B.1: Plan d'action de la tension de surface.	147
Figure C.1: Coefficient local de frottement pour une plaque plane lisse.	153
Figure C.2: Coefficient de traînée dans l'air pour une sphère.	154
Figure C.3: Coefficient de collection.	155
Figure C.4: Densité de l'air.	156

Figure C.5: Chaleur spécifique de l'air. ....	157
Figure C.6: Conductivité thermique de l'air. ....	158
Figure C.7: Viscosité dynamique de l'air. ....	159
Figure C.8: Coefficient d'émissivité de l'air. ....	160
Figure C.9: Densité de la vapeur. ....	161
Figure C.10: Chaleur spécifique de la vapeur. ....	162
Figure C.11: Conductivité thermique de la vapeur. ....	163
Figure C.12: Viscosité dynamique de la vapeur. ....	163
Figure C.13: Le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air. ....	164
Figure C.14: Pression de vapeur saturée. ....	165
Figure C.15: Point de rosée. ....	166
Figure C.16: Densité de l'eau. ....	167
Figure C.17: Chaleur spécifique de l'eau. ....	168
Figure C.18: Conductivité thermique de l'eau. ....	169
Figure C.19: Viscosité dynamique de l'eau. ....	170
Figure C.20: La tension de surface de l'eau. ....	171
Figure C.21: L'angle de contact d'une goutte d'eau. ....	172
Figure C.22: Coefficient d'émissivité de l'eau en fonction de la longueur d'onde. ....	173
Figure C.23: Coefficient d'émissivité totale de l'eau en fonction de la température. ....	174
Figure C.24: L'hystérésis d'une goutte d'eau. ....	174
Figure C.25: Chaleur latente de vaporisation de l'eau. ....	175
Figure C.26: Chaleur latente de solidification de l'eau. ....	175
Figure C.27: Fraction mouillée. ....	176
Figure C.28: Densité de la glace en fonction du facteur X. ....	178
Figure C.29: Densité de la glace en fonction du facteur Y. ....	178
Figure C.30: Chaleur spécifique de la glace. ....	179

Figure C.31: Conductivité thermique de la glace. ....	180
Figure C.32: Coefficient d'émissivité de la glace en fonction de la longueur d'onde. ....	181
Figure C.33: Coefficient d'émissivité totale de la glace en fonction de la température. ....	181
Figure C.34: Chaleur latente de sublimation de la glace. ....	182
Figure C.35: Vitesse du front de solidification de la glace. ....	183
Figure D.1: Panneau d'angle obtus avec aire géométrique suffisante. ....	184
Figure D.2: Panneau d'angle obtus avec surface géométrique insuffisante. ....	186
Figure D.3: Angle entre deux panneaux, surface a) positive et b) négative. ....	187
Figure D.4: Panneau inférieur au panneau stationnaire. ....	188
Figure D.5: Panneau supérieur au panneau stationnaire. ....	190
Figure D.6: Panneau supérieur et inférieur au panneau stationnaire. ....	191
Figure D.7: Aire de glace nulle pour le panneau adjacent. ....	193
Figure D.8: Droite de section. ....	194
Figure D.9: Droite de section à $(x_{n2}-\delta, y_{n2}-\delta)$ . ....	195
Figure D.10: Droite de section à $(x_{n2}+\delta, y_{n2}+\delta)$ . ....	195
Figure D.11: Nouveaux panneaux avec bissectrice modifiée. ....	196
Figure D.12: Nouveau panneau pour coordonnée infinie et aire nulle. ....	197
Figure D.13: Nouveau panneau pour coordonnée infinie et aire non nulle. ....	198
Figure D.14: Nouveau panneau inacceptable basé sur le nœud a) 1 et b) 3. ....	199
Figure D.15: Nouveau panneau en contact avec un panneau a) nouveau et b) ancien. ....	200
Figure D.16: Limite de la droite de section. ....	200
Figure D.17: Nouveau panneau avec la correction selon a) amont et b) aval. ....	203
Figure D.18: Nouveau panneau après la modification gauche ou droite est invalide. ....	203
Figure D.19: Panneau d'angle aigu. ....	205
Figure D.20: Panneau d'angle aigu infini. ....	207
Figure D.21: Panneau trop long. ....	208

Figure D.22: Panneau trop courten aval. ....	209
Figure D.23: Panneau trop court en amont. ....	209

## LISTES DES TABLEAUX

Tableau 1.1 : Descriptions des codes numériques. ....	8
Tableau 7.1 : Mesure de l'angle de contact. ....	94
Tableau 7.2 : Mesures de l'hystérésis. ....	97
Tableau 7.3 : Hystérésis maximum. ....	98
Tableau 7.4 : Mesure de la vitesse de l'écoulement. ....	100
Tableau 7.5 : Résumé des résultats aérodynamiques. ....	103
Tableau 8.1 : Conditions atmosphériques, météorologiques et de vol. ....	106
Tableau 8.2 : Température de surface à 6 minutes. ....	109
Tableau 8.3 : Fraction solide à 6 minutes. ....	110
Tableau 8.4 : Hauteur des rugosités en mm au dernier incrément de temps. ....	113
Tableau 8.5 : Coefficient de transfert de chaleur par convection en $W/m^2/K$ . ....	116
Tableau C.1: Conditions atmosphériques au niveau de la mer. ....	152
Tableau C.2: Coefficient du spline cubique de la chaleur spécifique de l'air. ....	157
Tableau C.3: Coefficient du spline cubique de la conductivité thermique de l'air. ....	158
Tableau C.4: Coefficient du spline cubique de la viscosité dynamique de l'air. ....	159
Tableau C.5: Coefficient du spline cubique du coefficient d'émissivité de l'air. ....	160
Tableau C.6: Coefficient du spline cubique de la chaleur spécifique de la vapeur. ....	162
Tableau C.7: Coefficient du spline cubique de la conductivité thermique de la vapeur. ....	162
Tableau C.8: Coefficient du spline cubique de la pression de vapeur saturée. ....	165
Tableau C.9: Coefficient du spline cubique de la densité de l'eau. ....	167

Tableau C.10: Coefficient du spline cubique de la chaleur spécifique de l'eau. ....	168
Tableau C.11: Coefficient du spline cubique de la conductivité thermique de l'eau. ....	168
Tableau C.12: Coefficient du spline cubique de la viscosité dynamique de l'eau. ....	169
Tableau C.13: Coefficient du spline cubique de la tension de surface de l'eau. ....	170
Tableau C.14: Coefficient du spline cubique de l'angle de contact d'une goutte d'eau. ....	171
Tableau C.15: Coefficient du spline cubique de l'hystérésis d'une goutte d'eau. ....	172
Tableau C.16: Coefficient du spline cubique du coefficient d'émissivité de l'eau. ....	174
Tableau C.17: Coefficient du spline cubique de la chaleur spécifique de la glace. ....	180
Tableau C.18: Coefficient du spline cubique de la conductivité thermique de la glace. ....	180
Tableau C.19: Coefficient du spline cubique de la chaleur latente de sublimation de la glace. ....	182

## NOMENCLATURE

$A_c$	: Paramètre d'accumulation	
$A_{coal}$	: Surface de coalescence	$m^2$
$A_i$	: Aire de glace	$m^2$
$Ac_b$	: Surface de contact des gouttes	$m^2$
$Ac_r$	: Surface de contact des ruisselets	$m^2$
$Af_b$	: Surface frontale des gouttes	$m^2$
$Af_r$	: Surface frontale des ruisselets	$m^2$
$At_b$	: Surface de transfert des gouttes	$m^2$
$At_r$	: Surface frontale des ruisselets	$m^2$
$c$	: Corde	$m$
$C_{cal}$	: Constante d'étalonnage	
$C_D$	: Coefficient de traînée de la goutte dans l'air	
$C_f$	: Coefficient de frottement	
$C_G$	: Coefficient d'écoulement	
$C_p$	: Chaleur spécifique	$J/kg/K$
$C_{p_a}$	: Chaleur spécifique de l'air	$J/kg/K$
$C_{p_e}$	: Chaleur spécifique de l'air à la frontière de la couche limite	$J/kg/K$
$C_{p_i}$	: Chaleur spécifique de la glace	$J/kg/K$
$C_{p_v}$	: Chaleur spécifique de la vapeur d'eau	$J/kg/K$
$C_{p_w}$	: Chaleur spécifique de l'eau	$J/kg/K$

$d$	: Degré du polynôme d'interpolation	
$d_b$	: Diamètre des gouttes de surface	m
$d_d$	: Diamètre volumétrique médian des gouttelettes d'eau en surfusion	m
$D_{va}$	: Coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air	m <sup>2</sup> /s
$e_b$	: Hauteur des gouttes de surface	m
$e_{bmax}$	: Hauteur de mouvement	m
$e_{bwmax}$	: Hauteur de la partie liquide des gouttes avant mouvement	m
$e_f$	: Hauteur du film	m
$e_{fmin}$	: Hauteur minimale du film d'eau	m
$e_r$	: Hauteur des ruisselets	m
$e_s$	: Hauteur des rugosités	m
$e_v$	: Hauteur de la vague	m
$f$	: Fraction solide	
$f_m$	: Fraction massique de la vapeur dans l'air	
$f_t$	: Facteur de forme	
$f_s$	: Facteur d'étalement	
$f_{vol}$	: Fraction de volume	
$f_w$	: Fraction mouillée	
$F_g$	: Force gravitationnelle	N
$F_{gW}$	: Force gravitationnelle selon la direction de mouvement	N
$F_W$	: Force de traînée	N
$F_\sigma$	: Force de tension de surface	N
$F_{\sigma W}$	: Force de rigidité	N
$Fr$	: Nombre de Froude	
$g$	: Accélération gravitationnelle	m/s <sup>2</sup>
$h_{cd}$	: Coefficient de transfert de chaleur par conduction	W/m <sup>2</sup> /K



$h_{cv}$	: Coefficient de transfert de chaleur par convection	W/m <sup>2</sup> /K
$h_{dif}$	: Coefficient de transfert de masse par diffusion	m <sup>2</sup> /s
$h_{rad}$	: Coefficient de transfert de chaleur par radiation	W/m <sup>2</sup> /K
$k$	: Conductivité thermique	W/m/K
$k_a$	: Conductivité thermique de l'air	W/m/K
$k_e$	: Conductivité thermique de l'air à la frontière de la couche limite	W/m/K
$k_i$	: Conductivité thermique de la glace	W/m/K
$L_f$	: Chaleur latente de solidification	J/kg
$L_{sub}$	: Chaleur latente de sublimation	J/kg
$L_{vap}$	: Chaleur latente de vaporisation	J/kg
$Le$	: Nombre de Lewis	
$LWC$	: Teneur en eau liquide	kg/m <sup>3</sup>
$m$	: Masse	kg
$m_a$	: Masse d'air	kg
$m_{adm}$	: Masse d'eau liquide admissible	kg
$m_{admb}$	: Masse d'eau liquide admissible pour d'une goutte	kg
$m_{cap}$	: Masse d'eau liquide captée	kg
$m_{evap}$	: Masse d'eau évaporée	kg
$m_{dif}$	: Masse perdue par évaporation ou sublimation	kg
$m_i$	: Masse de glace	Kg
$m_{in}$	: Masse d'eau liquide entrante	kg
$m_{out}$	: Masse d'eau sortante	kg
$m_{rbin}$	: Masse d'eau liquide ruisselante entrante	kg
$m_{rbout}$	: Masse d'eau liquide ruisselante sortante	kg
$m_{resw}$	: Masse d'eau liquide restante	kg
$m_{rmw}$	: Masse d'eau liquide résiduelle	kg

$m_{rmi}$	: Masse de glace résiduelle	kg
$m_s$	: Pente de la droite de section	
$m_{sub}$	: Masse de glace sublimée	kg
$m_{shi}$	: Masse de glace arrachée	kg
$m_{shw}$	: Masse d'eau liquide arrachée	kg
$m_v$	: Masse de vapeur	kg
$m_w$	: Masse d'eau liquide	kg
$mb$	: Pente de la bissectrice	
$Mb$	: Facteur de pente	
$n_b$	: Nombre de gouttes	
$n_c$	: Nombre de croissance	
$n_r$	: Nombre de ruisselets	
$Nu$	: Nombre de Nusselt	
$p$	: Variable du polynôme d'interpolation	
$P$	: Pression	Pa
$P_a$	: Pression de l'air	Pa
$P_{atm}$	: Pression atmosphérique	Pa
$P_e$	: Pression à la frontière de la couche limite	Pa
$P_{ref}$	: Pression de référence	Pa
$P_v$	: Pression de vapeur	Pa
$P_{vs}$	: Pression de vapeur saturée	Pa
$P_{vs-ref}$	: Pression de vapeur saturée de référence	Pa
$P_\infty$	: Pression de l'écoulement non perturbé	Pa
$Pr$	: Nombre de Prandtl	
$Pr_t$	: Nombre de Prandtl turbulent	
$Q$	: Chaleur	J

$Q_{adh}$	: Réchauffement adiabatique	J
$Q_{cd}$	: Chaleur de conduction	J
$Q_{cv}$	: Chaleur de convection	J
$Q_{evap}$	Chaleur d'évaporation	J
$Q_f$	Chaleur latente de solidification	J
$Q_{kin}$	Réchauffement cinétique	J
$Q_{rad}$	Chaleur de radiation	J
$Q_{ss}$	Chaleur sensible	J
$Q_{sscap}$	Masses d'eau liquide captée	J
$Q_{ssrui}$	Masses d'eau liquide ruissellement	J
$Q_{ssres}$	Masses d'eau liquide résiduelle	J
$Q_{ssw}$	Masses d'eau liquide	J
$Q_{ssi}$	Masses d'eau solide	J
$Q_{sub}$	Chaleur de sublimation	J
$r$	Coordonnée cylindrique	m
$r$	Facteur de recouvrement	
$r_A$	Rapport de surface	
$R$	Constante universelle des gaz	J/kg/K
$R_a$	Constante des gaz de l'air	J/kg/K
$R_b$	Rayon des gouttes de surface	m
$R_{gW}$	Rapport d'écoulement gravitationnel	
$R_v$	Constante des gaz de la vapeur	J/kg/K
$R_W$	Rapport d'écoulement aérodynamique	
$R_{\Delta s}$	Rapport des longueurs de panneaux	
$Re$	Nombre de Reynolds	
$Re_b$	Nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la goutte	

$Re_s$	Nombre de Reynolds basé sur l'abscisse curviligne	
$Re_x$	Nombre de Reynolds basé sur la distance x	
$Re_K$	: Nombre de Reynolds basé sur la vitesse au niveau des rugosités	
$Re_{\tau-K}$	: Nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la rugosité	
$s$	: Abscisse curviligne	m
$s_{lower}$	: Limite inférieure du début de la glace	m
$s_{tr}$	: Abscisse curviligne au point de transition	m
$s_{upper}$	: Limite supérieure du début de la glace	m
$S_c$	: Flux effectif de radiation solaire	W/m <sup>2</sup>
$Sc$	: Nombre de Schmidt	
$Sh$	: Nombre de Sherwood	
$St$	: Nombre de Stanton	
$St_K$	: Nombre de Stanton rugueux	
$t$	: Temps	s
$t_{acc}$	: Temps d'accrétion de glace	s
$T$	: Température	K
$T_a$	: Température de l'air	K
$T_d$	: Température des gouttelettes d'eau en surfusion	K
$T_e$	: Température à la frontière de la couche limite	K
$T_f$	: Température de solidification de l'eau	K
$T_o$	: Température statique	K
$T_{rb}$	: Température de la masse d'eau ruisselante entrante	K
$T_{rec}$	: Température de recouvrement	K
$T_{ref}$	: Température de référence	K
$T_{res}$	: Température de l'eau résiduelle	K
$T_s$	: Température de surface	K

$T_{sd}$	: Point de rosée	K
$T_{sky}$	: Température du ciel	K
$T_{\infty}$	: Température de l'écoulement non perturbé	K
$U$	: Vitesse	m/s
$U_b$	: Vitesse moyenne de l'air au niveau de la goutte	m/s
$U_d$	: Vitesse des gouttelettes d'eau en surfusion	m/s
$U_e$	: Vitesse à la frontière de la couche limite	m/s
$U_f$	: Vitesse moyenne du film	m/s
$U_r$	: Vitesse moyenne des ruisselets	m/s
$U_v$	: Vitesse de la vague	m
$U_K$	: Vitesse au niveau des rugosités	m/s
$U_{\tau}$	: Vitesse de friction	m/s
$U_{\infty}$	: Vitesse de l'écoulement non perturbé	m/s
$V_b$	: Volume des gouttes de surface	m <sup>3</sup>
$x$	: Coordonnée cartésienne	m
$X$	: Coefficient de Macklin	
$y$	: Coordonnée cartésienne	m
$z$	: Variable du spline cubique	
$\alpha$	: Angle d'attaque	°
$\alpha$	: Coefficient de diffusion thermique	m <sup>2</sup> /s
$\alpha_i$	: Coefficient de diffusion thermique de la glace	m <sup>2</sup> /s
$\alpha_w$	: Coefficient de diffusion thermique de l'eau	m <sup>2</sup> /s
$\alpha_w$	: Facteur d'absorption total de l'eau	
$\beta$	: Coefficient de collection	
$\delta_k$	: Épaisseur équivalente de conduction	m

$\delta_l$	: Hauteur de la couche limite laminaire	m
$\delta_x$	: Hauteur de la couche limite basée sur la distance x	m
$\Delta b$	: Largeur du volume de contrôle	m
$\Delta s$	: Longueur du volume de contrôle	m
$\Delta s_r$	: Longueur des ruisselets	m
$\Delta t_{acc}$	: Incrément de temps d'accrétion de glace	s
$\Delta \theta_c$	: Hystérésis	°
$\varepsilon_a$	: Coefficient d'émissivité de l'air	
$\varepsilon_g$	: Coefficient d'émissivité de la glace	
$\varepsilon_w$	: Coefficient d'émissivité de l'eau	
$\phi$	: Humidité relative de l'air	
$\gamma$	: Ratio de compressibilité	
$\varphi$	: Coordonnée cylindrique	
$\kappa$	: Hauteur des rugosités	m
$\kappa_s$	: Hauteur des rugosités équivalentes à celle d'un papier émeri	m
$K$	: Paramètre d'inertie	
$\mu$	: Viscosité dynamique	Pa s
$\mu_a$	: Viscosité dynamique de l'air	Pa s
$\mu_e$	: Viscosité dynamique de l'air à la frontière de la couche limite	Pa s
$\mu_t$	: Viscosité dynamique turbulente de l'air	Pa s
$\mu_w$	: Viscosité dynamique de l'eau	Pa s
$\nu$	: Viscosité cinématique	m <sup>2</sup> /s
$\nu_e$	: Viscosité cinématique de l'air à la frontière de la couche limite	m <sup>2</sup> /s
$\theta$	: Coordonnée circulaire	°

$\theta_a$	: Angle de contact maximum	°
$\theta_c$	: Angle de contact	°
$\theta_l$	: Épaisseur de la quantité de mouvement laminaire	m
$\theta_r$	: Angle de contact minimum	°
$\theta_t$	: Épaisseur de la quantité de mouvement turbulente	m
$\theta_{tr}$	: Épaisseur de la quantité de mouvement au point de transition	m
$\theta_z$	: Angle de la surface avec le zénith	rad
$\rho$	: Densité	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_a$	: Densité de l'air	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_b$	: Densité d'une goutte	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_e$	: Densité de l'air à la frontière de la couche limite	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_i$	: Densité de la glace	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_v$	: Densité de la vapeur d'eau	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{ve}$	: Densité de la vapeur saturée à la frontière de la couche limite	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{vf}$	: Densité de la vapeur saturée à la température de solidification	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{vs}$	: Densité de la vapeur saturée à la surface de l'objet	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_w$	: Densité de l'eau	kg/m <sup>3</sup>
$\sigma_{SB}$	: Constante de Stefan Boltzman	J/s/m <sup>2</sup> /K <sup>4</sup>
$\sigma_w$	: Tension de surface de l'eau	N/m
$\tau_w$	: Taux de cisaillement à la paroi	Pa
$\psi$	: Propriété physique ou thermique interpolée	

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

#### 1.1 État des connaissances

##### 1.1.1 Le givrage des avions en vol

Le givrage des avions en vol a été reconnu mondialement comme étant un sérieux problème de sécurité. Il se produit lorsque des gouttelettes d'eau en surfusion frappent l'avion volant à une altitude où la température est inférieure au point de congélation de l'eau. La glace se forme sur le bord d'attaque de l'aile ou sur la dérive, ce qui altère leurs caractéristiques de tangage et affecte grandement les performances aérodynamiques de l'avion en apportant une diminution de son angle de décrochage, une diminution de sa portance et un accroissement de sa traînée, ainsi qu'un accroissement de son poids. Afin de situer le lecteur, la **Figure 1.1** présente visuellement quelques termes qui sont utilisés dans la thèse.

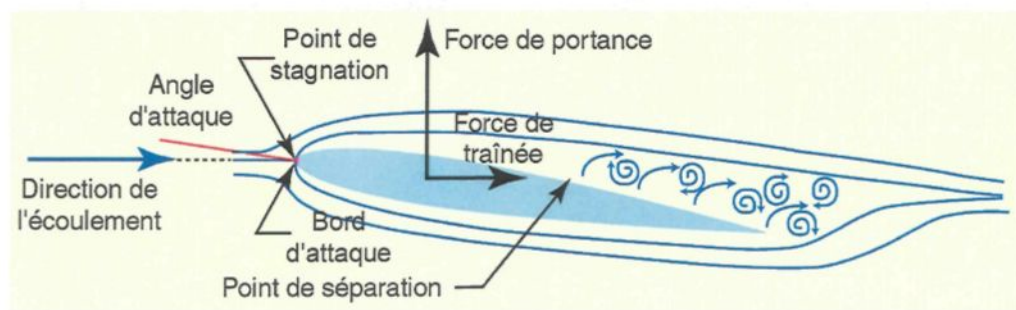


Figure 1.1: Paramètres d'intérêt dans les études aérodynamiques des ailes.

Le givrage peut aussi se former sur la nacelle des moteurs ou sur les hélices, situation très dangereuse qui doit être évitée, car elle endommage les moteurs et affecte les caractéristiques aérodynamiques des hélices.



Le givrage en vol se produit lorsque l'avion traverse une zone dangereuse généralement située à une altitude supérieure à 1,5 kilomètres où la température de l'air est inférieure à la température de solidification de l'eau (**Figure 1.2**). Ces zones sont caractérisées par une forte humidité et un environnement de gouttelettes d'eau en surfusion. De telles conditions se retrouvent dans les nuages, sous forme de brouillard givrant, de neige mouillée ou de pluie verglaçante. Le givrage au sol est un problème différent car il peut être contrôlé visuellement avant le décollage et corrigé à l'aide de produits dégivrants. Par contre, le givrage en vol doit être traité sans intervention humaine à l'extérieur de l'appareil et, de ce fait, requiert une bonne compréhension des mécanismes physiques qui le gouvernent. Le paramètre fondamental du givrage est la teneur en eau liquide. Elle indique la quantité d'eau liquide contenue dans un volume donné d'air qui est reliée au nombre de gouttelettes d'eau en surfusion présentes dans l'air. La teneur en eau liquide de l'air peut atteindre une valeur de  $1,7 \text{ g/m}^3$  à une altitude se situant entre 2 kilomètres (7 000 pieds) et 2,7 kilomètres (9 000 pieds), à une température avoisinant  $-10^\circ\text{C}$ .

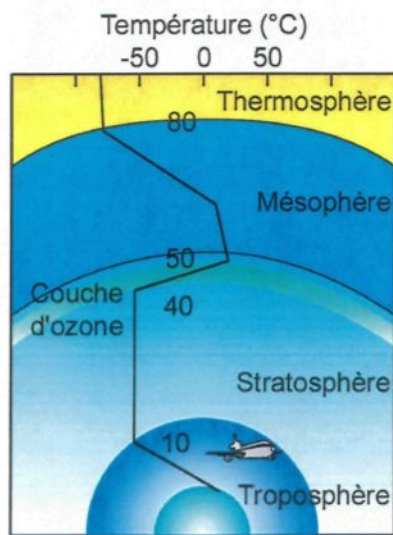


Figure 1.2: Distribution de la température dans l'atmosphère.

La sévérité du givrage d'un avion en vol est classée en cinq catégories<sup>1</sup>, selon le taux d'accumulation de la glace. Le givrage est considéré à l'état de « **trace** » lorsque la teneur en eau liquide est inférieure à  $0,25 \text{ g/m}^3$ ; la glace est alors perceptible en raison d'un taux d'accumulation

légèrement supérieur au taux de sublimation. Il est considéré comme « **léger** » lorsque la teneur en eau liquide est comprise entre  $0,25 \text{ g/m}^3$  et  $0,5 \text{ g/m}^3$ , mais il devient dangereux si la durée de résidence dans cet environnement est supérieure à une heure et que les équipements de dégivrage ne sont pas utilisés. Il est considéré comme « **modéré** » lorsque la teneur en eau liquide est comprise entre  $0,5 \text{ g/m}^3$  et  $1,0 \text{ g/m}^3$  et devient alors potentiellement dangereux. L'utilisation des équipements de dégivrage ou un changement de direction est nécessaire. Il est considéré comme « **sévère** » lorsque la teneur en eau liquide est supérieure à  $1,0 \text{ g/m}^3$  et devient alors très dangereux si les équipements de dégivrage ne peuvent pas réduire ou contrôler le problème. Un changement de route est alors indispensable. Malheureusement, ces catégories sont plus ou moins fiables car le taux d'accumulation de la glace n'est pas seulement fonction de la teneur en eau liquide, mais il est aussi fonction du diamètre de gouttelettes d'eau, de la géométrie de l'aile et de la vitesse de l'avion. L'impact de ces conditions dépend également de l'efficacité des systèmes de protection et de dégivrage.

Les systèmes de protection consistent en une combinaison de détecteurs de glace placés sur les zones sensibles des ailes avec des systèmes de dégivrage tel que le chauffage, le soufflage d'air chaud et le gonflage de membranes posées sur les bords d'attaque. La détermination de l'efficacité des systèmes de protection est une question difficile. Les essais en vol, généralement considérés comme outil de base de toutes les techniques aéronautiques, ne sont pas une source significative d'information. Il est difficile de trouver des situations de nuages givrants et le caractère dangereux de la situation réduit significativement le nombre de situations acceptables pour un pilote. En conséquence, des techniques de simulation sont utilisées pour la compréhension des divers mécanismes de formation et de délestage. Les méthodes expérimentales reposent sur l'utilisation d'une infrastructure complexe et coûteuse qui se compose d'une soufflerie réfrigérée à haute vitesse équipée d'un système de production des précipitations givrantes. En conséquence, les simulations numériques des accrétions se sont rapidement révélées nécessaires pour prédire

les risques selon les conditions micro-météorologiques, pour comprendre le rôle de la géométrie du profil d'aile ainsi que pour évaluer l'efficacité des différentes techniques de dégivrage.

### **1.1.2 Description générale du processus**

Un aperçu élémentaire de la physique du processus d'accrétion est nécessaire pour donner une perspective des développements des méthodes numériques dans le domaine. Les gouttelettes d'eau en surfusion, qui sont généralement à la même température que l'air ambiant pour un avion en vol, heurtent la surface de l'objet ou de la glace qui le recouvre. Les gouttelettes d'eau gèlent après impact en raison de la surfusion et les dendrites de glace croissent rapidement à mesure qu'augmente le degré de surfusion. Le degré de surfusion influence aussi la forme que prend la gouttelette d'eau en surfusion après l'impact. La solidification s'effectue à un taux qui est déterminé par la quantité de chaleur latente de solidification qui peut être absorbée par l'air et par le substrat. Parfois, ce taux est insuffisant pour permettre à toute l'eau en surfusion de se solidifier avant l'arrivée d'une seconde gouttelette au même endroit. Alors, une certaine quantité d'eau liquide peut rester emprisonnée à l'intérieur de la matrice de glace et former de la glace spongieuse ou s'écouler sous l'effet des forces aérodynamiques. L'accrétion s'effectue à une température avoisinant la température de solidification de l'eau qui est de 0°C à pression atmosphérique normale, cette dernière ne variant que très peu avec l'altitude. Lorsque le taux de solidification est suffisant, toute l'eau liquide de la gouttelette d'eau en surfusion se solidifie avant l'arrivée d'une autre gouttelette et la température finale à la surface de glace est inférieure à 0°C.

Durant le processus d'accrétion, une rugosité se développe sur la surface glacée de l'aile. Cette rugosité contrôle le développement de la couche limite, laquelle affecte le taux de chaleur que l'environnement peut absorber ainsi que la quantité d'eau capturée et la forme de la glace.

### **1.1.3 Revue de la littérature sur l'accrétion de glace en vol**

Au cours des trente dernières années, plusieurs modèles numériques ont été développés pour simuler l'accrétion de glace dans diverses conditions atmosphériques afin de prédire l'effet de la forme de glace sur les caractéristiques aérodynamiques des avions.

L'efficacité de la collection des gouttelettes d'eau sur un cylindre a été initialement étudiée par Langmuir et Blodgett<sup>2</sup> en 1946. Un coefficient de collection a alors été introduit pour caractériser l'efficacité de collection d'un profil géométrique donné. L'évidence d'un régime sec et d'un régime humide d'accrétion a été démontrée par Ludlam<sup>3</sup> en 1951. Ludlam a identifié ces régimes en étudiant l'accrétion de glace sur un cylindre tournant. Il a démontré que le taux d'accrétion de glace est déterminé par la teneur en eau liquide pour une température et une vitesse données d'un écoulement non perturbé. La teneur en eau liquide critique, séparant le régime sec (sans eau liquide sur la surface d'accrétion) et le régime humide, est appelée limite de Ludlam. L'accrétion de glace s'effectue en régime sec lorsque la teneur en eau liquide est inférieure à la limite de Ludlam et la température de surface est inférieure à la température de solidification de l'eau. L'accrétion s'effectue en régime humide lorsque la teneur en eau liquide est supérieure à la limite de Ludlam; la température de la surface est alors égale à la température de solidification de l'eau et le surplus d'eau est évacué par arrachement. En 1952, Fraser, Rush et Baxter<sup>4</sup> ont montré que dans certaines conditions, l'eau n'est pas totalement évacuée, mais qu'une certaine quantité ou la totalité de l'eau reste emprisonnée dans des poches de la matrice de glace et forme une glace spongieuse. En 1953, Messinger<sup>5</sup> développe l'équation de la conservation de l'énergie pour un état quasi stationnaire sur un cylindre tournant, celle-ci devient l'approche thermodynamique traditionnelle pour la modélisation du givrage. Cette équation traduit le fait que l'accrétion doit être en équilibre thermique et que la somme de tous les termes de chaleur est nulle. En 1979, Lozowski<sup>6</sup> *et al.* ont développé un modèle thermodynamique du processus de croissance de la glace sur un cylindre fixe frappé par des gouttelettes d'eau en surfusion. Ils ont utilisé une équation d'énergie basée sur l'approche de Messinger et ils ont simulé numériquement l'accrétion de glace afin de prédire les pertes aérodynamiques. De plus, le modèle de Lozowski prend en considération l'accrétion mixte, le ruissellement, les termes de transfert de chaleur par conduction et convection à l'intérieur de la couche limite, le transfert de chaleur par diffusion induit par la masse évaporée et sublimée, la chaleur de l'eau accrétée à la température d'équilibre de la surface, le transfert de

chaleur par conduction à l'intérieur de la glace et du cylindre, la chaleur latente de solidification, le réchauffement aérodynamique créé par le travail de compression adiabatique de l'air dans la couche limite et l'énergie cinétique des gouttelettes d'eau en surfusion qui heurtent le cylindre. Les résultats du modèle numérique ont été comparés aux données expérimentales mesurées par Stallabrass<sup>7</sup> en 1957 et par Macklin<sup>8</sup> en 1961.

Depuis 1980, les modèles numériques ont été continuellement améliorés. Plusieurs groupes de recherche à travers le monde ont conçu des modèles pour déterminer l'accrétion locale en régime sec et humide sur une aile en 2 dimensions : LEWICE 2D (États Unis) décrit par Wright<sup>9</sup> en 1995, l'ONERA (France) décrit par Gent<sup>10</sup> en 1990, le TRAJICE2D (Royaume Uni) décrit par Guffond<sup>11</sup> en 1992 ou le CANICE (Canada, École polytechnique) décrit par Paraschivoiu<sup>12</sup> en 1994, par le CIRA<sup>13</sup> (Italie) en 1996 et le 2DFOIL-ICE (Université de Twente) décrit par Dillingh<sup>14</sup> en 2003. La majorité des modèles précédemment cités ont été améliorés ou sont en cours d'amélioration pour prédire la formation de glace sur une aile ou sur une nacelle en 3 dimensions et le FENSAP-ICE 3D récemment développé à l'université McGill (Canada) et décrit par Habashi<sup>15</sup> en 2002 peut prédire la formation de glace sur un avion en 3D. Récemment, un groupe de chercheurs de Bombardier a développé une méthode afin d'améliorer le modèle CANICE, qui est basée sur les bissectrices entre les panneaux pour additionner la masse de glace et décrite par Pueyo *et al*<sup>16</sup>. Les récents développements incluent :

- le calcul de l'écoulement aérodynamique qui se base sur une méthode de panneau pour les écoulements bidimensionnels<sup>9, 10, 12 et 13</sup> ou les équations de Navier-Stokes pour les écoulements bi et tridimensionnels<sup>11 et 15</sup>,
- des analyses de trajectoire des gouttelettes d'eau en surfusion permettant de d'obtenir l'intensité locale de la captation sur des formes géométriques complexes qui se basent généralement sur une méthode Lagrangienne<sup>9, 10, 11, 12 et 13</sup> ou sur une méthode Eulerienne<sup>15</sup>.

- le calcul de couche limite, qui prend en considération la rugosité de la paroi due à la présence de glace pour le calcul des coefficients d'échange thermique et qui se base sur les travaux de Cebeci et Bradshaw<sup>17</sup> pour les échanges thermiques et de la corrélation empirique pour la rugosité de surface développée par Ruff et présentée dans l'article de Shin *et al.*<sup>18</sup>,
- la thermodynamique de solidification, qui permet de déterminer localement le taux de croissance de glace et qui se base sur l'équation développée par Messinger<sup>5</sup> et sur les travaux de Lozowski<sup>6</sup>,
- un module de géométrie, qui additionne la surface de glace à la surface existante selon la direction des gouttelettes d'eau en régime sec<sup>9 et 10</sup> ou selon le vecteur normal à la surface en régimes sec et humide<sup>9, 10 et 16</sup>.
- et une discrétisation du temps se basant sur les travaux de Lozowski<sup>6</sup> pour une amélioration de la représentation géométrique et de la précision du calcul des coefficients locaux d'échange thermique et de masse.

Les programmes numériques sont détaillés au **Tableau 1.1**. Les principales différences entre les programmes, si celui du FENSAP-ICE est exclu, se trouvent sur le calcul de l'écoulement aérodynamique et l'évolution en temps, les autres parties étant des variantes qui donnent des résultats similaires. Les méthodes de panneau pour le calcul de l'écoulement potentiel ne peuvent pas prédire les points de séparation, ce qui donne des résultats moins précis que ceux obtenus avec les équations de Navier-Stokes, mais permet d'obtenir les solutions dans des délais beaucoup plus courts. Souvent, afin de réduire le temps de calcul, les codes basés sur les équations de Navier-Stokes vont utiliser une méthode de prédicteur-correcteur, la solution est obtenue en deux itérations, ce qui peut affecter la géométrie finale.

Cependant, dans ces modèles, le comportement de la phase liquide à la surface est simulé sans tenir compte de l'état de l'eau à la surface, ce qui entraîne généralement l'usage d'hypothèses simplificatrices.

Tableau 1.1 : Descriptions des codes numériques.

Code	LEWICE	ONERA	TRAJICE2D	CANICE	CIRA	2DFOIL-ICE	FENSAP-ICE
Dimension	2D et 3D	2D et 3D	2D	2D	2D et 3D	2D	3D
Aérodyna- mique	Méthode			Méthode	Méthode		
	panneau	Navier-	Méthode	panneau	panneau	Méthode	Navier-
	Navier-	Stokes	panneau	Navier-	Navier-	panneau	Stokes
	Stokes			Stokes	Stokes		
Trajectoires gouttelettes	Lagrange	Lagrange	Lagrange	Lagrange	Lagrange	Lagrange	Euler
Couche limite	Méthode	Méthode	Méthode	Méthode	Méthode	Méthode	Méthode
	intégrale	intégrale	intégrale	intégrale	intégrale	intégrale	intégrale
Transfert de chaleur	Spalding	Spalding	Spalding	Spalding	Spalding	Blasius	S-A modèle
Régime sec	Parallèle à l'écoulement	----	Parallèle à l'écoulement	----	----	----	----
Régime humide	Perpendicu- laire à	----	Perpendicu- laire à	Perpendicu- laire à	Perpendicu- laire à	----	----
	l'écoulement		l'écoulement	l'écoulement	l'écoulement		
Temps	Discrétisation						
	Discrétisation	Prédicteur- correcteur	Discrétisation	Discrétisation	/Prédicteur- correcteur	Discrétisation	Discrétisation
Thermo- dynamique	Messinger	Messinger	Messinger	Messinger	Messinger	Messinger	Messinger
Eau résidente	Nombre de Weber	Non	Non	Non	Non	Non	Non
eau ruissellement	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Rugosité	Corrélation	Corrélation	Corrélation	Corrélation	Corrélation	Corrélation	Corrélation
	Ruff	empirique	RAE	Ruff	Ruff	empirique	Ruff

La majorité des modèles simulent seulement le ruissellement de l'eau sous forme de film d'eau et parfois de ruisselets en se basant sur le modèle développé par Al-Khalil<sup>19</sup> et <sup>20</sup> pour la

simulation de la phase de dégivrage, sans tenir compte qu'une certaine quantité d'eau peut demeurer sur la surface en raison des forces aérodynamique, gravitationnelle et/ou de tension de surface. Dans le programme du LEWICE, Wright<sup>9</sup> a inclus l'effet de la tension de surface ce qui permet d'estimer la quantité d'eau qui demeure emprisonnée sur la surface en se basant sur le nombre de Weber.

Il faut aussi noter que la rugosité de surface qui est reconnue comme étant l'un des facteurs les plus importants dans l'accrétion de la glace n'a pas été suffisamment étudiée, tout comme la densité de la glace, l'eau liquide résiduelle, l'arrachement et l'éclaboussure des gouttelettes d'eau en surfusion. Généralement, ces facteurs sont estimés en utilisant des corrélations empiriques. Une des corrélations les plus courantes est celle développée par Ruff en 1990 qui a été utilisée par Shin et Bond<sup>21</sup> pour la rugosité de surface, ainsi que celle développée par Olsen et Walker<sup>22</sup> en 1986 pour l'arrachement, l'éclaboussement, et l'eau liquide résiduelle, et celle développée par Jones<sup>23</sup>, en 1988, pour la densité de la glace.

Les recherches effectuées au cours des dix dernières années ont apporté une meilleure compréhension de la rugosité et de la physique de la phase liquide. Les travaux de Shin<sup>24</sup> sur la mesure et la distribution des rugosités à la surface de la glace sur le bord d'attaque ont démontré que la corrélation empirique développée par Ruff<sup>18</sup>, laquelle est basée sur la rugosité de surface exprimée en valeur équivalente de papier émeri, n'est pas une représentation réaliste de la distribution et de la dimension des hauteurs de rugosité locale, surtout lorsque la surface est recouverte par un film d'eau. Les études de Al-Khalil<sup>19 et 20</sup>, en 1989 et 1991, permettent de décrire analytiquement la formation et le mouvement du film, ainsi que des ruisselets de surface comme étant le résultat de l'équilibre entre les forces de cisaillement induites par les effets aérodynamiques. Les travaux de Hansman<sup>25</sup> et al. en 1992 ont démontré que la tension de surface est probablement le principal facteur responsable de la formation des gouttes à la surface de l'aile.



#### 1.1.4 Problématique

En 1995, un consortium européen de recherche a été mis sur pied pour l'étude des conditions de givrage en vol. Le Centro Italiano Ricerche Aerospaziali (CIRA), qui est l'institution pilote du consortium, a initié le projet visant la construction d'une soufflerie réfrigérée dont la section d'essai est de 3 m x 3 m. En support de cette infrastructure, le CIRA a cherché à mettre au point un code de modélisation de l'accrétion de la glace. Le CIRA a confié au Laboratoire International des Matériaux Antigivre (LIMA) la responsabilité de ce développement.

Le premier travail consistait à développer un code d'accrétion sur un cylindre tournant<sup>26</sup>. Le cas du cylindre a l'avantage de présenter une géométrie qui reste cylindrique tout au long de l'accrétion. Il permet également l'utilisation de corrélations bien connues pour déterminer les coefficients globaux de frottement et de transfert de chaleur, ainsi que pour les coefficients de captation des gouttelettes sur un cylindre. Les résultats<sup>26 et 27</sup> ont permis d'identifier les mécanismes généraux de l'accrétion et de mettre en place une partie des modèles nécessaires au calcul des propriétés physiques et thermiques se rapportant au processus. Suite au succès de cette première étude, la simulation de l'accrétion sur un objet de géométrie quelconque a été entreprise et le modèle a été terminé en 1997<sup>28</sup>. Les particularités du modèle développé était qu'il additionnait la quantité de glace de façon continue en se basant sur les bissectrices entre deux panneaux adjacents et qu'il utilisait un modèle de gouttes de surface pour le calcul de la quantité d'eau emprisonnée sur la surface, ce qui permettait de déduire la quantité d'eau de ruissellement. Une description de ce modèle a été présentée lors du 36<sup>th</sup> *Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* organisé à Reno en 1998 par l'*American Institute of Aeronautics and Astronautics*<sup>29</sup> (AIAA).

Suite aux bons résultats obtenus avec ce modèle, un projet de doctorat en a découlé, afin d'améliorer le modèle de goutte de surface et celui pour l'addition de la masse de glace.

Comme l'interprétation de la croissance d'une surface libre est une problématique importante dans la conception des modèles numériques, il est essentiel de contrôler avec exactitude l'orientation de la croissance pour obtenir les cornes qui se forment lors de l'accrétion.

La méthode qui a été développée suppose que la direction privilégiée de croissance est la normale à la surface de glace existante sur le panneau, mais sans être nécessairement parallèle à l'ancienne surface. Cette hypothèse impose à la surface de glace de croître perpendiculairement par rapport à la surface de l'objet en additionnant l'épaisseur de glace selon l'orientation des bissectrices entre les panneaux et la position du nœud adjacent (**Figure 1.3**).

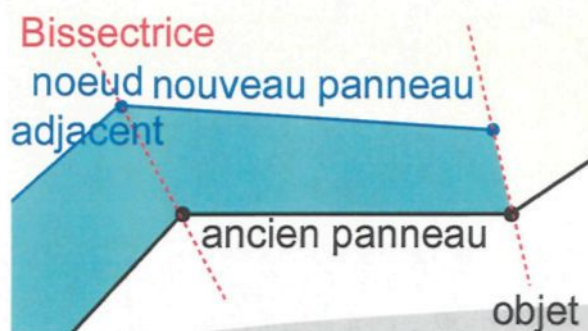


Figure 1.3: Croissance de surface continue avec la méthode des bissectrices.

Il faut souligner que le développement continu de la surface de glace est une caractéristique originale de la modélisation développée dans ce travail. En effet, certaines méthodes classiques de calcul imposent en régimes sec et humide la direction normale de croissance tout en assumant que la nouvelle surface demeure parallèle à l'ancienne. Avec les méthodes utilisant les bissectrices<sup>16</sup> (**Figure 1.4 a**), deux points sont créés sur une même bissectrice et avec les méthodes utilisant un rectangle<sup>9</sup> (**Figure 1.4 b**), deux points sont créés sur deux droites perpendiculaires à la surface. Par la suite, le nœud est calculé à partir des deux points en conservant l'aire sous la surface. La croissance n'étant pas continue entre deux panneaux, le calcul des nœuds tend à effectuer un lissage de la surface et s'éloigne de la physique lorsque les deux points sont très espacés l'un de l'autre. L'hypothèse de croissance normale en continu apparaît comme le premier pas naturel dans l'introduction de la croissance contrôlée par la physique (**Figure 1.3**). La méthode des bissectrices proposée dans cette thèse calcule le nœud en une seule opération à partir de la bissectrice et de la position du nœud précédent ce qui permet un processus continu de croissance de la glace en surface.

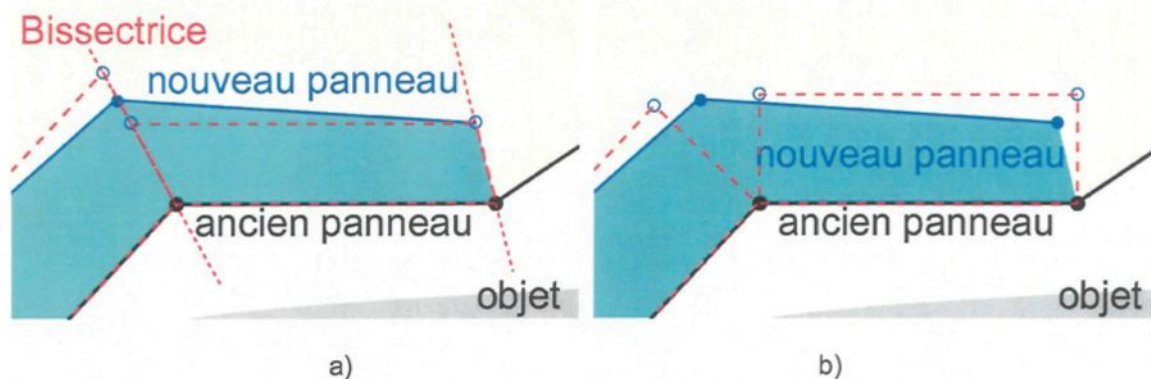


Figure 1.4: Croissance de surface a) méthode des bissectrice b) rectangle.

De plus, un modèle analytique basé sur la physique de l'accrétion et sur l'état de l'eau à la surface a été développé pour calculer la quantité d'eau qui demeure emprisonnée à la surface de la glace et la rugosité de surface en régimes sec et humide. Bien que l'approche physique utilisée actuellement pour le calcul du ruissellement soit très utile, elle ne prend pas en considération toutes les formes que l'eau liquide à la surface de l'aile givrée peut posséder, ce qui limite le pouvoir de prédiction des modèles, surtout en régime humide, comme la comparaison des différents modèles existants l'a démontré en 1997<sup>30</sup> et en 2001<sup>31</sup>. Et, comme l'a démontré la revue de la littérature, peu d'études ont été consacrées à la rugosité qui se forme sur la surface couverte de glace durant le processus d'accrétion de glace. Pourtant, la rugosité contrôle le développement de la couche limite, laquelle affecte le coefficient de transfert de chaleur et l'efficacité de la captation qui, à leur tour, contrôlent la forme de glace. Même si l'importance de ce facteur est très bien reconnue, peu de travaux ont été faits pour investiguer la rugosité de surface associée à l'accrétion de glace. Ce manque d'information est contourné dans la simulation numérique par l'utilisation de corrélations empiriques pour le calcul de la hauteur des rugosités ou le calcul du coefficient de transfert de chaleur par convection. Ces corrélations sont développées en comparant les formes de glace simulées avec celles obtenues en laboratoire et en sélectionnant la hauteur de rugosité ou le coefficient de transfert de chaleur qui produit le meilleur agrément avec l'expérimentation. La corrélation empirique de Shin et Bond<sup>18</sup> qui est la plus utilisée dans les modèles simulant l'accrétion de glace a été obtenue ainsi. Ce type d'approche est très utile, mais ne prend pas en considération

la physique de l'accrétion de glace et les conditions actuelles de la glace qui recouvre la surface. De même, la corrélation de Ruff<sup>18</sup>, qui est basée sur la définition de la rugosité équivalente en papier émeri de Nikuradse<sup>32</sup>, n'est pas très représentative de la dimension et de la distribution de la hauteur locale des éléments de rugosité, surtout lorsque la surface est recouverte d'eau<sup>24</sup>.

## **1.2 Objectifs**

### **1.2.1 Objectif principal**

L'objectif principal de ce travail de doctorat est de réaliser un modèle numérique capable de prédire la forme de glace accrétée sur une aile bidimensionnelle soumise à une précipitation givrante. La particularité du modèle numérique développé consiste en l'intégration des processus physiques représentatifs de l'état de l'eau à la surface pour calculer la hauteur des rugosités et la quantité d'eau accumulée, ainsi que le développement d'un modèle géométrique pour additionner la masse de glace de façon continue en se basant sur la bissectrice entre deux panneaux adjacents.

L'ensemble du programme se divise en quatre modules :

1. Le module du calcul de l'écoulement de l'air autour de l'objet.
2. Le module du calcul des trajectoires des particules et de leur point d'impact.
3. Le module du calcul des coefficients de transfert de chaleur, des rugosités de surface et de la thermodynamique de l'accrétion de la glace.
4. Le module du calcul de la géométrie après addition de la masse de glace.

Le travail de doctorat présenté dans cette thèse correspond aux deux derniers modules, qui se rapportent aux processus de congélation et de formation des gouttes à la surface de l'objet, ainsi que l'addition de la masse de glace à la surface de l'objet. Les deux premiers modules constituent des entités séparées fournies par le CIRA<sup>13</sup>.

### **1.2.2 Objectifs spécifiques**

La simulation doit répondre aux objectifs détaillés suivants :

- La simulation s'applique à un obstacle constitué d'une forme fermée bidimensionnelle telle qu'une aile d'avion.
- La simulation doit répondre aux caractéristiques d'un vol à moyenne altitude (ordre du km). Les régimes d'accrétion simulés incluent les régimes sec, humide et liquide, mais excluent les conditions de fonte.
- La rugosité de surface doit être calculée localement en fonction de l'état de la surface et de la couche limite.
- La quantité d'eau qui demeure emprisonnée à la surface doit être calculée localement en fonction de l'état de la surface et de la couche limite.
- L'état de la surface qui se décrit par des modèles analytiques doit être déterminé en fonction de la physique de l'accrétion.
- La physique de l'accrétion est déterminée en fonction des mécanismes thermodynamiques locaux de croissance et de congélation des éléments liquides.
- La géométrie de la forme d'accrétion, présentée sous forme de panneaux, est mise à jour à chaque incrément de temps de calcul et la surface est reconstruite de façon continue.

### **1.3 Méthodologie**

#### **1.3.1 Définition des conditions de calcul**

Les conditions environnementales qui doivent être définies avant la simulation de l'accrétion de glace sur un objet fixe sont divisées en deux catégories : les conditions atmosphériques et les conditions météorologiques. Les conditions atmosphériques sont celles caractérisant l'écoulement d'air non perturbé : la vitesse du vent, la température de l'air et la pression statique. Les conditions météorologiques sont celles caractérisant la précipitation : l'humidité relative, la teneur en eau liquide, ainsi que la taille et le nombre de gouttelettes. La surface des profils est définie par des coordonnées appelées nœuds, qui sont joints par des

segments plats de largeur fixe appelés panneaux, permettant la discrétisation de l'objet pour le calcul numérique.

### **1.3.2 Méthodologie générale**

Le programme d'accrétion de glace est basé sur un modèle qui simule le processus de refroidissement thermodynamique des gouttelettes d'eau en surfusion qui heurtent un objet fixe. La durée du givrage appelée temps d'accrétion est divisé en incrément de temps. La méthode de calcul utilisée permet de résoudre, pour chaque incrément de temps et pour chaque élément de surface, les équations différentielles de premier ordre de la conservation de la masse et du transfert de chaleur. Les caractéristiques de la surface sont obtenues en appliquant un modèle microscopique qui simule la croissance des gouttes d'eau sur la surface de l'objet.

### **1.3.3 Modélisation de l'accrétion**

Le calcul se fait par itération avec un incrément de temps défini à partir des conditions atmosphériques entrées. Le calcul d'une simulation de givrage est complété à la fin de l'événement, qui dure en moyenne de 6 à 60 minutes. L'écoulement potentiel est d'abord calculé selon le profil de l'objet. Le programme de calcul détermine les lignes équipotentielles de courant de l'écoulement, le champ de vitesse et la couche limite à la surface de l'objet. Ensuite, les trajectoires que suivent les gouttelettes d'eau en surfusion, ainsi que leur point d'impact sur l'objet, sont calculées à partir du champ de vitesses et des conditions météorologiques considérées, ce qui permet de déduire les coefficients locaux d'efficacité de collection. Le programme de calcul des trajectoires des particules évalue le parcours des gouttelettes d'eau en surfusion dans un écoulement potentiel en deux dimensions. Le coefficient de collection est déterminé en effectuant le ratio de la surface transversale du tube d'eau située en amont dans l'écoulement et de la surface d'impact des gouttelettes d'eau sur l'objet. Ces programmes sont inclus dans le module développé par le CIRA. Par la suite, durant chaque incrément de temps, le modèle thermodynamique de l'accrétion de glace est appliqué sur chaque panneau, permettant ainsi de calculer la masse de glace accumulée.

Une des contributions originales apportée à la modélisation de l'accrétion est l'utilisation d'une structure à deux niveaux.

- Le modèle macroscopique qui comprend les trois éléments suivants :
  - Modélisation de la circulation de l'eau sur la surface sous l'effet du vent et de la gravité.
  - Modélisation des bilans de masse et de chaleur pour un panneau de surface.
  - Modélisation de la surface par panneaux avec adaptation de la géométrie en fonction de la masse accumulée.
- Le modèle microscopique qui comprend les trois éléments suivants :
  - Modélisation de la distribution et de la croissance des gouttes de surface dans la zone de captation.
  - Modélisation de la distribution et de la croissance des ruisselets de surface dans la zone de non-captation.
  - Modélisation de la croissance du film d'eau de surface lorsque les gouttes ou les ruisselets sont réunis en un seul volume.

À noter que par souci de constance, l'appellation « goutte » est utilisée pour décrire la forme hémisphérique de l'eau en surface, tandis que celle de « gouttelette » est utilisée pour l'eau présent dans l'écoulement.

Un modèle mathématique de solidification microscopique est nécessaire pour caractériser les éléments individuels de surface rugueuse, le ruissellement de l'eau et son emprisonnement dans les cavités. Cependant, ce modèle a été généralisé et simplifié, il intervient dans le modèle macroscopique pour le calcul des rugosités et des masses d'eau liquide sous forme d'équations appelées « modèle analytique ». Le programme de mise à jour de la géométrie par l'addition de la masse de glace utilise un modèle mathématique basé sur la croissance le long des bissectrices entre deux panneaux adjacents. Une méthode similaire se basant sur les bissectrices entre les panneaux a été développée par Pueyo *et al.*<sup>16</sup> pour l'amélioration du modèle CANICE. Le principe

de base de ces deux méthodes consiste à calculer la bissectrice entre deux panneaux adjacents et à calculer le point, sur cette bissectrice, permettant d'obtenir une surface équivalente à la quantité de glace calculée. La différence majeure entre ces deux méthodes est que celle du CANICE calcule deux points sur une même bissectrice en conservant les nouveaux panneaux parallèles aux anciens, ces points étant par la suite réduits à un nœud en conservant la masse de glace. La méthode des bissectrices proposée dans cette thèse calcule le nœud en une seule opération à partir de la bissectrice et de la position du nœud précédent ce qui permet un processus continu de croissance de la glace en surface.

## 1.4 Plan du travail

Pour répondre aux objectifs, la thèse a été divisée en dix chapitres. Le **CHAPITRE 1** a introduit les problématiques du givrage en vol et de la rugosité de surface, ainsi que la modélisation de l'accrétion de la glace sur un profil d'aile à deux dimensions et de la rugosité de surface qui est représentée par des corrélations empiriques. Le processus d'accrétion de glace est décrit de façon générale dans le **CHAPITRE 2**. Pour sa part, le modèle thermodynamique de l'accrétion de glace basé sur les bilans de masse et d'énergie est présenté dans le **CHAPITRE 3**, où ils sont calculés à partir du coefficient de transfert de chaleur par convection, de la température de surface et de la fraction solide. Le **CHAPITRE 4** explique la dynamique de l'eau en surface de l'aile caractérisée par un état de film, de ruisselets ou de gouttes. Ces états ont permis de développer des modèles physiques pour le calcul des éléments- de rugosité, des masses d'eau résiduelle et arrachée qui constituent un des éléments d'originalité de la thèse. Les modèles décrits au **CHAPITRE 4** dépendent d'une hauteur appelée hauteur de mouvement. Cette hauteur dynamique qui représente la hauteur maximale que la goutte de surface peut atteindre avant de se mettre en mouvement et qui est présentée au **CHAPITRE 5** est l'élément nouveau majeur de la thèse. Elle est modélisée à partir de la physique et de la dynamique d'une goutte et permet de déterminer si l'eau demeure emprisonnée ou ruisselle à la surface sous forme de film, de ruisselets ou de gouttes. L'évolution de la géométrie bidimensionnelle de la surface de glace est modélisée à l'aide de la méthode dite



des bissectrices décrite au **CHAPITRE 6**. Cette nouvelle méthode développée dans le cadre de la thèse permet à la surface de glace de croître de façon continue en conservant les éléments de rugosité, contrairement aux modèles existants qui uniformisent la couche superficielle de glace. La validité du modèle physique utilisé pour la hauteur de mouvement a été vérifiée en laboratoire en laboratoire avec des gouttes en mouvement sur une surface plane. Les trois expériences effectuées pour la validation du modèle dynamique sont décrites au **CHAPITRE 7**. Au **CHAPITRE 8**, le modèle d'accrétion est évalué qualitativement en comparant les formes de glace obtenues par la simulation numérique avec celles mesurées en soufflerie et celles obtenues à l'aide de deux autres modèles numériques. Finalement, les principales conclusions et recommandations sont énumérées aux **CHAPITRES 9 et 10**. Quatre annexes viennent compléter les différents chapitres.

## **CHAPITRE 2**

### **DESCRIPTION GÉNÉRALE DU PROCESSUS D'ACCRÉTION**

#### **2.1 Captation des gouttelettes de précipitation**

La captation des gouttelettes dépend de la dimension et de la géométrie de l'objet, de la taille des gouttelettes en surfusion, de la teneur en eau liquide, de l'angle d'attaque et de la vitesse de l'écoulement. La description du processus initial est cruciale pour prédire la quantité et la forme du dépôt de glace qui s'accumule dans des conditions atmosphériques et météorologiques spécifiques de givrage.

L'accrétion est le résultat des gouttelettes d'eau en surfusion qui sont entraînées vers l'objet en suivant des trajectoires dont certaines vont heurter l'objet et d'autres l'éviter. L'efficacité de la collection se définit comme la mesure de la capacité d'un objet à capter les gouttelettes d'eau qui sont présentes dans l'écoulement. Lorsque l'éclaboussement est négligé, il est le rapport entre la surface de la section transversale du flux d'eau en aval et la surface d'impact de ce flux sur l'objet. Initialement, les gouttelettes d'eau en surfusion vont heurter la surface de l'objet sans glace. Sous l'impact, elles vont geler instantanément, se fragmenter ou s'unir et former des gouttes de surface plus ou moins grosses, dépendamment de la tension de surface, ou être emportées par les forces aérodynamiques. Ces dernières gouttes vont geler partiellement et s'écouler sous forme de ruisselets pour former un film liquide qui va geler partiellement, alors que la partie liquide continue à s'écouler. La glace formée par cette première accrétion crée une surface rugueuse qui engendre de la turbulence et modifie considérablement les coefficients locaux de transfert de masse et de chaleur par convection, ainsi que l'efficacité de la collection.

## 2.2 Types et formes de l'accrétion de glace

Le type de glace qui va se former sur l'objet dépend principalement du taux de solidification, qui est lui-même fonction des conditions atmosphériques et météorologiques.

Le givre se forme lorsque les gouttelettes d'eau en surfusion gèlent instantanément en heurtant la surface, ce qui forme une surface rugueuse. Il n'y a pas d'écoulement des gouttes de surface, ce qui engendre une surface rugueuse. Le givre est une glace opaque, de couleur laiteuse, en raison de la présence des bulles d'air qui restent emprisonnées dans la structure cristalline durant le rapide processus de solidification. La **Figure 2.1** présente une accrétion de glace formée par du givre.



Figure 2.1: Formes de glace en régime sec.

Lorsque les gouttelettes d'eau ne gèlent pas instantanément à l'impact, elles vont coalescer et former des gouttes de surface. Ces gouttes, dont le diamètre est beaucoup plus grand que celui des gouttelettes, rendent l'élément de surface rugueux. La rugosité augmente le transfert de chaleur par convection et l'efficacité de la collection locale, ce qui augmente la croissance de l'accrétion de glace dans cette région.

Dans certaines conditions spécifiques et en raison de la rugosité nouvellement formée après l'incrément de temps initial, l'épaisseur du film produit par l'union des gouttes de surface est insuffisante pour permettre l'écoulement de l'eau liquide, en raison de la hauteur trop élevée des rainures ou des gouttes de surface. L'eau liquide reste emprisonnée dans les rainures ou dans les espaces entre les gouttes de surface, où elle gèle. Une corne constituée de glace mixte (givre et verglas) et de verglas se forme (**Figure 2.2**). Une ou plusieurs cornes composées surtout de

verglas peuvent se former loin du point d'impact si la solidification est très lente. Les gouttes qui se forment à partir des gouttelettes d'eau en surfusion s'unissent pour former un ruisseau de surface qui s'écoule sur la surface de l'objet avant de se solidifier, ce qui éloigne la région de croissance de la glace du point d'impact.

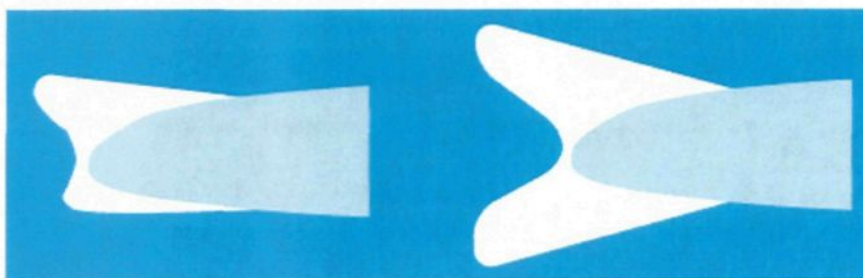


Figure 2.2: Formes de glace en régime humide.

En résumé, le givre se caractérise par une solidification rapide en raison des petites gouttelettes d'eau en surfusion qui gèlent très rapidement. Il présente une surface rugueuse composée d'une glace de faible densité, qui est opaque et laiteuse en raison du nombre élevé de bulles d'air qui demeurent emprisonnées à l'intérieur de la glace. Pour sa part, le verglas est caractérisé par une solidification lente, en raison des gouttelettes d'eau qui gèlent partiellement. La glace qui possède une surface lisse et une densité près de  $917 \text{ kg/m}^3$  est claire et transparente en raison de la faible quantité de bulles d'air emprisonnées à l'intérieur.

## 2.3 Régimes thermodynamiques d'accrétion

### 2.3.1 Définitions

La thermodynamique du processus d'accrétion est très importante, car elle détermine le taux de solidification de la glace et le type de glace. L'accrétion se forme en régime sec, humide ou liquide, les régimes étant fonction de la température de surface et de la fraction solide. La température de la surface de l'objet varie sous l'effet des échanges de chaleur et des changements de phase. La fraction solide définit la partie de la masse d'eau liquide entrante qui se solidifie dans le volume de contrôle.

### 2.3.2 Régime sec

Le régime sec se caractérise par une température de surface inférieure à la température de solidification de l'eau et par une fraction solide égale à un. Il indique que la totalité de l'eau qui est entrée dans le volume de contrôle a été transformée en givre. Les gouttelettes d'eau en surfusion, heurtant la surface de l'objet, forment des gouttes de surface. Ces grosses gouttes se solidifient avant d'atteindre un volume suffisamment grand pour être évacuées ou emportées par le vent et/ou par la gravité.

### 2.3.3 Régime humide

Le régime humide se caractérise par une température de surface égale à la température de solidification de l'eau et par une fraction solide comprise entre zéro et un. Les gouttelettes d'eau en surfusion, heurtant la surface de l'objet, s'unissent pour former des gouttes de surface. Ces gouttes vont croître et se solidifier partiellement. Elles peuvent atteindre un volume suffisamment grand pour que la partie liquide soit emportée partiellement sous les effets du vent et de la gravité. En cours de développement, les gouttes de surface peuvent croître suffisamment pour se transformer en ruisselets ou en film, ces derniers interagissent avec les gouttes de surface restantes. L'état de l'eau liquide à la surface dépend principalement de la température de la surface et des forces agissant sur la goutte. Dans le modèle retenu, seulement la croissance des gouttes de surface est modélisée. Les ruisselets sont intégrés pour représenter la fragmentation du film dans les zones de non-captation, ces derniers permettent à l'eau de s'écouler vers le prochain volume de contrôle avant leur solidification. Lorsque la quantité d'eau est suffisante dans le volume de contrôle pour en recouvrir totalement sa surface, l'union des gouttes de surface forme un film liquide dont la partie inférieure est constituée d'une mince couche de verglas. La **Figure 2.3** résume les différentes formes et conditions dans lesquelles l'eau peut exister à la surface de l'objet lorsque le régime d'accrétion est humide.



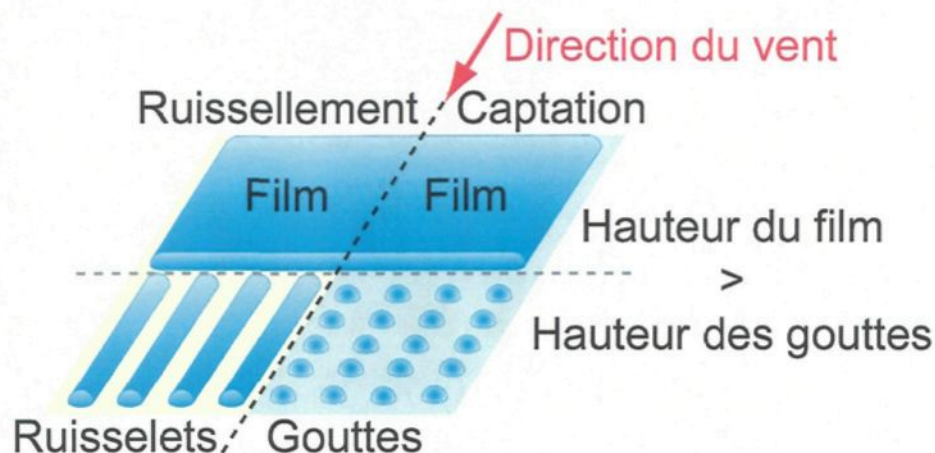


Figure 2.3: État de l'eau à la surface.

#### 2.3.4 Régime liquide

Le régime liquide se caractérise par une fraction solide égale à zéro, par une température de surface égale ou supérieure à la température de solidification de l'eau et par une fraction liquide comprise entre zéro et un. L'eau s'écoule sur la surface sous forme d'un film ou de ruisselets. La glace fond en présence du film et la masse de glace devient négative, tout comme son taux de croissance et son épaisseur. Ce régime se présente surtout lors de l'opération de dégivrage. Un transfert de chaleur par conduction induit par des éléments chauffants doit alors être ajouté.

Le régime liquide est couvert partiellement dans le présent travail, car la fonte n'est pas simulée. L'analyse est similaire à celle du régime sec, le calcul de la température de surface s'effectue en considérant que les fractions solide et liquide sont égales à zéro.

### 2.4 Point de stagnation

Un point de stagnation aérodynamique est le lieu, à la surface de l'objet, où les lignes de courant se séparent et la vitesse de l'air incidente est nulle. Dans la majorité des algorithmes classiques d'accrétion de glace sur des objets fixes, le panneau de départ correspond au point de stagnation. En effet, à ce point, aucune eau d'écoulement ne peut entrer dans le panneau et le bilan massique ne contient aucune inconnue.

## 2.5 Bilans de surface

### 2.5.1 Température et fraction solide

Une équation de bilan de masse et une autre de bilan de chaleur peuvent être établies pour chaque volume de contrôle, où la température de surface et la fraction solide sont inconnues. Cependant, la température de surface est égale à la température de solidification de l'eau si la fraction solide est inférieure à un et, inversement, la température de surface est inférieure à la température de solidification de l'eau si la fraction solide est égale à un, l'eau étant entièrement transformée en glace. Le calcul débute en supposant que la température d'équilibre de la surface est égale à la température de solidification de l'eau. Les termes de l'équation de masse et d'énergie sont évalués à cette température et l'expression résultante permet de déterminer la fraction solide. L'hypothèse initiale est correcte lorsque la fraction solide est comprise entre 0 et un. Si la fraction solide est supérieure à un, l'hypothèse initiale est fausse et la température d'équilibre de la surface est inférieure à la température de solidification de l'eau. La température d'équilibre de la surface est déterminée en imposant une fraction solide égale à un. Évidemment, le calcul est accepté si la température calculée est inférieure à la température de solidification de l'eau. Similairement, l'hypothèse initiale est également fausse si la fraction solide est inférieure à zéro. Dans ce cas, le calcul cesse, car le régime est liquide et la température d'équilibre de la surface est supérieure à la température de solidification de l'eau.

Un processus itératif est nécessaire pour déterminer la température de surface lorsque cette dernière est inférieure à la température de solidification de l'eau, car plusieurs des termes entrant dans la composition de l'équation d'énergie dépendent de la température d'équilibre de la surface. Le choix initial du régime sur un volume de contrôle, au cours d'une itération, est celui existant au temps précédent. À noter que le régime humide est considéré pour le premier incrément de temps. Dans chaque régime, l'algorithme permet de passer d'un régime à l'autre lorsque la température de surface et la fraction solide ne sont pas adéquates.

### 2.5.2 Masses

La conservation de la masse implique que la masse d'eau entrante sur un panneau, qui est entièrement liquide, est égale à la masse d'eau sortante de ce panneau, qui se retrouve sous phase vapeur, liquide et solide, et à la masse résiduelle qui se retrouve sous phase solide et liquide. Elles sont présentées à la **Figure 2.4**.

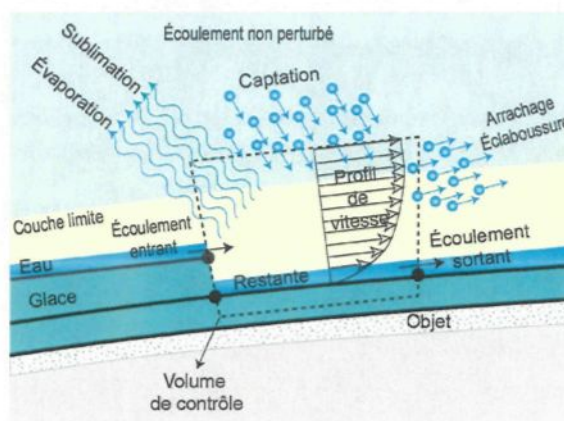


Figure 2.4: Terme de masse entrant dans le bilan massique.

La masse d'eau liquide entrante sur un panneau pendant un incrément de temps est l'union de trois masses d'eau en phase liquide : la masse d'eau captée, la masse d'eau ruisselante entrante et la masse d'eau restante (la masse d'eau résiduelle de l'incrément de temps précédent est considérée, ici, comme une masse entrante pour la nouvelle géométrie du panneau). La masse d'eau sortante est composée de glace, d'eau liquide et de vapeur d'eau. Elle se répartit en six termes : la masse de glace sublimée, la masse d'eau évaporée, la masse d'eau d'écoulement sortant, la masse d'eau arrachée en phase liquide et solide et la masse d'eau résiduelle qui demeure sur la surface de l'objet sous phase liquide et solide.

### 2.5.3 Chaleurs

La conservation de l'énergie sur un volume de contrôle doit respecter l'équation développée par Messinger, qui fait intervenir neuf termes de chaleur. Ils sont représentés à la **Figure 2.5**.

- Les chaleurs latentes de solidification (1), qui dépend la fraction solide, de sublimation (2) ou d'évaporation (3) qui dépendent des températures de la surface et sensible (4)



associées au changement de phase de l'eau qui dépend de la température de la surface et de la fraction solide.

- Les chaleurs de convection (5), qui dépend de la température de la surface et adiabatique (6) associées aux échanges thermiques dans la couche limite.
- La chaleur de conduction (7), qui dépend de la température de la surface associée aux échanges thermiques dans la glace et l'objet.
- La chaleur cinétique (8) associée à la vitesse des gouttelettes d'eau en surfusion.
- La chaleur de radiation (9), qui dépend de la température de la surface associée aux échanges de chaleur radiative.

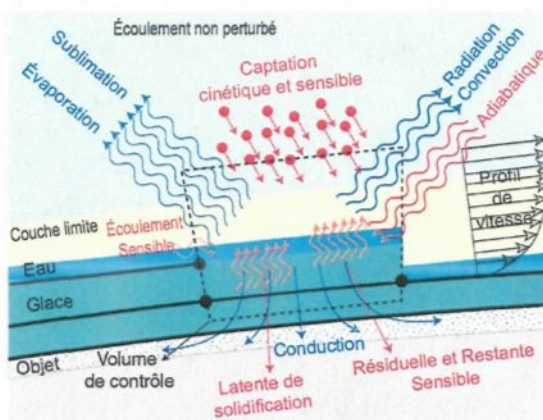


Figure 2.5: Terme de chaleur entrant dans le bilan thermique.

La chaleur latente de solidification est l'apport d'énergie engendrée par le changement de phase de l'eau. La chaleur sensible provient du changement de température de l'eau d'écoulement entrant, de l'eau résiduelle et de l'eau captée. Les chaleurs d'évaporation et de sublimation sont les énergies qui doivent être fournies pour transformer l'eau et la glace en vapeur d'eau. Le réchauffement adiabatique est engendré par la viscosité de l'air dans la couche limite. L'énergie cinétique emmagasinée par les gouttelettes d'eau en surfusion est libérée lors de leur impact et absorbée par la surface de l'objet. La surface de l'objet perd de la chaleur par convection en raison de l'écoulement d'air et de la différence de température entre la surface de l'objet et l'air ambiant. Elle perd aussi de la chaleur par conduction en raison de la différence de température entre la

surface de l'objet et sa partie solide interne. Une faible quantité de chaleur est perdue par radiation en raison de la différence de température entre la surface et l'air, mais comme son impact est faible, ce terme est négligé.

#### **2.5.4 Progression du calcul**

L'évaluation des caractéristiques thermodynamiques débute au point de stagnation et l'application de la conservation de la masse permet de déterminer la masse d'eau liquide d'écoulement sortant, car aucune masse d'eau localisée à l'intérieur des volumes de contrôle adjacents ne s'écoule vers ce volume de contrôle. Toute masse d'eau liquide sortante du volume de contrôle s'éloigne du point d'origine et entre dans le volume de contrôle suivant. La procédure ci-dessus est répétée sur le volume de contrôle adjacent en allant vers la partie inférieure ou supérieure de l'objet, et la procédure est répétée sur la partie supérieure ou inférieure de l'objet.

### **2.6 Dynamique du mouvement de surface**

#### **2.6.1 Dynamique des gouttes de surface**

Le terme goutte de surface est utilisé pour désigner les particules d'eau reposant en surface de l'objet et le terme gouttelette, pour les particules d'eau se déplaçant librement dans l'air. La croissance des gouttes de surface en régime sec débute avec l'impact d'une première gouttelette d'eau en surfusion qui se solidifie partiellement avant l'arrivée au même endroit d'une seconde gouttelette qui augmente le volume de la goutte de surface. La croissance de la goutte de surface augmente la surface exposée au refroidissement par convection. Essentiellement, le taux de croissance est déterminé par l'équilibre entre la perte de chaleur par convection et la libération de la chaleur latente de solidification. Le taux de solidification est contrôlé par la température de l'eau qui compose la goutte de surface et il est proportionnel au carré du degré de surfusion. Le degré de surfusion est la différence entre la température des gouttelettes d'eau et la température de solidification de l'eau. La croissance des gouttes de surface en régime humide est modélisée comme la croissance uniforme d'un nombre identique de gouttes de surface. Les gouttes de

surface sont composées d'une masse d'eau liquide qui est à une température de  $0^{\circ}\text{C}$  et d'une masse de glace dont la température est inférieure à  $0^{\circ}\text{C}$ . La variation de température dans la glace est induite par la différence entre la partie solide de la goutte de surface en contact avec l'objet, qui est à la même température que la surface et celle en contact avec l'eau, qui est à  $0^{\circ}\text{C}$  (**Figure 2.6**).

La fraction mouillée et le nombre de gouttes de surface sont les deux paramètres utilisés pour décrire la distribution des gouttes de surface sur la surface du panneau. Ils sont dépendants l'un de l'autre. La fraction mouillée est le rapport entre la surface mouillée de l'objet et la surface de l'objet. Elle est définie comme le ratio des facteurs d'étalement définis par Wright<sup>9</sup>, calculés pour l'angle de contact associé à la température de surface sèche et un angle de contact de  $10^{\circ}$ . Le nombre de gouttes de surface est calculé à partir de la fraction mouillée.

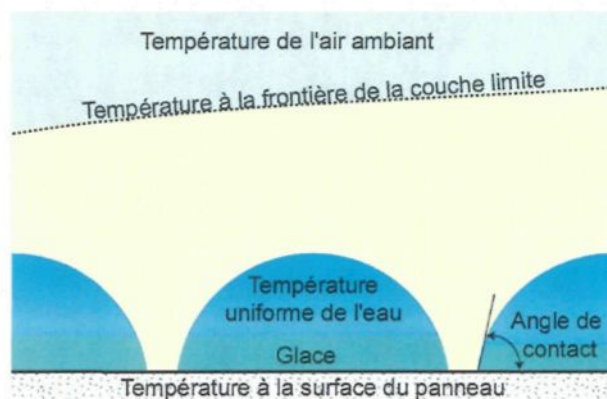


Figure 2.6: Gouttes de surface en régime humide.

La fraction mouillée augmente en raison de l'augmentation du volume des gouttes de surface produit par la coalescence des gouttes. La croissance des gouttes de surface en régime humide débute avec l'impact d'une première gouttelette d'eau en surfusion. Après quelques microsecondes, une seconde gouttelette d'eau en surfusion vient augmenter le volume de la goutte de surface. La masse d'eau liquide d'écoulement entrant et la masse d'eau liquide résiduelle sont distribuées sur les gouttes de surface en prenant en considération l'incrément de temps. Le temps de croissance d'une goutte de surface est indépendant du temps d'accrétion. La croissance d'une goutte de surface peut s'effectuer sur plus d'un incrément de temps. La totalité de la précipitation est considérée comme étant capturée par la goutte de surface, cette dernière étant entourée d'une

surface sèche. Cette hypothèse implique qu'aucune goutte de surface plus petite ne peut croître entre les gouttes de surface principales, quoique le processus d'union des gouttes de surface permet au modèle d'englober les gouttes de surfaces adjacentes.

### 2.6.2 Dynamique des ruisselets de surface

L'utilisation des ruisselets de surface en régimes sec et humide permet une meilleure précision du calcul de la température de surface, car il tient compte de l'augmentation de la surface de contact de l'eau avec l'air ambiant et conséquemment le taux de solidification est accru. Cependant, les ruisselets de surface sont simulés lorsque la masse captée par précipitation est nulle, c'est-à-dire dans les zones cachées de l'objet.

La masse d'eau contenue dans les ruisselets est obtenue en ajoutant la masse d'eau d'écoulement entrant et la masse d'eau résiduelle. La valeur de la fraction solide indique le régime de croissance des ruisselets de surface; lorsqu'elle est égale à un, le régime est sec et, lorsqu'elle est inférieure à un, le régime est humide. La présence de ruisselets de surface en zone de collection est ignorée, le modèle des gouttes de surface étant retenu pour cette zone.

### 2.6.3 Dynamique du film

Le film liquide (**Figure 2.7**) ne doit pas être confondu avec le régime liquide. En effet, un film d'eau peut exister sur la surface d'un panneau en régime humide et exceptionnellement, dans certains cas du régime sec. Le film d'eau en régime sec existe durant les quelques milisecondes nécessaires au gel complet de l'épaisseur du film, lorsque la hauteur des gouttes de surface ou celle des ruisselets de surface excède la hauteur maximale d'équilibre déterminée à partir des effets du vent et de la gravité. Le traitement du film d'eau est considéré comme un cas particulier des gouttes de surface avec une fraction mouillée égale à un. Dans ce cas, le processus de diffusion s'effectue seulement par évaporation, car la glace n'est pas en contact avec l'air ambiant en raison du film qui la recouvre. La solidification s'effectue uniformément et le front de solidification débute sur la surface de l'objet en se dirigeant vers la surface de l'eau.



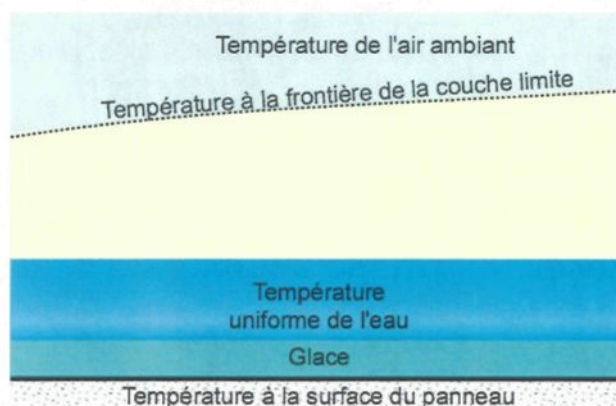


Figure 2.7: Film.

## 2.7 Propriétés physiques et thermiques

Le calcul des bilans massique et énergétique nécessite la connaissance des propriétés physiques et thermiques de l'air, de la vapeur d'eau, de l'eau et de la glace en fonction de la température. Les propriétés physiques et thermiques de l'air sec, de l'eau en phase vapeur, liquide et solide, ainsi que celles du matériel constituant l'objet en fonction de la température, sont nécessaires à la simulation. Les propriétés physiques et thermiques utilisées sont pour l'air : la chaleur spécifique, la conductivité thermique et la viscosité dynamique; pour la vapeur d'eau : la chaleur spécifique, la conductivité thermique et la pression de vapeur saturante; pour l'eau liquide : la densité, la chaleur spécifique, la conductivité thermique, la viscosité dynamique, la tension de surface, l'angle de contact et l'hystérésis de l'angle de contact; et, finalement, pour la glace : la chaleur spécifique, la conductivité thermique et la chaleur latente de sublimation. Les propriétés disponibles pour l'objet sont : la densité, la chaleur spécifique et la conductivité thermique. Les autres propriétés secondaires sont calculées à l'aide de corrélations empiriques et à partir des propriétés primaires citées précédemment. Les propriétés secondaires sont la densité de l'air et de la vapeur d'eau, la viscosité dynamique de la vapeur d'eau, la viscosité cinématique et le nombre de Prandtl des fluides et des gaz, le coefficient de diffusion thermique des solides, des fluides et des gaz, le coefficient de traînée pour une sphère, le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air, la chaleur latente de solidification et de vaporisation de l'eau, la fraction mouillée et le

facteur d'étalement des gouttes. Toutes les propriétés utilisées lors de la simulation sont présentées à l'**ANNEXE C**.

## 2.8 Géométrie

L'accrétion de glace peut présenter des formes variées, en commençant par des surfaces simples et lisses, pour aller vers des surfaces complexes et rugueuses. Les formes rugueuses et complexes peuvent entraîner des effets visqueux importants, tel la séparation de la couche limite et son rattachement. Il est très important de posséder un modèle de croissance de la glace qui respecte la physique du processus. Le programme d'accrétion repose sur un processus de croissance de la glace par incrément de temps. La quantité de glace gagnée par chaque panneau durant un incrément de temps est déterminée en appliquant le modèle thermodynamique. L'interprétation de la croissance d'une surface libre est une problématique importante dans la conception des modèles numériques, car il est essentiel de contrôler avec exactitude l'orientation de la croissance. La méthode proposée suppose que la direction privilégiée de croissance est la normale à la surface de glace existante sur le panneau, mais sans être nécessairement parallèle à l'ancienne surface. Cette hypothèse impose à la surface de glace une croissance perpendiculaire par rapport à la surface de l'objet en additionnant l'épaisseur de glace selon l'orientation des bissectrices entre les panneaux et la position du nœud adjacent (**Figure 2.8**).

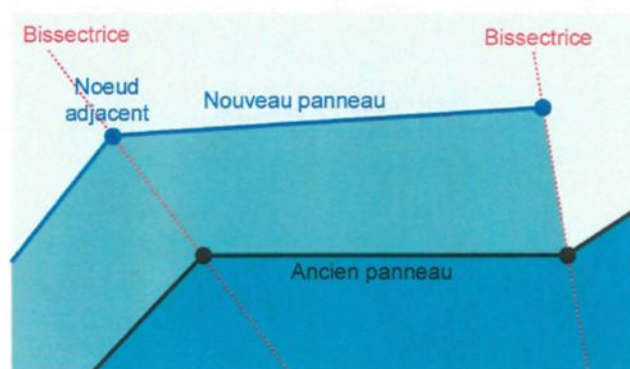


Figure 2.8: Croissance de surface continue par la méthode des bissectrices.

Il faut souligner que cette approche est une caractéristique originale de la modélisation développée dans cette thèse. En effet, les méthodes classiques n'étant pas continues entre deux

panneaux, le calcul du nœud tend à effectuer un lissage de la surface qui s'éloigne de la réalité surtout lorsque les deux points sont éloignés l'un de l'autre. L'hypothèse de croissance continue entre deux panneaux semble naturelle et devrait mieux décrire le phénomène physique. Ultérieurement et si nécessaire, des raffinements de la méthode pourraient utiliser des directions de croissance plus sophistiquées, comme par exemple, celle d'une direction normale inclinée selon une pondération déterminée en fonction de la direction et de la vitesse du vent ou des gouttelettes d'eau en surfusion lorsque le régime d'accrétion est sec.

Pour maintenir une définition adéquate de la courbure de la surface, le nombre de panneaux varie de façon automatique durant le processus d'accrétion. Ainsi, les panneaux peuvent être divisés lorsque leur longueur ou leur angle devient trop important et ils peuvent être fusionnés lorsque leur longueur ou leur angle devient trop faible. La méthode est itérative, chaque nouveau nœud calculé servant à définir le panneau adjacent. La méthode de la bissectrice nécessite une condition pour démarrer le processus, à savoir, celle naturelle que la surface croît symétriquement sur le panneau stationnaire. Le panneau stationnaire est défini par le point de stagnation et par le point adjacent au point de stagnation situé en amont ou en aval qui possède la vitesse la plus faible.

## CHAPITRE 3

### CALCUL DES BILANS DE SURFACE

Ce chapitre décrit le modèle thermodynamique de l'accrétion de la glace. Les équations modélisant le processus thermodynamique du changement de phase de l'eau lors de l'impact de gouttelettes d'eau en surfusion sur un objet fixe sont formulées en appliquant les lois de conservation de la masse et de l'énergie sur un volume de contrôle localisé à la surface de l'objet en se basant sur le modèle développé par Messinger<sup>5</sup> et l'approche de Lozowski<sup>6</sup>. Les termes de masse et d'énergie sont interdépendants et pour faciliter la compréhension, la conservation de la masse est présentée en premier.

#### 3.1 Conservation de la masse

##### 3.1.1 Volume de contrôle

Le volume de contrôle analysé (**Figure 2.4**) est localisé sur un segment de la surface de l'objet. Il s'étend à l'extérieur de la couche limite et sa longueur dépend de celle des panneaux définissant la surface. Le volume de contrôle au premier incrément de temps débute sur la surface de l'objet solide, initialement libre de glace, puis se déplace avec l'augmentation de la surface de glace.

##### 3.1.2 Conservation de la masse sur un volume de contrôle

La masse d'eau liquide entrante  $m_{in}$  dans le volume de contrôle se divise en une masse d'eau sortante  $m_{out}$ , une masse d'eau liquide résiduelle  $m_{rmw}$  et une masse de glace résiduelle  $m_{rmi}$ .

$$m_{in} = m_{out} + m_{rmr} + m_{rmi} \quad (3-1)$$



### 3.1.3 Calcul de la masse d'eau entrante

La masse d'eau liquide entrante sur un panneau est l'union de trois masses d'eau en phase liquide : la masse d'eau liquide captée  $m_{cap}$ , la masse d'eau liquide ruisselante entrante  $m_{rbin}$  et la masse d'eau liquide restante  $m_{resw}$ .

$$m_{in} = m_{cap} + m_{rbin} + m_{resw} \quad (3-2)$$

La masse d'eau liquide captée est la fraction des gouttelettes d'eau en surfusion présentes dans l'air qui heurtent l'objet. La masse d'eau liquide captée est déterminée à partir du coefficient de collection  $\beta$  calculé dans le module des trajectoires, de la teneur en eau liquide  $LWC$ , de la vitesse de l'écoulement non perturbé  $U_{\infty}$ , de l'incrément de temps de l'accrétion de glace  $\Delta t_{acc}$ , de la largeur  $\Delta b$  et de la longueur  $\Delta s$  du volume de contrôle.

$$m_{cap} = \beta \cdot LWC \cdot U_{\infty} \cdot (\Delta b \cdot \Delta s) \cdot \Delta t_{acc} \quad (3-3)$$

La masse d'eau liquide ruisselante entrante est une fraction de la masse d'eau liquide du volume de contrôle précédent qui est entraînée par l'écoulement d'air et la gravité dans le volume de contrôle. La masse d'eau liquide ruisselante qui entre dans le volume de contrôle d'indice  $i$  est égale à la masse d'eau liquide ruisselante  $m_{rbout}$  qui sort du volume de contrôle adjacent d'indice  $i-1$ .

$$m_{rbin}(i) = m_{rbout}(i-1) \quad (3-4)$$

La masse d'eau liquide restante est égale à la masse d'eau liquide résiduelle  $m_{rmw}$  calculée dans le volume de contrôle lors du temps précédent.

$$m_{resw}^t = m_{rmw}^{t-\Delta t} \quad (3-5)$$

### 3.1.4 Calcul de la masse d'eau sortante

La masse d'eau sortante est la masse d'eau en phase solide, liquide ou vapeur qui quitte le volume de contrôle. Elle est répartie en cinq masses : la masse de glace sublimée  $m_{sub}$ , la masse d'eau évaporée  $m_{evap}$ , la masse d'eau liquide ruisselante sortante  $m_{rbout}$ , la masse d'eau liquide arrachée  $m_{shw}$  et la masse de glace arrachée  $m_{shi}$ .

$$m_{out} = m_{sub} + m_{evap} + m_{rbout} + m_{shw} + m_{shi} \quad (3-6)$$

La masse de glace sublimée est la fraction de la masse de glace qui se diffuse dans l'air sous l'effet du gradient de température dans la couche limite. La masse d'eau évaporée est une fraction de la masse d'eau liquide qui diffuse dans l'air sous l'effet du gradient de température dans la couche limite. La masse d'eau liquide ruisselante sortante est la fraction de la masse d'eau liquide du volume de contrôle qui s'écoule vers le volume de contrôle adjacent. La masse d'eau liquide arrachée est la fraction de la masse d'eau liquide, à l'intérieur du volume de contrôle, qui est projetée dans l'air en raison du cisaillement produit par l'écoulement d'air. La masse de glace arrachée est la fraction de la masse de glace du volume de contrôle qui est évacuée dans l'air en raison du détachement superficiel des cristaux de glace produit par la force aérodynamique.

L'évaporation et la sublimation sont des processus qui agissent sur la masse d'eau présente à la surface de l'objet sous forme liquide et solide. Un gradient de concentration de la vapeur d'eau est engendré dans la couche limite en raison de la différence de concentration de la vapeur d'eau entre la surface et l'air à sa frontière. Conséquemment, l'eau qui se vaporise et la glace qui se sublime apportent la quantité de vapeur nécessaire pour entretenir la diffusion. Le phénomène de diffusion est accru sous l'effet du gradient thermique présent dans la couche limite. La température de l'écoulement d'air étant inférieure à la température de la surface de l'objet, la densité de la vapeur d'eau contenue dans l'air est constamment inférieure à la densité de la vapeur d'eau à la surface de l'objet. Cette différence augmente lorsque l'humidité relative est inférieure à 100%. La masse perdue par évaporation ou sublimation  $m_{dif}$  peut être définie en fonction du coefficient de transfert de masse par diffusion  $h_{dif}$ , de la densité de la vapeur d'eau à la surface de l'objet  $\rho_{vs}$ , de la densité de la vapeur d'eau à la frontière de la couche limite  $\rho_{ve}$  et de la largeur  $\Delta b$  et de la longueur  $\Delta s$  du volume de contrôle.

$$m_{dif} = h_{dif} \cdot (\rho_{vs} - \rho_{ve}) \cdot (\Delta b \cdot \Delta s) \cdot \Delta t_{acc} \quad (3-7)$$

La densité de la vapeur d'eau à la surface  $\rho_{vs}$  est calculée à partir de la loi des gaz parfaits<sup>33</sup>. Elle dépend de la pression de vapeur d'eau à la surface de l'objet  $P_{vs}$ , de la température à

la surface  $T_s$  et de la constante des gaz de la vapeur d'eau  $R_v$ . Par définition, la vapeur d'eau à la surface est saturée :

$$\rho_{vs} = \frac{P_{vs}(T_s)}{R_v \cdot T_s} \quad (3-8)$$

La densité de la vapeur d'eau à la frontière de la couche limite  $\rho_{ve}$  est également calculée à partir de la loi des gaz parfaits. Elle dépend de la pression de vapeur d'eau à la frontière de la couche limite  $P_v$ , de la température à la frontière de la couche limite  $T_e$  et de la constante des gaz parfaits de la vapeur d'eau  $R_v$ .

$$\rho_{ve} = \frac{P_v(T_e)}{R_v \cdot T_e} \quad (3-9)$$

L'humidité relative  $\phi$  qui est une donnée météorologique est définie comme étant le rapport de la teneur en vapeur d'eau de l'air sur la capacité de vapeur d'eau de l'air ou plus communément la pression de vapeur  $P_v$  sur la pression de vapeur saturée  $P_{vs}$ .

$$\phi = \frac{P_v(T_e)}{P_{vs}(T_e)} \quad (3-10)$$

La pression de vapeur saturée  $P_{vs}$  est calculée en considérant que la vapeur d'eau se comporte comme un gaz parfait<sup>33</sup> en assumant que le volume massique liquide est négligeable et que la chaleur d'évaporation est constante. Elle est exprimée en fonction d'une température de référence  $T_{ref}$ , d'une pression de vapeur saturée de référence  $P_{vs-ref}$ , de la constante des gaz de la vapeur d'eau  $R_v$  et de la chaleur latente de vaporisation  $L_{vap}$ .

$$P_{vs} = P_{vs-ref} \cdot e^{\frac{L_{vap}}{R_v} \left( \frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T} \right)} \quad (3-11)$$

Pour une pression de vapeur saturée de référence  $P_{vs-ref}$  de 610,8 Pa, la température de référence  $T_{ref}$  est 0°C.

Le coefficient de transfert de masse par diffusion de la vapeur dans l'air  $h_{dif}$  est déterminé à partir de l'analogie de Chilton-Colburn<sup>34</sup> présentée à l'**ANNEXE A**. Ce coefficient est exprimé en

fonction du nombre de Lewis  $Le$ , de la densité de l'air  $\rho_e$  et de la chaleur spécifique  $Cp_e$ . Les propriétés physiques et thermiques de l'air sont évaluées à la température à la frontière de la couche limite.

$$h_{dif} = \frac{h_{cv}}{\rho_e \cdot Cp_e \cdot Le^{2/3}} \quad (3-12)$$

Le nombre de Lewis  $Le$ , est défini comme le rapport du nombre de Schmidt  $Sc$  sur le nombre de Prandtl  $Pr$ . Il est exprimé en fonction du coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air  $D_{va}$ , de la conductivité thermique de l'air  $k_e$ , de la densité de l'air  $\rho_e$ , et de la chaleur spécifique  $Cp_e$ .

$$Le = \frac{k_e}{\rho_e \cdot Cp_e \cdot D_{va}} \quad (3-13)$$

En conclusion, la masse de vapeur diffusée peut s'écrire sous la forme :

$$m_{dif} = \frac{h_{cv}}{Cp_e \cdot Le^{2/3}} \cdot \frac{R_a}{R_v} \cdot \left( \frac{P_{vs}(T_s)}{P_e} \cdot \frac{T_e}{T_s} - \phi \cdot \frac{P_{vs}(T_e)}{P_e} \right) \cdot (\Delta b \cdot \Delta s) \cdot \Delta t_{acc} \quad (3-14)$$

La masse de glace sublimée  $m_{sub}$  est le produit de la fraction sèche à la surface du volume de contrôle et de la masse de vapeur diffusée  $m_{dif}$ .

$$m_{sub} = (1 - f_w) \cdot m_{dif} \quad (3-15)$$

La fraction mouillée  $f_w$  associée au panneau permet de diviser la masse de vapeur diffusée en masse d'eau liquide évaporée et en masse de glace sublimée. La fraction mouillée est le rapport entre la surface de l'objet recouverte par l'eau liquide et la surface totale de l'objet. Elle se définit comme le ratio du facteur d'étalement calculé pour l'angle de contact de la surface sèche, et de celui calculé pour un angle de contact de  $10^\circ$ . Pour cet angle et pour des angles de contact inférieurs, la surface est considérée comme complètement mouillée et l'eau sur la surface existe seulement sous forme de film d'eau.

$$f_w = \frac{f_s(\theta_c)}{f_s(10^\circ)} \quad (3-16)$$

L'angle de contact d'une goutte  $\theta_c$  qui représente l'angle entre la paroi de la goutte et la surface (**Figure 3.1**) de l'objet est considérée comme une propriété de l'eau qui dépend de la température de la surface sèche et défini à la **section C.10.23 de l'ANNEXE C**. Il a été mesuré pour une goutte d'eau reposant sur une surface de glace lisse par Hansman et Turnock<sup>25</sup> en fonction de la température de la surface.

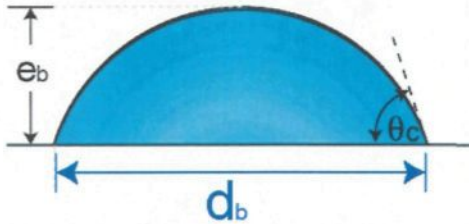


Figure 3.1: Goutte de surface.

Le facteur d'étalement utilisé a été défini par Wright<sup>9</sup> et dépend de l'angle de contact.

$$f_s = \sqrt[3]{4 \cdot \frac{\sin(\theta_c) \cdot [1 + \cos(\theta_c)]}{[1 - \cos(\theta_c)] \cdot [2 + \cos(\theta_c)]}} \quad (3-17)$$

La masse d'eau évaporée  $m_{evap}$  est égale à la masse de vapeur diffusée  $m_{dif}$  multipliée par la fraction mouillée à la surface du volume de contrôle  $f_w$  et le rapport de surface  $r_A$ .

$$m_{evap} = r_A \cdot f_w \cdot m_{dif} \quad (3-18)$$

Le rapport de surface  $r_A$  dépend de l'état de l'eau en surface du volume de contrôle qui peut être sous forme de film, de ruisselets ou de gouttes. Il permet de calculer la surface effective exposée à l'air. Il est expliqué en détail au **CHAPITRE 4**.

La masse d'eau liquide  $m_w$  est la fraction de la masse d'eau liquide entrante  $m_{in}$  qui demeure liquide.

$$m_w = (1 - f) \cdot m_{in} \quad (3-19)$$

La fraction solide  $f$  calculée lors du bilan d'énergie est présentée à la **section 3.3**.

La masse d'eau liquide ruisselante sortante  $m_{rbout}$  est la fraction de la masse d'eau liquide du volume de contrôle qui s'écoule vers le volume de contrôle adjacent sous l'effet de la force de

cisaillement engendrée par l'écoulement de l'air et la gravité. La masse d'eau ruisselante sortante  $m_{rbout}$  est égale à la masse d'eau liquide  $m_w$  diminuée des masses d'eau résidente  $m_{rmw}$  et arrachée  $m_{shw}$ .

$$m_{rbout} = m_w - m_{evap} - m_{rmw} - m_{shw} \quad (3-20)$$

En étudiant les modèles complètement ruisselant et résiduel, il s'est avéré que la forme de glace de l'extrados correspond à un modèle ruisselant alors que celle de l'intrados correspond à un modèle résiduel. Pour prendre en considération cet état de fait, la masse d'eau ruisselante de l'intrados est assumée comme étant arrachée sous l'effet du cisaillement créé par les forces aérodynamiques et/ou de gravité, au lieu de s'écouler vers le volume de contrôle adjacent. La masse d'eau arrachée  $m_{shw}$  est nulle pour l'extrados et elle est égale à la masse d'eau ruisselante sortante  $m_{rbout}$  pour l'intrados.

$$m_{shw} = \begin{cases} m_{rbout} & \text{intrados} \\ 0 & \text{extrados} \end{cases} \quad (3-21)$$

### 3.1.5 Masse de glace arrachée

La masse de glace arrachée  $m_{shi}$  est la fraction de la masse de glace en surface de l'objet, qui se détache en raison des forces de cisaillement produit par l'écoulement de l'air. Par souci de simplification, en ignorant les cas extrêmes de force de vent ou les situations de délestage, la masse de glace arrachée est considérée nulle dans ce modèle.

### 3.1.6 Masse d'eau liquide résiduelle

La masse d'eau liquide résiduelle  $m_{rmw}$  est la fraction de la masse d'eau liquide entrante qui demeure emprisonnée à l'intérieur du volume de contrôle en raison des rugosités et de la tension de surface lorsque l'eau liquide est sous forme de gouttes. L'eau peut également demeurer emprisonnée en raison de sa viscosité lorsqu'elle est sous forme de film ou de ruisselets. La masse d'eau liquide résiduelle dépend de l'état de l'eau à la surface et des forces aérodynamique et gravitationnelle qui sont décrites en détail au **CHAPITRE 4**.

### 3.1.7 Masse de glace résiduelle

La masse de glace résiduelle  $m_{rmi}$  est la fraction de la masse d'eau liquide entrante qui se solidifie et elle correspond à la quantité de glace accumulée pendant l'incrément de temps. Elle est obtenue à partir du bilan de masse, où elle est définie comme étant la masse de glace  $m_i$  diminuée des masses de glace sublimée  $m_{sub}$  et arrachée  $m_{shi}$ .

$$m_{rmi} = m_i - m_{sub} - m_{shi} \quad (3-22)$$

La masse de glace  $m_i$  est la fraction de la masse d'eau liquide entrante  $m_{in}$  qui congèle.

$$m_i = f \cdot m_{in} \quad (3-23)$$

La fraction solide  $f$  calculée lors du bilan d'énergie est présentée à la **section 3.3**.

## 3.2 Conservation de l'énergie

### 3.2.1 Volume de contrôle

Le volume de contrôle analysé (**Figure 2.5**) est localisé à la surface de l'objet où il s'étend à l'extérieur de la couche limite. Le volume de contrôle débute sur la surface de l'objet sans glace et se déplace avec la surface de glace.

### 3.2.2 Conservation de l'énergie sur un volume de contrôle

L'application de la conservation de l'énergie sur un volume de contrôle permet d'obtenir une équation qui est la sommation de neuf termes tels que définis dans les prochaines sections. L'énergie sur un volume de contrôle se compose des chaleurs latentes de solidification  $Q_f$ , de sublimation  $Q_{sub}$  et d'évaporation  $Q_{evap}$ , des chaleurs sensibles  $Q_{ss}$ , de convection  $Q_{cv}$ , de conduction  $Q_{cd}$  et de radiation  $Q_{rad}$ , ainsi que des réchauffements adiabatique  $Q_{adh}$  et cinétique  $Q_{kin}$ .

$$Q_f + Q_{ss} + Q_{sub} + Q_{evap} + Q_{adh} + Q_{kin} + Q_{cd} + Q_{cv} + Q_{rad} = 0 \quad (3-24)$$

### 3.2.3 Chaleur de solidification

Lorsqu'une fraction de la masse d'eau liquide entrante se transforme en glace, le passage de l'état liquide à l'état solide libère une énergie, dans le volume de contrôle, appelée chaleur

latente de solidification. Le gain de chaleur latente de solidification est le produit de la masse de glace  $m_i$  et de la chaleur latente de solidification  $L_f$ .

$$Q_f = L_f \cdot m_i \quad (3-25)$$

### 3.2.4 Chaleur sensible

La chaleur sensible provient du changement d'enthalpie de l'eau et de la glace engendré par leur augmentation en température. Elle est la sommation de cinq termes qui permettent de suivre le trajet thermodynamique de l'eau lors de toutes les transformations subies, de son état initial à son état final. Les termes qui composent la chaleur sensible sont les énergies attachées aux masses d'eau liquide captée  $Q_{sscap}$ , de ruissellement  $Q_{ssrui}$  et résiduelle  $Q_{ssres}$ , calculées avant la congélation et aux masses d'eau liquide  $Q_{ssw}$  et solide  $Q_{ssi}$  calculées après la congélation.

$$Q_{ss} = Q_{sscap} + Q_{ssrb} + Q_{ssresw} + Q_{ssw} + Q_{ssi} \quad (3-26)$$

La chaleur sensible de chaque masse d'eau liquide est calculée en premier lieu de sa température initiale à la température de solidification  $T_f$ . Par la suite, les masses d'eau liquide et gelée qui sont à la température de solidification sont amenées à la température de surface  $T_s$ .

La température initiale de la masse d'eau liquide captée  $m_{cap}$  est celle des gouttelettes d'eau en surfusion  $T_d$ , lorsqu'elles traversent la couche limite. La chaleur sensible de l'eau liquide capturée  $Q_{sscap}$  de l'état initial à la congélation est donnée par

$$Q_{sscap} = m_{cap} \cdot C_{p_w} \cdot (T_d - T_f) \quad (3-27)$$

La température initiale de la masse d'eau ruisselante entrante  $m_{rbin}$  est celle de l'eau sortant du volume de contrôle précédent  $T_{rb}$  et égale à la température de surface du volume de contrôle précédent  $T_s$ . La chaleur sensible de l'eau liquide ruisselante  $Q_{ssrb}$  de l'état initial à la congélation est donnée par

$$Q_{ssrb} = m_{rbin} \cdot C_{p_w} \cdot (T_{rb} - T_f) \quad (3-28)$$

Enfin, la température initiale de la masse d'eau liquide résiduelle  $m_{resw}$  est celle de l'eau liquide restante  $T_{res}$  qui est égale à la température de surface du volume de contrôle au temps



précédent. La chaleur sensible de l'eau liquide résiduelle  $Q_{ssresw}$  de l'état initial à la congélation est donnée par

$$Q_{ssresw} = m_{resw} \cdot Cp_w \cdot (T_{res} - T_f) \quad (3-29)$$

Après la congélation, la masse d'eau liquide qui reste dans le volume de contrôle passe de la température de solidification à la température finale de la surface. La chaleur sensible de l'eau  $Q_{ssw}$  de la congélation à son état final est donnée par

$$Q_{ssw} = m_w \cdot Cp_w \cdot (T_f - T_s) \quad (3-30)$$

La masse de glace présente dans le volume de contrôle suit le même cheminement. La chaleur sensible de la glace  $Q_{ssi}$  de la congélation à son état final est donnée par

$$Q_{ssi} = m_i \cdot Cp_i \cdot (T_f - T_s) \quad (3-31)$$

### 3.2.5 Chaleur de sublimation et d'évaporation

Une fraction de la masse de glace présente dans le volume de contrôle se transforme en vapeur d'eau par sublimation. La quantité de chaleur absorbée par la glace durant la sublimation est le produit de la masse de glace sublimée  $m_{sub}$  et de la chaleur latente de sublimation  $L_{sub}$ .

$$Q_{sub} = -m_{sub} \cdot L_{sub} \quad (3-32)$$

Une fraction de la masse d'eau en phase liquide présente dans le volume de contrôle s'évapore. La quantité de chaleur absorbée par l'eau évaporée est le produit de la masse d'eau évaporée  $m_{evap}$  et de la chaleur latente de vaporisation  $L_{vap}$ .

$$Q_{evap} = -m_{evap} \cdot L_{vap} \quad (3-33)$$

### 3.2.6 Chaleur de convection

L'échange de chaleur par convection est produit par l'écoulement d'air en surface de l'aile, tous les deux étant à des températures différentes. Le transfert de chaleur par convection forcée est donné par la loi de refroidissement de Newton. La chaleur de convection  $Q_{cv}$  est exprimée en termes du coefficient de transfert de chaleur par convection  $h_{cv}$ , de la différence entre la

température de l'écoulement non perturbé  $T_\infty$ , et de la température de surface  $T_s$ , de l'incrément de temps d'accrétion  $\Delta t_{acc}$ , de la fraction mouillée  $f_w$ , du rapport de surface  $r_A$ , de la largeur  $\Delta b$  et de la longueur  $\Delta s$  du volume de contrôle.

$$Q_{cv} = h_{cv} \cdot [f_w \cdot r_A + (1 - f_w)] \cdot (T_\infty - T_s) \cdot (\Delta s \cdot \Delta b) \cdot \Delta t_{acc} \quad (3-34)$$

La fraction mouillée est définie à l'équation 3-16 et le rapport de surface est défini aux sections 4.1.2, 4.2.2 et 4.3.2 pour les gouttes, le film et les ruisselets.

Le calcul du coefficient de transfert de chaleur par convection  $h_{cv}$  est basé sur le nombre de Nusselt modifié. Ce dernier est exprimé en fonction du nombre de Stanton  $St$ , de la vitesse à la frontière de la couche limite  $U_e$ , de la densité de l'air  $\rho_e$  et de la chaleur spécifique  $Cp_e$ .

$$h_{cv} = \rho_e \cdot Cp_e \cdot U_e \cdot St \quad (3-35)$$

Le nombre de Stanton peut être défini par l'analogie de Chilton-Colburn en régime laminaire ou par l'analogie de Spalding en régime turbulent, qui prend en considération la rugosité de la surface.

L'analogie de Chilton-Colburn définit le nombre de Stanton  $St$  en régime laminaire comme une fonction du coefficient de frottement  $C_f$  et du nombre de Prandtl  $Pr$ .

$$St = \frac{1}{2} \cdot C_f \cdot Pr^{-2/3} \quad (3-36)$$

Le nombre de Prandtl est détaillé à la section C.3.

Le coefficient de frottement en régime laminaire pour une plaque plane rugueuse est fonction de la viscosité cinématique de l'air  $\nu_e$ , de la vitesse à la frontière de la couche limite  $U_e$  et de l'épaisseur de la quantité de mouvement développée en régime laminaire  $\theta_l$ .

$$\frac{1}{2} \cdot C_f = 0,225 \cdot \frac{\nu_e}{U_e} \cdot \frac{1}{\theta_l} \quad (3-37)$$

L'épaisseur de la quantité de mouvement<sup>35</sup> est calculée en intégrant la vitesse à la frontière de la couche limite le long de l'abscisse curviligne dans la zone laminaire. Elle est fonction de la vitesse à la frontière de la couche limite  $U_e$ , de la viscosité cinématique de l'air  $\nu_a$  et de l'abscisse curviligne  $s$ .

$$\theta_l = 0.664 \cdot \nu_e^{0.5} \cdot U_e^{-1.435} \cdot \sqrt{\int_0^s U_e^{1.87} \cdot ds} \quad (3-38)$$

L'analogie de Spalding<sup>36</sup> définit le nombre de Stanton  $St$  en régime turbulent pour une plaque plane rugueuse en fonction du coefficient de frottement  $C_f$ , du nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$  et du nombre de Stanton rugueux  $St_\kappa$ .

$$St = \frac{\frac{1}{2} \cdot C_f}{Pr_t + \sqrt{\frac{1}{2} \cdot C_f} \cdot St_\kappa^{-1}} \quad (3-39)$$

Le nombre de Prandtl turbulent utilisé est celui calculé par Cebeci et Smith<sup>17</sup> à une valeur de 0,9.

Le nombre de Stanton rugueux  $St_\kappa$  est défini en fonction du nombre de Prandtl  $Pr$  et du nombre de Reynolds  $Re_{\tau-\kappa}$ .

$$St_\kappa = 1,92 \cdot Re_{\tau-\kappa}^{-0.45} \cdot Pr^{-0.8} \quad (3-40)$$

Le nombre de Reynolds  $Re_{\tau-\kappa}$  est basé sur la hauteur de la rugosité  $\kappa_s$ , la vitesse de friction  $U_\tau$  et la viscosité cinématique de l'air  $\nu_e$ . La hauteur des rugosités est exprimée en valeur équivalente à celle d'un papier émeri, ce qui implique que les rugosités possèdent une distribution et une hauteur uniforme.

$$Re_{\tau-\kappa} = \frac{U_\tau \cdot \kappa_s}{\nu_e} \quad (3-41)$$

La vitesse de friction est proportionnelle à la vitesse à la frontière de la couche limite  $U_e$  et au coefficient de frottement  $C_f$ .

$$U_\tau = U_e \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot C_f} \quad (3-42)$$

Le coefficient local de frottement<sup>17</sup> est fonction de l'épaisseur de la quantité de mouvement en régime turbulent  $\theta_l$  et de la hauteur des rugosités équivalentes à celle d'un papier émeri  $\kappa_s$ .

$$\frac{1}{2} \cdot C_f = \frac{0,1681}{\left[ \ln \left( 864 \cdot \frac{\theta_t}{\kappa_s} + 2,568 \right) \right]^2} \quad (3-43)$$

L'épaisseur de la quantité de mouvement<sup>35</sup> est calculée en utilisant la formulation de Thwaites, qui consiste à intégrer la vitesse à la frontière de la couche limite sur l'abscisse curviligne dans la zone turbulente. Elle est fonction de la vitesse à la frontière de la couche limite  $U_e$ , de la viscosité cinématique de l'air  $\nu_e$ , de l'abscisse curviligne  $s$ , de la distance correspondant au passage du régime laminaire et turbulent  $s_{tr}$  et de l'épaisseur de la quantité de mouvement au point de transition  $\theta_{tr}$ .

$$\theta_t = \theta_{tr} + 0,036 \cdot \nu_e^{1/5} \cdot U_e^{-3,29} \cdot \left( \int_{s_{tr}}^s U_e^{3,86} \cdot ds \right)^{4/5} \quad (3-44)$$

La rugosité de surface accélère le passage du régime laminaire au régime transitoire et affecte le calcul du coefficient local de frottement. Une plaque plane est considérée complètement rugueuse en régime turbulent lorsque la hauteur des rugosités divisée par la hauteur de déplacement de la couche limite est supérieure à 0,3. En se basant sur les travaux de Von Doenhoff<sup>37</sup>, le passage de l'écoulement laminaire à l'écoulement turbulent pour une plaque plane rugueuse se produit lorsque le nombre de Reynolds, calculé à partir de la hauteur des rugosités équivalentes à celle d'un papier émeri<sup>38</sup>  $\kappa_s$ , est supérieur ou égal à 600. Le nombre de Reynolds, basé sur la rugosité de la plaque  $Re_{\kappa}$ , est calculé en fonction de la vitesse au niveau des rugosités  $U_{\kappa}$ , de la hauteur des rugosités équivalentes à celle d'un papier émeri  $\kappa_s$  et de la viscosité cinématique de l'air  $\nu_e$ .

$$Re_{\kappa} = \frac{U_{\kappa} \cdot \kappa_s}{\nu_e} \quad (3-45)$$

La vitesse calculée au niveau des rugosités  $U_{\kappa}$  est égale à la vitesse à la frontière de la couche limite  $U_e$ , lorsque la hauteur des rugosités  $\kappa_s$  est supérieure à la hauteur de la couche limite en régime laminaire  $\delta_l$ .

$$\delta_l = \frac{15}{2} \cdot \theta_l \quad (3-46)$$

Sinon, elle est déduite du profil de vitesses en régime laminaire en utilisant la relation suivante :

$$U_\kappa = \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{\kappa_s}{\delta_l} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\kappa_s^3}{\delta_l^3} \right) \cdot U_e \quad (3-47)$$

Généralement, la hauteur des rugosités équivalentes à celle d'un papier émeri qui est utilisée dans le calcul du coefficient de transfert de chaleur par convection est déterminée empiriquement à l'aide de la corrélation développée par Ruff<sup>18</sup>. Dans le présent travail, elle est calculée à partir de la hauteur des gouttes (**section 4.1.3**), du film (**section 4.2.3**) ou des ruisselets (**section 4.3.3**).

### 3.2.7 Chaleur adiabatique

La chaleur cinétique engendrée par le frottement de l'air sur l'objet est représentée par une chaleur adiabatique visqueuse  $Q_{adh}$  se formant à l'intérieur de la couche limite, telle que calculée par Schlichting<sup>39</sup>. Elle est exprimée comme une chaleur convective dont la température passe de la température de l'écoulement non perturbée  $T_\infty$  à une température moyenne appelée température de recouvrement  $T_{rec}$ , telle que définie à la **section 3.4.5**.

$$Q_{adh} = h_{cv} \cdot (T_{rec} - T_\infty) \cdot (\Delta b \cdot \Delta s) \cdot \Delta t_{acc} \quad (3-48)$$

### 3.2.8 Chaleur cinétique

La chaleur cinétique  $Q_{kin}$  est l'apport d'énergie engendré par la vitesse des gouttelettes d'eau en surfusion qui heurtent la surface. Les gouttelettes d'eau en surfusion passent de leur vitesse  $U_d$  à une vitesse nulle. Cette diminution de vitesse libère de l'énergie qui réchauffe la surface de l'objet. La vitesse des gouttelette d'eau en surfusion  $U_d$  est calculée dans le module des trajectoires.

$$Q_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_{cap} \cdot U_d^2 \quad (3-49)$$

### 3.2.9 Chaleur de conduction

La chaleur de conduction prend en considération le transfert de chaleur du volume solide interne de l'objet jusqu'à la surface. Comme le système de dégivrage n'est pas simulé et que la température de surface de l'objet demeure constante, la chaleur de conduction à la surface de l'objet est modélisée avec une plaque semi-infinie chauffée<sup>40</sup>, en respectant les hypothèses suivantes :

- Le transfert de chaleur axial est minimal, spécialement dans la région d'impact.
- Le transfert de chaleur par conduction peut être modélisé en considérant une surface semi-infinie, puisque l'épaisseur de pénétration est petite comparativement à l'épaisseur de l'objet.
- La condition frontière, à la surface de la glace, suppose un état stationnaire sans mouvement de la surface. Le temps de calcul, lorsque les effets de conduction sont significatifs, est court comparativement au taux de croissance, rendant cette hypothèse valide comme approximation de calcul.
- La température initiale à la surface de la glace correspond à la température de recouvrement.

La perte de chaleur par conduction  $Q_{cd}$  peut être exprimée en fonction du coefficient de transfert de chaleur par conduction  $h_{cd}$ , de la différence entre les températures de recouvrement  $T_{rec}$  et de surface  $T_s$ , de l'incrément de temps  $\Delta t_{acc}$ , de la largeur  $\Delta b$  et de la longueur  $\Delta s$  du volume de contrôle.

$$Q_{cd} = h_{cd} \cdot (T_{rec} - T_s) \cdot (\Delta b \cdot \Delta s) \cdot \Delta t_{acc} \quad (3-50)$$

Le coefficient de conduction<sup>40</sup>  $h_{cd}$  est dérivé à partir de la résistance thermique normale qui est définie en termes de la conductivité thermique de la glace  $k_i$  et d'une épaisseur équivalente  $\delta_k$ .

$$h_{cd} = \frac{k_i}{\delta_k} \quad (3-51)$$

L'épaisseur de conduction équivalente  $\delta_k$  est calculée à partir du coefficient de diffusion thermique de la glace  $\alpha_i$  et du temps d'accrétion de glace  $t_{acc}$ .

$$\delta_k = \sqrt{\pi \cdot \alpha_i \cdot t_{acc}} \quad (3-52)$$

La conductivité thermique et le coefficient de diffusion thermique sont ceux du matériau composant l'objet pour le temps initial et ceux de la glace pour les autres incréments de temps. Ces paramètres sont détaillés à la **section C.11**.

### 3.2.10 Chaleur de radiation

La chaleur de radiation qui est détaillé à la **section A.2 de l'ANNEXE A** est négligée car, comme montré à la **section A.3 de l'ANNEXE A**, elle représente moins de 5% du terme de convection dans le bilan énergétique comparativement aux chaleurs adiabatique qui représente plus de 10%, de conduction qui représente plus de 16% et d'évaporation ou de sublimation qui représente plus de 10%. La chaleur sensible représente plus de 10% de la chaleur de solidification et la chaleur cinétique moins de 5%. De plus, l'importance de la radiation décroît lorsque celle des autres termes croît. En supposant que la chaleur de solidification est du même ordre de grandeur que la chaleur de convection, la chaleur cinétique pourrait être négligée comparativement au terme de radiation, mais son calcul n'implique aucune hypothèse simplificatrice, ce qui permet de supposer que l'erreur commise sur son calcul est inférieure à son impact sur le bilan énergétique. La chaleur de radiation devrait être considérée seulement lorsque l'écart de température entre la surface et l'écoulement perturbé est inférieure à 2°C car, à ce moment, elle représente 10% de la chaleur de convection.

La chaleur de conduction est un terme important du bilan énergétique et l'approximation utilisée pour son calcul peut avoir un impact significatif sur la forme de l'accrétion, surtout lorsque les temps d'accrétion sont courts et que l'écart de température entre la surface et l'écoulement non perturbé est inférieure à 2°C.

### 3.3 Fraction solide

La fraction solide  $f$  est calculée à partir de la conservation de l'énergie dans un volume de contrôle et en égalant la température de la surface  $T_s$  à la température de solidification de l'eau  $T_f$  :

$$Q_f(f) + Q_{ss}(f, T_f) = Q_{cv}(T_f) + Q_{sub}(T_f) + Q_{evap}(T_f) + Q_{adh} + Q_{kin} + Q_{cd}(T_f) + Q_{rad}(T_f) \quad (3-53)$$

### 3.4 Températures

Les températures utilisées dans les équations de chaleur sont présentées à la **Figure 3.2** et sont définies dans cette section.

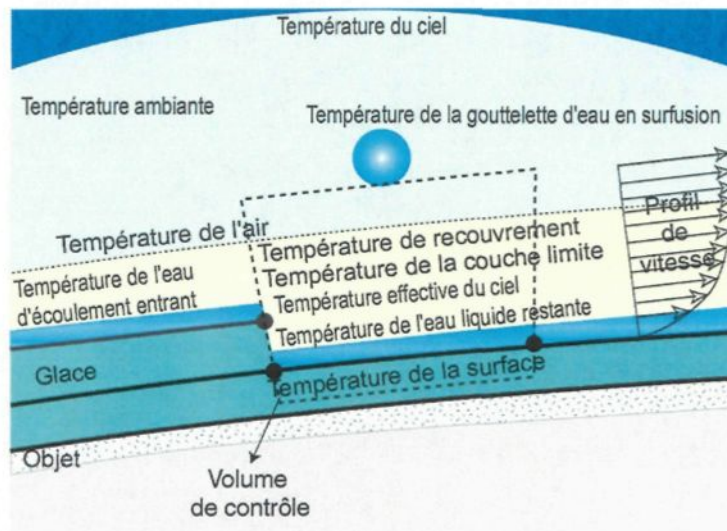


Figure 3.2: Températures.

#### 3.4.1 Température de surface

La connaissance de la phase est primordiale pour le calcul de la température de surface. La procédure suppose initialement un régime humide où la température est fixée à la température de solidification de l'eau. La fraction solide est calculée. Si elle est supérieure à un, il s'agit d'un régime sec et la température de surface est calculée en supposant un régime sec. Si la fraction solide est inférieure à zéro, la température de surface est calculée selon un régime liquide. Elle devient la solution d'une équation non-linéaire qui est résolue à l'aide de la méthode itérative de Newton-Raphson :



$$T_s^{new} = T_s^{old} + \frac{f(T_s)}{\frac{\partial f(T_s)}{\partial T_s}} \quad (3-54)$$

où la fonction est :

$$f(T_s) = Q_f + Q_{ss} + Q_{sub} + Q_{evap} + Q_{adh} + Q_{kin} + Q_{cd} + Q_{cv} + Q_{rad} \quad (3-55)$$

Et la dérivée de l'équation de l'énergie est donnée par :

$$\frac{\partial f(T_s)}{\partial T_s} = -m_{in} \cdot Cp_i - \left\{ h_{cv} \cdot [f_w \cdot r_A + (1 - f_w)] + h_{cd} + h_{rad} + h_{cv} \cdot \left[ r_A \cdot f_w + (1 - f_w) \cdot \frac{L_{sub}}{L_{vap}} \right] \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{1}{Le^{\frac{\gamma}{3}}} \cdot \frac{P_{ref}}{P_a} \cdot \left( \frac{L_{vap}}{R_v \cdot T_{ref}} \right)^2 \cdot e^{\frac{L_{vap}}{R_v \cdot T_{ref}} \cdot \frac{T_s - T_{ref}}{T_s}} \right\} \cdot \Delta b \cdot \Delta s \cdot \Delta t_{acc} \quad (3-56)$$

En régime humide, la température de surface est égale à 0°C et la fraction solide est déterminée en résolvant l'équation de la conservation de l'énergie.

### 3.4.2 Température de surface sèche

La température de surface sèche est définie comme étant la température à la surface de l'objet en ne prenant pas en considération la masse d'eau entrante. Elle est déterminée à partir de l'équation du bilan d'énergie du volume de contrôle en imposant une valeur nulle aux masses d'eau liquides et à la fraction mouillée. L'équation du bilan d'énergie utilisée pour déterminer la température de la surface sèche, est résolue de la même façon que pour la température de surface.

$$Q_{sub} + Q_{adh} + Q_{cd} + Q_{cv} = 0 \quad (3-57)$$

La température de la surface sèche est utilisée dans la modélisation de la dynamique de l'eau à la surface présenté au **CHAPITRE 4**. Elle permet de calculer l'angle de contact de la goutte lorsqu'elle repose sur la surface car la surface est considérée sans eau avant que les gouttes de surface se forment.

### 3.4.3 Température à la frontière de la couche limite

La température à la frontière de la couche limite  $T_e$  est calculée en respectant une loi isentropique.

$$Cp_a \cdot T_e + \frac{1}{2} U_e^2 = Cp_a \cdot T_\infty + \frac{1}{2} \cdot U_\infty^2 \quad (3-58)$$

Elle est exprimée selon la température  $T_\infty$  et la vitesse  $U_\infty$  de l'écoulement non perturbé et de la vitesse à la frontière de la couche limite  $U_e$ .

$$T_e = T_\infty + \frac{1}{2} \cdot \frac{U_\infty^2 - U_e^2}{Cp_a} \quad (3-59)$$

#### 3.4.4 Température statique

La température statique  $T_o$  est définie comme étant la température de l'air à la frontière de la couche limite déterminée au point de stagnation, laquelle, en respectant la loi isentropique, peut être calculée à partir de la température de l'écoulement non perturbé  $T_\infty$ , de la vitesse de l'écoulement non perturbé  $U_\infty$  et de la vitesse à la frontière de la couche limite au point de stagnation, qui est nulle.

$$T_o = T_\infty + \frac{1}{2} \cdot \frac{U_\infty^2}{Cp_a} \quad (3-60)$$

#### 3.4.5 Température de recouvrement

La température de recouvrement  $T_{rec}$  définie par Schlichting<sup>39</sup> est utilisée pour le calcul de la chaleur adiabatique. Il s'agit de la température moyenne de la couche limite, corrigée en fonction de la pression de l'air de la couche limite pour une plaque plane non-conductrice.

$$T_{rec} = T_\infty + r \cdot \frac{U_e^2}{2 \cdot Cp_a} \quad (3-61)$$

Le facteur de recouvrement  $r$  est fonction du nombre de Prandtl et de l'état de l'écoulement.

$$\text{Laminaire } r = \sqrt{Pr} \quad \text{et Turbulent } r = \sqrt[3]{Pr} \quad (3-62)$$

#### 3.4.6 Température de l'eau liquide d'écoulement entrant

La température de l'eau liquide d'écoulement entrant  $T_{rb}$  dans le volume de contrôle est égale à la température de surface  $T_s$  du panneau dont l'eau émane.

$$T_{rb}(i) = T_s(i-1) \quad (3-63)$$

### 3.4.7 Température de l'eau liquide restante

La température de l'eau liquide restante  $T_{res}$  du volume de contrôle est égale à la température de surface  $T_s$  calculée à l'incrément de temps précédent.

$$T_{res} = T_s^{t-\Delta t} \quad (3-64)$$

### 3.5 Aire de glace

L'aire de glace dans la méthode des bissectrices est calculée à partir de la masse de glace résiduelle  $m_{rmi}$ , de la largeur du volume de contrôle  $\Delta b$  et de la densité de la glace  $\rho_i$ .

$$A_i = \frac{m_{rmi}}{\rho_i \cdot \Delta b} \quad (3-65)$$

### 3.6 Densité de la glace

La densité de la glace  $\rho_i$  est déterminée en fonction de la température de surface  $T_s$ . En régime humide, la température de surface est de 0°C et la densité est celle du verglas, qui est égale à 917 kg/m<sup>3</sup>. En régime sec, la température de surface est inférieure à la température de solidification et la densité est calculée à partir de la formulation empirique développée par Laforte<sup>41</sup>, en fonction du coefficient de Macklin  $X$  :

$$\rho_i = 917 \cdot \left( \frac{X}{X + 1,3} \right)^2 \quad (3-66)$$

Le coefficient  $X$  est un nombre dimensionnel qui est fonction du diamètre des gouttelettes d'eau en surfusion  $d_d$  exprimé en  $\mu\text{m}$ , de la vitesse de l'écoulement non perturbé  $U_\infty$  exprimée en m/s, des températures de surface  $T_s$  et de solidification  $T_f$  en K.

$$X = \frac{d_d}{2} \cdot \frac{U_\infty}{T_f - T_s} \quad \text{et} \quad T_f > T_s \quad (3-67)$$

### 3.7 Incrément de temps

Un incrément de temps variable est utilisé pour déterminer la forme du dépôt de glace lors du givrage de l'objet. Le critère utilisé pour le calcul de l'incrément de temps d'accrétion  $\Delta t_{acc}$  est celui énoncé dans le code LEWICE<sup>9 et 42</sup>. Il se base sur le paramètre d'accumulation  $A_c$  utilisé dans la similitude<sup>43</sup> de la glace et il stipule que la quantité maximale de glace accrétée durant un incrément de temps ne doit pas excéder 1% de la corde  $c$ .

$$A_c = \frac{U_\infty \cdot LWC \cdot \Delta t_{acc}}{\rho_i \cdot \left(\frac{c}{100}\right)} \quad (3-68)$$

L'incrément de temps d'accrétion  $\Delta t_{acc}$  est fonction de la corde  $c$ , de la densité de la glace  $\rho_i$ , de la vitesse de l'écoulement non perturbé  $U_\infty$  et de la teneur en eau liquide  $LWC$ .

$$\Delta t_{acc} = \frac{c}{100} \cdot \frac{\rho_i}{U_\infty \cdot LWC} \cdot \left(1 + \frac{30}{20}\right)^{-1} \quad (3-69)$$

Le terme entre parenthèse est un terme statistique qui assure que le nombre d'évènements est indépendant statistiquement. L'indépendance statistique est fixé à 30.

## CHAPITRE 4

### MODÉLISATION DE LA DYNAMIQUE DE L'EAU À LA SURFACE

Dans ce chapitre, trois modèles sont proposés pour modéliser la dynamique de l'eau à la surface. Leur élaboration est basée sur des observations expérimentales qui ont été décrites à la **section 2.6**. En résumé, pour le régime sec ou humide, la surface de glace près du point de stagnation est lisse et cette surface s'accroît avec l'augmentation de la température. Au point de transition, la surface lisse se transforme en surface rugueuse et les rugosités sont formées par des gouttes dont la hauteur s'accroît avec l'accroissement de la température. Pour les surfaces n'étant pas exposées au flux de gouttelettes, l'eau arrive par écoulement et les rugosités sont formées par des ruisselets. Un modèle de film est défini pour simuler la surface de glace lisse, un modèle de gouttes, pour les surfaces soumises à une captation après le point de transition et un modèle de ruisselets, pour les surfaces n'étant pas exposées au flux de gouttelettes après le point de transition. Les modèles présentés sont simples mais descriptifs de la formation des gouttes, des ruisselets et du film. Ils permettent de calculer la rugosité de surface et la masse d'eau résiduelle à partir du processus physique de chaque état. Le point de transition entre le film et les gouttes ou les ruisselets est obtenue en comparant la hauteur du film avec la hauteur de mouvement. Cette dernière est la hauteur maximale que peuvent atteindre les gouttes avant de se mettre en mouvement sous l'effet des forces aérodynamiques et/ou de gravité. Le calcul de la hauteur de mouvement est présenté au **CHAPITRE 5**.

## 4.1 Modèle des gouttes

La **Figure 4.1** présente la surface de l'objet occupée par des gouttes qui se forment à partir des gouttelettes d'eau en surfusion. Les gouttes sont considérées seulement dans les zones de captation.

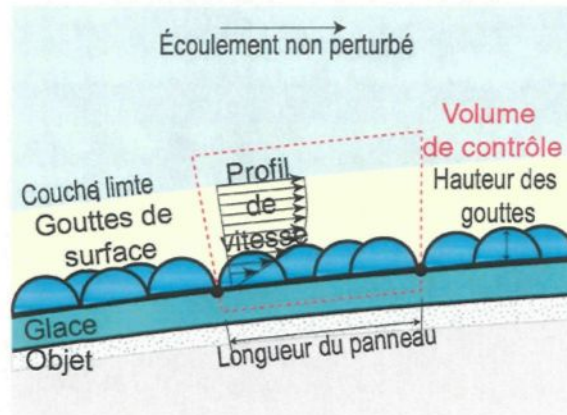


Figure 4.1: Gouttes de surface et volume de contrôle.

### 4.1.1 Croissance

La modélisation du processus de croissance des gouttes ne décrit pas les gouttes de façon discrète ou individuelle. Elle cherche à reproduire leur comportement moyen et à évaluer, à chaque instant, leur nombre moyen sur un panneau. Le processus de croissance des gouttes est un phénomène complexe. Pour une goutte, le processus débute avec l'arrivée d'une gouttelette d'eau sur la surface de l'objet (**Figure 4.2**).

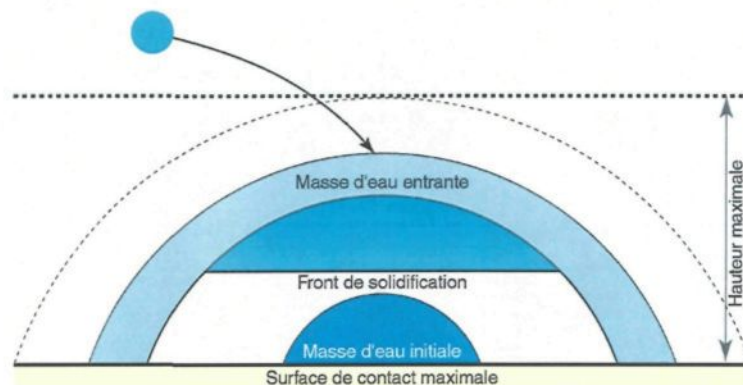


Figure 4.2: Croissance d'une goutte de surface.

Durant un intervalle de temps, le volume de la goutte augmente en raison de la capture d'une masse d'eau liquide qui dépend du coefficient local de collection, de la surface de contact de la goutte et de la surface de coalescence (**Figure 4.3**). Une fraction de la masse d'eau liquide en surfusion de la goutte se transforme en glace à un taux égal à la vitesse du front de solidification.

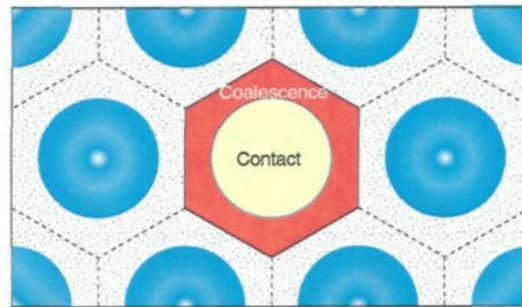


Figure 4.3: Surface de coalescence et surface de contact.

Le changement de phase libère la chaleur latente de solidification qui réchauffe la masse d'eau liquide restante, s'oppose principalement aux pertes de chaleur par convection et évaporation et contrôle la vitesse du front de solidification (**Figure 4.4**). Le modèle a été décrit par Louchez et al. en 1998<sup>29</sup>.

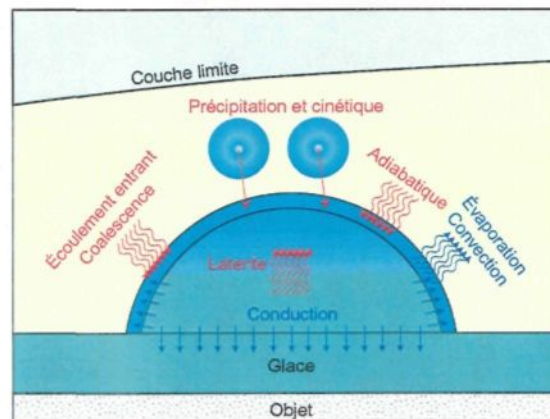


Figure 4.4: Échange thermique.

La croissance est modélisée comme une croissance uniforme d'un nombre fini de gouttes identiques composées d'une masse d'eau liquide à une température uniforme et d'une masse de glace possédant un champ de température complexe. La partie solide de la goutte qui est en contact avec l'objet est à la même température que sa surface, alors que la partie solide en contact



avec l'eau est à 0°C. La fraction mouillée, l'angle de contact et la hauteur des gouttes sont les trois paramètres utilisés pour décrire la forme, l'étalement et la distribution des gouttes sur la surface de l'objet. La fraction mouillée qui représente la surface de l'objet occupée par les gouttes est une propriété définie à l'équation 3-16. L'angle de contact d'une goutte qui représente l'angle entre la paroi de la goutte et la surface de l'objet a été définie à la section 3.1.4.

La croissance des gouttes débute avec l'impact d'une première gouttelette et la masse d'eau résiduelle du temps précédent (Figure 4.5). Après quelques microsecondes, la masse d'eau initiale se solidifie partiellement, avant l'arrivée au même endroit de d'autres gouttelettes qui augmentent le volume de la goutte, ainsi que la surface de contact et la surface exposée au refroidissement par convection et évaporation. L'apport liquide est composé d'un certain nombre de gouttelettes d'eau en surfusion qui viennent heurter la surface de l'objet et de la masse d'eau d'écoulement entrant.

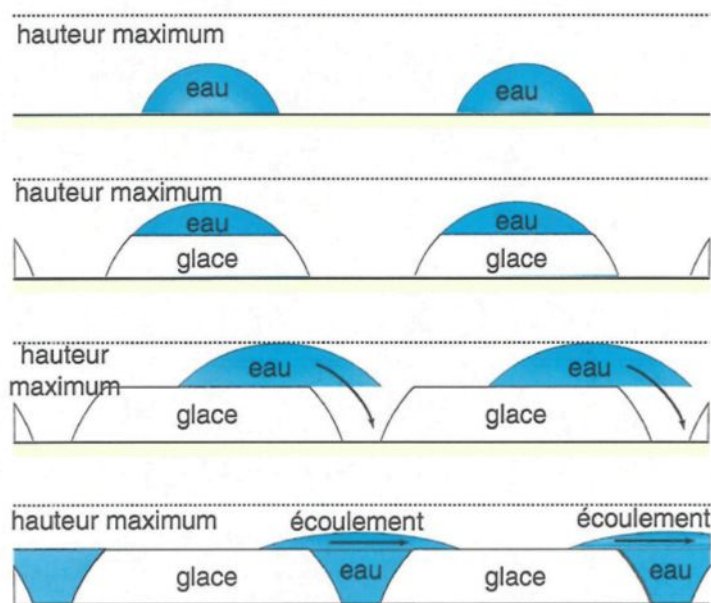


Figure 4.5: Croissance des gouttes en régime humide.

Essentiellement, le taux de croissance est régi par l'équilibre entre la chaleur perdue par convection et évaporation et celle libérée lors de la solidification. Le temps requis pour qu'une goutte atteigne sa hauteur maximale, appelé temps de croissance d'une goutte, est indépendant du



temps d'accrétion. La croissance d'une goutte peut débuter dans un incrément de temps d'accrétion et se poursuivre sur le suivant. La totalité de la précipitation est considérée comme étant captée par la goutte, cette dernière étant entourée d'une surface sèche. Cette hypothèse implique qu'aucune goutte plus petite ne peut croître et être englobée par une goutte adjacente. Cependant, la coalescence des gouttes existe, car elles accaparent toute la masse d'eau captée par la surface sèche. La masse d'eau liquide d'écoulement entrant est distribuée sur chaque goutte en prenant en considération l'incrément de temps. Une goutte arrête de croître lorsqu'elle est complètement gelée, lorsque sa hauteur est égale à la hauteur de mouvement ou lorsque son temps de croissance est égal au temps d'accrétion.

En assumant que le temps d'accrétion est supérieur au temps de croissance, une goutte qui arrête de croître lorsque sa hauteur est égale à la hauteur de mouvement est partiellement gelée et partiellement liquide, ce qui correspond au régime humide. À ce moment, la partie liquide de la goutte est emportée par les forces aérodynamiques et de gravité. Si le volume entre les espaces des gouttes est suffisamment grand, tout l'eau liquide demeure emprisonnée dans ce volume, sinon, seulement une fraction de cette eau demeure emprisonnée et le reste est emporté vers le volume de contrôle adjacent.

La hauteur de mouvement est contrôlée par deux phénomènes. Le premier phénomène intervient lorsque la hauteur de la goutte est telle que les forces aérodynamiques et/ou de gravité cisailent la goutte et l'entraînent vers le volume de contrôle suivant. Le deuxième phénomène entre en jeu lorsque la hauteur de la goutte est telle que les forces aérodynamiques et/ou de gravité arrachent la goutte de la surface de l'objet et l'entraînent dans l'écoulement d'air. La hauteur de mouvement correspond à la plus faible des deux valeurs. Par souci de simplification, la hauteur avant arrachement n'est pas calculée dans cette thèse, mais un modèle simplifié qui est présenté à la **section 3.1.4** est utilisé.

Une goutte qui arrête de croître lorsqu'elle est complètement gelée correspond au régime sec où le temps de croissance est court, inférieur à la seconde. De petites gouttes se forment et, en

assumant qu'elles s'empilent l'une sur l'autre, elles vont former une goutte plus grosse (**Figure 4.6**). En assumant que la masse d'eau capturée est suffisante sur l'incrément de temps d'accrétion considéré, la goutte atteint la hauteur de mouvement. Lorsque cette hauteur est atteinte, la nouvelle gouttelette d'eau qui vient s'empiler sur la goutte va être emportée par les forces aérodynamiques et/ou de gravité avant de geler et tomber dans l'espace sec situé entre deux gouttes et le processus de croissance recommence.

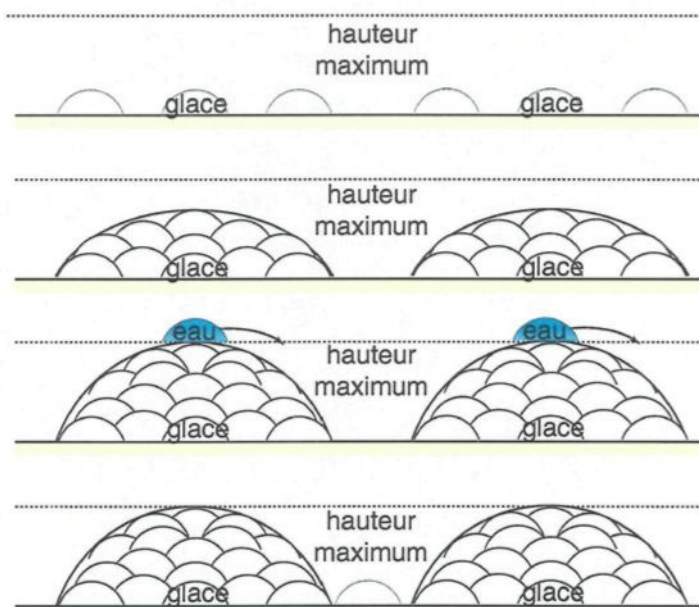


Figure 4.6: Croissance des gouttes en régime sec.

#### 4.1.2 Géométrie des gouttes

La **Figure 4.7** montre les caractéristiques géométriques des gouttes essentielles à la représentation physique sur la surface de l'objet.

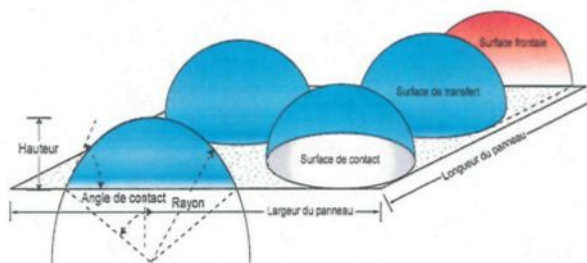


Figure 4.7: Géométrie des gouttes.

La hauteur des gouttes  $e_b$  est exprimée en termes de l'angle de contact  $\theta_c$  et du rayon de la goutte  $R_b$ .

$$e_b = R_b \cdot [1 - \cos(\theta_c)] \quad (4-1)$$

Le volume d'une goutte  $V_b$  correspond au volume d'une hémisphère. Il est exprimé en fonction de l'angle de contact  $\theta_c$  et de la hauteur de la goutte de surface  $e_b$ .

$$V_b = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{2 + \cos(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot e_b^3 \quad (4-2)$$

Le rayon d'une goutte  $R_b$  est exprimé en fonction de l'angle de contact  $\theta_c$  et du volume des gouttes  $V_b$ .

$$R_b = \sqrt[3]{\frac{3}{\pi} \cdot \frac{V_b}{[2 + \cos(\theta_c)] \cdot [1 - \cos(\theta_c)]^2}} \quad (4-3)$$

La surface frontale des gouttes correspond à celle d'un cercle partiel perpendiculaire à l'écoulement d'air. Elle est exprimée en fonction de l'angle de contact  $\theta_c$  et de la hauteur des gouttes  $e_b$ .

$$Af_b = \frac{\theta_c - \cos(\theta_c) \cdot \sin(\theta_c)}{[1 - \cos(\theta_c)]^2} \cdot e_b^2 \quad (4-4)$$

La surface de transfert des gouttes correspond à la surface extérieure de la sphère partielle en contact avec l'air ambiant. Elle est exprimée en fonction de l'angle de contact  $\theta_c$  et de la hauteur des gouttes  $e_b$ .

$$At_b = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot e_b^2 \quad (4-5)$$

La surface de contact des gouttes correspond à la surface de l'hémisphère en contact avec la surface de l'objet. Elle est exprimée en fonction de l'angle de contact  $\theta_c$  et de la hauteur des gouttes  $e_b$ .

$$Ac_b = \pi \cdot \frac{1 + \cos(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot e_b^2 \quad (4-6)$$

Le rapport de surface  $r_A$  est le rapport entre la surface de transfert et la surface de contact qui caractérise les gouttes. Il dépend seulement de l'angle de contact  $\theta_c$ .

$$r_A = \frac{2}{1 + \cos(\theta_c)} \quad (4-7)$$

#### 4.1.3 Rugosité de surface

La hauteur des rugosités  $e_s$  est égale à la hauteur maximale  $e_{bmax}$  que peuvent atteindre les gouttes avant de se mettre en mouvement. Ce paramètre est défini comme étant la hauteur de mouvement, telle qu'expliquée en détail au **CHAPITRE 5**.

$$e_s = e_{bmax} \quad (4-8)$$

#### 4.1.4 Masse d'eau liquide résiduelle

En régime sec, la croissance n'est pas modélisée, car la totalité de l'eau liquide entrante se transforme en glace et la masse d'eau liquide résiduelle est nulle. En régime humide, le processus de croissance peut être simplifié en considérant que les gouttes partiellement gelées atteignent la hauteur de mouvement. À ce moment, le volume liquide de la goutte est emporté par les forces aérodynamiques et/ou de gravité, une fraction ou la totalité du volume liquide demeure emprisonnée dans les espaces entre les gouttes partiellement gelées, et le reste s'écoule sur la surface (**Figure 4.5**). L'eau liquide emportée devient la masse d'eau résiduelle si le volume sec est suffisant. Sinon, elle se divise en deux parties qui vont former les masses d'eau résiduelle et ruisselante. La répartition dépend de la capacité du volume de l'espace sec à retenir l'eau.

Lorsque la masse d'eau liquide admissible  $m_{adm}$  est plus grande que la masse d'eau liquide, la masse d'eau liquide résiduelle  $m_{rmw}$  est égale à la masse d'eau liquide  $m_w$ . Dans le cas contraire, elle est égale à la masse d'eau liquide admissible.

$$m_{rmw} = \begin{cases} m_{adm} & m_{adm} < m_w \\ m_w & m_{adm} \geq m_w \end{cases} \quad (4-9)$$

La masse d'eau liquide admissible qui dépend du volume de l'espace sec est calculée en généralisant le calcul de la masse d'eau liquide admissible d'une goutte pour l'ensemble des gouttes distribuées uniformément sur la surface et en considérant que les gouttes vont atteindre la hauteur de mouvement. La généralisation s'obtient en multipliant la masse d'eau liquide admissible d'une goutte  $m_{admb}$  par le nombre de gouttes  $n_b$  et le nombre de croissance  $n_c$ .

$$m_{adm} = m_{admb} \cdot n_b \cdot n_c \quad (4-10)$$

La masse d'eau liquide admissible d'une goutte  $m_{admb}$  correspond au volume sec disponible pouvant emmagasiner l'eau liquide. Elle se calcule à partir de la densité de l'eau  $\rho_w$ , de la surface de coalescence  $A_{coal}$  et de la hauteur de la goutte qui est gelée, cette dernière étant fonction des fractions solide  $f$  et de volume  $f_{vol}$ , ainsi que de la hauteur de la partie liquide avant mouvement  $e_{bwmax}$  et de la hauteur de mouvement  $e_{bmax}$  (**Figure 4.8**).

$$m_{admb} = \rho_w \cdot (A_{coal} \cdot e_{bmax}) \cdot \left(1 - \frac{e_{bwmax}}{e_{bmax}} - \frac{f}{f_{vol}}\right) \quad (4-11)$$

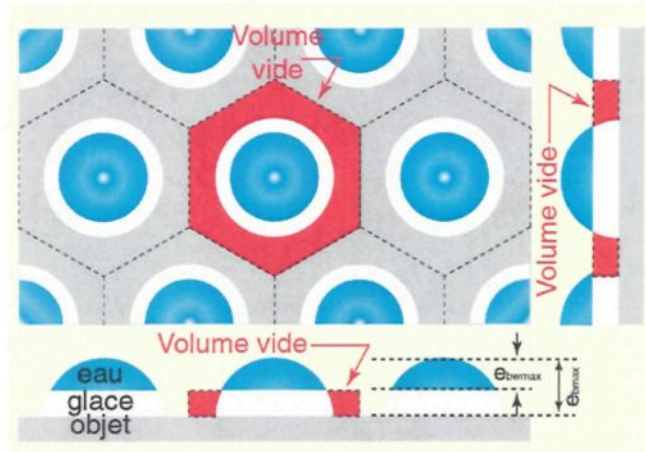


Figure 4.8: Hauteur associée à une goutte avant mouvement .

La fraction de volume  $f_{vol}$  est calculée pour une goutte qui a atteint sa pleine croissance. Elle est fonction de la densité de la glace  $\rho_i$ , de la densité de la goutte  $\rho_b$ , de la fraction mouillée  $f_w$  et de l'angle de contact  $\theta_c$ .

$$f_{vol} = \frac{\rho_i}{\rho_b} \cdot \frac{3}{f_w} \cdot \frac{1 + \cos(\theta_c)}{2 + \cos(\theta_c)} \quad (4-12)$$

La densité de la goutte  $\rho_b$  varie linéairement en fonction de la fraction solide  $f$ , des densités de l'eau  $\rho_w$  et de la glace  $\rho_i$ .

$$\rho_b = (1 - f) \cdot \rho_w + f \cdot \rho_i \quad (4-13)$$

Le nombre de gouttes  $n_b$  est le rapport entre la surface du panneau et la surface de coalescence  $A_{coal}$ .

$$n_b = \frac{\Delta s \cdot \Delta b}{A_{coal}} \quad (4-14)$$

Le nombre de croissance  $n_c$  est défini comme le nombre de fois que les gouttes vont atteindre leur pleine croissance. Il est le rapport entre l'incrément de temps d'accrétion  $\Delta t_{acc}$  et le temps de croissance d'une goutte. Il peut être exprimé également par le rapport entre la masse d'eau entrante  $m_{in}$  diminuée de la masse d'eau évaporée  $m_{evap}$ , le résultat est ensuite divisé par la masse d'une goutte qui est égale au produit de la densité de l'eau  $\rho_w$  et de son volume  $V_b$ .

$$n_c = \frac{m_{in} - m_{evap}}{\rho_w \cdot V_b} \quad (4-15)$$

Finalement, en remplaçant chacun des termes de l'équation 4-10, la masse d'eau liquide admissible  $m_{adm}$  est :

$$m_{adm} = \frac{\rho_w}{\rho_i} \cdot f_{vol} \cdot \left( 1 - \frac{e_{bwmax}}{e_{bmax}} - \frac{f}{f_{vol}} \right) \cdot (m_{in} - m_{evap}) \quad (4-16)$$

La hauteur de la partie liquide avant mouvement est déterminée à partir de la géométrie de la goutte et de son volume. Elle est fonction du rapport de la densité de la goutte  $\rho_b$  sur celle de l'eau  $\rho_w$ , de la fraction solide  $f$ , de l'angle de contact  $\theta_c$  et de la hauteur de mouvement  $e_{bmax}$ .

$$e_{bwmax}^2 \cdot \left( 1 - \frac{1 - \cos(\theta_c)}{3} \cdot \frac{e_{bwmax}}{e_{bmax}} \right) = \frac{\rho_b}{\rho_w} \cdot (1 - f) \cdot \frac{2 + \cos(\theta_c)}{3} \cdot e_{bmax}^2 \quad (4-17)$$

La hauteur de la partie liquide avant mouvement peut être estimée en considérant que le terme négatif est beaucoup plus petit que un.

$$e_{bw\max} = \sqrt{\frac{\rho_b}{\rho_w} \cdot (1-f) \cdot \frac{2 + \cos(\theta_c)}{3}} \cdot e_{b\max} \quad (4-18)$$

## 4.2 Modèle du film

Le film existe en régime humide lorsque les gouttes sont trop grosses pour se maintenir individuellement sous l'effet des forces de cisaillement. Il peut exister en régime sec pour des cas rares de forte teneurs en eau et de températures élevées, mais seulement pour quelques millièmes de secondes. Le processus de diffusion dans le film s'effectue seulement par évaporation, car la glace ne peut pas entrer en contact avec l'air ambiant en raison de l'eau liquide qui recouvre entièrement la surface (**Figure 4.9**). La solidification s'effectue uniformément et le front de solidification débute sur la surface de l'objet en se dirigeant vers la surface de l'eau.

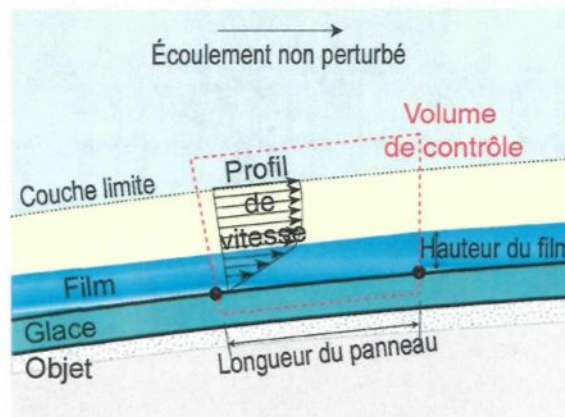


Figure 4.9: Volume de contrôle du film d'eau.

La croissance du film s'effectue par addition de strates d'eau d'égale hauteur qui recouvrent toute la longueur du panneau (**Figure 4.10**). Le nombre de strates et la hauteur du film dépendent du temps nécessaire pour parcourir la longueur du panneau ou, plus précisément, de la vitesse moyenne du film.





Figure 4.10: Croissance du film d'eau.

Un certain nombre de strates se solidifient, une strate demeure sur le panneau comme eau résiduelle et le reste s'écoule vers le panneau suivant.

Le critère qui détermine s'il s'agit d'un film est sa hauteur. Cette dernière est calculée à partir de la masse d'eau liquide entrante dans le volume de contrôle. Elle doit excéder la hauteur minimale du film d'eau, qui est calculée à partir de la hauteur de mouvement que les gouttes vont atteindre avant de se briser sous l'effet des forces aérodynamique, l'accélération gravitationnelle et la tension de surface.

#### 4.2.1 Hauteur du film

La hauteur du film est déterminée à partir de la masse d'eau liquide entrante dans le volume de contrôle et de la vitesse moyenne du film.

La masse d'eau liquide entrante pour le film d'eau dépend de la densité de l'eau  $\rho_w$ , de l'incrément de temps d'accrétion  $\Delta t_{acc}$ , de la largeur du panneau  $\Delta b$ , de la hauteur  $e_f$  et de la vitesse moyenne du film d'eau  $U_f$ :

$$m_{in} = \rho_w \cdot (\Delta b \cdot e_f) \cdot (U_f \cdot \Delta t_{acc}) \quad (4-19)$$

La vitesse est nulle à l'interface entre le film et la surface de l'objet ou dans la condition de non-glissement à la paroi. Dans la partie supérieure du film, elle est déterminée en intégrant la loi de viscosité de Newton (**Figure 4.9**). La distribution de vitesse dans le film varie linéairement avec la hauteur de la couche limite en fonction du taux de cisaillement.



$$U_f(y) = \frac{\tau_w}{\mu_w} \cdot y \quad (4-20)$$

La vitesse moyenne du film est obtenue en intégrant la vitesse sur la hauteur du film. Elle est exprimée en fonction du taux cisaillement  $\tau_w$ , de la viscosité dynamique de l'eau  $\mu_w$  et de la hauteur du film  $e_f$ .

$$U_f = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_w}{\mu_w} \cdot e_f \quad (4-21)$$

Le taux de cisaillement du film est pris comme étant égal à la contrainte de cisaillement à la paroi calculée pour une plaque plane. La contrainte de cisaillement à la paroi  $\tau_w$  est exprimée en fonction de la densité de l'air  $\rho_a$ , du coefficient de frottement  $C_f$  et de la vitesse de l'écoulement à la frontière de la couche limite  $U_e$ .

$$\tau_w = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot C_f \cdot U_e^2 \quad (4-22)$$

Le coefficient de frottement utilisé est celui présenté à la **section 3.2.6**.

En remplaçant la vitesse moyenne du film dans l'équation de la masse d'eau liquide entrante (**équation 4-19**) et la contrainte de cisaillement (**équation 4-22**), la hauteur du film est exprimée en fonction de la masse d'eau liquide entrante  $m_{in}$ , du coefficient de frottement  $C_f$ , de la vitesse à la frontière de la couche limite  $U_e$ , de la largeur du panneau  $\Delta b$ , de l'incrément de temps d'accrétion  $\Delta t_{acc}$ , de la densité de l'air  $\rho_a$ , de la densité  $\rho_w$  et de la viscosité dynamique  $\mu_w$  de l'eau.

$$e_f = \sqrt{\frac{\mu_w}{\rho_w} \cdot \frac{2 \cdot m_{in}}{\Delta b \cdot \rho_a \cdot \frac{1}{2} \cdot C_f \cdot U_e^2 \cdot \Delta t_{acc}}} \quad (4-23)$$

Le film d'eau existe lorsque la hauteur du film  $e_f$  est supérieure à la hauteur minimale du film d'eau  $e_{fmin}$ . Cette hauteur est déterminée à partir du bilan de masse où elle est exprimée en termes de l'angle de contact  $\theta_c$  et de la hauteur de mouvement  $e_{bmax}$  que peuvent atteindre les gouttes. Un complément de calcul est présenté à l'**ANNEXE B.1**.

$$e_{fmin} = \sqrt{\frac{\theta_c - \sin(\theta_c) \cdot \cos(\theta_c)}{2 \cdot \sin(\theta_c)}} \cdot e_{bmax} \quad (4-24)$$

#### 4.2.2 Géométrie du film

La **Figure 4.11** présente la géométrie du film qui se forme à partir de la fusion de toutes les gouttelettes d'eau en surface. Le rapport de surface est le rapport entre les surfaces de transfert et de contact. Dans le cas du film, il est égal à un.

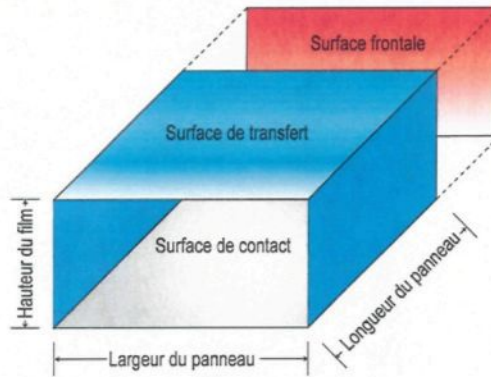


Figure 4.11: Géométrie du film d'eau.

#### 4.2.3 Rugosité de la surface

La hauteur des rugosités dans le cas du film d'eau correspond à la hauteur des vagues qui se forment à la surface du film<sup>44</sup>. La vitesse d'une vague  $U_v$  est fonction de l'accélération gravitationnelle  $g$ , de l'épaisseur du film  $e_f$  et de la hauteur de la vague  $e_v$ .

$$U_v^2 = g \cdot e_f \cdot \left(1 + \frac{e_v}{2 \cdot e_f}\right) \cdot \left(1 + \frac{e_v}{e_f}\right) \quad (4-25)$$

La hauteur des rugosités  $e_s$  peut être exprimée en fonction de la hauteur du film d'eau  $e_f$  et du nombre de Froude  $Fr$ , en supposant que la hauteur des rugosités  $e_s$  est égale à la hauteur de la vague  $e_v$ .

$$e_s = \frac{3}{2} \cdot e_f \cdot \left[ \sqrt{1 - \frac{8}{9} \cdot (1 - Fr^2)} - 1 \right] \approx \frac{3}{2} \cdot e_f \cdot Fr \quad (4-26)$$

En considérant que la vitesse de la vague est égale à la vitesse du film  $U_f$ , le nombre de Froude  $Fr$  est exprimé en fonction de la contrainte de cisaillement  $\tau_w$ , de la viscosité dynamique de l'eau  $\mu_w$ , de l'accélération gravitationnelle  $g$  et de la hauteur du film  $e_f$ .

$$Fr = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_w}{\mu_w} \cdot \sqrt{\frac{e_f}{g}} \quad (4-27)$$

#### 4.2.4 Masse d'eau liquide résiduelle

En régime sec, la totalité de la masse d'eau liquide entrante se transforme en glace et la masse d'eau liquide résiduelle est nulle. En régime humide, une fraction de la masse d'eau liquide entrante se transforme en glace, une autre fraction demeure en partie sur la surface de l'objet et le reste s'écoule vers le volume de contrôle suivant. La masse d'eau liquide résiduelle est calculée à partir du bilan massique appliqué à une strate du film. Elle est exprimée en fonction de la hauteur du film  $e_f$ , de la densité de l'eau  $\rho_w$ , de la longueur  $\Delta s$  et de la largeur  $\Delta b$  du panneau.

$$m_{rmw} = \rho_w \cdot (e_f \cdot \Delta b \cdot \Delta s) \quad (4-28)$$

### 4.3 Modèle des ruisselets

Le modèle des ruisselets est utilisé lorsque la hauteur du film est inférieure à la hauteur de mouvement et que la surface est une zone qui n'est pas exposée aux gouttelettes d'eau. Ce modèle est favorisé par rapport au modèle des gouttes car, dans la majorité des cas, pour la zone de non-captation, les gouttes s'unissent pour former des ruisselets sous l'effet du vent et /ou de la gravité. L'utilisation des ruisselets augmente la précision du calcul de la température de surface en assurant un meilleur contrôle du taux de solidification, car ils offrent une surface de contact avec l'air ambiant plus grande que celle des gouttes. De plus, le calcul de la masse d'eau résiduelle est plus précis car un bilan massique est appliqué aux ruisselets. Les ruisselets sont formés à partir de l'eau d'écoulement entrante et/ou résiduelle, présente dans le volume de contrôle. La fraction solide indique le régime de croissance des ruisselets. Lorsque la fraction solide est égale à un, le régime est sec et lorsqu'elle est inférieure à un, le régime est humide.

#### 4.3.1 Hauteur des ruisselets

La hauteur des ruisselets est considérée comme étant égale à la hauteur des gouttes.

#### 4.3.2 Géométrie des ruisselets

La **Figure 4.12** présente des ruisselets qui se forment à partir de l'eau liquide. Les ruisselets sont créés par les forces aérodynamiques et/ou la force de gravité. Ils sont traités comme plusieurs petits films d'eau de forme cylindrique et disposé en parallèle.

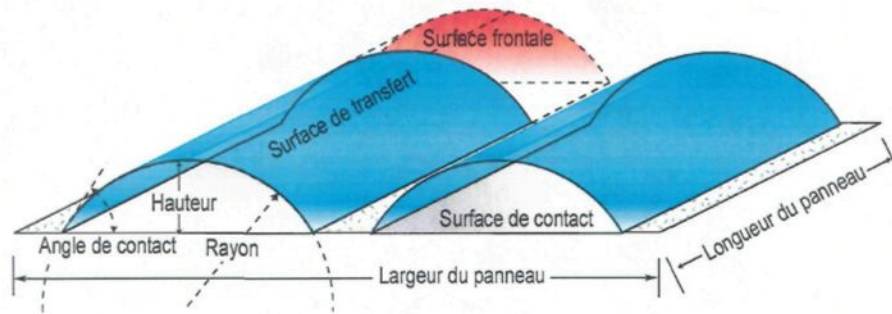


Figure 4.12: Géométrie des ruisselets.

La surface de transfert des ruisselets  $At_r$ , montrée à la **Figure 4.12** correspond à la surface du cylindre partiel en contact avec l'air ambiant :

$$At_r = 2 \cdot \frac{\theta_c}{[1 - \cos(\theta_c)]^2} \cdot \Delta s_r \cdot e_r \quad (4-29)$$

La surface de contact des ruisselets montrée à la **Figure 4.12** correspond à la surface du cylindre partiel en contact avec la surface de l'objet :

$$Ac_r = 2 \cdot \frac{\sin(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot \Delta s_r \cdot e_r \quad (4-30)$$

Elles sont exprimées en fonction de la hauteur d'un ruisseau  $e_r$ , de l'angle de contact  $\theta_c$  et de la longueur du panneau  $\Delta s_r$ .

Le rapport de surface  $r_A$  des ruisselets est le rapport entre la surface de transfert et la surface de contact. Il est une caractéristique des ruisselets et dépend seulement de l'angle de contact  $\theta_c$ .

$$r_A = \frac{\theta_c}{\sin(\theta_c)} \quad (4-31)$$

#### 4.3.3 Rugosité de la surface

La rugosité de la surface  $e_s$  est égale à la hauteur des ruisselets  $e_r$ .

$$e_s = e_r \quad (4-32)$$

#### 4.3.4 Masse d'eau liquide résiduelle

En régime sec, la totalité de l'eau liquide entrante se transforme en glace et l'eau liquide résiduelle est nulle. En régime humide, une fraction de l'eau liquide entrante se transforme en glace, une autre fraction demeure en partie sur la surface de l'objet et le reste s'écoule vers le volume de contrôle adjacent. La masse d'eau liquide résiduelle  $m_{rmw}$  qui est une fraction de l'eau demeurée liquide qui réside sur la surface est calculée à partir d'un bilan massique. Elle peut être exprimée en fonction de la hauteur du film d'eau  $e_f$ , de la densité de l'eau  $\rho_w$  et de la fraction solide  $f$ , ainsi que de la longueur  $\Delta s$  et de la largeur du panneau  $\Delta b$ .

$$m_{rmw} = \rho_w \cdot (e_f \cdot \Delta b \cdot \Delta s) \cdot f \quad (4-33)$$

## CHAPITRE 5

### MODÉLISATION DE LA DYNAMIQUE DES GOUTTES DE SURFACE

#### 5.1 Description générale

La hauteur que les gouttes peuvent atteindre avant de se mettre en mouvement est appelée hauteur de mouvement. Elle est calculée à partir de l'analyse de la croissance des gouttes et des forces en présence. La **Figure 5.1** présente une vue bidimensionnelle d'une goutte immobile où les forces actives sont la tension de surface, la pression interne, la force de gravité et la réaction de la paroi. La pression interne équilibre la tension de surface tandis que la réaction de paroi équilibre la force de gravité.

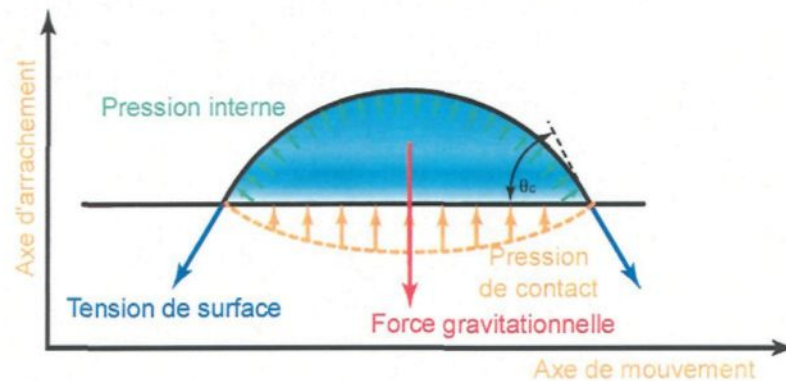


Figure 5.1: Forces agissant sur une goutte immobile.

Si la surface s'incline ou si le vent apparaît, la goutte se déforme (**Figure 5.2**). La déformation produit un déséquilibre entre la tension de surface et la pression interne qui vient compenser la composante de la gravité suivant la pente et la force aérodynamique. La situation se décrit par deux équations de forces. L'équation des composantes dans la direction normale au plan de la surface décrit la résistance de la goutte à l'arrachement, alors que celle des composantes



dans la direction parallèle au plan de la surface traduit la résistance de la goutte au mouvement. Dans la présente thèse, seule la dernière équation est développée.

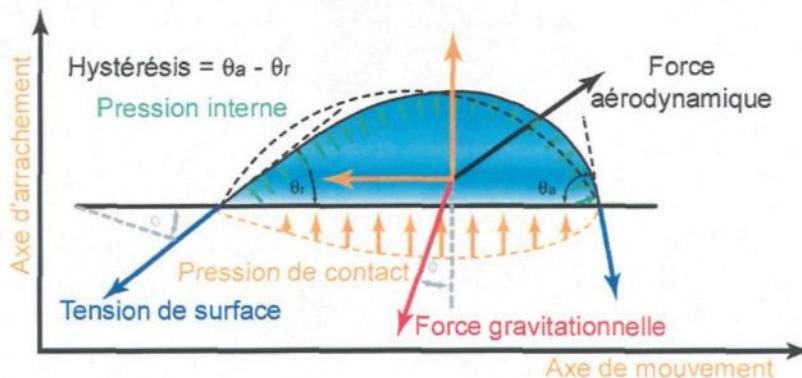


Figure 5.2: Forces agissant sur une goutte déformée.

La résultante de la pression interne n'a pas de composante dans l'axe de mouvement. Par contre, la tension de surface a une composante non nulle, appelée force de rigidité, qui est due à la variation de l'angle de contact le long du périmètre de contact de la goutte avec la paroi. Cette variation est appelée hystérésis. L'angle de contact qui représente l'angle entre la paroi de la goutte et la surface de l'objet est présenté à la **Figure 5.1**.

La force de rigidité, qui définit le déséquilibre entre la force de tension de surface et la force de pression interne, s'oppose à la composante de gravité selon l'inclinaison de la surface, et à la force de traînée qui est produite par la force aérodynamique agissant dans le sens du vent. Comme l'a démontré Al-Khalil<sup>19</sup> pour une goutte d'eau déformée reposant sur une surface de glace, l'hystérésis, qui est la différence entre l'angle de contact maximum  $\theta_a$  et l'angle de contact minimum  $\theta_r$  (**Figure 5.3**), ne peut excéder une valeur maximale qui dépend de la rugosité et de la température de surface. À cette valeur maximale, la goutte ne se déforme plus, mais se met en mouvement sous l'action des forces aérodynamique et/ou gravitationnelle, ces dernières excédant la force de rigidité qui est limitée par l'hystérésis maximum.

La forme et le volume de la goutte déterminent l'état de l'eau liquide en surface : gouttes, ruisselets, film. La forme et le volume de chacun d'eux peuvent être exprimés en fonction de la hauteur lorsque l'angle de contact et l'hystérésis de la goutte sont connus. La hauteur de la goutte,

appelée hauteur de mouvement lorsque l'hystérésis est maximum, est utilisée comme facteur de taille. La hauteur de mouvement limite la croissance des gouttes. Elle est définie à partir de l'équation d'équilibre des forces dans l'axe de mouvement qui est parallèle au plan.

$$\text{Hystérésis} = \Delta\theta_c = \theta_a - \theta_r$$

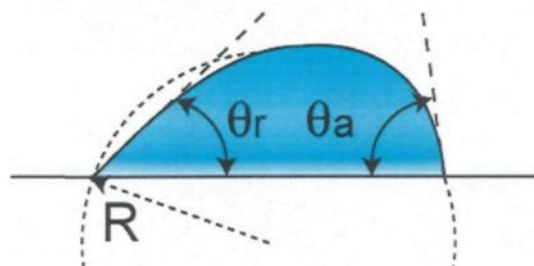


Figure 5.3: Hystérésis d'une goutte déformée.

En résumé, la goutte se déforme sous l'effet du vent et /ou de la gravité, cette déformation produit un hystérésis de l'angle de contact le long du périmètre de la goutte en contact avec la surface. Les gouttes se mettent en mouvement lorsque l'hystérésis atteint la valeur maximale à laquelle l'équilibre des forces est rompu. L'hystérésis maximale est utilisée dans ce texte pour déterminer si les gouttes sont en mouvement ainsi que leur direction.

## 5.2 Forces agissant sur une goutte

Les forces qui engendrent le mouvement des gouttes sont la force de rigidité induite par la tension de surface, la force de pression interne induite par le mouvement des molécules de l'eau, la force de gravité induite par l'accélération gravitationnelle et l'orientation de la surface de l'objet, et la force aérodynamique (**Figure 5.2**) induite par la force de traînée. Seules les forces produisant le mouvement sont traitées dans ce chapitre, la force induite par la pression interne selon l'axe de mouvement étant assumée négligeable par rapport aux autres forces.

### 5.2.1 Force de rigidité

La force de rigidité s'oppose à la force de vent et à la composante de la force gravitationnelle selon l'axe de mouvement. La force de rigidité est induite par la composante de la



force de tension de surface parallèle à la paroi (**Figure 5.4**). La force de tension de surface  $F_\sigma$  est proportionnelle à la tension de surface de l'eau  $\sigma_w$  et à la taille de la goutte.

$$F_\sigma = \int_0^{2\pi} \sigma_w \cdot r \cdot d\varphi \quad (5-1)$$

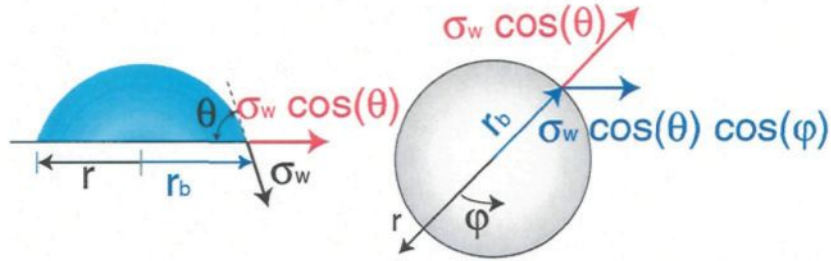


Figure 5.4: Répartition de la tension de surface.

La composante parallèle à la paroi de la force de tension de surface est exprimée en fonction la tension de surface  $\sigma_w$ , de la coordonnée angulaire  $\varphi$ , de l'angle de contact le long du périmètre de la goutte  $\theta$ , de son angle de contact  $\theta_c$  et de sa hauteur  $e_b$ , son rayon étant exprimé selon la hauteur d'une goutte immobile.

$$F_\sigma = \int_0^{2\pi} \sigma_w \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\varphi) \cdot \left[ \frac{\sin(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot e_b \right] \cdot d\varphi \quad (5-2)$$

Il est connu que l'angle de contact varie le long du périmètre de la goutte déformée de façon complexe. Une hypothèse simplificatrice est utilisée pour permettre le calcul de la force de rigidité. Cette dernière considère que la distribution de l'hystérésis le long du périmètre de la goutte en contact avec la paroi suit une distribution cosinusoidale, telle que montrée à la **Figure 5.5**.

$$\theta = \theta_c - \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_c \cdot \cos(\varphi) \quad (5-3)$$

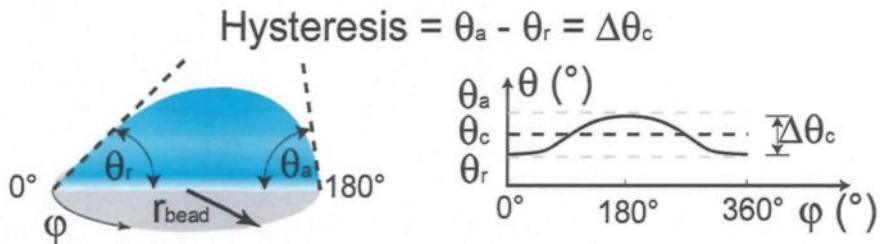


Figure 5.5: Distribution cosinusoidale de l'hystérésis.

L'idéalisation de la distribution de l'angle de contact implique que  $\theta_r = \theta_c - \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_c$  et  $\theta_a = \theta_c + \frac{1}{2} \cdot \Delta\theta_c$ . Cette hypothèse permet de calculer la force de rigidité qui est fortement liée à la géométrie de la goutte, tandis que les forces aérodynamique et gravitationnelle sont calculées en supposant que la géométrie de la goutte est une hémisphère caractérisée par un angle de contact.

En considérant que l'hystérésis est faible, la force de rigidité est obtenue en intégrant la composante de la force de tension de surface dans la direction du mouvement. Elle est exprimée en fonction de la tension de surface de l'eau  $\sigma_w$ , de l'angle de contact d'une goutte  $\theta_c$ , de l'hystérésis  $\Delta\theta_c$  et de la hauteur de la goutte  $e_b$ .

$$F_{\sigma w} = \frac{\pi}{2} \cdot \sigma_w \cdot [1 + \cos(\theta_c)] \cdot e_b \cdot \Delta\theta_c \quad (5-4)$$

L'intégration de la force de rigidité est présenté en détail à l'**ANNEXE B.2**.

### 5.2.2 Force gravitationnelle

La force gravitationnelle, qui est la composante de l'accélération gravitationnelle parallèle à l'axe de mouvement, est proportionnelle à l'accélération gravitationnelle et au poids de la goutte. Elle est fonction de la densité de l'eau  $\rho_w$ , du volume de la goutte  $V_b$ , de l'accélération gravitationnelle  $g$  et de l'inclinaison de la surface  $\varphi$ .

$$F_g = \rho_w \cdot V_b \cdot g \cdot |\sin(\varphi)| \quad (5-5)$$

Le volume est calculé pour une goutte immobile et il est exprimé en fonction de l'angle de contact  $\theta_c$  et de la hauteur de la goutte  $e_b$ . La force gravitationnelle selon la direction de mouvement est :

$$F_{gw} = \frac{\pi}{3} \cdot g \cdot \rho_w \cdot \frac{2 + \cos(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot |\sin(\varphi)| \cdot e_b^3 \quad (5-6)$$

### 5.2.3 Force aérodynamique

La force aérodynamique qui est parallèle au vent et correspond à la force de traînée  $F_w$  agit dans la direction de mouvement. Elle est déduite de l'expression générale de la force de traînée

exprimée en fonction de la densité de l'air  $\rho_a$ , du coefficient de traînée de la goutte dans l'air  $C_D$ , de la section frontale de la goutte perpendiculaire à l'écoulement  $Af_b$  et de la vitesse moyenne de l'air au niveau de la goutte  $\bar{U}_b$ .

$$F_w = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot C_D \cdot Af_b \cdot \bar{U}_b^2 \quad (5-7)$$

Le coefficient de traînée de la goutte est assumé comme étant égal au coefficient de traînée d'une sphère, car il est très bien connu et il peut être exprimé simplement. Lorsque le nombre de Reynolds de la sphère est inférieur à 60, son coefficient de traînée est calculé en utilisant la loi de Stokes<sup>45</sup>

$$C_D = \frac{24}{Re_b} \quad (5-8)$$

Lorsque le nombre de Reynolds de la sphère est supérieur à 60, il est considéré constant et fixé à 0,44. Le nombre de Reynolds de la goutte, considéré comme équivalent au nombre de Reynolds de la sphère, est calculé en utilisant le double de la hauteur de la goutte. Une constante d'étalonnage est introduite dans l'équation de la force de traînée pour tenir compte de cette approximation.

$$Re_b = \frac{\rho_a}{\mu_a} \cdot \bar{U}_a \cdot (2 \cdot e_b) \quad (5-9)$$

En régime laminaire, la vitesse moyenne de l'air au niveau de la goutte est déduite de la contrainte de cisaillement à la paroi  $\tau_w$  et de la condition de non-glissement à la paroi.

$$\tau_w = -\mu_a \cdot \frac{dU}{dy} \quad (5-10)$$

Elle est obtenue en intégrant deux fois l'expression de la contrainte de cisaillement à la paroi  $\tau_w$  en régime laminaire sur la hauteur de la goutte  $e_b$ , cette dernière étant divisée par le hauteur de la goutte. Après manipulation, la vitesse moyenne de l'air est :

$$\bar{U}_b = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_w}{\mu_a} \cdot e_b \quad (5-11)$$

En régime turbulent, la vitesse moyenne de l'air au niveau de la goutte est déduite de la contrainte de cisaillement à la paroi et de la condition de non-glissement à la paroi. Une expression analogue à celle du régime laminaire a été développée en régime turbulent en combinant une viscosité laminaire et turbulente.

$$\tau_w = -\mu_a \cdot \frac{dU}{dy} - \mu_t \cdot \frac{dU}{dy} \quad (5-12)$$

La vitesse de l'air près de la paroi est obtenue en utilisant l'hypothèse de la longueur de mélange turbulent et en assumant que la longueur de mélange est directement proportionnelle à la position  $y$ , avec une constante de proportionnalité égale à 0,36 pour une plaque plane.

$$\tau_w = -\rho_a \cdot (0,36 \cdot y)^2 \cdot \left( \frac{dU}{dy} \right)^2 \quad (5-13)$$

En intégrant l'expression de la contrainte de cisaillement à la paroi en régime turbulent et après manipulation, la vitesse de l'air est :

$$U_b = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_a}} \cdot \left[ 2,78 \cdot \ln \left( \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_a}} \cdot \frac{\rho_a}{\mu_a} \cdot y \right) + 3,8 \right] \quad (5-14)$$

La vitesse moyenne de l'air au niveau de la goutte est obtenue en intégrant la dernière expression sur la hauteur de la goutte et en la divisant par le hauteur de la goutte.

$$\bar{U}_b = 2,8 \cdot \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_a}} \cdot \left[ \ln \left( \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_a}} \cdot \frac{\rho_a}{\mu_a} \cdot e_b \right) + 1,4 \right] \quad (5-15)$$

En sachant que l'expression de la contrainte de cisaillement à la paroi pour une plaque plane s'écrit :

$$\tau_w = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot C_f \cdot U_e^2 \quad (5-16)$$

La force de traînée peut être exprimée en fonction du coefficient d'écoulement  $C_G$ , de la densité de l'air  $\rho_a$ , de la vitesse à la frontière de la couche limite  $U_e$ , du coefficient de frottement  $C_f$ , de l'angle de contact  $\theta_c$ , de la hauteur de la goutte  $e_b$  et d'une constante d'étalonnage  $C_{cal}$ .

$$F_w = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot C_f \cdot U_e^2 \cdot \frac{C_G(e_b)}{C_{cal}} \cdot \frac{\theta_c - \sin(\theta_c) \cdot \cos(\theta_c)}{[1 - \cos(\theta_c)]^2} \cdot e_b^2 \quad (5-17)$$

Le coefficient de l'écoulement est introduit pour uniformiser la présentation de l'équation de la force de traînée et il dépend du régime de l'écoulement. En régime laminaire,

$$C_G(e_b) = 3 \quad (5-18)$$

et en régime turbulent,

$$C_G(e_b) = 1,725 \cdot \left[ \ln \left( \sqrt{\frac{1}{2} \cdot C_f} \cdot U_e \cdot \frac{\rho_a}{\mu_a} \cdot e_b \right) + 1,4 \right]^2 \quad (5-19)$$

L'écoulement sur une plaque est caractérisé par une zone laminaire, de transition et turbulente (**Figure 5.6**). Pour une plaque plane rugueuse, le passage du régime laminaire au régime turbulent se produit pour un nombre de Reynolds critique de 600, cette valeur étant établie à partir de la hauteur équivalente des rugosités sur papier d'émeri présentée à la **section 3.2.6**.

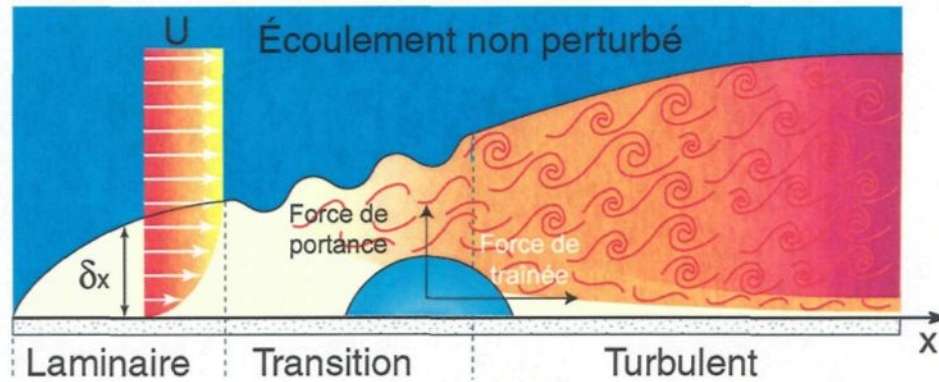


Figure 5.6: Écoulement d'air autour d'une goutte.

### 5.3 Hauteur de mouvement

La hauteur de mouvement est déterminée en résolvant l'équation d'équilibre des forces lorsque leur sommation est nulle et que l'hystérésis est maximum. Les forces sont en équilibre et le moindre changement produit le mouvement. La hauteur de mouvement est calculée pour les trois situations suivantes : La première situation, appelée écoulement gravitationnel, se rencontre en présence de la gravité lorsque le vent est nul. La seconde, appelée écoulement aérodynamique, se

rencontre en présence de vent lorsque la composante de la force gravitationnelle dans la direction du mouvement est nulle. La troisième, appelée écoulement mixte, se rencontre en présence de vent et de la gravité. Les deux premières situations sont deux cas particuliers utilisés pour valider la hauteur de mouvement et la troisième situation est celle considérée dans le modèle d'accrétion.

### 5.3.1 Écoulement gravitationnel

Les gouttes vont se déplacer sous l'action de la gravité lorsque la force de rigidité  $F_\sigma$  est égale à la force gravitationnelle  $F_g$ , que l'hystérésis est maximum et que la force de traînée est nulle.

$$F_\sigma = F_{gW} \quad (5-20)$$

Le rapport d'écoulement gravitationnel  $R_{gW}$  est le rapport entre la force gravitationnelle et la force de rigidité, qui est indépendant de la hauteur de la goutte et de l'hystérésis.

$$R_{gW} = \frac{2}{3} \cdot g \cdot \frac{\rho_w}{\sigma_w} \cdot \left[ \frac{2 + \cos(\theta_c)}{\sin^2(\theta_c)} \right] \cdot |\sin(\varphi)| \quad (5-21)$$

La hauteur de mouvement pour que l'écoulement gravitationnel se produise est

$$e_b = \sqrt{\frac{\Delta\theta_c}{R_{gW}}} \quad (5-22)$$

L'écoulement gravitationnel d'une goutte de hauteur prédéterminée se caractérise par l'angle d'inclinaison de la surface mesurée par rapport à l'horizontale et par la température de la goutte ou, plus précisément, par l'angle de contact et l'hystérésis maximum. La **Figure 5.7** montre que pour un angle de contact donné, la force qui génère le mouvement augmente avec l'augmentation de l'hystérésis ou, en d'autres termes, avec la déformation de la goutte.

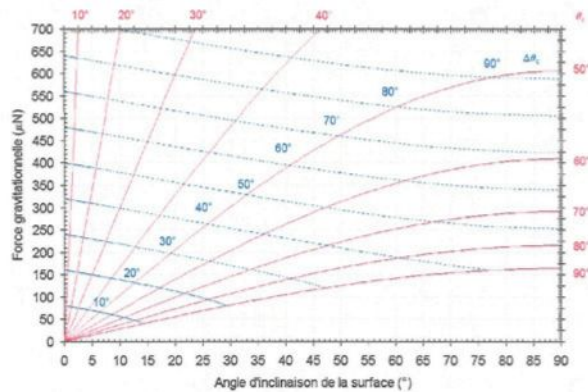


Figure 5.7: Force gravitationnelle d'une goutte de 2 mm de hauteur en fonction de l'inclinaison.

### 5.3.2 Écoulement aérodynamique

L'écoulement aérodynamique des gouttes se produit lorsque la force de rigidité  $F_\sigma$  est égale à la force de traînée  $F_W$ , que l'hystérésis est maximum et que la force gravitationnelle est nulle.

$$F_\sigma = F_W \quad (5-23)$$

Le rapport d'écoulement aérodynamique  $R_W$  est le rapport entre la force aérodynamique et la force de rigidité, qui est indépendant de la hauteur de la goutte et de l'hystérésis.

$$R_W = \frac{C_f \cdot U_e^2}{\pi} \cdot \frac{\rho_a}{\sigma_w} \cdot \frac{\theta_c - \sin(\theta_c) \cdot \cos(\theta_c)}{\sin^2(\theta_c) \cdot [1 - \cos(\theta_c)]} \quad (5-24)$$

La hauteur de mouvement pour un écoulement aérodynamique laminaire, lorsque le coefficient de traînée de la goutte est calculé avec la loi de Stokes, est

$$e_b = \frac{\Delta\theta_c}{3 \cdot R_W} \quad (5-25)$$

La hauteur de mouvement lorsque l'écoulement est turbulent et que le coefficient de traînée de la goutte est constant, est

$$e_b \cdot C_G(e_b) = \frac{\Delta\theta_c}{R_W} \quad (5-26)$$



L'écoulement aérodynamique laminaire ou turbulent d'une goutte de hauteur prédéterminée se caractérise par la vitesse de l'écoulement non perturbé et la température de la goutte, ou plus précisément, par l'angle de contact et l'hystérésis maximum. La **Figure 5.8** montre que l'écoulement aérodynamique laminaire ne se produit que dans des cas très extrêmes où l'hystérésis est très faible. En effet, pour une goutte de 2 mm de hauteur, la vitesse de transition pour passer du régime laminaire au régime turbulent est de 0,4 m/s. En raison des vitesses considérées dans ce travail, seulement l'écoulement aérodynamique turbulent est considéré.

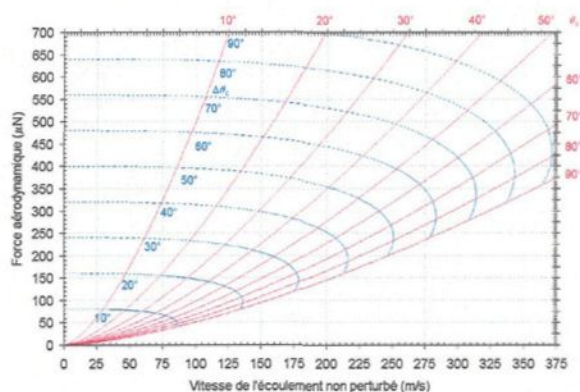


Figure 5.8: Force aérodynamique laminaire pour une goutte de 2 mm de hauteur.

La **Figure 5.9** montre que pour un angle de contact donné, la force qui génère le mouvement augmente avec l'augmentation de l'hystérésis, ou en d'autres termes, avec la déformation de la goutte.

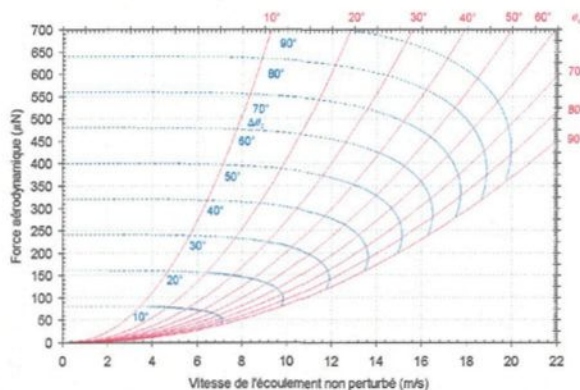


Figure 5.9: Force aérodynamique turbulente pour une goutte de 2 mm de hauteur.



### 5.3.3 Écoulement mixte

L'écoulement mixte des gouttes se produit lorsque la force de rigidité  $F_\sigma$  est égale aux forces de traînée  $F_W$  et gravitationnelle  $F_{gW}$  et que l'hystérésis est maximum.

$$F_\sigma = \pm F_W \pm F_{gW} \quad (5-27)$$

Les signes dans l'équation dépendent de l'intensité des forces aérodynamique et gravitationnelle et de l'inclinaison de la surface.

La hauteur de mouvement  $e_b$  pour l'écoulement mixte est obtenue en solutionnant l'équation non linéaire du second degré lorsque les forces sont exprimées en fonction de l'hystérésis  $\Delta\theta_c$ , du coefficient d'écoulement  $C_G$  et des rapports d'écoulement  $R_W$  et gravitationnel  $R_{gW}$ .

$$\pm R_{gW} \cdot e_b^2 \pm R_W \cdot C_G(e_b) \cdot e_b - \Delta\theta_c = 0 \quad (5-28)$$

La solution est obtenue en utilisant une méthode incrémentale où le processus itératif s'arrête lorsque la différence entre deux solutions successives est inférieure au critère de résolution.

La combinaison des forces de vent et de gravité, qui produit l'hystérésis, correspond à huit cas différents lorsque l'orientation du panneau est prise en considération (**Figure 5.10**). L'examen de ces huit cas permet de les réduire à trois. En effet, les cas 2, 3, 6 et 7, 1 et 4, 5 et 8 sont identiques.

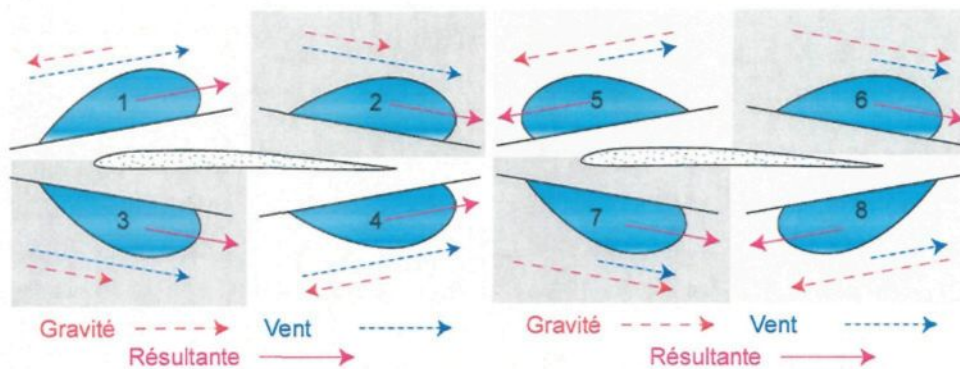


Figure 5.10: Forces de mouvement avec dominance du vent et de la gravité.

Le premier cas est l'hystérésis engendré par les forces de mouvement, lorsque les forces aérodynamique et de gravité agissent conjointement (cas 2, 3, 6 et 7).

$$R_{gW} \cdot e_b^2 + R_W \cdot C_G(e_b) \cdot e_b - \Delta\theta_c = 0 \quad (5-29)$$

La hauteur maximale permise est donnée par l'équation suivante :

$$e_b - \frac{-R_W(e_b) + \sqrt{R_W^2(e_b) + 4 \cdot R_{gW} \cdot \Delta\theta_c}}{2 \cdot R_{gW}} = 0 \quad (5-30)$$

lorsque la racine donnant une hauteur positive minimale est choisie.

Le second cas est l'hystérésis engendré par les forces de mouvement, lorsque les forces aérodynamique et de gravité agissent en opposition et que la force de gravité domine (cas 5 et 8).

$$R_{gW} \cdot e_b^2 - R_W \cdot C_G(e_b) \cdot e_b - \Delta\theta_c = 0 \quad (5-31)$$

La hauteur maximale permise est donnée par l'équation suivante :

$$e_b - \frac{R_W(e_b) + \sqrt{R_W^2(e_b) + 4 \cdot R_{gW} \cdot \Delta\theta_c}}{2 \cdot R_{gW}} = 0 \quad (5-32)$$

lorsque la racine donnant une hauteur positive minimale est choisie.

Le troisième cas est l'hystérésis engendré par les forces de mouvement, lorsque les forces aérodynamique et de gravité agissent en opposition et que la force de traînée domine (cas 1 et 4).

$$-R_{gW} \cdot e_b^2 + R_W \cdot C_G(e_b) \cdot e_b - \Delta\theta_c = 0 \quad (5-33)$$

La hauteur maximale permise est donnée par l'équation suivante :

$$e_b - \frac{R_W(e_b) - \sqrt{R_W^2(e_b) - 4 \cdot R_{gW} \cdot \Delta\theta_c}}{2 \cdot R_{gW}} = 0 \quad (5-34)$$

lorsque la racine donnant une hauteur positive minimale est choisie.

La hauteur maximale d'écoulement de vent peut être indéterminée lorsque le terme de gravité domine, car la racine de l'équation est négative. Lorsque ce cas se produit, la hauteur maximale d'écoulement de vent n'est pas calculée.

## CHAPITRE 6

### MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE DE L'ACCRÉTION DE LA GLACE

La modélisation numérique de la géométrie du profil de glace est difficile à réaliser car la direction de croissance de la glace ne peut être déterminée avec exactitude. L'utilisation de la méthode des bissectrices permet à la glace de croître perpendiculairement à la surface, laquelle est la direction naturelle de croissance. Dans la méthode qui est développée, la surface est définie à l'aide de nœuds, de panneaux et de bissectrices, permettant d'ajouter la surface de glace selon l'orientation des bissectrices. Les panneaux composant les surfaces lisses et simples peuvent croître indéfiniment, réduisant la définition de la surface. Pour remédier au problème, ils sont divisés lorsqu'ils sont trop longs pour maintenir une définition adéquate de la surface. Les panneaux composant les surfaces rugueuses et complexes peuvent s'amenuiser ou engendrer des angles prononcés. Lorsque la longueur des panneaux devient trop faible, les panneaux sont fusionnés afin de maintenir une définition adéquate de la surface. Pour la même raison, lorsque les angles sont trop prononcés, les panneaux sont refermés. La méthode de la bissectrice nécessite une condition pour démarrer le processus. Le choix de cette condition est très important, car cette dernière impose le panneau où la croissance de la glace débute. Le panneau de départ choisi est le panneau stationnaire qui correspond au point de stagnation. À cet endroit, l'hypothèse que la surface de glace croît symétriquement est émise. La construction des panneaux est effectuée par itérations, d'abord du panneau stationnaire au panneau d'indice maximum et, par la suite, du panneau stationnaire au panneau d'indice minimum.

## 6.1 Bissectrice

La méthode utilisée pour déterminer la bissectrice entre deux panneaux est basée sur la règle du triangle isocèle (**Figure 6.1**). Le premier panneau est défini par les nœuds 1 et 2, tandis que le second panneau est défini par les nœuds 2 et 3. Les nœuds 1, 2 et 3 sont définis respectivement par les points de coordonnées  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  et  $(x_3, y_3)$ . En premier lieu, la longueur de chaque panneau est calculée, et lorsque leurs longueurs ne sont pas identiques, un point intermédiaire  $(x_i, y_i)$  est ajouté afin d'égaliser la longueur du panneau le plus court avec celle du panneau le plus long. La pente de la bissectrice est la valeur inverse de la pente calculée entre le nœud 1 et le point intermédiaire.

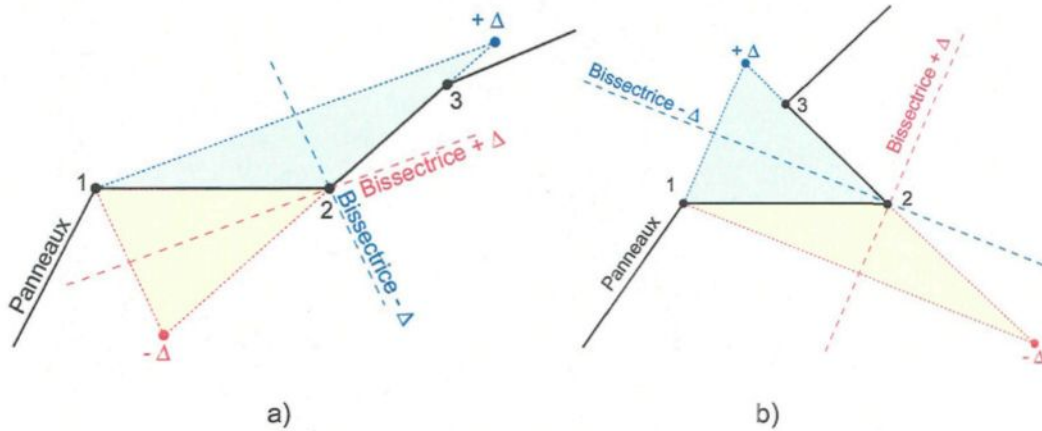


Figure 6.1: Bissectrice entre deux panneaux a) ouverts et b) fermés.

La pente de la bissectrice entre deux panneaux est

$$mb_2 = -\frac{x_2 - x_1 \pm (x_3 - x_2) \cdot R_{ds}}{y_2 - y_1 \pm (y_3 - y_2) \cdot R_{ds}} \quad (6-1)$$

Et le rapport des longueurs de panneaux est

$$R_{ds} = \sqrt{\frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}} \quad (6-2)$$

Un critère de décision doit être défini pour sélectionner la pente de la bissectrice, car il y a toujours deux possibilités. Le signe est positif pour une numérotation des nœuds dans le sens

horaire et il est négatif pour une numérotation dans le sens anti-horaire. Finalement, la bissectrice passant par le nœud 2 est l'équation de la droite de pente  $mb$ .

$$y - y_2 = mb_2 \cdot (x - x_2) \quad (6-3)$$

## 6.2 Nouveaux panneaux

Les nouveaux panneaux sont construits à partir des coordonnées du nouveau nœud précédent, des bissectrices entre les panneaux et des coordonnées des nœuds définissant la surface du temps précédent, ainsi que de la surface de glace accrétée, calculée à la **section 3.5**.

### 6.2.1 Panneaux quelconques

La surface de glace comprise sous le nouveau panneau est formée par l'addition de deux surfaces triangulaires (**Figure 6.2**).

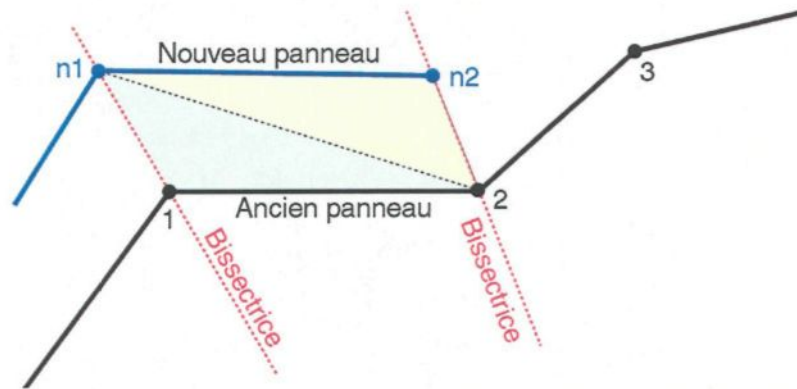


Figure 6.2: Construction d'un nouveau panneau.

La première surface triangulaire est formée par les nœuds 1, 2 et n1. La seconde surface triangulaire est formée par les nœuds 2, n2 et n1 et elle est délimitée par la bissectrice passant par le nœud 2. Les surfaces triangulaires sont positives lorsque calculées selon un sens anti-horaire. La surface de glace est égale à :

$$A_{i1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_2 + x_{n1} \cdot y_1 - x_1 \cdot y_{n1} + \\ x_{n1} \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n1} + x_2 \cdot y_{n2} - x_{n2} \cdot y_2 + x_{n2} \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_{n2} \end{bmatrix} \quad (6-4)$$



La coordonnée  $x_{n2}$  est obtenue en considérant que la bissectrice du nœud 2 passe par les coordonnées  $(x_2, y_2)$  et  $(x_{n2}, y_{n2})$ , en substituant  $y_{n2}$  dans l'équation de la surface de glace et en isolant  $x_{n2}$ .

$$x_{n2} = x_2 - \frac{(y_2 - y_{n1}) \cdot (x_2 - x_1) - (x_2 - x_{n1}) \cdot (y_2 - y_1) + 2 \cdot A_{i1}}{(y_2 - y_{n1}) - mb_2 \cdot (x_2 - x_{n1})} \quad (6-5)$$

La coordonnée  $y_{n1}$  est obtenue en substituant  $x_{n1}$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n1}$ .

$$y_{n2} = y_2 - mb_2 \cdot \frac{(y_2 - y_{n1}) \cdot (x_2 - x_1) - (x_2 - x_{n1}) \cdot (y_2 - y_1) + 2 \cdot A_{i1}}{(y_2 - y_{n1}) - mb_2 \cdot (x_2 - x_{n1})} \quad (6-6)$$

### 6.2.2 Panneau stationnaire

Le processus itératif de la construction de la nouvelle géométrie débute au panneau stationnaire (**Figure 6.3**). Comme pour un panneau quelconque, la surface de glace, sous le nouveau panneau stationnaire, est formée par l'addition de deux surfaces triangulaires.

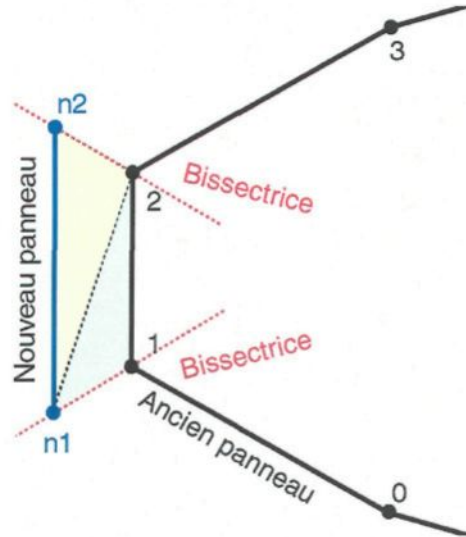


Figure 6.3: Panneau stationnaire.

La première surface triangulaire est formée par les nœuds 1, 2 et n1 et elle est délimitée par la bissectrice passant par le nœud 1. La seconde surface triangulaire est formée par le nœud 2,

n2 et n1 et elle est délimitée par la bissectrice passant par le nœud 2. La surface de glace est égale à :

$$A_{il} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \begin{aligned} &x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_2 + x_{n1} \cdot y_1 - x_1 \cdot y_{n1} + \\ &x_{n1} \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n1} + x_2 \cdot y_{n2} - x_{n2} \cdot y_2 + x_{n2} \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_{n2} \end{aligned} \right] \quad (6-7)$$

Les coordonnées  $x_{n1}$  et  $y_{n1}$  sont obtenues en sachant que la bissectrice du nœud 1 passe par les coordonnées  $(x_1, y_1)$  et  $(x_{n1}, y_{n1})$  et que celle du nœud 2 passe par les coordonnées  $(x_2, y_2)$  et  $(x_{n1}, y_{n1})$ . Mais une quatrième équation est nécessaire pour fermer le système et calculer les quatre coordonnées composant les nœuds n1 et n2. Elle est développée en statuant que le nouveau panneau stationnaire demeure parallèle à l'ancien panneau stationnaire.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_{n2} - y_{n1}}{x_{n2} - x_{n1}} \quad (6-8)$$

En substituant  $x_{n2}$ ,  $y_{n1}$  et  $y_{n2}$  dans l'équation de la surface de glace du panneau stationnaire et en isolant  $x_{n1}$ .

$$x_{n1} = x_1 - \frac{(y_2 - y_1) - mb_2 \cdot (x_2 - x_1)}{mb_2 - mb_1} \pm \sqrt{\left[ \frac{(y_2 - y_1) - mb_1 \cdot (x_2 - x_1)}{mb_2 - mb_1} \right]^2 - \frac{2 \cdot A_{il}}{Mb \cdot (mb_2 - mb_1)}} \quad (6-9)$$

Le facteur de pente  $Mb$  se définit comme étant le rapport entre la pente du panneau stationnaire moins la pente de la bissectrice au point 1 et la pente du panneau stationnaire moins la pente de la bissectrice au point 2.

$$Mb = \frac{(y_2 - y_1) - mb_1 \cdot (x_2 - x_1)}{(y_2 - y_1) - mb_2 \cdot (x_2 - x_1)} \quad (6-10)$$

La coordonnée  $y_{n1}$  est déterminée en utilisant l'équation de la bissectrice, mais l'équation de la bissectrice pour le calcul de  $y_{n1}$  n'est pas valide lorsque la pente de la bissectrice tend vers l'infini. Le problème peut être contourné en substituant  $x_{n1}$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n1}$ .

$$y_{n1} = y_1 - mb_1 \cdot \left[ \frac{(y_2 - y_1) - mb_2 \cdot (x_2 - x_1)}{mb_2 - mb_1} \pm \sqrt{\left[ \frac{(y_2 - y_1) - mb_1 \cdot (x_2 - x_1)}{mb_2 - mb_1} \right]^2 - \frac{2 \cdot A_{il}}{Mb \cdot (mb_2 - mb_1)}} \right] \quad (6-11)$$

Le signe des équations pour  $x_{n1}$  et  $y_{n1}$  est déterminé en calculant l'aire triangulaire formée par les nœuds 1 et 2 et le nouveau nœud  $n1$ . Si la surface est négative, le signe de l'équation pour  $x_{n1}$  et  $y_{n1}$  doit être inversé.

La coordonnée  $x_{n2}$  est déterminée en utilisant la droite définissant le panneau stationnaire et en isolant pour  $x_{n2}$ .

$$x_{n2} = x_2 + Mb \cdot (x_{n1} - x_1) \quad (6-12)$$

La coordonnée  $y_{n2}$  est déterminée en substituant  $x_{n2}$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n2}$ .

$$y_{n2} = y_2 + mb_2 \cdot Mb \cdot (x_{n1} - x_1) \quad (6-13)$$

Lorsque la pente de la bissectrice du point 1 est égale à la pente de la bissectrice du point 2, le facteur de pente est égal à 1 et une indétermination se produit dans les équations pour le calcul des coordonnées  $x_{n1}$  et  $y_{n1}$ . En refaisant la démonstration, la coordonnée  $x_{n1}$  est obtenue en substituant  $x_{n2}$ ,  $y_{n1}$  et  $y_{n2}$  dans l'équation de la surface et en isolant pour  $x_{n1}$ .

$$x_{n1} = x_1 - \frac{A_{i1}}{(y_2 - y_1) - mb_1 \cdot (x_2 - x_1)} \quad (6-14)$$

La coordonnée  $y_{n1}$  est déterminée en substituant  $x_{n1}$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n1}$ .

$$y_{n1} = y_1 - mb_1 \cdot \frac{A_{i1}}{(y_2 - y_1) - mb_1 \cdot (x_2 - x_1)} \quad (6-15)$$

### 6.2.3 Panneaux d'angles obtus

Certains cas ne peuvent être traités avec la méthode des bissectrices, comme dans le cas des panneaux formant des angles obtus, car elle ne prend pas en considération le fait que l'eau reste emprisonnée entre les deux panneaux et que la nouvelle aire de glace qui se forme tend à réduire l'angle entre les deux panneaux (**Figure 6.4**). La solution proposée consiste à accumuler la glace sur deux nouveaux panneaux simultanément. Les aires de glace du panneau étudié et du panneau adjacent sont additionnées et le total est redistribué à l'intérieur des nouveaux panneaux



selon trois surfaces triangulaires. Le calcul de la position des nouveaux nœuds s'effectue selon deux possibilités. Pour la première possibilité, la surface géométrique disponible est inférieure à la surface de glace calculée et pour la seconde, elle y est supérieure. Ces cas sont présentés en détail à la **section D.1**.

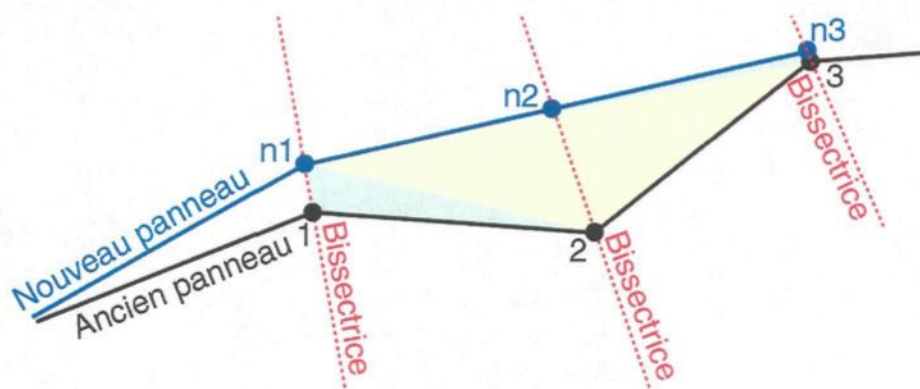


Figure 6.4: Panneau d'angle obtus.

### 6.3 Ajustement des panneaux

Parfois, la surface triangulaire du panneau adjacent, qui est formée par les nœuds 2, 3 et n2, est supérieure à la surface de glace et le nouveau panneau adjacent ne peut être formé (**Figure 6.5**). Dans ce cas, la surface triangulaire est considérée égale à la surface de glace du panneau adjacent et le nouveau panneau doit être recalculé en modifiant pour le panneau stationnaire l'un des deux nouveaux nœuds ou les deux et pour les autres panneaux, en modifiant la bissectrice.

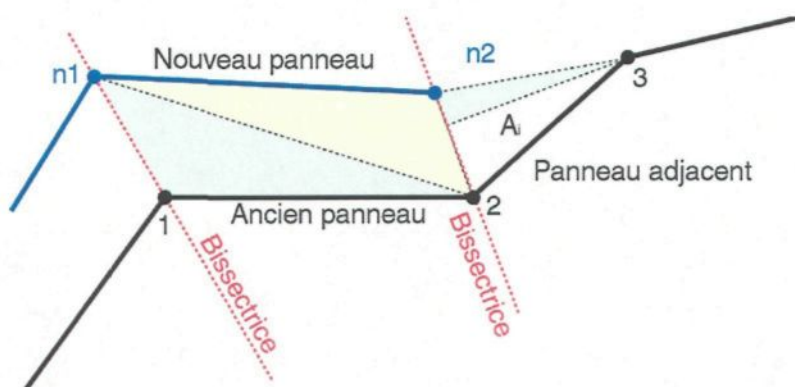


Figure 6.5: Aire de glace insuffisante pour le panneau adjacent.

### 6.3.1 Panneau stationnaire

Le traitement du panneau stationnaire est plus complexe que les autres panneaux, car deux nœuds doivent être déterminés simultanément. Trois cas peuvent se présenter. Dans le premier cas, la quantité de glace disponible sur le panneau précédent le panneau stationnaire est insuffisante pour former le nouveau panneau. Dans le second cas, la quantité de glace disponible sur le panneau suivant le panneau stationnaire est insuffisante pour former le nouveau panneau. Dans le troisième cas, la quantité de glace disponible sur les panneaux inférieur et supérieur est insuffisante pour former les nouveaux panneaux. Ces cas sont présentés en détail à la **section D.2**.

### 6.3.2 Autres panneaux

Le processus itératif de la construction de la nouvelle surface est interrompu lorsque la surface géométrique disponible au-dessus du panneau adjacent est incompatible avec la surface de glace du panneau adjacent. À ce moment, le nouveau nœud  $n2$ , défini par les coordonnées  $(x_{n2}, y_{n2})$ , doit être recalculé. Ce problème survient dans deux situations. Dans la première, la surface de glace du panneau adjacent est nulle et dans la seconde, la surface de glace calculée est inférieure à la surface géométrique minimale disponible. Ces cas sont présentés en détail à la **section D.3**.

## 6.4 Contrôle de la croissance des panneaux

Le processus d'accrétion de glace peut engendrer des panneaux dont les angles sont aigus, ou que leur longueur est très grande ou très petite. Il est important de contrôler la croissance des panneaux pour éviter la dégénération de la surface, ce qui entraînerait la divergence de la géométrie. Le contrôle de la croissance des panneaux est similaire à lisser la nouvelle surface de glace, plus les angles sont limités, plus le lissage est prononcé. L'angle entre les panneaux a été limité à une valeur minimale de  $140^\circ$  et une valeur maximale de  $240^\circ$ . Les cas qui permettent de contrôler la croissance des panneaux sont présentés en détail à la **section D.4**.

## CHAPITRE 7

### ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA DYNAMIQUE DES GOUTTES DE SURFACE

Cette section a pour but de valider le calcul de la hauteur de mouvement limitant la croissance des gouttes, tel que défini à la **section 5.3.3**. L'approche choisie consiste à valider séparément l'équilibre des forces aérodynamique et gravitationnelle à l'aide de deux expériences distinctes. Une autre étape s'est ajoutée, elle consiste à mesurer l'angle de contact et l'hystérésis maximum entre la surface étudiée et la goutte. Le calcul théorique de la force de traînée demande de connaître le taux de cisaillement à la paroi dû à l'écoulement d'air. Il est calculé pour une plaque plane en régime turbulent correspondant au cas expérimental.

#### 7.1 Expériences

Trois expériences, effectuées avec une goutte d'eau déminéralisée reposant sur une plaque en aluminium de nuance 2024 et de fini de surface industriel, ont été effectuées à la température ambiante pour évaluer la précision sur la hauteur de mouvement. La première expérience consistait à mesurer son angle de contact, la deuxième, à mesurer son hystérésis maximum, et la troisième, à mesurer la vitesse du vent qui engendre son mouvement.

##### 7.1.1 Mesure de l'angle de contact

L'appareil utilisé pour la mesure de l'angle de contact est le VCA OPTIMA (**Figure 7.1**). Le volume maximum de la goutte qui peut être étudié est limité par l'appareillage à environ 20  $\mu\text{l}$ . Six volumes différents ont été étudiés pour déterminer si le volume influence l'angle de contact et, pour chaque volume, trois mesures d'angle de contact sont prises de façon à établir la précision de la mesure.



Figure 7.1: VCA OPTIMA.

Une goutte est déposée sur la plaque en aluminium et l'angle entre la paroi de la goutte et le substrat est mesuré pour le côté gauche et pour le côté droit (**Figure 7.2**). L'angle est mesuré en positionnant cinq marqueurs, dont deux à chacune des intersections de la goutte et du substrat, un dans la partie supérieure et deux entre les marqueurs de chaque côté. Par la suite, un lissage de l'interface de la goutte avec l'air est effectué et les tangentes à l'intersection de la goutte et du substrat des cotés droit et gauche sont calculées.

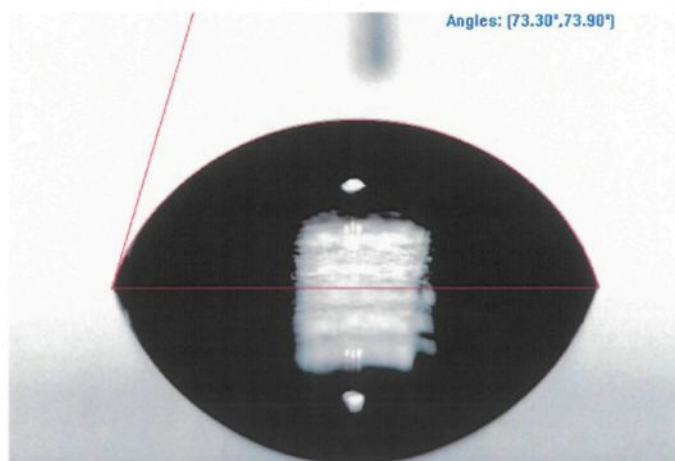


Figure 7.2: Mesure de l'angle de contact d'une goutte de 6  $\mu\text{l}$ .

La procédure se décrit comme suit :

1. Déposer une goutte de 2  $\mu\text{l}$  sur la plaque.
2. Prendre une photo de la goutte.
3. Mesurer les angles de contact.
4. Répéter au moins 3 fois les procédures 1 à 3.
5. Répéter les procédures 1 à 4 avec des gouttes de 4, 6, 8, 10 et 12  $\mu\text{l}$ .

Note : S'assurer que la surface de la plaque en aluminium est complètement couverte lors des mesures.

Le **Tableau 7.1** résume les mesures d'angle de contact prises avec l'appareil tels que présentés sur le graphique de la **Figure 7.3**.

Tableau 7.1 : Mesure de l'angle de contact.

Volume (hauteur)	Mesure $\theta_c$ (°)	Mesure $\theta_c$ (°)	Mesure $\theta_c$ (°)
2 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (0,83 mm $\pm$ 0,66 mm)	1 71,60 Moyenne	2 73,45 72,78	3 73,30 Écart type 1,03
4 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (1,09 mm $\pm$ 0,69 mm)	1 64,40 2 66,30 3 69,80 4 84,45 Moyenne	5 86,00 6 81,40 7 72,55 8 82,70 75,86	9 70,70 10 82,40 11 74,45 12 75,20 Écart type 7,36
6 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (1,26 mm $\pm$ 0,69 mm)	1 70,85 2 69,70 3 67,90 4 80,80 Moyenne	5 84,50 6 85,40 7 80,85 8 82,20 77,23	9 75,10 10 73,60 11 77,40 12 78,50 Écart type 5,83
8 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (1,34 mm $\pm$ 0,67 mm)	1 71,70 2 67,40 3 70,95 Moyenne	4 75,55 5 75,90 6 74,45 73,95	7 75,10 8 84,00 9 70,50 Écart type 4,71
10 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (1,47 mm $\pm$ 0,68 mm)	1 69,75 2 72,70 3 68,70 Moyenne	4 77,50 5 71,60 6 73,45 75,28	7 74,00 8 84,2 9 85,65 Écart type 6,03
12 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (1,59 mm $\pm$ 0,70 mm)	1 76,75 2 77,90 3 74,90 Moyenne	4 72,40 5 82,20 6 79,85 77,43	7 79,95 8 81,35 9 71,60 Écart type 3,82
	Moyenne	74,3	Écart type 3,5

Principalement, les variations sur les valeurs mesurées de l'angle de contact sont attribuables à la rugosité locale de la plaque et, en partie, à l'augmentation de la température induite par la lumière de l'appareil.

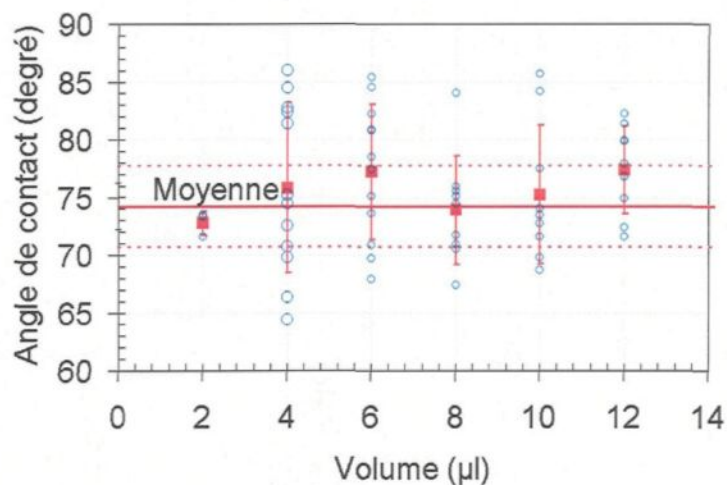


Figure 7.3: Angle de contact versus le volume de la goutte.

### 7.1.2 Mesure de l'hystérésis

L'appareil utilisé pour la mesure de l'hystérésis est le même que celui utilisé pour l'angle de contact, excepté que l'appareil est incliné à différents angles, tel que montré à la **Figure 7.4**.



Figure 7.4: VCA OPTIMA incliné.



En raison des limitations de l'appareillage et du degré élevé de l'angle de contact ( $74,3^\circ$ ), des plans inclinés de  $80^\circ$  et  $90^\circ$  ont été utilisés pour mesurer l'hystérésis maximum. Une goutte est déposée sur la plaque en aluminium. L'angle entre la paroi de la goutte et la surface est mesuré tant pour le côté gauche que pour le côté droit (**Figure 7.5**). Le volume de la goutte est augmenté graduellement, tant que la goutte demeure immobile.

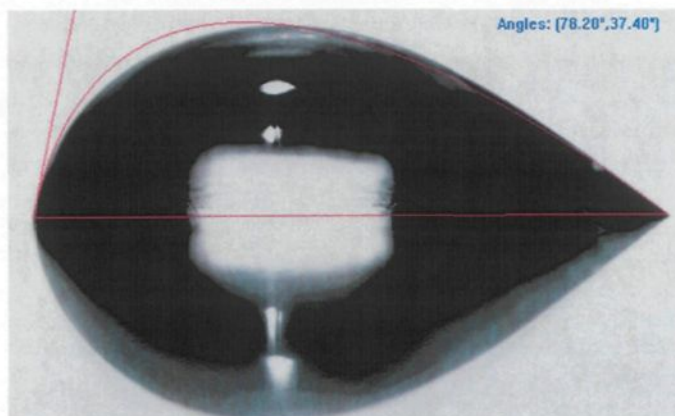


Figure 7.5: Mesure de l'hystérésis d'une goutte de  $6\ \mu\text{l}$ .

L'hystérésis est la différence entre l'angle mesuré du côté droit et celui mesuré du côté gauche. L'hystérésis maximum est la dernière valeur mesurée avant que la goutte glisse sur la surface.

La procédure à suivre se décrit comme suit :

1. Déposer une goutte de  $2\ \mu\text{l}$  sur le plan incliné.
2. Prendre une photo de la goutte.
3. Mesurer les angles de contact.
4. Augmenter le volume de la goutte de  $2\ \mu\text{l}$ .
5. Prendre une photo de la goutte.
6. Mesurer les angles de contact.
7. Répéter les étapes 4 à 6 tant que la goutte est immobile.

Le **Tableau 7.2** présente les mesures d'angle d'hystérésis ainsi que la moyenne  $\mu$  et l'écart type  $\sigma$  prises avec l'appareil et ils sont présentés sur le graphique de la **Figure 7.6**. Pour l'angle

d'inclinaison de 80°, trois essais ont été réalisés, tandis que pour celui de 90°, un seul essai a été réalisé en raison des limitations de l'appareillage et du degré élevé de l'angle de contact.

Tableau 7.2 : Mesures de l'hystérésis.

Volume	Inclinaison Hauteur	80° ± 1°					90° ± 1°		
		1	2	3	$\mu$	$\sigma$	1	$\mu$	$\sigma$
2 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$	0,85 mm ± 0,67 mm	9,80	2,30	5,10	5,70	3,79	4,00	4,00	0
4 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$	1,07 mm ± 0,67 mm	9,30	4,80	12,20	8,80	3,73	12,90	12,90	0
6 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$	1,23 mm ± 0,67 mm	9,90	14,60	18,70	14,40	4,40	23,70	23,70	0
8 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$	1,35 mm ± 0,67 mm	16,60	16,40	26,50	19,80	5,77	31,30	31,30	0
10 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$	1,45 mm ± 0,67 mm	29,50	23,60	33,70	28,90	5,07	34,50	34,50	0
12 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$	1,54 mm ± 0,67 mm	29,80	23,80	39,80	31,10	8,08	36,10	36,10	0
14 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$	1,63 mm ± 0,67 mm	31,20	29,30	36,00	32,20	3,45	40,80	40,80	0
16 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$	1,70 mm ± 0,67 mm	35,90	29,40	37,70	34,30	4,37	43,20	43,20	0
18 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$	1,77 mm ± 0,67 mm	38,50	43,90		41,20	3,82			
20 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$	1,83 mm ± 0,67 mm	42,50			42,50				

La **Figure 7.6** montre que l'hystérésis maximum, soit la dernière valeur mesurée avant que la goutte se mette en mouvement, est comprise entre 39° et 43°

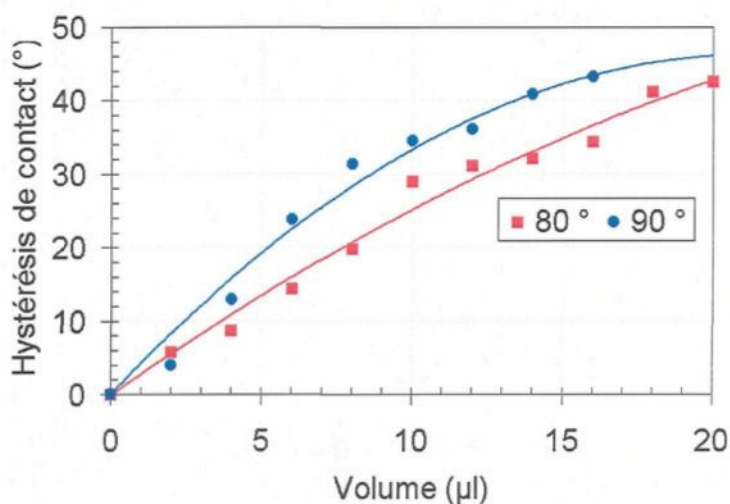


Figure 7.6: Hystérésis en fonction du volume de la goutte.

Le **Tableau 7.3** montre l'hystérésis maximum en fonction de l'inclinaison de la surface et la valeur moyenne de l'hystérésis maximum calculée à partir des plans inclinés à 80° et 90°. La variation observée dans la mesure de l'hystérésis maximum est attribuable, principalement, à la



rugosité locale de la plaque et, en partie, à l'augmentation de la température induite par la lumière de l'appareil.

Tableau 7.3 : Hystérésis maximum.

Hystérésis maximum	$41^{\circ} \pm 5^{\circ}$	$43^{\circ} \pm 5^{\circ}$	$42^{\circ} \pm 5^{\circ}$
Inclinaison de la surface	$80^{\circ} \pm 1^{\circ}$	$90^{\circ} \pm 1^{\circ}$	Moyenne
Volume de la goutte	$18 \mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$	$16 \mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$	$17 \mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$
Hauteur maximale	$1,77 \text{ mm} \pm 0,67 \text{ mm}$	$1,70 \text{ mm} \pm 0,67 \text{ mm}$	$1,73 \text{ mm} \pm 0,67 \text{ mm}$

### 7.1.3 Mesure de la vitesse du vent

Une mini-soufflerie a été utilisée comme source de vent pour la troisième expérience. Il s'agit d'un appareil appelé BLDT-mètre utilisé en laboratoire pour l'évaluation de la performance aérodynamique des fluides dégivrants et antigivrants utilisés sur les avions commerciaux (**Figure 7.7**). La longueur de la plaque utilisée est de 600 mm et la vitesse maximale de l'écoulement d'air est de 90 m/s. La vitesse de l'écoulement d'air dans le BLDT-mètre est calculée à partir des mesures de pressions statiques. La goutte est déposée à 400 mm du bord de la plaque. La sonde utilisée pour la mesure de la vitesse du vent, avant mouvement de la goutte, est un anémomètre à fil chaud. Le principe de l'étalonnage de l'anémomètre à fil chaud et les résultats de l'étalonnage sont présentés dans un rapport interne du LIMA<sup>46</sup>.

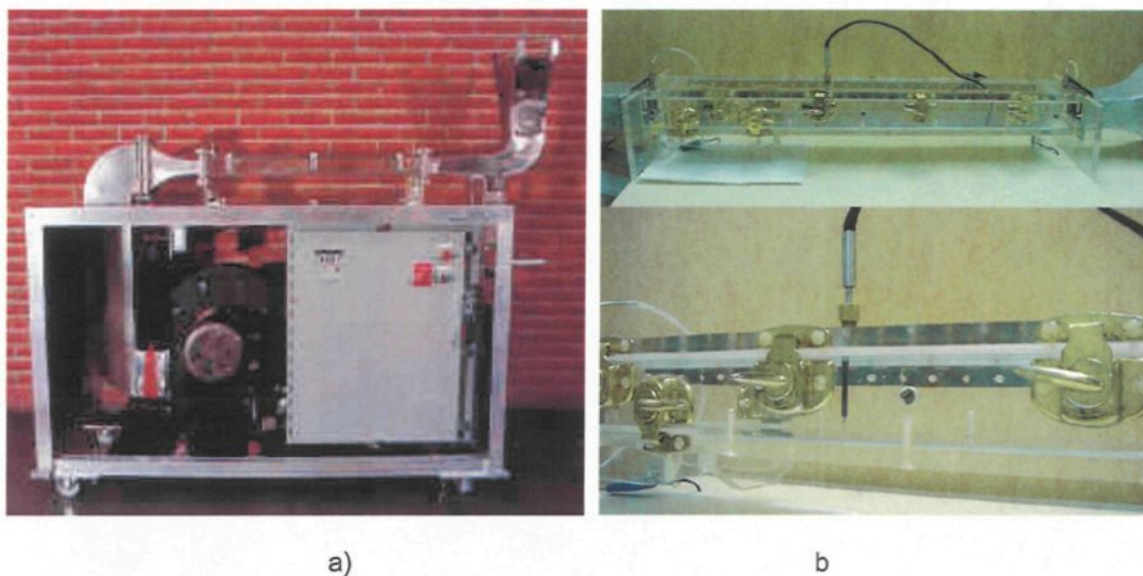


Figure 7.7: a) BLDT-mètre b) section d'essai.

La sonde est positionnée à une distance de 400 mm du bord de la plaque et à une hauteur de 2 millimètres qui représente la hauteur moyenne des gouttes étudiées (**Figure 7.8**).

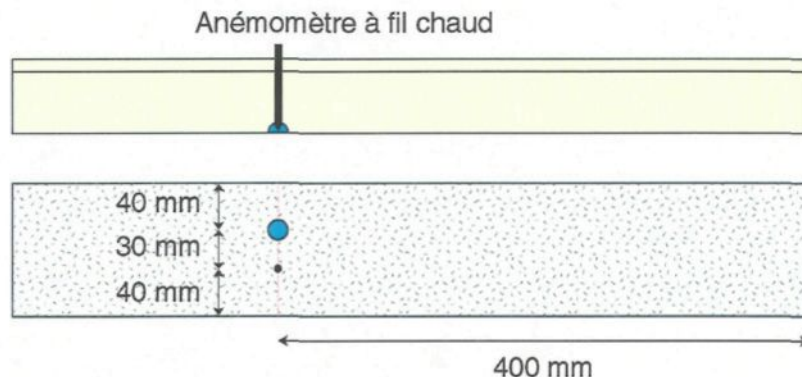


Figure 7.8: Position de la goutte et de l'anémomètre.

Après avoir déposé la goutte sur la plaque, la vitesse de l'écoulement est augmentée graduellement, tant que la goutte demeure immobile.

La procédure à suivre se décrit comme suit :

1. Déposer une goutte sur la plaque à une distance de 400 mm du bord.
2. Démarrer le BLDT-mètre à une vitesse initiale de 5 m/s.
3. Augmenter graduellement la vitesse du BLDT-mètre.
4. Répéter l'étape 3 tant que la goutte est immobile.
5. Répéter les étapes 1 à 4 avec une goutte de 5  $\mu\text{l}$ , 10, 20, 30, 40, 50 et 60  $\mu\text{l}$ .

La **Figure 7.9** montre la goutte en mouvement sous l'effet de la force aérodynamique. La forme de la goutte a été redessinée pour améliorer la visibilité.

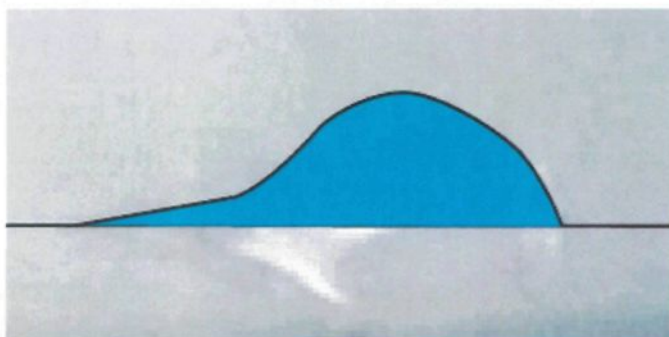


Figure 7.9: Goutte en mouvement sous l'effet du vent.

Le **Tableau 7.4** montre les résultats obtenus pour différentes grosseurs de goutte.

Tableau 7.4 : Mesure de la vitesse de l'écoulement.

Position	403 mm $\pm$ 0.5 mm	398 mm $\pm$ 0.5 mm	401 mm $\pm$ 0.5 mm	Moyenne		Écart type	
Volume (hauteur)	39 mm $\pm$ 0.5 mm	42 mm $\pm$ 0.5 mm	43 mm $\pm$ 0.5 mm	$U_{\infty}$ (m/s)	$U_{2\text{ mm}}$ (m/s)	$U_{2\text{ mm}}$ (m/s)	$U_{2\text{ mm}}$ (m/s)
5 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (1,15 mm $\pm$ 0,67 mm)	23 $\pm$ 1	18,45	29 $\pm$ 1	21,00	23 $\pm$ 1	18,29	19,52
10 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (1,45 mm $\pm$ 0,67 mm)	21 $\pm$ 1	16,88	21 $\pm$ 1	16,73	21 $\pm$ 1	16,73	16,78
20 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (1,83 mm $\pm$ 0,67 mm)	18 $\pm$ 1	14,37	17 $\pm$ 1	13,59	19 $\pm$ 1	15,76	14,58
30 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (2,10 mm $\pm$ 0,67 mm)	14 $\pm$ 1	12,78	16 $\pm$ 1	13,21	16 $\pm$ 1	13,24	13,08
40 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (2,31 mm $\pm$ 0,67 mm)	15 $\pm$ 1	13,40	14 $\pm$ 1	12,48	14 $\pm$ 1	12,48	12,79
50 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (2,48 mm $\pm$ 0,67 mm)	14 $\pm$ 1	12,37	14 $\pm$ 1	12,13	14 $\pm$ 1	12,75	12,42
60 $\mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$ (2,64 mm $\pm$ 0,67 mm)	12 $\pm$ 1	11,57	15 $\pm$ 1	13,65	13 $\pm$ 1	11,91	12,38

Les variations observées dans les mesures sont attribuables, principalement, à la rugosité locale de la plaque et, en partie, à la position initiale de la goutte, ainsi qu'à l'erreur sur la mesure du volume initial.

## 7.2 Validation de la hauteur de mouvement

### 7.2.1 Angle de contact et hystérésis maximum

L'angle de contact mesuré avec une goutte d'eau reposant sur une plaque en aluminium 2024 de fini de surface industriel est de  $74,3^{\circ} \pm 3,5^{\circ}$  à température ambiante ( $20^{\circ}\text{C}$ ) et son hystérésis maximum est de  $42^{\circ} \pm 5^{\circ}$ . L'angle de contact ne dépend pas du volume. La mesure de l'hystérésis a été particulièrement difficile en raison de l'appareil qui limitait les gouttes à de faibles volumes et des valeurs élevées d'hystérésis maximum. En effet, avec l'appareil utilisé, l'inclinaison produisant le mouvement des gouttes a été supérieure à  $80^{\circ}$ . La valeur moyenne de  $42^{\circ} \pm 5^{\circ}$  de l'hystérésis maximum trouvée correspond à une goutte de volume de  $17 \mu\text{l} \pm 1 \mu\text{l}$  sur une surface inclinée à  $85^{\circ} \pm 1^{\circ}$ .

### 7.2.2 Force gravitationnelle

La **Figure 7.10** montre la force gravitationnelle théorique s'exerçant sur une goutte de 17  $\mu\text{l}$  de volume en fonction de l'inclinaison de la surface, de l'angle de contact et de l'hystérésis maximum. La hauteur de cette goutte est de 1,73 mm lorsque l'angle de contact vaut  $74,3^\circ$ . La **Figure 7.10** montre que pour cette goutte, dont l'hystérésis maximum vaut  $42^\circ$ , le calcul théorique de la force gravitationnelle sous-évalue la valeur de l'hystérésis maximum engendrant le mouvement. Toutefois, les valeurs calculées restent dans les limites de l'erreur expérimentale.

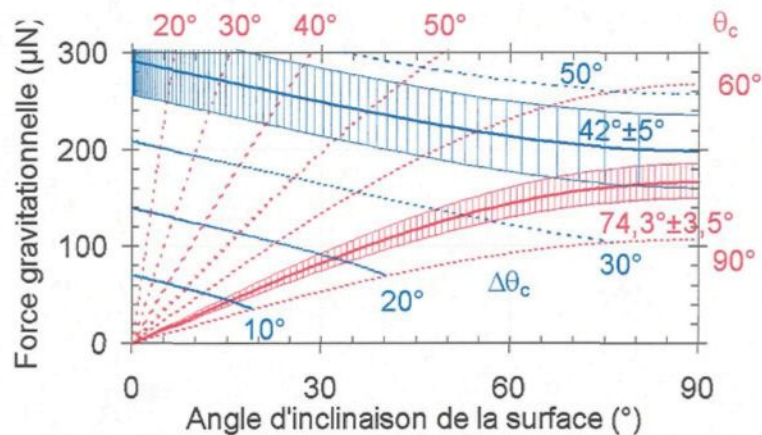


Figure 7.10: Force gravitationnelle pour un volume de 17  $\mu\text{l}$ .

La hauteur expérimentale maximale de la goutte avant mouvement correspondant à un hystérésis de  $42^\circ$ , une surface inclinée de  $85^\circ$  et un angle de contact de  $74,3^\circ$  est de 1,73 mm. La hauteur théorique pour laquelle le mouvement doit se produire est de 1,824 mm, ce qui correspond à un volume de 19,8  $\mu\text{l}$  et à une force de rigidité de 195  $\mu\text{N}$  (**Figure 7.11**).

L'erreur relative calculée est de 5% pour la hauteur de la goutte et de 17% pour son volume. L'erreur s'explique en partie par la fonction cosinusoidale utilisée dans le calcul de la force de rigidité, par la représentation hémisphérique des gouttes pour le calcul de la force de gravité et par la valeur moyenne de l'hystérésis maximum utilisée pour les calculs théoriques.



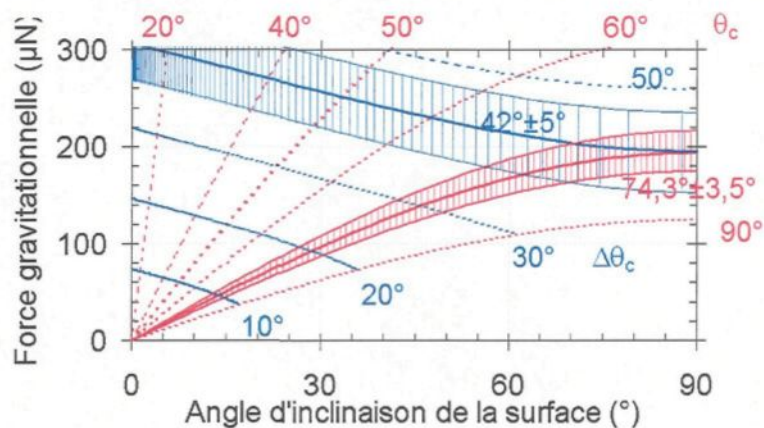


Figure 7.11: Force gravitationnelle pour un volume de 19,8  $\mu\text{l}$ .

### 7.2.3 Force aérodynamique

La **Figure 7.12** montre la force aérodynamique théorique calculée pour une goutte de 20  $\mu\text{l}$  en fonction de la vitesse de l'écoulement non perturbé, de l'angle de contact et de l'hystérésis. La hauteur de cette goutte est de 1,830 mm lorsque l'angle de contact vaut 74,3°. La vitesse théorique de l'écoulement non perturbé à laquelle le mouvement a été observé est de 14,6 m/s pour un angle de contact de 74,3° et un hystérésis de 42°, ce qui correspond à une force de rigidité théorique de 191  $\mu\text{N}$ .

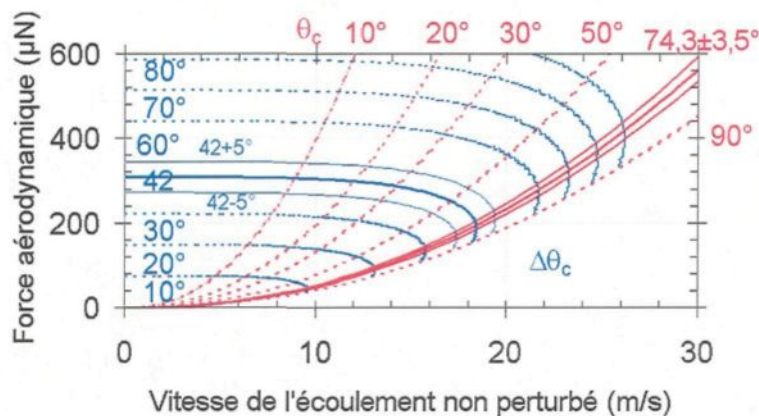


Figure 7.12: Force aérodynamique pour un volume de 20,0  $\mu\text{l}$ .

Le taux de cisaillement à la paroi<sup>36</sup> utilisé dans le calcul de la force aérodynamique a été calculé avec l'équation suivante :

$$\tau_w(x) = \frac{0,0286 \cdot \rho_a \cdot U_\infty^2}{Re_x^{1/5}} \quad (7-1)$$

Considérant le cône à l'entrée du BLDT-mètre, l'écoulement peut être qualifié de turbulent lorsque les vitesses sont supérieures à 12,6 m/s, ce qui correspond à un nombre de Reynolds de  $5 \times 10^5$  pour une plaque lisse présentant une intensité de turbulence de 1%. Le profil de vitesse à l'intérieur de la couche limite pour un écoulement turbulent est calculée à partir de la loi intégrale :

$$U(x, y) = \left( \frac{y}{\delta_x} \right)^{1/7} \cdot U_\infty \quad (7-2)$$

La hauteur de la couche limite est calculée avec l'équation suivante :

$$\delta_x = 0,37 \cdot \frac{x}{Re_x^{1/5}} \quad (7-3)$$

Le **Tableau 7.5** compare les vitesses théoriques et expérimentales calculées et mesurées à 2 mm de la surface et celles de l'écoulement non perturbé aux quelles des gouttes de différent volumes se mettent en mouvement.

Tableau 7.5 : Résumé des résultats aérodynamiques.

Volume μl	Hauteur mm	$\delta_{0,5g}$ mm	Théorique		Expérimentale		Erreur relative	
			$U_\infty$ (m/s)	$U_{2\text{ mm}}$ (m/s)	$U_\infty$ (m/s)	$U_{2\text{ mm}}$ (m/s)	$\infty$	2 mm
5	1,15	13,6	24,9	18,9	$25 \pm 1$	$19,5 \pm 1,5$	0,4%	2,9%
10	1,45	14,0	21,4	16,2	$21 \pm 1$	$16,8 \pm 0,1$	1,9%	3,5%
20	1,83	14,4	18,4	13,9	$18 \pm 1$	$14,6 \pm 1,1$	2,2%	5,0%
30	2,10	14,4	16,9	12,7	$15 \pm 1$	$13,1 \pm 0,3$	12,7%	2,9%
40	2,31	14,9	15,8	11,9	$14 \pm 1$	$12,8 \pm 0,5$	12,9%	7,3%
50	2,48	15,0	15,1	11,3	$14 \pm 1$	$12,4 \pm 0,3$	7,9%	8,7%
60	2,64	15,1	14,5	10,9	$13 \pm 1$	$12,4 \pm 1,1$	11,5%	12,4%

La **Figure 7.13** montre un graphique comparant les valeurs théoriques et mesurées. L'erreur relative moyenne pour la vitesse produisant le mouvement est de l'ordre de 7% pour le cas

de l'écoulement non perturbé et de 6% pour le cas de la vitesse à 2 mm de la surface. Comme dans le cas de la gravité, l'erreur s'explique en partie par la fonction cosinusoidale utilisée dans le calcul de la force de rigidité et par l'approximation sphéroïdale du volume des gouttes dans le calcul de la force aérodynamique.

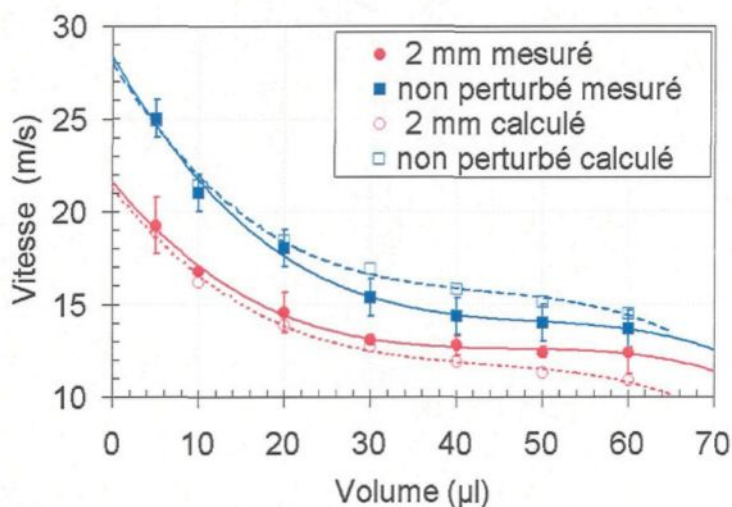


Figure 7.13: Vitesse de l'air produisant le mouvement de la goutte.

La **Figure 7.14** montre la force aérodynamique théorique s'exerçant sur une goutte de 28  $\mu\text{l}$  de volume en fonction de la vitesse de l'écoulement non perturbé, de l'angle de contact et de l'hystérésis. La hauteur de cette goutte est de 2,05 mm lorsque l'angle de contact vaut  $74,3^\circ$ .

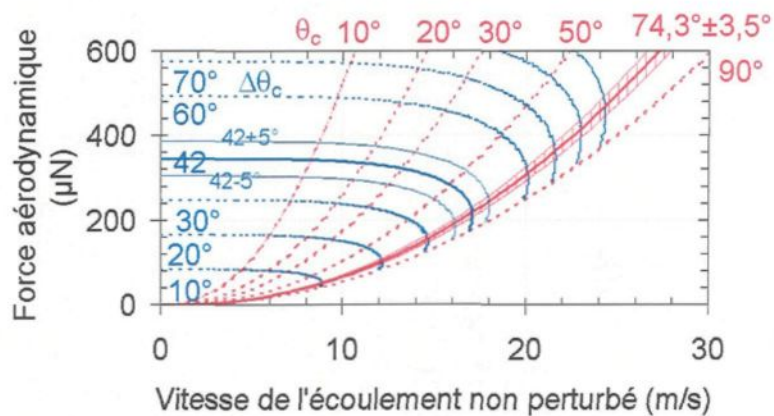


Figure 7.14: Force aérodynamique pour un volume de 28,1  $\mu\text{l}$ .

La vitesse théorique à 2 mm de la surface qui engendre le mouvement de la goutte est de 12,8 m/s. Elle correspond à la vitesse expérimentale mesurée pour une goutte de 40  $\mu\text{l}$ . L'erreur relative calculée atteint 11% dans le cas de la hauteur et 30% dans le cas du volume.

### 7.3 Conclusions

L'angle de contact mesuré, pour une goutte d'eau déminéralisée reposant sur une plaque en aluminium 2024 de fini de surface industriel, est de  $74,3^\circ \pm 3,5^\circ$ . Dans les mêmes conditions, l'hystérésis maximum mesuré est de  $41^\circ \pm 5^\circ$ . Dans les deux cas, l'erreur serait attribuable à la rugosité de surface de la plaque en aluminium.

La fonction cosinusoidale utilisée pour exprimer l'angle de contact le long du périmètre de la goutte dans le calcul de la force de rigidité représente bien la réalité lorsque les erreurs sur les mesures sont prises en considération. L'erreur relative étant de l'ordre de 5% pour la hauteur et de 17% pour le volume. Cette erreur est imputable, en partie, au calcul de la force gravitationnelle qui ne prend pas en considération la déformation de la goutte, ainsi qu'à la valeur moyenne de l'hystérésis maximum.

L'expression de la vitesse moyenne de l'air au niveau de la goutte basée sur la loi de paroi en régime turbulent et sur la longueur de mélange traduit bien la réalité, lorsque cette dernière est combinée au coefficient de frottement pour une sphère en régime turbulent. L'erreur relative maximale sur la vitesse mesurée à 2 mm de la surface est de 12% et l'erreur moyenne de 7%. Pour sa part, l'erreur relative maximale est de 11% lorsque basée sur la hauteur de la goutte et de l'ordre de 30% lorsque basée sur son volume.

Le calcul de la hauteur maximale que peut atteindre une goutte avant de se mettre en mouvement est basé sur l'équilibre des forces de rigidité, de gravité et aérodynamique. La technique développée permet de calculer la hauteur de mouvement avec une précision estimée à 11%.



## CHAPITRE 8

### SIMULATIONS NUMÉRIQUES - RÉSULTATS

#### 8.1 Cas étudiés

Le programme 2D CIRALIMA a été évaluée en effectuant sept simulations sur le profil d'aile NACA 0012 présenté à la **Figure 8.1**. Ce programme est la combinaison du programme 2D CIRA qui calcule les écoulements équipotentiels, les trajectoires et le coefficient de collection, et du programme LIMA 2D qui calcule le coefficient de transfert de chaleur par convection, la rugosité, la masse de glace accrétée et la nouvelle géométrie.

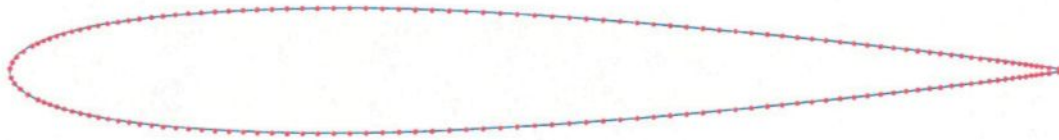


Figure 8.1: Profil d'aile NACA 0012.

Le profil a été soumis aux conditions météorologiques et de vol qui sont données au **Tableau 8.1**. Les simulations ont été effectuées à sept températures ( $-28,3^{\circ}\text{C}$ ,  $-19,4^{\circ}\text{C}$ ,  $-13,3^{\circ}\text{C}$ ,  $-10,0^{\circ}\text{C}$ ,  $-7,8^{\circ}\text{C}$ ,  $-6,1^{\circ}\text{C}$  et  $-4,4^{\circ}\text{C}$ ) couvrant les régimes sec et humide.

Tableau 8.1 : Conditions atmosphériques, météorologiques et de vol.

Temps d'accrétion	360 sec
Angle d'attaque	$4^{\circ}$
Corde	0,5334 m
Vitesse	67,05 m/sec
Pression atmosphérique	101 300 Pa
Teneur en eau liquide	1 g/m <sup>3</sup>
Diamètre volumétrique médian des gouttelettes d'eau	20 $\mu\text{m}$

Les profils de glace obtenus lors de la simulation sont comparés à ceux obtenus par Shin et Bond<sup>47</sup> dans les mêmes conditions au laboratoire de la NASA Lewis Icing Research Tunnel (IRT) et

avec le même profil d'aile, ainsi qu'à ceux calculés avec les programmes 2D LEWICE/IBL<sup>47</sup> et 2D CIRA<sup>13</sup>. Les expériences de Shin et Bond<sup>47</sup> ont été répétées deux fois avec une reproductibilité acceptable pour les profils expérimentaux, même si aucune barre d'erreur n'est donnée. Dans la soufflerie réfrigérée du IRT, le profil d'aile est placé en position verticale, l'accélération gravitationnelle étant perpendiculaire au vent. Le modèle de rugosité a été développé pour des conditions de vol pour lesquels l'accélération gravitationnelle et le vent agissent dans la même direction. Cependant, l'équation d'hystérésis mixte peut être utilisée avec un faible pourcentage d'erreur (moins de 5%), lorsque l'accélération gravitationnelle est perpendiculaire au vent et si la force gravitationnelle est 10 fois moindre que celle du vent. Les rugosités de surface obtenues par la simulation numérique sont comparées à celles calculées avec la corrélation empirique de Shin et Bond<sup>47</sup>, cette dernière étant utilisée dans la majorité des modèles numériques d'accrétion.

La **Figure 8.2** montre un exemple des trajectoires des gouttelettes d'eau en surfusion qui viennent heurter l'aile inclinée à  $4^\circ$ , pour la température de  $-28,3^\circ\text{C}$ , après 6 minutes d'accrétion.

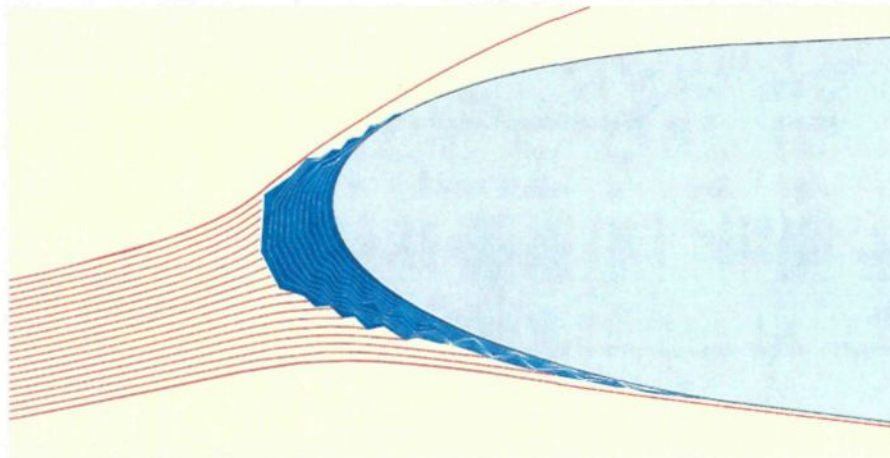


Figure 8.2: Trajectoires des gouttelettes d'eau.

## 8.2 Simulations numériques

La prochaine section présente la distribution, après six minutes d'accrétion, de la température, de la fraction solide, de la masse d'eau entrante et du coefficient de transfert de chaleur par convection, en fonction de l'abscisse curviligne, ainsi que l'évolution des profils de glace

avec la hauteur des rugosités. Les formes des dépôts de glace sont comparées avec celles obtenues en soufflerie réfrigérée. L'abscisse curviligne suit la surface de l'objet, débutant au point de stagnation. Les valeurs positives de l'abscisse curviligne correspondent à l'extrados, tandis que celles négatives, à l'intrados.

### 8.2.1 Température de surface et fraction solide

Les **Figures 8.3 et 8.4** montrent en trait plein la distribution de la température et, en trait pointillé, celle de la fraction solide pour le dernier incrément de temps. En régime sec (**Figure 8.3**), la température de surface est maximale au point de stagnation et décroît en allant vers les deux points de séparation, la fraction solide étant toujours égale à un.

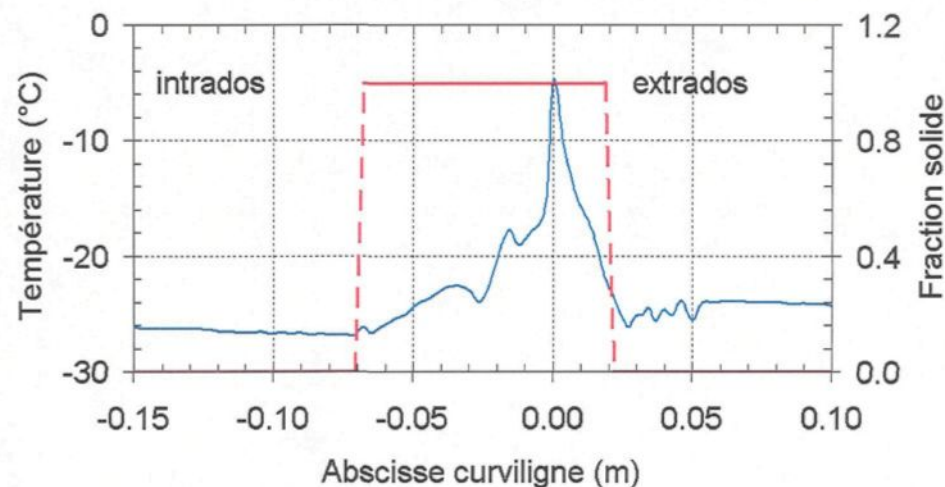


Figure 8.3: Distribution de la température de surface et de la fraction solide à  $-28,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

En régime humide (**Figure 8.4**), la température de surface est égale à  $0^{\circ}\text{C}$  pour la majeure partie de la surface gelée, excepté à l'intrados, où une partie est sèche, la température étant inférieure à  $0^{\circ}\text{C}$  et la fraction solide égale à un. Dans la partie sèche, la température décroît en allant vers le point de séparation. Pour la partie humide de la surface de glace, la fraction solide est minimale au point de stagnation ou à son voisinage, pour augmenter en allant vers les deux points de séparation. Pour la partie sèche, elle est égale à un.



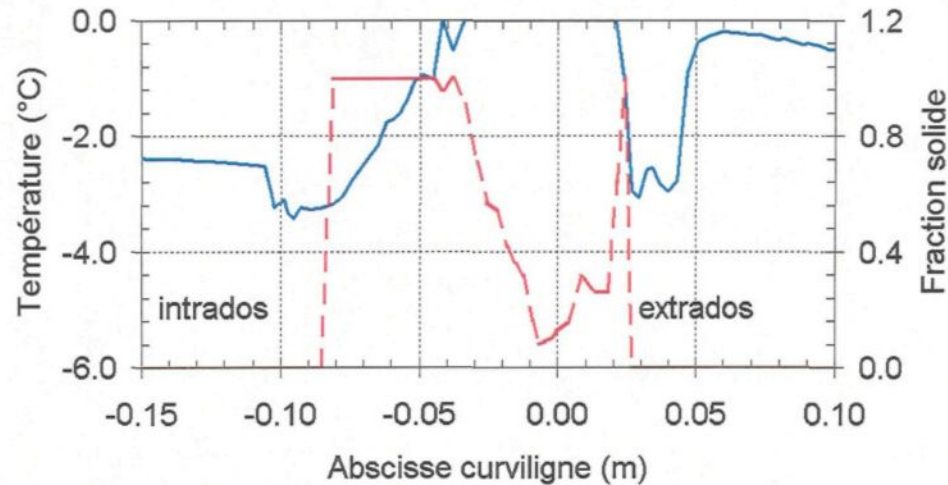


Figure 8.4: Distribution de la température de surface et de la fraction solide à  $-4,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Le **Tableau 8.2** présente les températures de surface de l'aile en régime sec et humide. Le **Tableau 8.3** présente pour sa part les fractions solides minimales au point de stagnation et à son voisinage.

Tableau 8.2 : Température de surface à 6 minutes.

Température $^{\circ}\text{C}$	Intrados				Stagnation		Extrados			
	Fin sec		Fin humide				Fin humide		Fin sec	
	s mm	T $^{\circ}\text{C}$	s mm	T $^{\circ}\text{C}$	s mm	T $^{\circ}\text{C}$	s mm	T $^{\circ}\text{C}$	s mm	T $^{\circ}\text{C}$
-28,3	-118,0	-26,6	----	----	0,0	-4,8	----	----	49,7	-25,5
-19,4	-111,5	-17,9	-4,8	-4,9	0,0	0,0	10,0	-5,5	42,3	-16,2
-13,3	-118,2	-11,9	-17,4	-3,7	0,0	0,0	11,7	-6,1	44,3	-10,8
-10,0	-114,8	-8,6	-13,7	-1,9	0,0	0,0	21,7	-6,7	38,7	-8,5
-7,8	-110,5	-6,5	-33,5	-1,1	0,0	0,0	15,5	-4,7	37,3	-6,3
-6,6	-107,2	-4,9	-57,7	-1,6	0,0	0,0	21,7	-1,5	31,4	-5,1
-4,4	-102,3	-3,2	-45,4	-1,0	0,0	0,0	26,5	-3,0	42,9	-2,8

En général, la longueur de la zone humide augmente avec l'augmentation de la température et elle est plus longue à l'intrados qu'à l'extrados tandis que la longueur de la zone sèche diminue avec l'augmentation de la température. La température de surface est de  $1^{\circ}\text{C}$  à  $2^{\circ}\text{C}$  plus basse à l'intrados qu'à l'extrados et l'écart augmente avec l'augmentation de la température de l'air. La fraction solide est minimale au point de stagnation ou à son voisinage, excepté à  $-10,0^{\circ}\text{C}$ , où elle est minimale à l'extrados.

Tableau 8.3 : Fraction solide à 6 minutes.

Température °C	Intrados		Stagnation		Extrados	
	s (mm)	f	s (mm)	f	s (mm)	f
-28,3	-----	-----	0,0	1,00	-----	-----
-19,4	-----	-----	0,0	0,45	-----	-----
-13,3	-11,1	0,22	0,0	0,34	3,6	0,30
-10,0	-3,6	0,30	0,0	0,24	8,3	0,14
-7,8	-10,1	0,13	0,0	0,21	-----	-----
-6,6	-10,0	0,10	0,0	0,15	-----	-----
-4,4	-6,7	0,08	0,0	0,12	-----	-----

### 8.2.2 Densité de la glace

Pour les simulations en régime sec, la densité de la glace est celle du givre. Pour celles en régime humide, la densité de la glace à l'extrados et à l'intrados est celle du verglas. Elle est un mélange de verglas et de givre près du point de stagnation et du givre près des points où la surface de glace se termine. La **Figure 8.5** présente les densités de la glace calculées le long du profil d'aile pour les cas sec à  $-28,3^{\circ}\text{C}$ , mixte à  $-7,8^{\circ}\text{C}$  et humide à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ . En régime humide, la densité de la glace est de  $917 \text{ kg/m}^3$ . À l'intrados, près du point où la surface de glace se termine, la densité de la glace augmente de  $830 \text{ kg/m}^3$  à  $906 \text{ kg/m}^3$  avec l'augmentation de la température, l'accrétion étant en régime sec.

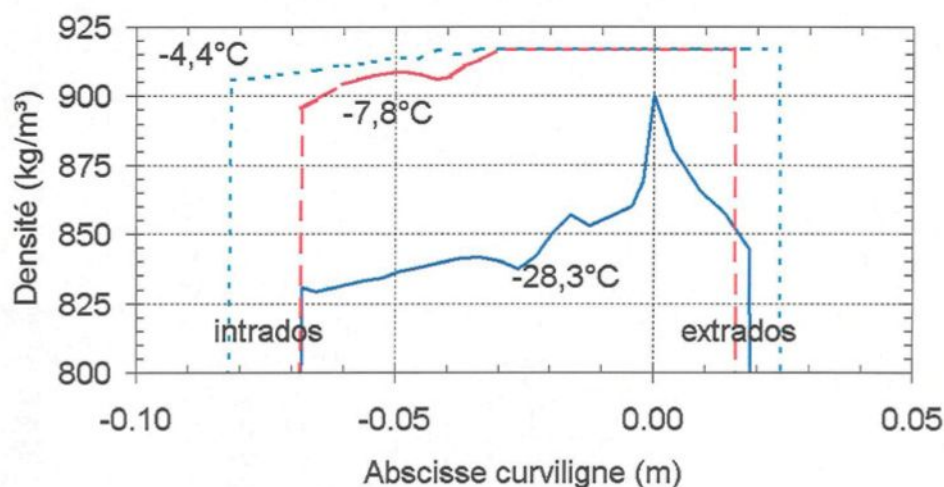


Figure 8.5: Distribution de la densité de la glace.

En régime sec, la densité de la glace est maximale au point de stagnation ( $900 \text{ kg/m}^3$ ) et diminue en allant vers la fin de la surface de glace, à une valeur de  $830 \text{ kg/m}^3$  pour l'intrados et de  $844 \text{ kg/m}^3$  pour l'extrados.

### 8.2.3 Masses d'eau liquide

La Figure 8.6 et la Figure 8.7 montrent la répartition de la masse d'eau liquide entrante pour le dernier incrément de temps.

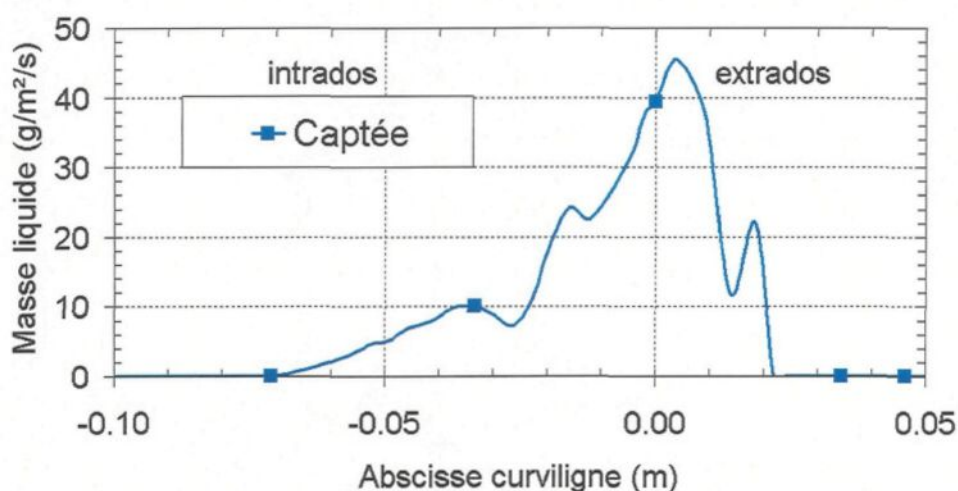


Figure 8.6: Masse d'eau liquide à  $-28,3 \text{ }^{\circ}\text{C}$ .

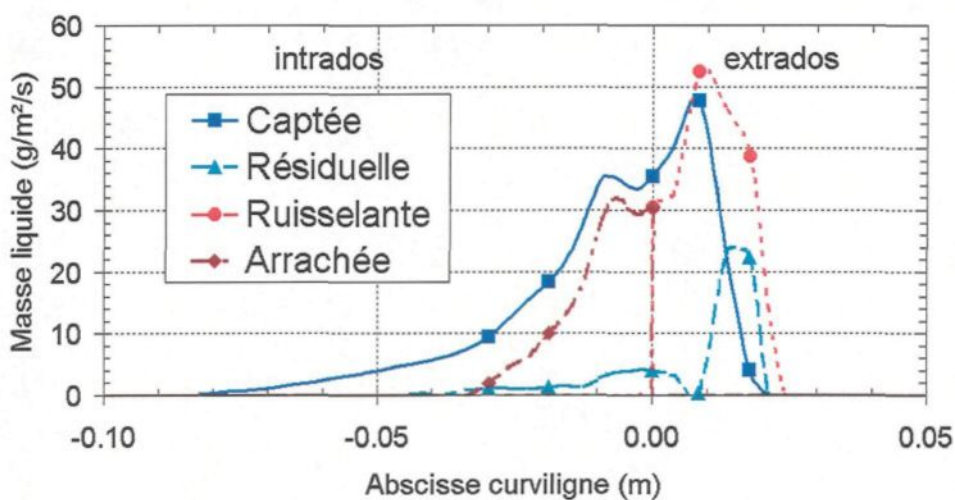


Figure 8.7: Masse d'eau liquide à  $-4,4 \text{ }^{\circ}\text{C}$ .



En régime sec à  $-28,3^{\circ}\text{C}$  (**Figure 8.6**), la masse d'eau liquide entrante provient uniquement de la masse d'eau liquide captée. En régime humide à  $-4,4^{\circ}\text{C}$  (**Figure 8.7**), la masse d'eau liquide entrante pour l'extrados est composée des masses d'eau liquide captée, ruisselante et résiduelle. Pour les panneaux de l'intrados, elle se compose seulement de la masse d'eau liquide captée et résiduelle, la masse d'eau ruisselante est arrachée.

#### 8.2.4 Rugosité de surface

La **Figure 8.8** montre la distribution de la hauteur des rugosités pour le dernier incrément de temps, calculée à  $-28,3^{\circ}\text{C}$  et  $-4,4^{\circ}\text{C}$ . En régime sec, à  $-28,3^{\circ}\text{C}$ , toutes les gouttelettes d'eau en surfusion gèlent à l'impact où elles forment des gouttes. La hauteur des rugosités est maximale au point de stagnation et décroît en allant vers la fin de la surface de glace. En régime humide à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ , l'eau liquide à la surface de l'extrados s'écoule vers le volume de contrôle suivant, sous forme de film. Pour l'intrados et près du point de stagnation, l'eau liquide est sous forme de film avant d'être arrachée. Pour ce type d'écoulement, la hauteur des rugosités est minimum au point de stagnation, la valeur augmente rapidement pour atteindre un maximum, par la suite, elle décroît en allant vers la fin de la surface de glace.

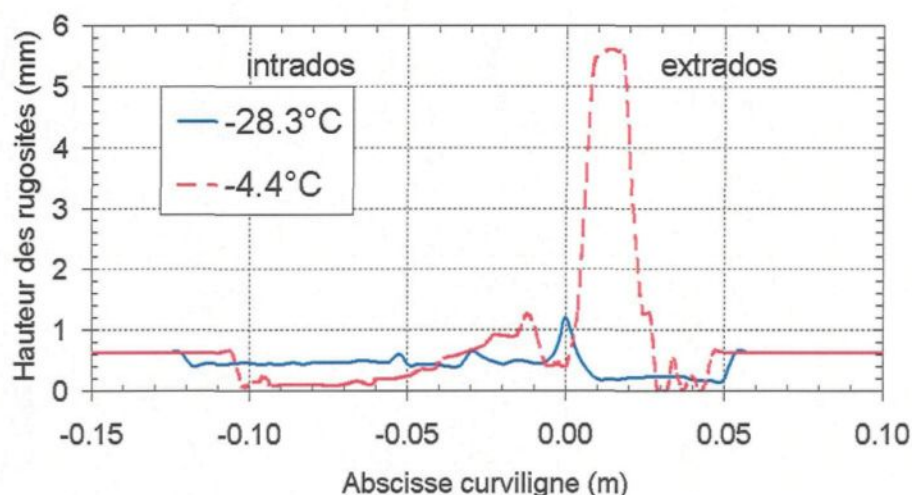


Figure 8.8: Distribution de la rugosité de surface.

Les hauteurs des rugosités sont résumées au **Tableau 8.4**. En régime sec, la hauteur maximale des rugosités est indépendante de la température, mais elle est plus grande à l'intrados qu'à l'extrados. En régime humide, la rugosité est plus grande à l'extrados qu'à l'intrados. Pour l'extrados, elle augmente à mesure qu'augmente la température pour atteindre un maximum avant de décroître par la suite. Pour l'intrados, elle décroît à mesure qu'augmente la température. Pour l'extrados, la valeur moyenne de la hauteur des rugosités dans la zone sèche est indépendante de la température et très petite et pour l'intrados.

Tableau 8.4 : Hauteur des rugosités en mm au dernier incrément de temps.

Température °C	Régime	Intrados		Extrados	
		Maximum	Moyenne	Maximum	Moyenne
-28,3°C	sec	----	0,48	----	0,23
-19,4°C	sec	----	0,44	----	0,21
-13,3°C	humide	1,20	0,40	3,34	0,09
-10,0°C	humide	1,95	0,24	3,70	0,05
-7,8°C	humide	1,41	0,19	5,62	0,03
-6,1°C	humide	1,19	0,14	4,95	0,04
-4,4°C	humide	1,27	0,13	4,65	0,02

La **Figure 8.9** montre la distribution de la hauteur des rugosités exprimée en valeur équivalente de papier émeri en fonction du temps calculée en utilisant l'équation suivante :

$$\kappa_s = \frac{\int_{s_{lower}}^{s_{upper}} \kappa \cdot ds}{\int_{s_{lower}}^{s_{upper}} ds} \quad (8-1)$$

En régime sec à -28,3°C, la hauteur des rugosités oscille légèrement autour de la valeur moyenne de 0,5 mm. En régime humide à -4,4°C, la hauteur augmente de 0,63 mm à 1,3 mm et par la suite, elle oscille autour de cette valeur.

Pour le cas intermédiaire à -7,8°C, la hauteur augmente et atteint un maximum à 1,5 mm, décroît par la suite à une valeur de 0,7 mm, après six minutes d'accrétion; le comportement indique que la rugosité n'est pas stabilisée. Les observations expérimentales de Shin<sup>24</sup> confirment ces résultats, à l'effet que la rugosité est indépendante du temps pour le givre, mais augmente en fonction du temps pour le verglas.



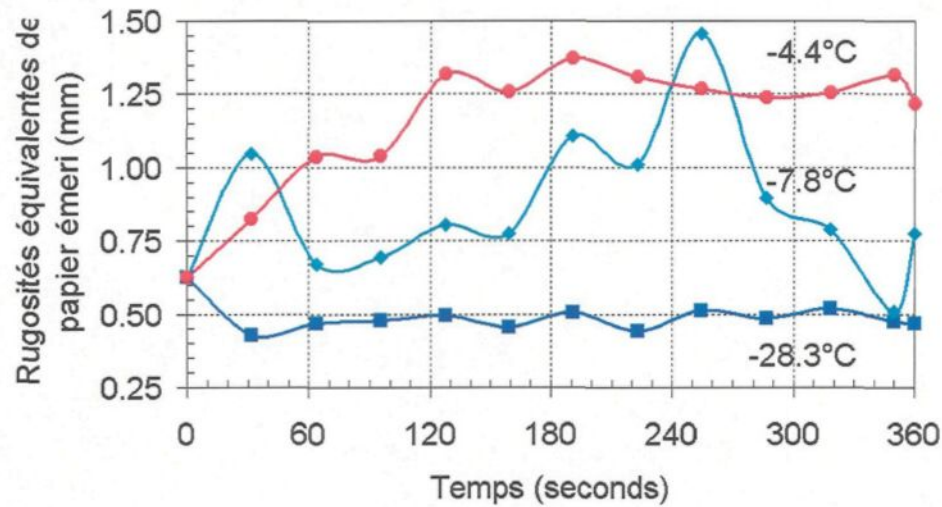


Figure 8.9: Hauteur équivalente des rugosités.

La **Figure 8.10** compare les rugosités moyennes exprimées en valeurs équivalentes de papier émeri calculées à partir de la corrélation empirique de Ruff<sup>47</sup>:

$$\kappa_s = (\kappa_s)_{base} \cdot (0,6839) \cdot (0,5714 + 0,2457 \cdot LWC + 1,2571 \cdot LWC^2) \cdot (0,047 \cdot T_o - 11,27) \quad (8-2)$$

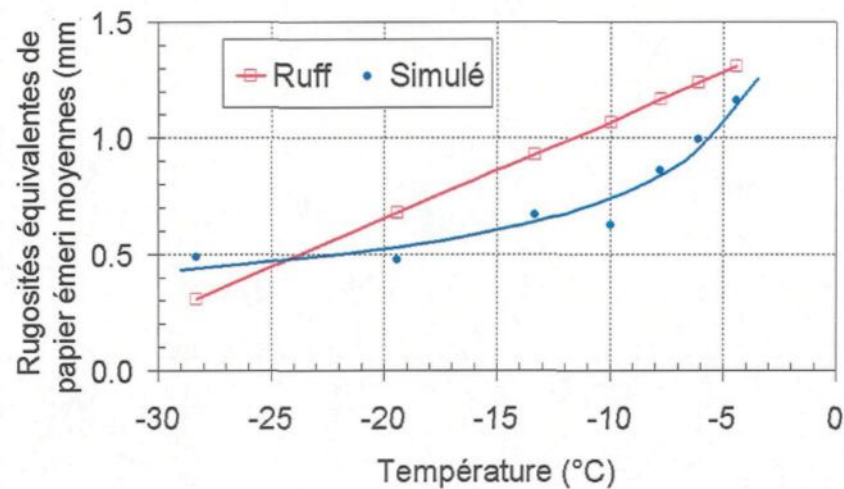


Figure 8.10: Rugosité équivalente.

Cette corrélation a été établie à partir des profils de glace obtenus en laboratoire et avec le modèle d'accrétion 2D LEWICE<sup>9</sup>, en fonction de la rugosité initiale de la surface  $\kappa_s$ , de la teneur en

eau liquide  $LWC$  en  $g/m^3$ , et de la température statique  $T_o$  en K. La rugosité initiale de surface est de 0,628 mm.

La hauteur des rugosités équivalente de papier émeri calculée avec le modèle développé est du même ordre de grandeur que celle déterminée en utilisant la corrélation de Ruff<sup>47</sup>: Comme dans cette dernière, la hauteur augmente avec la température. Cependant, l'augmentation se fait selon une loi de puissance inversement proportionnelle au degré de surfusion,

$$\kappa_s = 2,82 \cdot (T_f - T)^{-0,6} \quad (8-3)$$

Cette dernière équation permet d'obtenir un meilleur lissage que les fonctions exponentielle ou logarithmique.

### 8.2.5 Coefficient de transfert de chaleur par convection

La **Figure 8.11** montre la distribution du coefficient de transfert de chaleur par convection calculé avec le modèle pour le dernier incrément de temps aux températures de  $-28,3^\circ\text{C}$  et  $-4,4^\circ\text{C}$ . Le coefficient est minimum au point de stagnation ou à son voisinage, il augmente à une valeur maximale, pour décroître par la suite. Les principales valeurs sont données au **Tableau 8.5**.

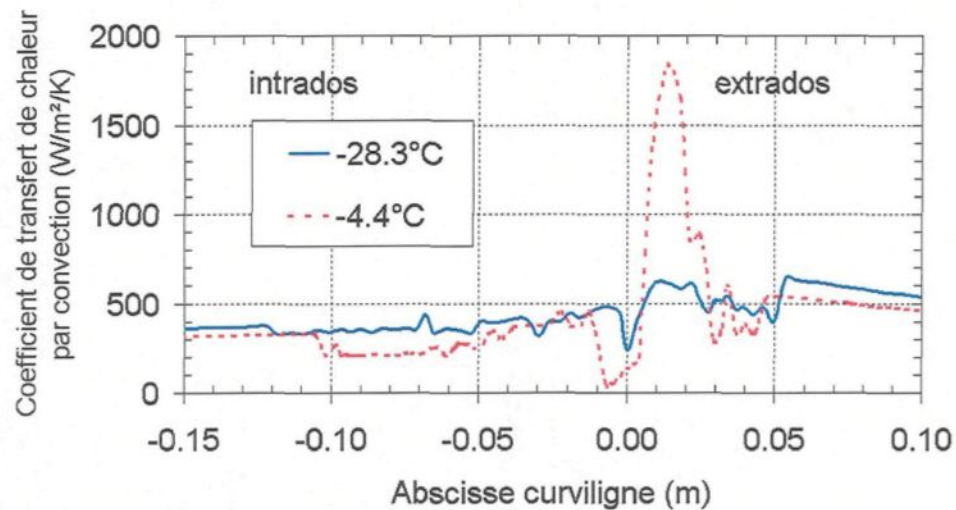


Figure 8.11: Coefficient de transfert de chaleur par convection.

Le coefficient de transfert de chaleur par convection est plus important à l'extrados qu'à l'intrados. Sur l'extrados, la valeur maximale est de l'ordre de 592  $W/m^2/K$  en régime sec et de

1570 W/m<sup>2</sup>/K en régime humide. Sur l'intrados, le coefficient est indépendant du régime, étant de l'ordre de 482 W/m<sup>2</sup>/K, exceptée à -10,0°C où il vaut 706 W/m<sup>2</sup>/K. La valeur minimale du coefficient pour l'extrados varie peu avec la température, se situant en moyenne à 325 W/m<sup>2</sup>/K. Pour l'intrados, le coefficient diminue de 333 W/m<sup>2</sup>/K à 215 W/m<sup>2</sup>/K lorsque la température augmente de -28,3°C à -4,4°C.

Tableau 8.5 : Coefficient de transfert de chaleur par convection en W/m<sup>2</sup>/K.

Température °C	Régime	Intrados		Stagnation	Extrados	
		Minimum	Maximum		Minimum	Maximum
-28,3°C	sec	333	478	230	399	615
-19,4°C	sec	308	455	194	387	569
-13,3°C	humide	280	515	100	400	1623
-10,0°C	humide	238	706	100	350	1107
-7,8°C	humide	232	546	50	261	1891
-6,1°C	humide	220	450	40	182	1385
-4,4°C	humide	215	449	50	300	1842

#### 8.2.6 Masse d'eau totale

Les **Figures 8.12 et 8.13** montrent l'évolution des masses d'eau en fonction du temps. Pour le régime sec à -28,3°C (**Figure 8.12**), toute l'eau captée durant six minutes se transforme en glace, seule une faible partie de la glace se sublime.

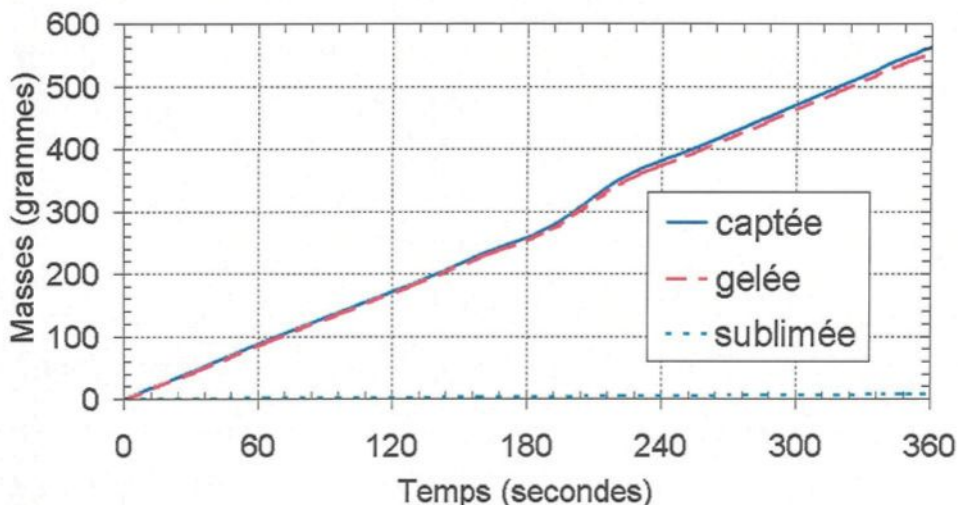


Figure 8.12: Évolution des masses d'eau avec le temps à -28,3 °C.



Pour le régime humide à  $-4,4^{\circ}\text{C}$  (Figure 8.13), une fraction de l'eau captée se transforme en glace, une faible partie s'évapore et le reste demeure liquide sous forme d'eau résiduelle ou est arrachée sous l'effet de la force aérodynamique.

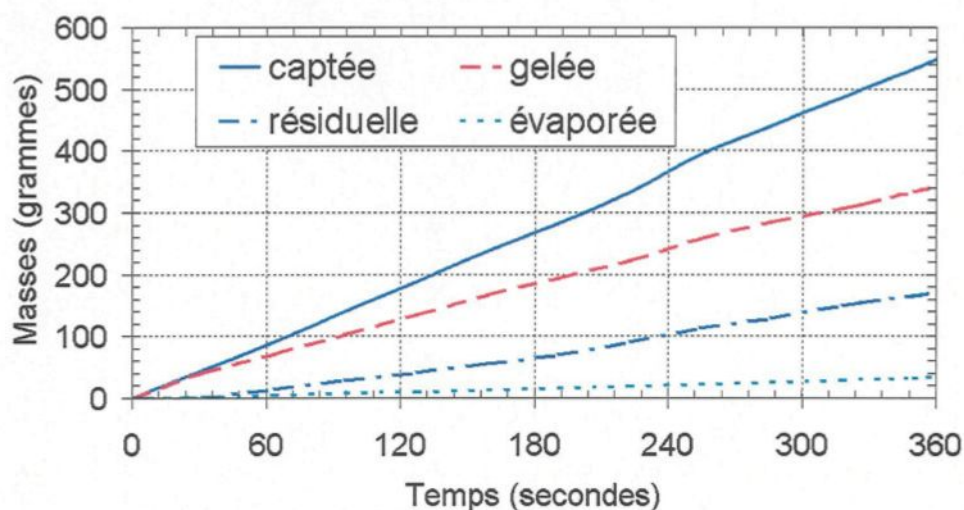


Figure 8.13: Évolution des masses d'eau avec le temps à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ .

Les valeurs des masses et du volume de glace sont présentés à la Figure 8.14 dans l'intervalle de température compris entre  $-28,3^{\circ}\text{C}$  et  $-4,4^{\circ}\text{C}$ . La masse d'eau captée varie peu avec la température avec un taux d'accumulation de  $1,5\text{ g/s}$ .

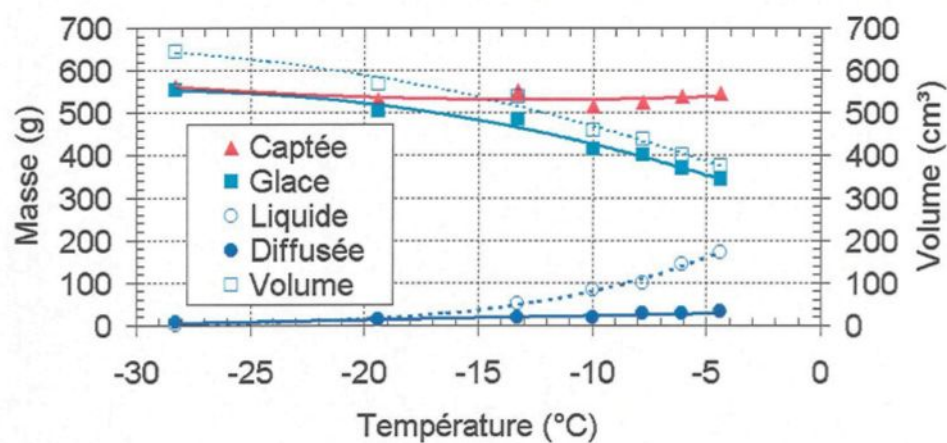


Figure 8.14: Masse et volume après six minutes d'accrétion en fonction de la température.

La masse et le volume de glace décroissent avec l'accroissement de la température, tandis que les masses d'eau résiduelle et évaporée augmentent avec l'accroissement de la température. À  $-28,3^{\circ}\text{C}$  en régime sec, le taux d'accumulation de la glace est de 1,5 g/s et à  $-4,4^{\circ}\text{C}$  en régime humide, il a diminué à 1,0 g/s, alors que la masse d'eau résiduelle s'accumule à un taux de 0,4 g/s.

### 8.2.7 Énergie totale

La **Figure 8.12** et la **Figure 8.13** montrent l'évolution de l'énergie en fonction du temps. En régime sec à  $-28,3^{\circ}\text{C}$  (**Figure 8.15**) ou en régime humide à  $-4,4^{\circ}\text{C}$  (**Figure 8.16**), l'énergie générée par la solidification et les réchauffements adiabatique et cinétique, se dissipe par convection, sublimation ou évaporation, chaleur sensible et conduction. La chaleur d'évaporation joue un rôle plus important en régime humide qu'en régime sec, tandis que la chaleur sensible joue un rôle plus important en régime sec qu'en régime humide.

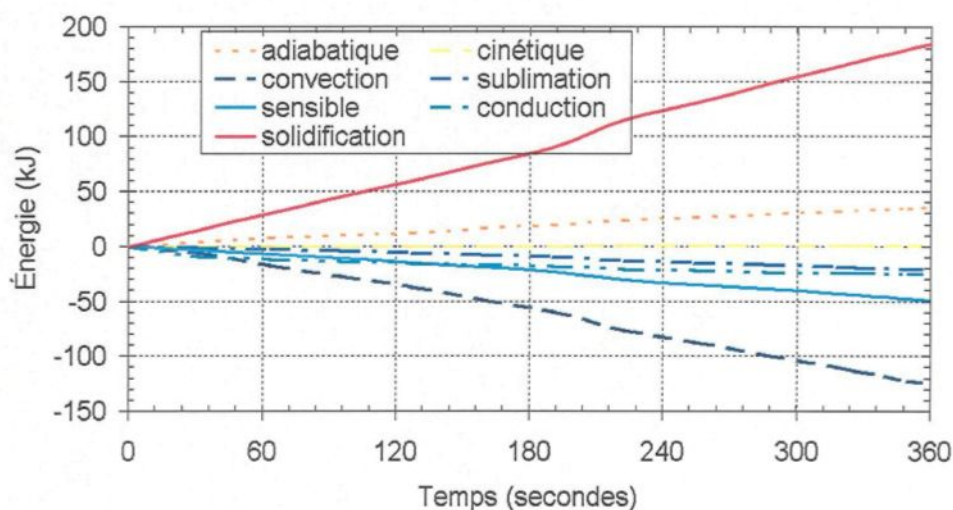


Figure 8.15: Évolution des énergies avec le temps à  $-28,3^{\circ}\text{C}$ .

Les énergies calculées après six minutes de simulation sont présentées à la **Figure 8.17**, à l'exception de l'énergie cinétique qui est de 1 kJ à la vitesse de simulation. Les chaleurs de solidification et d'évaporation (sublimation) diminuent avec l'augmentation de la température, alors que les chaleurs de convection, sensible et de conduction augmentent. La chaleur adiabatique est

presque constante avec la température jusqu'à ce que celle-ci atteigne  $-10,0^{\circ}\text{C}$ , d'où elle augmente lorsque la température augmente.

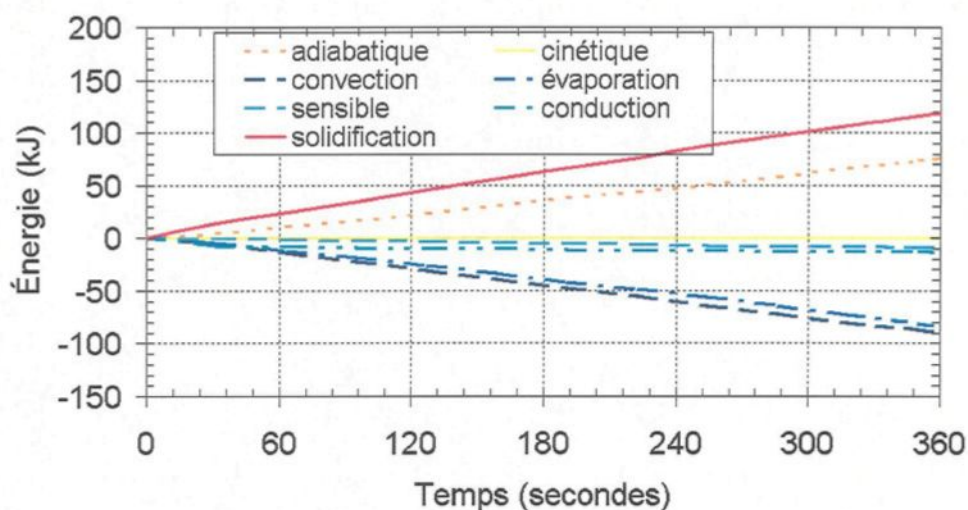


Figure 8.16: Évolution des énergies avec le temps à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ .

À très basse température, l'énergie sensible devient le second terme en importance, mais celle-ci diminue avec l'augmentation de la température. À  $-22^{\circ}\text{C}$ , l'énergie d'évaporation ou de sublimation devient plus importante que l'énergie sensible et celle-ci s'accroît avec l'augmentation de la température pour devenir le second terme en importance près du point de congélation.

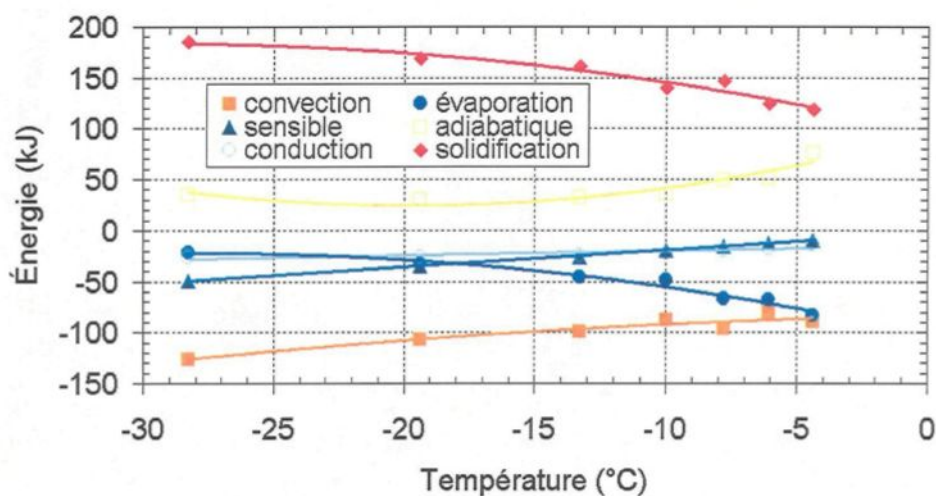


Figure 8.17: Énergies après six minutes d'accrétion en fonction de la température.

### 8.2.8 Profils de glace

Les sept figures suivantes (**Figure 8.18** à **Figure 8.24**) montrent les profils de glace obtenus par simulation numérique après six minutes d'accumulation en utilisant les modèles 2D CIRALIMA, 2D LEWICE/IBL<sup>47</sup> et 2D CIRA<sup>13</sup>. Ces derniers sont comparés à ceux mesurés par Shin et Bond<sup>47</sup>. Pour les températures de  $-28,3^{\circ}\text{C}$  (**Figure 8.18**) et de  $-19,4^{\circ}\text{C}$  (**Figure 8.19**), les profils de glace sont typiques d'une accréation en régime sec où seulement du givre est produit. Les profils calculés et mesuré sont sensiblement identiques, mais ceux calculés ont accumulé un volume de glace légèrement supérieur à celui mesuré. Pour les trois simulations numériques, aucune différence significative ne ressort, excepté que le programme de 2D LEWICE/IBL a généré un volume de glace supérieur à celui des deux autres modèles. Aux températures de  $-13,3^{\circ}\text{C}$  (**Figure 8.20**),  $-10,0^{\circ}\text{C}$  (**Figure 8.21**),  $-7,7^{\circ}\text{C}$  (**Figure 8.22**),  $-6,1^{\circ}\text{C}$  (**Figure 8.23**),  $-4,4^{\circ}\text{C}$  (**Figure 8.24**), les profils de glace obtenus sont caractéristiques d'un régime humide, où une corne se forme à l'extrados avec une petite cavité au point de stagnation. Les profils de glace mesurés en soufflerie réfrigérée et ceux calculés par le programme 2D CIRALIMA sont similaires, mais les volumes prédits sont légèrement supérieurs à celui mesuré. Pour les températures supérieures à  $-7,8^{\circ}\text{C}$ , les profils simulés par le programme 2D CIRALIMA sont plus près de ceux mesurés que ceux obtenus avec les programmes 2D du LEWICE/IBL et du CIRA. Dans la majorité des cas, les profils de glace prédits à partir du programme 2D CIRALIMA sont dentelés près des points où la surface de glace se termine, en raison de la croissance non uniforme obtenue avec la méthode des bissectrices appliquée en continue. Dans les trois simulations sous  $-7,8^{\circ}\text{C}$ , les points où la surface de glace se termine ne se situent pas aux mêmes endroits que ceux mesurés. À  $-4,4^{\circ}\text{C}$ , les profils simulés et mesurés sont similaires à l'intrados. Ils sont cependant très différents à l'extrados, où la corne y est beaucoup moins prononcée et se forme un peu plus en hauteur. Ceci est probablement dû au fait que les hauteurs de rugosité dans les simulations sont trop faibles pour induire un coefficient de transfert de chaleur par convection assez élevé pour former une corne.



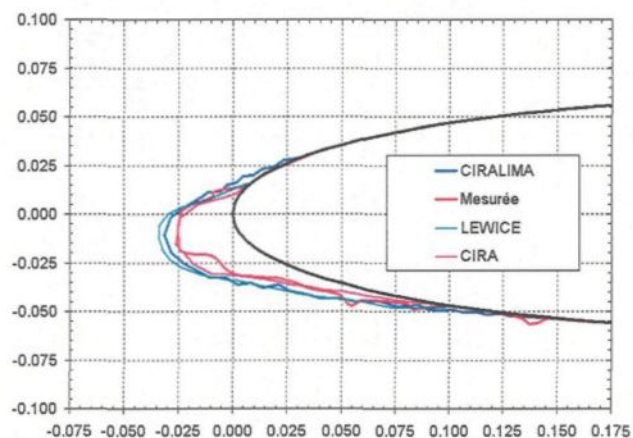


Figure 8.18: Comparaison du profil de glace à  $-28,3^{\circ}\text{C}$ .

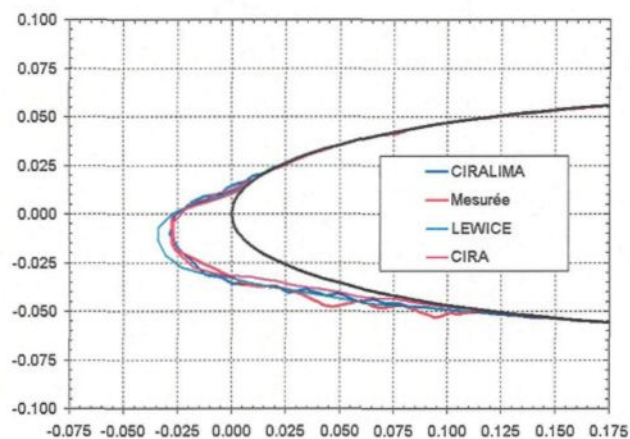


Figure 8.19: Comparaison du profil de glace à  $-19,4^{\circ}\text{C}$ .

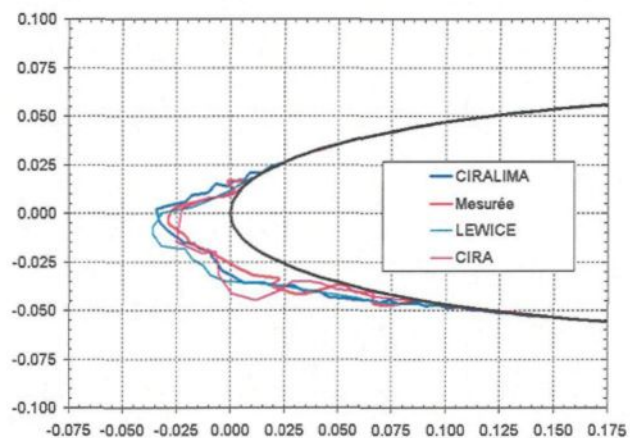


Figure 8.20: Comparaison du profil de glace à  $-13,3^{\circ}\text{C}$ .

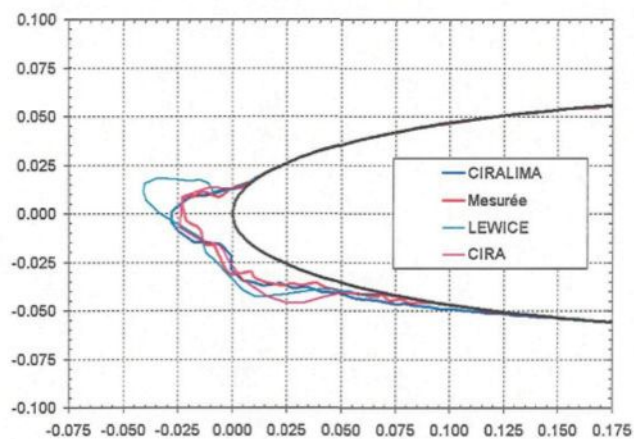


Figure 8.21: Comparaison du profil de glace à  $-10,0^{\circ}\text{C}$ .

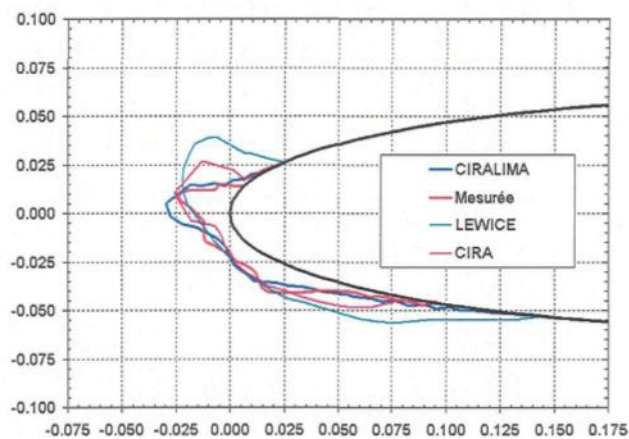


Figure 8.22: Comparaison du profil de glace à  $-7,8^{\circ}\text{C}$ .

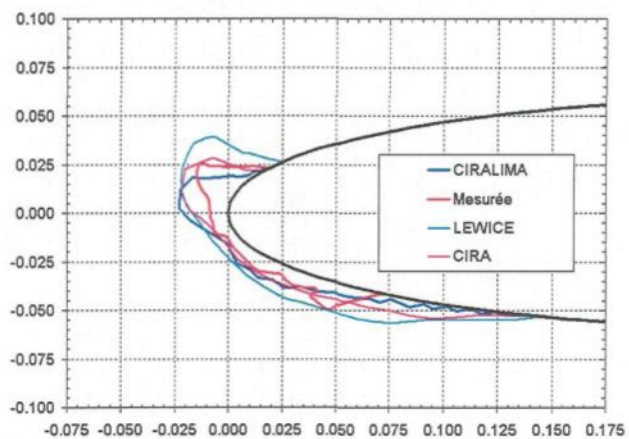


Figure 8.23: Comparaison du profil de glace à  $-6,1^{\circ}\text{C}$ .

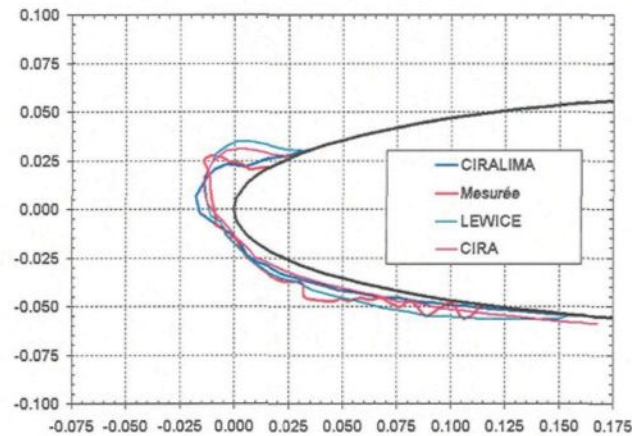


Figure 8.24: Comparaison du profil de glace à  $-4,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

À  $-7,8^{\circ}\text{C}$ , les profils simulés et mesurés sont très similaires. Cette condition de température a été choisie pour étalonner le modèle de rugosité du fait que la simulation s'effectue en régimes sec et humide sur environ la moitié de la durée d'accrétion. L'étalonnage a été effectué en ajustant le paramètre  $C_{cal}$  à une valeur de 15, pour laquelle la correspondance entre les profils simulé et mesuré a été jugée la meilleure.

### 8.2.9 Évolution dans le temps

La **Figure 8.25** montre l'évolution dans le temps du profil de glace obtenu lors des six minutes d'accrétion pour le régime sec à  $-28,3^{\circ}\text{C}$ , tandis que celle correspondant au régime humide à  $-4,4^{\circ}\text{C}$  est présentée à la **Figure 8.26**.

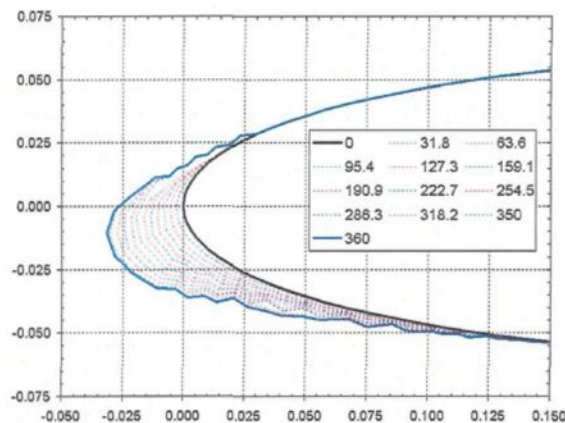


Figure 8.25: Évolution dans le temps de l'accumulation de glace à  $-28,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Sur les deux figures, les accumulations de glace croissent graduellement à chaque incrément de temps de 31,8 s, jusqu'à l'obtention du profil final.

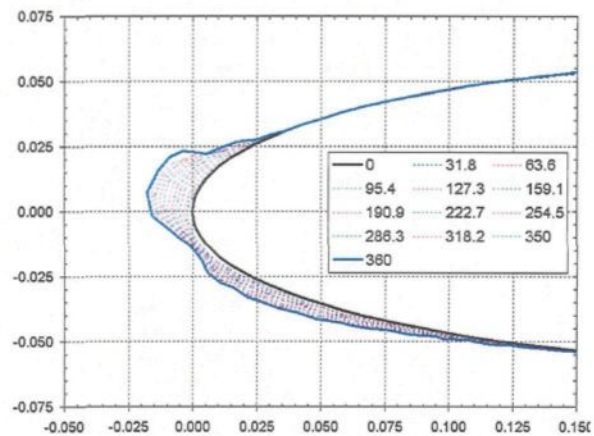


Figure 8.26: Évolution dans le temps de l'accumulation de glace à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ .

### 8.3 Études de sensibilité

#### 8.3.1 Longueur des panneaux

L'effet de la longueur maximale des panneaux sur la forme finale de la glace a été étudié pour deux simulations à  $-28,3^{\circ}\text{C}$  et à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ , où l'erreur relative maximale sur les masses de glace accumulée est inférieure à 5%. La **Figure 8.27** est représentative de la croissance en régime humide à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ .

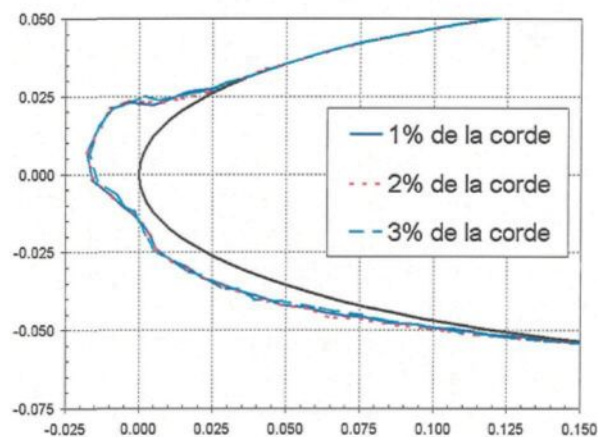


Figure 8.27: Effet de la longueur des panneaux sur le profil à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ .



Elle montre que l'augmentation de la longueur des panneaux par un facteur de 2 ou 3 n'affecte pas le profil de glace de façon significative, la valeur locale des rugosités étant peu affectée (**Figure 8.28**). Les résultats montrent que la longueur utilisée pour les panneaux définit adéquatement la surface de l'aile et permet d'obtenir des résultats de précision acceptable.

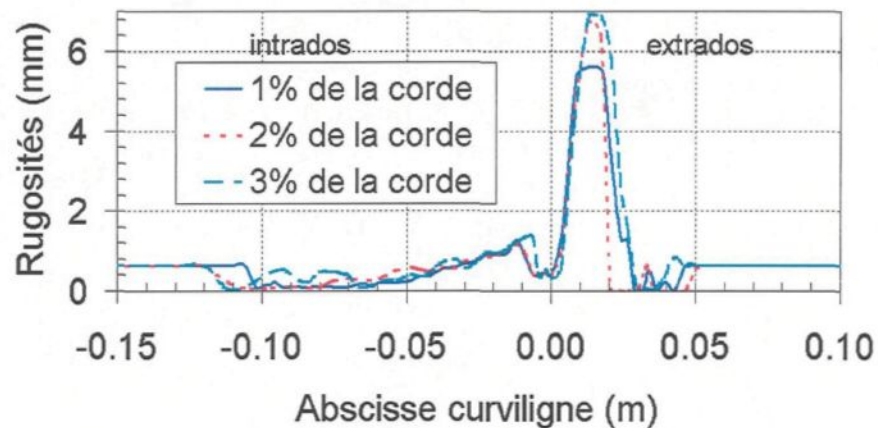


Figure 8.28: Effet de la longueur des panneaux sur la rugosité à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ .

### 8.3.2 Incrément de temps

L'effet de l'incrément du temps sur la forme finale de l'accrétion de glace a été étudié à  $-28,3^{\circ}\text{C}$  et à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ , où l'erreur relative maximale sur les masses de glace accumulées est inférieure à 5%. La **Figure 8.29** est représentative d'une croissance en régime humide à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ .

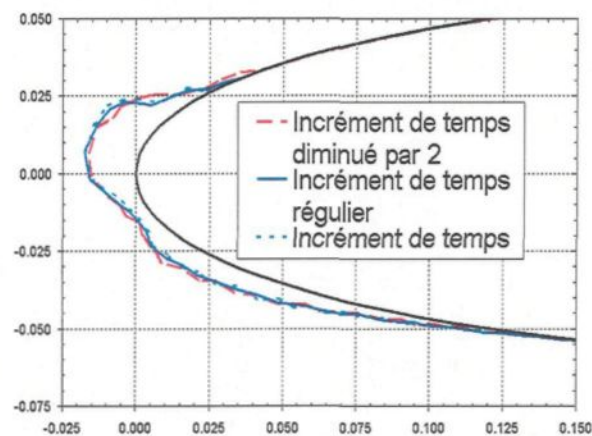


Figure 8.29: Effet de l'incrément de temps sur le profil à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ .

Elle montre que l'augmentation ou la diminution de l'incrément de temps par un facteur 2 n'affecte pas le profil de glace et affecte peu la valeur locale des rugosités (**Figure 8.30**).

Les résultats montrent que l'incrément de temps utilisé est suffisant pour obtenir des résultats de précision acceptable.

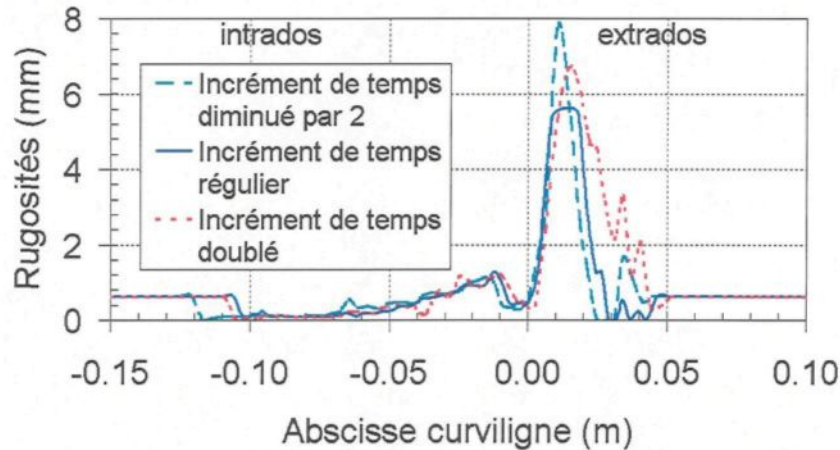


Figure 8.30: Effet de l'incrément de temps sur la rugosité à  $-4,4^{\circ}\text{C}$ .

### 8.3.3 Modèle analytique d'écoulement

L'impact du modèle analytique d'écoulement est évalué à  $-7,8^{\circ}\text{C}$  et à  $-13,3^{\circ}\text{C}$  avec deux modèles, l'un sans ruissellement, appelé résiduel, et le second, avec seulement du ruissellement. Comme les résultats sont similaires pour les deux températures, seulement les calculs à  $-7,8^{\circ}\text{C}$  sont présentés. La **Figure 8.31** montre que le profil de glace change complètement selon le modèle considéré.

La simulation avec le modèle résiduel (sans ruissellement) prédit un profil de glace qui est similaire à celui mesuré à l'intrados, mais ils sont très différents à l'extrados. Pour sa part, le modèle ruisselant permet d'obtenir des profils de glace similaires à ceux du modèle développé, mais le profil de glace à l'intrados est différent, car la quantité de glace accumulée y est plus importante.

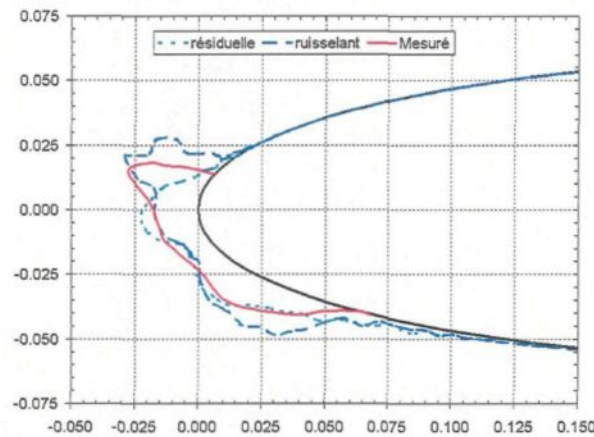


Figure 8.31: Effet du ruissellement sur le profil à  $-7,8^{\circ}\text{C}$ .

Avec le modèle résiduel (sans ruissellement), la totalité de l'eau liquide captée durant six minutes (518 g) demeure sur la surface avec 73% de la masse d'eau captée se transformant en glace (376 g). Environ 4% de la masse d'eau captée s'évapore ou se sublime (19 g) et 24% (123 g) demeure liquide sous forme d'eau résiduelle. Avec le modèle ruisselant, la majorité de l'eau liquide captée durant six minutes (556 g) se transforme en glace (525 g), environ 5% de la masse d'eau captée s'évapore ou se sublime (31 g). Le modèle ruisselant permet à l'eau de s'écouler, favorisant la formation de la corne à l'extrados sur un panneau plus éloigné du point de stagnation, comparativement au modèle résiduel, où l'eau demeure au même endroit et la corne plus près du point de stagnation.

## 8.4 Analyses

### 8.4.1 Modèle thermodynamique

Bien que le modèle thermodynamique utilisé pour la simulation est de façon générale similaire aux modèles déjà existants (LEWICE, ONERA, CANICE, TRAJICE, CIRA), il comporte plusieurs éléments nouveaux le rendant plus conforme aux profils mesurés en laboratoire. Font partie de ces éléments nouveaux, trois formulations physiques, la première permettant le calcul des hauteurs locales des rugosités, la seconde permettant la détermination des masses d'eau résiduelles et arrachées, et la troisième permettant le calcul de façon continue de la surface de glace à partir des



panneaux définis par des bissectrices. La partie la plus originale du modèle de simulation développé constituant la pièce maîtresse de la simulation, surtout en régime humide, demeure l'intégration du modèle physique décrivant la hauteur locale des rugosités utilisée pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur par convection au modèle thermodynamique. Dans ce dernier, la dissipation de la chaleur dans l'environnement s'effectue principalement par convection. En régime humide, le second terme d'importance pour la dissipation de la chaleur est l'énergie d'évaporation et en régime sec, le second terme d'importance est l'énergie sensible, son importance diminue avec l'augmentation de la température faisant place à l'énergie d'évaporation ou de sublimation. En régime humide, la rugosité de surface a plus d'impact qu'en régime sec, car le second terme dominant est le terme d'évaporation, qui dépend du coefficient de transfert de masse par diffusion qui est, lui-même, lié par l'analogie de Chilton-Colburn<sup>34</sup> au coefficient de transfert de chaleur par convection.

Le modèle développé simule les profils de glace sur les ailes d'avions de façon comparable à ceux obtenus en laboratoire, et dans quelques cas, ces profils en sont plus près que ceux des modèles disponibles. La similarité entre les profils simulés et mesurés augmente avec la diminution de la température. La valeur maximale du coefficient de transfert de chaleur par convection, qui est plus grande à l'extrados qu'à l'intrados, augmente avec la température. Cette différence favorise la formation des cornes observées dans cette région à l'extrados, tel qu'observé en laboratoire, la zone humide est située au point de stagnation et sa longueur augmente avec l'augmentation de la température.

#### **8.4.2 Modèles de rugosité**

Les modèles physiques développés en régime sec et humide génèrent une hauteur locale des rugosités du même ordre de grandeur que celle calculée avec la corrélation empirique de Ruff, lorsqu'elle est exprimée en valeur équivalente de papier émeri. Toutefois, elle est très différente localement. Cette différence permet de générer les cornes et les aspérités de surface où les coefficients de transfert de chaleur par convection sont particulièrement élevés. L'interdépendance

entre la hauteur des rugosités et le coefficient de frottement n'apporte pas de dégénérescence de la simulation, mais génère une oscillation autour d'une valeur moyenne, rendant le modèle stable. Les modèles développés pour calculer la hauteur locale des rugosités sont indépendants de la longueur des panneaux et de l'incrément de temps.

#### **8.4.3 Modèles massiques**

La performance des modèles proposés pour calculer les masses d'eau résiduelle et arrachée est très bonne lorsque les formes finales de glace sont prises en considération. L'eau libre à la surface, qui peut exister sous forme de film, de gouttes ou de ruisselets, va s'écouler sur l'extrados et être arrachée à l'intrados. Une faible quantité d'eau va résider sur la surface dépendamment de l'intensité et de l'orientation des forces aérodynamiques et gravitationnelle. La masse d'eau ruisselante sur l'extrados et la masse d'eau liquide arrachée de l'intrados augmentent avec l'augmentation de la température. La masse et le volume de glace diminuent avec l'augmentation de la température, tandis que la densité de la glace augmente avec l'augmentation de la température.

#### **8.4.4 Modèle des bissectrices**

Le modèle des bissectrices qui a été développé simule bien l'évolution de la surface libre de l'accrétion de glace, ce dernier étant indépendant de l'incrément de temps, ainsi que de la longueur des panneaux. Il permet d'obtenir les cornes et les aspérités observées en laboratoire. Le modèle de géométrie est suffisamment robuste pour représenter de petites ou de grandes quantités de glace sur les panneaux, sans affecter la forme finale des dépôts. Les exceptions ont été couvertes dans leur ensemble et le modèle a été en mesure de les traiter convenablement. Certains cas, très particuliers, demeurent problématiques, comme celui de la réduction d'un angle entre deux panneaux lorsque la longueur de l'un des panneaux a été réduite. Toutefois, ils peuvent être contournés en modifiant la longueur maximale permise des panneaux.

## CHAPITRE 9

### CONCLUSIONS

À partir des profils de glace calculés, la simulation numérique développée, basée sur la représentation physique des hauteurs locales des rugosités, des masses d'eau résiduelle et arrachée, ainsi que la méthode des bissectrices, a été en mesure de générer les profils complexes de glace et les cornes observées en laboratoire avec une précision équivalente où supérieure à celle obtenue avec les modèles disponibles. Cependant, le volume de glace estimé est légèrement supérieur à celui mesuré.

Les profils de glace obtenus par la simulation numérique montrent que pour l'extrados, le ruissellement est dominant et que pour l'intrados, l'arrachement est dominant. La simulation numérique a montré que les profils de glace, particulièrement en régime humide, sont fortement dépendants de la rugosité locale, qui est liée directement au coefficient de friction et indirectement au coefficient de transfert de chaleur par convection.

Les éléments de rugosité en régime sec sont ceux formés par des gouttes hémisphériques ou des ruisselets dont la hauteur locale, basée sur la hauteur de mouvement, engendre une rugosité de hauteur uniforme similaire à celle observée en laboratoire. La hauteur locale des rugosités qui prend en considération la physique de l'accrétion de glace permet d'obtenir des coefficients de transfert de chaleur par convection favorisant la formation en régime humide des cornes dont la surface de glace est lisse, car la rugosité est basée sur la hauteur de la vague du film d'eau et non pas sur la surface de glace.

Le critère qui permet de déterminer si l'eau existe sous forme de film, de ruisselets ou de gouttes, basé sur la hauteur de mouvement, correspond au comportement et à l'état de l'eau

observé en laboratoire, soit celui d'un film liquide près du point de stagnation sur une surface de glace lisse et ceux de gouttes ou de ruisselets au point de transition, caractérisées par une zone rugueuse.

Les trois modèles analytiques pour le calcul de la masse d'eau résiduelle et indirectement de la masse d'eau de ruissellement, basés sur l'état de l'eau et la hauteur de mouvement, ont simulé adéquatement la dynamique de l'eau en surface.

Finalement, la hauteur de mouvement qui constitue l'élément clé de la modélisation des rugosités locales et des modèles analytiques a été validée en laboratoire avec une erreur relative maximale de 11%.

## **CHAPITRE 10**

### **RECOMMANDATIONS**

Les efforts ont surtout été consacrés au développement des modèles analytiques qui ont été validés dans des conditions limitées. Il y aurait lieu d'étendre les simulations numériques à une gamme plus étendue de conditions (vitesses, teneurs en eau liquide et diamètres de gouttelettes d'eau en surfusion) représentatives de celles rencontrées par les avions en vol dans les nuages givrants et à des simulations pour des temps de givrage plus élevés, de l'ordre de 30 à 45 minutes, ainsi qu'aux conditions de givrage mentionnées dans l'annexe C de la partie 25 concernant les normes de navigabilité pour aéronefs régis par la Federal Aviation Regulation et requis par la Federal Aviation Administration.

Les équations établies dans les représentations physiques incorporées dans le modèle développé ont nécessité l'introduction de paramètres d'étalonnage. Afin d'éliminer ces derniers, il y aurait lieu de perfectionner davantage les formulations analytiques, comme celle développée pour calculer la hauteur de la vague du film d'eau, et d'utiliser un modèle d'écoulement pouvant calculer les vitesses dans la couche limite de façon plus précise.

Plusieurs hypothèses ont été émises pour obtenir un modèle numérique simulant adéquatement les accrétions de glace sur les profils d'aile, dont celle à l'effet que l'eau de ruissellement est arrachée sur l'intrados sous l'action des forces combinées de vent, de gravité, de viscosité et/ou de tension de surface. Il y aurait lieu de démontrer, à partir d'un modèle analytique basé sur ces forces, que l'eau ruisselante peut être arrachée.

Enfin, le modèle numérique pour le calcul des écoulements potentiels doit être amélioré afin qu'il puisse prendre en considération les surfaces de glace complexes ou irrégulières représentées

par une série de panneaux changeant plusieurs fois de direction et générant des vitesses tangentielles irrégulières et indésirables dans les modèles classiques de panneaux.

## ANNEXE A

### COMPLÉMENT AUX BILANS DE SURFACE

#### A.1 Coefficient de transfert de masse par diffusion

Le coefficient de transfert de masse par diffusion de la vapeur dans l'air  $h_{dif}$ , est déterminé à partir de l'analogie développée par Chilton-Colburn<sup>34</sup>. Ce coefficient est exprimé en fonction du nombre de Sherwood  $Sh$ , de l'abscisse curviligne du volume de contrôle  $s$ , et du coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air  $D_{va}$ .

$$h_{dif} = \frac{Sh \cdot D_{va}}{s} \quad (A-1)$$

L'analogie de Chilton-Colburn définit le nombre de Sherwood comme étant une fonction du nombre de Reynolds  $Re_s$ , du nombre de Schmidt  $Sc$ , et du coefficient de frottement  $C_f$ , qui sont évalués selon la vitesse et la température à la frontière de la couche limite.

$$Sh = \frac{1}{2} \cdot C_f \cdot Re_s \cdot Sc^{1/3} \quad (A-2)$$

Le nombre de Reynolds est calculé en se basant sur la vitesse à la frontière de la couche limite  $U_e$ , de l'abscisse curviligne du volume de contrôle  $s$  et de la viscosité cinématique de l'air  $\nu_a$ , calculé à la frontière de la couche limite.

$$Re_s = \frac{U_e \cdot s}{\nu_a} \quad (A-3)$$

Le nombre de Schmidt  $Sc$ , est calculé en se basant la viscosité cinématique de l'air  $\nu_a$ , du coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air  $D_{va}$ , qui sont calculés selon la température à la frontière de la couche limite.



$$Sc = \frac{\nu_a}{D_{va}} \quad (A-4)$$

Le coefficient de transfert de masse par diffusion de la vapeur d'eau dans l'air peut être déduit du coefficient de transfert de chaleur par convection en utilisant l'analogie développée par Chilton-Colburn<sup>34</sup>. Le coefficient de transfert de chaleur par convection  $h_{cv}$ , est exprimé en fonction du nombre de Nusselt  $Nu$ , de l'abscisse curviligne du volume de contrôle  $s$ , et de la conductivité thermique de l'air  $k_a$ , qui sont calculés selon la température à la frontière de la couche limite.

$$h_{cv} = \frac{Nu \cdot k_a}{s} \quad (A-5)$$

L'analogie de Chilton-Colburn définit le nombre de Nusselt  $Nu$ , comme étant une fonction du nombre de Reynolds  $Re_s$ , du nombre de Prandtl  $Pr$  et du coefficient de frottement  $C_f$ , qui sont évalués à partir des propriétés calculées selon la température à la frontière de la couche limite.

$$Nu = \frac{1}{2} \cdot C_f \cdot Re_s \cdot Pr^{1/3} \quad (A-6)$$

Le coefficient de transfert de masse par diffusion de la vapeur d'eau dans l'air  $h_{dif}$ , lorsque déduit du coefficient de transfert de chaleur par convection  $h_{cv}$ , dépend du nombre de Lewis  $Le$ , de la densité de l'air  $\rho_a$  et de la chaleur spécifique  $Cp_a$ . Les propriétés physiques et thermiques de l'air sont évaluées à la température moyenne entre la frontière de la couche limite et la surface du volume de contrôle.

$$h_{dif} = \frac{h_{cv}}{\rho_a \cdot Cp_a \cdot Le^{2/3}} \quad (A-7)$$

## A.2 Chaleur de radiation

La chaleur de radiation est induite par les ondes électromagnétiques. La longueur d'onde électromagnétique des ondes thermiques se situe entre 0,1  $\mu m$  et 100  $\mu m$  et le spectre visible se situe entre 0,38  $\mu m$  et 0,76  $\mu m$ . La quantité d'énergie perdue par une surface exposée au ciel est fonction du coefficient de transfert de chaleur par radiation  $h_{rad}$ , de la température effective du ciel  $T_{sky}$ , et de la température de surface  $T_s$ , de l'incrément de temps de l'accrétion de glace  $\Delta t_{acc}$ , de la

largeur du volume de contrôle  $\Delta b$  et de sa longueur  $\Delta s$ . La quantité d'énergie absorbée par une surface exposée au soleil est fonction du facteur d'absorption total de l'eau  $\alpha_w$ , du flux de radiation solaire effectif  $S_{sky}$ , de l'incrément de temps de l'accrétion de glace  $\Delta t_{acc}$ , de la largeur du volume de contrôle  $\Delta b$  et de sa longueur  $\Delta s$ . Un facteur de forme  $f_t$ , est ajouté, il prend en considération la fraction de la surface du collecteur exposée à la radiation solaire. .

$$Q_{rad} = h_{rad} \cdot (T_{sky} - T_s) \cdot (\Delta b \cdot \Delta s) \cdot \Delta t_{acc} + \alpha_w \cdot S_c \cdot f_t \cdot \cos(\theta_z) \cdot (\Delta b \cdot \Delta s) \cdot \Delta t_{acc} \quad (A-8)$$

Le coefficient de transfert de chaleur par radiation correspond à la partie non linéaire de l'équation de chaleur de radiation. Il est introduit pour conserver un bilan d'énergie linéaire en fonction de la température de surface du substrat. La linéarité de la chaleur de radiation implique la connaissance de la température de surface qui est calculée lors du bilan d'énergie. L'hypothèse que la température de surface subit peu de changements, durant un incrément de temps, est émise, ce qui permet de remplacer la température de surface dans le coefficient de transfert de chaleur par radiation par la température de surface de l'incrément de temps précédent ou par la température de l'eau restante. Le coefficient de transfert de chaleur par radiation se compose de la constante de Stefan Boltzman  $\sigma_{SB}$ , du coefficient d'émissivité total de l'eau  $\varepsilon_w$ , de la température de l'eau restante  $T_{res}$  et de la température effective du ciel  $T_{sky}$ .

$$h_{rad} = \varepsilon_w \cdot \sigma_{SB} \cdot (T_{sky} + T_{res}) \cdot (T_{sky}^2 + T_{res}^2) \quad (A-9)$$

Le second terme, dans l'équation de la chaleur de radiation, est négligé car la surface n'est pas exposée au soleil lors des conditions d'accrétion de glace en raison des gouttelettes d'eau en suspension.

La température effective du ciel  $T_{sky}$  définie par Bliss<sup>48</sup> est utilisée pour le calcul de la chaleur de radiation. Elle est définie comme un corps noir qui émet des radiations au même taux que l'atmosphère, et dont la température est égale à la température ambiante au niveau du sol  $T_\infty$  avec un coefficient d'émissivité atmosphérique  $\varepsilon_a$  déterminé à partir du point de rosée  $T_{sd}$ .

$$T_{sky} = \sqrt[4]{\varepsilon_a} \cdot T_\infty \quad (A-10)$$

Le point de rosée du mélange de l'air-vapeur d'eau est la température à laquelle la vapeur condense ou gèle lorsqu'elle est refroidie à pression constante. Il est fonction de la pression de vapeur saturée  $P_{vs}$  calculée à la température ambiante  $T_a$ , de l'humidité relative de l'air  $\phi$  et de la pression de vapeur saturée  $P_{vs}$  calculée au point de rosée  $T_{sd}$ .

$$P_{vs}(T_{sd}) = \phi \cdot P_{vs}(T_a) \quad (\text{A-11})$$

En considérant que la vapeur d'eau est un gaz parfait, le point de rosée  $T_{sd}$  est calculé à partir de la température ambiante  $T_a$ , de l'humidité relative de l'air  $\phi$ , de la constante de gaz de la vapeur d'eau  $R_v$  et de la chaleur latente de vaporisation  $L_{vap}$ .

$$T_{sd} = \frac{T_a}{1 - \frac{R_v \cdot T_a}{L_{vap}} \cdot \ln(\phi)} \quad (\text{A-12})$$

### A.3 Étude des termes de chaleur

Pour donner une idée de l'importance de la chaleur de radiation comparativement aux autres termes de chaleur, celle-ci est comparée à la chaleur de convection et aux autres termes de chaleur dans le cas d'un cylindre tournant. Un profil d'aile NACA0012 dont la corde est de 1 m et correspond à un diamètre cylindrique équivalent de 0,0316 m est utilisé dans l'étude. Les chaleurs qui dépendent des masses comme les chaleurs cinétique et sensible sont comparées à la chaleur de solidification et les autres chaleurs incluant celles de radiation, adiabatique, d'évaporation ou de sublimation et de conduction sont comparées à la chaleur de convection.

La chaleur de radiation en terme de chaleur de convection est :

$$\frac{Q_{rad}}{Q_{cv}} = \frac{h_{rad}}{h_{cv}} \cdot \frac{f_{sky} \cdot T_{\infty} - T_s}{T_{\infty} - T_s} + \frac{\alpha_w \cdot S_c \cdot f_t \cdot \cos(\theta_z)}{h_{cv} \cdot (T_{\infty} - T_s)} \quad (\text{A-13})$$

En utilisant la formulation empirique d'Olsen pour le nombre de Nusselt,

$$h_{cv} = \frac{d_c \cdot Nu}{k_a} = \frac{d_c}{k_a} \cdot 1.05 \cdot \left( \frac{\rho_a \cdot U_{\infty} \cdot d_c}{\mu_a} \right)^{0.5} \quad (\text{A-14})$$

où

$$h_{rad} = \varepsilon_w \cdot \sigma_{SB} \cdot (f_{sky} \cdot T_\infty + T_s) \cdot (f_{sky}^2 \cdot T_\infty^2 + T_s^2) \quad (A-15)$$

$$f_{sky} = \sqrt[4]{4,0 \times 10^{-3} \cdot \left( \frac{1}{T_\infty} - \frac{R_v}{L_{vap}} \cdot \ln(\phi) \right)^{-1}} - 0,29264 \quad (A-16)$$

$$L_{vap} = 2501300 + (Cp_v - Cp_w) \cdot (T_\infty - T_f) = 2501300 - 2415 \cdot (T_\infty - T_f) \quad (A-17)$$

La **Figure A.1** présente la chaleur de radiation en pourcentage de la chaleur de convection en fonction de la vitesse de l'écoulement non perturbé et du différentiel de température entre la surface et l'écoulement non perturbé lorsque le réchauffement solaire est négligé. Le trait en pointillé correspond à une température de surface de 0°C et une humidité relative de 10% et le trait plein correspond à une température de surface de -10°C et une humidité relative de 100%.

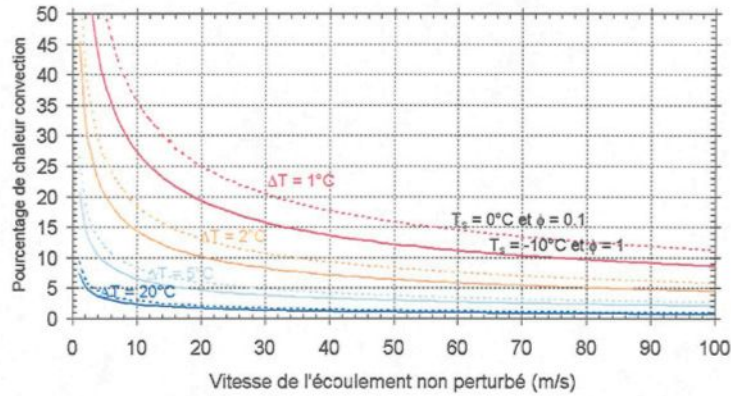


Figure A.1: Chaleur de radiation versus chaleur de convection.

L'importance de la chaleur de radiation décroît avec l'augmentation de la vitesse et la diminution de la température de l'écoulement non perturbé. En considérant un régime humide d'accrétion, pour des vitesses de plus de 20 m/s et une température inférieure à -5°C, il représente moins de 5% de la chaleur de convection. Pour tous les autres cas, ce terme devrait être inclus dans le bilan énergétique.

La chaleur adiabatique en terme de chaleur de convection est :

$$\frac{Q_{adh}}{Q_{cv}} = \frac{U_{\infty}^2}{2 \cdot R_a} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{\sqrt[3]{Pr}}{T_{\infty} - T_s} \quad (A-18)$$

La **Figure A.2** présente la chaleur adiabatique en pourcentage de la chaleur de convection en fonction de la vitesse de l'écoulement non perturbé et du différentiel de température entre la surface et l'écoulement non perturbé.

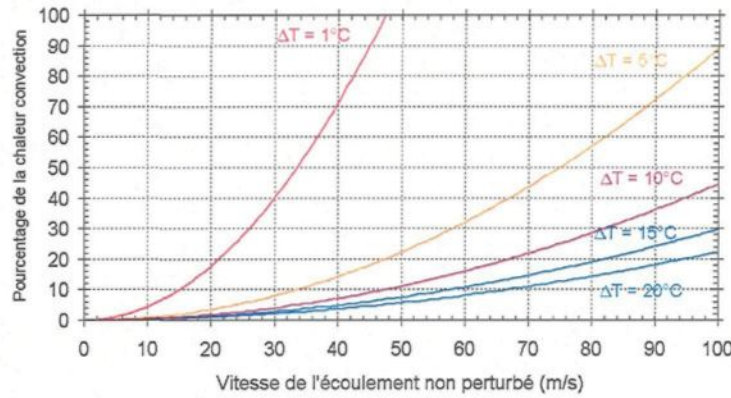


Figure A.2: Chaleur adiabatique versus chaleur de convection.

L'importance de la chaleur adiabatique décroît avec la diminution de la vitesse et de la température de l'écoulement non perturbé. En considérant un régime humide d'accrétion, pour des vitesses de moins de 20 m/s et une température inférieure à -10°C, il représente moins de 5% de la chaleur de convection. Pour tous les autres cas, ce terme devrait être inclus dans le bilan énergétique.

La chaleur de conduction en terme de chaleur de convection est :

$$\frac{Q_{cd}}{Q_{cv}} = \frac{h_{cd}}{h_{cv}} \cdot \left( 1 + \frac{U_{\infty}^2}{2 \cdot R_a} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{\sqrt[3]{Pr}}{T_{\infty} - T_s} \right) \quad (A-19)$$

En utilisant la formulation empirique de Laforte pour la densité de la glace,

$$h_{cd} = \frac{k_i}{\sqrt{\pi \cdot \alpha_i \cdot t}} = \sqrt{\frac{\rho_i \cdot k_i \cdot Cp_i}{\pi \cdot t}} = \frac{d_d \cdot U_{\infty}}{d_d \cdot U_{\infty} + 2.6 \cdot (T_f - T_s)} \cdot \sqrt{\frac{917 \cdot k_i \cdot Cp_i}{\pi \cdot t}} \quad (A-20)$$

La **Figure A.3** présente la chaleur de conduction en pourcentage de la chaleur de convection en fonction de la vitesse de l'écoulement non perturbé et du différentiel de température entre la surface et l'écoulement non perturbé. Le trait en pointillé correspond à une température de surface de  $-10^{\circ}\text{C}$  et un diamètre volumétrique médian de gouttelettes d'eau en surfusion de  $20\text{ }\mu\text{m}$  et le trait plein correspond à une température de  $0^{\circ}\text{C}$  et un diamètre de  $200\text{ }\mu\text{m}$ .

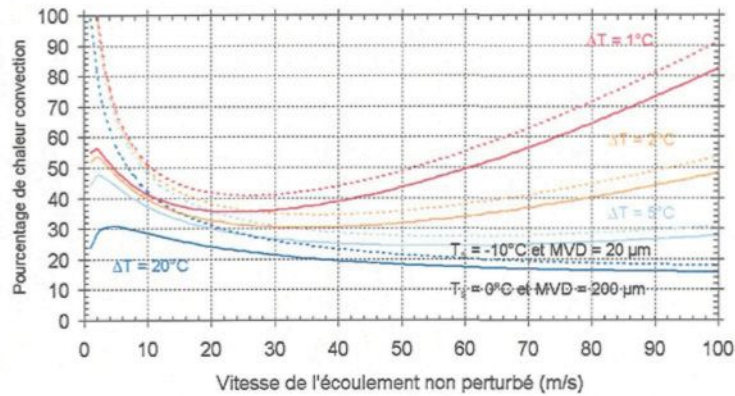


Figure A.3: Chaleur de conduction versus chaleur de convection.

L'importance de la chaleur de conduction décroît, atteint un minimum et augmente avec l'augmentation de la vitesse et la diminution de la température de l'écoulement non perturbé lorsqu'elle est évaluée après 3 minutes. Ce terme devrait toujours être inclus dans le bilan énergétique car il représente plus de 16% du terme de convection. En raison de l'importance du terme de conduction dans le bilan énergétique, l'approximation utilisée pour son calcul peut engendrer des erreurs importantes lorsque le différentiel de température entre la surface et l'écoulement non perturbé est inférieur à  $5^{\circ}\text{C}$ .

Les chaleurs d'évaporation et de sublimation en terme de chaleur de convection est :

$$\frac{Q_{evap}}{Q_{cv}} = \frac{1}{T_{\infty} - T_s} \cdot \frac{1}{R_v \cdot Le^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{610.8}{P_{\infty}} \cdot \left( \frac{T_{\infty}}{T_s} \cdot e^{\frac{L_{vap}}{R_v} \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_s} \right)} - \phi \cdot e^{\frac{L_{vap}}{R_v} \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_{\infty}} \right)} \right) \cdot L_{vap} \quad (\text{A-21})$$



et

$$\frac{Q_{sub}}{Q_{cv}} = \frac{1}{T_{\infty} - T_s} \cdot \frac{1}{R_v \cdot Le^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{610.8}{P_{\infty}} \cdot \left( \frac{T_{\infty}}{T_s} \cdot e^{\frac{L_{vap}}{R_v} \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_s} \right)} - \phi \cdot e^{\frac{L_{vap}}{R_v} \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_{\infty}} \right)} \right) \cdot L_{sub} \quad (A-22)$$

où

$$Le = \frac{k_a}{\rho_a \cdot C_{p_a} \cdot D_{va}} = \frac{k_a}{D_{va}} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{T_{\infty}}{P_{\infty}} = 0,01045 \cdot \frac{T_f + 194,44}{T_{\infty} + 194,44} \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot T_{\infty} \quad (A-23)$$

$$L_{sub} = -3.846 \cdot T_s^2 - 257.41 \cdot T_s + 2\,834\,800 \quad (A-24)$$

Les **Figure A.4** et **Figure A.5** présentent les chaleurs d'évaporation et de sublimation en pourcentage de la chaleur de convection en fonction de la température de l'écoulement non perturbé et du différentiel de température entre la surface et l'écoulement non perturbé. Le trait en pointillé correspond à une humidité relative de 70% et le trait plein correspond à une humidité relative de 100%.

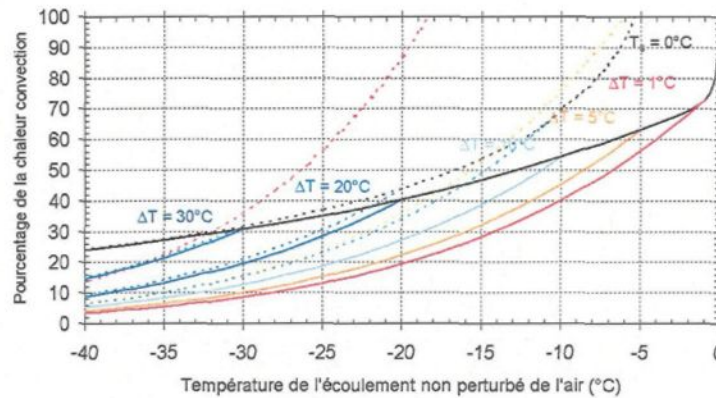


Figure A.4: Chaleur d'évaporation versus chaleur de convection.

L'importance des chaleurs d'évaporation ou de sublimation décroît avec la diminution de la température de l'écoulement non perturbé et de l'augmentation du différentiel de température entre la surface et l'écoulement non perturbé. Ces termes devraient toujours être inclus dans le bilan énergétique car pour des températures supérieures à  $-30^{\circ}\text{C}$ , ils représentent plus de 10% du terme de convection.



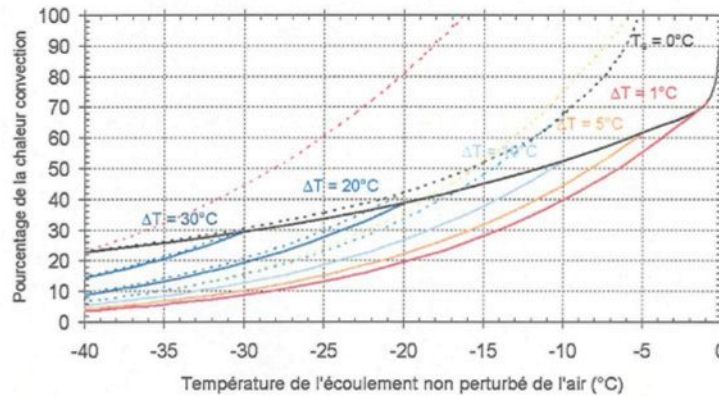


Figure A.5: Chaleur de sublimation versus chaleur de convection.

La chaleur cinétique en terme de chaleur de solidification est :

$$\frac{Q_k}{Q_f} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_\infty^2}{f \cdot L_f} \quad (\text{A-25})$$

et

$$L_f = 333430 + (Cp_w - Cp_i) \cdot (T_\infty - T_f) = 333430 + 2097 \cdot (T_\infty - T_f) \quad (\text{A-26})$$

La **Figure A.6** présente la chaleur cinétique en pourcentage de la chaleur de solidification en fonction de la vitesse de l'écoulement non perturbé et de la fraction solide.

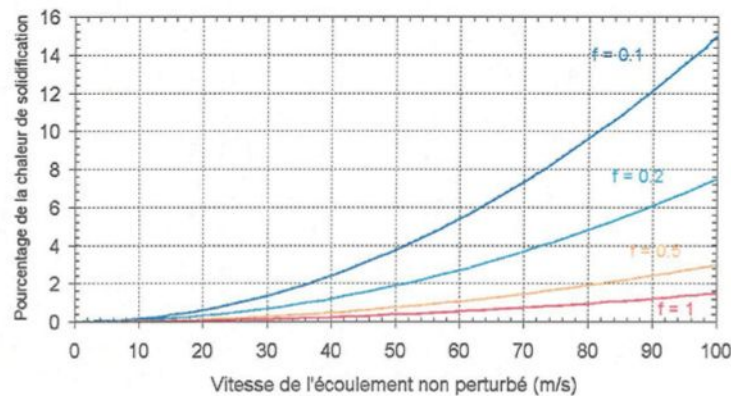


Figure A.6: Chaleur cinétique versus chaleur de solidification.

L'importance de la chaleur cinétique décroît avec la diminution de la vitesse de l'écoulement non perturbé et de l'augmentation de la fraction solide. Son importance étant

inférieure à 15% comparativement au terme de solidification, ce terme pourrait être négligé dans la majorité des cas, mais comme son calcul est simple, il est toujours inclus dans le bilan énergétique.

La chaleur sensible en terme de chaleur de solidification est :

$$\frac{Q_{ss}}{Q_f} = \frac{4215 \cdot (T_\infty - T_s) - 2097 \cdot f \cdot (T_f - T_s)}{f \cdot L_f} \quad (\text{A-27})$$

Le **Figure A.7** présente la chaleur sensible en pourcentage de la chaleur de solidification en fonction de la température de l'écoulement non perturbé et de la fraction solide. Le trait en pointillé correspond à un différentiel de température entre la surface et l'écoulement non perturbé de 5°C et le trait plein correspond à celui de 1°C.

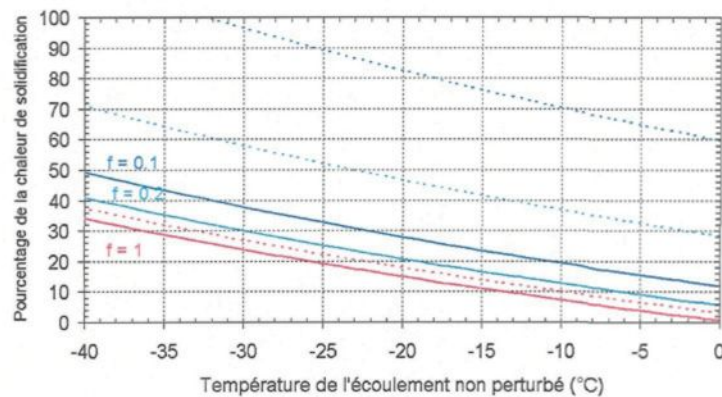


Figure A.7: Chaleur sensible versus chaleur de solidification.

L'importance de la chaleur sensible décroît avec l'augmentation de la température de l'écoulement non perturbé et de la fraction solide. Ces termes devraient toujours être inclus dans le bilan énergétique car en régime humide et pour des températures inférieures à  $-5^{\circ}\text{C}$ , ils représentent plus de 10% du terme de solidification.

## ANNEXE B

### COMPLÉMENT À LA DYNAMIQUE DE L'EAU À LA SURFACE

#### B.1 Hauteur minimale du film d'eau

La hauteur minimale du film d'eau est calculée en supposant que les gouttes de surface se mettent en mouvement, qu'elles se transforment en ruisselets et que les ruisselets se transforment en film d'eau.

Hypothèses

- Hauteur des ruisselets  $e_r = e_{bmax}$
- Longueur des ruisselets  $\Delta s_r = U_r \cdot \Delta t_{acc}$

En sachant que

Nombre de ruisselets 
$$n_r = \frac{m_{in}}{m_r} \rightarrow n_r = \frac{m_{in}}{\rho_w \cdot Af_r \cdot (U_r \cdot \Delta t_{acc})}$$

Vitesse des ruisselets 
$$U_r = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_w}{\mu_w} \cdot e_r$$

Surface frontale des ruisselets 
$$Af_r = \frac{\theta_c - \sin(\theta_c) \cdot \cos(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot e_r^2$$

Surface de contact des ruisselets 
$$Ac_r = 2 \cdot \frac{\sin(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot \Delta s \cdot e_r$$

Et que la surface occupée par les ruisselets est 
$$n_r \cdot Ac_r \leq \Delta b \cdot \Delta s$$

En remplaçant les termes dans l'équation de la surface et en réarrangeant

$$\left( \frac{2 \cdot \mu_w \cdot m_{in}}{\rho_w \cdot \tau_w \cdot \Delta b \cdot \Delta t_{acc}} \right) \leq \left[ \frac{\theta_c - \sin(\theta_c) \cdot \cos(\theta_c)}{2 \cdot \sin(\theta_c)} \right] \cdot e_{bmax}^2$$

En sachant que la hauteur du film  $e_f = \sqrt{\frac{2 \cdot \mu_w \cdot m_{in}}{\rho_w \cdot \tau_w \cdot \Delta b \cdot \Delta t_{acc}}}$

L'équation devient  $e_f^2 \leq \left[ \frac{\theta_c - \sin(\theta_c) \cdot \cos(\theta_c)}{2 \cdot \sin(\theta_c)} \right] \cdot e_{bmax}^2$

En posant  $e_{fmin} = e_f$

Finalement  $e_{fmin} = \sqrt{\frac{\theta_c - \sin(\theta_c) \cdot \cos(\theta_c)}{2 \cdot \sin(\theta_c)}} \cdot e_{bmax}$

Et 
$$\begin{array}{ll} e_f \leq e_{fmin} & \text{gouttes ou ruisselets} \\ e_f > e_{fmin} & \text{film} \end{array}$$

## B.2 Force de rigidité

La goutte est caractérisée par un rayon de contact, une hauteur et un angle de contact qui varie selon le périmètre de contact.

Rayon de contact  $r_b = R \cdot \sin(\theta_c)$

Hauteur  $R = \frac{e_b}{1 - \cos(\theta_c)}$

### B.2.1 Composante de la force de rigidité parallèle au panneau

La composante de la force de rigidité parallèle (**Figure B.1**) au panneau est

$$F_{\sigma W} = \int_0^{2\pi} \sigma_w \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\varphi) \cdot r_b \cdot d\varphi$$

En remplaçant les termes

$$F_{\sigma W} = \int_0^{2\pi} \sigma_w \cdot \cos \left[ \theta_c - \frac{\Delta \theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi) \right] \cdot \cos(\varphi) \cdot \frac{e_b \cdot \sin(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot d\varphi$$

En considérant que la tension de surface, la hauteur et l'angle de contact sont indépendants de l'angle

$$F_{\sigma W} = \sigma_w \cdot e_b \cdot \frac{\sin(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot \int_0^{2\pi} \cos\left[\theta_c - \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi)\right] \cdot \cos(\varphi) \cdot d\varphi$$

En utilisant les fonctions circulaires

$$\cos\left[\theta_c - \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi)\right] = \cos(\theta_c) \cdot \cos\left[\frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi)\right] + \sin(\theta_c) \cdot \sin\left[\frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi)\right]$$

En considérant que l'hystérésis est très petit comparativement à l'angle de contact.

$$\cos\left[\theta_c - \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi)\right] \approx \cos(\theta_c) + \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\theta_c)$$

En remplaçant

$$F_{\sigma W} = \sigma_w \cdot e_b \cdot \frac{\sin(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot \int_0^{2\pi} \left[ \cos(\theta_c) \cdot \cos(\varphi) + \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot [\cos(\varphi)]^2 \cdot \sin(\theta_c) \right] \cdot d\varphi$$

Après intégration

$$F_{\sigma W} = \sigma_w \cdot e_b \cdot \frac{\sin(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot \left[ \cos(\theta_c) \cdot \sin(\varphi) + \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \sin(\theta_c) \cdot \left[ \frac{\varphi}{2} + \frac{\sin(2 \cdot \varphi)}{4} \right] \right]_0^{2\pi}$$

Finalement

$$F_{\sigma W} = \frac{\pi}{2} \cdot \sigma_w \cdot e_b \cdot \frac{[\sin(\theta_c)]^2}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot \Delta\theta_c$$

### B.2.2 Composante de la force de rigidité perpendiculaire au panneau

$$F_{\sigma A} = \int_0^{2\pi} \sigma_w \cdot \sin(\theta) \cdot r_b \cdot d\varphi$$

En remplaçant les termes et en intégrant

$$F_{\sigma A} = \int_0^{2\pi} \sigma_w \cdot \sin\left[\theta_c - \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi)\right] \cdot \frac{e_b \cdot \sin(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot d\varphi$$

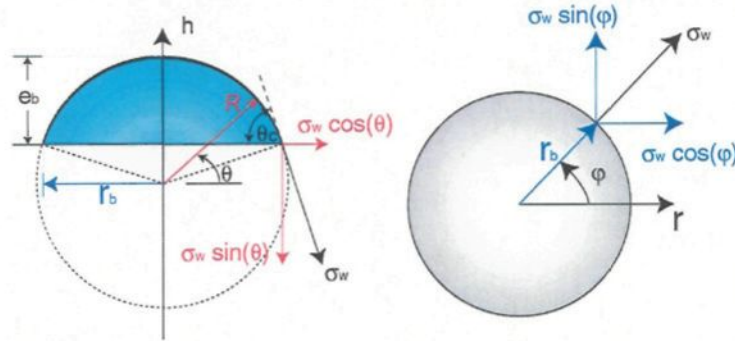


Figure B.1: Plan d'action de la tension de surface.

En considérant que la tension de surface, la hauteur et l'angle de contact sont indépendants de l'angle

$$F_{\sigma A} = \sigma_w \cdot e_b \cdot \frac{\sin(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot \int_0^{2\pi} \sin\left[\theta_c - \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi)\right] \cdot d\varphi$$

En utilisant les fonctions circulaires

$$\sin\left[\theta_c - \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi)\right] = \sin(\theta_c) \cdot \cos\left[\frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi)\right] - \cos(\theta_c) \cdot \sin\left[\frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi)\right]$$

En considérant que l'hystérésis est très petit comparativement à l'angle de contact.

$$\sin\left[\theta_c - \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi)\right] = \sin(\theta_c) - \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\varphi) \cdot \cos(\theta_c)$$

En remplaçant

$$F_{\sigma A} = \sigma_w \cdot e_b \cdot \frac{\sin(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot \int_0^{2\pi} \left[ \sin(\theta_c) - \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\theta_c) \cdot \cos(\varphi) \right] \cdot d\varphi$$

Après intégration

$$F_{\sigma A} = \sigma_w \cdot e_b \cdot \frac{\sin(\theta_c)}{1 - \cos(\theta_c)} \cdot \left[ \sin(\theta_c) \cdot \varphi - \frac{\Delta\theta_c}{2} \cdot \cos(\theta_c) \cdot \sin(\varphi) \right]_0^{2\pi}$$

Finalement

$$F_{\sigma A} = 2 \cdot \pi \cdot \sigma_w \cdot e_b \cdot \frac{[\sin(\theta_c)]^2}{1 - \cos(\theta_c)}$$

## ANNEXE C

### PROPRIÉTÉS PHYSIQUES ET THERMIQUES

Le calcul des équations de conservation de masse et d'énergie nécessite la connaissance, en fonction de la température, des propriétés physiques et thermiques de l'objet, de l'air, de l'eau à l'état solide, liquide et vapeur. Certaines des propriétés physiques et thermiques sont formulées mathématiquement en fonction de la température, mais habituellement, les propriétés sont mesurées en fonction de la température.

#### C.1 Constantes et propriétés indépendantes de la température

$f$  : Facteur de correction de l'excentricité de l'orbite terrestre  $0,97 \leq f \leq 1,03$ .

$R$  : Constante universelle des gaz  $8,31434 \cdot \frac{J}{mole \cdot K}$

$S_c$  : Constante solaire  $1353 \cdot \frac{W}{m^2}$

$M_a$  : Masse molaire de l'air  $28,97 \cdot g$

$M_v$  : Masse molaire de la vapeur sèche  $18,015 \cdot g$

$\sigma_{SB}$  : Constante de Stefan - Boltzman,  $5,66961 \times 10^{-8} \cdot \frac{J}{s \cdot m^2 \cdot K^4}$ .

#### C.2 Propriétés physiques et thermiques mesurées

Le programme offre deux possibilités à l'utilisateur pour le calcul des propriétés thermiques et physiques des éléments en fonction des conditions imposées et de celles calculées lors de l'accrétion de glace. La première méthode est une fonction polynomiale de degré  $d$  qui interprète



les données expérimentales mesurées en fonction de la température. La fonction polynomiale est déterminée en utilisant la méthode de régression des moindres carrée et le degré du polynôme est compris entre 1 et 5.

$$\psi = p_d \cdot T^{d-1} + p_{d-1} \cdot T^{d-2} + \dots + p_1 \quad (\text{C-1})$$

La seconde méthode est une interpolation, sur un nombre limité de données expérimentales, par un spline cubique.

$$\psi = \frac{z_k \cdot (T_{k+1} - T)^3 + z_{k+1} \cdot (T - T_k)^3 + (6 \cdot \psi_k - z_k \cdot h_k^2) \cdot (T_{k+1} - T) + (6 \cdot \psi_{k+1} - z_{k+1} \cdot h_k^2) \cdot (T - T_k)}{6 \cdot h_k} \quad (\text{C-2})$$

$$h_k = T_{k+1} - T_k \quad (\text{C-3})$$

Les propriétés physiques et thermiques qui sont définies par ces méthodes sont généralement valides pour des températures comprises entre  $-40^\circ\text{C}$  (233,16 K) et  $40^\circ\text{C}$  (313,16 K). Les propriétés physiques et thermiques de l'eau liquide possèdent une meilleure définition pour des températures supérieures à  $0^\circ\text{C}$  (273,16 K), tandis que les propriétés physiques et thermiques de la glace possèdent une meilleure définition pour des températures inférieures à  $0^\circ\text{C}$  (273,16 K). Les propriétés physiques et thermiques qui sont disponibles par ces méthodes sont pour l'air : la chaleur spécifique<sup>49</sup>, la conductivité thermique<sup>49</sup>, la viscosité dynamique<sup>49</sup>, le facteur d'émission<sup>48</sup>, pour la vapeur d'eau : la chaleur spécifique<sup>49</sup>, la conductivité thermique<sup>49</sup>, la pression de vapeur saturante<sup>49 et 13</sup> et le point de rosée<sup>49</sup>; pour l'eau liquide : la densité<sup>50</sup>, la chaleur spécifique<sup>50</sup>, la conductivité thermique<sup>50</sup>, la viscosité dynamique<sup>50</sup>, le coefficient d'émissivité et d'absorption<sup>51</sup>, la tension de surface<sup>50</sup>, l'angle de contact<sup>25</sup> et l'hystérésis de contact<sup>25</sup> de l'eau liquide sur la glace et, finalement, pour la glace : la chaleur spécifique<sup>50</sup>, la conductivité thermique<sup>52</sup>, le facteur d'émission<sup>51</sup> et la chaleur latente de sublimation<sup>49</sup>.

### C.3 Propriétés physiques et thermiques calculées

La densité de l'air et de la vapeur d'eau sont calculées en supposant que ces gaz répondent à la loi des gaz parfaits<sup>49</sup>.

$$\rho = \frac{P}{R \cdot T} \quad (C-4)$$

Pour tous les fluides et les gaz, la viscosité cinématique se définit comme étant le rapport de la viscosité dynamique sur la densité.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (C-5)$$

Le nombre de Prandtl se définit comme étant le rapport de la viscosité cinématique sur le coefficient de diffusion thermique.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (C-6)$$

Pour tous les solides, fluides et gaz, le coefficient de diffusion thermique se définit comme étant le rapport de la conductivité thermique sur la densité et la chaleur spécifique.

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot C_p} \quad (C-7)$$

#### C.4 Humidité de l'air

Les propriétés de l'air sec doivent être modifiées en fonction du pourcentage d'humidité relative de l'air pour prendre en considération le pourcentage de la vapeur d'eau dans l'air. Toutes les propriétés de masse de la mixture air/vapeur peuvent être calculées par l'équation suivante.

$$(m_a + m_v) \cdot \psi_m = m_a \cdot \psi_a + m_v \cdot \psi_v \quad (C-8)$$

En utilisant le rapport massique défini comme étant le rapport de la masse de vapeur sur la masse d'air.

$$f_m = \frac{m_v}{m_a} \quad (C-9)$$

L'équation générale pour les propriétés de masse devient

$$\psi_m = \frac{\psi_a + f_m \cdot \psi_v}{1 + f_m} \quad (C-10)$$

Le pourcentage d'humidité relative est une variable qui caractérise le mélange air/vapeur d'eau et il est une des conditions météorologiques déterminées par l'utilisateur. Il s'avère un bon choix pour exprimer le rapport massique. L'humidité relative est définie comme étant le rapport de la pression de vapeur d'eau sur la pression de vapeur d'eau saturée.

$$\phi = \frac{P_v}{P_{vs}} \quad (C-11)$$

La définition de la pression atmosphérique est

$$P_{atm} = P_a + P_v \quad (C-12)$$

La fraction massique est calculée en considérant que l'air et la vapeur d'eau sont deux gaz parfaits.

$$f_m = \frac{0,6219 \cdot \phi \cdot P_{vs}}{P_{atm} - \phi \cdot P_{vs}} \quad (C-13)$$

### C.5 Contrainte de cisaillement à la paroi au point de stagnation

La contrainte de cisaillement à la paroi est indéterminée au point stationnaire car la distance du point stationnaire est nulle. Cependant, l'intégrale de la couche limite peut être évaluée en utilisant la règle de l'Hôpital. Cette procédure est couramment utilisée pour calculer le coefficient de transfert de chaleur au point de stagnation des autres modèles. Une deuxième méthode consiste à extrapoler les valeurs de la contrainte de cisaillement à la paroi à partir des valeurs des panneaux adjacents. Un polynôme de régression d'ordre 2, utilisant la méthode des moindres carrées lisse les valeurs de contraintes de cisaillement à la paroi en fonction de la position par rapport au panneau stationnaire, ce qui permet de déterminer les coefficients du polynôme.

$$\psi = p_2 \cdot s^2 + p_1 \cdot s + p_0 \quad (C-14)$$

La contrainte de cisaillement à la paroi est déterminée au point stationnaire en posant l'abscisse curviligne,  $s$ , égal à zéro.

$$\tau_w = p_0 \quad (C-15)$$

## C.6 Conditions atmosphériques au niveau de la mer

Tableau C.1: Conditions atmosphériques au niveau de la mer.

Propriétés de l'air	Système International		Système Impérial	
Pression	101,325	kPa	14,696	lbf/po <sup>2</sup>
Densité	1,225	Kg/m <sup>3</sup>	0,0023769	slug/pi <sup>3</sup>
Température	15	°C	59	°F
Vitesse du son	340,294	m/s	1116,45	pi/s
Accélération Gravitationnelle	9,80665	m/s <sup>2</sup>	31,1741	pi/s <sup>2</sup>
Constante du gaz	287,1	J/Kg/K	1715,7	pi lbf/slug/°R
Ratio de compressibilité	1,4		1,4	
Chaleur massique pression	1 005	J/Kg/K	6 005	pi lbf/slug/°R
Chaleur massique volume	717,98	J/Kg/K	4 289	pi lbf/slug/°R
Viscosité dynamique	1,79 x 10 <sup>-5</sup>	Kg/m/s	3,74 x 10 <sup>-7</sup>	slug/pi/s
Viscosité cinématique	1,46 x 10 <sup>-5</sup>	m <sup>2</sup> /s	1,57 x 10 <sup>-4</sup>	pi <sup>2</sup> /s
Conductivité thermique	0,0253	J/m/s/K	3,17 x 10 <sup>-3</sup>	lbf/s/°R

## C.7 Corrélations empiriques et analogies

### C.7.1 Coefficient de frottement pour une plaque plane

Le coefficient local de frottement en régime laminaire et turbulent basé sur une plaque plane lisse est montré à la **Figure C.1**.

$$C_f = 0,664 \cdot Re_s^{-1/2} \quad Re_s \leq 5 \times 10^5 \quad (C-16)$$

$$C_f = 0,074 \cdot Re_s^{-1/2} - 1700 \cdot Re_s^{-1} \quad Re_s > 5 \times 10^5 \quad (C-17)$$

Le coefficient de frottement en régime turbulent avec les relations de la couche visqueuse.

$$C_f \approx 0,455 \cdot [\ln(0,06 \cdot Re_s)]^{-2} - 1700 \cdot Re_s^{-1} \quad Re_s > 5 \times 10^5 \quad (C-18)$$

Le coefficient local de frottement pour une plaque plane rugueuse est fonction de l'épaisseur de la quantité de mouvement et de la rugosité<sup>17</sup>.

$$\frac{1}{2} \cdot C_f = 0,00328 \cdot \left( \frac{\kappa_s}{\theta_l} \right)^{7/40} \quad (C-19)$$

Le nombre de Reynolds est calculé en se basant sur la vitesse à la frontière de la couche limite, de l'abscisse curviligne et de la viscosité cinématique de l'air calculé à la frontière de la couche limite.

$$Re_s = \frac{U_e \cdot s}{\nu_a} \quad (C-20)$$

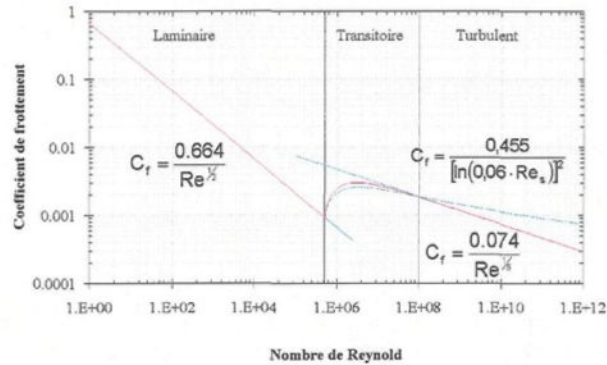


Figure C.1: Coefficient local de frottement pour une plaque plane lisse.

L'épaisseur de la quantité de mouvement pour une plaque plane lisse est calculée, en régime laminaire<sup>45</sup>, avec un profil de vitesse parabolique et, en régime turbulent, avec l'analogie de Reynolds.

$$\theta_l = 0,664 \cdot x \cdot Re_s^{-1/2} \quad Re_s \leq 5 \times 10^5 \quad (C-21)$$

$$\theta_t = 0,036 \cdot x \cdot Re_s^{-1/5} \quad Re_s > 5 \times 10^5 \quad (C-22)$$

### C.7.2 Coefficient de traînée pour une sphère

Le coefficient de traînée mesuré pour une sphère dans l'air en fonction du nombre de Reynolds est montré à la **Figure C.2**.

La loi de Stokes  $C_D = 24 \cdot Re_d^{-1} \quad (C-23)$

$$\begin{aligned} C_D &= 24 \cdot Re_d^{-1} & 0 < Re_d < 0,01 \\ \text{Lozowski Oleski } C_D &= 24 \cdot Re_d^{-1} + 2,2 & 0,01 < Re_d < 5 \\ C_D &= 0,2924 \cdot [1 + 9,06 \cdot Re_d^{-0,5}]^2 & 5 < Re_d < 5000 \end{aligned} \quad (C-24)$$

CIRA	$C_D = 24 \cdot Re_d^{-1}$	$0 < Re_d \leq 0,5$	(C-25)
	$C_D = 27,17 \cdot Re_d^{-0,821}$	$0,5 < Re_d \leq 10$	
	$C_D = 15,268 \cdot Re_d^{-0,571}$	$10 < Re_d \leq 100$	
	$C_D = 6,877 \cdot Re_d^{-0,398}$	$100 < Re_d \leq 1000$	
	$C_D = 0,44$	$1000 < Re_d$	

Le nombre de Reynolds pour une gouttelette d'eau dans l'air en fonction de sa vitesse, de son diamètre et de la viscosité cinématique de l'air

$$Re_d = \frac{U_d \cdot d_d}{\nu_a} \quad (C-26)$$

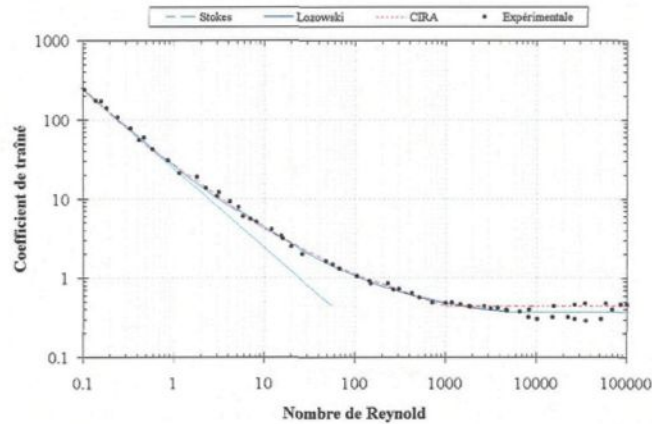


Figure C.2: Coefficient de traînée dans l'air pour une sphère.

### C.7.3 Corrélation de Colburn

La corrélation de Colburn définit le nombre de Nusselt ou de Sherwood comme une fonction du nombre de Reynolds, du nombre de Prandtl ou de Schmidt et du coefficient de frottement qui sont évalués selon la température à la frontière de la couche limite.

$$\text{Nusselt } Nu = \frac{1}{2} \cdot C_f \cdot Re_c \cdot Pr^{1/3} \quad \text{Sherwood } Sh = \frac{1}{2} \cdot C_f \cdot Re_c \cdot Sc^{1/3} \quad (C-27)$$

### C.7.4 Analogie de Reynolds

L'analogie de Reynolds stipule que les transferts de chaleur, de masse et d'énergie sont égaux. Elle suppose que les nombres de Prandtl et de Schmidt sont unitaire.

Transfert de chaleur 
$$\frac{C_f}{2} = St = \frac{h_{cv}}{\rho \cdot C_p \cdot U} = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} \quad (C-28)$$

Transfert de masse 
$$\frac{C_f}{2} = St = \frac{h_{dif}}{U} = \frac{Sh}{Re \cdot Pr} \quad (C-29)$$

### C.7.5 Collection locale sur un objet

L'efficacité de la collection se définit comme le ratio entre la masse d'eau capturée par l'objet entre les limites inférieure et supérieure, et la masse d'eau maximale capturée, si les gouttelettes d'eau en surfusion auraient suivi une trajectoire rectiligne (**Figure C.3**).

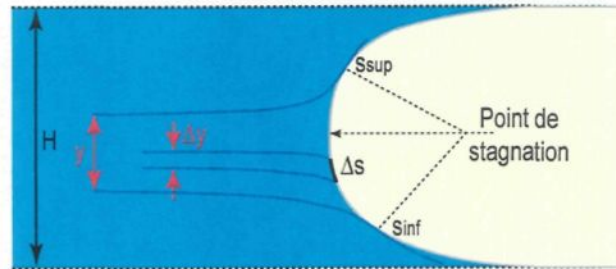


Figure C.3: Coefficient de collection.

Le coefficient de collection locale est déterminée en calculant la déflexion des gouttelettes d'eau dans l'écoulement d'air. Il peut être écrit sous forme différentielle.

$$\beta = \frac{dy}{ds} \quad (C-30)$$

L'efficacité de la collection est la sommation, des coefficients locaux de collection de la surface inférieure d'impact à la surface supérieure d'impact multipliés par l'abscisse curviligne, divisée par la hauteur frontale de l'objet.

$$E = \frac{1}{H} \cdot \int_{s_{inf}}^{s_{sup}} \beta \cdot ds \quad (C-31)$$

Une interpolation polynomiale de Lagrange est utilisée pour calculer le coefficient de collection au point i.



## C.8 Air

### C.8.1 Densité

La densité de l'air prend en considération la température et la pression, elle est exprimée avec l'équation de la loi des gaz parfaits.

$$\rho_a = \frac{P_a}{R_a \cdot T_a} \quad \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (\text{C-32})$$

La constante des gaz de l'air (287 J/kg/K) est calculé à partir de la constante universelle des gaz (8,31434 J/mole/K) et de la masse molaire de l'air (28,97 g). La densité en fonction de la température et de la pression est montrée à la **Figure C.4**

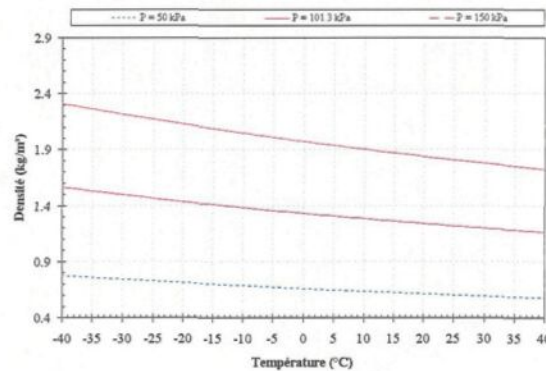


Figure C.4: Densité de l'air.

### C.8.2 Chaleur spécifique

La fonction polynomiale obtenue pour la chaleur spécifique est d'ordre 5.

$$C_{p_a} = -1,2267 \times 10^{-10} \cdot T^5 + 1,7667 \times 10^{-7} \cdot T^4 - 9,8533 \times 10^{-5} \cdot T^3 + 2,6998 \times 10^{-2} \cdot T^2 - 3,6769 \cdot T + 1206,4 \quad \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad (\text{C-33})$$

La chaleur spécifique en fonction de la température est montrée à la **Figure C.5**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.2** présente les coefficients du spline.

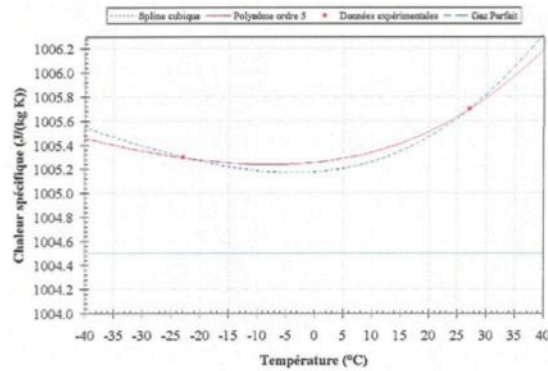


Figure C.5: Chaleur spécifique de l'air.

Tableau C.2: Coefficient du spline cubique de la chaleur spécifique de l'air.

Température (K)	Chaleur spécifique (J/kg/K)	z	Température (K)	Chaleur spécifique (J/kg/K)	z
200	1006,1	-0,24230E-03	300	1005,7	0,16478E-02
250	1005,3	0,36861E-03	350	1009,0	0,00000E+00

La chaleur spécifique peut être exprimée en fonction du ratio de compressibilité et de la constante des gaz parfaits de l'air lorsque l'air est considéré comme étant un gaz parfait. Le ratio de compressibilité de l'air est de 1,4.

$$Cp_a = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot R_a \quad \frac{J}{kg \cdot K} \quad (C-34)$$

### C.8.3 Conductivité thermique

La fonction polynomiale obtenue pour la conductivité thermique est d'ordre 2.

$$k_a = -3,3165 \times 10^{-8} \cdot T^2 + 9,7317 \times 10^{-5} \cdot T - 8,8605 \times 10^{-5} \quad \frac{W}{m \cdot K} \quad (C-35)$$

La conductivité thermique en fonction de la température est montrée à la **Figure C.6**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.3** présente les coefficients du spline.

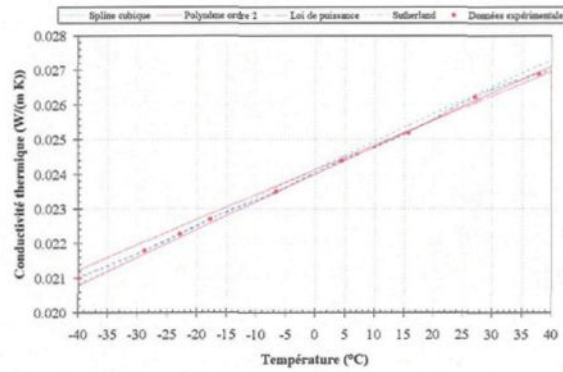


Figure C.6: Conductivité thermique de l'air.

Tableau C.3: Coefficient du spline cubique de la conductivité thermique de l'air.

Température (K)	Conductivité thermique (W/m/K)	z	Température (K)	Conductivité thermique (W/m/K)	z
233,16	0,0210	-0,14439E-05	277,46	0,0244	-0,34812E-05
244,26	0,0218	0,16149E-05	288,76	0,0252	0,49866E-05
250,16	0,0223	0,11277E-05	300,16	0,0262	-0,56549E-05
255,36	0,0227	-0,31493E-05	310,96	0,0269	0,12526E-05
266,46	0,0235	0,29802E-05	322,06	0,0276	0,16145E-05

Une corrélation empirique se basant sur une loi de puissance est possible. La température de référence est de 0°C, le coefficient de conductivité thermique mesuré à la température de référence est de 0,02415 (W/m/K) et le facteur de puissance est 0,81.

$$k_a = k_{ref} \cdot \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^n \quad \frac{W}{m \cdot K} \quad (C-36)$$

La corrélation empirique de Sutherland peut être utilisée avec une constante de Sutherland de 194,44 K.

$$k_a = k_{ref} \cdot \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{T_{ref} + S}{T + S} \quad \frac{W}{m \cdot K} \quad (C-37)$$

#### C.8.4 Viscosité dynamique

La fonction polynomiale obtenue pour la viscosité dynamique est d'ordre 2.

$$\mu_a = -5,1825 \times 10^{-11} \cdot T^2 + 7,8286 \times 10^{-8} \cdot T - 3,4374 \times 10^{-7} \quad \text{Pa} \cdot \text{s} \quad (C-38)$$

La viscosité dynamique en fonction de la température est montrée à la **Figure C.7**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.4** présente les coefficients du spline.

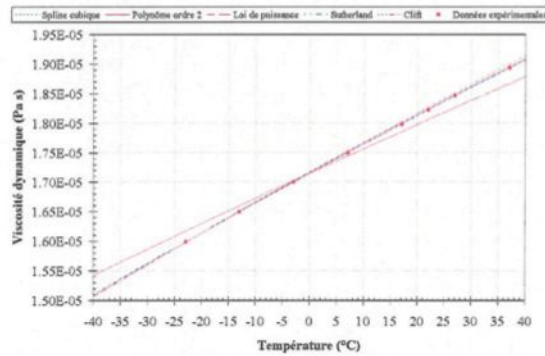


Figure C.7: Viscosité dynamique de l'air.

Tableau C.4: Coefficient du spline cubique de la viscosité dynamique de l'air.

Température (K)	Viscosité dynamique (Pa s)	z	Température (K)	Viscosité dynamique (Pa s)	z
200	0,13289E-04	-0,11475E-09	290	0,17980E-04	0,87788E-10
250	0,15990E-04	-0,89884E-10	295	0,18220E-04	0,18138E-09
260	0,16500E-04	-0,15963E-09	300	0,18462E-04	-0,33330E-09
270	0,17000E-04	0,12842E-09	310	0,18930E-04	-0,50791E-10
280	0,17500E-04	-0,35405E-09	320	0,19390E-04	0,56462E-10

Une corrélation empirique se basant sur une loi de puissance peut être utilisée avec une température de référence de 0°C, une viscosité dynamique mesurée à la température de référence de  $1,716 \times 10^{-5}$  (Pa s) et un facteur de puissance 0.666.

$$\mu_a = \mu_{ref} \cdot \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^n \quad Pa \cdot s \quad (C-39)$$

La corrélation empirique de Sutherland peut être utilisée avec une constante de Sutherland de 110,56 K.

$$\mu_a = \mu_{ref} \cdot \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{T_{ref} + S}{T + S} \quad Pa \cdot s \quad (C-40)$$



La corrélation empirique de Clift peut être utilisée avec une constante de 120 K, une viscosité dynamique de référence de  $0,14964 \times 10^{-5}$  (Pa s) et un facteur de puissance 1.5.

$$\mu_a = \mu_{ref} \cdot \frac{T^{\frac{3}{2}}}{T + S} \quad Pa \cdot s \quad (C-41)$$

### C.8.5 Facteur d'émission

La fonction polynomiale obtenue pour le coefficient d'émissivité pour la loi de Bliss est d'ordre 1.

$$\varepsilon_a = 4,0 \times 10^{-3} \cdot T - 2,9264 \times 10^{-1} \quad (C-42)$$

Le coefficient d'émissivité en fonction du point de rosée est montré à la **Figure C.8**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.5** présente les coefficients du spline.

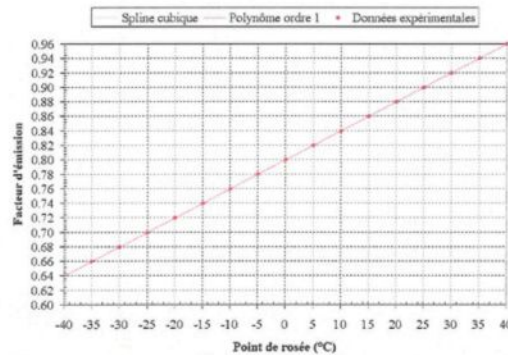


Figure C.8: Coefficient d'émissivité de l'air.

Tableau C.5: Coefficient du spline cubique du coefficient d'émissivité de l'air.

Température (K)	Facteur d'émission	z	Température (K)	Facteur d'émission	z
233,16	0,64000E+00	0,00000E+00	273,16	0,80000E+00	-0,10111E-16
243,16	0,68000E+00	-0,64181E-17	278,16	0,82000E+00	0,99695E-17
248,16	0,70000E+00	0,11447E-16	283,16	0,84000E+00	-0,27059E-17
253,16	0,72000E+00	-0,12309E-16	288,16	0,86000E+00	0,85394E-18
258,16	0,74000E+00	0,10726E-16	293,16	0,88000E+00	-0,70989E-18
263,16	0,76000E+00	-0,35344E-17	313,16	0,96000E+00	0,00000E+00
268,16	0,78000E+00	0,34112E-17			

## C.9 Vapeur d'eau

### C.9.1 Densité

La densité de l'air prend en considération la température et la pression, elle est exprimée avec l'équation de la loi des gaz parfait.

$$\rho_v = \frac{P_v}{R_v \cdot T_v} \quad \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (\text{C-43})$$

La constante des gaz de la vapeur (461,5 J/kg/K) est calculé à partir de la constante universelle des gaz (8,31434 J/mole/K) et de la masse molaire de la vapeur (18,015 g). La densité en fonction de la température et de la pression est montrée à la **Figure C.9**.

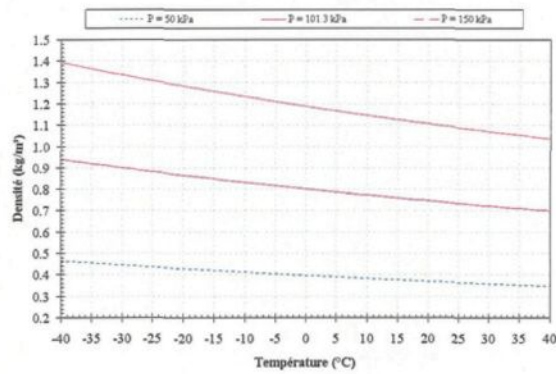


Figure C.9: Densité de la vapeur.

### C.9.2 Chaleur spécifique

La fonction polynomiale obtenue pour la chaleur spécifique est d'ordre 3.

$$C_{p_v} = -2,410423 \times 10^{-4} \cdot T^4 + 2,402809 \times 10^{-1} \cdot T^3 - 89,76635 \cdot T^2 + 14895,31 \cdot T - 924403,5 \quad \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad (\text{C-44})$$

La chaleur spécifique en fonction de la température est montrée à la **Figure C.10**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.6** présente les coefficients du spline.

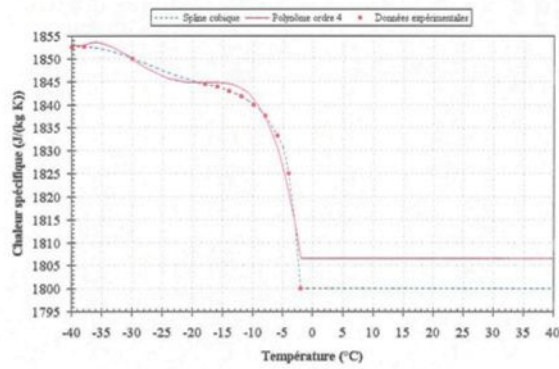


Figure C.10: Chaleur spécifique de la vapeur.

Tableau C.6: Coefficient du spline cubique de la chaleur spécifique de la vapeur.

Température (K)	Chaleur spécifique (J/kg/K)	z	Température (K)	Chaleur spécifique (J/kg/K)	z
233,16	1852,5	0,00000E+00	261,16	1841,7	-0,15207E+00
235,16	1852,6	-0,10649E+00	263,16	1840,0	-0,95617E-01
243,16	1850,0	-0,15033E-01	265,16	1837,5	-0,66546E+00
255,16	1844,4	0,50267E-01	267,16	1833,3	0,20746E+00
257,16	1843,8	-0,11354E+00	269,16	1825,0	-0,63144E+01
259,16	1842,9	-0,46096E-01	271,16	1800,0	0,00000E+00

### C.9.3 Conductivité thermique

La fonction polynomiale obtenue pour la conductivité thermique est d'ordre 2.

$$k_v = 1,8648 \times 10^{-8} \cdot T^2 + 7,09930 \times 10^{-5} \cdot T - 4,9221 \times 10^{-3} \frac{W}{m \cdot K} \quad (C-45)$$

La conductivité thermique en fonction de la température est montrée à la **Figure C.11**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.7** présente les coefficients du spline.

Tableau C.7: Coefficient du spline cubique de la conductivité thermique de la vapeur.

Température (K)	Conductivité thermique (W/m/K)	z	Température (K)	Conductivité thermique (W/m/K)	z
250,0	0,0140	0,00000E+00	290,0	0,0172	0,22072E-05
260,0	0,0148	-0,39414E-07	300,0	0,0181	-0,22376E-05
270,0	0,0156	0,15766E-06	310,0	0,0189	0,74308E-06
280,0	0,0164	-0,59121E-06	320,0	0,0197	-0,73475E-06



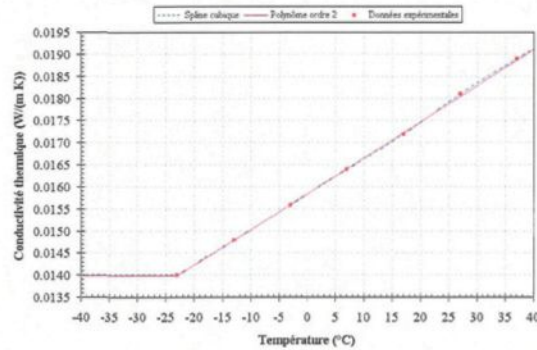


Figure C.11: Conductivité thermique de la vapeur.

#### C.9.4 Viscosité dynamique

La viscosité dynamique de la vapeur est exprimée par une loi de puissance qui prend en considération la température avec un facteur de puissance de 0,7. La viscosité dynamique de référence est de  $8,02 \times 10^{-6}$  Pa s et elle a été prise à une température de référence de 20°C. La viscosité dynamique en fonction de la température est montrée à la **Figure C.12**.

$$\mu_v = \mu_{ref} \cdot \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^n \quad Pa \cdot s \quad (C-46)$$

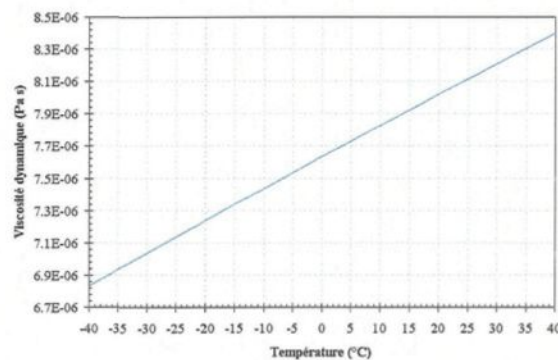


Figure C.12: Viscosité dynamique de la vapeur.

#### C.9.5 Coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air

Le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air prend en considération la température et la pression et elle est exprimée selon une loi de puissance avec un facteur de puissance de  $-1$  pour la pression et de  $1,5$  pour la température. Le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air de

référence est de  $2,282 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  et il a été pris à une température de référence de  $20^\circ\text{C}$  et à une pression de 101,3 kPa. Le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air en fonction de la température et de la pression est montrée à la **Figure C.13**.

$$D_{va} = D_{ref} \cdot \left( \frac{P_{ref}}{P_a} \right) \cdot \left( \frac{T_a}{T_{ref}} \right)^{1.5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (\text{C-47})$$

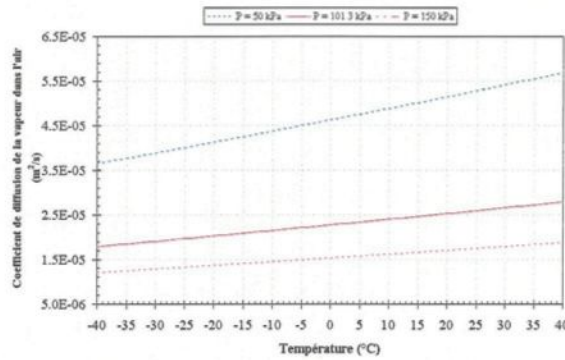


Figure C.13: Le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air.

### C.9.6 Pression de vapeur saturée

La pression de vapeur saturée est celle d'un gaz parfait. Elle est exprimée en fonction d'une température de référence, d'une pression de vapeur saturée de référence, de la constante des gaz de la vapeur d'eau et de la chaleur latente de vaporisation.

$$P_{vs} = P_{vs-ref} \cdot e^{\frac{L_{vap}}{R_v} \left( \frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T} \right)} \quad (\text{C-48})$$

Pour une pression de vapeur saturée de référence  $P_{vref}$  de 610,8 Pa, la température de référence  $T_{ref}$  est  $0^\circ\text{C}$ .

La fonction polynomiale obtenue pour la pression de vapeur saturée est d'ordre 5. :

$$P_{vsat} = 2,825133 \times 10^{-6} \cdot (T - T_{ref})^5 + 3,215858 \times 10^{-4} \cdot (T - T_{ref})^4 + 2,449903 \times 10^{-2} \cdot (T - T_{ref})^3 + 1,420678 \cdot (T - T_{ref})^2 + 45,75855 \cdot (T - T_{ref}) + 601,9393 \quad \text{Pa} \quad (\text{C-49})$$

La seconde fonction polynomiale qui peut être utilisée pour le calcul de la pression de vapeur saturée est celle de Lozowski qui est d'ordre 4.

$$P_{vsat} = 2,59 \times 10^{-4} \cdot (T - T_{ref})^4 + 2,7487 \times 10^{-2} \cdot (T - T_{ref})^3 + 1,4472 \cdot (T - T_{ref})^2 + 44,26 \cdot (T - T_{ref}) + 609,92 \quad \text{Pa} \quad (\text{C-50})$$

La température de référence est de 0°C. La pression de vapeur saturée en fonction de la température est montrée à la **Figure C.14**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.8** présente les coefficients du spline.

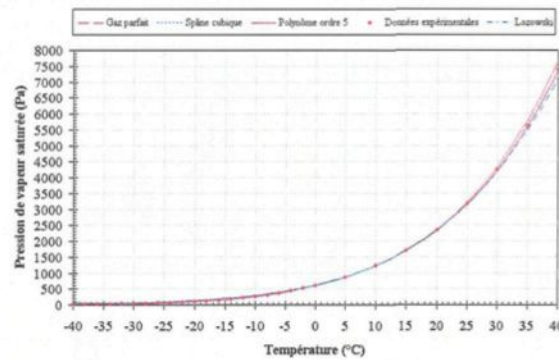


Figure C.14: Pression de vapeur saturée.

Tableau C.8: Coefficient du spline cubique de la pression de vapeur saturée.

Température (K)	Pression vapeur saturée (Pa)	z	Température (K)	Pression vapeur saturée (Pa)	z
-40,0	12,9	0,00000E+00	-10,0	260,2	1,82230E+00
-38,0	16,1	2,46040E-01	-8,0	310,2	2,17990E+00
-36,0	20,1	2,15830E-01	-6,0	368,9	2,50820E+00
-34,0	25,0	2,40620E-01	-4,0	437,5	2,63740E+00
-32,0	30,9	3,21670E-01	-2,0	517,6	4,19220E+00
-30,0	38,1	4,22700E-01	0,0	610,8	2,43610E-01
-28,0	46,9	3,87530E-01	5,0	872,1	4,43300E+00
-26,0	57,4	5,77180E-01	10,0	1227,6	4,63250E+00
-24,0	70,1	6,03740E-01	15,0	1705,1	6,31720E+00
-22,0	85,3	7,57870E-01	20,0	2339,0	7,63470E+00
-20,0	103,5	8,64790E-01	25,0	3169,0	1,02080E+01
-18,0	125,2	1,03300E+00	30,0	4246,0	1,08140E+01
-16,0	151,0	1,15330E+00	35,0	5628,0	1,97370E+01
-14,0	181,5	1,40390E+00	40,0	7384,0	0,00000E+00
-12,0	217,6	1,63090E+00			

### C.9.7 Point de rosée

Le point de rosée est déterminé en égalant la pression de vapeur saturée au point de rosée à la pression de vapeur saturée calculée à la température de l'air multipliée par l'humidité relative de l'air.

$$P_{vsat}(T_{sd}) = \phi \cdot P_{vsat}(T_a) \quad (C-51)$$

En considérant que la vapeur d'eau est un gaz parfait, le point de rosée est

$$T_{sd} = \frac{T_a}{1 - \frac{R_v \cdot T_a}{L_{vap}} \cdot \ln(\phi)} \quad (C-52)$$

Le point de rosée en fonction de la température de l'air et de l'humidité relative est montrée à la **Figure C.15**.

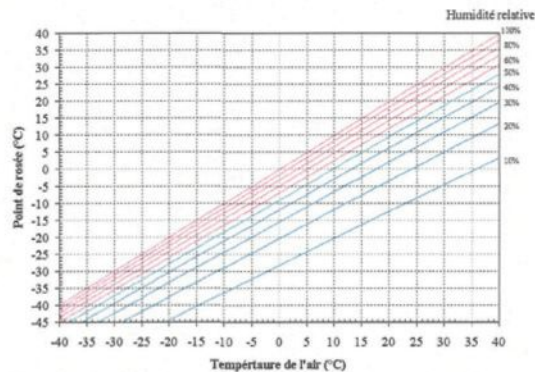


Figure C.15: Point de rosée.

## C.10 Eau

### C.10.1 Densité

La fonction polynomiale obtenue pour la densité est d'ordre 4.

$$\rho_w = -6,5315 \times 10^{-7} \cdot T^4 + 8,313 \times 10^{-4} \cdot T^3 - 0,39951 \cdot T^2 + 85,505 \cdot T - 5\,853,8 \quad \frac{kg}{m^3} \quad (C-53)$$

La densité en fonction de la température est montrée à la **Figure C.16**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.9** présente les coefficients du spline.



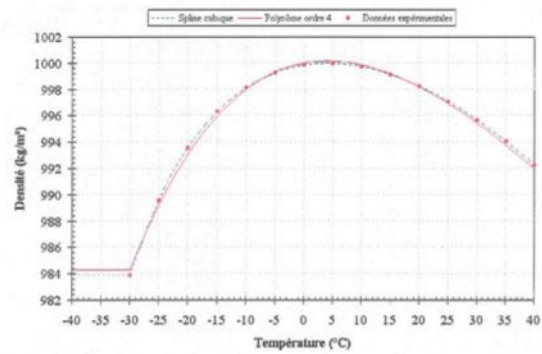


Figure C.16: Densité de l'eau.

Tableau C.9: Coefficient du spline cubique de la densité de l'eau.

Température (K)	Densité (kg/m <sup>3</sup> )	z	Température (K)	Densité (kg/m <sup>3</sup> )	z
243,16	983,86	0,00000E+00	283,16	999,70	-0,13349E-01
248,16	989,59	-0,96091E-01	288,16	999,10	-0,11768E-01
253,16	993,55	-0,40197E-01	293,16	998,21	-0,10501E-01
258,16	996,29	-0,37360E-01	298,16	997,05	-0,95175E-02
263,16	998,12	-0,26841E-01	303,16	995,65	-0,86692E-02
268,16	999,26	-0,22076E-01	308,16	994,03	-0,80295E-02
273,16	999,84	-0,18176E-01	313,16	992,22	-0,74287E-02
278,16	999,97	-0,15429E-01			

### C.10.2 Chaleur spécifique

La fonction polynomiale obtenue pour la chaleur spécifique est d'ordre 5.

$$C_{p_w} = -8,342775 \times 10^{-8} \cdot T^5 + 1,364321 \times 10^{-4} \cdot T^4 - 8,918909 \times 10^{-2} \cdot T^3 + 29,14284 \cdot T^2 - 4760,713 \cdot T + 315272,2 \quad \frac{J}{kg \cdot K} \quad (C-54)$$

La chaleur spécifique en fonction de la température est montrée à la **Figure C.17**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.10** présente les coefficients du spline.

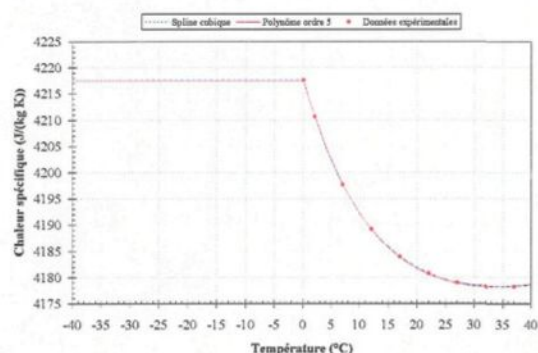


Figure C.17: Chaleur spécifique de l'eau.

Tableau C.10: Coefficient du spline cubique de la chaleur spécifique de l'eau.

Température (K)	Chaleur spécifique (J/kg/K)	z	Température (K)	Chaleur spécifique (J/kg/K)	z
273,16	4217,7	0,00000E+00	295,16	4180,8	0,51717E-01
275,16	4210,7	0,32753E+00	300,16	4179,0	0,47261E-01
280,16	4197,7	0,16292E+00	305,16	4178,3	0,23237E-01
285,16	4189,3	0,12480E+00	310,16	4178,3	0,27791E-01
290,16	4184,0	0,81870E-01	315,16	4178,9	0,96009E-02

### C.10.3 Conductivité thermique

La fonction polynomiale obtenue pour la conductivité thermique est d'ordre 3.

$$k_w = -2,152298 \times 10^{-8} \cdot T^3 + 1,398386 \times 10^{-5} \cdot T^2 - 1,049429 \times 10^{-3} \cdot T + 0,2450529 \frac{W}{m \cdot K} \quad (C-55)$$

La conductivité thermique en fonction de la température est montrée à la **Figure C.18**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.11** présente les coefficients du spline.

Tableau C.11: Coefficient du spline cubique de la conductivité thermique de l'eau.

Température (K)	Conductivité thermique (W/m/K)	z	Température (K)	Conductivité thermique (W/m/K)	z
250	0,522	0,00000E+00	290	0,592	6,30040E-06
260	0,539	-3,01130E-05	300	0,609	-5,35140E-05
270	0,555	6,04500E-05	310	0,623	2,77560E-05
280	0,574	-3,16880E-05	320	0,637	-5,75100E-05

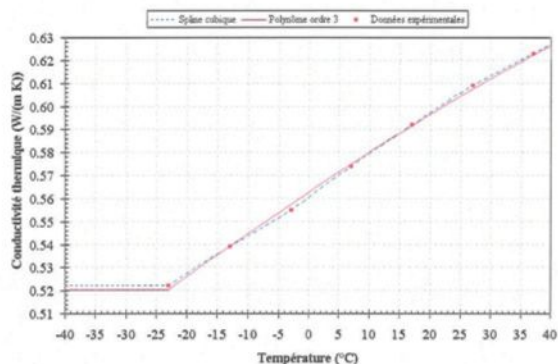


Figure C.18: Conductivité thermique de l'eau.

#### C.10.4 Viscosité dynamique

La fonction polynomiale obtenue pour la viscosité dynamique est d'ordre 5.

$$\mu_w = -9,284792 \times 10^{-14} \cdot T^5 + 1,787881 \times 10^{-10} \cdot T^4 - 1,370966 \times 10^{-7} \cdot T^3 + 5,235742 \times 10^{-5} \cdot T^2 - 9,967257 \times 10^{-3} \cdot T + 0,7578796 \quad \text{Pa} \cdot \text{s} \quad (\text{C-56})$$

La viscosité dynamique en fonction de la température est montrée à la **Figure C.19**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.12** présente les coefficients du spline.

Tableau C.12: Coefficient du spline cubique de la viscosité dynamique de l'eau.

Température (K)	Viscosité dynamique (Pa s)	z	Température (K)	Viscosité dynamique (Pa s)	z
264,00	2,55E-03	0,0000E+00	285,00	1,23E-03	3,6332E-06
264,67	2,46E-03	8,12120E-05	290,00	1,08E-03	3,4768E-07
266,00	2,34E-03	-2,8379E-05	295,00	9,59E-04	7,3604E-07
267,00	2,25E-03	6,0525E-06	300,00	8,55E-04	7,8817E-07
268,45	2,12E-03	7,5367E-06	305,00	7,69E-04	4,3130E-07
271,00	1,93E-03	6,0044E-06	310,00	6,95E-04	3,6665E-07
273,00	1,80E-03	-1,0223E-05	315,00	6,31E-04	5,0211E-07
275,00	1,65E-03	1,3889E-05	320,00	5,77E-04	2,4897E-08
280,00	1,42E-03	-2,4006E-06			



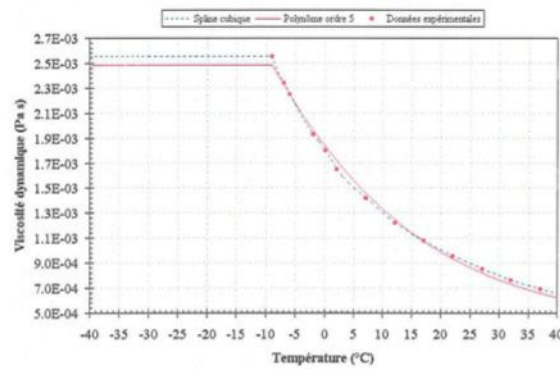


Figure C.19: Viscosité dynamique de l'eau.

### C.10.5 Tension de surface

La fonction polynomiale obtenue pour la tension de surface est d'ordre 5.

$$\sigma_w = \frac{1,777046 \times 10^{-13} \cdot T^5 - 3,353071 \times 10^{-10} \cdot T^4 + 2,511101 \times 10^{-7} \cdot T^3 - 9,349405 \times 10^{-5} \cdot T^2 + 1,715349 \times 10^{-2} \cdot T - 1,155566}{m} \quad (\text{C-57})$$

La tension de surface en fonction de la température est montrée à la **Figure C.20**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.13** présente les coefficients du spline.

Tableau C.13: Coefficient du spline cubique de la tension de surface de l'eau.

Température (K)	Tension surface (Pa)	z	Température (K)	Tension surface (Pa)	z
270	0,0755	0,00000E+00	300	0,0717	1,45630E-05
275	0,0753	-1,92800E-05	305	0,0709	-1,26870E-05
280	0,0748	5,12080E-06	310	0,0700	1,21840E-05
285	0,0743	-1,20310E-06	315	0,0692	-1,20480E-05
290	0,0737	-2,43080E-05	320	0,0683	1,20100E-05
295	0,0727	2,43650E-06			

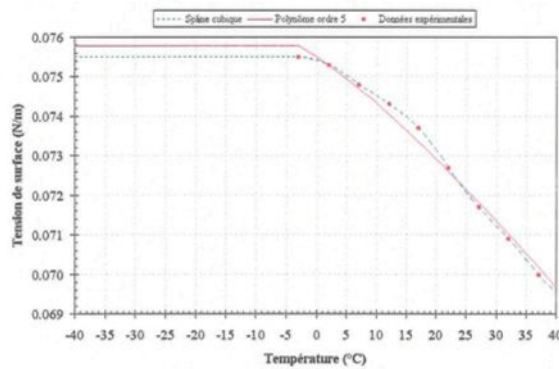


Figure C.20: La tension de surface de l'eau.

### C.10.6 Angle de contact

La fonction polynomiale obtenue pour l'angle de contact est d'ordre 3.

$$\theta_c = -1,70563 \times 10^{-2} \cdot T^3 + 13,50105 \cdot T^2 - 356,3446 \cdot T + 313637,2 \quad ^\circ \quad (\text{C-58})$$

L'angle de contact en fonction de la température est montré à la **Figure C.21**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.14** présente les coefficients du spline.

Tableau C.14: Coefficient du spline cubique de l'angle de contact d'une goutte d'eau.

Température (K)	Angle contact (°)	z	Température (K)	Angle contact (°)	z
253,2	58,50	8,80140E-01	264,0	25,10	-6,18570E-02
254,0	53,20	4,15960E-01	265,0	23,90	-4,26370E-02
255,0	47,60	9,96020E-01	266,0	22,60	-2,47590E-01
256,0	42,80	4,59970E-01	267,0	21,10	-3,46990E-01
257,0	38,80	2,84110E-01	268,0	19,20	-3,44450E-01
258,0	35,40	2,03570E-01	269,0	17,00	-5,55210E-01
259,0	32,80	3,41590E-01	270,0	14,20	-6,74720E-01
260,0	30,80	5,00670E-02	271,0	10,80	-5,85920E-01
261,0	29,00	8,80140E-01	272,0	6,64	-1,42160E+00
262,0	27,50	4,15960E-01	273,0	1,66	1,29230E+00
263,0	26,20	9,96020E-01	273,2	0,72	0,00000E+00

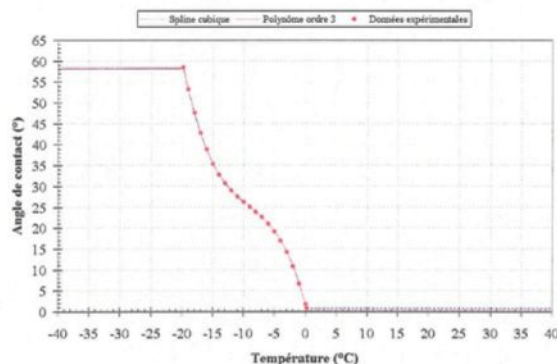


Figure C.21: L'angle de contact d'une goutte d'eau.

### C.10.7 Hystérésis

La fonction polynomiale obtenue pour l'hystérésis est d'ordre 1.

$$\Delta\theta_c = -1,329182 \cdot T + 363,0819 \quad ^\circ \quad (\text{C-59})$$

L'hystérésis en fonction de la température est montrée à la **Figure C.24**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.15** présente les coefficients du spline.

Tableau C.15: Coefficient du spline cubique de l'hystérésis d'une goutte d'eau.

Température (K)	Hystérésis (°)	z	Température (K)	Hystérésis (°)	z
256,38	22,3	0,00000E+00	263,27	13,1	9,63610E-03
256,84	21,7	4,98970E-03	264,19	11,9	-2,98630E-03
257,30	21,1	-1,99590E-02	264,65	11,3	-1,35420E-03
258,68	19,3	2,00540E-02	265,11	10,7	8,40310E-03
259,14	18,6	-6,04090E-03	265,57	10,1	-3,22580E-02
259,60	18,0	4,10900E-03	266,49	8,86	2,16850E-02
260,06	17,4	-1,03950E-02	267,87	7,03	-3,5860E-03

### C.10.8 Facteur d'émission

Le coefficient d'émissivité en fonction de la longueur d'onde est montré à la **Figure C.22**.

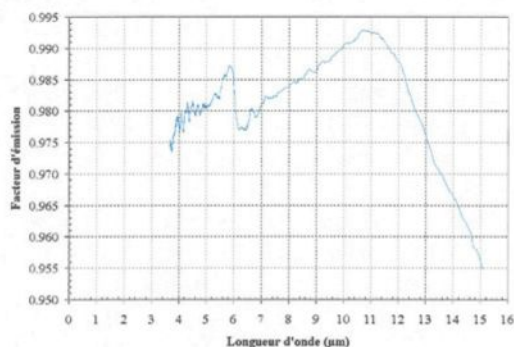


Figure C.22: Coefficient d'émissivité de l'eau en fonction de la longueur d'onde.

### C.10.9 Coefficient d'émissivité totale

Le coefficient d'émissivité totale en fonction de la température a été calculé en intégrant sur toutes les longueurs d'onde du spectre l'émission monochromatique d'un corps noir donné par la loi de Planck multiplié par le coefficient d'émissivité en fonction de la longueur d'onde divisé par l'énergie radiante totale.

$$\varepsilon_w(T) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_w(\lambda) \cdot \frac{3,7418 \times 10^{-16} \cdot W \cdot m^2}{\lambda^5} \cdot \left( e^{\frac{0,014388 \cdot m \cdot K}{\lambda \cdot T}} - 1 \right)^{-1}}{\sigma_{SB} \cdot T^4} \quad (C-60)$$

La fonction polynomiale obtenue pour le coefficient d'émissivité totale est d'ordre 2.

$$\varepsilon_w = -2,679617 \times 10^{-6} \cdot T^2 + 2,057962 \times 10^{-3} \cdot T + 0,54003445 \quad (C-61)$$

Le coefficient d'émissivité totale en fonction de la température est montré à la **Figure C.23**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.16** présente les coefficients du spline.



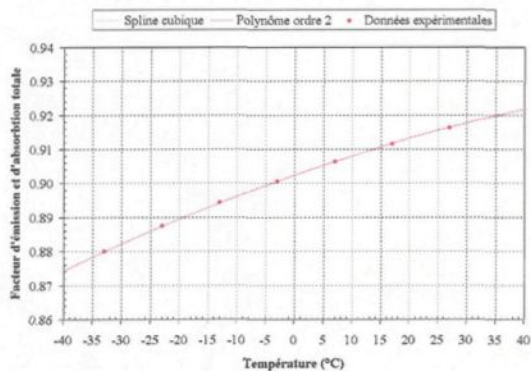


Figure C.23: Coefficient d'émissivité totale de l'eau en fonction de la température.

Tableau C.16: Coefficient du spline cubique du coefficient d'émissivité de l'eau.

Température (K)	Facteur d'émission	z	Température (K)	Facteur d'émission	z
230	0,87192	0.00000E+00	300	0,91657	-0,330300E-05
240	0,87991	-0,678090E-05	320	0,92450	-0,112570E-04
250	0,88736	-0,497650E-05	340	0,93029	0,161720E-04
260	0,89427	-0,547330E-05	360	0,93393	-0,855890E-04
270	0,90065	-0,535030E-05	370	0,93029	0,153230E-03
280	0,90649	-0,522540E-05	380	0,93543	0,000000E+00
290	0,91180	-0,590790E-05			

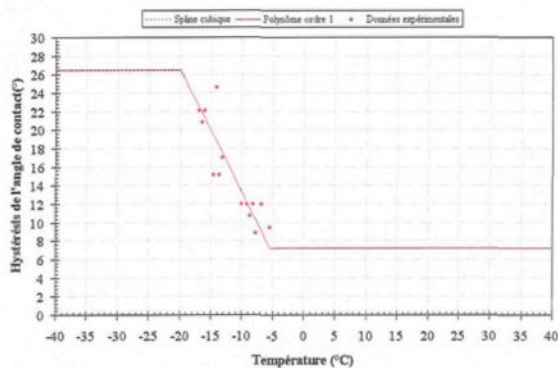


Figure C.24: L'hystérésis d'une goutte d'eau.

#### C.10.10 Chaleur latente de vaporisation

La chaleur latente de vaporisation prend en considération la température et elle est exprimée par la relation suivante

$$L_{vap} = L_{vapref} + (C_{p_v} - C_{p_w}) \cdot (T - T_{ref}) \quad \frac{J}{kg} \quad (C-62)$$

La chaleur latente de vaporisation de référence de l'eau est de 2 501 300 J/kg et elle a été mesurée à une température de référence de 0 °C. La chaleur latente de vaporisation en fonction de la température est montrée à la **Figure C.25**.

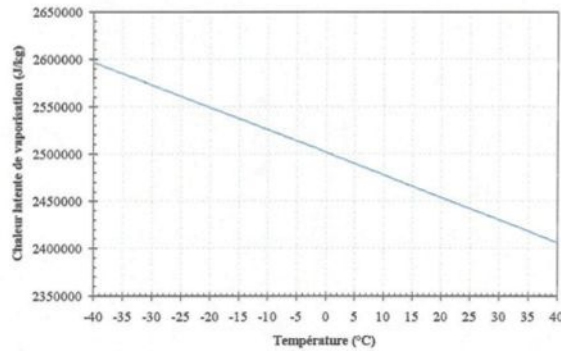


Figure C.25: Chaleur latente de vaporisation de l'eau.

#### C.10.11 Chaleur latente de solidification

La chaleur latente de solidification prend en considération la température et elle est exprimée par la relation suivante

$$L_f = L_{fref} + (C_{p_w} - C_{p_i}) \cdot (T - T_{ref}) \quad \frac{J}{kg} \quad (C-63)$$

La chaleur latente de solidification de référence de l'eau est de 333 430 J/kg et elle a été mesurée à une température de référence de 0 °C. La chaleur latente de solidification en fonction de la température est montrée à la **Figure C.26**.

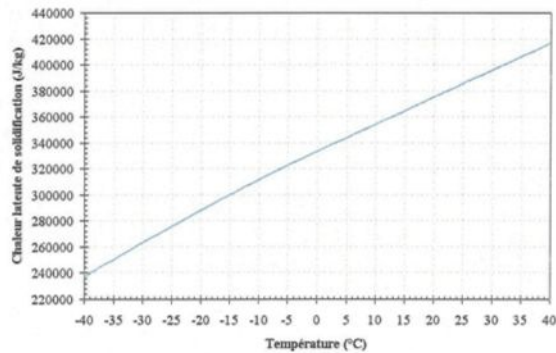


Figure C.26: Chaleur latente de solidification de l'eau.

### C.10.12 Fraction mouillée

La fraction mouillée est exprimée en fonction du facteur d'étalement.

$$f_w = \frac{f_s(\theta_c)}{f_s(10^\circ)} \quad (\text{C-64})$$

La fraction mouillée en fonction de la température est montrée à la **Figure C.27**.

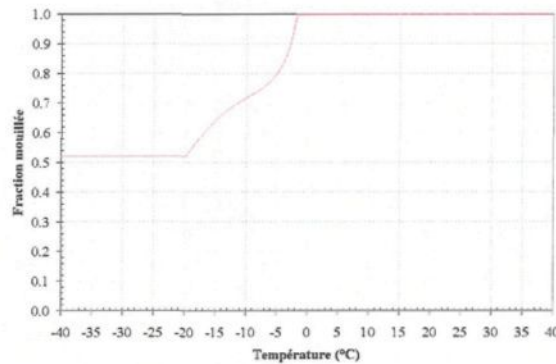


Figure C.27: Fraction mouillée.

## C.11 Glace

### C.11.1 Densité

La densité de la glace est déterminée empiriquement en faisant la corrélation des données expérimentales mesurées sur des cylindres tournants. Le coefficient  $X$  est un nombre dimensionnel qui est fonction du diamètre des gouttelettes d'eau en surfusion exprimé en micromètres, de la vitesse de l'écoulement non perturbé exprimée en mètres par seconde, de la température de surface de l'objet exprimée en Kelvin et de la température de solidification exprimée en Kelvin.

$$X = \frac{d_d}{2} \cdot \frac{U_\infty}{T_f - T_s} \quad \text{et} \quad T_f > T_s \quad (\text{C-65})$$

La première équation pour la densité de la glace a été développée par Macklin<sup>53</sup>. Elle est fonction du coefficient  $X$  et d'une densité de référence qui correspond à la densité de l'eau, mesurée à 4°C, qui est de 1 000 kg/m<sup>3</sup>.



$$\rho_i = \rho_{ref} \cdot \left( \frac{X}{X+1,5} \right)^2 \quad (C-66)$$

La seconde équation pour la densité de la glace a été développée par Laforte<sup>41</sup>. Elle est fonction du coefficient X et de la densité maximale que la glace peut atteindre qui est de 917 kg/m<sup>3</sup>.

$$\rho_i = \rho_{imax} \cdot \left( \frac{X}{X+1,3} \right)^2 \quad (C-67)$$

La troisième équation, pour la densité de la glace, a été développée par Macklin<sup>54</sup>. Elle est seulement fonction du coefficient X.

$$\rho_i = \begin{cases} 110 \cdot X^{0,76} & X < 17 \\ 900 & X \geq 17 \end{cases} \quad (C-68)$$

La quatrième équation, pour la densité de la glace, a été développée par Pflaum et Pruppacher<sup>55</sup>. Elle est seulement fonction du coefficient X.

$$\rho_i = 261 \cdot X^{0,38} \quad (C-69)$$

La cinquième équation, pour la densité de la glace, a été développée par Bain et Gayet<sup>56</sup>. Elle est seulement fonction du coefficient X.

$$\rho_i = \begin{cases} 110 \cdot X^{0,76} & X \leq 10 \\ 1000 \cdot \left( \frac{X}{X+5,61} \right) & 10 < X < 60 \\ 917 & 60 \leq X \end{cases} \quad (C-70)$$

La sixième équation, pour la densité de la glace, a été développée par Jones et Macklin<sup>23</sup>. Elle est seulement fonction du coefficient X.

$$\rho_i = 1000 \cdot \begin{cases} 218 \cdot X^{0,76} & X \leq 10 \\ \left( \frac{X}{1,13 \cdot X + 2,15} \right) & 10 < X < 60 \\ 840 & 60 \leq X \end{cases} \quad (C-71)$$

Le coefficient Y est un nombre dimensionnel qui est fonction du diamètre des gouttelettes d'eau en surfusion exprimé en micromètres, ainsi que de la vitesse de l'écoulement non perturbé

exprimée en mètres par seconde, de la teneur en eau liquide exprimée  $\text{g/m}^3$ , du diamètre du cylindre exprimé en centimètres, de la température de surface de l'objet exprimée en Kelvin et de la température de solidification exprimée en Kelvin.

$$Y = \frac{d_d^{0,82} \cdot U_\infty^{0,59} \cdot LWC^{0,21}}{d_c^{0,48} \cdot (T_f - T_s)^{0,23}} \quad \text{et } T_f > T_s \quad (\text{C-72})$$

L'équation pour la densité de la glace développée par Jones<sup>23</sup> est fonction du coefficient Y et d'une densité de référence qui correspond à la densité de l'eau mesurée à 4°C.

$$\rho_i = \rho_{\text{ref}} \cdot e^{[-0,15 \cdot (1 + 6043 \cdot Y^{-2,65})]} \quad (\text{C-73})$$

La densité en fonction du facteur X est montrée à la **Figure C.28** et la densité en fonction du facteur Y est montrée à la **Figure C.29**.

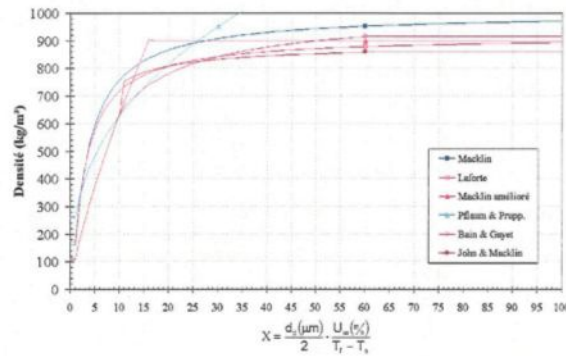


Figure C.28: Densité de la glace en fonction du facteur X.

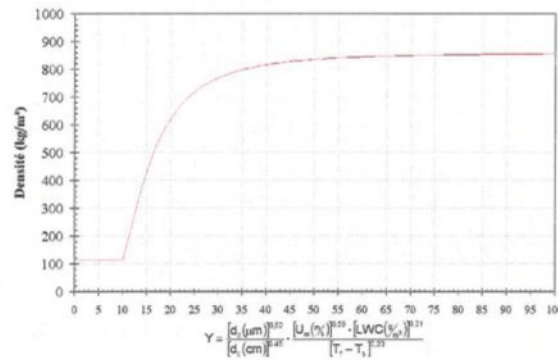


Figure C.29: Densité de la glace en fonction du facteur Y.

Les corrélations empiriques de la glace peuvent prédire des densités de glace très faibles sous certaines conditions qui sont indésirables. Pour contourner le problème, une corrélation basée sur la fraction solide de la glace est parfois utilisée. La corrélation du LEWICE<sup>9</sup> basée sur la fraction solide de la glace a été développée en supposant que le givre se forme lorsque la fraction solide est de 1, que le verglas se forme lorsque la fraction est de 0 et que pour des valeurs intermédiaires de la fraction solide, le type de glace est mixte. La densité de la glace se calcule par une règle de trois lorsque les densités du givre et du verglas sont connues. Une densité de 820 kg/m<sup>3</sup> pour le givre et une densité de 917 kg/m<sup>3</sup> pour le verglas sont utilisées.

$$\rho_i = 820 \cdot f + 917 \cdot (1 - f) \quad (\text{C-74})$$

### C.11.2 Chaleur spécifique

La fonction polynomiale obtenue pour la chaleur spécifique est d'ordre 1.

$$C_{p_i} = 7,9268 \cdot T - 47,79 \quad \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad (\text{C-75})$$

La chaleur spécifique en fonction de la température est montrée à la **Figure C.30**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.17** présente les coefficients du spline.

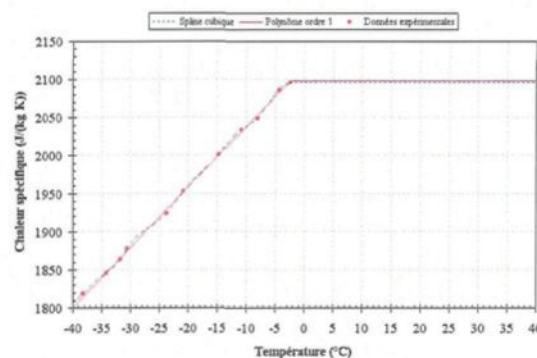


Figure C.30: Chaleur spécifique de la glace.

Tableau C.17: Coefficient du spline cubique de la chaleur spécifique de la glace.

Température (K)	Chaleur spécifique (J/kg/K)	z	Température (K)	Chaleur spécifique (J/kg/K)	z
213,16	1640,1	0,00000E+00	252,36	1953,1	-0,14767E+01
234,86	1818,4	-0,11518E+00	258,36	2000,8	0,12317E+01
238,86	1845,6	-0,64484E+00	262,16	2033,8	-0,28618E+01
241,36	1863,6	0,44975E+01	265,06	2048,5	0,41299E+01
242,56	1877,8	-0,32244E+01	268,76	2086,4	-0,41000E+01
249,46	1924,2	0,23457E+01	270,76	2096,4	0,00000E+00

### C.11.3 Conductivité thermique

La fonction polynomiale obtenue pour la conductivité thermique est d'ordre 3.

$$k_i = 1,414141 \times 10^{-6} \cdot T^3 - 1,04606 \times 10^{-3} \cdot T^2 + 0,2497028 \cdot T - 16,71973 \quad \frac{W}{m \cdot K} \quad (C-76)$$

La conductivité thermique en fonction de la température est montrée à la **Figure C.31**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.18** présente les coefficients du spline.

Tableau C.18: Coefficient du spline cubique de la conductivité thermique de la glace.

Température (K)	Conductivité thermique (W/m/K)	z	Température (K)	Conductivité thermique (W/m/K)	z
233	2,56	0,0000E+00	258	2,36	-1,8468E-04
238	2,52	-8,8365E-07	263	2,32	6,8925E-04
243	2,48	3,5346E-06	268	2,29	-1,7231E-04
248	2,44	-1,3255E-05	273	2,26	0,0000E+00
253	2,40	4,9485E-05			

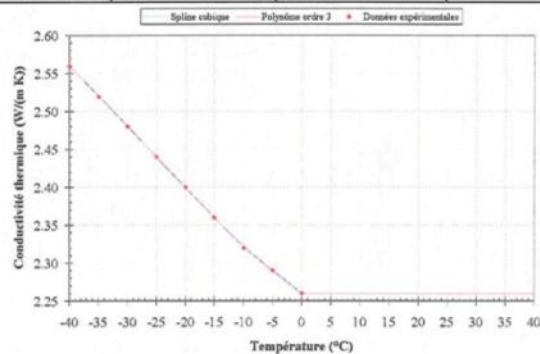


Figure C.31: Conductivité thermique de la glace.

### C.11.4 Facteur d'émission

Le coefficient d'émissivité en fonction de la longueur d'onde est montré à la **Figure C.32**.

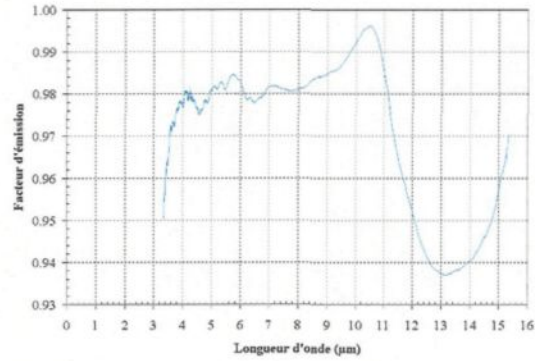


Figure C.32: Coefficient d'émissivité de la glace en fonction de la longueur d'onde.

### C.11.5 Coefficient d'émissivité totale

Le coefficient d'émissivité totale en fonction de la température est calculé en intégrant sur toutes les longueurs d'onde du spectre l'émission monochromatique d'un corps noir donné par la loi de Planck multiplié par le coefficient d'émissivité en fonction de la longueur d'onde divisé par l'énergie radiante totale.

$$\varepsilon_i(T) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_i(\lambda) \cdot \frac{3,7418 \times 10^{-16} \cdot W \cdot m^2}{\lambda^5} \cdot \left( e^{\frac{0,014388 \cdot m \cdot K}{\lambda \cdot T}} - 1 \right)^{-1}}{\sigma_{SB} \cdot T^4} \quad (C-77)$$

Le coefficient d'émissivité totale en fonction de la température est montré à la **Figure C.33**.

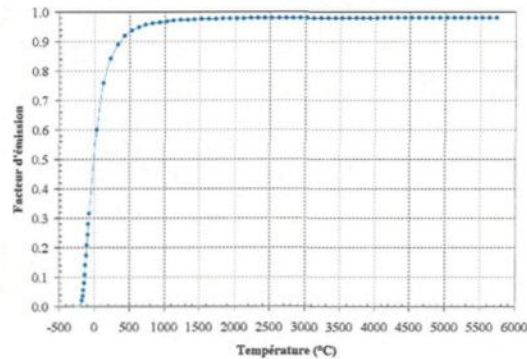


Figure C.33: Coefficient d'émissivité totale de la glace en fonction de la température.



### C.11.6 Chaleur latente de sublimation

La fonction polynomiale obtenue pour la chaleur latente de sublimation est d'ordre 2.

$$L_{sub} = -3,846 \cdot T^2 - 257,41 \cdot T + 2\,834\,800 \quad \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad (\text{C-78})$$

La chaleur latente de sublimation en fonction de la température est montrée à la **Figure C.34**, ainsi que la courbe d'interpolation par un spline cubique et le **Tableau C.19** présente les coefficients du spline cubique.

Tableau C.19: Coefficient du spline cubique de la chaleur latente de sublimation de la glace.

Température (K)	Chaleur latente de sublimation (J/kg)	z	Température (K)	Chaleur latente de sublimation (J/kg)	z
0	2,8348E+06	0,00000E+00	-18	2,8382E+06	-0,47688E+02
-2	2,8353E+06	-0,54056E+02	-20	2,8384E+06	0,27126E+02
-4	2,8357E+06	0,66224E+02	-22	2,8386E+06	-0,60816E+02
-6	2,8362E+06	-0,60839E+02	-24	2,8387E+06	0,66137E+02
-8	2,8366E+06	0,27132E+02	-26	2,8389E+06	-0,53732E+02
-10	2,8370E+06	-0,47689E+02	-28	2,8390E+06	-0,12094E+01
-12	2,8373E+06	0,13626E+02	-34	2,8391E+06	-0,12198E+02
-14	2,8376E+06	-0,68127E+01	-40	2,8389E+06	0,00000E+00
-16	2,8379E+06	0,13625E+02			

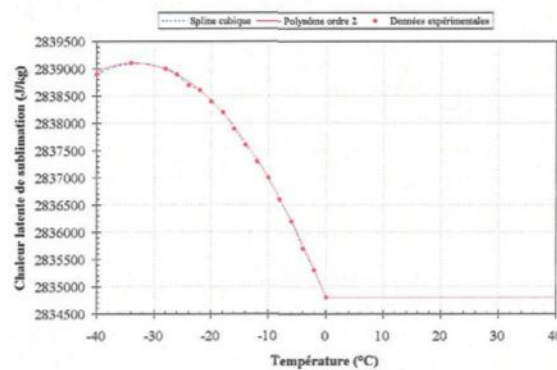


Figure C.34: Chaleur latente de sublimation de la glace.

### C.11.7 Vitesse du front de solidification

La vitesse du front de solidification de la glace prend en considération le degré de surfusion et elle est exprimée en fonction de la température du front de solidification.



$$\dot{e}_i = \dot{e}_{dgi} \cdot \left[ \frac{T_f - T_{wb}}{\Delta T_{dgi}} \right]^{n_{dgi}} \frac{m}{s} \quad (\text{C-79})$$

La vitesse du front de solidification de référence est de 187  $\mu\text{m/s}$  et elle a été prise à un degré de surfusion de référence de 1°C. Le facteur de puissance de la loi de croissance des dendrites de glace est de 2,09. La vitesse du front de solidification en fonction du degré de surfusion est montrée à la **Figure C.35**.

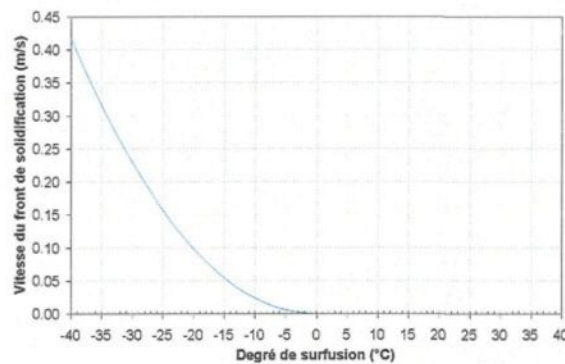


Figure C.35: Vitesse du front de solidification de la glace.

## ANNEXE D

### COMPLÉMENT À LA MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE DE L'ACCRÉTION

#### D.1 Panneaux d'angles obtus

La solution proposée consiste à additionner deux nouveaux panneaux simultanément. Les surfaces de glace du panneau étudié et du panneau adjacent sont additionnées et le total est redistribué sous les nouveaux panneaux selon trois surfaces triangulaires. Le calcul de la position des nœuds  $n2$  et  $n3$  s'effectue selon deux possibilités. Avec la première possibilité, la surface géométrique disponible est inférieure à la surface de glace calculée (**Figure D.1**) et avec la seconde, la surface géométrique est supérieure à la surface de glace calculée (**Figure D.2**).

##### D.1.1 Surface géométrique suffisante

Lorsque la surface géométrique disponible est inférieure à la surface de glace calculée, la position du nœud  $n3$ , défini par les coordonnées  $(x_{n3}, y_{n3})$ , est calculée, et le nœud  $n2$ , défini par les coordonnées  $(x_{n2}, y_{n2})$ , correspond à l'intersection entre la bissectrice passant par le nœud 2 et le nouveau panneau formé par les nœuds  $n1$  et  $n3$  (**Figure D.1**).

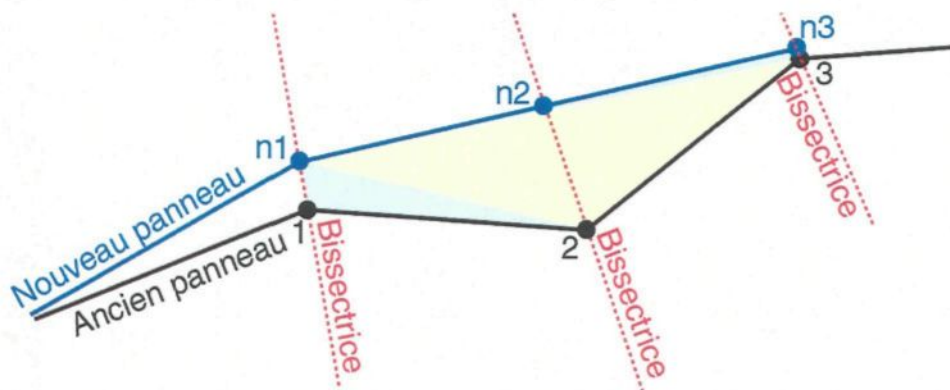


Figure D.1: Panneau d'angle obtus avec aire géométrique suffisante.

La première surface triangulaire est formée par les nœuds 1, 2 et n1. Elle est délimitée par la bissectrice passant par le nœud 1. La seconde surface triangulaire est formée par les nœuds 2, 3 et n1. La troisième surface triangulaire est formée par les nœuds 3, n1 et n3, et elle est délimitée par la bissectrice passant par le nœud 3. Les surfaces triangulaires sont positives lorsque calculées selon un sens anti-horaire.

$$A_{i1} + A_{i2} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_2 + x_{n1} \cdot y_1 - x_1 \cdot y_{n1} + \\ x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_3 + x_{n1} \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n1} + \\ x_3 \cdot y_{n3} - x_{n3} \cdot y_3 + x_{n3} \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_{n3} + x_{n1} \cdot y_3 - x_3 \cdot y_{n1} \end{bmatrix} \quad (D-1)$$

La coordonnée  $x_{n3}$  est obtenue en sachant que la bissectrice du nœud 3 passe par les coordonnées  $(x_3, y_3)$  et  $(x_{n3}, y_{n3})$ , en substituant  $y_{n3}$  dans l'équation de la surface de glace selon le nœud 3 et en isolant  $x_{n3}$ .

$$x_{n3} = x_3 - \frac{(x_3 - x_1) \cdot (y_2 - y_{n1}) - (y_3 - y_1) \cdot (x_2 - x_{n1}) + 2 \cdot (A_{i1} + A_{i2})}{(y_3 - y_{n1}) - mb_3 \cdot (x_3 - x_{n1})} \quad (D-2)$$

La coordonnée  $y_{n3}$  est obtenue en substituant  $x_{n3}$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n3}$ .

$$y_{n3} = y_3 - mb_3 \cdot \frac{(x_3 - x_1) \cdot (y_2 - y_{n1}) - (y_3 - y_1) \cdot (x_2 - x_{n1}) + 2 \cdot (A_{i1} + A_{i2})}{(y_3 - y_{n1}) - mb_3 \cdot (x_3 - x_{n1})} \quad (D-3)$$

Le nœud n2 est formé par l'intersection de la bissectrice, passant par les nœud 2 et n2 dont les coordonnées sont  $(x_2, y_2)$  et  $(x_{n2}, y_{n2})$ , avec le panneau formé par les nœuds n1 et n3, dont les coordonnées sont  $(x_{n1}, y_{n1})$  et  $(x_{n3}, y_{n3})$ . La coordonnée  $x_{n2}$  est obtenue en substituant  $y_{n2}$  dans l'équation de la bissectrice passant par le nœud 2 et en isolant  $x_{n2}$ .

$$x_{n2} = x_2 - \frac{(y_{n3} - y_{n1}) \cdot (x_2 - x_{n1}) - (x_{n3} - x_{n1}) \cdot (y_2 - y_{n1})}{(y_{n3} - y_{n1}) - mb_2 \cdot (x_{n3} - x_{n1})} \quad (D-4)$$

La coordonnée  $y_{n2}$  est obtenue en substituant  $x_{n2}$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n2}$ .

$$y_{n2} = y_2 - mb_2 \cdot \frac{(y_{n3} - y_{n1}) \cdot (x_2 - x_{n1}) - (x_{n3} - x_{n1}) \cdot (y_2 - y_{n1})}{(y_{n3} - y_{n1}) - mb_2 \cdot (x_{n3} - x_{n1})} \quad (D-5)$$

### D.1.2 Surface géométrique insuffisante

Lorsque la surface géométrique disponible est supérieure à la surface de glace calculée, le nœud n3, défini par les coordonnées  $(x_{n3}, y_{n3})$ , est égale au nœud 3 et la position du nœud n2, défini par les coordonnées  $(x_{n2}, y_{n2})$ , est calculée (**Figure D.2**). La première surface triangulaire est formée par les nœuds 1, 2 et n1 et elle est délimitée par la bissectrice passant par le nœud 1.

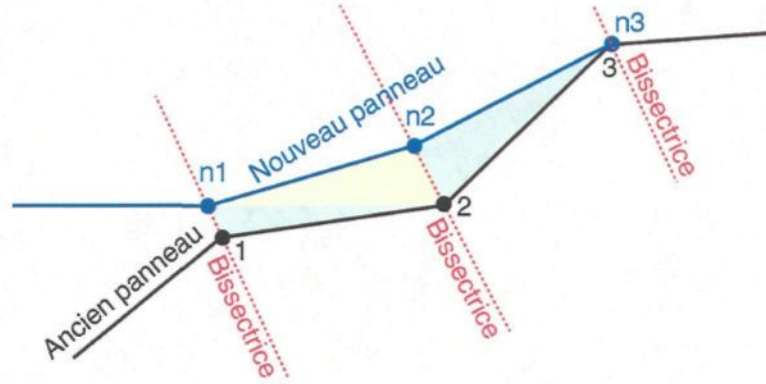


Figure D.2: Panneau d'angle obtus avec surface géométrique insuffisante.

La seconde surface triangulaire est formée par le nœud 2, n2 et n1. La troisième surface triangulaire est formée par les nœuds 2, 3 et n2 et elle est délimitée par la bissectrice passant par le nœud 2. Les surfaces triangulaires sont positives lorsque calculées selon un sens anti-horaire.

$$A_{i1} + A_{i2} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_2 + x_{n1} \cdot y_1 - x_1 \cdot y_{n1} + \\ x_2 \cdot y_{n2} - x_{n2} \cdot y_2 + x_{n2} \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_{n2} + x_{n1} \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n1} + \\ x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_{n2} - x_{n2} \cdot y_3 + x_{n2} \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n2} \end{bmatrix} \quad (D-6)$$

La coordonnée  $x_{n2}$  est obtenue en sachant que la bissectrice du nœud 2 passe par les coordonnées  $(x_2, y_2)$  et  $(x_{n2}, y_{n2})$ , en substituant  $y_{n2}$  dans l'équation de la surface de glace selon le nœud 2 et en isolant  $x_{n2}$ .

$$x_{n2} = x_2 - \frac{(x_2 - x_1) \cdot (y_2 - y_{n1}) - (y_2 - y_1) \cdot (x_2 - x_{n1}) + 2 \cdot (A_{i1} + A_{i2})}{(y_3 - y_{n1}) - mb_2 \cdot (x_3 - x_{n1})} \quad (D-7)$$

La coordonnée  $y_{n2}$  est obtenue en substituant  $x_{n2}$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n2}$ .

$$y_{n2} = y_2 - mb_2 \cdot \frac{(x_2 - x_1) \cdot (y_2 - y_{n1}) - (y_2 - y_1) \cdot (x_2 - x_{n1}) + 2 \cdot (A_{i1} + A_{i2})}{(y_3 - y_{n1}) - mb_2 \cdot (x_3 - x_{n1})} \quad (D-8)$$

Le nœud n3, dont les coordonnées sont  $(x_{n3}, y_{n3})$ , est égale au nœud 3, dont les coordonnées sont  $(x_3, y_3)$ .

### D.1.3 Angle entre deux panneaux

L'angle entre deux panneaux est déterminé en se basant sur un système local de référence, dont l'origine se situe au nœud 2, et l'axe de référence est le panneau formé par les nœuds 2 et 1.

$$\cos(\alpha) = \frac{(x_2 - x_3) \cdot (x_2 - x_1) + (y_2 - y_3) \cdot (y_2 - y_1)}{\sqrt{[(x_2 - x_3) \cdot (x_2 - x_1) + (y_2 - y_3) \cdot (y_2 - y_1)]^2 + [(y_2 - y_3) \cdot (x_2 - x_1) - (x_2 - x_3) \cdot (y_2 - y_1)]^2}} \quad (D-9)$$

L'angle entre deux panneaux peut être compris entre 0 et 360 degrés, mais le calcul du cosinus donne toujours un angle compris entre 0 et 180 degrés. L'angle obtenu à partir de la fonction cosinusoidale entre les deux panneaux doit être corrigé afin d'obtenir un angle entre deux panneaux adjacents compris entre 0 et 360 degrés. L'angle est compris entre 0 et 180 degrés lorsque la surface triangulaire formée par les nœuds 1, 2 et 3 est positive

$$A = \frac{x_1 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_1 + x_3 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_3 + x_2 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_2}{2} \quad (D-10)$$

et il est compris entre 180 et 360 degrés lorsque la surface est négative (**Figure D.3**).

$$\alpha = 180 + \theta \quad \text{si } A < 0 \quad (D-11)$$

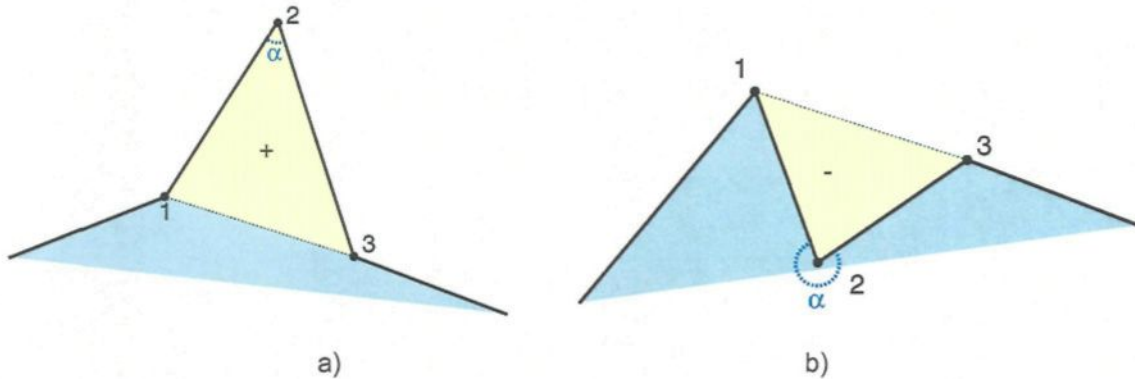


Figure D.3: Angle entre deux panneaux, surface a) positive et b) négative.







passant par le nœud 1 et elle est formée par les nœuds 0, 1 et n1', dont la coordonnée est  $(x_{n1}', y_{n1}')$ .

Elle est égale à la surface de glace calculée lors de l'accrétion pour le panneau inférieur.

$$A_{i0} = \frac{1}{2} \cdot [x_0 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_0 + x_1 \cdot y_{n1}' - x_{n1}' \cdot y_1 + x_{n1}' \cdot y_0 - x_0 \cdot y_{n1}'] \quad (D-12)$$

La coordonnée  $x_{n1}'$  est obtenue en sachant que la bissectrice du nœud 1 passe par les coordonnées  $(x_1, y_1)$  et  $(x_{n1}', y_{n1}')$ , en substituant  $y_{n1}'$  dans l'équation de la surface de glace du panneau inférieur et en isolant  $x_{n1}'$ .

$$x_{n1}' = x_1 - \frac{2 \cdot A_{i0}}{(y_1 - y_0) - mb_1 \cdot (x_1 - x_0)} \quad (D-13)$$

La coordonnée  $y_{n1}'$  est obtenue en substituant dans l'équation de la bissectrice la coordonnée  $x_{n1}'$ , et en isolant  $y_{n1}'$ .

$$y_{n1}' = y_1 - mb_1 \cdot \frac{2 \cdot A_{i0}}{(y_1 - y_0) - mb_1 \cdot (x_1 - x_0)} \quad (D-14)$$

La construction des autres panneaux découle de la position du nœud n1' qui a été déterminée lors du calcul du panneau inférieur. La procédure pour les autres panneaux est suivie car un seul nœud est inconnu lors du calcul des panneaux.

### D.2.2 Panneau supérieur

La surface triangulaire formée par les nœuds 2, 3 et n2 du nouveau panneau est supérieure à la surface de glace du panneau supérieur. Pour résoudre ce problème, le panneau supérieur est utilisé comme point de départ (**Figure D.5**) et la procédure utilisée pour déterminer les nouveaux panneaux est identique à celle du panneau inférieur.

Le nœud n3, défini par les coordonnées  $(x_{n3}, y_{n3})$ , est identique au nœud 3 défini par les coordonnées  $(x_3, y_3)$ . La surface triangulaire est limitée par la bissectrice passant par le nœud 2 et elle est formée par les nœuds 2, 3 et n2' dont la coordonnée est  $(x_{n2}', y_{n2}')$ . Elle est égale à la surface de glace calculée lors de l'accrétion pour le panneau supérieur.

$$A_{i2} = \frac{1}{2} \cdot [x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 + x_3 \cdot y'_{n2} - x'_{n2} \cdot y_3 + x'_{n2} \cdot y_2 - x_2 \cdot y'_{n2}] \quad (D-15)$$

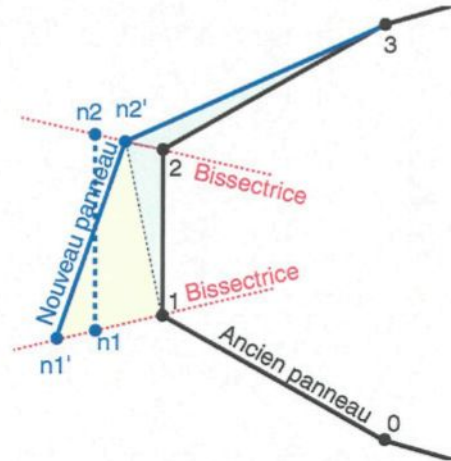


Figure D.5: Panneau supérieur au panneau stationnaire.

La coordonnée  $x_{n2}'$  est obtenue en sachant que la bissectrice du nœud 2 passe par les coordonnées  $(x_2, y_2)$  et  $(x_{n2}', y_{n2}')$ , en substituant  $y_{n2}'$  dans l'équation de la surface de glace du panneau supérieur et en isolant  $x_{n2}'$ .

$$x'_{n2} = x_2 - \frac{2 \cdot A_{i2}}{(y_3 - y_2) - mb_2 \cdot (x_3 - x_2)} \quad (D-16)$$

La coordonnée  $y_{n2}'$  est obtenue en substituant, dans l'équation de la bissectrice, la coordonnée  $x_{n2}'$  et en isolant  $y_{n2}'$ .

$$y'_{n2} = y_2 - mb_2 \cdot \frac{2 \cdot A_{i2}}{(y_3 - y_2) - mb_2 \cdot (x_3 - x_2)} \quad (D-17)$$

La construction des autres panneaux découle de la position du nœud  $n2'$  qui a été déterminée lors du calcul du panneau supérieur. La procédure, pour les autres panneaux, est suivie car un seul nœud est inconnu lors du calcul des panneaux.

### D.2.3 Panneaux inférieur et supérieur

Les aires de glace des panneaux inférieur et supérieur sont inférieures aux surfaces triangulaires formées par les nœuds 0, 1 et  $n1$  pour le panneau inférieur, et par les nœuds 2, 3 et

n2 pour le panneau supérieur. Pour résoudre ce problème, les surfaces de glace sur les panneaux stationnaire, inférieur et supérieur sont additionnées et la somme est redistribuée sur les trois panneaux en conservant l'hypothèse que le panneau stationnaire croît symétriquement (**Figure D.6**).

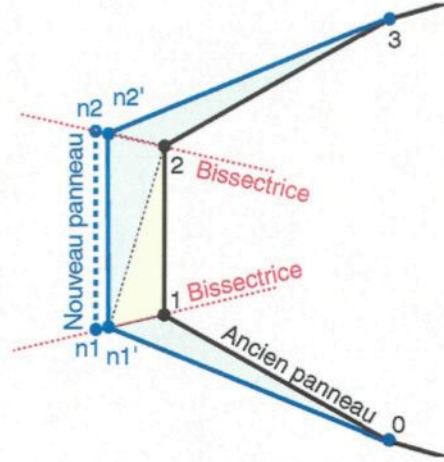


Figure D.6: Panneau supérieur et inférieur au panneau stationnaire.

Le nœud  $n_0$ , défini par la coordonnée  $(x_{n_0}, y_{n_0})$ , est identique au nœud 0 et le nœud  $n_3$ , défini par la coordonnée  $(x_{n_3}, y_{n_3})$ , est identique au nœud 3. La somme des surfaces de glace est répartie sur quatre surfaces triangulaires. La première surface triangulaire est formée par les nœuds 0, 1 et  $n_1'$ . La seconde surface triangulaire est formée par les nœuds 1, 2 et  $n_1$ . La troisième surface triangulaire est formée par le nœud 2,  $n_2'$  et  $n_1'$ . Finalement, la quatrième surface triangulaire est formée par les nœuds 2, 3 et  $n_2'$ .

$$A_{i_0} + A_{i_1} + A_{i_1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_0 + x_1 \cdot y_{n_1}' - x_{n_1}' \cdot y_1 + x_{n_1}' \cdot y_0 - x_0 \cdot y_{n_1}' + \\ x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_{n_1}' - x_{n_1}' \cdot y_2 + x_{n_1}' \cdot y_1 - x_1 \cdot y_{n_1}' + \\ x_2 \cdot y_{n_2}' - x_{n_2}' \cdot y_2 + x_{n_2}' \cdot y_{n_1}' - x_{n_1}' \cdot y_{n_2}' + x_{n_1}' \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n_1}' + \\ x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_{n_2}' - x_{n_2}' \cdot y_3 + x_{n_2}' \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n_2}' \end{bmatrix} \quad (D-18)$$

La relation entre les coordonnées  $x_{n_1}'$  et  $y_{n_1}'$  est déterminée en sachant que la bissectrice du nœud 1 passe par les coordonnées  $(x_1, y_1)$  et celles du nœud  $n_1'$ . Et la relation entre les coordonnées  $x_{n_2}'$  et  $y_{n_2}'$  est déterminée en sachant que la bissectrice du nœud 2 passe par les coordonnées  $(x_2, y_2)$  et celles du nœud  $n_2'$ . La pente du nouveau panneau stationnaire est identique

à celle du panneau stationnaire existant car l'hypothèse que les deux panneaux sont parallèles est conservée. La coordonnées  $x_{n1}'$  est obtenue en substituant  $x_{n2}'$ ,  $y_{n1}'$  et  $y_{n2}'$  dans l'équation de la surface de glace des panneaux inférieur, stationnaire et supérieur et en isolant  $x_{n1}'$ .

$$x_{n1}' = x_1 - \frac{B \pm \sqrt{B^2 + 2 \cdot 2 \cdot Mb \cdot (mb_2 - mb_1) \cdot 2 \cdot (A_{i0} + A_{i1} + A_{i2})}}{2 \cdot Mb \cdot (mb_2 - mb_1)} \quad (D-19)$$

$Mb$  est le facteur de pente défini à la **section 6.2.1** et  $B$  est un paramètre intermédiaire.

$$B = [(y_2 - y_0) - mb_1 \cdot (x_2 - x_0)] + Mb \cdot [(y_3 - y_1) - mb_2 \cdot (x_3 - x_1)] \quad (D-20)$$

Le signe de l'équation pour  $x_{n1}'$  est déterminé en calculant la surface triangulaire formée par les nœuds 1, 2 et  $n1'$ , et celle formée par les nœuds 2,  $n1'$  et  $n2'$ , si elles sont négatives, le signe de l'équation doit être inversé. Les coordonnées  $y_{n1}'$ ,  $x_{n2}'$  et  $y_{n2}'$  sont déterminées en suivant une démarche similaire à celle décrite pour le panneau stationnaire à la **section 6.2.1**. Lorsque la pente de la bissectrice du nœud 1 est égale à la pente de la bissectrice du nœud 2, une indétermination se produit dans l'équation de la coordonnée  $x_{n1}'$  et l'équation suivante doit être utilisée pour  $x_{n1}'$ .

$$x_{n1}' = x_1 - \frac{2 \cdot (A_{i0} + A_{i1} + A_{i2})}{(y_2 - y_0) - mb_1 \cdot (x_2 - x_0) + (y_3 - y_1) - mb_2 \cdot (x_3 - x_1)} \quad (D-21)$$

Les coordonnées  $y_{n1}'$ ,  $x_{n2}'$  et  $y_{n2}'$  sont déterminées en suivant une démarche similaire à celle décrite pour le panneau stationnaire à la **section 6.2.1**.

### D.3 Autres panneaux

Le processus itératif de la construction de la nouvelle surface est interrompu lorsque la surface géométrique disponible au-dessus du panneau adjacent est incompatible avec la surface de glace du panneau adjacent. À ce moment, le nœud  $n2$ , défini par les coordonnées  $(x_{n2}, y_{n2})$ , doit être recalculé. Ce problème survient selon deux situations. Dans la première, la surface de glace du panneau adjacent est nulle et dans la seconde, la surface de glace calculée est inférieure à la surface géométrique minimale disponible.

### D.3.1 Aire de glace nulle pour le panneau adjacent

Lorsque la surface de glace du panneau adjacent est nulle et que la surface triangulaire formée par les nœuds 2, 3 et n2 n'est pas nulle, la surface de glace du panneau étudié est redistribuée sur les deux panneaux en prenant en considération la bissectrice passant par le nœud 2 et en égalant le nœud n3 au nœud 3 (**Figure D.7**).

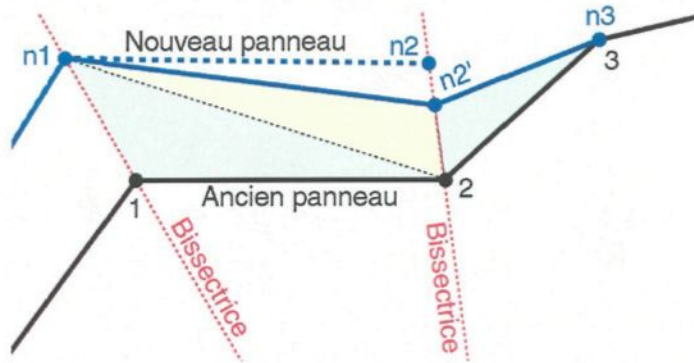


Figure D.7: Aire de glace nulle pour le panneau adjacent.

La nouvelle aire de glace est formée par l'addition de trois surfaces triangulaires. La première surface triangulaire est formée par les nœuds 1, 2 et n1. La seconde surface triangulaire est formée par les nœuds n1, 2 et n2' dont la coordonnée est  $(x_{n2'}, y_{n2'})$ . La troisième surface triangulaire est formée par les nœuds 2, 3 et n2'.

$$A_{i1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_2 + x_{n1} \cdot y_1 - x_1 \cdot y_{n1} + \\ x_2 \cdot y_{n2} - x_{n2} \cdot y_2 + x_{n2} \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_{n2} + x_{n1} \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n1} + \\ x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_{n2} - x_{n2} \cdot y_3 + x_{n2} \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n2} \end{bmatrix} \quad (D-22)$$

La coordonnée  $x_{n2}'$  est obtenue en sachant que la bissectrice du nœud 2 passe par les coordonnées  $(x_2, y_2)$  et par la position du nœud n2', en substituant  $y_{n2}'$  dans l'équation de la surface de glace et en isolant  $x_{n2}'$ .

$$x_{n2}' = x_2 - \frac{(y_1 - y_{n1}) \cdot (x_2 - x_1) - (x_1 - x_{n1}) \cdot (y_2 - y_1) + 2 \cdot A_{i1}}{(y_3 - y_{n1}) - mb_2 \cdot (x_3 - x_{n1})} \quad (D-23)$$

La coordonnée  $y_{n2}'$  est obtenue en substituant  $x_{n2}'$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n2}'$ .



$$y'_{n2} = y_2 - mb_2 \cdot \frac{(y_1 - y_{n1}) \cdot (x_2 - x_1) - (x_1 - x_{n1}) \cdot (y_2 - y_1) + 2 \cdot A_{i1}}{(y_3 - y_{n1}) - mb_2 \cdot (x_3 - x_{n1})} \quad (D-24)$$

### D.3.2 Droite de section

Lorsque la surface de glace du panneau adjacent est inférieure à la surface triangulaire formée par les nœuds 2, 3 et n2', le nœud n2' est recalculé selon une nouvelle position qui dépend de la droite de section (**Figure D.8**).

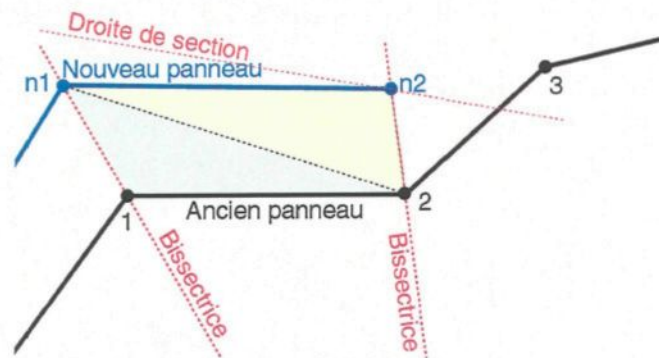


Figure D.8: Droite de section.

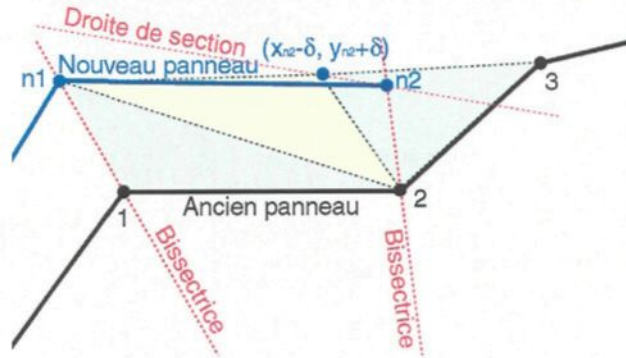
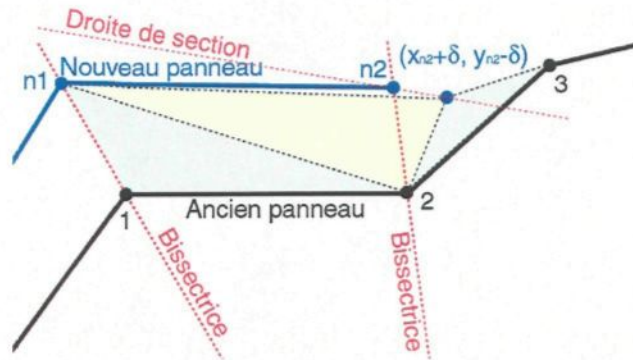
Cette droite représente toutes les valeurs que le nœud n2' peut posséder pour conserver une surface triangulaire constante et égale à celle formée par les nœuds 2, 3 et n2. Par contre, la position du nœud n2' n'est plus limitée par la bissectrice.

La pente de la droite de section est déterminée en étant évaluée entre les points  $(x_{n2}-\delta, y_{n2}+\delta)$  et  $(x_{n2}+\delta, y_{n2}-\delta)$ . La surface de glace est composée d'une première surface triangulaire formée par les nœuds 1, 2 et n1, ainsi que d'une seconde surface triangulaire qui peut être formée par les nœuds 2, n1 et 2<sup>+</sup> défini par les coordonnées  $(x_{n2}-\delta, y_{n2}+\delta)$  (**Figure D.9**) ou par les nœuds 2, n1 et 2<sup>-</sup> défini par les coordonnées  $(x_{n2}+\delta, y_{n2}-\delta)$  (**Figure D.10**).

En rendant égal à la surface triangulaire formée à partir du nœud 2<sup>+</sup> à celle formée à partir du nœud 2<sup>-</sup>, car ils possèdent la même aire, en réorganisant les termes, la pente de la droite de section peut être exprimée en fonction des coordonnées  $(x_{n1}, y_{n1})$  et  $(x_2, y_2)$ .

$$m_s = \frac{y_{n2}^+ - y_{n2}^-}{x_{n2}^- - x_{n2}^+} = \frac{y_{n1} - y_2}{x_{n1} - x_2} \quad (D-25)$$



Figure D.9: Droite de section à  $(x_{n2}-\delta, y_{n2}+\delta)$ .Figure D.10: Droite de section à  $(x_{n2}+\delta, y_{n2}-\delta)$ .

L'équation de la droite de section est déterminée en sachant que la droite de section passe par les nœuds n2 et n2' définie par les coordonnées  $(x_{n2}', y_{n2}')$ .

$$y_{n2}' = m_s \cdot (x_{n2}' - x_{n2}) + y_{n2} \quad (D-26)$$

### D.3.3 Modification de la bissectrice

Le calcul de la position du nœud n2' s'effectue en utilisant l'équation de la droite de section et celle de la surface de glace du panneau adjacent. Bien entendu, la croissance du nouveau panneau ne répond plus à la bissectrice entre les deux panneaux. Le nœud n3, défini par les coordonnées  $(x_{n3}, y_{n3})$ , est égal au nœud 3 défini par les coordonnées  $(x_3, y_3)$ . La surface de glace du panneau adjacent est composée d'une surface triangulaire formée par les nœuds 2, 3 et n2'.

$$A_{i2} = \frac{1}{2} \cdot [x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_{n2}' - x_{n2}' \cdot y_3 + x_{n2}' \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n2}'] \quad (D-27)$$

En utilisant la droite de section pour la substitution de  $y_{n2}'$  dans l'équation de la surface de glace, en remplaçant la pente de la droite de section et en isolant  $x_{n2}'$ .

$$x_{n2}' = x_{n2} - (x_2 - x_{n1}) \cdot \frac{(y_2 - y_{n2}) \cdot (x_3 - x_2) - (x_2 - x_{n2}) \cdot (y_3 - y_2) + 2 \cdot A_{i2}}{(x_2 - x_{n1}) \cdot (y_3 - y_2) - (y_2 - y_{n1}) \cdot (x_3 - x_2)} \quad (D-28)$$

La coordonnée  $y_{n2}'$  est obtenue en substituant  $x_{n2}'$  dans l'équation de la droite de section et en isolant  $y_{n2}'$ .

$$y_{n2}' = y_{n2} - (y_2 - y_{n1}) \cdot \frac{(y_2 - y_{n2}) \cdot (x_3 - x_2) - (x_2 - x_{n2}) \cdot (y_3 - y_2) + 2 \cdot A_{i2}}{(x_2 - x_{n1}) \cdot (y_3 - y_2) - (y_2 - y_{n1}) \cdot (x_3 - x_2)} \quad (D-29)$$

La **Figure D.11** montre un exemple de nouveau panneau lorsque la bissectrice est modifiée en suivant la droite de section pour le cas où la surface de glace est inférieure à la surface triangulaire et pour le cas où la surface de glace tend vers 0.

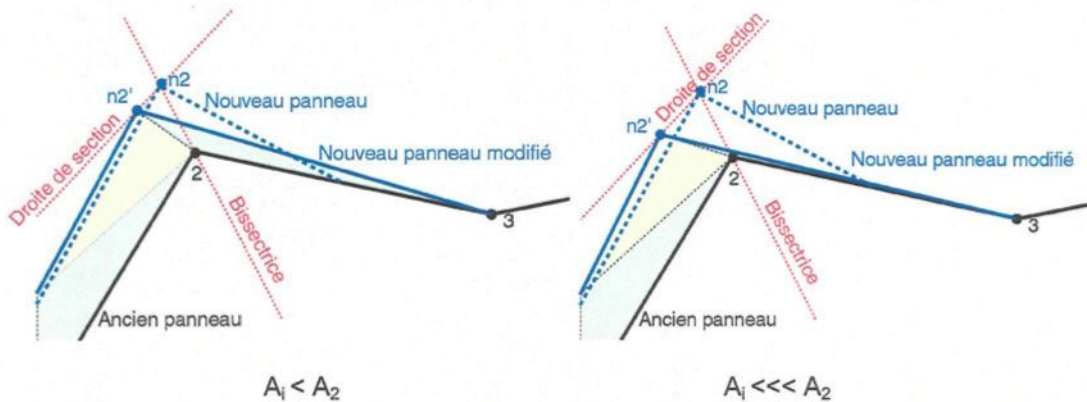


Figure D.11: Nouveaux panneaux avec bissectrice modifiée.

#### D.3.4 Correction de la modification de la bissectrice avec solution infinie

La modification de la bissectrice, dans certains cas, peut engendrer un nœud  $n2'$  de coordonnées infinies. Ce cas se produit seulement lorsque le nœud  $n1$  possède les mêmes coordonnées que le nœud 1 et lorsque la pente du panneau étudié est identique à la pente du panneau adjacent (**Figure D.12**). Trois situations qui influencent la forme de la surface de glace ont été identifiées. Dans la première situation, le panneau en aval possède une aire de glace calculée qui est nulle (**Figure D.12**). Dans la seconde situation, le panneau en aval possède une aire de

glace calculée qui est non nulle, mais suffisante pour poursuivre le processus itératif (**Figure D.13**). Et finalement dans la troisième situation, le panneau en aval possède une aire de glace calculée qui est non nulle, mais insuffisante pour poursuivre le processus itératif. Dans ce cas la solution pour la première situation est appliquée.

### D.3.5 Aire de glace nulle pour le panneau en aval

Lorsque la quantité de glace est nulle, les aires de glace du panneau étudié et du panneau adjacent sont additionnées et redistribuées sur les deux panneaux selon deux surfaces triangulaires, en prenant en considération la bissectrice passant par le nœud 2 (**Figure D.12**). Le nœud n3, défini par les coordonnées  $(x_{n3}, y_{n3})$ , est égal au nœud 3 défini par les coordonnées  $(x_3, y_3)$ .

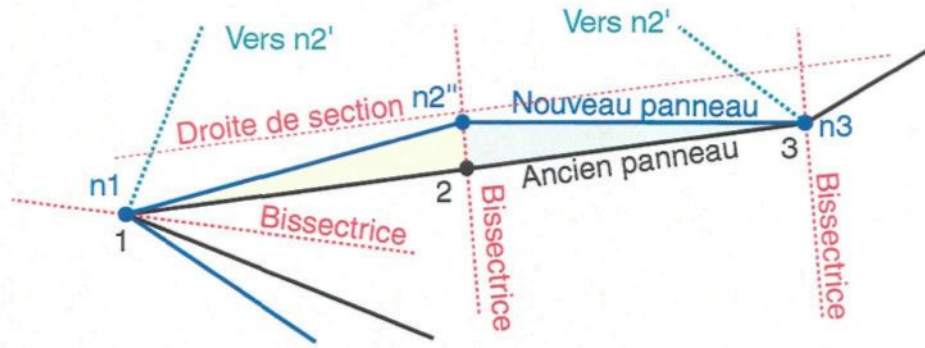


Figure D.12: Nouveau panneau pour coordonnée infinie et aire nulle.

La première surface triangulaire est formée par les nœuds 1, 2 et n2''. La seconde surface triangulaire est formée par les nœuds 2, 3 et n2''.

$$A_{i1} + A_{i2} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \begin{aligned} &x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_{n2''} - x_{n2''} \cdot y_2 + x_{n2''} \cdot y_1 - x_1 \cdot y_{n2''} + \\ &x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_{n2''} - x_{n2''} \cdot y_3 + x_{n2''} \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n2''} \end{aligned} \right] \quad (D-30)$$

La coordonnée  $x_{n2''}$  est obtenue en sachant que la bissectrice du nœud 2 passe par les coordonnées  $(x_2, y_2)$  et  $(x_{n2''}, y_{n2''})$ , en substituant  $y_{n2''}$  dans l'équation de la surface de glace et en isolant  $x_{n2''}$ .

$$x_{n2''} = x_2 - \frac{2 \cdot (A_{i1} + A_{i2})}{(y_3 - y_2) - mb_2 \cdot (x_3 - x_2)} \quad (D-31)$$





La coordonnée  $y_{n3}$  est obtenue en substituant  $x_{n3}$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n3}$ .

$$y_{n3} = y_3 + mb_3 \cdot \frac{(y_3 - y_1) \cdot (x_3 - x_2) - (x_3 - x_1) \cdot (y_3 - y_2) + 2 \cdot (A_{i1} + A_{i2})}{(y_3 - y_1) - mb_3 \cdot (x_3 - x_1)} \quad (D-35)$$

La coordonnée  $x_{n2}''$  est obtenue en sachant que la bissectrice du nœud 2, qui passe par les coordonnées  $(x_2, y_2)$  et  $(x_{n2}'', y_{n2}'')$ , intercepte le panneau formé par les nœuds n1, de coordonnées  $(x_{n1}, y_{n1})$ , et n3, de coordonnées  $(x_{n3}, y_{n3})$ , en substituant  $y_{n2}''$  dans l'équation de la droite du panneau et en isolant  $x_{n2}''$ .

$$x_{n2}'' = x_2 - \frac{(y_{n3} - y_{n1}) \cdot (x_2 - x_{n1}) - (x_{n3} - x_{n1}) \cdot (y_2 - y_{n1})}{(y_{n3} - y_{n1}) - mb_2 \cdot (x_{n3} - x_{n1})} \quad (D-36)$$

La coordonnée  $y_{n2}''$  est obtenue en substituant  $x_{n2}''$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n2}''$ .

$$y_{n2}'' = y_2 - mb_2 \cdot \frac{(y_{n3} - y_{n1}) \cdot (x_2 - x_{n1}) - (x_{n3} - x_{n1}) \cdot (y_2 - y_{n1})}{(y_{n3} - y_{n1}) - mb_2 \cdot (x_{n3} - x_{n1})} \quad (D-37)$$

### D.3.7 Correction de la forme inacceptable

La modification de la bissectrice, dans certains cas, peut engendrer un nouveau panneau de forme inacceptable en raison d'un changement trop radical (**Figure D.14**) ou un nouveau panneau qui entre en contact avec un ancien panneau ou un nouveau panneau (**Figure D.15**).

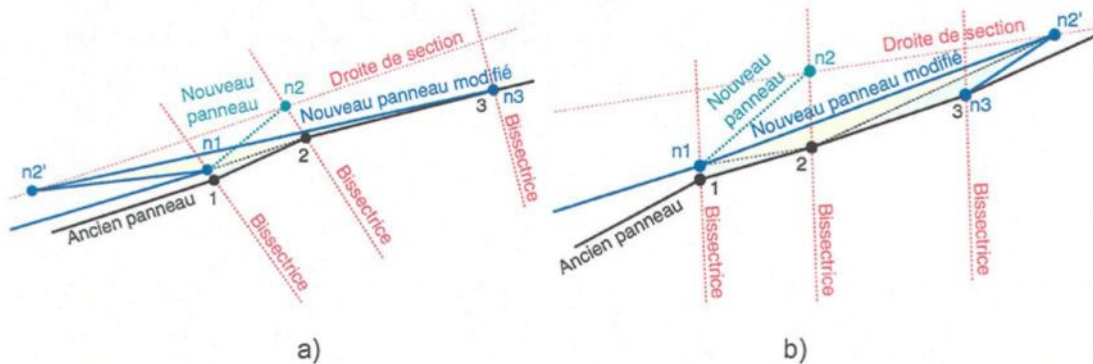


Figure D.14: Nouveau panneau inacceptable basé sur le nœud a) 1 et b) 3.

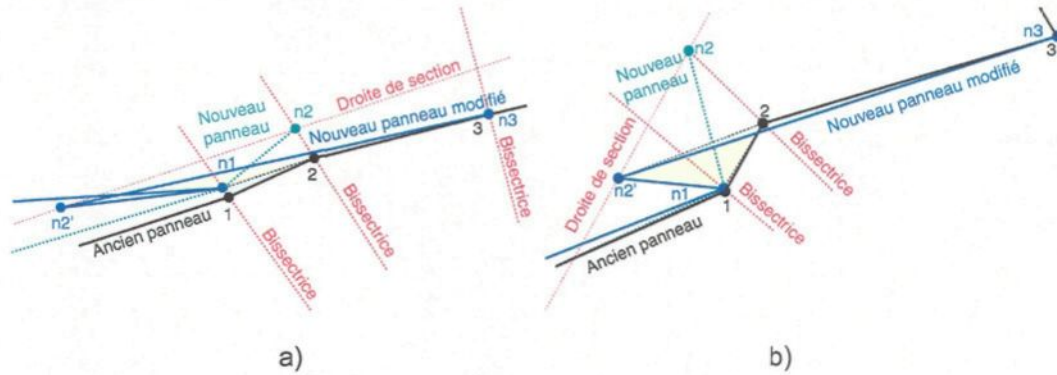


Figure D.15: Nouveau panneau en contact avec un panneau a) nouveau et b) ancien.

La solution proposée consiste à limiter la partie en amont de la droite de section passant par le nœud n2, par la bissectrice passant par le nœud 1 ou la partie en aval, par la bissectrice passant par le nœud 3 (**Figure D.16**).

La modification de la bissectrice est rejetée lorsque le nœud n2' modifié se situe en amont de la bissectrice passant par le nœud 2 et lorsque la distance d2 entre les nœuds n2 et n2' en amont

$$d_2 = \sqrt{(x'_{n2} - x_{n2})^2 + (y'_{n2} - y_{n2})^2} \quad (\text{D-38})$$

est supérieure à la distance d1 entre les nœuds n2 et n2'' (i = 1)

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_{n2})^2 + (y_i - y_{n2})^2} \quad (\text{D-39})$$

qui correspond à l'intersection de la droite de section du nœud 2 avec la bissectrice passant par le nœud 1 (**Figure D.14 a**).

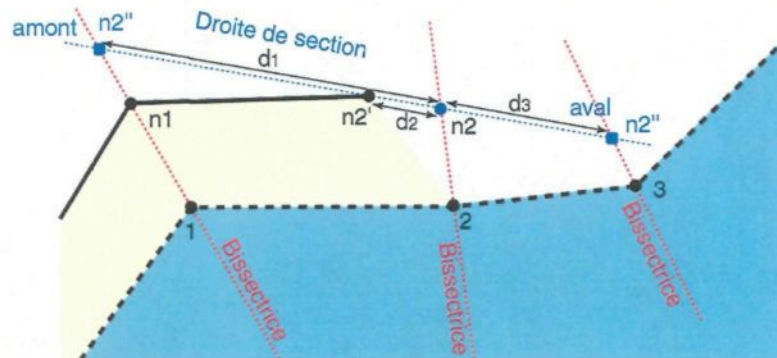


Figure D.16: Limite de la droite de section.



La modification de la bissectrice est aussi rejetée lorsque le nœud n2 modifié est situé en aval de la bissectrice passant par le nœud 2 et lorsque la distance d2 entre les nœuds n2 et n2' en aval est supérieure à la distance d3 entre les nœuds n2 et n2'' (i = 3) qui correspond à l'intersection de la droite de section avec la bissectrice passant par le nœud 3 (**Figure D.14 b**).

La position du nœud n2' est déterminée en utilisant un système local de coordonnées dont l'axe x est orienté selon la droite de section passant par le nœud n2. L'avantage de ce système de coordonnées est que la valeur de la coordonnée y est toujours nulle. L'abscisse  $x_l$  du nœud n2' dans ce nouveau système est :

$$x_l = \frac{(x'_{n2} - x_{n2})^2 + (y'_{n2} - y_{n2})^2}{(x'_{n2} - x_{n2})} \cdot \cos \left[ \arctan \left( \frac{(y'_{n2} - y_{n2})}{(x'_{n2} - x_{n2})} \right) \right] \quad (D-40)$$

Le nœud n2' est situé en amont de la bissectrice passant par le nœud 2 si  $x$  est négatif, et il est situé en aval si  $x$  est positif. Le critère de position se résume à une soustraction entre deux coordonnées lorsque seulement la partie de l'équation négative est retenue.

$$x_l = x'_{n2} - x_{n2} \quad (D-41)$$

Le nœud n2' modifié est limité par la distance entre le nœud n2' modifié et le nœud n2. Bien entendu, la croissance du nouveau panneau ne répond plus à la bissectrice entre les deux panneaux. Le nœud n3, défini par les coordonnées  $(x_{n3}, y_{n3})$ , est égal au nœud 3 défini par les coordonnées  $(x_3, y_3)$ . Les aires de glace du panneau à modifier et du panneau adjacent sont additionnées et redistribuées sur les deux panneaux selon trois surfaces triangulaires. La première surface triangulaire est formée par les nœuds 1, 2 et n1. La seconde surface triangulaire est formée par les nœuds 2, n1 et nœud n2''. Finalement, la troisième surface triangulaire est formée par les nœuds 2, 3 et n2''.

$$A_{i1} + A_{i2} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_2 + x_{n1} \cdot y_1 - x_1 \cdot y_{n1} + \\ x_2 \cdot y_{n2} - x_{n2} \cdot y_2 + x_{n2} \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_{n2} + x_{n1} \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n1} + \\ x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_{n2} - x_{n2} \cdot y_3 + x_{n2} \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n2} \end{bmatrix} \quad (D-42)$$

### D.3.8 Correction de la forme inacceptable basée sur l'amont

Si le refus basé sur la coordonnée  $x_{n2}'$  s'effectue selon l'amont, la coordonnée  $x_{n2}''$  est obtenue en sachant que la bissectrice du nœud 1 passe par les coordonnées  $(x_{n1}, y_{n1})$  et  $(x_{n2}', y_{n2}')$ , en substituant  $y_{n2}''$  dans l'équation de la surface de glace et en isolant pour  $x_{n2}''$ .

$$x_{n2}'' = x_{n1} - \frac{(y_2 - y_{n1}) \cdot (x_3 - x_1) - (x_2 - x_{n1}) \cdot (y_3 - y_1) + 2 \cdot (A_{i1} + A_{i2})}{(y_3 - y_{n1}) - mb_1 \cdot (x_3 - x_{n1})} \quad (D-43)$$

La coordonnée  $y_{n2}''$  est obtenue en substituant  $x_{n2}''$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n2}''$ .

$$y_{n2}'' = y_{n1} - mb_1 \cdot \frac{(y_2 - y_{n1}) \cdot (x_3 - x_1) - (x_2 - x_{n1}) \cdot (y_3 - y_1) + 2 \cdot (A_{i1} + A_{i2})}{(y_3 - y_{n1}) - mb_1 \cdot (x_3 - x_{n1})} \quad (D-44)$$

### D.3.9 Correction de la forme inacceptable basée sur l'aval

Si le refus basé sur la coordonnée  $x_{n2}'$  s'effectue selon l'aval, la coordonnée  $x_{n2}''$  est obtenue en sachant que la bissectrice du nœud 3 passe par les coordonnées  $(x_3, y_3)$  et  $(x_{n2}', y_{n2}')$ , en substituant  $y_{n2}''$  dans l'équation de la surface de glace et en isolant pour  $x_{n2}''$ .

$$x_{n2}'' = x_3 - \frac{(y_2 - y_{n1}) \cdot (x_3 - x_1) - (x_2 - x_{n1}) \cdot (y_3 - y_1) + 2 \cdot (A_{i1} + A_{i2})}{(y_3 - y_{n1}) - mb_3 \cdot (x_3 - x_{n1})} \quad (D-45)$$

La coordonnée  $y_{n2}''$  est obtenue en substituant  $x_{n2}''$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n2}''$ .

$$y_{n2}'' = y_3 - mb_3 \cdot \frac{(y_2 - y_{n1}) \cdot (x_3 - x_1) - (x_2 - x_{n1}) \cdot (y_3 - y_1) + 2 \cdot (A_{i1} + A_{i2})}{(y_3 - y_{n1}) - mb_3 \cdot (x_3 - x_{n1})} \quad (D-46)$$

### D.3.10 Résultat de la correction de forme inacceptable

La méthode proposée pour la correction de forme inacceptable permet d'obtenir une surface de glace très rugueuse. La forme que prend la surface est montrée à la **Figure D.17**. Elle a été observée sur des surfaces gelée<sup>57</sup>, et elle est reproduite lors des tests de perte de portance pour les ailes.

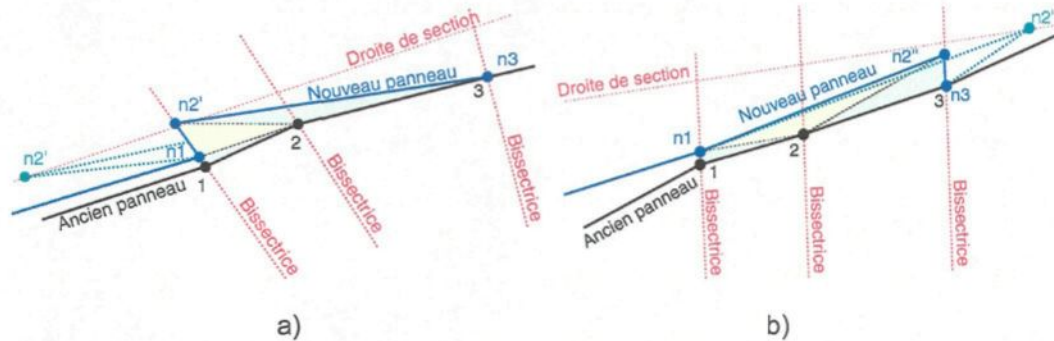


Figure D.17: Nouveau panneau avec la correction selon a) amont et b) aval.

### D.3.11 Correction des panneaux invalides

Le nouveau panneau obtenu après une correction de forme inacceptable est considéré invalide lorsqu'il traverse l'un des anciens panneaux (**Figure D.18**). Le calcul de la position du nœud  $n2''$  s'effectue en supposant que le nœud  $n2$  se situe sur la bissectrice qui passe par le nœud 2, en additionnant les aires de glace du panneau à modifier et celles du panneau précédent pour les redistribuer sur les deux panneaux selon trois surfaces triangulaires. Bien entendu, la croissance du nouveau panneau ne répond plus à la bissectrice entre les deux panneaux.

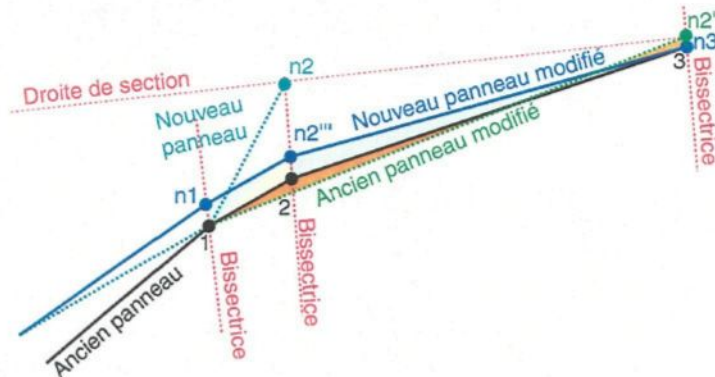


Figure D.18: Nouveau panneau après la modification gauche ou droite est invalide.

La première surface triangulaire est formée par les nœuds 1, 2 et  $n1$ . La seconde surface triangulaire est formée par les nœuds 2,  $n2''$  et  $n1$ . La troisième surface triangulaire est formée par les nœuds 2, 3 et  $n2''$ .

$$A_{i1} + A_{i2} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \begin{array}{l} x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_2 + x_{n1} \cdot y_1 - x_1 \cdot y_{n1} \\ x_2 \cdot y_{n2}''' - x_{n2}''' \cdot y_2 + x_{n2}''' \cdot y_{n1} - x_{n1} \cdot y_{n2}''' + x_{n1} \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n1} \\ + x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_{n2}''' - x_{n2}''' \cdot y_3 + x_{n2}''' \cdot y_2 - x_2 \cdot y_{n2}''' \end{array} \right] \quad (D-47)$$

Le nœud n3, défini par les coordonnées  $(x_{n3}, y_{n3})$ , est égal au nœud 3, défini par les coordonnées  $(x_3, y_3)$ . La coordonnée  $x_{n2}'''$  est obtenue en sachant que la bissectrice du nœud 2 passe par les coordonnées  $(x_2, y_2)$  et  $(x_{n2}''', y_{n2}''')$ , en substituant  $y_{n2}'''$  dans l'équation de la surface de glace et en isolant pour  $x_{n2}'''$ .

$$x_{n2}''' = x_2 - \frac{(y_2 - y_{n1}) \cdot (x_2 - x_1) - (x_2 - x_{n1}) \cdot (y_2 - y_1) + 2 \cdot (A_{i1} + A_{i2})}{(y_3 - y_{n1}) - mb_2 \cdot (x_3 - x_{n1})} \quad (D-48)$$

La coordonnée  $y_{n2}'''$  est obtenue en substituant  $x_{n2}'''$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n2}'''$ .

$$y_{n2}''' = y_2 - mb_2 \cdot \frac{(y_2 - y_{n1}) \cdot (x_2 - x_1) - (x_2 - x_{n1}) \cdot (y_2 - y_1) + 2 \cdot (A_{i1} + A_{i2})}{(y_3 - y_{n1}) - mb_2 \cdot (x_3 - x_{n1})} \quad (D-49)$$

## D.4 Contrôle de la croissance des panneaux

Le processus d'accrétion de glace peut engendrer des panneaux dont les angles sont aigus, ou leur longueur est très grande ou très petite. Il est important de contrôler la croissance des panneaux pour éviter la dégénération de la surface, ce qui entraînerait la divergence de la géométrie.

### D.4.1 Panneau d'angle aigu

Lorsque deux panneaux adjacents forment un angle aigu qui est inférieur à la valeur minimale définie par l'utilisateur, les trois nœuds qui les définissent sont modifiés afin d'augmenter la valeur de l'angle entre les deux panneaux. La méthode proposée consiste à modifier la position des nœuds 1, 2 et 3 en conservant l'aire sous la courbe (**Figure D.19**).

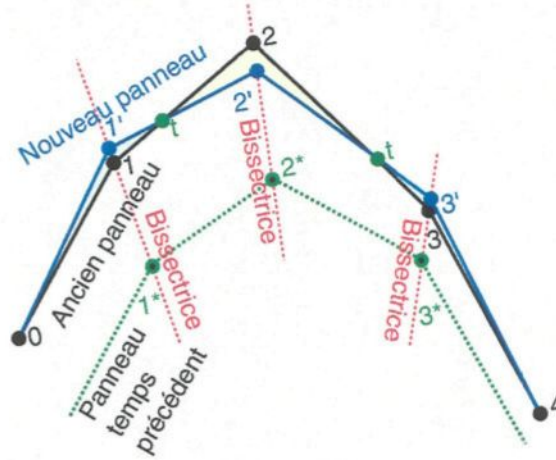


Figure D.19: Panneau d'angle aigu.

Les positions des nœuds 1, 2 et 3 sont déterminées à l'aide d'une fraction de distance, d'un nœud temporaire  $t$  et d'une méthode itérative basée sur la surface triangulaire formée par les nœuds  $n_2$ , 2 et  $t$ . La méthode est appliquée tant que l'angle entre les deux panneaux est supérieur à la valeur minimale. Le nombre d'itérations pour atteindre la valeur minimale dépend de la fraction de distance imposée par l'utilisateur.

La coordonnée  $x_2'$  est obtenue en sachant que le nœud  $2'$ , défini par les coordonnées  $(x_2', y_2')$ , est un point appartenant à la bissectrice passant par le nœud 2, défini par les coordonnées  $(x_2, y_2)$  et qu'il se situe à une fraction de la distance entre les nœuds 2 et  $2^*$ . Le nœud  $2^*$  défini par les coordonnées  $(x_2^*, y_2^*)$  appartient à la surface du temps précédent.

$$x_2' = x_2 - f_d \cdot (x_2 - x_2^*) \quad (D-50)$$

La coordonnée  $y_2'$  est obtenue en substituant  $x_2'$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_2'$ .

$$y_2' = y_2 - f_d \cdot (y_2 - y_2^*) \quad (D-51)$$

Le nœud temporaire  $t$ , défini par les coordonnées  $(x_t, y_t)$ , est déterminé en supposant une valeur pour la surface triangulaire formée par les nœud  $t$ ,  $2'$  et 2.

$$x_t \cdot y_2' - x_2' \cdot y_t - x_2' \cdot y_2 - x_2 \cdot y_2' + x_2 \cdot y_t - y_2 \cdot x_t = \frac{1}{2} \cdot A_{\text{sup posée}} \quad (D-52)$$

La coordonnée  $x_t$  est obtenue en sachant que le nœud temporaire appartient au panneau formé par les nœuds 1 et 2, en substituant  $y_t$ , dans l'équation de la surface de glace et en isolant pour  $x_t$ .

$$x_t = x_1 - \frac{x_2 - x_2^*}{x_2' - x_2} \cdot \frac{2 \cdot A_{\text{sup posée}} \cdot (x_2 - x_1)}{(x_2 - x_2^*) \cdot (y_2 - y_1) - (y_2 - y_2^*) \cdot (x_2 - x_1)} \quad (\text{D-53})$$

La coordonnée  $y_t$  est obtenue en substituant  $x_t$  dans l'équation du panneau formé par les nœuds 1 et 2 et en isolant  $y_t$ .

$$y_t = y_1 - \frac{x_2 - x_2^*}{x_2' - x_2} \cdot \frac{2 \cdot A_{\text{sup posée}} \cdot (y_2 - y_1)}{(x_2 - x_2^*) \cdot (y_2 - y_1) - (y_2 - y_2^*) \cdot (x_2 - x_1)} \quad (\text{D-54})$$

La coordonnée  $x_I'$  est obtenue en sachant que la bissectrice du nœud 1 passe par les coordonnées  $(x_I, y_I)$  et  $(x_I', y_I')$ , en substituant  $y_I'$  dans l'équation du panneau formé par les nœuds 1' et 2', et en isolant pour  $x_I'$ .

$$x_I' = x_1 - \frac{(y_2' - y_t) \cdot (x_1 - x_t) - (x_2' - x_t) \cdot (y_1 - y_t)}{(y_2' - y_t) - mb_1 \cdot (x_2' - x_t)} \quad (\text{D-55})$$

La coordonnée  $y_I'$  est obtenue en substituant  $x_I'$  dans l'équation de la bissectrice passant par le nœud 1 et en isolant  $y_I'$ .

$$y_I' = y_1 - \frac{(y_2' - y_t) \cdot (x_1 - x_t) - (x_2' - x_t) \cdot (y_1 - y_t)}{(y_2' - y_t) - mb_1 \cdot (x_2' - x_t)} \cdot mb_1 \quad (\text{D-56})$$

Le nœud 1' est acceptée lorsque la surface engendrée par l'addition de la surface triangulaire formée par les nœuds 0, 1 et 1' et de celle formée par le nœud 1, 1' et  $t$  est égale à la surface supposée.

$$\frac{1}{2} \cdot \left[ \begin{array}{l} x_0 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_0 + x_1 \cdot y_1' - x_1' \cdot y_1 + x_1' \cdot y_0 - x_1 \cdot y_0' + \\ x_1 \cdot y_t - x_t \cdot y_1 + x_t \cdot y_1' - x_1' \cdot y_t + x_1' \cdot y_1 - x_1 \cdot y_1' \end{array} \right] = A_{\text{sup posée}} \quad (\text{D-57})$$

En effectuant un processus similaire pour le nœud 3', la coordonnée  $x_3'$  est

$$x_3' = x_3 - \frac{(y_2' - y_t) \cdot (x_3 - x_t) - (x_2' - x_t) \cdot (y_3 - y_t)}{(y_2' - y_t) - mb_3 \cdot (x_2' - x_t)} \quad (\text{D-58})$$



La coordonnée  $y'_3$  est

$$y'_3 = y_3 - \frac{(y'_2 - y_t) \cdot (x_3 - x_t) - (x'_2 - x_t) \cdot (y_3 - y_t)}{(y'_2 - y_t) - mb_3 \cdot (x'_2 - x_t)} \cdot mb_1 \quad (\text{D-59})$$

Le nœud 3' est acceptée lorsque la surface engendrée par l'addition de la surface triangulaire formée par les nœuds 3, 4 et 3' et de celle formée par le nœud 3, 3' et  $t$  est égale à la surface supposée.

#### D.4.2 Panneau d'angle aigu infini

Lors de la modification d'un angle aigu, le panneau modifié formé par les nœuds 1' et 2' est de longueur infinie lorsque le nœud 1 est égal au nœud 1\* et que la bissectrice passant par le nœud 1 ne se situe pas entre les nouveaux panneaux formés par les nœuds 0 et 1 et 1 et 2 (**Figure D.20**). La même chose peut se produire pour le panneau modifié formé par les nœuds n2 et n3. La solution proposée est de calculer la position du nœud n1 en appliquant la méthode développée à la **section D.4.1**, mais en recalculant la bissectrice du nœud 1 avec les nouveaux panneaux formés par les nœuds 0 et 1 et 1 et 2.

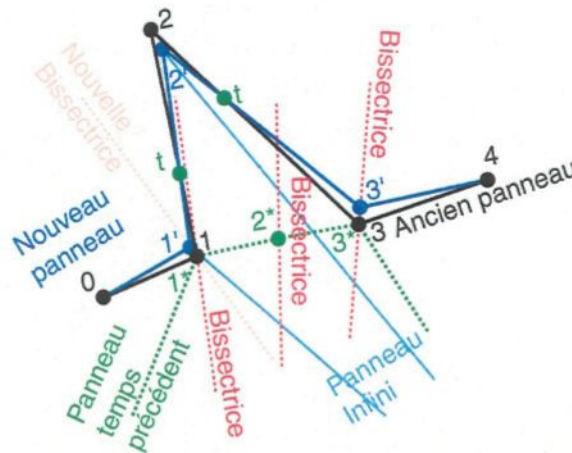


Figure D.20: Panneau d'angle aigu infini.

#### D.4.3 Panneau trop long

Les panneaux qui possèdent une longueur supérieure à la longueur maximale permise doivent être diminués de longueur. La longueur maximale définie par l'utilisateur est donnée en

fonction du pourcentage de la corde. La solution proposée consiste à additionner un nouveau panneau en divisant le panneau trop long en deux panneaux de même longueur (**Figure D.21**).

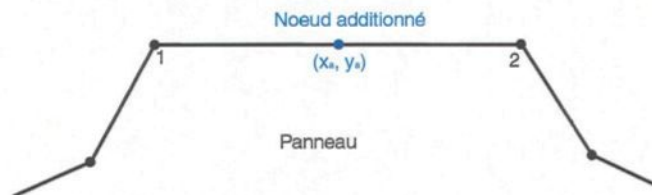


Figure D.21: Panneau trop long.

La coordonnée en  $x_a$  du nœud additionné, qui définit le nouveau panneau, est la moyenne entre les coordonnées en  $x_a$  des nœuds 1 et 2.

$$x_a = \frac{1}{2} \cdot (x_1 + x_2) \quad (\text{D-60})$$

La coordonnée en  $y_a$  du nœud additionné, qui définit le nouveau panneau, est la moyenne entre les coordonnées en  $y_a$  des nœuds 1 et 2.

$$y_a = \frac{1}{2} \cdot (y_1 + y_2) \quad (\text{D-61})$$

#### D.4.4 Panneau trop court

Les panneaux qui possèdent une longueur inférieure à la longueur minimale permise doivent être augmentés de longueur. La longueur minimale définie par l'utilisateur est donnée en fonction du pourcentage de la corde. La solution proposée est de fusionner le panneau trop court avec le panneau adjacent, de diviser le panneau fusionné en deux panneaux en conservant la surface sous les deux panneaux et en respectant la surface de glace du temps précédent. Afin de conserver la symétrie, le panneau adjacent peut se situer en aval ou en amont et un critère de décision est développé. Le choix du calcul en aval ou en amont se base sur le calcul de la surface triangulaire formée par les nœuds 2, 4 et 3.

$$A = \frac{1}{2} \cdot (x_2 \cdot y_4 - x_4 \cdot y_2 + x_4 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_4 + x_3 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_3) \quad (\text{D-62})$$

Le panneau adjacent en aval est utilisé lorsque la surface calculée est négative et celui en amont est utilisé lorsque la surface calculée est positive. Le panneau formé par les nœuds 1 et 2 et celui formé par les nœuds 2 et 3 sont fusionnés lorsque le panneau adjacent est situé en aval

(Figure D.22) et le panneau formé par les 2 et 3 et celui formé par les nœuds 1 et 2 sont fusionnés lorsque le panneau adjacent est situé en amont (Figure D.23).

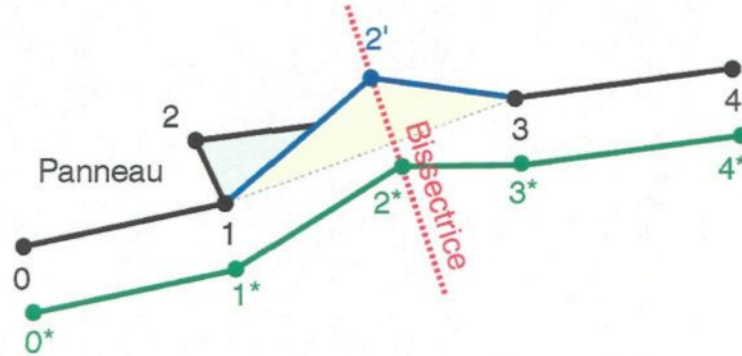


Figure D.22: Panneau trop court en aval.

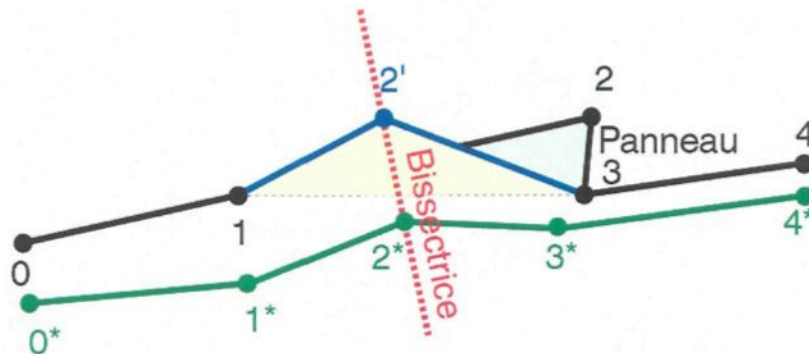


Figure D.23: Panneau trop court en amont.

La surface sous la surface de glace qui est définie par la surface triangulaire formée par les nœuds 1, 3 et 2, est égale à la surface triangulaire formée par les nœuds 1, 3 et 2' défini par la coordonnée  $(x_2', y_2')$ .

$$\frac{x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2 + x_3 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_3}{2} = \frac{x_1 \cdot y_2' - x_2' \cdot y_1 + x_2' \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2' + x_3 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_3}{2} \quad (D-63)$$

Afin d'assurer que la nouvelle position du nœud 2 ne se retrouve pas sous la surface de glace formée lors du temps précédent, la nouvelle position est calculée en prenant en considération le nœud 2 du temps précédent défini par la coordonnée  $(x_2^*, y_2^*)$ . Le lien entre les nœuds 2' et 2\* du temps précédent est la bissectrice passant par le nœud 2. La coordonnée  $x_{2'}$  est obtenue en

sachant que la bissectrice du nœud 2 passe par les coordonnées  $(x_2^*, y_2^*)$  et  $(x_{n_2}', y_{n_2}')$ , en substituant  $y_{n_2}'$  dans l'équation de la surface de glace et en isolant  $x_{n_2}'$ .

$$x_2' = x_2^* + \frac{(y_3 - y_1) \cdot (x_2 - x_2^*) - (x_3 - x_1) \cdot (y_2 - y_2^*)}{(y_3 - y_1) - mb_2 \cdot (x_3 - x_1)} \quad (D-64)$$

La coordonnée  $y_{n_2}'$  est obtenue en substituant  $x_{n_2}'$  dans l'équation de la bissectrice et en isolant  $y_{n_2}'$ .

$$y_2' = y_2^* + mb_2 \cdot \frac{(y_3 - y_1) \cdot (x_2 - x_2^*) - (x_3 - x_1) \cdot (y_2 - y_2^*)}{(y_3 - y_1) - mb_2 \cdot (x_3 - x_1)} \quad (D-65)$$

## BIBLIOGRAPHIE

- 1 **Jeck R. K.**, *A History and Interpretation of Aircraft Icing Intensity Definitions and FAA Rules for Operating in Icing Conditions*, U. S. Department of Transportation, Federal Aviation Administration (FAA), Report DOT/FAA/AR/01/91, November, 2001.
- 2 **Langmuir I. and Blodgett K.B.**, *A Mathematical Investigation of Water Droplet Trajectories*, Vol. 10, Program Press 196, Report No. RL-224, pp. 348-355, December 1944-July 1945.
- 3 **Ludlam F.H.**, *The Heat Economy of a Rimed Cylinder*, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol. 77, #1, pp. 663-666, 1951.
- 4 **Fraser D., Rush C. K. and Baxter D.**, *Thermodynamic limitations of ice accretion instruments*, National Aeronautical Establishment (NAE), Laboratory Report LR-32, National Research Council (NRC), Ottawa, Canada, pp. 12, 1952.
- 5 **Messinger B.L.**, *Equilibrium Temperature of an Unheated Icing Surface as a Function of Airspeed*, Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 20, #1, pp. 29-42, 1953.
- 6 **Lozowski F.H., Stallabras J.R. and Hearty P.F.**, *The Icing of an Unheated Non-Rotating Cylinder in Liquid Water Droplet-Ice Crystal Clouds*, National Research Council (NRC) Laboratory report #LTR-LT-96, pp. 66, 1979.
- 7 **Stallabras J.R.**, *Icing Flight of a Bell HTL-4 Helicopter*, National Aeronautical Establishment, Laboratory Report #LR-197, National Research Council (NRC), Ottawa, Canada, pp. 14, 1957.
- 8 **Macklin W.C.**, *Accretion in Mixed Clouds*, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol. 87, #1, pp. 413-424, 1961.
- 9 **Wright W.B.**, *Users Manual for the Improved NASA Lewis Ice Accretion Code LEWICE 1.6*, National Aeronautical and Space Administration (NASA ), Contractor Report, pp. 95, May, 1995.

- 10 **Gent R. W.**, *TRAJICE2, A Combined Water Droplet and Ice Accretion Prediction Program for Aerofoil*, Royal Aerospace Establishment (RAE), Farnborough, Hampshire, Technical Report Number TR90054, pp. 83, November, 1990.
- 11 **Guffond D., Hedde T. and Henry R.**, *Overview of Icing Research at ONERA*, Advisory Group for Aerospace Research and Development / Fluid Dynamics Panel (AGARD/FDP) Joint International Conference on Aircraft Flight Safety - Actual Problems of Aircraft Development, Zhukovsky, Russia, pp. 7, August 31 - September 5, 1993.
- 12 **Tran P., Brahimi M.T., Paraschivoiu I. Pueyo A., Tezok F.**, Ice accretion on Aircraft Wings with Thermodynamic Effects, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 32nd Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, Nevada, AIAA-1994-0605, pp. 9, January 1994.
- 13 **Mingione G. and Brandi V.**, *Ice Accretion Prediction on Multielements Airfoils*, Journal of Aircraft, Vol.35, No. 2, March-April 1998.
- 14 **Dillingh J. E. and Hoeijmakers H. W. M.**, *Accumulation of Ice Accretion on Airfoils during Flight*, Federal Aviation Administration In-flight Icing and Aircraft Ground De-icing, Conference, Chicago, Illinois, pp.13, June 16-20, 2003.
- 15 **Beaugendre H., Morency F. and Habashi W. G.**, *ICE3D, FENSAP-ICE'S 3D In-Flight Ice Accretion Module*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 40th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, Nevada, AIAA 2002-0385, pp. , January 2002.
- 16 **Pueyo A., Chocron D. and Kafyeke F.**, *Improvements to the Ice Accretion Code CANICE*, Proceedings of the 8<sup>th</sup> Canadian Aeronautics and Space Institute (CASI), Aerodynamic Symposium, Toronto, Canada, pp. 9, April 2001.
- 17 **Cebeci T. and Bradshaw P.**, *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*, New York, pp. 165-201, 1984.
- 18 **Shin J., Berkowitz B., Chen H. and Cebeci T.**, *Prediction of Ice Shapes and their Effect on Airfoil Performance*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Paper 91-0264, 1991.



- 19 **Al-Khalil K.M., Keith T. G., De Witt Jr., K. J., Nathman J. K. and Dietrich D. A.**, *Thermal Analysis of Engine Inlet Anti-Icing Systems*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 27<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, AIAA 89-0759, Reno, Nevada, pp. 9, January 1989.
- 20 **Al-Khalil K. M., Keith T. G. Jr. and De Witt K. J.**, *Further Development of an Anti-Icing Runback Model*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 29<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, AIAA-91-0266, Reno, Nevada, pp. 12, January, 1991.
- 21 **Shin J. and Bond T.**, *Experimental and Computational Ice Shapes and Resulting Drag Increase for a NACA 0012 Airfoil*, National Aeronautical and Space Administration (NASA ), Technical Memorandum 105743, pp. 10, January, 1992.
- 22 **Olsen W. and Walker E.**, Experimental Evidence for Modifying the Current Physical Model for Ice Accretion on Aircraft Surfaces, NASA Technical Memorandum #87184, pp. 47, 1986.
- 23 **Jones K.F.**, The Density of Natural Ice Accretions, Fourth International Conference on Atmospheric Icing of Structure, E. D. F., volume 77, #1, pp. 114-118, Paris, September 1988.
- 24 **Shin J.**, *Characteristics of Surface Roughness Associated With Leading Edge Ice Accretion*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 32<sup>nd</sup> Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, Nevada, AIAA-94-0799, pp. 16, January 1994.
- 25 **Hansman Jr. R.J. and Turnock S. R.**, *Investigation of Surface Water Behavior During Glace Ice Accretion*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 26<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, Nevada, AIAA 88-0015, pp. 10, January 1988.
- 26 **Fortin G., Louchez P. R. and Laforte J.-L.**, *Ice Accretion on a Rotating Cylinder with Global Correlation Calculation*, Anti-icing Materials International Laboratory, Université du Québec A Chicoutimi, pp. 188, February 1996.
- 27 **Fortin G.**, *Thermodynamique de la glace atmosphérique*, Note de cours 6DIG966, Université du Québec à Chicoutimi, Département des sciences appliquées, pp. 3-59 à 3-67, 2002.

- 28 **Louchez P. R. et Fortin G.**, *Scaling and Modeling of Ice Accretion on a Wing*, Anti-icing Materials International Laboratory prepared for Italian Aerospace Research Center (CIRA), Université du Québec A Chicoutimi, pp. 95, April 1997.
- 29 **Louchez P., Fortin G., Mingione G. and Brandi V.**, *Beads and Rivulets Modelling in Ice Accretion on a Wing*, 36<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reno, Nevada, pp. 10, January, 1998.
- 30 **Wright W. B., Gent R. W. and Guffond D.**, *DRA/NASA/ONERA Collaboration on Icing Research Part II – Prediction of Airfoil Ice Accretion*, National Aeronautical and Space Administration (NASA ), Contractor Report 202349, pp. 50, 1997.
- 31 **Anonym**, *Ice Accretion Simulation Evaluation Test, North Atlantic Treaty Organisation*, Research and Technology Organisation (RTO), Technical report #038, Edited by R.J. Kind, pp. 32, 2001.
- 32 **Nikuradse J.**, *Ström in Rauher Röhren*, VDI-Forschungsheft 361, 1933, also *Laws of Flow in Rough Pipes*, NACA Technical Memorandum 1292, 1950.
- 33 **Burghardt M. D.**, *Engineering Thermodynamics with Applications*, Third Edition, Harper & Row, Publishers, New York, pp. 76-79, 1986.
- 34 **Kreith F. and Black W. Z.**, *Basic Heat Transfer*, Harper & Row, Publishers, Inc. New York, pp. 218-219 and pp. 486-489, 1980.
- 35 **Kays W.M. and Crawford M.E.**, *Convective Heat and Mass Transfer*, McGraw-Hill Book Company, 3<sup>th</sup> edition, pp. 206-301, 1993.
- 36 **White F. M.**, *Viscous Fluid Flow*, Mechanical Engineering, Second Edition, McGraw-Hill, pp. 23-29 and 569, 1991.
- 37 **Von Doenhoff A. E. and Horton E. A.**, *A Low-Speed Experimental Investigation of the Effect of a Sandpaper Type of Roughness on Boundary-Layer Transition*, NACA Technical Manual 1349, pp. 239-254, 1958.

- 38 **Young A.D.**, *Boundary layers*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Education Series, pp. 176-187, 1989
- 39 **Schlichting H.**, *Boundary-Layer Theory*, ED. New York, McGraw-Hill, pp. 255-258 and 661-667, 1968.
- 40 **Bird R.B., Stewart W. E. and Lightfoot E.N.**, *Transport Phenomena*, John Wiley & Sons, Inc., pp. 352-354, 1960.
- 41 **Laforte J.-L. and Allaire M. A.**, *Évaluation du givromètre d'Hydro-Québec à différentes intensités de givrage sec et humide*, Hydro-Québec, Études et Normalisation Équipement de Transport, Montréal, Québec, Canada, Rapport HQ-92-02, pp. 2.1-2.5, 1992.
- 42 **Riley J. et McDowall R.**, *An Investigation of the Effect of Number of Times Steps on Ice Shapes Calculated by an Ice Accretion Code*, U. S. Department of Transportation, Federal Aviation Administration (FAA), Report DOT/FAA/AR/02/1, April, 2002.
- 43 **Anderson D. A and Tsao Jen-Ching**, *Overview of Icing Physics Relevant to Scaling*, FAA In-flight Icing / Ground De-icing International Conference & Exhibition, Palmer House Hilton, Chicago, Illinois, USA, June 16-20, 2003.
- 44 **Gerhart P. M., Gross R. J. and Hochstein J. I.**, *Fundamentals of Fluid Mechanics*, Second Edition, Addison-Wesley Publishing Company, pp. 845-847, 1992.
- 45 **Street R. L., Watters G. Z. and Vennard J. K.**, *Elementary Fluid Mechanics*, John Wiley & Sons, Seventh Edition, pp. 247-253, 1996.
- 46 **Fortin G.**, *Étalonnage d'un anémomètre à film chaud*, Manuel Technique, Laboratoire International des Matériaux Antigivre, Université du Québec à Chicoutimi, pp. 23, Mai 2001.
- 47 **Shin J. and Bond T.**, *Results of an Icing Test on a NACA 0012 Airfoil in the NASA Lewis Icing Research Tunnel*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 30<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, Nevada, AIAA-92-0647, pp. 19, 1992.

- 48 **Anonym**, 1991 ASHRAE Handbook, *Heating, Ventilating and Air-Conditioning Applications*, SI Edition, American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc., pp. 30.1-30.7, 1991.
- 49 **Van Whylen J. and Sonntag R. E.**, *Fundamentals of Classical Thermodynamics*, John Wiley & Sons, Third Edition, pp. 629, 766-775, 1965.
- 50 **Weast R. C. and Asle M. J.**, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 59th Edition, CRC Pres., pp. D-210-211, E-2-E-41, F-5-F-49, 1978-1979.
- 51 **Zhengming W.**, *MODIS (Moderate Resolution Imaging Spectrometer) UCSB Emissivity Library*, Institute for Computational Earth System Science, University of California, Internet sit at [www.ices.ucsb.edu/modis/EMIS/html/em.html](http://www.ices.ucsb.edu/modis/EMIS/html/em.html), 2001.
- 52 **Hobbs P. V.**, *Ice Physics*, Oxford University Press, London, pp. 356-361 and 494-501, 1974.
- 53 **Farzaneh M. and Laforte J.-L.**, *Ice Accretion on Conductors Energized by AC or DC : A Laboratory Investigation of Ice Treeing*, International Journal of Offshore and Polar Engineering, Vol. 4, No. 1, pp. 40-47, March,1994.
- 54 **Macklin W. C.**, *The Density and Structure of Ice Formed by Accretion*, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, Vol. 88, pp. 30-50, 1962.
- 55 **Pflaum J. C. and Pruppacher H. R.**, *A Wind Tunnel Investigation of Growth Initiated from Frozen Drops*, Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 36, pp. 680-689, 1979.
- 56 **Bain M. and Gayet J. F.**, *Contribution to the Modeling of Ice Accretion Process*, Proceeding of the First International Workshop on Atmospheric Icing of Structures, U. S. Army CRREL Special report 83-17, pp. 13-20, 1983.
- 57 **Bragg M., Pokhariyal D., Hutchisson T. and Merret J.**, *Aircraft Flight Dynamics with Simulated Ice Accretion*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 39<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, AIAA-2001-0541, pp. 17, 8-11 January 2001.