

**UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI**

**MÉMOIRE PRÉSENTÉ À**

**L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI**

**COMME EXIGENCE PARTIELLE**

**DE LA MAITRISE EN INGÉNIERIE**

**PAR**

**CARL POTVIN**

**COMPORTEMENT ET EFFET DE LA CHARGE D'ESPACE SUR LE  
MÉCANISME DES VIBRATIONS INDUITES PAR EFFET DE COURONNE**

**MARS 2000**



### **Mise en garde/Advice**

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

*"J'aimerai dédier cet ouvrage  
à mon épouse Michèle. Sa  
compréhension et ses  
encouragements m'ont permis  
de poursuivre et de compléter  
ce travail"*

## RÉSUMÉ

L'effet de couronne est un phénomène observé lorsqu'une électrode est amenée à une tension suffisamment élevée pour que le champ électrique excède le seuil pour lequel des décharges prédisruptives apparaissent. La valeur de la tension nécessaire à l'apparition de l'effet de couronne dépend principalement de la géométrie des électrodes. Sous les conducteurs des lignes de transport d'énergie électrique, la présence de gouttes d'eau suspendues modifie de façon importante le champ électrique, ce qui provoque ou amplifie l'effet de couronne. Cela a pour effet de créer des charges sous le conducteur appelées charges d'espace. Ces charges peuvent induire des forces suffisamment importantes pour causer la vibration des conducteurs à la fréquence naturelle d'oscillation de la portée. Ce phénomène est connu sous le nom de *vibrations induites par effet de couronne*.

Afin de fournir de nouvelles données sur ce phénomène, principalement sur la force induite par chacune des gouttes d'eau suspendues, une simulation numérique a été réalisée. Comme plusieurs des paramètres nécessaires à la réalisation de la simulation étaient peu connus, nous avons aussi effectué une étude expérimentale. Cette étude a permis d'obtenir des relations empiriques applicables à la simulation numérique, notamment sur l'amplitude de vibration et sur la géométrie de la goutte suspendue. Par la suite, à l'aide de relations électrostatiques simples, la simulation numérique permet d'obtenir la force induite en fonction du temps pour différentes valeurs de champ électrique à la surface du conducteur.

Les résultats de l'étude expérimentale et de la simulation numérique permettent d'étendre les connaissances du phénomène de vibration par effet de couronne et pourront servir à élaborer des modèles numériques plus complets.

## REMERCIEMENTS

J'aimerai remercier toutes les personnes ayant contribué directement ou indirectement à la réalisation de ce travail.

Premièrement, merci à mon directeur recherche, M. Masoud Farzaneh, pour le support scientifique et administratif. Merci de votre confiance et de votre patience.

Merci à mon co-directeur, M. Augustin Gakwaya pour ses précieux enseignements, plus particulièrement en ce qui concerne les méthodes numériques de calcul de champ électrique.

Je ne saurais passer sous silence l'excellent support du personnel technique de l'équipe de recherche, plus particulièrement M. Sylvain Desgagné sans qui, la vie dans le laboratoire ne serait pas si agréable.

Je remercie aussi M. Cristophe Volat qui, lors de son stage, a contribué de façon significative à la mise en place du montage, à l'élaboration du logiciel d'acquisition et à l'observation des gouttes.

Finalement, j'aimerai remercier les membres de ma famille pour le soutien qu'ils m'ont apporté tout au long de mes études.

## TABLE DES MATIÈRES

1. INTRODUCTION .....	1
1.1 Problématique .....	1
1.2 Études antérieures .....	2
1.3 Objectifs.....	3
2. EFFET DE COURONNE .....	5
2.1 Définition.....	5
2.2 Conditions d'apparition .....	5
2.3 Les différents modes de décharges couronne .....	6
2.3.1 Effet de couronne en tension négative .....	7
2.3.2 Effet de couronne en tension positive.....	8
2.3.3 Effet de couronne en tension alternative.....	10
2.4 Effet de couronne sur une goutte d'eau .....	10
2.5 Utilisation et conséquences négatives de l'effet de couronne .....	11
2.5.1 Utilisation de l'effet de couronne .....	11
2.5.2 Conséquences négatives de l'effet de couronne .....	12

3. REVUE DU PHÉNOMÈNE DES VIBRATIONS INDUITES PAR EFFET DE COURONNE .....	13
3.1 Description générale du phénomène .....	13
3.2 Forces impliquées .....	13
3.2.1 Réaction mécanique due à l'éjection des gouttes .....	14
3.2.2 Répulsion entre les gouttes éjectées et le conducteur .....	15
3.2.3 Réaction due au vent ionique .....	15
3.2.4 Effet d'écran de la charge d'espace .....	16
3.3 Mécanisme des vibrations induites par effet de couronne .....	16
3.4 Effet de divers paramètres sur l'amplitude des vibrations .....	17
3.4.1 Effet de l'intensité de la pluie .....	18
3.4.2 Effet du champ électrique et du type de tension appliquée .....	19
3.4.3 Effet du vent .....	19
3.4.4 Effet de la température .....	20
3.5 Contribution de ce travail à la compréhension du phénomène .....	20
4. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE .....	22
4.1 Objectifs et méthodologie .....	22
4.2 Description du montage expérimental .....	23

4.2.1 Cage d'effet couronne.....	24
4.2.2 Composantes haute tension.....	25
4.2.3 Système de mesure et d'observation.....	27
4.2.4 Calibration .....	29
4.3 Paramètres expérimentaux .....	32
4.4 Résultats expérimentaux .....	33
4.4.1 Déplacement du conducteur.....	33
4.4.2 Courant de décharge .....	34
4.4.3 Géométrie de la goutte d'eau suspendue .....	35
4.4.4 Observation simultanée de la position du conducteur, de la longueur de la goutte, et du courant de décharge .....	39
4.5 Conclusion de l'étude expérimentale .....	41
5. SIMULATION NUMÉRIQUE.....	43
5.1 Objectifs et méthodologie.....	43
5.2 Description de la simulation numérique .....	44
5.2.1 Calcul de l'amplitude de vibration et de la position instantanée du conducteur ..	46
5.2.2 Calcul de la géométrie de la goutte suspendue .....	47
5.2.3 Calcul du champ électrique géométrique.....	56

5.2.4 Génération des charges d'espace .....	73
5.2.5 Calcul de la contribution des charges d'espace au champ électrique .....	76
5.2.6 Calcul de la vitesse de déplacement et de la position des charges d'espace .....	77
5.2.7 Calcul du courant de décharge et de la force induite .....	78
5.2.8 Généralités sur le code de simulation et l'interface usager .....	79
5.3 Résultats de la simulation numérique .....	80
5.3.1 Analyse globale .....	82
5.3.2 Force induite .....	83
5.3.3 Courant de décharge .....	84
5.4 Conclusion de la simulation numérique .....	86
6. CONCLUSION GÉNÉRALE .....	87
RÉFÉRENCES .....	90
ANNEXE 1: SIGNAUX OBTENUS LORS DE LA SIMULATION NUMÉRIQUE .....	97

## LISTE DES FIGURES

Figure 2-1 : Effet de couronne en tension négative .....	7
Figure 2-2 : Effet de couronne en tension positive .....	8
Figure 4-1 : Schéma du montage expérimental .....	23
Figure 4-2 : Schéma du montage en tension continue positive .....	26
Figure 4-3 : Schéma du montage en tension continue négative.....	26
Figure 4-4 : Déplacement du conducteur en fonction de la force statique .....	30
Figure 4-5 : Signal de l'appareil de mesure de contrainte en fonction du déplacement.....	30
Figure 4-6 : Signal de l'appareil de mesure de contrainte en fonction de la force statique...	31
Figure 4-7 : Amplitude de vibration en fonction du champ électrique.....	33
Figure 4-8 : Courant de décharge en fonction du champ électrique appliqué .....	35
Figure 4-9 : Longueur critique de la goutte d'eau en fonction du champ électrique.....	37
Figure 4-10 : Rayon critique de la goutte d'eau en fonction du champ électrique appliqué	38
Figure 4-11: Position du conducteur, longueur de la goutte et courant en tension négative	40
Figure 4-12: Position du conducteur, longueur de la goutte et courant en tension positive .	41
Figure 5-1 : Organigramme simplifié de la simulation numérique.....	45

Figure 5-2: Modèle de la goutte.....	47
Figure 5-3: Longueur critique utilisée pour la simulation numérique .....	49
Figure 5-4 : Changement de coordonnées pour intégration numérique.....	65
Figure 5-5 : Séparation de l'axe d'intérêt en zones.....	73
Figure 5-6 : Génération des charges d'espace en polarité positive .....	75
Figure 5-7 : Génération des charges d'espace en polarité négative.....	75
Figure 5-8 : Interface usager de la simulation numérique .....	80
Figure 5-9 : Force induite pendant un cycle de vibration .....	83
Figure 5-10 : Courant de décharge pendant un cycle de vibration .....	85
Figure A-1-1 : Résultats de la simulation V=40kV (E=7.26kV/m).....	98
Figure A-1-2 : Résultats de la simulation V=60kV (E=10.89kV/m).....	99
Figure A-1-3 : Résultats de la simulation V=65kV (E=11.80kV/m).....	100
Figure A-1-4 : Résultats de la simulation V=70kV (E=12.71kV/m).....	101
Figure A-1-5 : Résultats de la simulation V=75kV (E=13.62kV/m).....	102
Figure A-1-6 : Résultats de la simulation V=80kV (E=14.53kV/m).....	103
Figure A-1-7 : Résultats de la simulation V=85kV (E=15.43kV/m).....	104
Figure A-1-8 : Résultats de la simulation V=90kV (E=16.34kV/m).....	105

Figure A-1-9 : Résultats de la simulation V=95kV (E=17.25kV/m)..... 106

Figure A-1-10 : Résultats de la simulation V=100kV (E=18.16kV/m)..... 107

## **LISTE DES TABLEAUX**

Tableau 4-1 : Caractéristiques principales de la cage d'effet couronne .....	25
Tableau 5-1 : Exemples de géométries de la goutte suspendue.....	54
Tableau 5-2 : Exemples de géométries de la goutte suspendue (suite).....	55
Tableau 5-3 : Résultats de la simulation numérique.....	81

# CHAPITRE 1

## INTRODUCTION

### 1.1 Problématique

Une des conséquences du transport de l'énergie électrique à de hauts niveaux de tension est l'apparition de l'effet de couronne. L'effet de couronne est à l'origine d'interférences radiophoniques et télévisuelles, de bruits audibles, de pertes électriques importantes et de vibrations mécaniques. Ces vibrations sont appelées vibrations induites par effet de couronne. De nombreux ouvrages traitant de l'effet de couronne et des décharges partielles [1-5] permettent de prédire de façon acceptable le comportement des lignes au niveau des pertes, des bruits audibles et des interférences [6]. Par contre, l'intérêt porté aux phénomène des vibrations induites par effet de couronne a varié au fil des années [7].

Les vibrations induites par effet de couronne apparaissent par faible vent sur les lignes à haute tension lorsque des gouttes d'eau sont suspendues sous les conducteurs en condition de pluie, de neige mouillée ou de brouillard intense. L'effet de couronne à la surface de ces gouttes d'eau est responsable des vibrations. L'amplitude des vibrations ne dépasse pas, en

général, une dizaine de centimètres et la fréquence est la fréquence naturelle de la portée [7].

L'apparition fréquente de ce type de vibration impose des contraintes mécaniques qui peuvent diminuer la durée de vie des composantes des lignes de transport d'énergie électrique (conducteurs, chaînes d'isolateurs, pinces d'ancrage, entretoises...).

## 1.2 Études antérieures

Les premières observations retracées dans la littérature sont celles de Peek au début du siècle [8]. Les premiers essais en laboratoire datent de 1932 [9,10]. Par la suite, l'intérêt sur le sujet semble diminuer. On attribue ce relâchement à deux articles publiés en 1933 qui affirment que les vibrations induites par effet de couronne sont sans danger, tant et aussi longtemps que le niveau des tensions de transport de l'énergie électrique n'atteindra pas les 1000 kV [11,12].

La hausse des tensions de transport de l'énergie électrique et la publication d'une description relativement détaillée en 1956 [13] semblent stimuler de nouveau les recherches dans les années soixante. On porte une attention particulière au comportement des gouttes d'eau dans un champ électrique intense [14-17] et aux effets des décharges partielles sur les réseaux électriques [15,16,18-21].

La fin des années soixante-dix et les années quatre-vingt ont été des périodes importantes dans l'étude des vibrations induites par effet de couronne. Entre autres, les

chercheurs de l'Université du Québec à Chicoutimi tentent d'expliquer le phénomène en étudiant les vibrations dans plusieurs conditions. Un mécanisme précis est proposé et accepté par la communauté scientifique en général [7,22-39].

### 1.3 Objectifs

La présence intermittente de charges d'espace sous les conducteurs ayant été reconnue comme cause principale des vibrations induites par effet de couronne [7], il est donc important d'en étudier le comportement, afin de mieux comprendre le phénomène de vibration. Ceci permettra d'évaluer de façon précise la variation et l'amplitude de la force induite par effet de couronne pendant un cycle de vibration.

Pour ce faire, il est nécessaire de bien comprendre le phénomène d'ionisation des gaz, le comportement des gouttes d'eau dans un champ électrique intense ainsi que les forces en jeu dans le mécanisme des vibrations induites par effet de couronne. Dans un premier temps, une revue complète de la littérature scientifique sur le sujet a été réalisée. Cette étude nous permet de constater qu'il existe une relation entre la variation du courant de décharge et le comportement des charges d'espace. Il ressort aussi de cette étude que l'évaluation du champ électrique sous une goutte d'eau suspendue au conducteur nécessite des outils numériques puissants. Les équations régissant le système sont en effet des équations différentielles couplées [32,34]. La nécessité d'utiliser des méthodes numériques est doublement justifiée du fait que l'introduction d'instruments de mesure à proximité des gouttes d'eau peut perturber localement le champ électrique et fausser les résultats.

Une étude expérimentale portant sur le comportement électrique et mécanique d'une goutte d'eau suspendue à un conducteur porté à la haute tension a été réalisée. L'observation de la goutte sous le conducteur a permis de faire le lien entre sa géométrie, l'intensité de la décharge couronne et le mouvement du conducteur. De cette étude expérimentale, nous obtenons des observations et des relations empiriques reliant ces paramètres.

À partir de ces résultats, un modèle numérique basé sur la méthode des éléments de frontière a été établi afin d'évaluer le champ électrique en fonction de la forme de la goutte et ce, en tenant compte des charges d'espace et du mouvement vibratoire du conducteur. En connaissant la valeur et la répartition du champ électrique, la force induite pendant un cycle de vibration peut être calculée.

## CHAPITRE 2

### EFFET DE COURONNE

#### 2.1 Définition

On appelle effet de couronne, toutes les décharges prédisruptives apparaissant dans une zone où le champ électrique est intense. Ces décharges se manifestent par des bruits audibles et des lueurs diverses. L'effet de couronne a été l'objet de nombreux travaux qui ont permis de comprendre les principes fondamentaux impliqués [1-5] et les conséquences du phénomène dans le domaine du transport de l'énergie électrique [6]. Les paramètres importants dans le cadre de la présente étude sont bien résumés par Farzaneh [7]. Pour plus d'informations sur les phénomènes fondamentaux décrits dans ce chapitre, le lecteur est invité à consulter les références mentionnées ci-dessus [1-7].

#### 2.2 Conditions d'apparition

Dans un champ électrique intense, l'excitation des particules du gaz ambiant peut devenir suffisamment élevée pour ioniser ce même gaz dans une région donnée. Les électrons libres, accélérés par le champ électrique intense, sont à la base de ce processus. Lorsque leur énergie dépasse l'énergie d'ionisation des molécules du gaz, les collisions entre

les électrons libres et les molécules du gaz entraînent l'ionisation de ces dernières. De nouveaux électrons sont produits et soumis au même champ. Lors de l'ionisation, des photons hautement énergétiques sont aussi produits. Ils peuvent aussi contribuer à une réaction en chaîne appelée avalanche de Townsend. Le développement d'avalanches successives produit la décharge couronne. Les ions et les électrons créés pendant la décharge se déplaceront selon leur polarité et influenceront à leur tour le champ électrique. On appelle ces groupes de charges en mouvement "charges d'espace". La décharge prend la forme d'une lueur de forme variée selon le type et l'intensité de la tension appliquée. Le courant de décharge dépend des mêmes paramètres.

Comme l'effet de couronne dépend du champ électrique, son apparition est étroitement liée à la tension appliquée aux électrodes du système et à la géométrie de ces mêmes électrodes. Les caractéristiques diélectriques du milieu séparant les électrodes sont aussi à considérer. Il existe un champ électrique critique d'apparition de l'effet de couronne selon le milieu. En ce qui nous concerne, nous nous attarderons à l'air, qui est le gaz environnant des lignes aériennes de transport d'énergie électrique. La disposition habituelle des conducteurs des lignes à haute tension crée un champ électrique non-uniforme. C'est pourquoi nous discutons ici des décharges en champ non-uniforme.

### **2.3 Les différents modes de décharges couronne**

Selon la polarité et l'intensité du champ électrique, on distingue plusieurs modes de décharges couronne.

### 2.3.1 Effet de couronne en tension négative

Les électrons libres naturels et ceux créés lors des avalanches électroniques sont repoussés par la cathode vers la zone de champ électrique plus faible tel qu'illustré à la Figure 2-1a. Ceux-ci se recombinent rapidement avec les molécules neutres et forment des ions négatifs (Figure 2-1b). Pendant ce temps, les ions positifs créés lors des avalanches électroniques s'approchent de la cathode dans la zone de champ intense (Figure 2-1c). Ils sont captés avant que les ions négatifs ne s'éloignent suffisamment de la cathode pour ne plus modifier le champ électrique dans la zone active. Les ions négatifs forment alors la charge d'espace négative (Figure 2-1d).

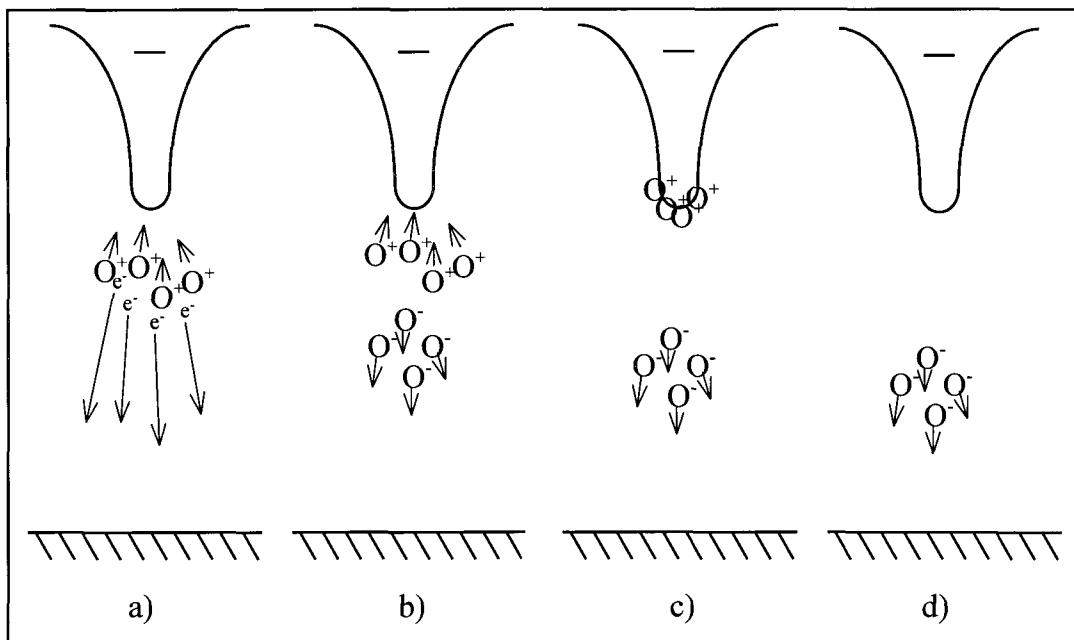


Figure 2-1 : Effet de couronne en tension négative

En fonction du gradient de tension, on note trois types de décharges. Premièrement, les impulsions de Trichel apparaissent dès que le gradient critique est atteint. Le champ

électrique dans la zone active est diminué par la charge d'espace négative, ce qui provoque une chute momentanée du courant de décharge. De ce fait, ce mode prend la forme d'impulsions régulières dont la fréquence augmente avec la tension appliquée. Au-delà d'une certaine fréquence, les impulsions disparaissent et sont remplacées par une décharge continue appelée lueur négative. Celle-ci se produit lorsque les nuages d'ions négatifs ne sont plus capables de stopper la propagation des impulsions de Trichel. En augmentant encore plus la tension, on atteint l'effluve négatif. Cette décharge survient juste avant le claquage.

### 2.3.2 Effet de couronne en tension positive

En tension positive, les électrons libres naturels et ceux créés lors des avalanches électroniques se déplacent vers l'anode dans la zone où le champ électrique est le plus intense tel qu'illustre à la Figure 2-2a.

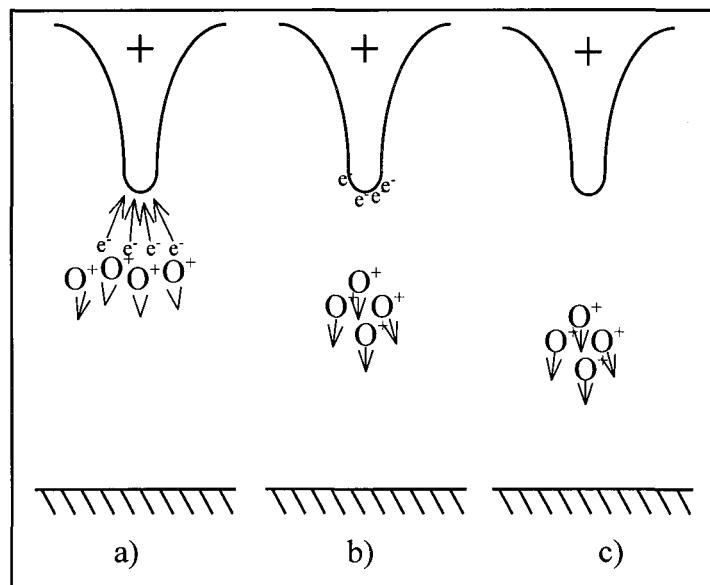


Figure 2-2 : Effet de couronne en tension positive

Ils sont rapidement captés par l'anode, ce qui a pour effet de laisser dans l'espace entre les électrodes les ions positifs, autre produit des avalanches électroniques (Figure 2-2b). Les ions positifs sont plus lourds et, par le fait même, plus lents que les électrons. Ces ions positifs forment la charge d'espace positive qui se déplace vers la cathode, où le champ électrique est moins intense (Figure 2-2c).

On note aussi trois modes de décharge en tension positive. Cependant, les ions fuyant l'anode diminuent le champ électrique pendant une période de temps plus longue qu'en tension négative. Cela implique que pour une tension donnée, les décharges sont en général moins puissantes en tension positive qu'en tension négative.

Le premier mode de décharge en tension positive est aussi composé d'impulsions. Les décharges se forment principalement autour d'un canal principal avec de multiples dérivations. Les photons sont impliqués dans la propagation de la décharge. La fréquence des impulsions augmente avec la tension appliquée jusqu'à une valeur critique. Le mode suivant est appelé lueur de Hermstein. La décharge dans ce mode est principalement continue avec quelques impulsions dans certaines configurations géométriques des électrodes. En augmentant encore la tension, juste avant la disruption totale de l'air, des effluves plus puissants se forment (effluves positifs).

### 2.3.3 Effet de couronne en tension alternative

Il est physiquement possible de voir apparaître, en tension alternative, tous les modes de décharge couronne en tension continue. Les alternances positives et négatives peuvent donner lieu à leurs modes de décharge respectifs. Cependant, il faut considérer le temps d'évacuation des charges d'espace formées pendant une alternance pour prévoir les modes qui seront possibles pendant l'alternance suivante. La distance entre les électrodes ainsi que le gradient de tension déterminent le temps de migration des ions et, par le fait même, leur effet sur les décharges. Si les ions n'ont pas le temps d'être évacués avant le changement de polarité de la tension appliquée, ceux-ci réduiront le champ électrique et l'intensité des décharges pendant l'alternance suivante. Donc, pour une même tension, les décharges sont moins intenses en tension alternative qu'en tension continue.

### 2.4 Effet de couronne sur une goutte d'eau

Lorsqu'une goutte d'eau est placée dans un champ électrique intense, elle est soumise à une force électrostatique. Cette force s'ajoute aux forces d'équilibre courantes (gravité, tension de surface, adhésion...). La force électrostatique tend à allonger la goutte dans la direction du gradient de tension. Cet allongement a généralement comme effet de diminuer le rayon de courbure de la goutte. De ce fait, le champ électrique local est augmenté de façon considérable, ce qui peut provoquer l'effet de couronne si la valeur critique est atteinte. La déformation des gouttes d'eau dans un champ électrique intense et les

décharges couronnes qui en résultent ont fait été l'objet de nombreuses publications [14-17,22,37,40-54].

En ce qui concerne le cas spécifique d'une goutte d'eau suspendue à un conducteur haute tension, la force électrostatique a tendance à allonger la goutte et à réduire le rayon de courbure de l'extrémité inférieure. La goutte prend la forme d'une pointe effilée, ce qui a pour effet d'augmenter localement le champ électrique. Ce phénomène est à la base des vibrations induites par effet de couronne [7].

## **2.5 Utilisation et conséquences négatives de l'effet de couronne**

L'effet de couronne peut être utilisée à des fins industrielles intéressantes. Par contre, elle peut apparaître de façon indésirable sur les composantes des lignes à haute tension.

### **2.5.1 Utilisation de l'effet de couronne**

La génération de charges électriques dans le phénomène d'effet de couronne est utilisée dans plusieurs procédés industriels tel que la précipitation et la vaporisation électrostatique. En chargeant des particules ciblées à l'aide des charges électriques générées par l'effet de couronne, on peut recueillir des poussières nuisibles avant leur évacuation dans l'air (précipitateurs) ou encore expulser de fines particules (ex: peinture) à un débit très précis et régulier (vaporisateurs).

Au niveau des lignes électriques, l'effet de couronne autour des conducteurs a pour effet de réduire l'amplitude et de ralentir la propagation des surtensions (ex: manoeuvre, foudre...).

### **2.5.2 Conséquences négatives de l'effet de couronne**

Au niveau du transport de l'énergie électrique, l'effet de couronne est la source de pertes électriques, d'interférences radiophoniques et télévisuelles, de bruits audibles, de la détérioration de l'état de surface des composantes et de vibrations mécaniques. De plus, les sous-produits de l'effet de couronne dans les milieux isolants de certains disjoncteurs ( $SF_6$ ) et transformateurs (huile), diminuent leur pureté et leurs propriétés isolantes. Minimiser l'effet de couronne demeure un défi de taille dans la conception des composantes haute tension. Les décharges électriques dans l'air génèrent aussi de l'ozone, qui est un gaz irritant.

## CHAPITRE 3

### REVUE DU PHÉNOMÈNE DES VIBRATIONS INDUITES PAR EFFET DE COURONNE

#### 3.1 Description générale du phénomène

Les vibrations induites par effet de couronne apparaissent lorsque des gouttes d'eau sont suspendues sous un conducteur haute tension. Les conditions atmosphériques favorables à la formation des gouttes sont la pluie, la neige mouillée et le brouillard intense. Les vibrations s'amorcent lorsque le champ électrique à la surface du conducteur est suffisamment intense et que la vitesse du vent est faible [7,23,26,29,30].

#### 3.2 Forces impliquées

Les lignes à haute tension sont normalement opérées à des gradients de tension (champ électrique à la surface des conducteurs) où les décharges couronnes sont faibles. Cependant, lorsque des gouttes d'eau sont suspendues sous les conducteurs, le champ électrique est augmenté et le processus de décharge couronne est amplifié. C'est à ce moment que les vibrations induites par effet de couronne apparaissent. En effet, les décharges sur les gouttes suspendues induisent des forces ponctuelles sur le conducteur, ce

qui provoque son déplacement. En considérant que la précipitation est suffisamment intense pour alimenter continuellement les gouttes, les forces suivantes sont impliquées [7,35]:

- réaction mécanique due à l'éjection des gouttes;
- répulsion entre les gouttes éjectées et le conducteur;
- réaction due au vent ionique;
- effet d'écran de la charge d'espace, réduisant la force entre le conducteur et son image.

De nombreuses études ont été réalisées dans le but d'évaluer la contribution de chacune de ces forces dans le mécanisme [7,25-29,31-37,39,52]. Une électrode conique est généralement utilisée pour évaluer les paramètres recherchés, par analogie avec la forme d'une goutte soumise à un champ électrique intense.

Avant de parler plus spécifiquement des forces impliquées, il est important de noter qu'en régime établi, l'éjection des gouttes est synchronisée (déphasage constant) avec le mouvement du conducteur. Les gouttes sont éjectées peu après que le conducteur se met à remonter suite à son passage à la position inférieure [7].

### 3.2.1 Réaction mécanique due à l'éjection des gouttes

En considérant le poids des gouttes d'eau suspendues au conducteur, on peut prévoir une force de réaction vers le haut, lorsque celles-ci quittent le conducteur. Des expériences ont évalué le nombre et la géométrie des gouttes éjectées à chaque passage par la position

inférieure [7,24,25,27,28,30,35,37-39,52]. Ces observations ont permis d'évaluer la force de réaction mécanique induite par la chute d'une série de gouttes. L'ordre de grandeur de cette force est négligeable par rapport à la force totale induite.

### **3.2.2 Répulsion entre les gouttes éjectées et le conducteur**

Lorsque l'accélération du conducteur est positive (vers le haut), l'allongement des gouttes est favorisé. À ce moment, les gouttes qui ont un volume suffisant sont éjectées. Ces gouttes sont porteuses de charges de même polarité que le conducteur, ce qui cause une force de répulsion. En observant la vitesse des gouttes éjectées et en la comparant à la vitesse de chute libre, les expériences antérieures en viennent à la conclusion que cette force est négligeable par rapport à la force totale induisant les vibrations [7,28,29,35,37].

### **3.2.3 Réaction due au vent ionique**

Le déplacement des ions créés lors des décharges couronnes est à l'origine d'un mouvement général du gaz ambiant qu'on appelle "vent ionique". Ce déplacement induit une force de réaction aérodynamique sur le conducteur. L'évaluation de la vitesse du gaz autour de l'axe de décharge d'une pointe métallique a permis de calculer cette force à l'aide de la loi de conservation de la quantité de mouvement [7,34,36,37,52]. Les résultats obtenus donnent une contribution maximale à la force totale de l'ordre de 15%, dépendant des conditions de l'expérience.

### **3.2.4 Effet d'écran de la charge d'espace**

La présence de charges d'espace entre le conducteur et la mise à la terre vient modifier les forces normalement présentes entre le conducteur et son image. En effet, la charge d'espace a pour effet d'annuler en partie la force d'attraction entre le conducteur et son image, ce qui a pour effet de pousser le conducteur vers le haut. Le champ électrique est alors réduit, la forme conique des gouttes disparaît et les décharges sont atténuées momentanément. La charge d'espace est évacuée, le champ augmente à nouveau et le processus recommence. On a démontré expérimentalement que la présence intermittente de charges d'espace entre une électrode et son image est, à elle seule, suffisante pour provoquer la vibration du système [7,29,31,33-36]. L'évaluation théorique de la force est cependant plus complexe et nécessite des outils mathématiques puissants. La méthode des éléments finis a été utilisée pour calculer la force d'une charge d'espace sphérique sur une électrode [7,32,34,37]. Les résultats confirment que l'effet d'écran de la charge d'espace est la cause principale des vibrations induites par effet de couronne.

## **3.3 Mécanisme des vibrations induites par effet de couronne**

Le démarrage et le maintien des vibrations se résument aux étapes suivantes [7,35]:

- les conditions atmosphériques amènent la formation de gouttes d'eau à la surface inférieure du conducteur;
- les gouttes sont soumises au champ électrique et prennent la forme d'un cône;

- le faible rayon de courbure de la pointe des gouttes augmente le champ électrique;
- les décharges couronnes se développent à la pointe des gouttes;
- le vent ionique et principalement les charges d'espace induisent des forces vers le haut sur le conducteur;
- le conducteur monte, provoquant la chute des gouttes allongées;
- le champ est diminué par la perte d'une série de gouttes allongées et par les charges d'espace;
- le conducteur redescend, les gouttes sont aplatis et les décharges sont faibles;
- lorsque le conducteur atteint sa position inférieure, les gouttes sont de nouveau allongées, les décharges augmentent et le processus se répète;
- si l'intensité de la précipitation est suffisante pour alimenter les gouttes entre chaque éjection, le conducteur continue de vibrer.

### **3.4 Effet de divers paramètres sur l'amplitude des vibrations**

Les conditions atmosphériques et les conditions d'opération de la ligne influencent l'amplitude des vibrations et le courant de décharge. Un grand nombre d'articles scientifiques ont été publiés à ce sujet. Ces résultats ont été très importants dans la compréhension du phénomène. Voici une brève description des principaux essais effectués.

### 3.4.1 Effet de l'intensité de la pluie

Comme les vibrations induites par effet de couronne sont étroitement liées à la présence de gouttes d'eau sous le conducteur, il faut s'attendre à ce que l'intensité de la pluie ait une influence sur l'amplitude d'oscillation. Les résultats ci-dessous ont été obtenus sur la portée expérimentale de l'Université du Québec à Chicoutimi [7,25,26,28,35,39] et confirmés par la suite [37]. On remarque que:

- pour une intensité de précipitation inférieure à 2 mm/h, l'amplitude de vibration est très faible;
- pour des valeurs d'intensités de précipitation comprises entre 2 et 24 mm/h, l'amplitude de vibration augmente de façon linéaire;
- au-delà de 24 mm/h, l'amplitude de vibration est quasi constante.

On peut expliquer ces résultats en observant le nombre de gouttes suspendues sous le conducteur. Il faut tout d'abord que l'intensité de la précipitation soit suffisante pour former des gouttes sous le conducteur. Le nombre de gouttes par unité de longueur du conducteur augmente avec l'intensité de la précipitation. De plus, les gouttes se retrouvent régulièrement espacées sous le conducteur sous l'effet du champ électrique. Le nombre de gouttes par unité de longueur atteint une valeur maximale, ce qui explique l'amplitude constante de la courbe pour une intensité de précipitation supérieure à 24 mm/h.

### **3.4.2 Effet du champ électrique et du type de tension appliquée**

La variation de l'amplitude de la vibration en fonction du champ électrique, pour un montage expérimental donné, nous permet de constater une différence d'amplitude en fonction du type de tension [7,23-25,27-30,34-39]. Peu importe le type de tension appliquée (alternative ou continue), on constate que l'amplitude augmente, passe par un maximum et diminue par la suite. Cependant, l'amplitude de vibration varie selon le type de tension. On peut supposer que le champ influence l'allongement et l'éjection des gouttes (quantité d'eau perdue) et par le fait même l'amplitude. En ce qui concerne l'effet de la polarité et du type de tension, la justification est simple si on considère la différence d'intensité des décharges couronne selon la polarité et le type de tension, tel que mentionné au Chapitre 2.

### **3.4.3 Effet du vent**

L'influence du vent sur les vibrations induites par effet de couronne a été étudiée à l'Université du Québec à Chicoutimi [7,27-30,34-36,39] et modélisée par la suite [37]. L'étude démontre clairement qu'un vent transversal affecte les vibrations induites par effet de couronne. La longueur critique des gouttes diminue lorsque la vitesse du vent augmente. De ce fait, l'intensité des décharges et l'amplitude de vibration diminuent. On remarque aussi qu'au delà d'une certaine vitesse, la vibration est uniquement éolienne. Les gouttes sont arrachées ou repoussées sur le côté du conducteur, ce qui empêche les décharges.

### **3.4.4 Effet de la température**

La température ambiante et celle de la précipitation influencent aussi les vibrations.

#### **3.4.4.1 Effet de la température ambiante**

On a constaté que la température ambiante affecte le champ électrique et par conséquent les vibrations. Cette variation du champ influence l'amplitude des vibrations tel que mentionné dans les sections précédentes. On peut aussi supposer que la température de la surface du conducteur influence l'adhésion et la longueur critique des gouttes [38].

#### **3.4.4.2 Effet de la température de la précipitation**

On constate également que la température de la pluie influence les vibrations. L'augmentation de la température de la pluie amène une diminution de l'amplitude des vibrations et du courant de décharge [38]. On explique cette variation par le changement de viscosité des gouttes. En effet, l'eau chaude est moins visqueuse que l'eau froide, ce qui influence la tension de surface et fait diminuer la longueur critique des gouttes. De ce fait, l'amplitude de vibration est diminuée.

### **3.5 Contribution de ce travail à la compréhension du phénomène**

Comme les études sur les vibrations induites par effet de couronne sont relativement limitées en nombre, il reste encore beaucoup à faire avant d'être capable de prédire et de reproduire le phénomène de façon globale. Un des points à étudier est la forme et

l'amplitude de la force induite par l'effet d'écran de la charge d'espace lors d'un cycle de vibration. C'est ce point que nous voulons éclaircir en combinant les résultats d'une étude expérimentale avec les outils numériques appropriés.

## CHAPITRE 4

### ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

#### 4.1 Objectifs et méthodologie

Une étude expérimentale a été réalisée dans le but d'obtenir des données empiriques applicables à la simulation numérique faisant partie de ce travail de recherche. De plus, les résultats obtenus serviront de point de comparaison avec les autres études expérimentales réalisées à ce jour.

La cage d'effet couronne du laboratoire haute tension de l'Université du Québec à Chicoutimi a été utilisée avec une seule goutte d'eau suspendue à un conducteur lisse. Cette configuration nous permet d'évaluer précisément le déplacement du conducteur, le courant de décharge et la géométrie d'une goutte d'eau lors du phénomène de vibration. Cette configuration a été utilisée à plusieurs reprises par les chercheurs de l'Université du Québec à Chicoutimi au cours des vingt dernières années [7,25,29,31,32,39]. De ce fait, les données obtenues pourront être validées à l'aide des résultats antérieurs. Les paramètres à l'étude sont le déplacement du conducteur, le courant décharge et la géométrie de la goutte suspendue.

Le déplacement du conducteur et le courant de décharge sont recueillis numériquement à l'aide d'un système d'acquisition de données. En ce qui concerne la géométrie de la goutte, une caméra vidéo à haute vitesse est utilisée pour l'observation.

#### 4.2 Description du montage expérimental

Le montage utilisé pour l'étude des vibrations induites par effet de couronne est principalement constitué d'une source à haute tension et d'une cage d'effet couronne coaxiale. Comme une seule goutte d'eau sera suspendue au conducteur, nous avons décidé d'utiliser un conducteur creux à surface lisse. Le mouvement de ce conducteur est très sensible à l'application de forces externes. Cela nous a permis d'observer le phénomène de vibrations induites par effet de couronne pour de très faibles valeurs de force induite. Le montage est complété par divers systèmes de mesure et d'observation. Celui-ci est présenté schématiquement à la Figure 4-1.

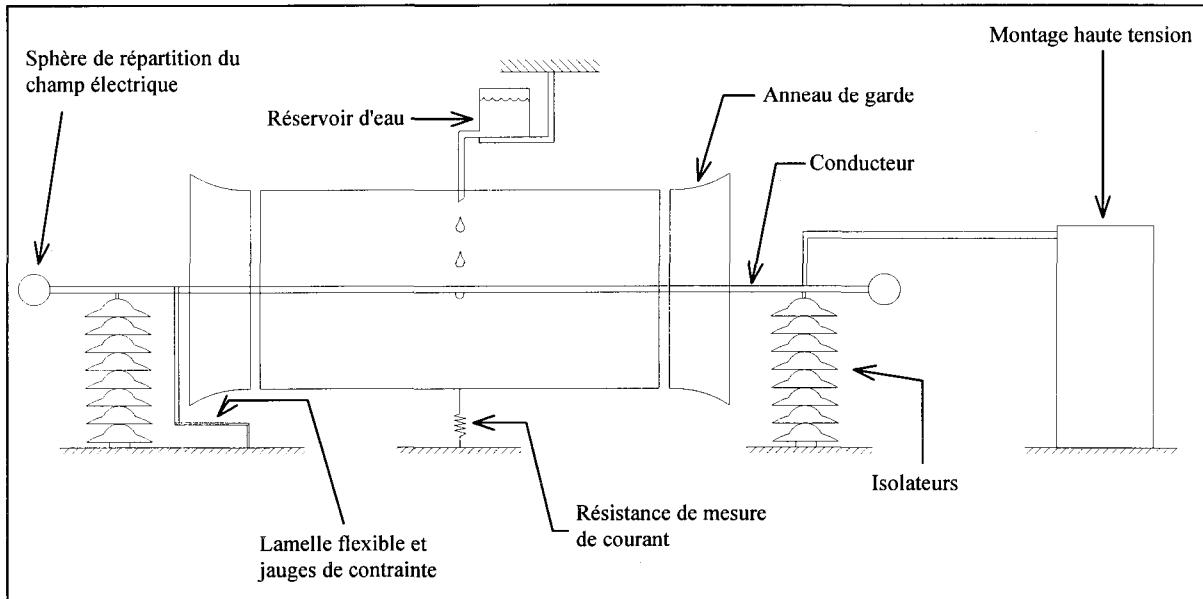


Figure 4-1 : Schéma du montage expérimental

Avant le début des essais, le montage a dû être déplacé vers de nouveaux locaux. Lors de cette relocalisation, quelques modifications lui ont été apportées. Premièrement, une cage de Faraday partielle a été construite autour du montage (plancher, plafond et murs en aluminium, façade en grillage). Cela a pour effet d'isoler les instruments de mesure des interférences électromagnétiques provenant du montage. De la même façon, le montage est protégé des interférences externes. En second lieu, un nouveau système de mise à la terre a été mis en place afin de protéger les instruments de mesures contre les surtensions et d'obtenir des mesures exemptes de bruits indésirables.

#### 4.2.1 Cage d'effet couronne

Afin d'obtenir un gradient de tension du même ordre que celui des lignes de transport d'énergie électrique réelles à l'aide d'une tension relativement peu élevée, une cage d'effet couronne coaxiale a été utilisée. Il est possible d'évaluer analytiquement le champ électrique géométrique pour cette configuration à l'aide de la formule suivante [55]:

$$E = \frac{V_0}{r} \frac{1}{\ln(b/a)} \text{ pour } a \leq r \leq b \quad (4.1)$$

où  $E$  est le champ électrique (V/m),  $V_0$  est la tension appliquée au conducteur central (V),  $r$  est la distance entre le centre du conducteur et le point de mesure (m),  $b$  est le rayon de la cage extérieure (m) et  $a$  est le rayon du conducteur central (m).

Des anneaux de garde aux extrémités de la cage et des sphères métalliques aux extrémités du conducteur central ont été ajoutées afin d'uniformiser le champ électrique (Figure 4-1). Cela permet de minimiser les décharges parasites. Les caractéristiques de la cage cylindrique centrale et du conducteur sont présentées au Tableau 4-1.

Tableau 4-1 : Caractéristiques principales de la cage d'effet couronne

Composantes	Caractéristiques
Cage cylindrique	<p>Structure portante : Bois</p> <p>Cage : Grillage métallique 6 mm</p> <p>Longueur : 2 m</p> <p>Diamètre intérieur : 1 m</p>
Conducteur central	<p>Composition : Aluminium</p> <p>Diamètre extérieur : 3.2 cm</p> <p>Diamètre intérieur : 2.85 cm</p> <p>Longueur hors tout : 3.97 m</p> <p>Longueur de la portée : 3.51 m</p> <p>Masse : 1.56 kg</p>

#### 4.2.2 Composantes haute tension

Les composantes haute tension utilisées lors de cette étude sont de marque Messwandler-Bau. Tous les modules (transformateurs, résistances, condensateurs, inductances, éclateurs) sont physiquement indépendants et peuvent être assemblés

librement grâce à un système de fixation universel. De cette façon, il est possible de générer une tension alternative, continue ou impulsionnelle. À la base de l'ensemble, on retrouve deux transformateurs 100kV-5kVA pouvant être utilisés individuellement ou en cascade pour atteindre 200kV. Le contrôle de ces transformateurs se fait par l'entremise d'un pupitre de commande 230V-5kVA. Ce pupitre comprend aussi des modules de mesure de tension et de courant (côté basse tension et haute tension), l'unité de contrôle et les dispositifs de sécurité usuels (verrouillage, arrêt d'urgence etc.). Dans le cadre de cette étude, un seul étage a été utilisé et ce, en tension continue (positive et négative). Les schémas de montage sont présentés ci-dessous.

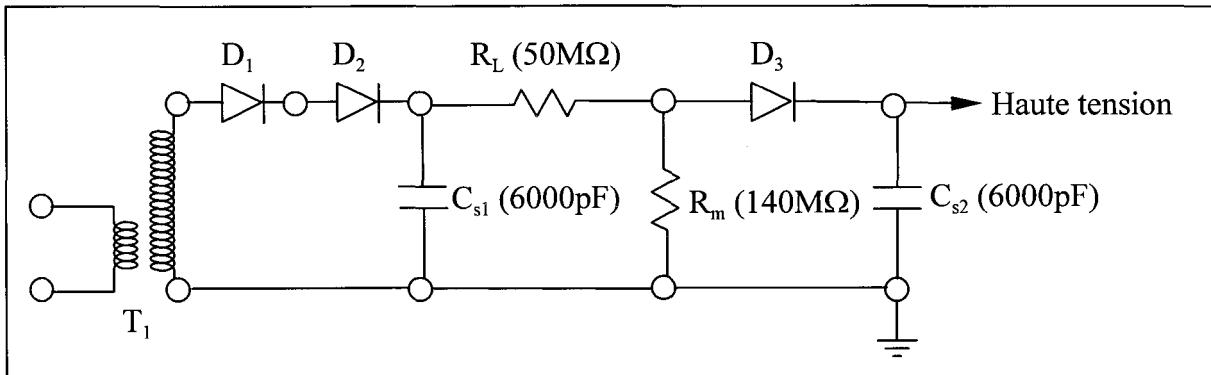


Figure 4-2 : Schéma du montage en tension continue positive

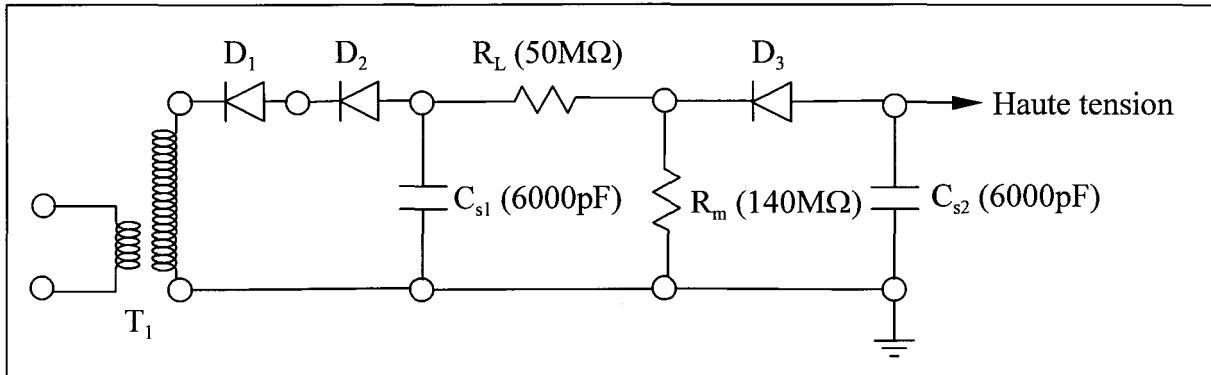


Figure 4-3 : Schéma du montage en tension continue négative

Il est à noter qu'une diode ( $D_3$ ) et un condensateur supplémentaire ( $C_{s2}$ ) ont été ajoutés aux montages et ce, dans le but de supprimer les ondulations à la fréquence du réseau (60Hz) observées avec les montages conventionnels suggérés par le fabricant. Le condensateur supplémentaire supprime bien les oscillations. Par contre, il ne se décharge pas automatiquement dans les résistances après le retrait de la tension d'alimentation. Pour assurer la sécurité des utilisateurs et la protection des instruments de mesure, un système de mise à la terre du deuxième condensateur supplémentaire a été ajouté au montage.,

#### **4.2.3 Système de mesure et d'observation**

Afin d'évaluer les paramètres à l'étude, une caméra d'observation a été mise en place ainsi qu'un système de mesure du déplacement du conducteur et du courant de décharge.

##### **4.2.3.1 Mesure de l'amplitude de vibration**

Le déplacement du conducteur a été évalué à l'aide de jauge de contraintes montées en pont complet sur une lamelle flexible (Figure 4-1). La tension à la sortie de l'appareil de mesure de contrainte (VISHAY P-350 AF) est directement proportionnelle au déplacement du conducteur. Ce signal est envoyé au premier canal du système d'acquisition de données et de la caméra haute vitesse. Le système d'acquisition de données et la caméra haute vitesse étaient déclenchés simultanément par un signal externe.

#### **4.2.3.2 Mesure du courant de décharge**

En insérant une résistance entre la cage coaxiale et la mise à la terre, il est possible d'évaluer le courant de décharge. La loi d'Ohm nous permet d'obtenir directement le courant de décharge à partir de la valeur de la résistance et de la tension à ses bornes. Dans le cadre de cette étude, nous avons utilisé une résistance de  $147\text{ k}\Omega$ . La tension aux bornes de cette résistance est envoyée au deuxième canal du système d'acquisition de données et de la caméra haute vitesse.

#### **4.2.3.3 Système d'acquisition de données**

Le système d'acquisition de données était principalement constitué d'un oscilloscope numérique Hewlett-Packard 5411D. Les deux canaux de l'oscilloscope ont été utilisés pour l'acquisition simultanée du déplacement du conducteur et du courant de décharge. Après chacune des acquisitions, les données étaient transférées à un ordinateur de type IBM-PC par l'entremise d'un lien GPIB. Un programme de transfert de données (langage C) entre l'oscilloscope et l'ordinateur a été réalisé dans le cadre de cette étude. La fréquence d'échantillonnage était de 5 kHz.

#### **4.2.3.4 Observation de la goutte d'eau suspendue au conducteur**

L'observation de la goutte d'eau suspendue au conducteur a été réalisée à l'aide d'une caméra haute vitesse KODAK (1000 images/seconde). Cette caméra nous a aussi permis d'afficher simultanément les signaux du déplacement du conducteur et du courant de

décharge sur chacune des images. Les enregistrements ont été transférés sur bande VHS pour fins d'analyse.

#### 4.2.4 Calibration

Avant de débuter les essais, il était primordial de bien calibrer les systèmes de mesure, en particulier le système de mesure du déplacement du conducteur. Pour ce faire, le signal à la sortie de l'appareil de mesure de contraintes a été mesuré pour divers déplacements du conducteur. Une charge mécanique a été appliquée en suspendant des étalons de masses différentes au centre du conducteur. La force appliquée est directement reliée à la masse de l'étalon. Dans le cadre de cette étude, cette force sera nommée *force statique* afin d'éviter toute confusion avec la *force induite*, telle que décrite au Chapitre 3. Le déplacement a été mesuré à l'aide de la caméra vidéo haute vitesse. Cette manipulation nous a permis d'obtenir la relation entre la force statique appliquée au centre du conducteur, son déplacement et le signal électrique à la sortie de l'appareil de mesure de contrainte. De plus, nous avons répété la manipulation afin de comparer les déplacements avec et sans le système de mesure de contrainte en place (tige isolante, lamelle et jauge). Cela nous a permis de vérifier si l'introduction du système de mesure de contrainte avait une influence sur le comportement du conducteur. Les résultats obtenus sont présentés aux Figures 4-4, 4-5 et 4-6 (pages suivantes). On constate à la Figure 4-4 que la mise en place des composantes de mesure de contrainte a une influence négligeable sur le déplacement du conducteur lorsque la force statique appliquée est inférieure à 5 Newtons, ce qui correspond à un déplacement approximatif de 3 millimètres.

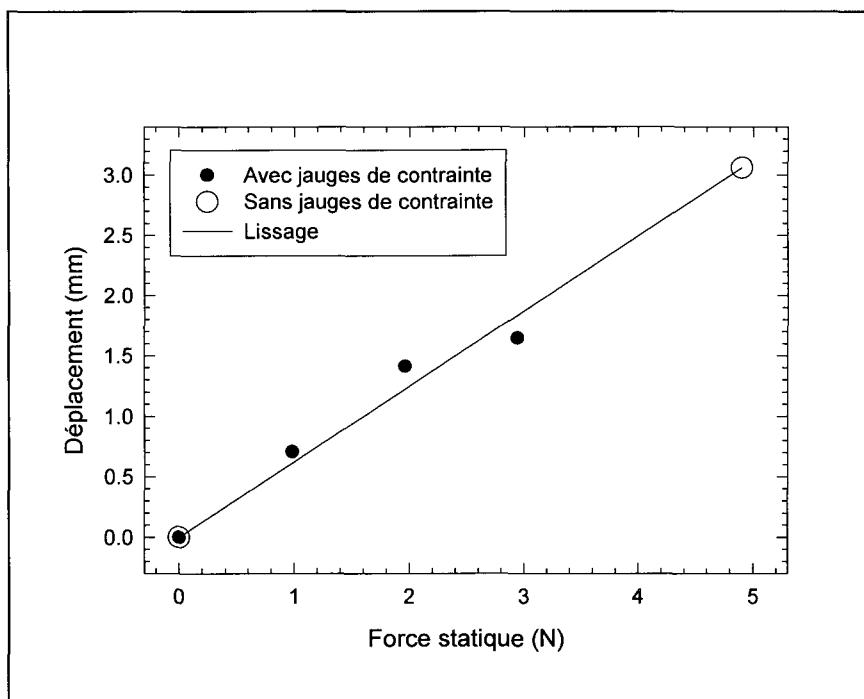


Figure 4-4 : Déplacement du conducteur en fonction de la force statique

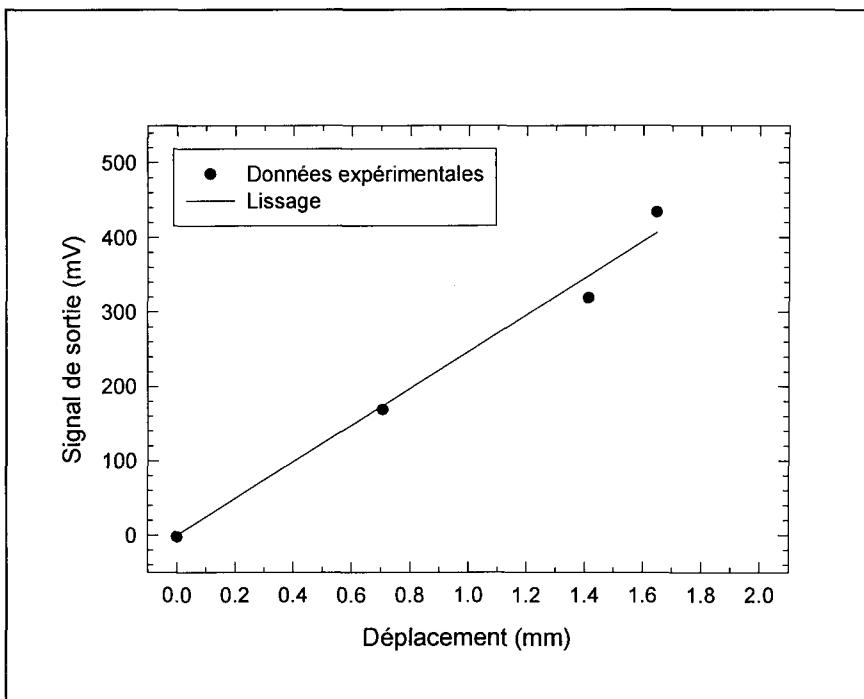


Figure 4-5 : Signal de l'appareil de mesure de contrainte en fonction du déplacement

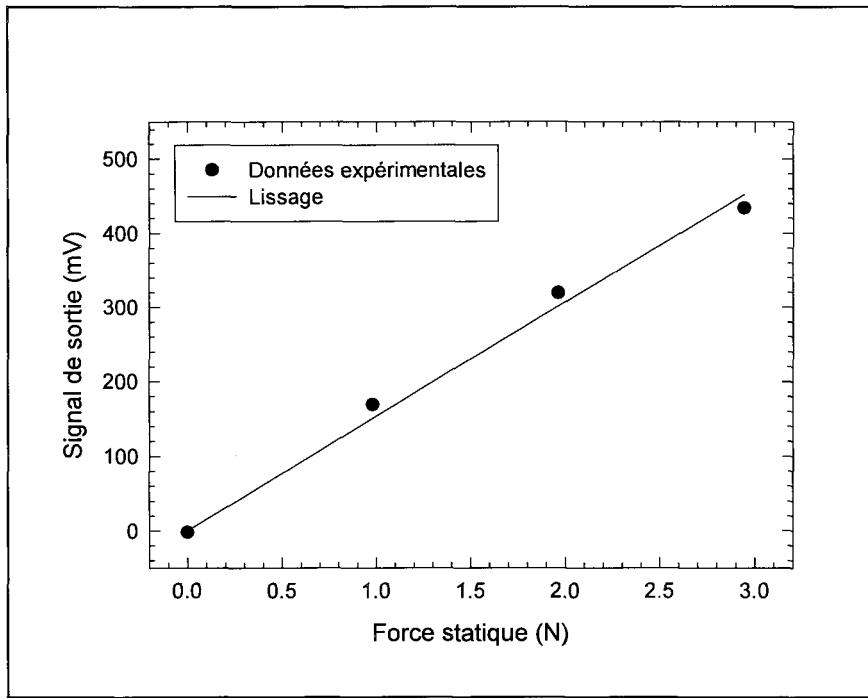


Figure 4-6 : Signal de l'appareil de mesure de contrainte en fonction de la force statique

Comme cette valeur de déplacement ne sera pas atteinte avec une seule goutte d'eau sous le conducteur, il n'y aura pas de correction à apporter. De plus, dans cette plage, le signal du système de mesure de contrainte augmente de façon linéaire en fonction du déplacement (Figure 4-5). Pour ces raisons, il est possible d'utiliser la relation linéaire suivante :

$$D = 4.052 \cdot 10^{-3} * U \quad \text{pour } 0 \leq |U| \leq 450 \quad (4.2)$$

où  $D$  est le déplacement du conducteur (mm) et  $U$  est la tension à la sortie de l'appareil de mesure de contrainte (mV).

### 4.3 Paramètres expérimentaux

Le niveau et la polarité de la tension appliquée au conducteur sont les seuls paramètres variables lors des essais. Afin de pouvoir comparer les résultats expérimentaux avec ceux des études antérieures sur une base équivalente, ceux-ci seront exprimés en fonction du champ électrique à la surface du conducteur. L'utilisation du champ électrique permet aussi de comparer les résultats obtenus sur des montages différents. L'équation 4.1 est utilisée pour le calcul du champ électrique à la surface du conducteur. D'autres paramètres sont importants dans l'interprétation des résultats. Ceux-ci ont été gardés constants tout au cours des essais. Il s'agit du débit d'eau, de la température ambiante et de la température de l'eau. Le choix du débit d'eau était très important. Comme nous utilisons une seule goutte, le débit doit être suffisamment élevé afin que la force induite soit appliquée régulièrement. Le cas est différent lorsque la totalité du conducteur est exposée à une pluie artificielle. Dans ce cas, il y a toujours plusieurs gouttes qui sont allongées simultanément [7]. La fréquence de chute des gouttes a été maintenue à environ 7 gouttes/seconde (1 goutte par cycle de vibration) et le volume moyen des gouttes était de 74  $\mu\text{l}$ . Ce débit correspond à une intensité de précipitation supérieure à 24 mm/heure, intensité à partir de laquelle l'amplitude de vibration n'augmente plus avec l'intensité de précipitation [7]. En ce qui concerne la température de la pièce, celle-ci était maintenue relativement constante à environ 22°C. De plus, nous laissions l'eau du réservoir atteindre la température ambiante avant de débuter les essais. La conductivité de l'eau était de 101.3  $\mu\text{S}/\text{cm}$ .

## 4.4 Résultats expérimentaux

Suite aux essais en tension continue positive et négative et ce, à plusieurs niveaux de tension, les données recueillies ont été analysées.

### 4.4.1 Déplacement du conducteur

À partir du signal de l'appareil de mesure de contrainte, le déplacement du conducteur en fonction du champ électrique à la surface du conducteur a été évalué. Le mouvement est sinusoïdal et nous présentons ici la valeur crête du déplacement. La fréquence de vibration est de 7.33 Hz ce qui correspond à la fréquence naturelle de vibration du conducteur [56].

Les résultats sont présentés à la Figure 4-7.

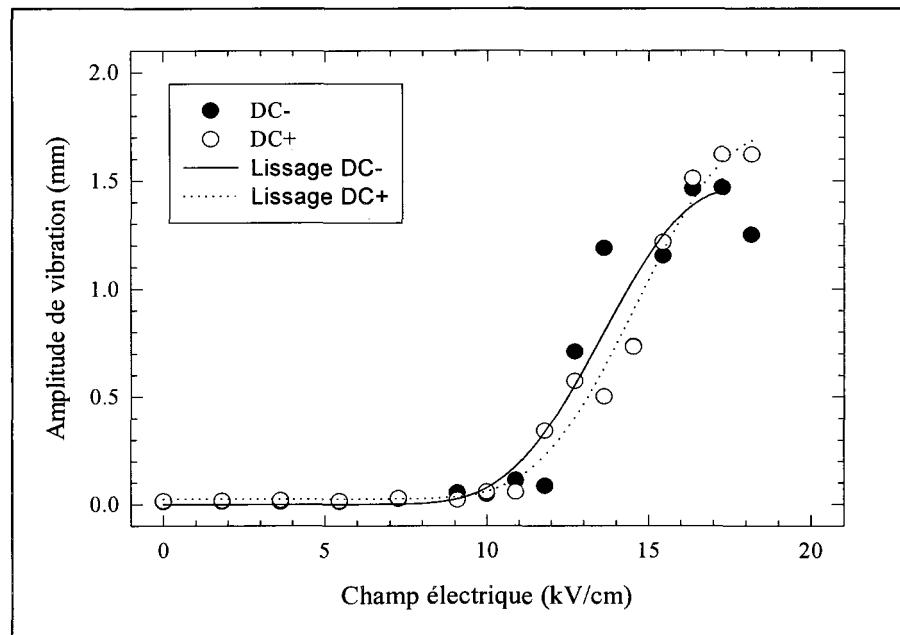


Figure 4-7 : Amplitude de vibration en fonction du champ électrique

Tant en tension négative que positive, l'amplitude de vibration augmente en fonction du champ électrique à la surface à partir de 10 kV/cm. Les maximums pour notre gamme de champs électriques sont de 1.47 mm en tension négative et de 1.62 mm en tension positive et ce, à 17.3kV/cm. La tendance observée à la Figure 4-7 est semblable à celle observée par Farzaneh sous pluie artificielle [7]. Évidemment, l'amplitude de vibration avec une seule goutte est plus faible que sous pluie. Ces résultats seront utilisés dans la simulation numérique au chapitre suivant.

#### 4.4.2 Courant de décharge

L'amplitude du courant de décharge couronne, telle que mesurée sur la deuxième voie du système d'acquisition de données, est présentée à la page suivante. Comme le courant n'est pas parfaitement sinusoïdal pour toutes les valeurs de champ électrique, nous présentons ici l'amplitude crête-crête. L'amplitude du courant augmente graduellement en fonction du champ électrique appliqué. Encore une fois, la tendance générale est la même que celle observée par Farzaneh sous pluie artificielle [7]. De plus, en divisant ces valeurs de courant par le nombre de gouttes simultanément allongées sous le conducteur [7], on obtient des valeurs près de celles mesurées ici avec une seule goutte.

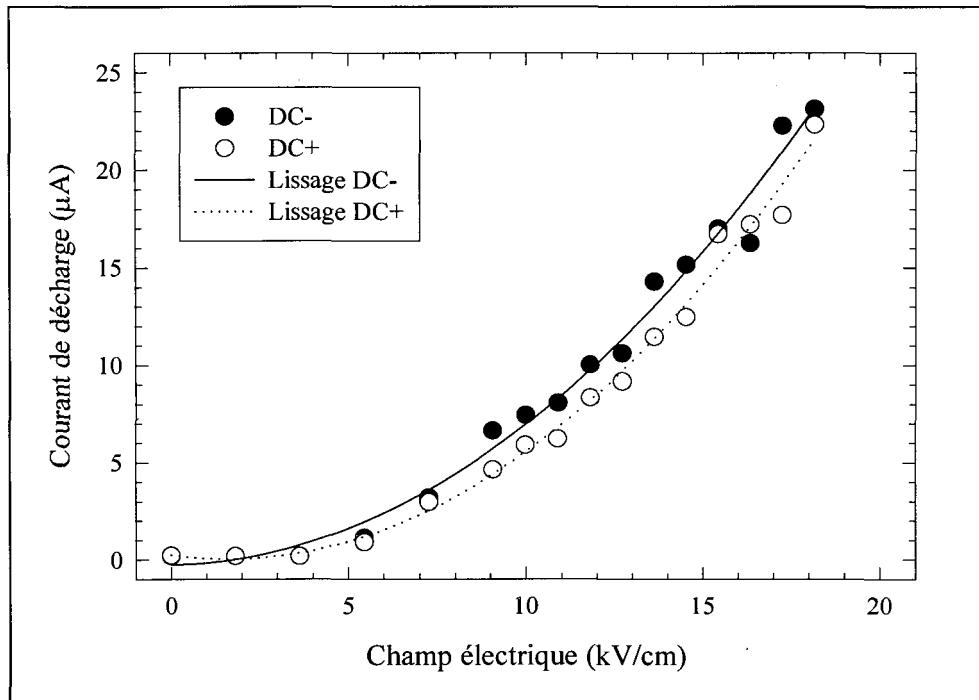


Figure 4-8 : Courant de décharge en fonction du champ électrique appliqué

#### 4.4.3 Géométrie de la goutte d'eau suspendue

La géométrie de la goutte d'eau sous le conducteur a été observée à l'aide d'une caméra haute vitesse (1000 images/s).

Les images extraites des bandes vidéos permettent de caractériser le comportement de la goutte d'eau. Les paramètres qui nous intéressent plus particulièrement sont la longueur totale et le rayon de courbure de l'extrémité de la goutte. Ces deux paramètres sont très importants car le champ électrique sous le conducteur est influencé par la géométrie de la goutte d'eau suspendue. La longueur totale et le rayon de courbure sont les deux facteurs dominants dans le calcul de la modification du champ électrique. Il était possible d'afficher

les signaux de position du conducteur et du courant de décharge à l'écran lors des enregistrements à haute vitesse. De cette façon, la relation entre la géométrie de la goutte, la position du conducteur et le courant de décharge peut être illustrée.

#### 4.4.3.1 Longueur de la goutte suspendue

Tel que mentionné précédemment, la longueur totale de la goutte est un des facteurs importants lorsque vient le temps d'évaluer l'influence de la goutte sur le champ électrique. Les enregistrements vidéo ont été utilisés pour obtenir la longueur totale maximum en fonction du champ électrique à la surface du conducteur. La longueur maximum est la longueur avant la chute de la goutte ou avant l'éjection de gouttelettes. Pour alléger le texte, nous utiliserons le terme *longueur critique* au lieu de longueur totale maximum. Les résultats sont présentés à la Figure 4-9. La longueur critique de la goutte augmente avec le champ électrique, pour des valeurs inférieures à 8 kV/cm. Les forces électrostatiques à l'intérieur de la goutte tendent à l'allonger dans la direction du champ électrique. À partir de cette valeur, les forces électrostatiques excèdent la tension de surface de la goutte, ce qui provoque l'éjection de gouttelettes. Par le fait même, la longueur critique diminue et le courant de décharge augmente (Figure 4-8). À partir de 10 kV/cm, le conducteur se met à vibrer (Figure 4-7). L'accélération du conducteur vers le haut favorise l'allongement de la goutte contrairement au champ électrique qui favorise l'éjection de gouttelettes. C'est pourquoi la longueur critique semble se stabiliser à partir de 15 kV/cm.

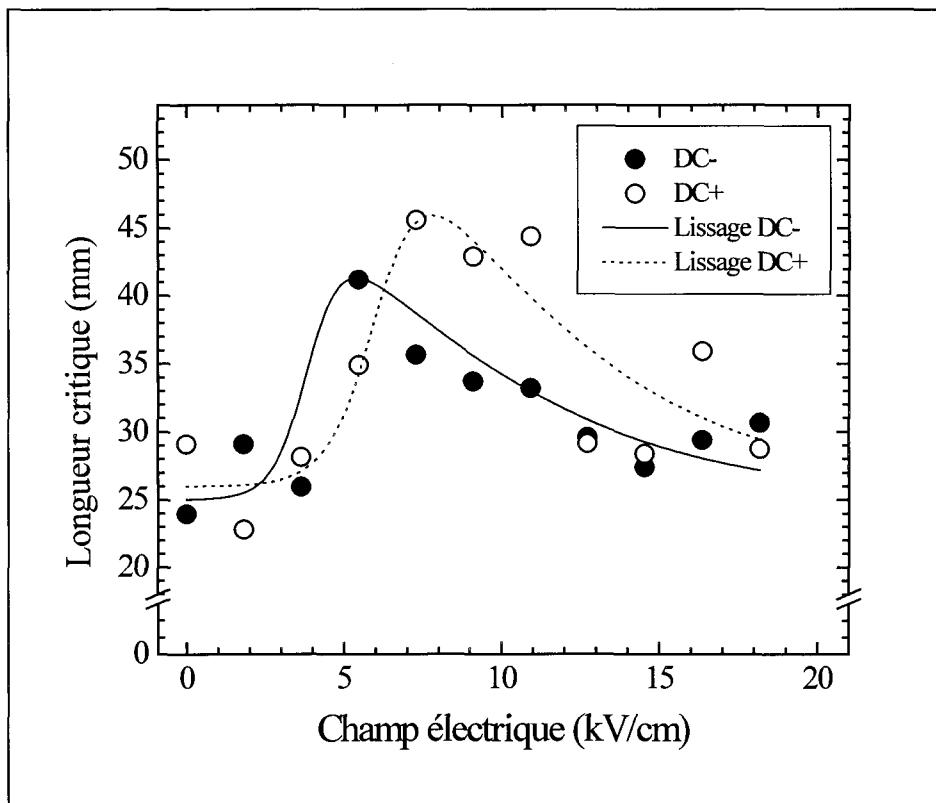


Figure 4-9 : Longueur critique de la goutte d'eau en fonction du champ électrique

Les longueurs critiques observées ci-dessus seront utilisées dans la simulation numérique afin de prendre en considération le comportement réel de la goutte suspendue pour diverses valeurs de champ électrique.

#### 4.4.3.2 Rayon de courbure de l'extrémité de la goutte

Le rayon de courbure d'une électrode portée à haute tension est le facteur le plus important en ce qui concerne l'apparition de l'effet couronne. Dans le cadre de cette étude, l'électrode de plus faible rayon est la goutte suspendue au conducteur. Le rayon de courbure lors de l'élongation maximum de la goutte a été déterminé à partir des

enregistrements vidéo. Encore une fois, afin d'alléger le texte nous utiliserons le terme *rayon critique* au lieu de rayon de courbure à l'elongation maximum. Les résultats sont présentés à la Figure 4-10.

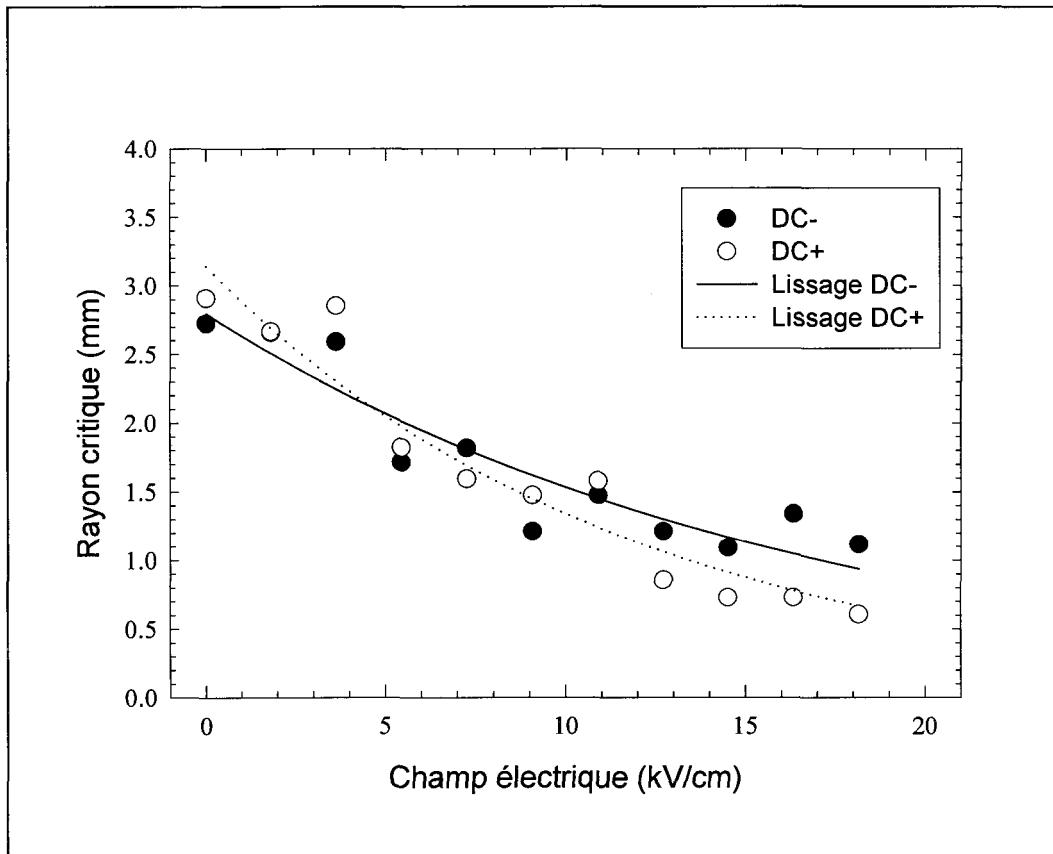


Figure 4-10 : Rayon critique de la goutte d'eau en fonction du champ électrique appliqué

On constate que le rayon critique de la goutte décroît avec l'augmentation du champ électrique. Cela est dû à la tension de surface s'opposant à l'allongement causé par l'augmentation des forces électrostatiques à l'intérieur de la goutte lorsque soumise au champ électrique externe. Cette diminution du rayon a pour effet d'amplifier localement le champ électrique à proximité de la goutte et de favoriser les décharges. Ces observations

sont à la base du mécanisme de vibrations induites par effet couronne [7]. On a aussi observé que le rayon de courbure de l'extrémité de la goutte ne change pratiquement pas pendant le cycle de vibration.

Les rayons critiques observés à la Figure 4-10 seront utilisés dans la simulation numérique afin de prendre en considération le comportement réel de la goutte suspendue pour divers champs électriques.

#### **4.4.4 Observation simultanée de la position du conducteur, de la longueur de la goutte, et du courant de décharge**

Une des façons de visualiser les phénomènes impliqués dans le mécanisme des vibrations induites par effet couronne est d'afficher simultanément la position du conducteur, la longueur de la goutte suspendue et le courant de décharge. À l'aide de la caméra haute vitesse, il a été possible d'afficher les signaux de position du conducteur et de courant sur chacune des images. La longueur de la goutte est mesurée directement sur les images numérisées à l'aide du logiciel SigmaScan. Ces observations ont été effectuées pour un champ électrique de 16.3 kV/cm en tension négative et positive. Les résultats sont présentés à la Figure 4-11 et 4.12. On constate que la goutte s'allonge pendant l'accélération positive, c'est-à-dire à partir du moment où le conducteur commence à ralentir pendant sa descente jusqu'à ce qu'il ralentisse pendant sa montée. L'amplitude du courant de décharge dépend directement de la longueur de la goutte pour chaque polarité. Plus la goutte est longue, plus le courant est intense. On constate aussi que les éjections de gouttelettes

(diminution brusque de la longueur de la goutte) ont un effet presque immédiat sur l'amplitude du courant. Comme le courant est représentatif de la quantité de charge d'espace en mouvement entre le conducteur et la cage, celui-ci est directement représentatif de la force induite sur le conducteur. C'est pourquoi ces observations seront utilisées qualitativement pour la validation de la simulation numérique. On constate aussi que l'allongement maximum de la goutte est en retard par rapport à la position inférieure du conducteur (cette position correspond à l'accélération maximum vers le haut). Le retard est en moyenne de 30 millisecondes et est relativement constant. Ce retard correspond bien au déphasage entre deux systèmes liée élastiquement vibrant à la fréquence naturelle qui est de  $\pi/2$ . Cette valeur de retard sera elle aussi utilisée dans la simulation numérique.

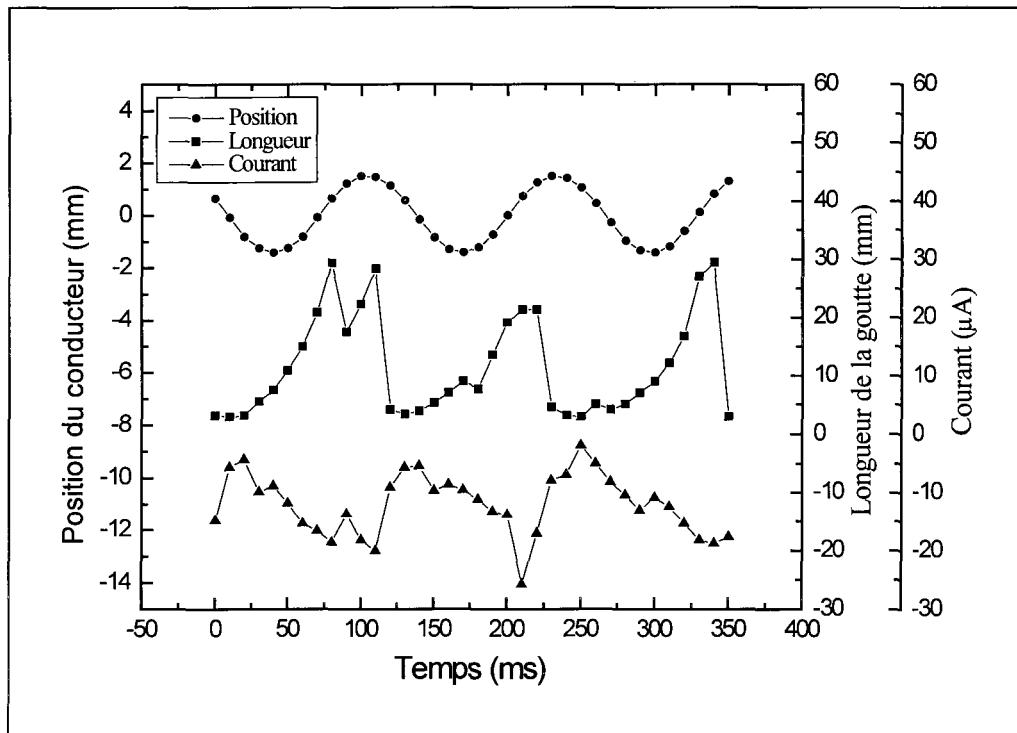


Figure 4-11 : Position du conducteur, longueur de la goutte et courant en tension négative

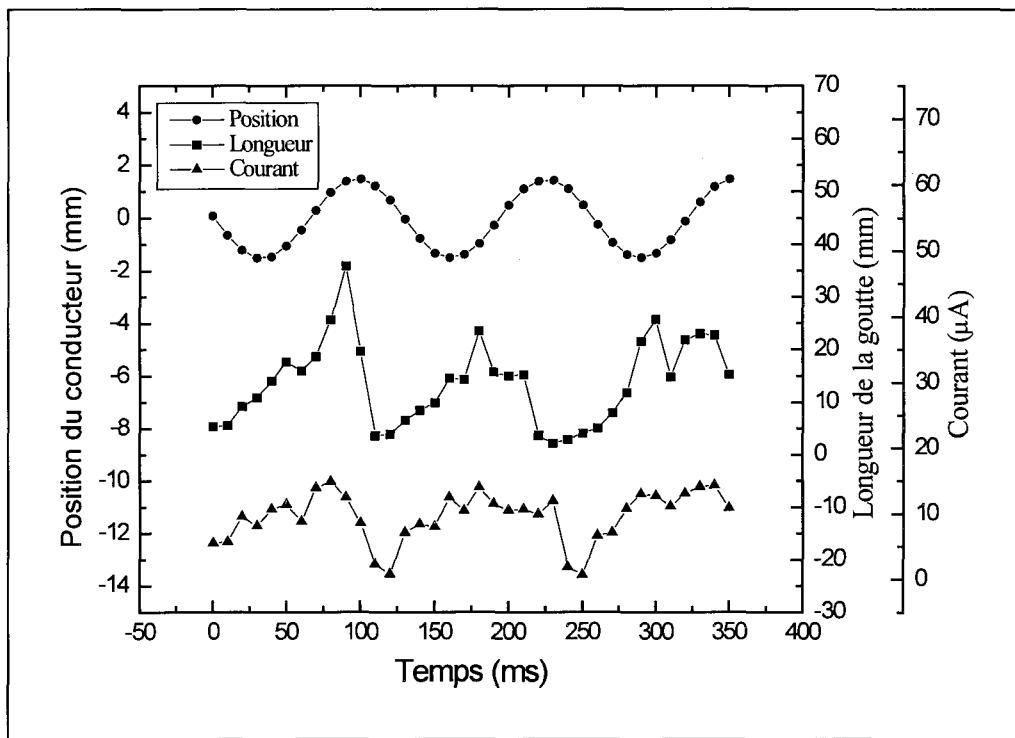


Figure 4-12 : Position du conducteur, longueur de la goutte et courant en tension positive

#### 4.5 Conclusion de l'étude expérimentale

Un conducteur lisse au centre d'une cage coaxiale d'effet couronne a été utilisé afin de mesurer les paramètres des vibrations induites par effet de couronne avec une seule goutte d'eau suspendue. Les paramètres qui ont été évalués sont le déplacement du conducteur, le courant de décharge et la géométrie de la goutte d'eau suspendue.

L'amplitude de vibration et le courant de décharge augmentent en fonction du champ électrique appliqué. En ce qui concerne la géométrie de la goutte d'eau suspendue, la longueur maximale et le rayon de courbure de l'extrémité ont été évalués en fonction du champ électrique appliqué. La longueur maximale augmente jusqu'à un maximum et

diminué par la suite. Le rayon de courbure diminue avec l'augmentation du champ électrique.

L'observation simultanée de la position du conducteur, de la longueur de la goutte et du courant de décharge permet de visualiser la relation entre ces trois paramètres. Cette relation est primordiale dans la compréhension du phénomène de vibration induites par effet couronne. Elle permet d'avoir une idée de la forme de la force induite à partir de l'enregistrement du courant. De plus, le retard d'allongement de la goutte par rapport à l'accélération maximale du conducteur a été mesuré.

Les résultats obtenus ont permis d'établir des relations empiriques valides pour de faibles amplitudes de vibration. Ces relations permettront de réaliser une simulation numérique représentative des conditions réelles de vibration induites par effet de couronne.

## CHAPITRE 5

### SIMULATION NUMÉRIQUE

#### 5.1 Objectifs et méthodologie

La présence intermittente de charges d'espace sous un conducteur à haute tension est la cause principale du phénomène des vibrations induites par effet de couronne [7]. Expérimentalement, il est difficile de mesurer précisément l'amplitude, la forme et le moment d'application de cette force. La simulation numérique permet d'évaluer ces paramètres en fonction du temps, en tenant compte de la tension appliquée, du déplacement du conducteur, de la géométrie de la goutte suspendue et des charges d'espace. Le montage expérimental présenté au Chapitre 4 est utilisé pour la simulation numérique. De cette façon, les résultats obtenus lors de l'étude expérimentale peuvent être utilisés comme paramètres d'entrée et pour valider la simulation numérique. Les principales sections de la simulation numérique sont les suivantes:

- calcul du champ électrique géométrique;
- calcul de l'amplitude de vibration et de la position instantanée du conducteur;
- calcul de la géométrie de la goutte suspendue;

- génération des charges d'espace;
- calcul de la contribution des charges d'espace au champ électrique;
- calcul de la vitesse de déplacement et de la position des charges d'espace;
- calcul du courant de décharge et de la force induite.

La séquence d'exécution de ces sections sera décrite, de même que les méthodes utilisées pour chacune d'entre elles.

## 5.2 Description de la simulation numérique

Le modèle numérique utilise des blocs de calcul en séquence afin de simuler le mécanisme des vibrations par effet de couronne, tel que décrit au Chapitre 3. La séquence est présentée à la Figure 5-1. Cette séquence permet de tenir compte de tous les paramètres en jeu et d'évaluer les variables importantes à chaque pas de temps. À partir de la tension appliquée sur le conducteur, le champ électrique géométrique à la surface du conducteur est évalué. L'amplitude de vibration correspondant à ce champ électrique est tirée de l'étude expérimentale réalisée dans le cadre du présent travail. On impose un mouvement sinusoïdal au conducteur. La géométrie de la goutte est obtenue à partir des observations empiriques en fonction du champ électrique à la surface du conducteur et de l'accélération instantanée du conducteur. Par la suite, le module de calcul de champ électrique est appelé. Si nécessaire, les charges d'espaces sont générées et leur influence sur le champ électrique est évaluée. Le courant de décharge et la force induite sont calculés. Finalement, la nouvelle position des charges d'espace est calculée pour l'itération suivante.

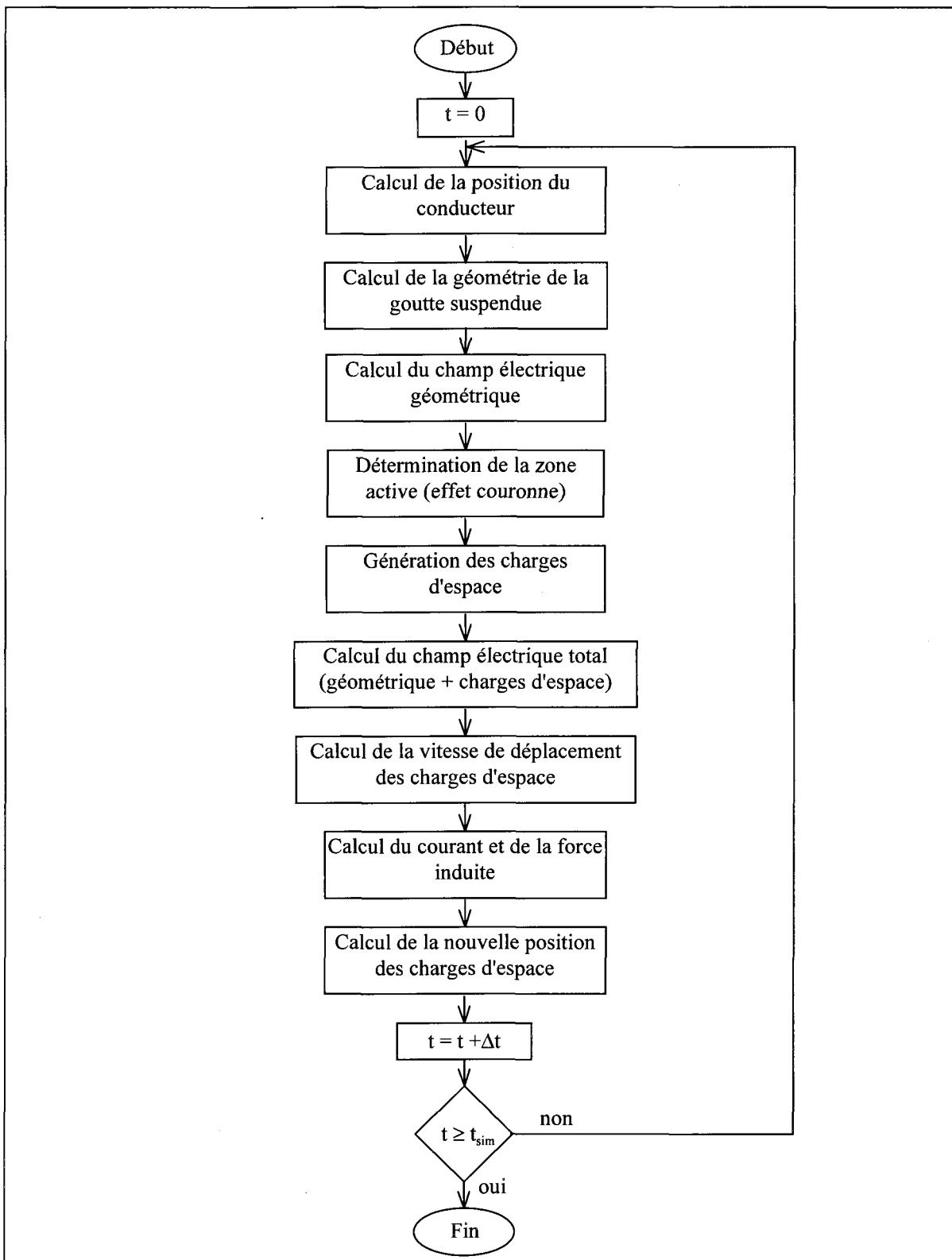


Figure 5-1 : Organigramme simplifié de la simulation numérique

Le pas de temps est de  $10^{-4}$  seconde, ce qui donne une résolution suffisante sur le mouvement du conducteur et le déplacement des charges d'espace. Pour chaque niveau de tension, on simule plusieurs cycles de vibration afin d'atteindre le régime permanent.

### 5.2.1 Calcul de l'amplitude de vibration et de la position instantanée du conducteur

Les valeurs d'amplitude de vibration obtenues dans l'étude expérimentale sont utilisées. On impose un mouvement sinusoïdal dont l'amplitude est évaluée à partir du champ électrique à la surface du conducteur. On considère que le mouvement du conducteur est de la forme:

$$y(t) = A \sin(2\pi f_n \cdot t) \quad (5.1)$$

où  $y(t)$  est la position instantanée du conducteur (cm),  $A$  est l'amplitude de vibration (cm),  $f_n$  est la fréquence naturelle d'oscillation égale à 7.33 Hz et  $t$  est le temps (s). L'amplitude  $A$  est évaluée à l'aide de la relation suivante tirée de la Figure 4-7:

$$A = \begin{cases} 0 & \text{pour } E_{cond} < 10 \\ 0.02 \cdot (E_{cond} - 10) & \text{pour } 10 \leq E_{cond} \leq 20 \end{cases} \quad (5.2)$$

où  $E_{cond}$  est le champ électrique à la surface du conducteur en kV/cm. Comme les amplitudes de vibration sont très proches pour les deux polarités, on utilise cette relation en tension positive et négative.

### 5.2.2 Calcul de la géométrie de la goutte suspendue

Suite à l'observation de la géométrie de la goutte suspendue sous le conducteur pendant les vibrations induites par effet de couronne, il est possible de modéliser son comportement. D'autres chercheurs ont aussi observé la géométrie des gouttes dans les même conditions, ce qui nous permet de vérifier les observations de la présente étude [45,46,48,57].

Les résultats expérimentaux sont utilisés afin de fixer les paramètres du modèle de la goutte en fonction du champ électrique à la surface du conducteur et de l'amplitude de vibration. Le modèle est purement empirique et peut être illustré de la façon suivante.

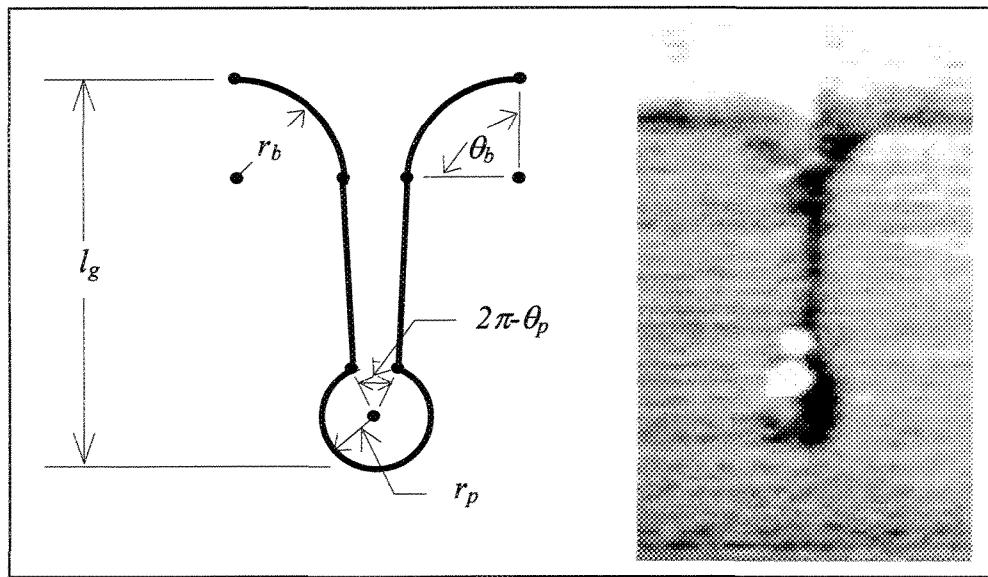


Figure 5-2 : Modèle de la goutte et exemple de géométrie observée

Les paramètres du modèle sont le rayon de courbure de l'extrémité  $r_p$ , l'angle formé par l'extrémité  $\theta_p$ , le rayon de la base de la goutte  $r_b$ , l'angle de la base de la goutte  $\theta_b$  et la longueur de la goutte  $l_g$ . Ces paramètres fixent la position des noeuds principaux avant la

génération des autres noeuds sur la goutte pour le calcul de l'amplification du champ électrique. Afin de simplifier le modèle, on considère que la goutte ne tombe pas, ce qui est l'équivalent d'avoir l'apport d'eau optimum, c'est à dire un remplacement parfait et immédiat de la goutte après sa chute. Cette supposition simplifie de beaucoup le modèle et la simulation numérique sans introduire d'erreur majeure car le débit d'eau utilisé lors de nos expériences était suffisamment élevé pour fournir une nouvelle goutte à chaque cycle de vibration. Le calcul des paramètres du modèle et des variables impliquées (autres que le champ électrique à la surface du conducteur et l'amplitude de vibration) est décrit ci-dessous.

### 5.2.2.1 Accélération maximale ( $a_{max}$ )

Afin de calculer la géométrie de la goutte à chaque itération, il est nécessaire de connaître l'accélération maximale à laquelle la goutte sera soumise. L'accélération maximale est déterminée à partir de la dérivée seconde de l'équation 5.2:

$$a(t) = \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -A(2\pi f_n)^2 \sin(2\pi f_n \cdot t) \quad (5.3)$$

$$a_{max} = A(2\pi f_n)^2 \quad (5.4)$$

où  $a$  est l'accélération du conducteur ( $\text{cm/s}^2$ ),  $A$  est l'amplitude de vibration imposée ( $\text{cm}$ ) et  $f_n$  est la fréquence naturelle ( $\text{Hz}$ ).

### 5.2.2.2 Accélération équivalente de la goutte ( $a_g$ )

L'étape suivante est d'évaluer à chaque pas de temps l'accélération instantanée à laquelle est soumise la goutte. À partir de l'accélération du conducteur, on applique le déphasage de 30 millisecondes observé à la section 4.4.4 et on obtient:

$$a_g(t) = a(t - 0.03) = -A(2\pi f_n)^2 \sin(2\pi f_n \cdot (t - 0.03)) \quad (5.5)$$

où  $a_g(t)$  est l'accélération équivalente de la goutte et  $a(t)$  est l'accélération du conducteur.

### 5.2.2.3 Longueur critique ( $l_{crit}$ )

La longueur critique est la longueur maximale de la goutte pendant un cycle de vibration. À partir de la Figure 4-9, la longueur critique approximative est évaluée. Comme la longueur critique est semblable en tension négative et positive, nous avons utilisé la même relation pour les deux polarités. La relation utilisée est illustrée à la Figure 5-3.

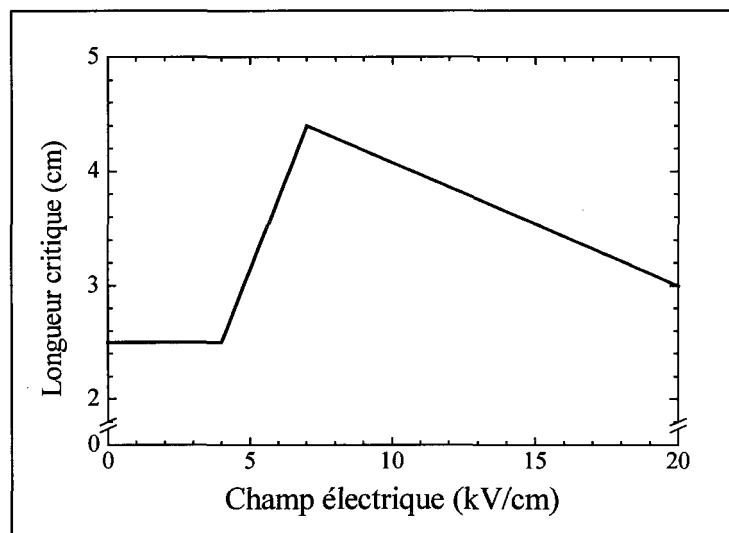


Figure 5-3 : Longueur critique utilisée pour la simulation numérique

#### 5.2.2.4 Rayon de courbure de l'extrémité de la goutte ( $r_p$ )

Le rayon de courbure de l'extrémité de la goutte dépend directement du champ électrique à la surface du conducteur. De plus, il n'est pratiquement pas influencé par l'accélération du conducteur et l'allongement de la goutte pendant un cycle de vibration. Selon nos observations, la relation suivante peut être utilisée pour modéliser le rayon de courbure:

$$r_p = 0.3 - 0.011 \cdot E_{cond} \quad (5.6)$$

#### 5.2.2.5 Angle formé par l'extrémité de la goutte ( $\theta_p$ )

Un autre paramètre à considérer est l'angle formé par l'extrémité de la goutte  $\theta_p$ . Pour de faibles valeurs de champ électrique, cet angle augmente avec le rapport entre la longueur de la goutte et la longueur critique  $l_g/l_{crit}$ . L'augmentation du champ électrique vient diminuer l'effet du rapport  $l_g/l_{crit}$  et garde  $\theta_p$  à des valeur plus faibles. La relation suivante peut être utilisée pour décrire nos observations expérimentales:

$$\theta_p = \frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{3} \left[ \left( \frac{20 - E_{cond}}{20} \right) \frac{l_g}{l_{crit}} \right] \quad (5.7)$$

#### 5.2.2.6 Rayon de la base de la goutte ( $r_b$ )

Le rayon de courbure de la zone de contact entre le conducteur et la goutte est décrite par la relation empirique suivante tirée de nos observations et de la littérature scientifique [42,45,46]:

$$r_b = 0.3 + 0.01 \cdot E_{cond} \quad (5.8)$$

où  $r_b$  est exprimé en cm. Cette relation montre bien la diminution de la largeur du col de la goutte pour des valeurs de champ électrique élevées.

### 5.2.2.7 Angle de la base de la goutte ( $\theta_b$ )

Nous avons observé que cet angle variait très peu. C'est pourquoi nous l'avons gardé constant.

$$\theta_b = \frac{\pi}{2} \quad (5.9)$$

### 5.2.2.8 Longueur de la goutte ( $l_g$ )

La longueur de la goutte est influencée par le champ électrique à la surface du conducteur  $E_{cond}$  et par le mouvement du conducteur. C'est pourquoi nous séparons le calcul de la longueur de la goutte en deux parties.

Premièrement, on calcule la contribution du champ électrique à la longueur de la goutte. Nous avons observé que pour de faibles champs électriques, la longueur de la goutte est entièrement gouvernée par le mouvement du conducteur. Par contre, pour de forts champs électriques, le mouvement du conducteur influence peu la longueur de la goutte qui est alors soumise à des forces électrostatiques importantes et adopte une forme très effilée. La

relation suivante correspond aux observations empiriques pour la contribution du champ électrique à l'allongement:

$$l_{champ} = 1.5 + (l_{crit} - 1.5)(E_{cond} / 20) \quad (5.10)$$

où  $l_{champ}$  est la portion de la longueur de la goutte due au champ électrique (cm),  $l_{crit}$  est la longueur critique (cm) et  $E_{cond}$  est le champ électrique à la surface du conducteur (kV/cm).

La relation montre bien que le champ électrique peut à lui seul amener la goutte à sa longueur critique.

Par la suite, on poursuit le calcul de la longueur de la goutte en calculant la contribution du mouvement du conducteur à l'allongement. Selon nos observations, le mouvement du conducteur comble l'écart entre la longueur critique et la longueur due au champ électrique, en tenant compte du rapport entre l'accélération instantanée et l'accélération maximale.

$$l_{mouv} = (l_{crit} - l_{champ})(a_g / a_{max}) \quad (5.11)$$

où  $l_{mouv}$  est l'allongement causé par le mouvement du conducteur (cm).

La longueur totale est la somme des deux contributions:

$$l_g = l_{champ} + l_{mouv} \quad (5.12)$$

### 5.2.2.9 Exemples de géométrie de la goutte

À partir du modèle décrit aux sections précédentes, des noeuds sont générés sur le périmètre de la goutte. Ces noeuds viennent compléter l'ensemble conducteur-goutte pour le calcul de champ électrique qui sera décrit à la section suivante. Les exemples présentés ici ne sont pas des cas spécifiques à la simulation des vibrations induites par effet de couronne. Les paramètres ont été sélectionnés afin de montrer directement leur influence sur la géométrie de la goutte. Les exemples sont présentés aux pages suivantes.

En observant l'effet des paramètres, on constate que le modèle tient bien compte des points suivants:

- la longueur de la goutte dépend de l'effet du champ électrique à la surface du conducteur et de l'accélération conducteur :
  - lorsque le champ est faible, la longueur dépend principalement de l'accélération du conducteur (rapport  $a_g/a_{max}$ );
  - lorsque le champ est élevé, l'accélération du conducteur n'a pratiquement plus d'effet sur la longueur;
- le rayon de courbure diminue avec l'augmentation du champ électrique;
- la largeur du col de la goutte diminue avec l'augmentation du champ électrique.

Le modèle empirique utilisé permet de représenter la multitude de géométries que peut prendre la goutte d'eau tout en minimisant la charge de calcul pendant la simulation.

Tableau 5-1 : Exemples de géométries de la goutte suspendue

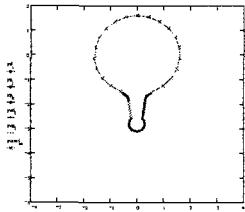
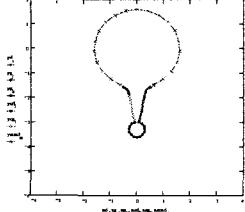
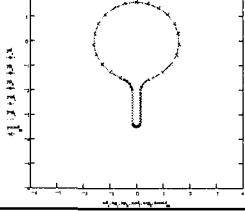
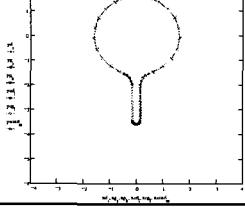
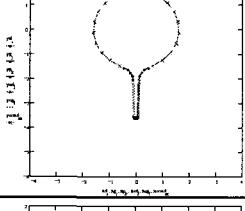
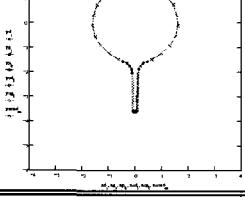
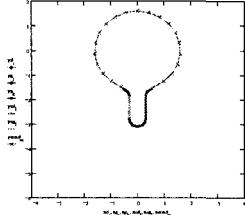
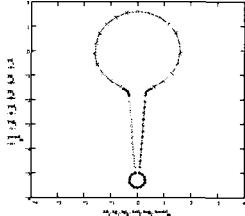
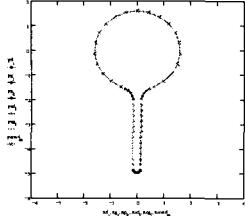
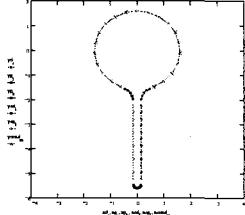
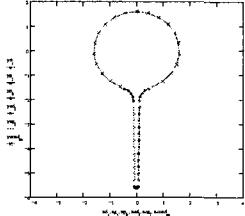
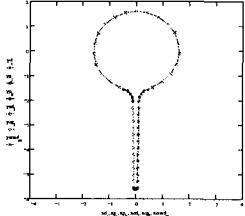
Longueur critique (cm)	Champ électrique (kV/cm)	Rapport $a_g/a_{\max}$ (sans dimension)	Géométrie de la goutte suspendue
2.0	0.0	0.0	
2.0	0.0	1.0	
2.0	15.0	0.0	
2.0	15.0	1.0	
2.0	20.0	0.0	
2.0	20.0	1.0	

Tableau 5-2: Exemples de géométries de la goutte suspendue (suite)

Longueur critique (cm)	Champ électrique (kV/cm)	Rapport $a_g/a_{\max}$ (sans dimension)	Géométrie de la goutte suspendue
4.0	0.0	0.0	
4.0	0.0	1.0	
4.0	15.0	0.0	
4.0	15.0	1.0	
4.0	20.0	0.0	
4.0	20.0	1.0	

### 5.2.3 Calcul du champ électrique géométrique

C'est la section de la simulation qui est la plus exigeante, tant au point de vue de la complexité du code informatique que du temps d'exécution. On entend par champ électrique géométrique le champ électrique sans charges d'espace. Dans notre cas, il dépend de la tension appliquée au conducteur, des caractéristiques géométriques du montage (rayon du conducteur et de la cage, position du conducteur) et de la géométrie de la goutte suspendue.

Avec le conducteur au centre de la cage sans goutte d'eau suspendue (géométrie coaxiale), le champ peut être évalué analytiquement à l'aide de l'équation 4.1. Par contre, le déplacement du conducteur et surtout la présence de la goutte suspendue nous oblige à utiliser une méthode numérique pour l'évaluation du champ électrique. De plus, les conditions de calcul changent à chaque pas de temps. C'est pourquoi la méthode utilisée doit être souple au niveau de la variation des valeurs initiales. Nous avons utilisé la méthode des éléments de frontière qui permet d'évaluer le champ électrique pour tout point entre le conducteur et la cage et ce, simplement à partir de noeuds sur les frontières (conducteur, goutte, cage). Il n'est pas nécessaire de placer des noeuds dans l'espace entre le conducteur et la cage, comme il aurait fallu le faire avec la méthode des éléments finis classiques. C'est pourquoi le temps d'exécution est réduit de façon appréciable par l'utilisation des éléments de frontière. Dans le passé, cette méthode a été utilisée avec succès pour le calcul du champ électrique dans le même montage en condition statique [34].

### 5.2.3.1 Description de la méthode des éléments de frontière

La méthode des éléments de frontière permet de résoudre les équations différentielles gouvernant une multitude de systèmes physiques. Dans notre cas, le potentiel  $U$  sans charges d'espace peut être évalué à l'aide de cette méthode pour tout point entre le conducteur et la cage. Les fondements de la méthode des éléments de frontière sont décrits en détail par Brebbia et Dominguez [58]. Dans notre cas, l'équation à satisfaire est l'équation de Poisson.

$$\nabla^2 U = -\rho/\varepsilon_0 \quad \text{dans le domaine } \Omega \quad (5.13)$$

où  $U$  est le potentiel,  $\rho$  est la densité de charges d'espace,  $\varepsilon_0$  est la permittivité du vide et  $\Omega$  est l'espace entre les frontières.  $\nabla^2$  est l'opérateur de Laplace défini de la façon suivante:

$$\nabla^2(f) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (5.14)$$

Le domaine  $\Omega$  est l'espace entre la cage et l'ensemble conducteur-goutte. Comme nous cherchons le champ électrique sans charges d'espace ( $\rho = 0$ ), l'équation 5.3 devient:

$$\nabla^2 U = 0 \quad \text{dans le domaine } \Omega \quad (5.15)$$

Cette relation est appelée équation de Laplace. Elle peut être résolue par la méthode des éléments de frontière [58].

Nous cherchons à résoudre l'équation 5.15 dans le domaine  $\Omega$  en satisfaisant les conditions sur les frontières  $\Gamma$ . Il existe deux types de conditions sur les frontières:

- condition essentielle de type  $U = \bar{U}$  sur la frontière  $\Gamma_1$
- condition naturelle de type  $E = \frac{\partial U}{\partial n} = \bar{E}$  sur la frontière  $\Gamma_2$

où  $n$  est le vecteur normal à la frontière avec  $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$ . La barre au-dessus de la variable indique que la valeur de celle-ci est connue. Notons ici l'apparition du champ électrique  $E$  qui est la dérivée du potentiel  $U$ . Nous avons décidé d'utiliser la notation de la variable principale  $U$  et de sa dérivée  $E$  contrairement à la notation  $u$  et  $q$  utilisée par Brebbia et Dominguez [58] afin de faciliter la compréhension.

Les fonctions  $U$  et  $E$  peuvent être remplacées par des solutions approximatives. Si ces solutions approximatives ne sont pas exactement identiques aux fonctions recherchées, les équations ne sont pas respectées ce qui nous permet d'introduire la notion de résidus:

$$\bullet \quad R = \nabla^2 U \neq 0 \text{ dans } \Omega \quad (5.16)$$

$$\bullet \quad R_1 = U - \bar{U} \neq 0 \text{ sur } \Gamma_1 \quad (5.17)$$

$$\bullet \quad R_2 = E - \bar{E} \neq 0 \text{ sur } \Gamma_2 \quad (5.18)$$

L'erreur introduite (résidus  $R$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ) doit être minimisée dans tout le domaine  $\Omega$  et sur les frontières  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ . Il s'agit de trouver des fonctions pondérées  $U^*$  et  $E^* = \partial U^* / \partial n$  qui sont orthogonales aux résidus. L'intégration du produit des résidus et de ces fonctions doit

tendre vers zéro pour que la solution approximative tende vers la solution exacte, ce qui donne:

$$\int_{\Omega} RU^* d\Omega = \int_{\Gamma_2} R_2 U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} R_1 E^* d\Gamma \quad (5.19)$$

En remplaçant les résidus dans l'équation ci-dessus, on obtient:

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 U) U^* d\Omega = \int_{\Gamma_2} (E - \bar{E}) U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} (U - \bar{U}) E^* d\Gamma \quad (5.20)$$

Pour simplifier les étapes à venir, développons le terme de droite:

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 U) U^* d\Omega = \int_{\Gamma_2} (E) U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_2} (\bar{E}) U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} (U) E^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} (\bar{U}) E^* d\Gamma \quad (5.21)$$

En intégrant par parties le terme de gauche, on obtient:

$$\int_{\Gamma} (E) U^* d\Gamma - \int_{\Omega} (\nabla U) \nabla U^* d\Omega = \int_{\Gamma_2} (E) U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_2} (\bar{E}) U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} (U) E^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} (\bar{U}) E^* d\Gamma \quad (5.22)$$

Nous pouvons transférer l'intégrale sur le contour  $\Gamma$  de gauche à droite de l'égalité :

$$- \int_{\Omega} (\nabla U) \nabla U^* d\Omega = \int_{\Gamma_2} (E) U^* d\Gamma - \int_{\Gamma} (E) U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_2} (\bar{E}) U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} (U) E^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} (\bar{U}) E^* d\Gamma \quad (5.23)$$

Cela nous permet de simplifier à droite de l'égalité et d'obtenir:

$$- \int_{\Omega} (\nabla U) \nabla U^* d\Omega = - \int_{\Gamma_2} (\bar{E}) U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} (E) U^* d\Gamma - \int_{\Gamma_1} (U) E^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} (\bar{U}) E^* d\Gamma \quad (5.24)$$

Une nouvelle intégration par partie du terme de gauche donne:

$$-\int_{\Gamma}(U)E^*d\Gamma + \int_{\Omega}(\nabla^2U^*)Ud\Omega = -\int_{\Gamma_2}(\bar{E})U^*d\Gamma - \int_{\Gamma_1}(E)U^*d\Gamma - \int_{\Gamma_1}(U)E^*d\Gamma + \int_{\Gamma_1}(\bar{U})E^*d\Gamma \quad (5.25)$$

Encore une fois, on transfère l'intégrale sur le contour  $\Gamma$  de gauche à droite et on simplifie:

$$\int_{\Omega}(\nabla^2U^*)Ud\Omega = -\int_{\Gamma_2}(\bar{E})U^*d\Gamma - \int_{\Gamma_1}(E)U^*d\Gamma - \int_{\Gamma_1}(U)E^*d\Gamma - \int_{\Gamma}(U)E^*d\Gamma + \int_{\Gamma_1}(\bar{U})E^*d\Gamma \quad (5.26)$$

$$\int_{\Omega}(\nabla^2U^*)Ud\Omega = -\int_{\Gamma_2}(\bar{E})U^*d\Gamma - \int_{\Gamma_1}(E)U^*d\Gamma + \int_{\Gamma_2}(U)E^*d\Gamma + \int_{\Gamma_1}(\bar{U})E^*d\Gamma \quad (5.27)$$

On retrouve ici les conditions frontières connues ( $\bar{U}$  sur  $\Gamma_1$  et  $\bar{E}$  sur  $\Gamma_2$ ). Il s'agit maintenant de trouver une solution fondamentale  $U^*$  qui satisfait l'équation de Laplace (5.15) et qui permettra de retrouver les conditions aux frontières. En considérant une charge ponctuelle située en un point  $i$  dont l'effet peut être évalué de  $i$  à l'infini, la solution peut s'écrire de la façon suivante:

$$\nabla^2U^* + \Delta^i = 0 \quad (5.28)$$

ou encore:

$$\nabla^2U^* = -\Delta^i \quad (5.29)$$

où  $\Delta'$  est une fonction de Dirac qui tend vers l'infini au point  $i$  et qui est nulle ailleurs dans le domaine. On retrouve donc l'équation de Laplace lorsqu'on s'éloigne du point  $i$ . De plus, l'intégrale de la fonction de Dirac est toujours égale à l'unité, ce qui permet de manipuler le terme de gauche de l'équation 5.27 de la façon suivante:

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 U^*) U d\Omega = \int_{\Omega} (-\Delta') U d\Omega = -U^i \quad (5.30)$$

où  $U^i$  est la valeur de  $U$  au point  $i$ . En insérant la dernière relation dans 5.17 et en déplaçant les termes, on obtient:

$$U^i + \int_{\Gamma_2} (U) E^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} (\bar{U}) E^* d\Gamma = \int_{\Gamma_2} (\bar{E}) U^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} (E) U^* d\Gamma \quad (5.31)$$

La solution fondamentale pour un milieu isotrope en 2 dimensions est la suivante:

$$U^* = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{r}\right) \quad (5.32)$$

où  $r$  est la distance entre le point  $i$  et le point d'intérêt. Cette solution satisfait l'équation de Laplace dans le domaine  $\Omega$  pour  $r \neq 0$ . En ce qui concerne le cas où  $r = 0$ , on peut vérifier que la solution est valable en intégrant l'équation de Laplace sur un cercle de rayon  $\epsilon$ . En faisant tendre le rayon  $\epsilon$  vers zéro, on doit retrouver l'intégrale du terme  $-\Delta'$  de l'équation 5.29 soit -1.

$$\int_{\Omega_\varepsilon} (\nabla^2 U^*) d\Omega = \int_{\Gamma_\varepsilon} \left( \frac{\partial U^*}{\partial n} \right) d\Gamma = \int_{\Gamma_\varepsilon} \left( \frac{\partial U^*}{\partial r} \right) d\Gamma \quad (5.33)$$

Le domaine  $\Omega$  et le contour  $\Gamma$  sont maintenant définis par rapport au cercle  $\varepsilon$ . On note aussi que sur ce cercle, la normale  $n$  peut maintenant être remplacée par  $r$ . En introduisant la solution fondamentale dans cette équation on obtient:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_\varepsilon} \left( \frac{\partial U^*}{\partial r} \right) d\Gamma \right\} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_\varepsilon} \left( \partial \left( \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{1}{r} \right) \right) / \partial r \right) d\Gamma \right\} = \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_\varepsilon} \left( -\frac{1}{2\pi r} \right) d\Gamma \right\} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_\varepsilon} \left( -\frac{2\pi r}{2\pi r} \right) d\Gamma \right\} = -1 \end{aligned} \quad (5.34)$$

Cela confirme que la solution fondamentale satisfait l'équation 5.31 pour tout point à l'intérieur du domaine  $\Omega$ .

Par contre, nous ne savons toujours pas ce qui arrive lorsque le point  $i$  est situé sur une des frontières. Afin de vérifier la validité de la solution fondamentale dans ce cas particulier, on considère l'équation 5.31 en supposant que les conditions frontières ne sont pas connues, ce qui ramène l'équation à:

$$U^i + \int_{\Gamma} (U) E^* d\Gamma = \int_{\Gamma} (E) U^* d\Gamma \quad (5.35)$$

où  $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$ . On considère ici que le point  $i$  est sur la frontière et que la frontière est lisse. On évalue les termes contenant la solution fondamentale ou sa dérivée sur un demi-

cercle de rayon  $\varepsilon$  autour du point  $i$ . Lorsque  $\varepsilon$  tend vers zéro, on obtient la contribution des termes lorsque le point  $i$  est sur la frontière. Débutons par le terme contenant la solution fondamentale.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_\varepsilon} (E) U^* d\Gamma \right\} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_\varepsilon} E \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) d\Gamma \right\} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ E \frac{\pi\varepsilon}{2\pi} \ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \right\} = 0 \quad (5.36)$$

Évaluons maintenant le terme contenant la dérivée de la solution fondamentale.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_\varepsilon} (U) E^* d\Gamma \right\} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ - \int_{\Gamma_\varepsilon} U \frac{1}{2\pi\varepsilon} d\Gamma \right\} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ - U \frac{\pi\varepsilon}{2\pi\varepsilon} \right\} = -\frac{1}{2} U^i \quad (5.37)$$

On peut maintenant conclure que lorsque le point  $i$  est situé sur la frontière  $\Gamma$ , la relation 5.31 devient:

$$\frac{1}{2} U^i + \int_{\Gamma} (U) E^* d\Gamma = \int_{\Gamma} (E) U^* d\Gamma \quad (5.38)$$

Cette équation, valable sur une frontière lisse  $\Gamma$ , permet la discrétisation de la frontière en éléments. C'est le point de départ de l'application de la méthode des éléments de frontière.

Supposons que la frontière lisse  $\Gamma$  est divisée en  $N$  éléments représentés par l'indice  $j$ . L'équation 5.38 peut alors être discrétisée pour un point de calcul  $i$  sur la frontière.

$$\frac{1}{2} U^i + \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} (U) E^* d\Gamma = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} (E) U^* d\Gamma \quad (5.39)$$

Dans le cas d'une frontière non-lisse, c'est-à-dire lorsque l'intersection des éléments forme un angle interne  $\theta$ , l'équation devient:

$$c^i U^i + \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} (U) E^* d\Gamma = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} (E) U^* d\Gamma \quad (5.40)$$

avec

$$c^i = \frac{\theta}{2\pi} \quad (5.41)$$

ce qui permet de retrouver  $c^i = \frac{1}{2}$  lorsque la frontière est lisse ( $\theta = \pi$ ).

La prochaine étape consiste à établir le degré de variation de  $U$  et  $E$  sur chaque élément  $j$ . Afin de pouvoir appliquer notre modèle de façon précise à des frontières complexes, nous avons décidé d'utiliser des éléments quadratiques, ce qui veut dire que la valeur  $U$  et  $E$  peut varier de façon quadratique sur la longueur de l'élément  $j$ . Cela implique que chaque élément est représenté par trois noeuds. À partir de ce choix, nous pouvons maintenant établir une méthode pour intégrer de façon numérique les termes de l'équation 5.40 sur chaque élément  $j$ .

Pour ce faire, il faut ramener les intégrales sur l'élément  $j$  en intégrales simples de -1 à 1 qui sont faciles à évaluer numériquement par sommation. Dans notre cas, nous travaillons en deux dimensions (x,y). Les valeurs (x,y) de chaque noeud sur la frontière peuvent être ramenées à une seule variable homogène  $\xi$ .

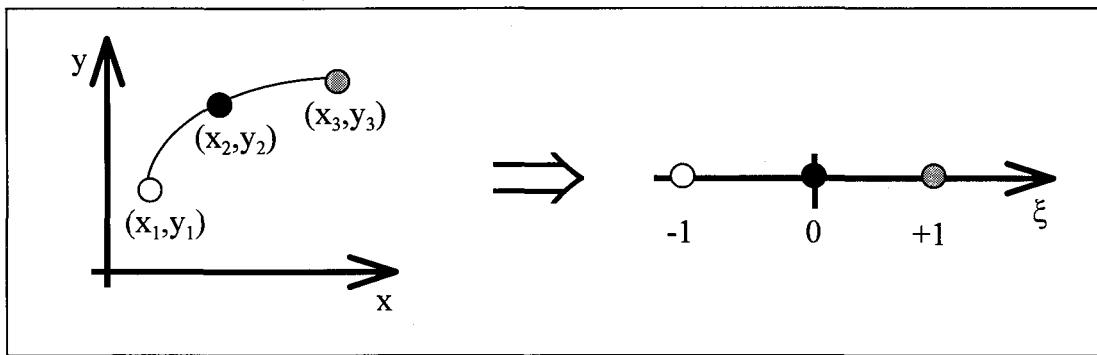


Figure 5-4 : Changement de coordonnées pour intégration numérique

Les variables (x,y) et  $\xi$  sont liées de la façon suivante:

$$x = \phi_1 x_1 + \phi_2 x_2 + \phi_3 x_3 \quad (5.42)$$

$$y = \phi_1 y_1 + \phi_2 y_2 + \phi_3 y_3 \quad (5.43)$$

où

$$\phi_1 = \frac{1}{2} \xi (\xi - 1) \quad (5.44)$$

$$\phi_2 = (1 - \xi)(1 + \xi) \quad (5.45)$$

$$\phi_3 = \frac{1}{2} \xi (1 + \xi) \quad (5.46)$$

Ces fonctions  $\phi$  évaluées aux nouvelles coordonnées  $\xi$  des noeuds (-1, 0, 1) permettent de retrouver la position originale des noeuds en (x,y).

$$\text{noeud 1 : } \xi = -1 \Rightarrow \phi_1 = 1, \phi_2 = 0, \phi_3 = 0 \Rightarrow x = x_1, y = y_1 \quad (5.47)$$

$$\text{noeud 2 : } \xi = 0 \Rightarrow \phi_1 = 0, \phi_2 = 1, \phi_3 = 0 \Rightarrow x = x_2, y = y_2 \quad (5.48)$$

$$\text{noeud 3 : } \xi = +1 \Rightarrow \phi_1 = 0, \phi_2 = 0, \phi_3 = 1 \Rightarrow x = x_3, y = y_3 \quad (5.49)$$

Le changement des intégrales en  $d\Gamma$  vers  $d\xi$  est complété par l'introduction du Jacobien  $G$ , défini par la relation suivante:

$$d\Gamma = \left\{ \sqrt{\left( \frac{dx}{d\xi} \right)^2 + \left( \frac{dy}{d\xi} \right)^2} \right\} d\xi = G d\xi \quad (5.50)$$

$$G = \sqrt{(x_3 - 2x_2 + x_1)\xi + \frac{1}{2}(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - 2y_2 + y_1)\xi + \frac{1}{2}(y_3 - y_1)^2} \quad (5.51)$$

Ce changement de variable permet aussi de reformuler les termes de l'équation 5.40 en sachant que:

$$U(\xi) = \phi_1 U_1 + \phi_2 U_2 + \phi_3 U_3 = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

$$E(\xi) = \phi_1 E_1 + \phi_2 E_2 + \phi_3 E_3 = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3] \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

En remplaçant  $U$  et  $E$  dans 5.40 on obtient:

$$c^i U^i + \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3] E^* d\Gamma \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3] U^* d\Gamma \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

On peut simplifier la présentation en posant:

$$h_1^{ij} = \int_{\Gamma_j} \phi_1 E^* d\Gamma \quad h_2^{ij} = \int_{\Gamma_j} \phi_2 E^* d\Gamma \quad h_3^{ij} = \int_{\Gamma_j} \phi_3 E^* d\Gamma \quad (5.55)$$

$$g_1^{ij} = \int_{\Gamma_j} \phi_1 U^* d\Gamma \quad g_2^{ij} = \int_{\Gamma_j} \phi_2 U^* d\Gamma \quad g_3^{ij} = \int_{\Gamma_j} \phi_3 U^* d\Gamma \quad (5.56)$$

ce qui donne:

$$c^i U^i + \sum_{j=1}^N [h_1^{ij} \quad h_2^{ij} \quad h_3^{ij}] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^N [g_1^{ij} \quad g_2^{ij} \quad g_3^{ij}] \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

Il en résulte un système d'équations pour chaque position de calcul  $i$  qui est un des noeuds de la frontière. En effectuant l'opération pour tous les noeuds de la frontière, on obtient:

$$c^i U^i + \sum_{j=1}^{2N} \hat{H}^{ij} U^j = \sum_{j=1}^{2N} G^{ij} E^j \quad (5.58)$$

Comme on utilise des éléments quadratiques à 3 noeuds et que les noeuds aux extrémités sont communs aux éléments adjacents, il y a  $2N$  noeuds pour un système à  $N$  éléments. On peut aussi entrer le terme  $c^i U^i$  dans la sommation en posant:

$$H^{ij} = \begin{cases} \hat{H}^{ij} & \text{si } i \neq j \\ -\sum_{j=1}^{2N} \text{sauf } i \hat{H}^{ij} & \text{si } i = j \end{cases} \quad (5.59)$$

ce qui laisse comme système d'équations:

$$\sum_{j=1}^{2N} H^{ij} U^j = \sum_{j=1}^{2N} G^{ij} E^j \quad (5.60)$$

Finalement, comme il y a un noeud commun à deux éléments adjacents, il est possible que la valeur du champ  $E$  soit différente de part et d'autre de ce noeud. Afin de contourner ce problème, il suffit d'étendre le système d'équations sur les termes en  $E$  supplémentaires de façon à inclure les deux valeurs. L'équation 5.60 devient alors:

$$\sum_{j=1}^{2N} H^{ij} U^j = \sum_{j=1}^{3N} G^{ij} E^j \quad (5.61)$$

où la sommation de droite tient maintenant compte des  $N$  conditions frontières supplémentaires.

À partir de ce point, la mise en forme du système d'équations permet de le traiter comme un système matriciel simple:

$$HU = GE \quad (5.62)$$

En fonction de la valeur  $U$  ou  $E$  connue à chacun des noeuds, le système peut être réorganisé sous la forme:

$$AX = F \quad (5.63)$$

où le vecteur  $X$  est le vecteur des  $2N$  inconnus. Une fois ce système résolu, toutes les valeurs de  $U$  et  $E$  seront connues, ce qui permet d'évaluer facilement le potentiel et le champ électrique en tout point du domaine  $\Omega$ .

### 5.2.3.2 Convention de numérotation des noeuds

Le développement de la méthode des éléments de frontière utilise la notion de vecteur normal aux frontières. Afin de respecter les hypothèses de la méthode, il est important d'établir une convention de numérotation des noeuds. La convention est de numérotter les noeuds d'une surface interne dans le sens horaire et ceux d'une surface externe dans le sens anti-horaire.

Dans notre cas, le domaine est borné à l'extérieur par la cage et à l'intérieur par l'ensemble conducteur-goutte. C'est pourquoi les noeuds de la cage seront numérotés dans le sens anti-horaire et l'ensemble conducteur-goutte dans le sens horaire.

### 5.2.3.3 Traitement des singularités

Lors de l'intégration sur l'élément  $j$  auquel correspond la partie de frontière  $\Gamma_j$ , il est possible qu'un des points d'intégration soit à la même position qu'un des noeuds de l'élément. Cela cause une singularité dans la solution fondamentale. Afin de contourner ce problème, l'intégration de -1 à 1 sur la variable  $\xi$  sera divisée en deux parties  $\eta_1$  et  $\eta_2$  en fonction de la position du noeud où la singularité apparaît. Les nouvelles variables sont définies de la façon suivante:

singularité au noeud 1 ( $\xi = -1$ ):

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_1 = \frac{1}{16}(1 + \xi)^4 - 1 \Rightarrow \begin{cases} \eta_1 = -1 \text{ si } \xi = -1 \\ \eta_1 = -15/16 \text{ si } \xi = 0 \\ \eta_1 = 0 \text{ si } \xi = +1 \end{cases} \\ \eta_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi) \Rightarrow \begin{cases} \eta_2 = 0 \text{ si } \xi = -1 \\ \eta_2 = 1/2 \text{ si } \xi = 0 \\ \eta_2 = +1 \text{ si } \xi = +1 \end{cases} \end{array} \right. \quad (5.64)$$

singularité au noeud 2 ( $\xi = 0$ ):

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_1 = -\frac{1}{16}(1 - \xi)^4 \Rightarrow \begin{cases} \eta_1 = -1 \text{ si } \xi = -1 \\ \eta_1 = -1/16 \text{ si } \xi = 0 \\ \eta_1 = 0 \text{ si } \xi = +1 \end{cases} \\ \eta_2 = \frac{1}{16}(1 + \xi)^4 \Rightarrow \begin{cases} \eta_2 = 0 \text{ si } \xi = -1 \\ \eta_2 = 1/16 \text{ si } \xi = 0 \\ \eta_2 = +1 \text{ si } \xi = +1 \end{cases} \end{array} \right. \quad (5.66)$$

singularité au noeud 3 ( $\xi = +1$ ):

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_1 = -\frac{1}{2}(1 - \xi) \Rightarrow \begin{cases} \eta_1 = -1 \text{ si } \xi = -1 \\ \eta_1 = -1/2 \text{ si } \xi = 0 \\ \eta_1 = 0 \text{ si } \xi = +1 \end{cases} \\ \eta_2 = 1 - \frac{1}{16}(1 - \xi)^4 \Rightarrow \begin{cases} \eta_2 = 0 \text{ si } \xi = -1 \\ \eta_2 = 15/16 \text{ si } \xi = 0 \\ \eta_2 = +1 \text{ si } \xi = +1 \end{cases} \end{array} \right. \quad (5.68)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_1 = -\frac{1}{2}(1 - \xi) \Rightarrow \begin{cases} \eta_1 = -1 \text{ si } \xi = -1 \\ \eta_1 = -1/2 \text{ si } \xi = 0 \\ \eta_1 = 0 \text{ si } \xi = +1 \end{cases} \\ \eta_2 = 1 - \frac{1}{16}(1 - \xi)^4 \Rightarrow \begin{cases} \eta_2 = 0 \text{ si } \xi = -1 \\ \eta_2 = 15/16 \text{ si } \xi = 0 \\ \eta_2 = +1 \text{ si } \xi = +1 \end{cases} \end{array} \right. \quad (5.69)$$

Ce changement de variable a pour effet de concentrer les points d'intégration autour de la singularité. L'utilisation des Jacobiens pour chacune des nouvelles variables est nécessaire pour la conversion de  $d\xi$  en  $d\eta_1$  et  $d\eta_2$ . L'intégration sera maintenant:

$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi = \int_{-1}^1 f(\eta_1) J_1 d\eta_1 + \int_{-1}^1 f(\eta_2) J_2 d\eta_2 \quad (5.70)$$

où les Jacobiens sont:

$$J_1 = \frac{d\eta_1}{d\xi} \quad (5.71)$$

$$J_2 = \frac{d\eta_2}{d\xi} \quad (5.72)$$

Les Jacobiens dépendent de la position de la singularité car  $\eta_1$  et  $\eta_2$  sont définis en fonction cette position. Pour le calcul aux points internes (pas sur les frontières), il n'est pas nécessaire d'employer cette méthode car il n'y a pas de singularité.

#### 5.2.3.4 Intégration numérique

L'évaluation des intégrales se fait par la méthode de quadrature de Gauss [59]. Comme toutes les intégrales ont été ramenées de -1 à +1, la relation suivante est utilisée:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \cong \sum_{i=1}^m A_i f(x_i) \quad (5.73)$$

où  $m$  est le nombre de points utilisés,  $A_i$  est un facteur de pondération et  $x_i$  est le point d'intégration appelé point de Gauss. Les valeurs de  $x_i$  et  $A_i$  sont calculées à partir des polynômes de Legendre et sont tabulées pour diverses valeurs de  $m$  [58,59].

Évidemment, la précision de l'approximation dépend directement du nombre de points utilisés. Dans le cadre de cette étude, nous avons adopté une stratégie d'intégration permettant d'adapter le nombre de points utilisés en fonction de la position du point de calcul et de la précision désirée. Pour le calcul des valeurs sur les frontières, nous avons utilisé 12 points d'intégration pour les intégrales non-singulières. Lorsqu'une singularité apparaît, la division de l'intégrale en deux parties (voir section 5.2.3.3) implique l'utilisation de 24 points soit 12 pour chaque partie. En ce qui concerne les points internes, le nombre de points utilisés  $m$  dépend de la distance  $r$  entre le point de calcul et le noeud le plus près sur l'élément d'intégration:

- si  $r > 0.3$  cm,  $m=12$
- si  $0.2 < r < 0.3$  cm,  $m=32$
- si  $0.1\text{cm} < r < 0.2$  cm,  $m=64$
- si  $r < 0.1$  cm,  $m=128$

Cette méthode permet d'utiliser le nombre optimum de points et de minimiser le temps de calcul.

### 5.2.4 Génération des charges d'espace

Une fois que le champ électrique entre l'ensemble conducteur-goutte et la cage est connu, il est possible de définir une région que nous appellerons *zone active*. Cette zone débute là où le champ électrique est supérieur au champ critique d'apparition d'effet couronne. Ce champ critique dans l'air à température et pression ambiante est d'environ 31 kV/cm [2]. La *zone active* s'étend jusqu'à la valeur de champ électrique où le coefficient net d'ionisation est nul, soit 26 kV/cm [2].

La région qui nous intéresse plus particulièrement est centrée sur l'axe vertical entre l'extrême de la goutte suspendue et la cage. Afin de limiter le nombre de calculs de champ électrique, l'axe est divisé en zones tel qu'illustré ci-dessous.

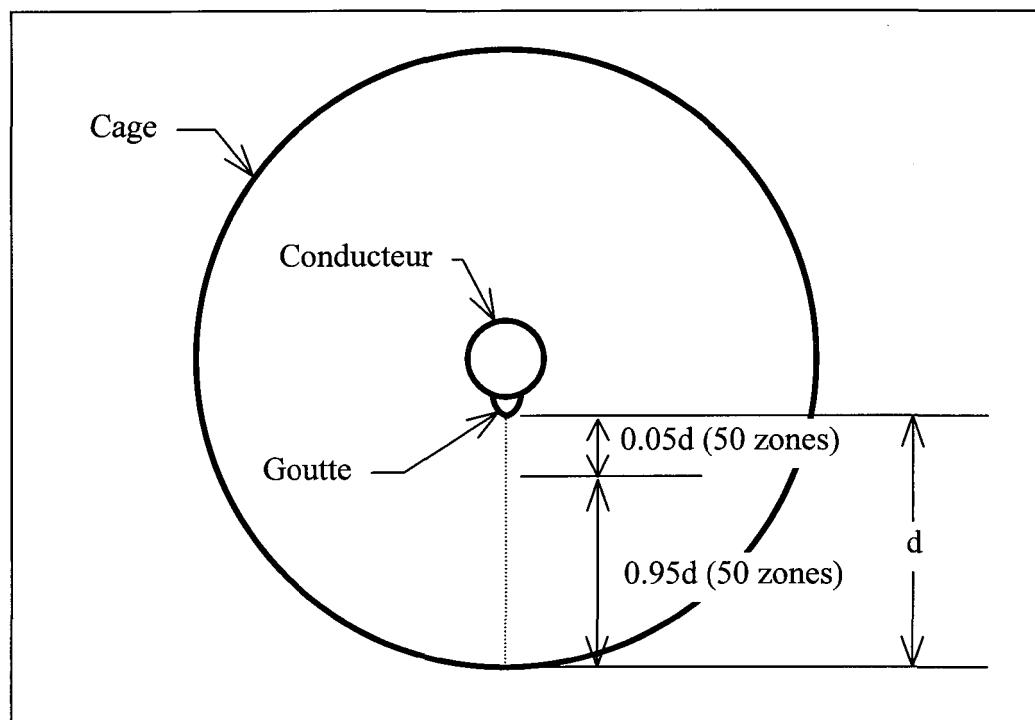


Figure 5-5 : Séparation de l'axe d'intérêt en zones

La région près de la goutte couvrant 5% de la distance entre la goutte et la cage est divisée en 50 zones. Le reste de l'axe, soit 95% de la distance à partir de la cage, est aussi divisée en 50 zones. Cette procédure a comme effet de concentrer les zones dans la région de fort champ électrique, où une plus grande résolution est nécessaire. Le centre de chaque zone est utilisé comme coordonnée pour le calcul du champ électrique géométrique. On obtient alors un profil de champ électrique géométrique constitué de 100 points entre la goutte et la cage. À partir du profil de champ électrique, il est possible d'identifier la zone où le champ électrique est supérieur au champ d'apparition d'effet couronne.

On peut alors générer les charges d'espace. Ces charges d'espace contribuent elles aussi au champ électrique. La somme du champ électrique géométrique et du champ électrique généré par les charges d'espace dans chacune des zones donnent le profil de champ électrique total. Lorsque des charges d'espace sont présentes entre les électrodes, le champ total est utilisé. Sinon, le champ est purement géométrique. Le calcul de la contribution des charges d'espace au champ électrique sera décrit à la section 5.2.5.

Une fois la *zone active* définie, le positionnement des charges d'espace est réalisé. À chaque itération où une *zone active* existe, une charge d'espace est générée.

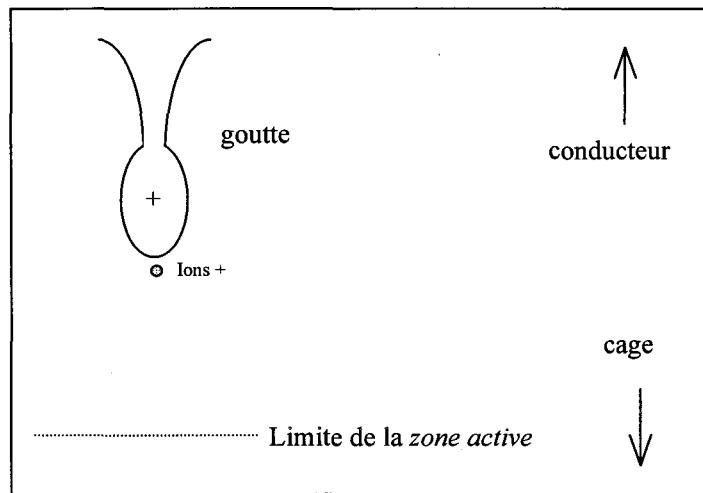


Figure 5-6 : Génération des charges d'espace en polarité positive

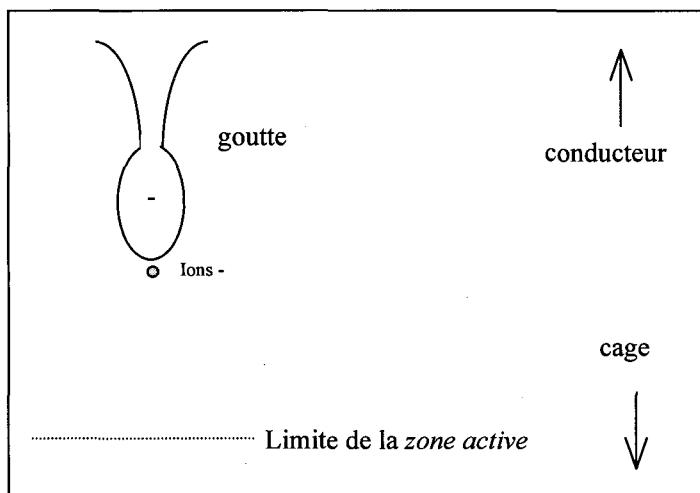


Figure 5-7 : Génération des charges d'espace en polarité négative

Les charges sont générées lorsqu'une *zone active* existe, en respectant les points suivants:

- La charge d'espace contient des ions de même polarité que le conducteur, résidus laissés entre la goutte et la cage lors des avalanches électriques.

- La charge est placée dans l'axe vertical de la goutte, dans la zone la zone où le champ électrique est le plus élevé.
- La nombre d'ions  $N$  dans chaque charge d'espace est de  $5 \cdot 10^9$ . Ce nombre de particules correspond au nombre à partir duquel la modification du champ électrique est suffisante pour ralentir la progression de la décharge [2]. De plus, ce nombre est inférieur au nombre critique qui est de  $1 \cdot 10^{11}$  [7,34], ce qui laisse, selon le niveau de tension appliqué, plusieurs itérations avant de saturer l'intervalle et permet d'avoir une bonne résolution sur le courant et la force.

La méthode de génération des charges d'espace a été mise en place en utilisant les hypothèses ci-dessus afin de simplifier au maximum la simulation.

### 5.2.5 Calcul de la contribution des charges d'espace au champ électrique

Afin de simplifier le calcul, nous avons considéré que chacune des charges d'espace agit comme une charge ponctuelle dont la valeur est la charge totale des particules qu'elle contient. À partir de ce concept, il est facile d'évaluer le champ généré au point  $i$  par chacune des charges d'espace situé à un point  $j$  à l'aide de la relation suivante [4]:

$$|E_{sc}| = \frac{eN}{4\pi\epsilon_0 d^2} \quad (5.75)$$

où  $E_{sc}$  est le champ électrique généré (V/m),  $e$  est la charge électronique,  $N$  est le nombre de particules (ions ou électrons) dans la charge d'espace  $j$ ,  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide et  $d$  est

la distance entre le point de calcul  $i$  et la position de la charge d'espace  $j$  (m). Évidemment, il faut tenir compte de la polarité du conducteur et des charges pour additionner ou soustraire le champ électrique calculé ici au champ électrique géométrique. Par exemple, une charge de même polarité que la tension appliquée aura comme effet de réduire le champ électrique entre le conducteur et le point  $j$  et aura l'effet contraire entre le conducteur et le point  $j$ .

À chaque itération, le champ électrique généré par toutes les charges d'espace est calculé au centre de chacune des zones. Celui-ci est par la suite ajouté au champ électrique géométrique pour obtenir le profil de champ électrique total.

### 5.2.6 Calcul de la vitesse de déplacement et de la position des charges d'espace

Les charges d'espace se déplacent entre le conducteur et la cage à une vitesse  $v$  qui dépend du champ électrique géométrique local (sans charges d'espace). La mobilité des électrons et des ions dans l'air est présentée par Raether [2] et peut être approximée par:

$$v_{ions} \approx 1 \cdot 10^4 \left( \frac{E}{p} \right) \quad (5.76)$$

où la mobilité  $v$  est donnée en cm/s,  $E$  est le champ électrique en V/cm et  $p$  est la pression en Torr. Comme la mobilité des ions positifs et négatifs est semblable pour nos conditions expérimentales, la relation 5.67 est utilisée pour les deux type d'ions [2]. À chaque

itération, la vitesse des charges d'espace est évaluée de même que leur position pour la prochaine itération.

### 5.2.7 Calcul du courant de décharge et de la force induite

À partir de la vitesse de déplacement des charges et du champ électrique, il est possible d'évaluer le courant de décharge et la force induite sur le conducteur.

#### 5.2.7.1 Courant de décharge

En tension continue, le courant dans le circuit externe dépend de la tension appliquée, du champ électrique et de la vitesse de déplacement des charges entre le conducteur et la cage [5] :

$$I = QK_L\nu \quad (5.77)$$

où  $Q$  est la charge en Coulomb,  $K_L$  est le champ Laplacien défini comme étant le rapport entre le champ électrique géométrique et la tension appliquée ( $K_L = E/V$ ) en  $\text{cm}^{-1}$  et  $\nu$  est la mobilité des charges en  $\text{cm/s}$ . Le signe du courant dépend de la polarité du conducteur, de la polarité des charges et de la direction de déplacement des charges.

#### 5.2.7.2 Force induite

Dans la simulation, seule la force due à l'effet d'écran des charges d'espace est calculée. Il a été démontré par Farzaneh [7] que cette force constitue à elle seule environ 90% de la force totale induite. La force d'écran est approximée par le principe d'action-réaction. Nous

considérons que l'ensemble conducteur-goutte est soumis à une force verticale ayant comme amplitude la somme des forces électrostatiques verticales auxquelles les charges d'espaces sont soumises [5]. La direction de la force résultante sur le conducteur est à l'opposé de la force totale agissant sur les charges d'espace. Nous considérons aussi que la totalité de l'énergie générée par cette force contribue au mouvement du conducteur, ce qui implique que nous négligeons le vent ionique et l'énergie nécessaire à la déformation de la goutte. La force électrostatique agissant sur une charge est donnée par la relation :

$$\vec{F} = Q\vec{E} \quad (5.78)$$

où  $F$  est la force (N),  $Q$  est la charge (C) et  $E$  est le champ électrique (V/m). On ne se préoccupe que de la composante verticale du champ électrique car on veut obtenir la force verticale appliquées sur le conducteur.

### 5.2.8 Généralités sur le code de simulation et l'interface usager

Le langage de programmation utilisé pour écrire la simulation est le Visual Basic version 5.0. Ce langage de programmation évolué permet de programmer, de mettre au point et d'exécuter des codes multiples dans l'environnement Microsoft Windows. Il permet aussi de réaliser des interfaces usager Microsoft Windows de façon à faciliter l'utilisation du programme. Les paramètres de simulation sont entrés directement dans l'interface qui commande la lecture du fichier contenant les informations supplémentaires et l'exécution du programme. L'interface est présentée à la Figure 5-8.

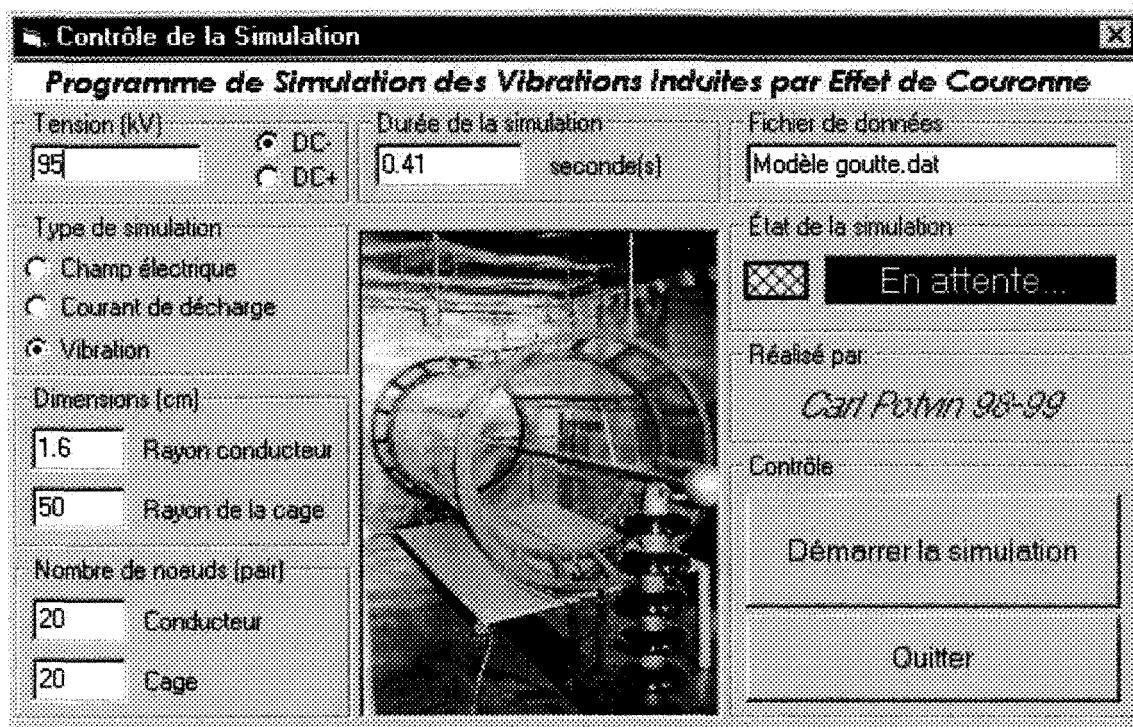


Figure 5-8 : Interface usager de la simulation numérique

Le code a été divisé en sous-programmes représentant les étapes d'initialisation, d'itération, de calcul et de mise en forme des résultats. Dans le cadre de cette étude les simulations ont été effectuées sur un ordinateur de type IBM PC sous l'environnement Microsoft Windows 98. Le programme peut aussi être exécuté sous Microsoft Windows 95 ou Windows NT.

### 5.3 Résultats de la simulation numérique

La simulation numérique a été exécutée en variant le niveau de la tension appliquée sur le conducteur de 0 à 100 kV par incrément de 5 kV. Ces niveaux de tension correspondent à un champ électrique de 0 à 18.2 kV/cm. Comme les mêmes paramètres ont été utilisés en

polarité positive et négative (géométrie de la goutte, nombre d'ions, mobilité des ions, position initiale des charges...), les résultats sont identiques pour les deux polarités. Les résultats de la simulation sont résumés au Tableau 5-3. Les signaux obtenus sont présentés à l'Annexe 1.

Tableau 5-3 : Résultats de la simulation numérique

Tension (kV)	Champ électrique à la surface du conducteur (kV/cm)	Force maximum ( $10^{-3}$ N)	Force moyenne sur un cycle ( $10^{-3}$ N)	Courant maximum ( $\mu$ A)	Courant moyen sur un cycle ( $\mu$ A)
0	0	0	0	0	0
10	1.82	0	0	0	0
20	3.63	0	0	0	0
30	5.45	0	0	0	0
40	7.26	0	0	0	0
50	9.08	0	0	0	0
60	10.89	0	0	0	0
65	11.80	1.78	0.03	5.7	0.1
70	12.71	1.83	0.03	6.0	0.1
75	13.62	2.21	1.02	17.4	5.8
80	14.53	2.29	1.08	20.0	7.3
85	15.43	2.36	1.17	22.5	8.9
90	16.34	3.12	1.95	45.6	19.0
95	17.25	3.10	1.95	48	20.7
100	18.16	3.19	1.96	48.6	22.3

### 5.3.1 Analyse globale

Avant de présenter graphiquement les résultats de la simulation, il est important de signaler les points suivants suite à l'observation visuelle des signaux :

- pour un champ électrique inférieur à 11 kV/cm, il n'y a pas de décharge couronne et, par conséquent, pas de force induite et de courant de décharge (même avec le mouvement imposé au conducteur);
- pour un champ électrique entre 11 et 13 kV/cm, la force et le courant ont la forme d'une impulsion et il n'y a qu'une seule impulsion par cycle de vibration;
- entre 13 et 16 kV/cm, le signal de force s'apparente à une onde carrée à la fréquence naturelle de vibration tandis que le courant est constitué de la somme de deux ondes carrées à la fréquence naturelle de vibration, d'amplitudes et de durées différentes;
- au-delà de 16 kV/cm, le signal de force est relativement constant auquel se superpose de fortes impulsions de courte durée tandis que le courant est une onde carrée avec des impulsions de courte durée.

La différence dans la forme générale des signaux impose une certaine prudence dans l'analyse quantitative des résultats. Les observations précédentes doivent être considérées dans l'interprétation des valeurs maximales et moyennes qui seront présentées dans les sections suivantes.

### 5.3.2 Force induite

La force induite par la présence des charges d'espace entre le conducteur et la cage a été évaluée lors de la simulation numérique. L'analyse de cette force pendant un cycle de vibration permet de faire ressortir des paramètres importants qui pourront être utilisés dans les simulations numériques futures. Tel que mentionné précédemment, la forme du signal temporelle de la force induite varie en fonction du champ électrique à la surface du conducteur, d'où la nécessité d'utiliser plus d'un paramètre pour caractériser cette force. Nous avons évalué la force maximale ainsi que la force moyenne induite par les charges d'espace pendant un cycle de vibration. Les résultats sont présentés à la Figure 5-9 ci-dessous.

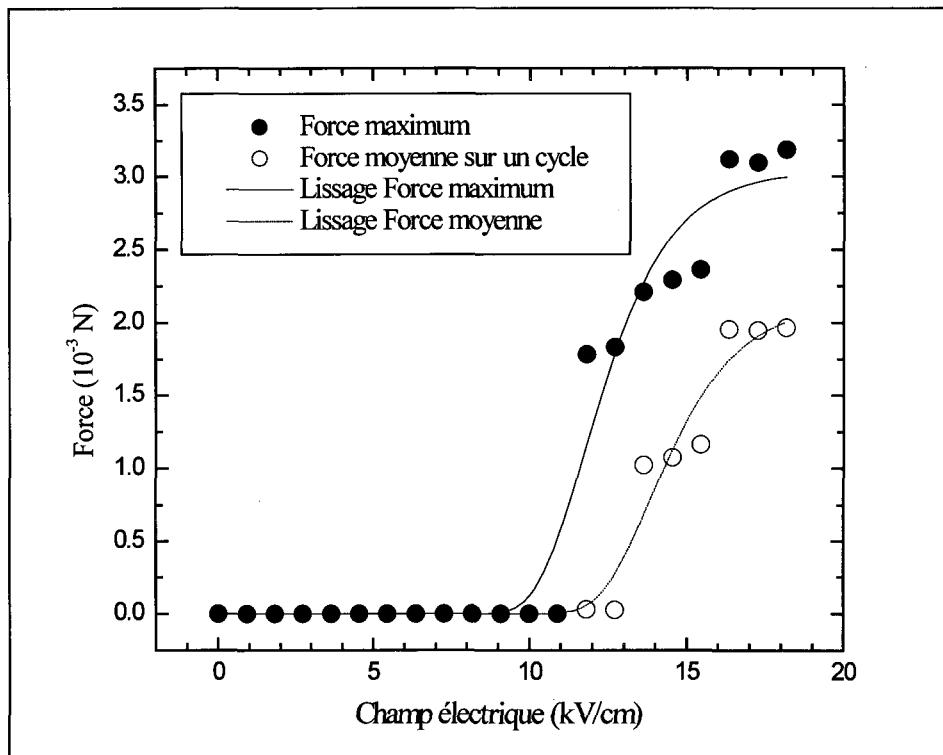


Figure 5-9 : Force induite pendant un cycle de vibration

La force maximale augmente subitement à partir de 12 kV/cm, champ pour lequel l'effet de couronne apparaît à l'extrémité de la goutte. Elle augmente jusqu'à un maximum de  $3.19 \cdot 10^{-3}$  N, ce qui est du même ordre de grandeur que la force évaluée sous pluie par Farzaneh [7] qui est de  $1.9 \cdot 10^{-3}$  N par goutte. L'écart entre les résultats de la présente étude et les résultats expérimentaux de Farzaneh [7] correspond précisément à l'amplitude des impulsions observées à des champ électriques supérieurs à 16 kV/cm. Ces impulsions sont causées par l'apparition de charges d'espace dans une zone de champ électrique très élevé.

La force moyenne permet de montrer l'influence combinée de l'amplitude et de la durée d'application de la force pendant un cycle. Entre 11 et 13 kV/cm, la présence d'une seule impulsion de courte durée donne une force moyenne très faible même si la force maximale est significative. De même, l'influence des impulsions apparaissant à des champ électriques supérieurs à 16 kV/cm est atténuée dans le calcul de la force moyenne, d'où la valeur maximale de  $1.96 \cdot 10^{-3}$  N à 18.2 kV/cm. Notons que cette valeur est très près de celle évaluée sous pluie par Farzaneh [7] qui est de  $1.9 \cdot 10^{-3}$  N par goutte.

### 5.3.3 Courant de décharge

La comparaison du courant de décharge obtenu lors de la simulation avec les mesures expérimentales permet de vérifier la validité de la méthode de simulation des charges d'espace (génération, position, déplacement). Nous avons évalué l'amplitude crête du courant et le courant moyen sur un cycle de vibration. Les résultats sont présentés à la

Figure 5-10. Les observations sur les signaux de force induite concernant l'influence des impulsions tiennent aussi pour les signaux de courant. Leur influence est atténuée lors du calcul du courant moyen, ce qui permet de retrouver des valeurs proches de celles obtenus lors de l'étude expérimentale décrite au Chapitre 4 du présent ouvrage. Les valeurs sont du même ordre de grandeur, ce qui confirme que les paramètres de la génération des charges d'espace utilisés dans la simulation numérique sont représentatifs des conditions expérimentales.

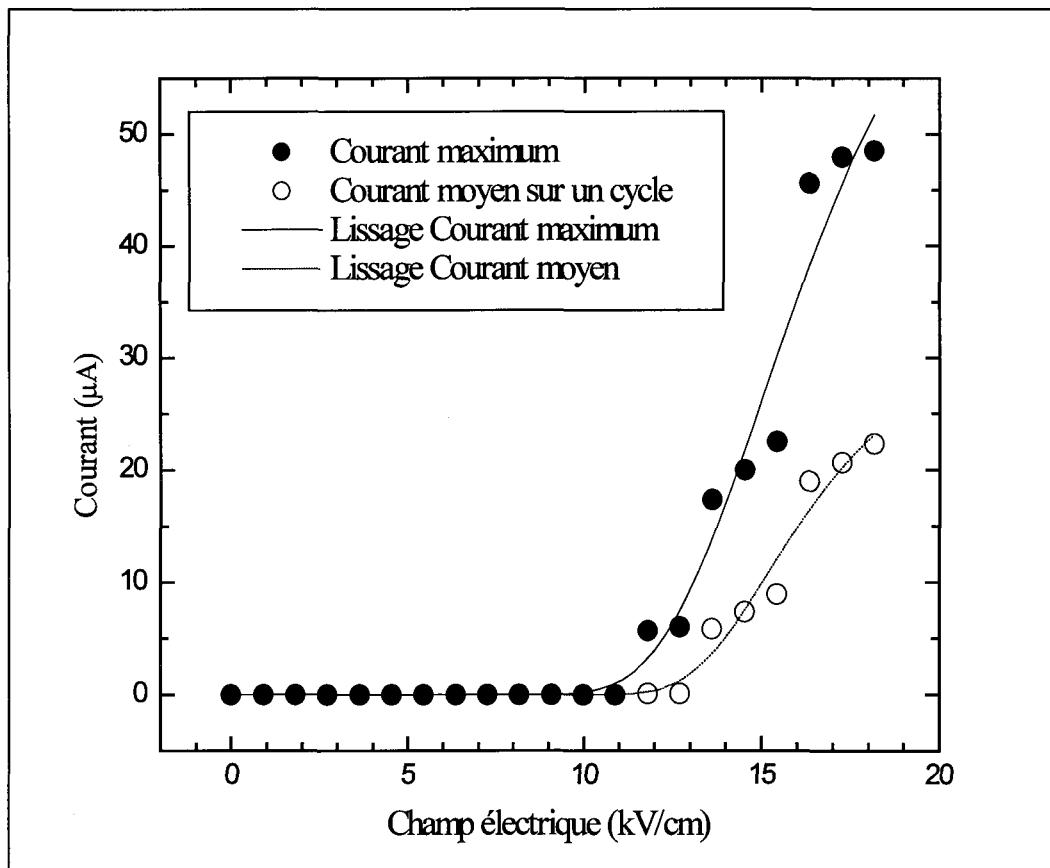


Figure 5-10 : Courant de décharge pendant un cycle de vibration

#### **5.4 Conclusion de la simulation numérique**

L'utilisation des relations empiriques obtenus dans l'étude expérimentale et dans la simulation numérique a permis d'évaluer la force induite par l'effet d'écran de la charge d'espace et le courant de décharge pendant un cycle de vibration. On constate que la variation temporelle de cette force dépend du champ électrique à la surface du conducteur. Selon le champ électrique, la force induite peut prendre une forme impulsionnelle, carrée ou quasi-constante. Il en est de même pour le courant de décharge. L'amplitude de la force est du même ordre de grandeur que celle mesurée expérimentalement par Farzaneh [7].

## **CHAPITRE 6**

### **CONCLUSION GÉNÉRALE**

Le but premier de ce travail était d'apporter des informations supplémentaires sur la force induite par l'effet d'écran des charges d'espace, cause principale des vibrations induites par effet de couronne.

Premièrement, une étude expérimentale a été réalisée afin de mesurer l'amplitude de vibration, le courant de décharge et de caractériser le comportement d'une goutte d'eau suspendue sous un conducteur à haute tension lors d'un cycle de vibration. L'amplitude de vibration et le courant de décharge augmentent en fonction du champ électrique à la surface du conducteur. L'amplitude de vibration maximum (crête) est de 1.62 mm et le courant maximum (crête-crête) est de 24  $\mu$ A. La longueur critique de la goutte augmente en fonction du champ électrique jusqu'à un maximum d'environ 4.4 cm à 7 kV/cm et diminue par la suite. Le rayon de courbure de l'extrémité de la goutte diminue en fonction du champ électrique et ne change pratiquement pas pendant le cycle de vibration. L'allongement de la goutte est en retard d'environ 30 ms par rapport à l'accélération du conducteur.

Par la suite, les résultats expérimentaux ont été utilisés pour établir un modèle empirique de déformation de la goutte et une simulation numérique des vibrations. Le modèle de déformation de la goutte est utilisé pour calculer la géométrie de la goutte à chaque pas de temps. La méthode des éléments de frontière est utilisée pour évaluer précisément le champ électrique entre les électrodes tout en tenant compte de la goutte. Finalement, des charges d'espace sont générées à partir de ce champ électrique, ce qui permet d'évaluer la force induite sur le conducteur et le courant de décharge. Selon le champ électrique à la surface du conducteur, les signaux temporels de force induite et de courant de décharge sont différents. Le caractère impulsionnel observé entre 11 et 13 kV/cm laisse place à un signal s'approchant d'une onde carrée entre 13 et 16 kV/cm. Au delà de 16 kV/cm, de fortes impulsions s'ajoutent à une force quasi constante. L'évaluation quantitative des signaux de force montrent que la force moyenne maximum est de  $1.96 \cdot 10^{-3}$  N avec des pointes (impulsions) de  $3.19 \cdot 10^{-3}$  N. Le maximum du courant de décharge moyen est de 22.3  $\mu$ A avec des pointes de 48.6  $\mu$ A.

À partir d'une simulation numérique utilisant des résultats empiriques, du calcul de champ par éléments de frontière et d'une méthode de simulation de charges d'espace simple, nous avons obtenu les signaux temporels de la force induite pour différentes valeurs de champ électrique.

Cette force, pour une seule goutte d'eau suspendue au conducteur, pourra être utilisée dans des simulations globales du phénomène comme celle de Demers [60] qui a simulé

précisément le comportement mécanique du conducteur pour une force impulsionale et sinusoïdale. Afin d'en arriver à un modèle purement théorique, nous suggérons d'intégrer aux études futures le calcul par les équations d'équilibre de la géométrie de la goutte lorsque celle-ci est soumise au champ électrique sous le conducteur en mouvement.

## RÉFÉRENCES

- [1] Leonard B. Loeb, "Basic processes of gaseous electronics", University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1961.
- [2] H. Raether, "Electron avalanches and breakdown in gases", Butterworths, London, 1964.
- [3] Sanborn C. Brown, "Introduction to electrical discharges in gases", John Wiley & Sons, 1966.
- [4] Essam Nasser, "Fundamentals of gaseous ionization and plasma electronics", John Wiley & Sons, 1971.
- [5] J. M. Meek, J. D. Craggs, "Electrical breakdown of gases", John Wiley & Sons, 1978.
- [6] E.P.R.I., "Transmission line reference book - 345kV and above", second edition, Electric Power Research Institute, 1982.
- [7] M. Farzaneh, "Contribution à l'étude des mécanismes des vibrations induites par effet de couronne", Thèse présentée à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, 1986.
- [8] M. F. Peek, "Dielectric phenomena in high voltage engineering", McGraw-Hill, New-York, 1915.
- [9] C. B. Basinger, Discussion sur l'article intitulé "Transmission line vibration due to sleet" par Den Hartog, AIEE Trans., vol. 51, pp. 1074-1086, décembre 1932.

- [10] E. W. Dillard, Discussion sur l'article intitulé "Transmission line vibration due to sleet" par Den Hartog, AIEE Trans., vol. 51, pp. 1074-1086, décembre 1932.
- [11] S. Kumagai, J. Nagaya, "Mechanical vibration of conductors due to DC corona discharge", JIEE, Japon, vol. 53, juin 1933.
- [12] S. Kumagai, J. Nagaya, "Mechanical vibration of conductors observed in AC high voltage experiments", JIEE, Japon, vol. 54, juillet 1933.
- [13] Y. Shichira, Y. Matsubayashi, "Abnormal vibration of transmission line due to corona discharge", Technology reports of the Osaka University, Osaka, Japon, vol. 6, no. 299, 1956.
- [14] L. B. Loeb, "Physics of the raindrop and other corona in its relation to RI on HT lines", Department of Physics, University of California, Berkeley, California, février 1964.
- [15] J. B. Jordan, "Foul wheater corona", Research report, Electrical Engineering Department, Laval University, Chapter III: Foreign particles in electric field, pp. 20-40, 1966.
- [16] H. H. Newell, T.-W. Liao, F. W. Warburton, "Corona and RI Caused by Particles On or Near EHV Conductors: II- Foul Weather", IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-87, no. 4, pp. 911-927, avril 1968.
- [17] G. A. Dawson, "Electrical Corona from Water-Drop Surfaces", Journal Of Geophysical Research, vol. 75, no. 12, pp. 2153-2158, avril 1970.
- [18] L. Boulet, B. J. Jakubczyk, "A-C Corona in Foul Weather. I- Above Freezing Point", Trans. Am. Inst. Elect. Engis., vol. 83, pp. 508-512, mai 1964.

- [19] T. N. Giao, "A systematic study of corona discharges in air at atmospheric pressure", Appendices I et II, pp. 272-281, 1968.
- [20] M. P. Sarma, W. Janischewskyj, "Analysis of corona losses on D.C. transmission lines: Part II. Bipolar lines", IEEE Winter Power Meeting, 1969.
- [21] E. R. Taylor Jr., V. L. Chartier, D. N. Rice, "Audible Noise and Visual Corona from HV and EHV Transmission Lines and Substation Conductors - Laboratory Tests", IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-88, pp. 666-679, mai 1969.
- [22] C. L. Phan, A. Mansiaux, "Corona and charge transfer on water drops in proximity of a conductor", IEEE PES Summer Meeting, Paper #A 75 565-2, 1975.
- [23] G. M. Lemanczyk, P. M. Morris, R. L. Wardlaw, "Corona induced vibration of high voltage conductors", Proceedings of the Fifth Canadian Congress of Applied Mechanics, pp. 237-238, Fredericton, mai 1975.
- [24] J.-G. Paulin, "A study of conductor vibrations induced by artificial rain", University of New-Brunswick, Department of electrical engineering, décembre 1975.
- [25] L. C. Phan, T. Adachi, M. A. Allaire, "Experimental investigations of corona-induced vibration on high voltage conductors with different types of supports", IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-100, no. 4, pp. 1975-1984, avril 1981.
- [26] C. L. Phan, M. A. Allaire, P. McComber, "A progress report on a laboratory study of corona-induced vibration", IEEE Conf. Mexico, 1981.
- [27] T. Adachi, L. C. Phan, "A laboratory study of corona-induced vibration of high-voltage smooth aluminium D.C. conductors in a mass-spring configuration", Journal of Electrostatics, 9, pp. 273-288, 1981.

- [28] L. C. Phan, M. A. Allaire, "Effects of atmospheric parameters upon corona-induced vibration of high voltage conductors", Fourth Int. Symp. High Volt. Eng., Paper #45.09, septembre 1983.
- [29] M. Farzaneh, L. C. Phan, "Vibration of high voltage conductors induced by corona from water drops or hanging metal points", IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-103, no. 9, pp. 2746-2752, septembre 1984.
- [30] L. C. Phan, M. Farzaneh, M. A. Allaire, "Effect of transverse wind upon corona-induced vibration of high voltage conductors", Proceedings of the 1984 Japan-US, Seminar on detection and control of electric field and space charge in electrical environmental problems, Japan, pp. 133-140, octobre 1984.
- [31] M. Farzaneh, L. C. Phan, B. Ai, "On the role of space charge produced by hanging water drops in the mechanism of the corona-induced vibration of high-voltage conductors", Journal of Electrostatics, 17, pp. 235-244, 1985.
- [32] A. Gakwaya, M. Farzaneh, "Modeling and simulation of space charge in the vicinity of a H.V. water drop", University of Pittsburgh, 16th annual Conference on Modeling and Simulation, pp. 1505-1513, avril 1985.
- [33] M. Farzaneh, "Physical simulation of corona-induced vibration", University of Pittsburgh, 16th annual Conference on Modeling and Simulation, pp. 1515-1521, avril 1985.
- [34] M. Privé, "Approches physique et numérique du phénomène des vibrations induites par effet de couronne", Mémoire présenté comme exigence partielle de la maîtrise en ressource et systèmes, U.Q.A.C., août 1986.
- [35] M. Farzaneh, "On the mechanism of corona-induced vibration of high voltage conductors", Trends in Power Delivery, 1, pp. 85-91, 1988.

- [36] M. Farzaneh, Y. Teisseyre, "Mechanical vibration of H.V. conductors induced by corona: roles of the space charge and ionic wind", IEEE Trans. Power Delivery, vol. 3, no. 3, pp. 1122-1130, juillet 1988.
- [37] M. Maaroufi, "Vibrations induites par effet de couronne", Thèse présentée en vue de l'obtention du grade de Docteur en Sciences Appliquées, École Mohammadia d'Ingénieurs (EMI), Rabat, Maroc, 1989.
- [38] M. Hamel, "Influence de la variation de la température ambiante sur les vibrations induites par effet de couronne", Mémoire présenté comme exigence partielle de la maîtrise en ressource et systèmes, U.Q.A.C., août 1991.
- [39] M. Farzaneh, "Effects of the intensity of precipitation and transverse wind on the corona-induced vibration of H.V. conductors", IEEE Trans. Power delivery, vol. 7, no. 2, pp. 674-680, avril 1992.
- [40] A. Mansiaux, J. P. C. Luan, P. Tremblay, P. Pirotte, "Équilibre des gouttes d'eau suspendues aux conducteurs des lignes de transport d'énergie électrique", A.I.M., pp. 225-228, 1970.
- [41] C. N. Richards, G. A. Dawson, "The hydrodynamic instability of water drops falling at terminal velocity in vertical electric fields", Journal of Geophysical Research, vol. 76, no. 15, pp. 3445-3455, mai 1971.
- [42] M. Akazaki, M. Hara, "Corona discharge from water drops passing near a conductor", IEEE Summer Meeting and Int. Symp. High Power Test., Paper #71 CP 663 -PWR, 1971.
- [43] J. L. Phan-Cong, P. Pirotte, R. Brunelle, N. G. Trinh, "A study of corona discharges at water drops over the freezing range", IEEE PES Summer Meeting, Paper #t 73 417-3, 1973.

- [44] C. L. Phan, A. Mansiaux, "Corona and charge transfer on water drops in proximity of a conductor", IEEE PES Summer Meeting, Paper #A 75 565-2, 1975.
- [45] M. Hara, S. Ishibe, M. Akazaki, "Corona discharge and electrical charge on water drops dripping from D.C. transmission conductors- An experimental study in laboratory", Journal of Electrostatics, 6, pp. 235-257, 1979.
- [46] M. Hara, S. Ishibe, S. Sumiyoshitani, M. Akazaki, "Electrical corona and specific charge on water drops from a cylindrical conductor with high D.C. voltage", Journal of Electrostatics, 8, pp. 239-270, 1980.
- [47] V. S. Nagornyi, V. I. Bezrukov, "Droplet emission in an electrostatic field", Translated from Magnitnaya Gidrodinamika, juillet/septembre 1980, #UDC 681.327:538.4, pp. 315-320, 1981.
- [48] M. Hara, M. Akazaki, "Onset mechanism and development of corona discharge on water drops dripping from a conductor under high direct voltage", Journal of Electrostatics, 9, pp. 339-353 1981.
- [49] P. B. Barber, D. A. Swift, "A.C. corona discharges and audible noise from water droplets on transmission line conductor", Central Electricity Research Laboratories, CEGB, U.K., pp. 177-180, 1982.
- [50] L. N. Popova, A. I. Fedorenko, "Stability of a liquid drop in an electric field", Translated from Magnitnaya Gidrodinamika, avril/juin 1982, #UDC 532.32:538.3:538.4, pp. 167-171, 1982.
- [51] D. A. Swift, "Water-triggered breakdown of an atmospheric air-gap", Fourth Int. Symp. High Volt. Eng., Paper #44.07, septembre 1983.

- [52] M. Farzaneh, Y. Teisseyre, "A study of corona current and ionic wind during the deformation of a H.V. water drop subjected to a mechanical oscillation", Fifth Symp. High Volt. Eng., Paper #91.01, août 1987.
- [53] I. I. Incluet, K. Adamiak, "Charge limits in corona charging of distorted liquid droplets", IEEE Trans. Industry Applications, vol. 29, no. 6, novembre/décembre 1993.
- [54] A. J. Phillips, I. R. Jandrell, J. P. Reynders, "Modelling and measurement of the corona inception point on a water droplet as a function of air pressure", Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Proprieties and Applications of Dielectric Materials, Brisbane, Australie, 1994.
- [55] W. H. Hayt jr., "Engineering electromagnetics", Fifth edition, McGraw-Hill, 1989.
- [56] W. C. Young, "Roark's Formulas for Stress and Strain", Sixth edition, McGraw-Hill, 1989.
- [57] C. Volat, "Étude de la relation entre la forme d'une goutte d'eau suspendue à un conducteur haute tension et le courant de décharge couronne", Rapport de stage, U.Q.A.C., Juillet 1995.
- [58] C. A. Brebbia, J. Dominguez, "Boundary elements, an introductory course", Second edition, Computational Mechanics Publications, McGraw-Hill, 1992.
- [59] A. H. Stroud, D. Secrest, "Gaussian quadrature formulas", Prentice-Hall, 1966.
- [60] P. Demers, "Simulation numérique des vibrations induites par effet de couronne sur les conducteurs à haute tension", Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Chicoutimi, 1994.

## **ANNEXE 1**

### **SIGNAUX OBTENUS LORS DE LA SIMULATION NUMÉRIQUE**

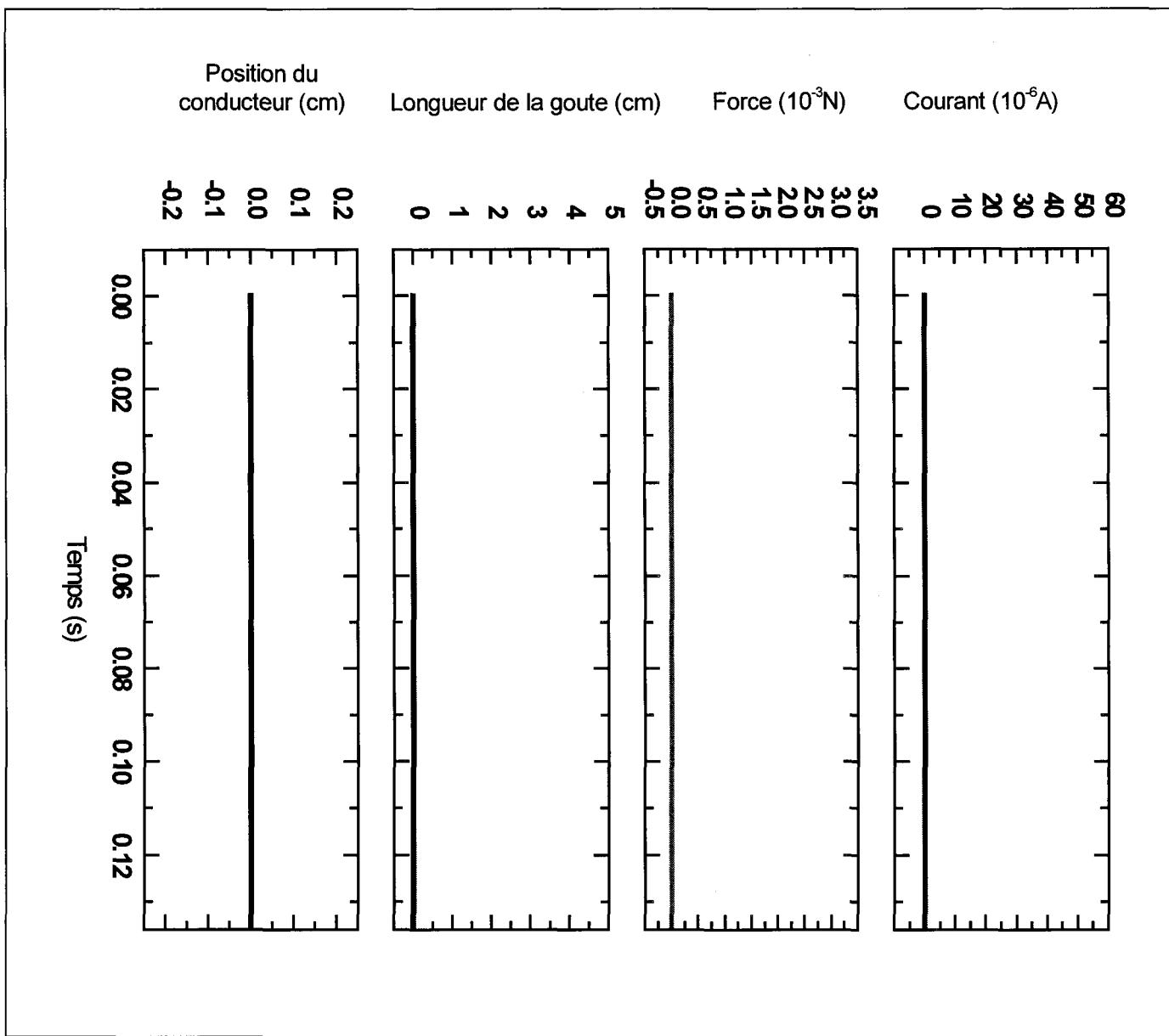


Figure A-1-1 : Résultats de la simulation  $V=40\text{kV}$  ( $E=7.26\text{kV/cm}$ )

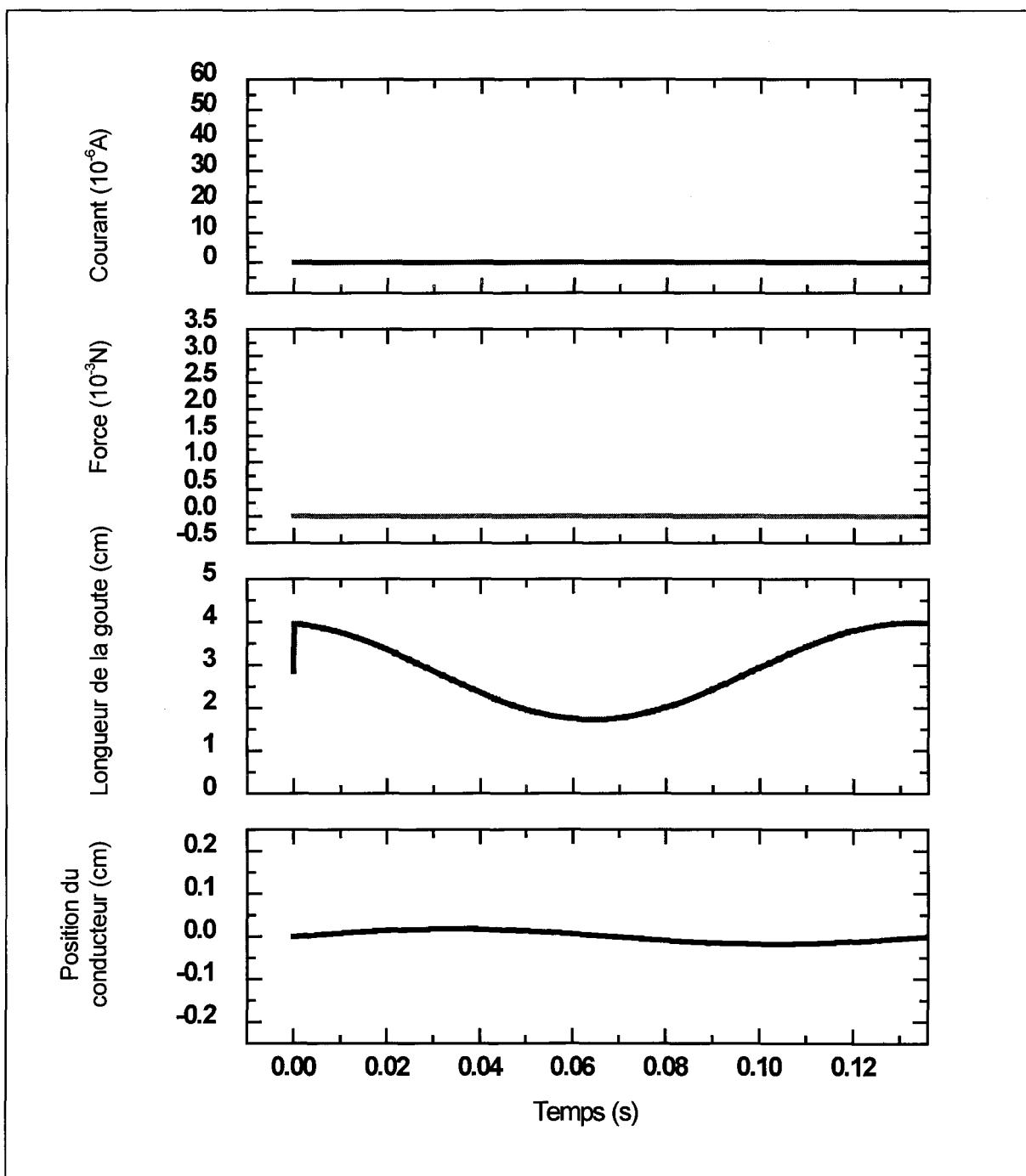


Figure A-1-2 : Résultats de la simulation  $V=60\text{kV}$  ( $E=10.89\text{kV/cm}$ )

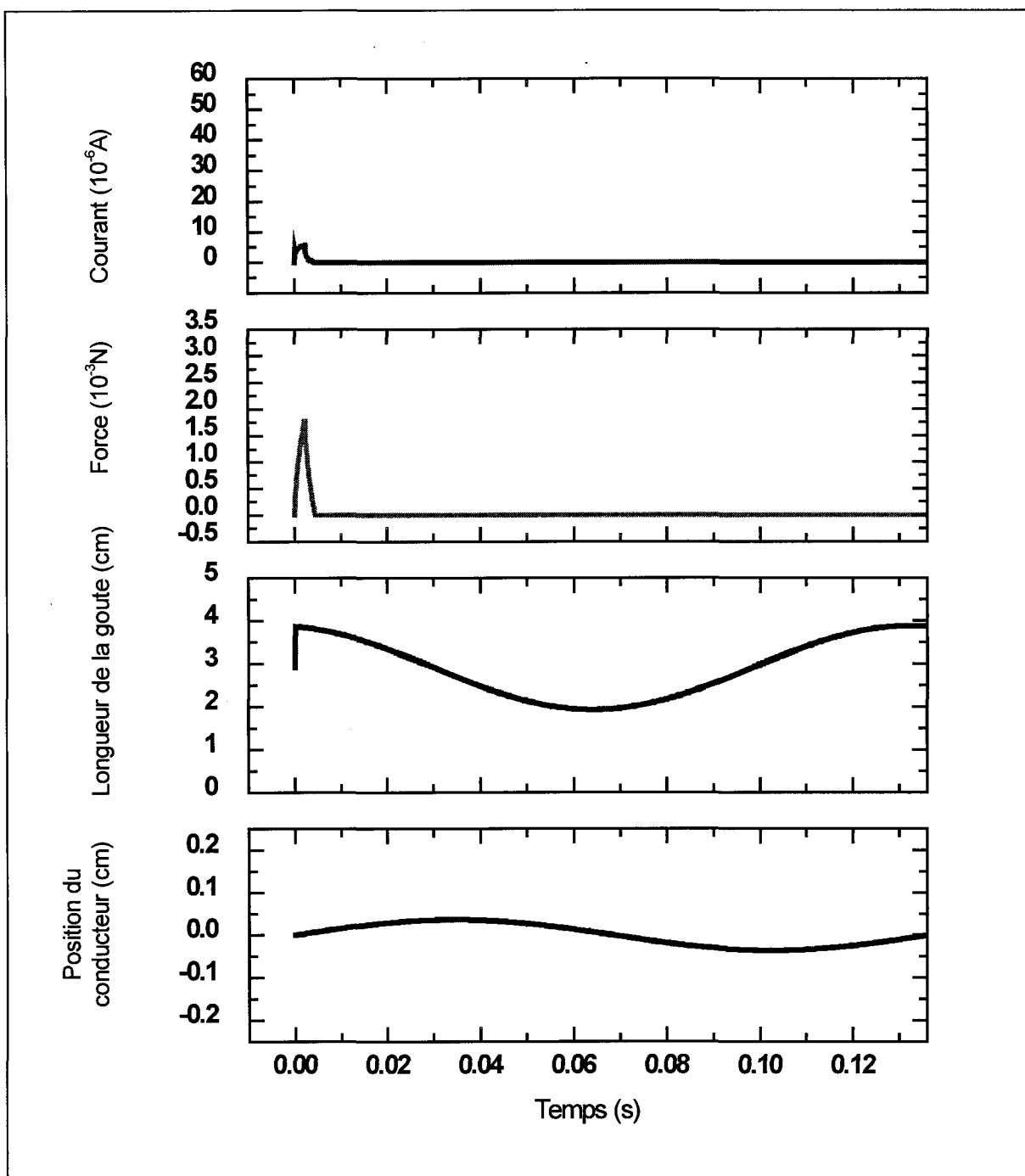


Figure A-1-3 : Résultats de la simulation  $V=65\text{kV}$  ( $E=11.80\text{kV/cm}$ )

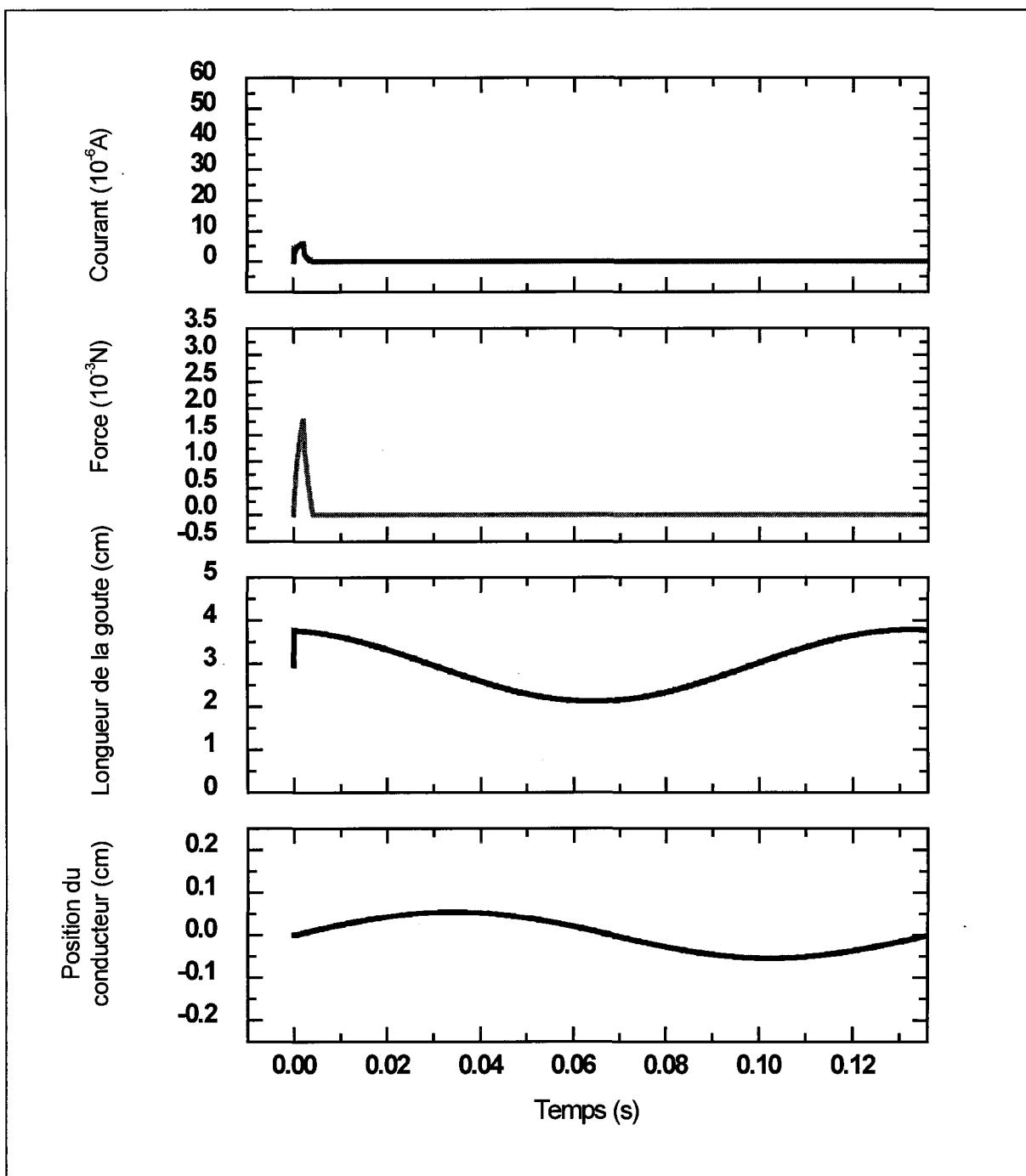


Figure A-1-4 : Résultats de la simulation  $V=70\text{kV}$  ( $E=12.71\text{kV/cm}$ )

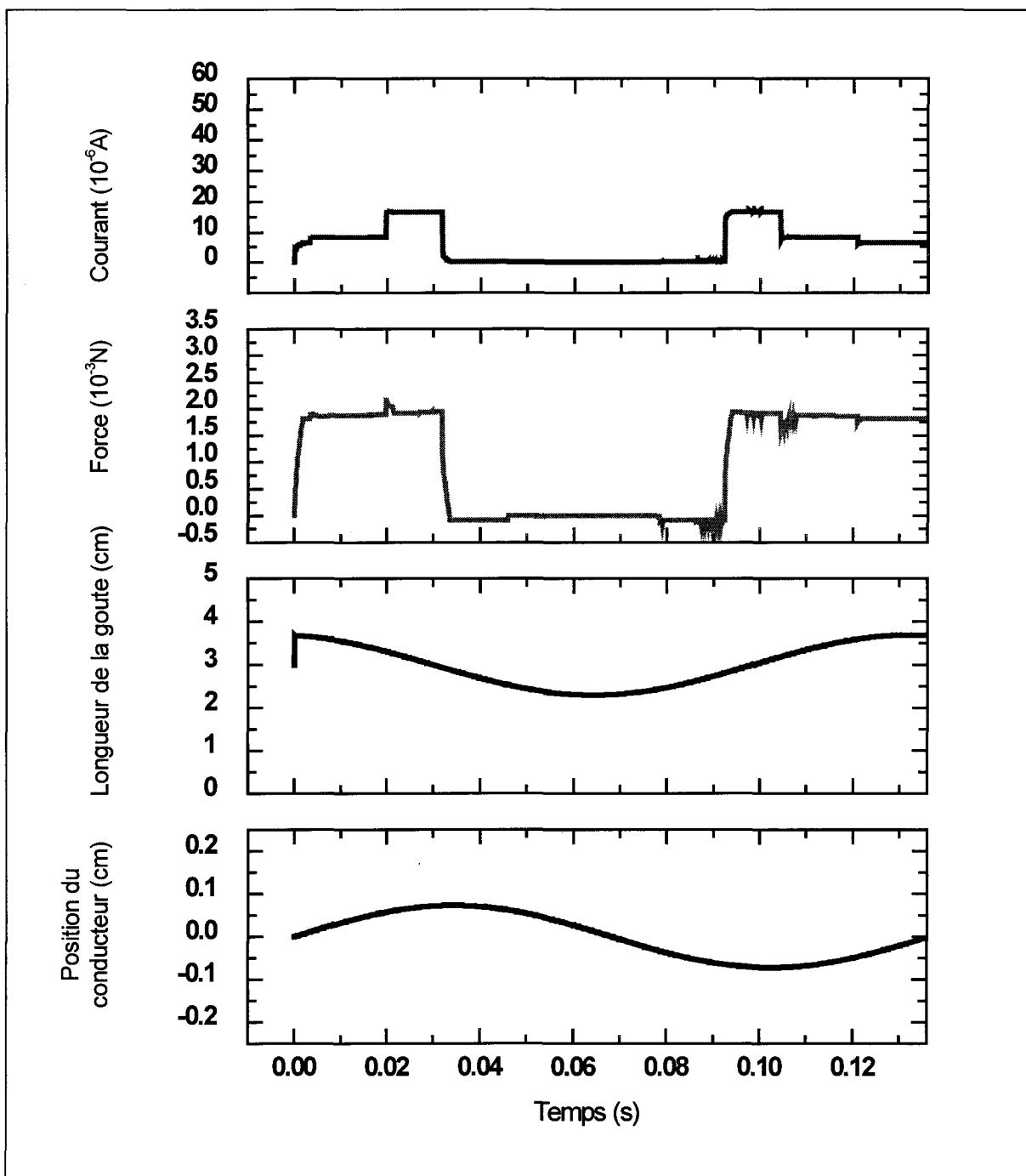


Figure A-1-5 : Résultats de la simulation  $V=75\text{kV}$  ( $E=13.62\text{kV/cm}$ )

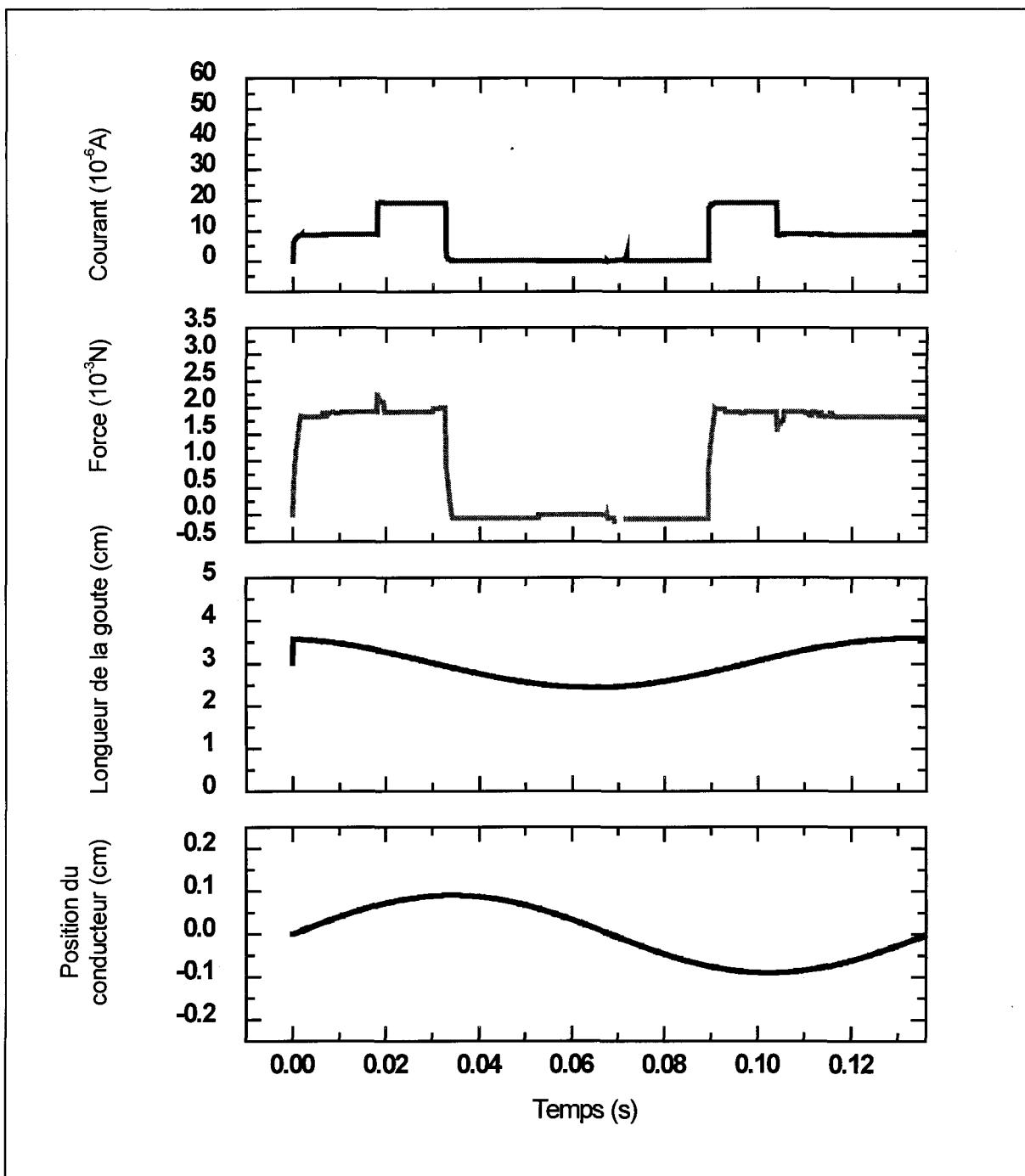


Figure A-1-6 : Résultats de la simulation  $V=80\text{kV}$  ( $E=14.53\text{kV/cm}$ )

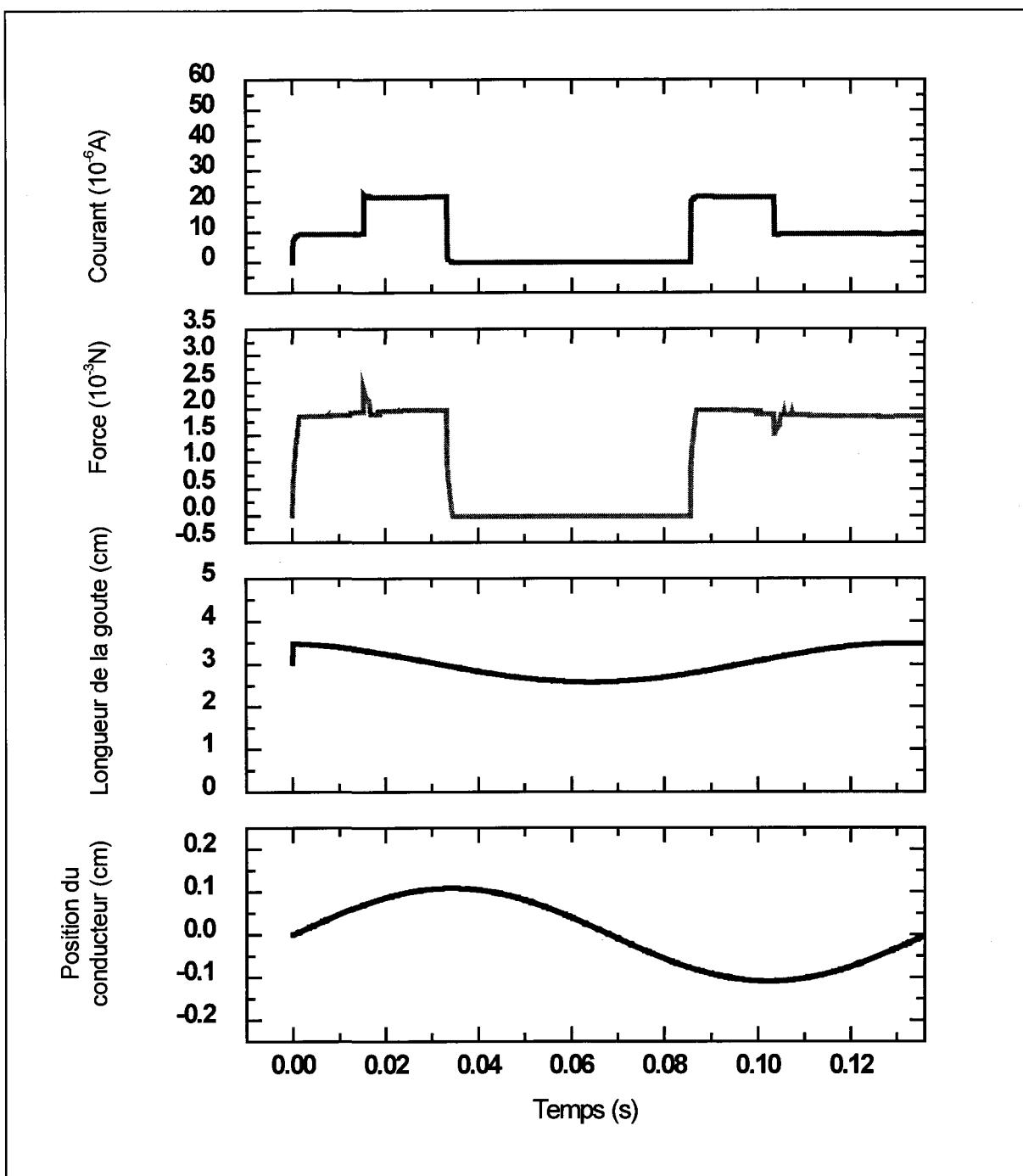


Figure A-1-7 : Résultats de la simulation  $V=85\text{kV}$  ( $E=15.43\text{kV/cm}$ )

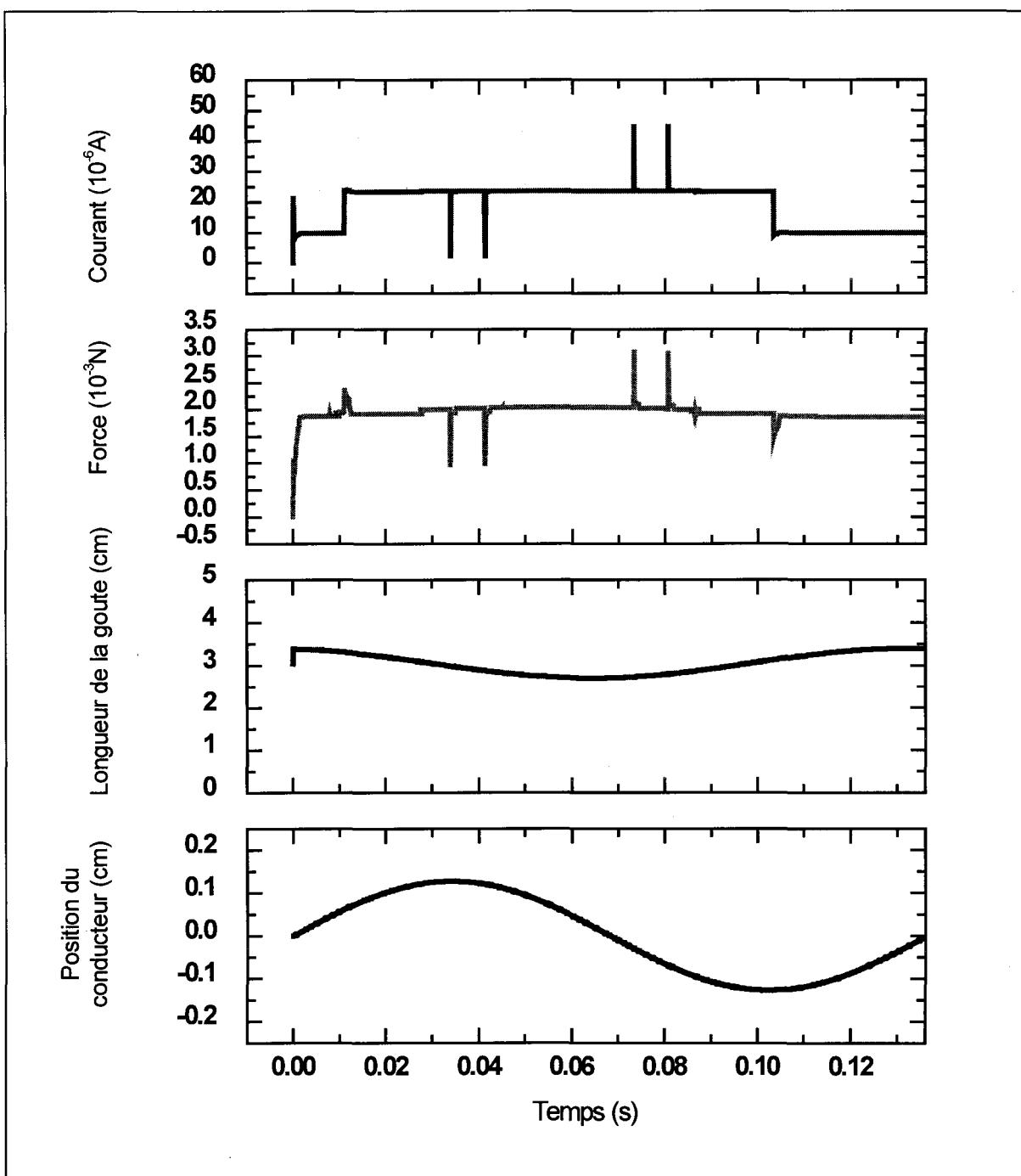


Figure A-1-8 : Résultats de la simulation  $V=90\text{kV}$  ( $E=16.34\text{kV/cm}$ )

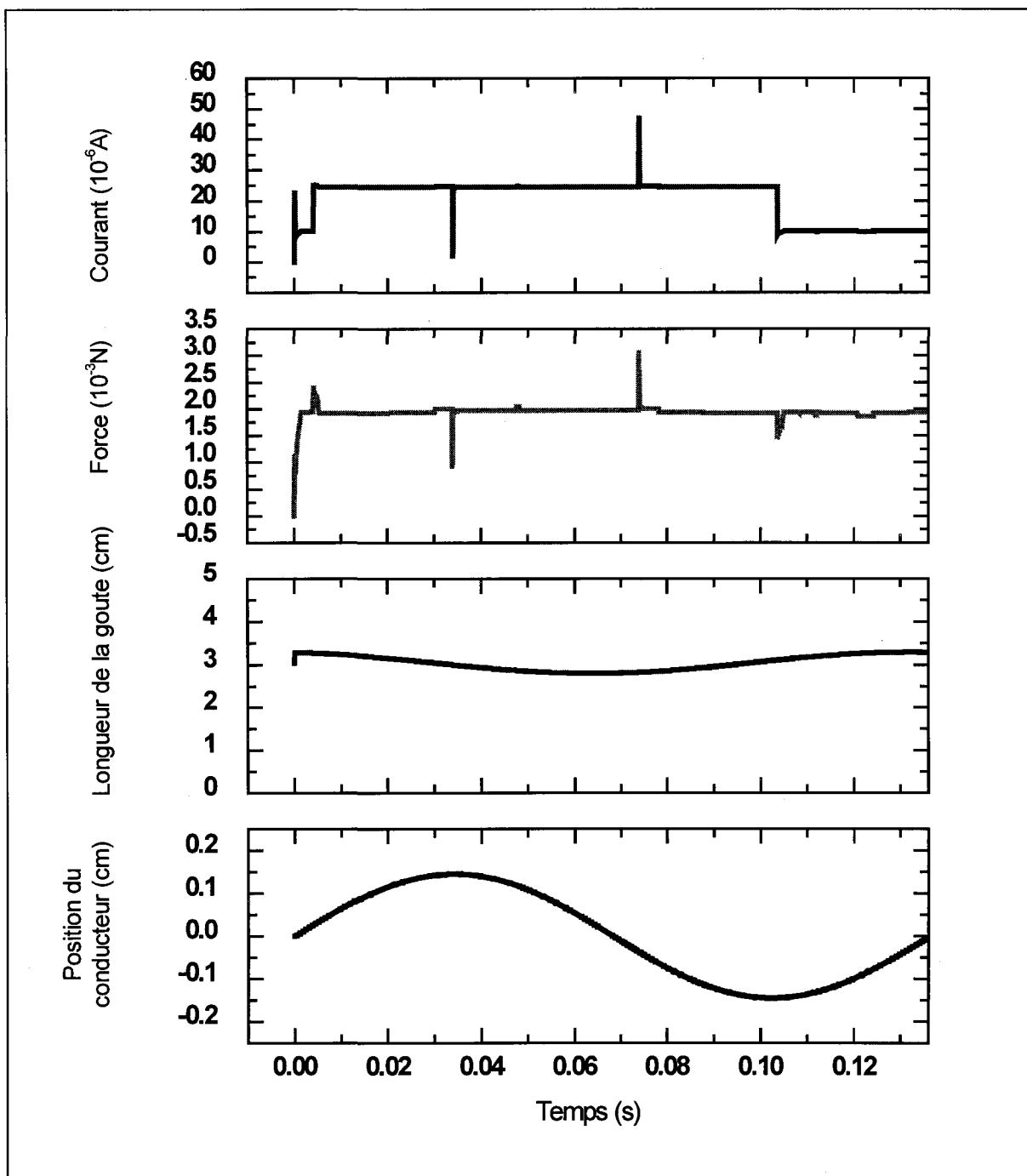


Figure A-1-9 : Résultats de la simulation  $V=95\text{kV}$  ( $E=17.25\text{kV/cm}$ )

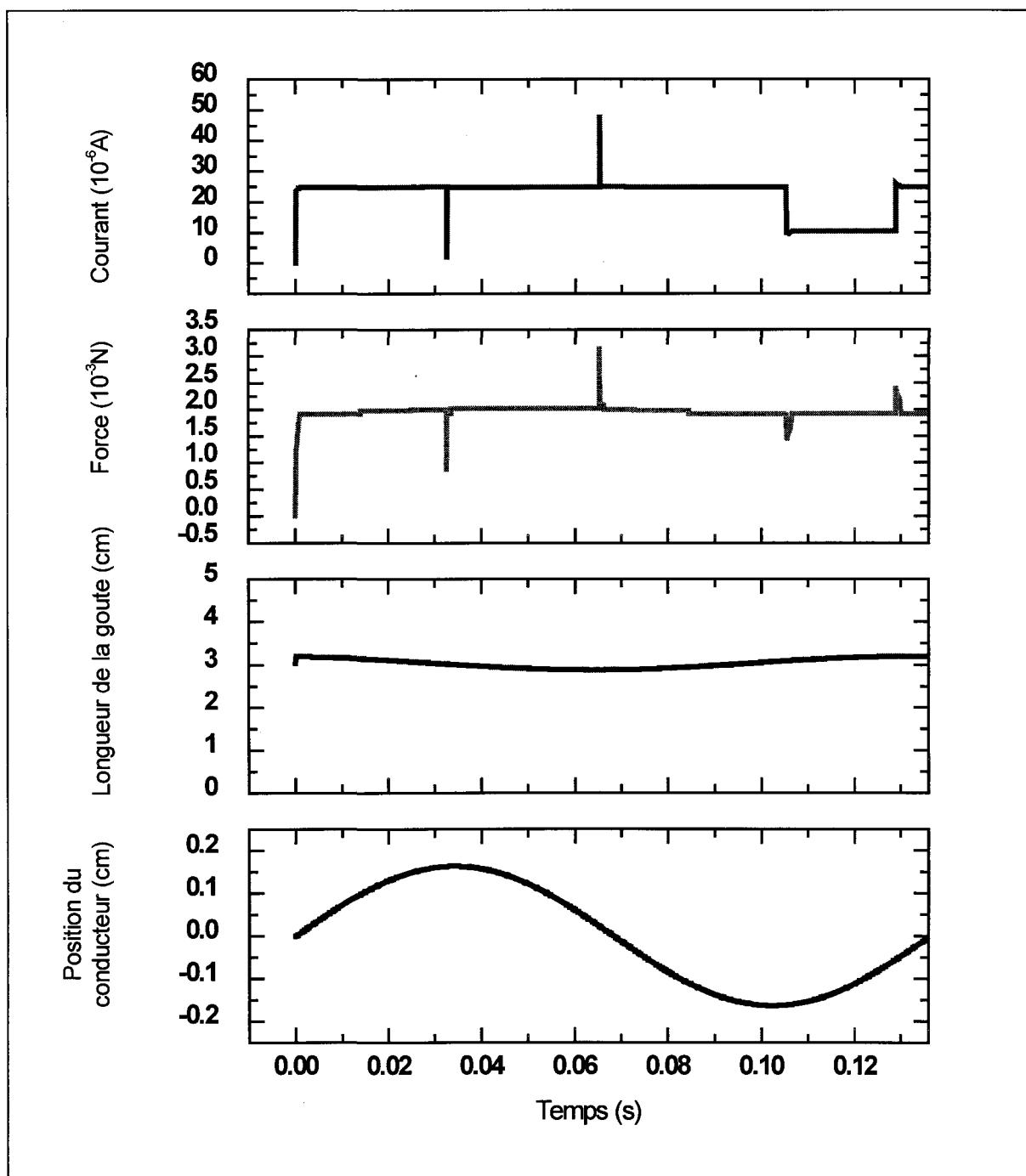


Figure A-1-10 : Résultats de la simulation  $V=100\text{kV}$  ( $E=18.16\text{kV/cm}$ )