

**UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI**

**MÉMOIRE**

**PRÉSENTÉ À**

**L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI**

**COMME EXIGENCE PARTIELLE**

**DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE**

**PAR**

**GUY FORTIN**

**DÉTERMINATION DU COEFFICIENT TRANSITOIRE**

**DE TRANSFERT DE CHALEUR À L'INTERFACE MOULE/MÉTAL**

**LORS DE LA SOLIDIFICATION DE L'ALUMINIUM PUR COMMERCIAL**

**NOVEMBRE 1992**



### Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

## RÉSUMÉ

Le but de ce travail est de concevoir une méthode permettant de calculer le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal lors de la solidification de l'aluminium pur commercial.

La méthode de calcul proposée consiste à déterminer la température à la surface de l'aluminium, la température à la paroi interne du moule et le flux de chaleur traversant l'interface moule/métal. L'obtention de ces valeurs se fait par l'utilisation complémentaire d'une expérimentation et d'un modèle numérique. L'expérimentation permet d'obtenir les conditions initiales et aux limites du modèle numérique. Le montage expérimental se compose d'un moule cylindrique (hauteur de 22.5 cm, rayon interne de 5 cm et rayon externe de 9 cm) permettant d'obtenir une solidification unidirectionnelle et radiale, d'un système d'alimentation, et de capteurs de température. Le modèle numérique repose sur les équations de conduction de chaleur, développées en coordonnées cylindriques pour la direction radiale. Le moule et l'aluminium solide sont traités avec les équations de conduction de chaleur, et l'aluminium liquide et diphasique sont traités avec la méthode enthalpique de Voller. Diverses techniques ont été développées pour combiner l'expérimentation et le modèle numérique: une méthode de lissage permettant d'éliminer le bruit contenu dans les données expérimentales; une méthode spécifique de calcul des conditions aux limites à partir des valeurs expérimentales; et, enfin, une méthode de correction du modèle unidimensionnel qui prend en compte la perte de chaleur induite par la dissymétrie verticale.

Les résultats obtenus permettent de valider l'expérimentation et le modèle numérique, et, aussi, d'évaluer les causes d'erreurs dues aux capteurs utilisés. Le coefficient de transfert de chaleur à l'interface moule/métal montre un comportement transitoire jusqu'à 200 s puis quasi stationnaire par la suite. La valeur maximale du coefficient est de l'ordre de 2400 W/m<sup>2</sup>K pour un écart de température de l'ordre de 500°C entre la paroi interne du moule et la surface de l'aluminium liquide. La valeur du coefficient apparaît comme relativement indépendante des conditions initiales de température (dans le domaine d'utilisation industrielle). La situation expérimentale obtenue s'avère correctement unidimensionnelle dans le moule. L'approximation unidimensionnelle est moins bonne dans l'aluminium, mais la méthode de calcul reste suffisamment précise, de l'ordre de 4%, dans la partie transitoire.

La méthode décrite peut être utilisée pour déterminer les valeurs du coefficient en fonction des conditions de moulage comme les températures initiales du moule et de l'aluminium, le type et l'épaisseur du revêtement recouvrant les parois du moule. Après modification, elle pourra être aussi utilisée pour les alliages.

## REMERCIEMENT

**Je remercie Monsieur Fawsy H. Samuel et Monsieur Patrick R. Louchez, pour l'appui et les judicieux conseils prodigués durant toute la durée de ce travail.**

**Je remercie Monsieur Régis Boucher pour son aide dans la conception du montage expérimental et Monsieur Gilles Lemire pour son aide technique lors de la réalisation des expériences.**

**Je remercie Monsieur Jacques Simoneau et Monsieur Richard Boivin du Centre de recherche d'Alcan à Kingston en Ontario pour leurs conseils et leur appui technique.**

**Je remercie la Société d'Électrolyse et de Chimie Alcan Limitée, le Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie du Canada, la Fondation de l'Université du Québec à Chicoutimi et la fondation Thomas-Léon Tremblay qui ont rendu possible ce travail de recherche par leur contribution financière.**

**Je tiens à remercier particulièrement ma famille et mes amis, ainsi que le personnel de l'Université du Québec à Chicoutimi, qui ont contribué à l'avancement de ce travail de recherche.**

## Table des matières

<b>RÉSUMÉ</b> .....	<b>ii</b>
<b>REMERCIEMENT</b> .....	<b>iii</b>
<b>Table des matières</b> .....	<b>iv</b>
<b>Liste des figures</b> .....	<b>viii</b>
<b>Liste des tableaux</b> .....	<b>xii</b>
<b>Nomenclature</b> .....	<b>xiii</b>
<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I PRÉSENTATION DU MOULAGE PAR SOLIDIFICATION RADIALE</b> .....	<b>5</b>
<b>1.1 Définition du problème</b> .....	<b>5</b>
<b>1.2 Influence du moule</b> .....	<b>10</b>
<b>1.3 Comportement de l'aluminium pur commercial</b> .....	<b>11</b>
<b>1.4 Géométrie de l'interface moule/métal</b> .....	<b>14</b>
<b>1.5 Direction de solidification</b> .....	<b>18</b>
<b>1.6 État de surface de l'interface</b> .....	<b>19</b>
<b>1.6.1 Film d'oxyde</b> .....	<b>19</b>
<b>1.6.2 Revêtement de surface</b> .....	<b>20</b>
<b>1.7 Méthode de coulée</b> .....	<b>22</b>
<b>CHAPITRE II DESCRIPTION EXPÉRIMENTALE DE LA SOLIDIFICATION</b> <b>26</b>	
<b>2.1 Installation expérimentale</b> .....	<b>26</b>
<b>2.1.1 Présentation générale</b> .....	<b>26</b>
<b>2.1.2 Système d'alimentation</b> .....	<b>28</b>
<b>2.1.3 Description des parois</b> .....	<b>30</b>
<b>2.1.4 Assemblage du montage expérimental</b> .....	<b>33</b>
<b>2.2 Instrumentation</b> .....	<b>34</b>
<b>2.2.1 Description des thermocouples</b> .....	<b>34</b>
<b>2.2.2 Montage des thermocouples</b> .....	<b>38</b>

2.2.3	Position des thermocouples .....	41
2.3	Acquisition et traitement des données .....	43
2.3.1	Description .....	43
2.3.2	Carte d'acquisition .....	45
2.3.3	Traitement des données .....	45
2.3.4	Procédure expérimentale .....	47
2.4	Résultats expérimentaux .....	49
2.4.1	Définition des expériences 1 et 2 .....	49
2.4.2	Températures radiales mesurées .....	50
2.4.3	Gradient thermique vertical .....	63
2.4.4	Détermination de la température réelle de solidification .....	75
<b>CHAPITRE III    MODÉLISATION NUMÉRIQUE DU SYSTÈME 83</b>		
3.1	Description du modèle numérique .....	83
3.1.1	Introduction .....	83
3.1.2	Hypothèses .....	84
3.1.3	Équation de transfert de chaleur radiale .....	84
3.2	Modélisation dans le moule .....	85
3.2.1	Discrétisation .....	85
3.2.2	Conditions aux limites .....	90
3.2.3	Évaluation des conditions d'interface moule/métal .....	94
3.3	Modélisation dans l'aluminium pur commercial .....	96
3.3.1	Mise en équation .....	96
3.3.2	Discrétisation .....	101
3.3.3	Conditions aux limites .....	105
3.3.4	Interface solide/liquide .....	110
3.3.5	Évaluation des conditions d'interface moule/métal .....	113
3.4	Détermination du coefficient de transfert de chaleur à l'interface moule/métal .....	114
3.4.1	Flux de chaleur à l'interface moule/métal .....	114
3.4.3	Coefficient transitoire de transfert de chaleur .....	116
<b>CHAPITRE IV    ANALYSE DES RÉSULTATS 118</b>		
4.1	Lissage .....	118
4.2	Progression du front de solidification .....	128
4.2.1	Solidification près de l'interface moule/métal .....	128
4.2.2	Température de fusion .....	131
4.3	Résultat du modèle numérique .....	133
4.3.1	Températures à l'interface moule/métal .....	133
4.4	Flux de chaleur à l'interface moule/métal .....	136
4.5	Coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal	141
4.6	Bidimensionnalité .....	144
4.6.1	Méthode de calcul des erreurs .....	144
4.6.2	Erreurs relatives de bidimensionnalité .....	145
<b>CONCLUSIONS .....</b>		<b>152</b>
<b>RECOMMANDATIONS .....</b>		<b>156</b>

<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	<b>158</b>
----------------------------	------------

<b>ANNEXES</b> .....	<b>161</b>
----------------------	------------

### **ANNEXE I DESCRIPTION TECHNIQUE DES MATÉRIAUX 162**

<b>1.1</b>	<b>Acier</b> .....	<b>162</b>
<b>1.2</b>	<b>Aluminium pur</b> .....	<b>162</b>
1.2.1	La masse volumique .....	163
1.2.2	La conductivité thermique .....	163
1.2.3	La chaleur massique .....	163
1.2.4	La diffusivité thermique .....	163
1.2.5	L'enthalpie volumique .....	163
1.2.6	La température .....	164
1.2.7	La transformée de Kirchoff .....	164
1.2.8	La viscosité absolue .....	165
1.2.9	La viscosité cinématique .....	165
1.2.8	Autres caractéristiques .....	165
<b>1.3</b>	<b>Réfractaire B-3</b> .....	<b>175</b>
<b>1.4</b>	<b>Réfractaire ISOMAG-70</b> .....	<b>176</b>
<b>1.5</b>	<b>LDS Moldable</b> .....	<b>177</b>
<b>1.6</b>	<b>Masselotte</b> .....	<b>177</b>
<b>1.7</b>	<b>Revêtement de surface</b> .....	<b>178</b>
1.7.1	Revêtement de surface Wear-Life Mold Coating .....	178
1.7.2	Revêtement de surface Lubricating Mold Coating .....	178
1.7.3	Revêtement de surface Insulating Mold Coating .....	178
1.7.4	Revêtement de surface QF-150 .....	179
1.7.5	Application .....	179
1.7.6	Conseil .....	180
<b>1.8</b>	<b>Céramique, Omegatite 350</b> .....	<b>180</b>

### **ANNEXE II TRAITEMENT SUR LES DONNÉES EXPÉRIMENTALES 181**

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b> .....	<b>181</b>
<b>2.2</b>	<b>Description du bruit</b> .....	<b>182</b>
2.2.1	Définition .....	182
2.2.2	Intensité du bruit .....	187
<b>2.3</b>	<b>Lissage en période solide</b> .....	<b>195</b>
2.3.1	Description de la méthode de lissage .....	195
2.3.2	Lissage polynomial avec une fenêtre se déplaçant dans le temps .....	196
2.3.3	Critère de décision sur un lissage .....	200
<b>2.4</b>	<b>Lissage en période initiale</b> .....	<b>201</b>
2.4.1	Pré-lissage de la période initiale .....	201
2.4.2	Polynôme de lissage forcé .....	203
2.4.3	Détermination de l'écart de température .....	205
<b>2.5</b>	<b>Lissage en période intermédiaire</b> .....	<b>208</b>
<b>2.6</b>	<b>Erreur de lissage</b> .....	<b>208</b>
2.6.1	Période solide et intermédiaire .....	208
2.6.2	Période initiale .....	209

<b>ANNEXE III TRAITEMENT DE LA PERTE DE CHALEUR VERTICALE</b>	<b>212</b>
<b>3.1 Coefficient de perte de chaleur</b> .....	<b>212</b>
<b>3.2 Le moule</b> .....	<b>213</b>
<b>3.3 L'aluminium</b> .....	<b>216</b>
<b>RÉFÉRENCE ANNEXE</b> .....	<b>220</b>



## Liste des figures

Figure 1:	Distribution de la température à l'interface moule/métal. ....	7
Figure 2:	Schéma de la paroi radiale du moule. ....	10
Figure 3:	Retassure dans l'aluminium pur commercial. ....	13
Figure 4:	Microscopie de la paroi d'un moule possédant une rugosité de 6 $\mu\text{m}$ . ....	14
Figure 5:	Contact à l'interface moule métal, a) état conforme, b) état non-conforme et c) séparation. ....	15
Figure 6:	Flux de chaleur à l'interface moule/métal. ....	17
Figure 7:	Emplacement du refroidisseur, a) bas, b) haut et c) radial. ....	18
Figure 8:	Résistance thermique du revêtement de surface. ....	21
Figure 9:	Système d'alimentation complexe. ....	23
Figure 10:	Système d'alimentation utilisé. ....	24
Figure 11:	Montage expérimental. ....	28
Figure 12:	Schématisation du système d'alimentation et de la masselotte. ....	30
Figure 13:	Schématisation de la partie inférieure du moule. ....	31
Figure 14:	Schématisation de la partie supérieure du moule. ....	32
Figure 15:	Câble du thermocouple de type GG-K-36. ....	35
Figure 16:	Type de jonction. ....	36
Figure 17:	Temps de réponse des thermocouples dans l'eau. ....	37
Figure 18:	Montage des thermocouples. ....	38
Figure 19:	Mode de branchement aux terminaux. ....	39
Figure 20:	Branchement thermocouple du moule. ....	40
Figure 21:	Thermocouple en milieu conducteur. ....	40
Figure 22:	Branchement thermocouple de l'aluminium. ....	41
Figure 23:	Coupe verticale du moule. ....	43
Figure 24:	Coupe horizontale du moule. ....	44
Figure 25:	Système d'acquisition des données. ....	44
Figure 26:	Températures radiales dans l'aluminium, expérience 1. ....	52
Figure 27:	Valeurs initiales des températures radiales dans l'aluminium, expérience 1. ....	53
Figure 28:	Températures radiales dans l'aluminium, expérience 2. ....	54
Figure 29:	Valeurs initiales des températures radiales dans l'aluminium, expérience 2. ....	55
Figure 30:	Températures radiales dans le moule, expérience 1. ....	57

Figure 31:	Températures radiales dans le moule en excluant le temps de montée, expérience 1. ....	58
Figure 32:	Températures radiales dans le moule, expérience 2. ....	59
Figure 33:	Températures radiales dans le moule en excluant le temps de montée, expérience 2. ....	60
Figure 34:	Vue du moulage d'aluminium. ....	61
Figure 35:	Coupe horizontale à 70 mm. ....	62
Figure 36:	Températures verticales dans le moule, expérience 1. ....	66
Figure 37:	Températures verticales dans le moule, expérience 2. ....	67
Figure 38:	Cellules. ....	68
Figure 39:	Gradient thermique vertical, expérience 1. ....	70
Figure 40:	Gradient thermique vertical, expérience 2. ....	71
Figure 41:	Perte verticale, expérience 1. ....	73
Figure 42:	Perte verticale, expérience 2. ....	74
Figure 43:	Schéma du montage expérimental. ....	77
Figure 44:	Courbe de solidification de l'essai 1. ....	77
Figure 45:	Courbe de solidification de l'essai 2. ....	78
Figure 46:	Courbe de solidification de l'essai 3. ....	78
Figure 47:	Courbe de solidification de l'essai 4. ....	79
Figure 48:	Température de solidification en fonction du taux de solidification. ....	80
Figure 49:	Discrétisation dans le moule. ....	89
Figure 50:	Effet des coordonnées cylindriques. ....	90
Figure 51:	Définition de l'enthalpie sensible. ....	99
Figure 52:	Définition de l'enthalpie de Kirchoff. ....	100
Figure 53:	Définition de la diffusivité thermique. ....	102
Figure 54:	Discrétisation dans l'aluminium. ....	104
Figure 55:	Interface de solidification. ....	112
Figure 56:	Interface moule/métal. ....	115
Figure 57:	Températures radiales lissées dans l'aluminium, expérience 1. ....	120
Figure 58:	Valeurs initiales des températures radiales lissées dans l'aluminium, expérience 1. ....	121
Figure 59:	Températures radiales lissées dans le moule, expérience 1. ....	122
Figure 60:	Températures verticales lissées dans le moule, expérience 1. ....	123
Figure 61:	Températures radiales lissées dans l'aluminium, expérience 2. ....	124
Figure 62:	Valeurs initiales des températures radiales lissées dans l'aluminium, expérience 2. ....	125
Figure 63:	Températures radiales lissées dans le moule, expérience 2. ....	126
Figure 64:	Températures verticales lissées dans le moule, expérience 2. ....	127
Figure 65:	Distribution temporelle de la température des cellules 48, 49 et 50, sans correction. ....	129
Figure 66:	Distribution temporelle de la température des cellules 48, 49 et 50, après correction. ....	130
Figure 67:	Déplacement du front de solidification, température de	

	fusion 660.4°C. ....	132
Figure 68:	Déplacement du front de solidification, température de fusion 654.9°C. ....	132
Figure 69:	Distribution temporelle de la température à l'interface moule/métal. ....	133
Figure 70:	Erreur d'étalonnage sur l'écart de température à l'interface moule/métal, expérience 1. ....	135
Figure 71:	Erreur de lissage sur l'écart de température à l'interface moule/métal, expérience 1. ....	136
Figure 72:	Distribution temporelle du flux de chaleur à l'interface moule/métal. ....	137
Figure 73:	Distribution temporelle du flux de chaleur à l'interface moule/métal. ....	138
Figure 74:	Erreur d'étalonnage sur le flux de chaleur à l'interface moule/métal, expérience 1. ....	140
Figure 75:	Erreur de lissage sur le flux de chaleur à l'interface moule/métal, expérience 1. ....	140
Figure 76:	Distribution temporelle du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal. ....	142
Figure 77:	Erreur de bidimensionnalité sur les températures à l'interface moule/métal. ....	146
Figure 78:	Erreur de bidimensionnalité sur le flux de chaleur coté moule. ....	147
Figure 79:	Erreur de bidimensionnalité sur le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal. ....	150
Figure I:	Masse volumique. ....	166
Figure II:	Conductivité thermique. ....	167
Figure III:	Chaleur massique. ....	168
Figure IV:	Diffusivité thermique. ....	169
Figure V:	Enthalpie volumique. ....	170
Figure VI:	Enthalpie de Kirchoff. ....	171
Figure VII:	Viscosité absolue. ....	172
Figure VIII:	Viscosité cinématique. ....	173
Figure IX:	Expansion thermique. ....	174
Figure X:	Montage expérimental. ....	183
Figure XI:	Courbe de solidification. ....	185
Figure XII:	Moyenne et écart type en fonction de la température de coupure, thermocouples de l'aluminium. ....	191
Figure XIII:	Moyenne et écart type en fonction de la température de coupure, thermocouples du moule. ....	192
Figure XIV:	Moyenne et écart type, thermocouples de l'aluminium. ....	193
Figure XV:	Moyenne et écart type, thermocouples du moule. ....	194
Figure XVI:	Effet du lissage. ....	196
Figure XVII:	Bruit sur les températures mesurées a) moule, b) aluminium. ....	197
Figure XVIII:	Histogramme . ....	198
Figure XIX:	Effet de la dimension de la fenêtre, a) Polynôme de degré 1, b) Polynôme de degré 2. ....	199
Figure XX:	Effet du lissage sur la période initiale. ....	202

<b>Figure XXI:</b>	<b>Aucun écart de température. ....</b>	<b>206</b>
<b>Figure XXII:</b>	<b>Écart de température de 10 °C. ....</b>	<b>207</b>
<b>Figure XXIII:</b>	<b>Écart de température de 30 °C. ....</b>	<b>207</b>
<b>Figure XXIV:</b>	<b>Écart de température pour le thermocouple situé à 47 mm de l'expérience 1. ....</b>	<b>210</b>
<b>Figure XXV:</b>	<b>Schématisation du gradient thermique verticale. ....</b>	<b>212</b>

**Liste des tableaux**

<b>Tableau 1:</b>	<b>Paramètres initiaux du LABTECH NOTEBOOK, Mode: Normal. . . . .</b>	<b>46</b>
<b>Tableau 2:</b>	<b>Fonction des colonnes du tableau 1. . . . .</b>	<b>47</b>
<b>Tableau 3:</b>	<b>Paramètres initiaux des expérimentations. . . . .</b>	<b>50</b>
<b>Tableau 4:</b>	<b>Paramètres du programme GUYTH13. . . . .</b>	<b>63</b>
<b>Tableau 5:</b>	<b>Paramètres expérimentaux. . . . .</b>	<b>76</b>
<b>Tableau 6:</b>	<b>Taux et température de solidification. . . . .</b>	<b>76</b>
<b>Tableau 7:</b>	<b>Analyse chimique . . . . .</b>	<b>79</b>
<b>Tableau I:</b>	<b>Propriétés physiques et thermiques. . . . .</b>	<b>162</b>
<b>Tableau II:</b>	<b>Autres caractéristiques. . . . .</b>	<b>165</b>
<b>Tableau III:</b>	<b>Expansion thermique, figure IX. . . . .</b>	<b>165</b>
<b>Tableau IV:</b>	<b>Fiche technique B-3. . . . .</b>	<b>175</b>
<b>Tableau V:</b>	<b>Fiche technique ISOMAG-70. . . . .</b>	<b>176</b>
<b>Tableau VI:</b>	<b>Fiche technique LDS Moldable. . . . .</b>	<b>177</b>
<b>Tableau VII:</b>	<b>Fiche technique céramique Omegatite 350. . . . .</b>	<b>180</b>
<b>Tableau VIII:</b>	<b>Moyenne et écart type pour les expériences 1 et 2. . . . .</b>	<b>209</b>

## Nomenclature

<b>a</b>	: Coefficient de la diagonale inférieure de la matrice de résolution
<b>A</b>	: Facteur d'amplification d'erreur
<b>b</b>	: Coefficient de la diagonale centrale de la matrice de résolution
<b>C<sub>p</sub></b>	: Chaleur massique de l'aluminium, (J/kg °C)
<b>C<sub>pm</sub></b>	: Chaleur massique du moule, (J/kg °C)
<b>d<sub>0</sub><sup>t</sup></b>	: Valeurs de la fonction imposées à t=t <sub>i</sub>
<b>d<sub>1</sub><sup>t</sup></b>	: Valeurs de la dérivée première imposées à t=t <sub>i</sub>
<b>d<sub>2</sub><sup>t</sup></b>	: Valeurs de la dérivée seconde imposées à t=t <sub>i</sub>
<b>D<sub>i</sub></b>	: Coefficient du vecteur à t=t-1
<b>e</b>	: Coefficient hors diagonale de la matrice de résolution
<b>e<sup>2</sup></b>	: Erreur sur la mesure
<b>e<sub>int</sub></b>	: Épaisseur de l'interface moule/métal
<b>E<sub>p</sub><sup>2</sup></b>	: Erreur pure
<b>E<sub>l</sub><sup>2</sup></b>	: Erreur totale majorée pour le lissage
<b>E<sub>f</sub><sup>2</sup></b>	: Erreur totale majorée pour le lissage forcé
<b>E<sub>t</sub><sup>2</sup></b>	: Erreur totale
<b>f<sub>l</sub></b>	: Fraction liquide
<b>f<sub>s</sub></b>	: Fraction solide
<b>F<sub>α</sub></b>	: Critère de la distribution F
<b>Fo</b>	: Nombre de Fourier
<b>g</b>	: Coefficient de la diagonale supérieure de la matrice de résolution
<b>h<sub>int</sub></b>	: Coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal, (W/m <sup>2</sup> K)
<b>h</b>	: Enthalpie sensible, (J)
<b>h<sub>t</sub></b>	: Enthalpie totale, (J)
<b>h<sub>d</sub></b>	: Enthalpie massique, (J/kg)
<b>k</b>	: Conductivité thermique de l'aluminium, (J/mK s)
<b>k<sub>m</sub></b>	: Conductivité thermique du moule, (J/mK s)
<b>k<sub>int</sub></b>	: Conductivité thermique de l'interface moule/métal, (J/mK s)
<b>L</b>	: Chaleur latente de fusion, (J/kg)
<b>m</b>	: Masse, (kg)
<b>n</b>	: Dimension de la fenêtre
<b>p</b>	: Degré du polynôme
<b>q̇<sub>cvp</sub></b>	: Flux de perte verticale de la cellule, (W/m <sup>2</sup> )
<b>q̇<sub>int</sub></b>	: Flux de chaleur à l'interface moule/métal, (W/m <sup>2</sup> )
<b>q̇<sub>al</sub></b>	: Flux de chaleur à la surface de l'aluminium, (W/m <sup>2</sup> )
<b>q̇<sub>m</sub></b>	: Flux de chaleur à la paroi interne du moule, (W/m <sup>2</sup> )

$\dot{q}_s$	: Terme de fuite, (W/m <sup>2</sup> )
$\dot{q}_{savp}$	: Flux de perte verticale de source (W/m <sup>2</sup> )
$\dot{q}_{sth}$	: Flux de chaleur de fuite mesuré, (W/m <sup>2</sup> )
$\dot{q}_{vp}$	: Flux de perte verticale uniforme, (W/m <sup>2</sup> )
$\dot{q}_v$	: Flux de chaleur mesuré, (W/m <sup>2</sup> )
$Q$	: Flux de chaleur modifié, (J/m <sup>3</sup> )
$\dot{Q}_{savp}$	: Flux verticale de source total, (W)
$r$	: Distance par rapport à l'axe centrale du moule, (mm)
$r_{ext}$	: Rayon externe du moule, (mm)
$r_{int}$	: Position de l'interface moule/métal, (mm) et cellule
$r_p$	: Position externe des thermocouples dans le moule, cellule
$r_t$	: Position interne des thermocouples dans l'aluminium, cellule
$r_{th}$	: Position des thermocouples, (mm)
$R$	: Paramètre de cylindricité
$s_1$	: Variance
$t$	: Temps, (s)
$t_t$	: Temps séparant la zone transitoire de la zone stable
$T_{th}$	: Températures mesurées, (°C)
$\tilde{T}$	: Températures lissées, (°C)
$T_f$	: Température de fusion et de solidification, (°C)
$T_{al}$	: Température à la surface de l'aluminium, (°C)
$T_m$	: Température à la paroi interne du moule, (°C)
$T_{th}$	: Températures mesurées, (°C)
$T_{zv}$	: Gradient thermique vertical mesuré, (°C/mm)
$V$	: Volume, (m <sup>3</sup> )
$z$	: Position verticale, (mm)
$\alpha$	: Diffusivité thermique (m <sup>2</sup> /s)
$\beta$	: Coefficients du polynôme de lissage forcé
$B$	: Coefficient du polynôme de lissage
$\sigma_1$	: Écart type de l'erreur pure
$\theta$	: Position angulaire, (rad)
$\Delta r$	: Pas d'intégration dans la direction radiale, (m)
$\Delta t$	: Pas de temps, (s)
$\Delta T$	: Écart de température, (°C)
$\Delta T_{int}$	: Différence de température à l'interface moule/métal, (°C)
$\Delta z$	: Pas d'intégration dans la direction verticale, (m)
$\varphi$	: Enthalpie de Kirchoff, (W/m)
$\eta$	: Variable muette
$\omega$	: Coefficient de proportionnalité
$\lambda$	: Coefficient de sous relaxation
$\rho$	: Densité, (kg/m <sup>3</sup> )

**Note :** En règle générale les indices des variables sont définies comme suit:

$i$	: $i^{\text{ième}}$ cellule
$int$	: interface moule/métal
$k$	: $k^{\text{ième}}$ itération
$l$	: Aluminium liquide
$m$	: Moule
$p$	: Limite supérieur du moule en terme de cellule
$s$	: Aluminium solide

De même, l'indice supérieur \* indique la valeur de la variable au temps  $t-\Delta t$ .



## INTRODUCTION

Les recherches sur le transfert de chaleur ont débuté en 1940, les premiers travaux consistaient à prédire les processus de solidification et les effets du retrait sur des problèmes de solidification unidimensionnelle.

De 1960 à 1975, le développement de l'informatique a permis l'ajout de méthodes de différences finies telles que développées par G. M. Dusinberre<sup>1</sup>, J. G. Henzel et J. Keverian<sup>2</sup> et J. V. Beck<sup>3</sup> pour résoudre des problèmes de transfert de chaleur à 1, 2 et 3 dimensions. De plus, plusieurs investigations ont débuté pour déterminer le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal ainsi que les variables l'affectant, telles que les travaux de R. C. Sun<sup>4</sup>, M. Prates et H. Biloni<sup>5</sup>, M. Prates, J. Fissolo et H. Biloni<sup>6</sup> ainsi que S. Engler, D. Boenisch et B. Kolher<sup>7</sup>. L'amélioration et le développement de techniques pour déterminer plus précisément les propriétés physiques et thermiques du moule et de l'aluminium, tels que les travaux de M. J. Kirt et R. D. Pehlke<sup>8</sup>, ainsi que de meilleures connaissances sur le changement de phase de l'aluminium a permis d'augmenter la qualité des modèles prédisant la solidification.

De 1976 à 1985, les travaux relatifs au calcul du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal sont surtout axés vers l'investigation des effets de la pression tels que présentés par Y. Nishida et H. Matsubara<sup>9</sup> et J. A. Abbaschian et Mehrabian<sup>10</sup>, le revêtement de surface comme présenté par M. I. Thamban et V. Panchanathan<sup>11</sup> et Y. Ohtsuka, K. Mizuno et J. Yamada<sup>12</sup> et Pehlke<sup>13,14,15,16</sup> et sur la formation de l'espace interstitiel à l'interface moule/métal, ainsi que les mécanismes de transfert de chaleur microscopiques et macroscopiques à l'interface moule/métal. Les recherches sur le processus de solidification et sur le transfert de chaleur se sont intensifiées avec l'addition de méthodes particulières, comme celle du "q" développée par C. Wei, P. N. Hansen et J. T. Berry<sup>17</sup> et de la méthode d'éléments frontières telle que présentée par C. P. Hong, T. Umeda et Y. Kimura<sup>18</sup>. Toutes ces méthodes et les résultats sur le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal ont conduit à l'élaboration de modèle prédisant la solidification de l'aluminium dans les moules permanents et de sable comme ceux de A. Jeyarajan et R. D. Pehlke<sup>19</sup>, S. R. Robertson et E. F. Fascetta<sup>20</sup>, A. Garcia, T.W. Clyne et M. Prates<sup>21</sup> ainsi que J. Isaac, G. P. Reddy et G. K. Sharman<sup>22</sup>.

De 1986 à nos jours, le développement des méthodes à front de solidification à partir de schéma d'éléments finis direct tel que celui de R. W. Lewis et P. M. Roberts<sup>23</sup> ou inverse de N. Zabaraz<sup>24</sup> et de méthode intégrale comme celle de D. A. Murio et C. C. Roth<sup>25</sup> sur les modèles de solidification,

et, les récents développements dans les méthodes enthalpiques à partir de schéma de différences finies tels que la méthode de Voller<sup>26</sup> ont simplifié la modélisation des problèmes engendrés par le changement de phase de l'aluminium lors de la solidification.

Les travaux entrepris pour déterminer le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal reposent sur certaines des méthodes présentées ci-haut. Ces travaux sont très diversifiés, comme ceux de Y. Nishida, W. Droste et S. Engler<sup>27</sup> sur la formation de l'espace interstitiel, T. X. Hou et R. D. Pehlke<sup>28</sup> sur les alliages d'aluminium et silicium, L. S. Fletcher<sup>29</sup> sur le développement du contact moule/métal, J. T. Berry<sup>30</sup> sur le rôle de l'interface moule/métal, J. V. Beck<sup>31</sup> sur la combinaison de l'estimation des paramètres, des propriétés et du problème inverse de conduction de chaleur et de T. S. Prasana Kumar et K. Narayan Prabhu<sup>32</sup> sur le flux de chaleur à l'interface moule/métal. Cependant, ils possèdent tous un même but, améliorer la compréhension des mécanismes très complexes affectant l'interface moule/métal. C'est pourquoi, on cherche à parfaire les anciennes méthodes pour augmenter la précision sur le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal déjà obtenu et à simplifier les modèles utilisés.

L'objectif du travail présenté est de concevoir un modèle pour déterminer le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal lors de la solidification unidirectionnelle et radiale de l'aluminium pur commercial

**dans un moule cylindrique en acier à partir d'une méthode de Voller<sup>26</sup>. Le modèle conçu doit permettre l'évaluation de l'effet des paramètres affectant la valeur du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal, tels que la température initiale du moule, la température initiale de l'aluminium, le type et l'épaisseur du revêtement de surface ainsi que la position de l'interface moule/métal. Les résultats obtenus pour le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal seront utilisés dans le modèle de simulation du centre de recherche d'Alcan à Kingston en Ontario pour la solidification de moulage d'aluminium.**

**La démarche retenue pour atteindre l'objectif suit les étapes suivantes:**

- 1. Présenter les variables et paramètres affectant le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal ainsi que quelques éléments de fonderie utiles à la compréhension des problèmes expérimentaux.**
- 2. Réaliser un montage expérimental permettant d'obtenir les courbes de températures expérimentales requises pour le modèle numérique.**
- 3. Utiliser une méthode statistique pour traiter les données expérimentales.**
- 4. Définir un modèle théorique pour déterminer la distribution de la température dans le moule et l'aluminium, afin de permettre le calcul du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal.**

## CHAPITRE I

### PRÉSENTATION DU MOULAGE PAR SOLIDIFICATION RADIALE

#### 1.1 Définition du problème

Le problème consiste à calculer le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal lors de la solidification unidirectionnelle et radiale de l'aluminium pur commercial. Deux surfaces de natures différentes et de températures différentes sont en contact lorsque l'aluminium pur commercial se refroidit dans un moule. Un processus d'échange d'énergie thermique en résulte qui peut être décrit par un coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal comme on le retrouve dans les travaux de R. C. Sun<sup>4</sup>, de S. R. Robertson et E. F. Fascetta<sup>20</sup>, de M. I. Thamban et V. Panchannathan<sup>11</sup>, de Y Ohtsuka, K. Mizuno et J. Yamada<sup>12</sup>, K. Ho et R. D. Pehlke<sup>14 à 16</sup>, T. X. Hou et R. D. Pehlke<sup>28</sup>, L. S. Fletcher<sup>29</sup>, J. V. Beck<sup>31</sup> et ainsi que T. S. Prasana Kumar et K. Narayan Prabhu<sup>32</sup>. La valeur du coefficient transitoire de transfert de chaleur " $h_{int}$ " est une caractéristique de la zone d'interface comprise entre le moule et l'aluminium. Une première formule consiste à déterminer le coefficient à partir de l'équation ci dessous.

$$h_{int} = \frac{k_{int}}{e_{int}}, \quad 1$$

où  $k_{int}$  est la conductivité thermique et  $e_{int}$  est l'épaisseur de l'interface moule/métal.

Toutes les méthodes basées sur cette formule requièrent une étude complexe de la composition de la zone d'interface. Certains travaux ont été développés dans ce sens, comme ceux de R. C. Sun<sup>4</sup>, M. I. Thamban et V. Panchannathan<sup>11</sup>, K. Ho et R. D. Pehlke<sup>14 à 16</sup>, T. S. Prasana Kumar et K. Narayan Prabhu<sup>32</sup>. Ces méthodes permettent d'estimer une valeur moyenne du coefficient au cours de la solidification, cependant le désavantage majeur réside dans la difficulté d'obtenir une description de la variation de la zone d'interface en fonction du temps. Une seconde formulation consiste à évaluer le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal à l'aide d'une loi de Newton selon l'équation ci dessous.

$$h_{int} = \frac{q_{int}}{\Delta T} \quad 2$$

Où  $q_{int}$  est le flux de chaleur traversant l'interface moule/métal et  $\Delta T$  la différence de température entre la paroi interne du moule et la surface de l'aluminium.

L'avantage de cette formule est de pouvoir considérer l'interface moule/métal comme une surface de discontinuité de la température (figure 1) et l'analyse de ses propriétés physiques n'est plus nécessaire. La difficulté

de cette approche réside dans la mesure des températures à la paroi interne du moule et à la surface de l'aluminium. En effet, la mesure de la température à la paroi interne du moule, par exemple, doit se faire dans le moule en un point situé le plus près possible du début de la zone interfaciale. Compte tenu de l'étroitesse de la zone d'interface (quelques centaines de microns) l'instrument de mesure ne peut posséder une résolution suffisante, ce qui introduit une erreur sur la valeur de la température à la paroi interne du moule et à la surface de l'aluminium.

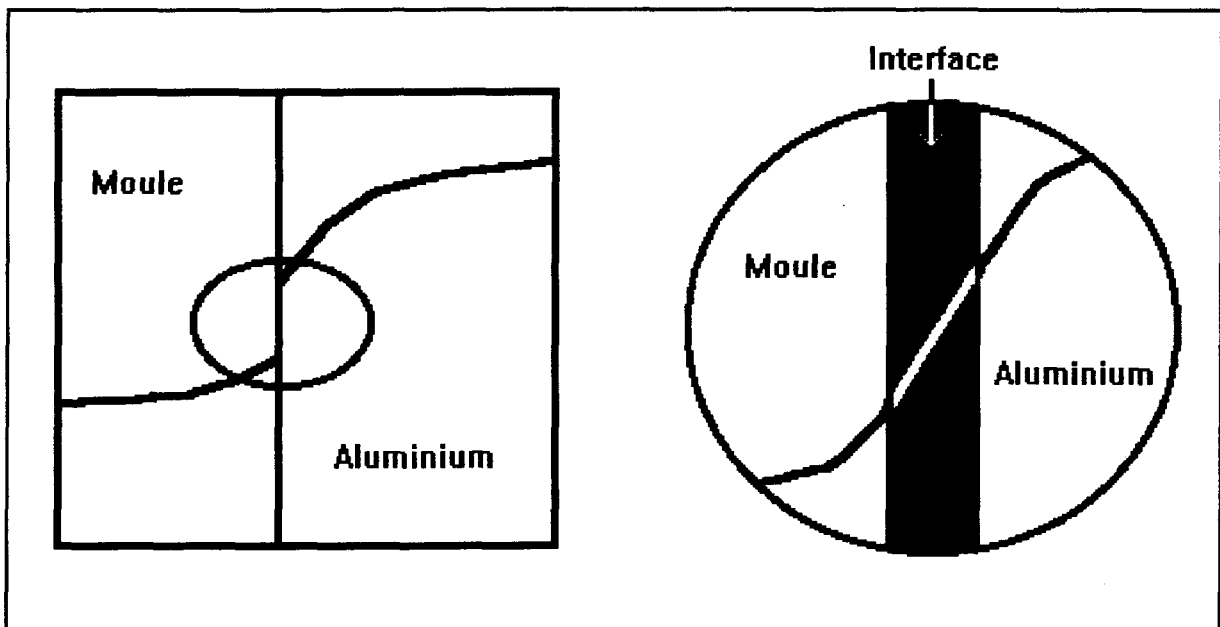


Figure 1: Distribution de la température à l'interface moule/métal.

De plus, la mesure du flux de chaleur à l'interface moule/métal est également affectée, car le flux de chaleur se calcule, dans le moule par exemple, à l'aide d'une température mesurée dans le moule en un point situé à une distance connue de l'interface moule/métal, ce flux est donc relatif à une

zone légèrement en deçà de l'interface. En conséquence, le calcul du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal est entaché d'une erreur qui dépend de l'éloignement des points de mesure par rapport à la zone d'interface. Une amélioration de la démarche a été proposée par divers chercheurs tels que K. Ho Pehlke<sup>16</sup>, J. V. Beck<sup>31</sup> et T. S. Prasanna Kumar et K. Narayan Prabhu<sup>32</sup>, afin de réduire l'erreur due à l'imprécision de la résolution spatiale. On utilise les températures mesurées pour calculer le champ de températures régnant dans le moule et le lingot jusqu'à l'interface moule/métal à partir de diverses techniques développées pour les procédés de solidification comme l'estimation non linéaire de J. V. Beck<sup>3</sup>, la méthode de C. Wei, P. N. Hansen et J. T. Berry<sup>17</sup>, la méthode des éléments-frontières de C. P. Hong, T. Umeda et Y. Kimura<sup>18</sup>, la méthode des éléments finis de R. W. Lewis et P. M. Roberts<sup>23</sup> ou celle de N. Zabarras<sup>24</sup> et de la solution intégrale de D. A. Murio et C. C. Roth<sup>25</sup>. Dans ces cas, ce sont les valeurs calculées du flux de chaleur à l'interface moule/métal, de la température à la paroi interne du moule et à la surface de l'aluminium qui sont retenues (équation 2).

La méthode de calcul utilisée dans le travail présenté, utilise la même procédure. La technique utilisée pour déterminer le champ de températures à l'intérieur du moule et de l'aluminium solide se base sur les équations de conduction de chaleur, tandis que pour le changement de phase de l'aluminium, on utilise la méthode enthalpique de Voller<sup>26</sup>. La méthode retenue, permet de s'affranchir de la géométrie de l'interface moule/métal en



mesurant des températures dans le moule et dans l'aluminium se situant en des points loin de l'interface. En calculant le champ de températures dans le moule et l'aluminium, on remonte jusqu'à la température à la paroi interne du moule et à la surface de l'aluminium. Le calcul du champ de températures dans l'aluminium et le moule est effectué à l'aide des méthodes directe et inverse de conduction de chaleur. Une résolution numérique à l'aide d'un schéma de différences finies est utilisée pour résoudre les équations de conduction de chaleur interprétant le système moule/métal.

Les températures mesurées dans le moule et l'aluminium servent de conditions limites au modèle. L'obtention de ces températures s'effectue expérimentalement. Le moule utilisé lors de ce travail a été suggéré par le centre de recherche d'Alcan à Kingston en Ontario suite à une première série d'expériences. La figure 2 montre un schéma du moule, il est constitué de deux parties cylindriques en acier doux avec un pourcentage de carbone de 0.2%. La conductivité thermique, la chaleur massique et la densité sont tabulées à la section 1.1 de l'annexe I.

En utilisant le moule de la figure 2, le modèle numérique utilisé pour évaluer les distributions de la température dans le moule et l'aluminium doit correspondre à un système de coordonnées cylindriques. Il peut être réduit à un problème unidimensionnel en considérant seulement les parois verticales comme conductrices, les parois horizontales étant adiabatiques, ce qui se ramène à étudier un phénomène de solidification unidirectionnelle et radiale.

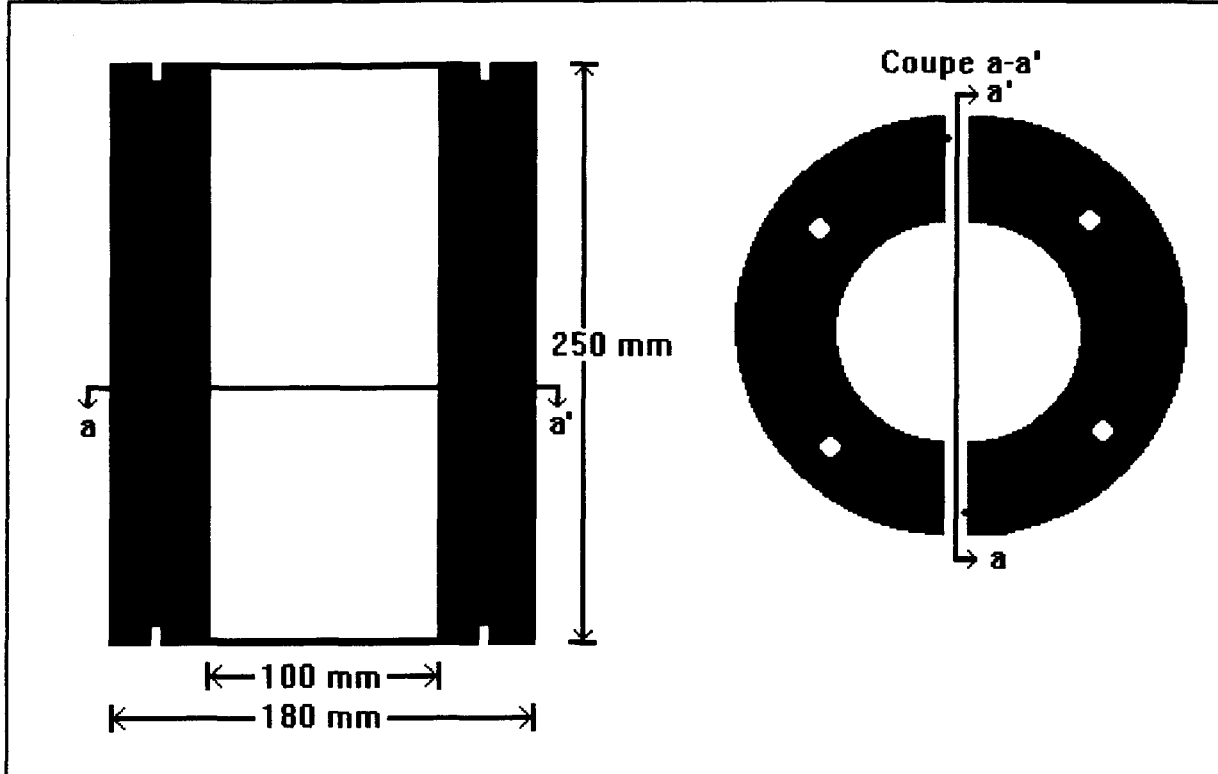


Figure 2: Schéma de la paroi radiale du moule.

## 1.2 Influence du moule

La distribution de la température dans le moule dépend de ses propriétés physiques et thermiques, de sa géométrie et de sa température initiale. Le choix des matériaux constituant le moule est très important, car le matériau contrôle le taux de transfert de chaleur. Par exemple, l'acier est un excellent conducteur thermique, tandis que le sable est un faible conducteur thermique. La géométrie est très importante. En général, la distribution de la température dans un moule est un phénomène à trois dimensions, ce qui s'avère très complexe à traiter. Mais le problème peut être simplifié à une solidification unidirectionnelle en utilisant un moule cylindrique avec une paroi

refroidissante tel qu'utilisé par Pehlke<sup>15,16</sup> et Prasana Kumar et Narayan Prabhu<sup>32</sup>, cette paroi favorise le taux de transfert de chaleur ramenant la distribution de la température à un problème unidimensionnel. Comme nous le verrons plus loin, l'emplacement de la paroi refroidissante est très importante car elle détermine la direction de solidification. La température initiale du moule joue un rôle considérable sur la valeur du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal, car plus elle est faible, plus l'écart de température entre les deux surfaces est important. Habituellement, en fonderie de l'aluminium, pour obtenir des lingots d'aluminium de qualité, la température du moule se situe entre 200°C et 450°C.

### **1.3 Comportement de l'aluminium pur commercial**

L'aluminium pur commercial utilisé se compose de 99.6% Al, 0.2% Fe, 0.14% Si et d'impureté (trace de Cu, Zn, Ga, V, Mn, Ti, Ni, Cr, Pb et Zr). Cependant, la haute teneur en aluminium permet de considérer que ses propriétés physiques, mécaniques et thermiques sont celles de l'aluminium pur. Donc, dans cet ouvrage, nous considérons que les propriétés de l'aluminium pur commercial sont celles de l'aluminium pur.

Au cours de la solidification, l'aluminium pur présente deux phases, une phase liquide et une phase solide. Le changement de phase a lieu lorsque la température atteint 660.4°C (annexe I section 1.2), produisant un changement considérable dans les propriétés thermiques et physiques de l'aluminium pur. Les figures I à III de l'annexe I montrent la variation de la densité, de la

conductivité thermique et de la chaleur massique et en fonction de la température. On remarque qu'au point de solidification ( $660.4^{\circ}\text{C}$ ), on retrouve bien une discontinuité des propriétés. La densité diminue lentement, à la température de solidification, elle diminue brusquement ( $2575 \text{ kg/m}^3$  à  $2390 \text{ kg/m}^3$ ), pour ensuite, diminuer linéairement avec la température. La conductivité thermique diminue lentement, à la température de solidification, elle diminue brusquement ( $220 \text{ W/mK}$  à  $90 \text{ W/mK}$ ), pour ensuite, augmenter linéairement avec la température. La chaleur massique augmente linéairement avec la température, à la température de solidification, elle diminue brusquement ( $1190 \text{ J/kgK}$  à  $1090 \text{ J/kgK}$ ), pour ensuite, demeurer constante avec la température.

En plus du changement des propriétés de l'aluminium pur lors de sa solidification, il existe une libération d'énergie correspondant à la chaleur latente de fusion, (annexe I, section 1.2). La libération de la chaleur latente maintient l'état liquide de l'aluminium pur, faisant apparaître un plateau sur la courbe de solidification, la durée du plateau dépend du taux de solidification.

Les propriétés thermiques et physiques de l'aluminium pur sont dépendantes de la température, ce qui augmente la complexité du problème. La précision sur le calcul de la distribution de la température dans l'aluminium pur commercial dépend en grande partie de la connaissance de ses propriétés physiques et thermiques en fonction de la température.

Il existe deux phénomènes jouant un rôle important dans la géométrie

lorsque le changement de phase se produit: soit une perte importante de volume que l'on appelle la retassure de l'aluminium et un mouvement des parois du lingot d'aluminium que l'on appelle le retrait.

En se basant sur les travaux de Pelhke<sup>13</sup>, la retassure est de l'ordre de 8% pour l'aluminium pur commercial, ce qui est très élevé comparativement aux alliages d'aluminium (de l'ordre de 2% après dégazage pour le 356). Dans un lingot d'aluminium cylindrique dont la solidification s'effectue de la paroi radiale au centre et du bas vers le haut, on retrouve un cône de retassure dans le haut du lingot, figure 3.

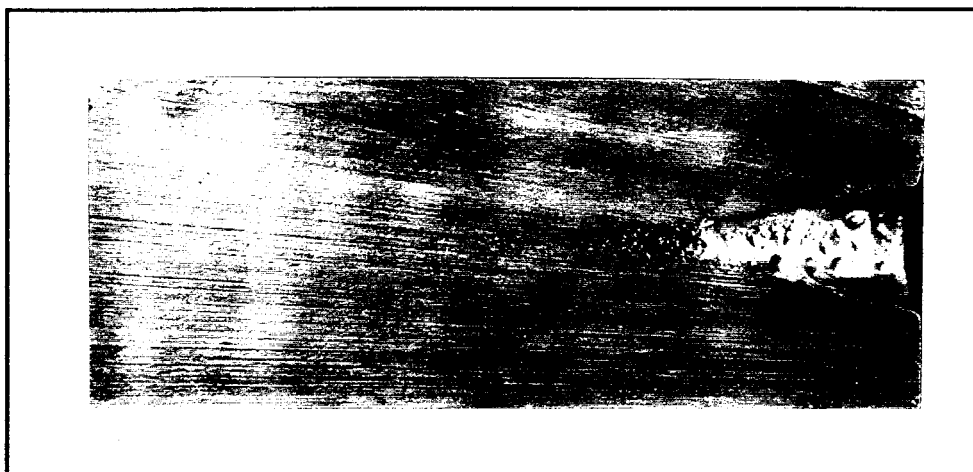


Figure 3: Retassure dans l'aluminium pur commercial.

Le retrait se produit sur toute la zone de la pièce coulé. Il dépend du coefficient d'expansion thermique de l'aluminium et de l'acier. Le retrait est un mouvement des parois du moulage d'aluminium et du moule, ce qui amène la formation de l'espace interstitiel comme on le verra plus loin.

La température initiale de l'aluminium joue aussi un rôle sur la valeur du

coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal. Plus celle-ci est élevée, plus l'écart de température entre la surface du moule et celle de l'aluminium est important. Habituellement, en fonderie de l'aluminium, la température de l'aluminium, à la sortie du four, se situe entre 720°C et 750°C. Les températures initiales de l'aluminium à l'intérieur du moule, et donc les conditions initiales du problème, dépendent du système d'alimentation.

#### 1.4 Géométrie de l'interface moule/métal

La compréhension des phénomènes à l'interface moule/métal permet d'interpréter les variations du coefficient transitoire de transfert de chaleur. Une observation microscopique des parois du moule montre des aspérités de profondeur variable reliées à la qualité du fini de surface apporté lors de l'usinage du moule. La figure 4 montre la rugosité (6  $\mu\text{m}$ ) de la paroi du moule métallique utilisé par Prates, Fissolo et Biloni<sup>6</sup>.



Figure 4: Microscopie de la paroi d'un moule possédant une rugosité de 6  $\mu\text{m}$ .

En se basant sur les travaux de Prates, Fissolo et Biloni<sup>6</sup>, de Pelhke<sup>15,16,28</sup> et de Beck<sup>31</sup>, l'aluminium pur et ses alliages possèdent une tension de surface suffisante pour l'empêcher d'épouser complètement les parois du moule, en dépit de la pression hydrostatique régnant à l'intérieur du moule. L'aluminium liquide est en contact seulement avec les rugosités du moule, comme le montre la figure 5 a.

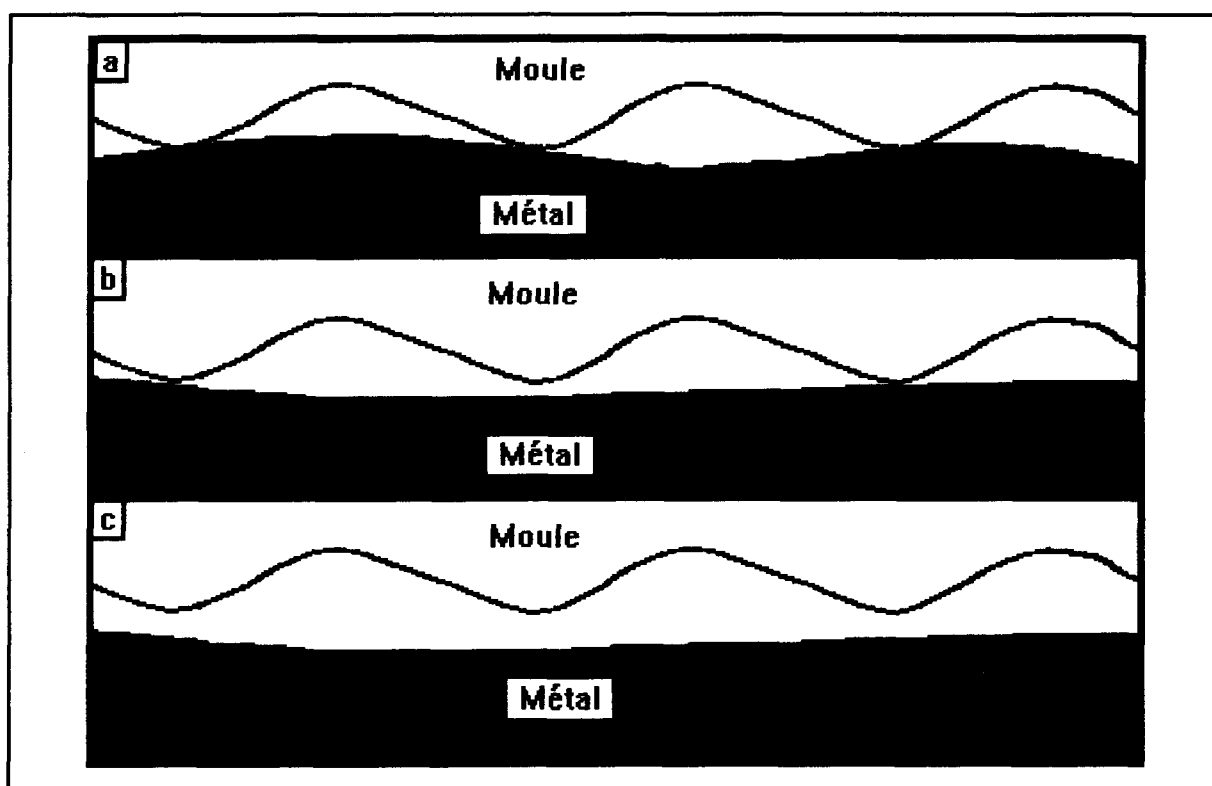


Figure 5: Contact à l'interface moule métal, a) état conforme, b) état non-conforme et c) séparation.

De plus, lors de l'approche du point de solidification, la tension de surface diminue, apportant un contact intermittent entre l'aluminium et le moule, figure 5 b. Ce contact diminue de plus en plus au cours de la solidification. Lorsque l'aluminium est solidifié, la tension de surface disparaît

et le contact moule aluminium est minimum. Le mouvement des parois du moulage d'aluminium, induit par l'expansion thermique de l'aluminium et du moule, se produit lorsque suffisamment d'aluminium est solidifié, apportant la formation de l'espace interstitiel, figure 5 c. Ces trois phénomènes sont appelés l'état conforme, correspondant au maximum de points de contact entre les parois du moule et de l'aluminium, l'état non-conforme, correspondant à un contact partiel, et la formation de l'espace interstitiel correspondant à la séparation des parois.

Certains phénomènes accentuent la formation de l'état non-conforme, les principaux sont la peau de solidification et le flux de chaleur aux points de contact. Une peau de solidification se forme à la surface de l'aluminium, faisant passer l'aluminium d'un état élastique à un état plastique. L'aluminium développe une rigidité faisant disparaître la tension de surface, ce qui vient combattre la pression hydrostatique. Un flux de chaleur très important existe aux points de contact, figure 6. Il augmente la vitesse de solidification aux points de contact, formant des sites nucléés très rigides comparativement à l'aluminium contenu dans les cavités de la paroi du moule.

La formation de l'espace interstitiel apporte une légère diminution du domaine physique de l'aluminium et du moule et une augmentation de la dimension de l'interface moule/métal. De plus, l'espace interstitiel dépend de la température, comme la température diminue avec le temps, il augmente tout au long de l'expérience.



L'état conforme est caractérisé par un flux de chaleur important en raison des points de contact solide, la conduction solide est le principal mécanisme de transfert de chaleur régissant le flux de chaleur. L'état non-conforme est caractérisé par un flux de chaleur moyen; deux mécanismes de transfert de chaleur régissent le flux de chaleur, soit la conduction gazeuse due à l'air contenu entre les cavités et la conduction solide due aux points de contact solide. La formation de l'espace interstitiel est caractérisée par un faible flux de chaleur, car on retrouve surtout de la conduction gazeuse et du rayonnement.

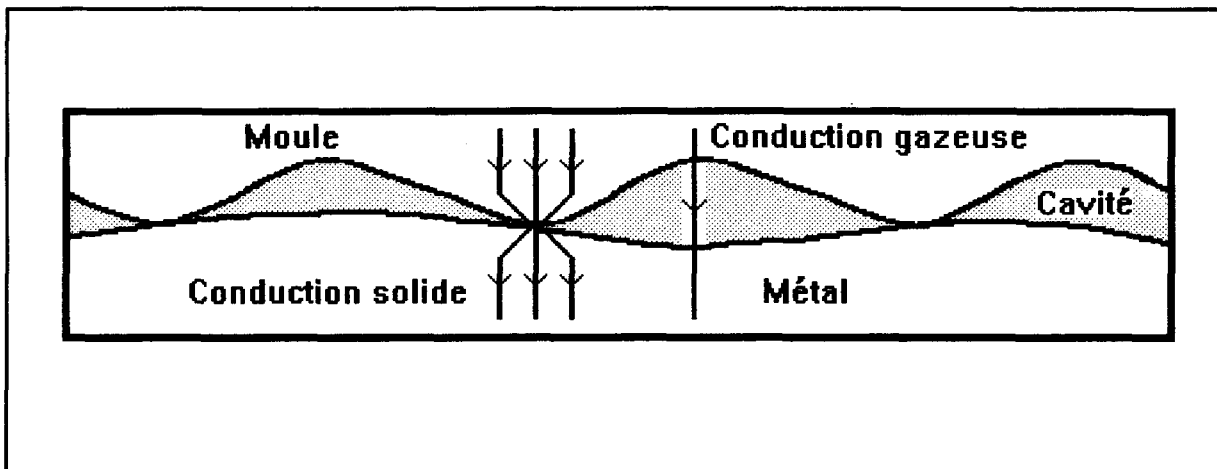


Figure 6: Flux de chaleur à l'interface moule/métal.

En examinant les travaux de Sekhar, Abbaschian et Mehrabian<sup>10</sup>, Pehlke<sup>16</sup> et de Fletcher<sup>29</sup>, un quatrième état peut être considéré, que l'on appelle état de transition. Il se produit avant l'état conforme. Le remplissage du moule apporte des mouvements de la masse liquide d'aluminium, de la convection forcée est créée, accélérant le transfert de chaleur entre les surfaces du moule

et de l'aluminium.

### 1.5 Direction de solidification

Comme le montrent les travaux de Pelhke<sup>15,16</sup>, la forme du moule et l'emplacement du refroidisseur déterminent la direction de solidification, jouant un rôle important dans la formation de l'espace interstitiel à l'interface moule/métal, donc sur la valeur du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal.

La figure 7 a montre un moule cylindrique dont la partie refroidissante se situe dans le bas. La solidification s'effectue verticalement et dans le sens opposé à la gravité, ce qui défavorise la formation de l'espace interstitiel, car la gravité exerce une pression qui oblige la surface de l'aluminium à se coller sur la paroi refroidissante. Ce phénomène augmente le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal.

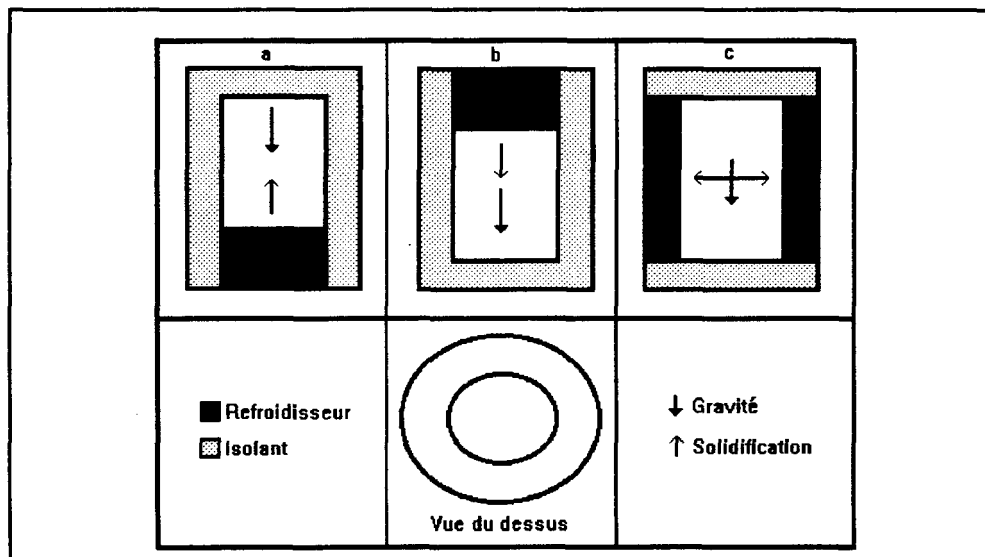


Figure 7: Emplacement du refroidisseur, a) bas, b) haut et c) radial

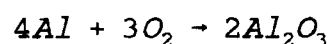
La figure 7 b montre un moule cylindrique dont la partie refroidissante se situe dans le haut. La solidification s'effectue verticalement et dans le même sens que la gravité, ce qui favorise la formation de l'espace interstitiel, car la gravité exerce une pression qui éloigne la surface de l'aluminium de la paroi refroidissante. Ce phénomène diminue le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal.

La figure 7 c montre un moule cylindrique dont la partie refroidissante se situe sur les parois radiales, ce qui correspond au cas étudié dans ce travail. La solidification s'effectue perpendiculairement à la gravité. Elle part du centre et va vers les parois refroidissantes. La gravité affecte très peu la formation de l'espace interstitiel, ce qui donne un coefficient transitoire de transfert chaleur moyen comparativement à ceux des figures 7 a et 7 b.

## **1.6 État de surface de l'interface**

### **1.6.1 Film d'oxyde**

La formation du film d'oxyde est un phénomène qui apparaît lors de la solidification. Il représente une source d'erreur difficilement contrôlable lorsque l'expérience s'effectue dans un milieu contenant de l'oxygène, car l'aluminium réagissant avec l'oxygène de l'air, forme une pellicule d'oxyde à la surface de l'aluminium. L'équation de la réaction s'écrit comme suit:



**Le film d'oxyde possède une grande résistance thermique diminuant le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal, son épaisseur et sa formation dépendent de la quantité d'oxygène disponible. Le seul moyen pour connaître ses effets, consiste à effectuer une solidification dans un milieu inerte, comme l'argon.**

### **1.6.2 Revêtement de surface**

**Un revêtement de surface est nécessaire pour empêcher le lingot d'aluminium de coller sur les parois du moule en acier. Divers revêtements de surface existent, on retrouve en industrie quatre types particuliers répertoriés par leur couleur: le revêtement beige, noir, vert et le blanc, les fiches techniques respectives sont présentées à la section 1.7 de l'annexe I. Le revêtement beige est principalement utilisé pour les parties du moule qui doivent être isolées, il permet un bon contrôle du taux de solidification. Le revêtement noir est un excellent conducteur et est surtout utilisé pour les parties refroidissantes du moule. Le revêtement vert est principalement utilisé lorsque le revêtement doit posséder une grande durée de vie. Le revêtement blanc résiste à l'érosion des métaux non ferreux à haute température, mais il est peut utilisé en fonderie pour les moules permanents.**

**Les revêtements se posent au pistolet à pression, permettant de contrôler l'épaisseur de la couche, et d'obtenir un très bon fini de surface. La pose du revêtement de surface requiert une uniformisation adéquate de l'épaisseur et de l'état de surface sur le moule, car le revêtement crée une résistance**

### **1.7 Méthode de coulée**

La coulée de l'aluminium pur dans un moule requiert l'emploi d'un système d'alimentation. Le système d'alimentation se compose en général d'une cuvette de coulée, d'une descente de coulée, d'une base de descente de coulée, d'un canal de coulée, de canaux d'alimentation et d'une masselotte, figure 9. Il permet d'uniformiser la coulée et d'obtenir des moulages de qualité.

La cuvette de coulée se compose habituellement d'un entonnoir facilitant le remplissage de l'aluminium liquide dans le moule.

La descente de coulée est un canal vertical habituellement de forme conique ou parfois cylindrique. Elle relie la cuvette de coulée à la base de descente. Elle sert à réduire les gaz emprisonnés dans l'aluminium liquide.

La base de descente de coulée est de forme cylindrique. Elle sert de lien entre la descente de coulée et le canal de coulée. Sa fonction est de briser le régime turbulent du remplissage et d'éliminer les gaz restant dans l'aluminium liquide.

Le canal de coulée relie la base de descente de coulée aux canaux d'alimentation. Sa fonction est de transformer le régime turbulent de l'aluminium liquide en un régime laminaire et d'empêcher l'aluminium de réagir avec l'atmosphère.

Les canaux d'alimentation servent à faire pénétrer l'aluminium

liquide dans la pièce coulée. Sa principale fonction est de permettre à l'aluminium liquide de pénétrer le plus rapidement possible dans la pièce coulée sans provoquer de turbulence pour restreindre la réaction de l'aluminium liquide avec l'atmosphère. Parfois, plusieurs canaux d'alimentation sont nécessaires pour alimenter correctement la pièce coulée.

La masselotte est un réservoir d'aluminium en fusion raccordé aux canaux de coulée, fournissant de l'aluminium additionnel à la pièce coulée pour empêcher la formation de la retassure et du retrait pendant la période de solidification.

La complexité des pièces à couler demande l'emploi de l'ensemble de ces composantes, mais, pour des pièces simples, on peut combiner les diverses composantes du système d'alimentation.

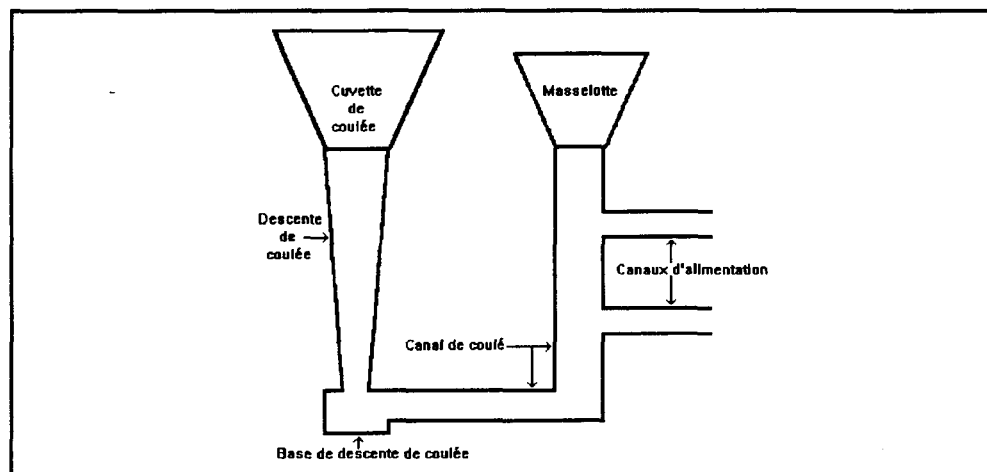


Figure 9: Système d'alimentation complexe.

Afin de préserver la symétrie radiale, le système d'alimentation doit se

situer verticalement. Malheureusement, la symétrie verticale absolue est perdue (création d'un gradient thermique vertical). Mais en situant la cuvette de coulée et la masselotte au même endroit, l'effet du gradient thermique vertical est amoindri, car il n'y a plus qu'une seule source de perturbation. En répondant à ce critère, le système d'alimentation doit être placé dans le haut du moule, ce qui permet de combiner la cuvette de coulée et la masselotte et de combiner la descente de coulée, le canal de coulée et le canal d'alimentation, figure 10, mais un évent doit être ajouté pour permettre l'évacuation de l'air contenu dans le moule.

En combinant la descente de coulée, le canal de coulée et le canal d'alimentation, le régime de l'aluminium liquide reste turbulent tout au long de la coulée, ce qui engendre des mouvements de la masse d'aluminium liquide, apportant de la convection forcée qui augmente les échanges thermiques entre les surfaces du moule et de l'aluminium.

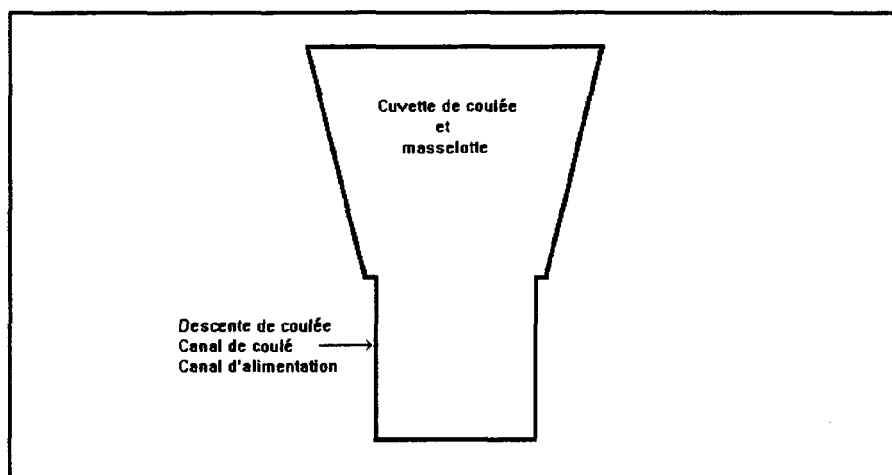


Figure 10: Système d'alimentation utilisé.

**Le temps de remplissage doit être réduit au maximum, car il influe sur le gradient thermique vertical dans le moule et l'aluminium. Le régime turbulent diminue le temps de remplissage, mais pas suffisamment. La base de la pièce coulée est déjà en train de se refroidir lorsque le moule est complètement plein, produisant un décalage dans le temps de la température verticale. En résumé, la méthode de coulée retenue permet de fournir des résultats expérimentaux utilisables au sein d'une modélisation numérique unidimensionnelle radiale. Cependant, une procédure devra être mise en oeuvre afin d'évaluer le caractère unidimensionnel et de corriger éventuellement le modèle.**



## **CHAPITRE II**

### **DESCRIPTION EXPÉRIMENTALE DE LA SOLIDIFICATION**

#### **2.1 Installation expérimentale**

##### **2.1.1 Présentation générale**

La détermination du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal verticale, est abordée dans le cas d'une solidification radiale et unidirectionnelle. La résolution numérique d'une telle situation nécessite la connaissance de conditions aux limites qui sont, pour la méthode retenue, deux températures dans le moule et deux températures dans l'aluminium. Le but de ce second chapitre est de présenter les mesures expérimentales permettant de fournir les températures requises par le modèle numérique.

Un moule répondant suffisamment aux hypothèses de base est obtenu en choisissant un moule cylindrique dont le gradient thermique vertical est minime par rapport au gradient thermique radial. Dans ce cas, on peut introduire le gradient thermique vertical dans le modèle numérique, en le considérant comme un terme de source dans les équations.

La solidification radiale est favorisée lorsque le coefficient de conduction

thermique de la paroi radiale est beaucoup plus élevé que celui des parois supérieure et inférieure. Un moule constitué d'acier pour la paroi radiale et d'une combinaison de deux matériaux réfractaires (le B-3 et l'ISOMAG 70) pour les parois supérieure et inférieure a été choisi pour atteindre cet objectif, voir les propriétés thermiques des matériaux constituant le moule à la section 1.1 de l'annexe I.

Le B-3 est un matériau réfractaire dont le principal avantage est de posséder un fini de surface très lisse et sans porosité, évitant ainsi d'être contaminé par l'aluminium, mais ses propriétés mécaniques sont faibles, comme le montre sa fiche technique que l'on retrouve à la section 1.3 de l'annexe I. Le montage peut être renforcé en utilisant un deuxième matériau réfractaire, mais il doit posséder des caractéristiques d'expansion thermique similaire au B-3 pour empêcher sa rupture lors de la période de chauffage du moule. L'ISOMAG 70, possédant des propriétés mécaniques supérieures à celles du B-3 et des caractéristiques d'expansion thermique similaire au B-3 a été choisi, section 1.4 de l'annexe I. L'utilisation de l'ISOMAG-70 comme matériau réfractaire aurait été parfaite, mais son fini de surface poreux qui se désagrège facilement en fait un matériau qui est contaminé par l'aluminium.

Le moule présenté ci-haut doit être complété par un système d'alimentation. Le montage expérimental utilisé est représenté à la figure 11. Il se compose d'un système d'alimentation situé dans la partie supérieure, de deux parois cylindriques en acier, des parois inférieure et supérieure

constituées de B-3 et d'ISOMAG-70 et d'un support latéral pour les thermocouples en acier.



Figure 11: Montage expérimental.

### 2.1.2 Système d'alimentation

Le moule est muni d'un système d'alimentation permettant de le remplir d'aluminium liquide. On a vu à la section 1.7 du chapitre 1 que le système d'alimentation se situe dans la partie supérieure du moule, ce qui apporte cinq problèmes majeurs. Le premier problème est la perte de la symétrie verticale, causée par les différences entre la paroi inférieure et supérieure, favorisant la formation d'un gradient thermique vertical. Le deuxième est relié au temps de remplissage, le moule ne pouvant être rempli instantanément, on retrouve un

décalage dans le temps de la solidification verticale, (ce qui accentue la formation d'un gradient thermique vertical). Le troisième est relié au mode d'alimentation. Comme on doit remplir le moule le plus rapidement possible pour amoindrir les effets du temps de remplissage, l'aluminium liquide est en régime transitoire favorisant ainsi les mouvements de masse engendrés par les différences de température entre la partie inférieure et supérieure du moule, et affecte l'enregistrement de la courbe de solidification. Le quatrième problème est relié à la solidification de l'aluminium pur, lors du passage de l'état liquide à solide, l'aluminium subit une diminution de volume d'environ 8%<sup>13</sup> amenant un cône de retassure très important, figure 3, dans la dernière partie à se solidifier, provoquant une grande porosité et favorisant la perte de chaleur verticale. Une masselotte est insérée dans le montage expérimental pour combler la perte de volume induite par le changement de phase et la formation des porosités. Le cinquième problème est dû à l'air contenu dans le moule, un évent est ajouté pour permettre l'évacuation de l'air, facilitant le remplissage et diminuant le temps de remplissage, mais favorisant lui aussi le gradient thermique vertical.

En plaçant le système d'alimentation et la masselotte dans la partie supérieure du moule, on assure que le gradient thermique vertical croît dans une seule direction, soit vers le haut. Ils sont fabriqués dans un matériau réfractaire du même type que le LDS Moldable, section 1.5 de l'annexe I et un tube en alumine sert de canal d'alimentation, figure 12. La masselotte est une

pièce non récupérable, pour des considérations budgétaires. Elle est constituée de parois minces, donc, la masselotte ne peut conserver la chaleur très longtemps, une gaine vient la recouvrir pour éviter qu'elle ne se refroidisse trop rapidement. La gaine a été moulée à partir du matériau réfractaire LDS Moldable, section 1.6 de l'annexe I, elle est séparée en deux parties pour faciliter le démoulage.

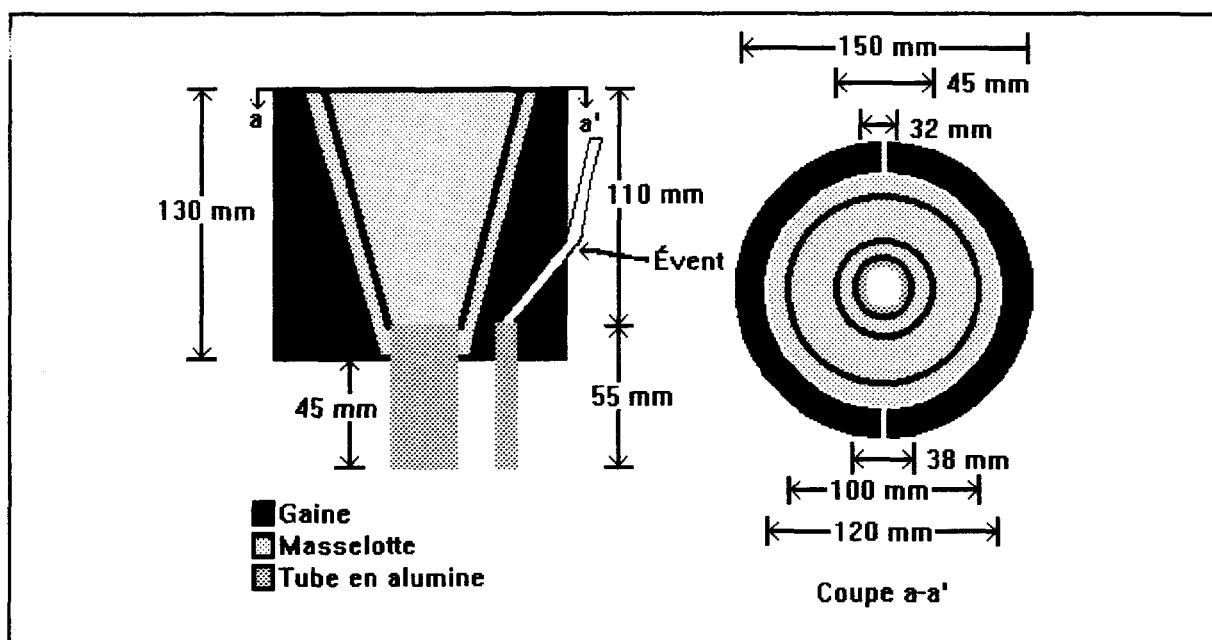


Figure 12: Schématisation du système d'alimentation et de la masselotte.

L'évent se situe dans la partie supérieure du moule, il est constitué d'un tube en alumine possédant un diamètre intérieur de 8 mm, un diamètre extérieur de 12 mm et d'un tuyau de cuivre flexible s'insérant dans le tube d'alumine d'une longueur de 100 mm.

### 2.1.3 Description des parois

Les dimensions du moule sont essentiellement celles retenues par le

centre de recherche d'Alcan à Kingston. Cependant, la hauteur du moule a été réduite de 25 mm pour permettre l'entrée du moule dans le four de chauffage. Les parois latérales sont constituées de deux parties, maintenues ensemble à l'aide de deux collets. On retrouve un schéma des parois latérales à la figure 2.

Les parois supérieure et inférieure ont été préparées spécialement pour ce travail. Elles sont constituées du matériau réfractaire B-3, qui est en contact avec l'aluminium et de l'ISOMAG 70 qui repose sur le B-3.

La paroi inférieure est schématisée à la figure 13, elle est constituée de deux parties qui sont assemblées aux parois en acier à l'aide de quatre boulons de 10 mm de diamètre par 60 mm de haut encastrés dans l'ISOMAG 70.

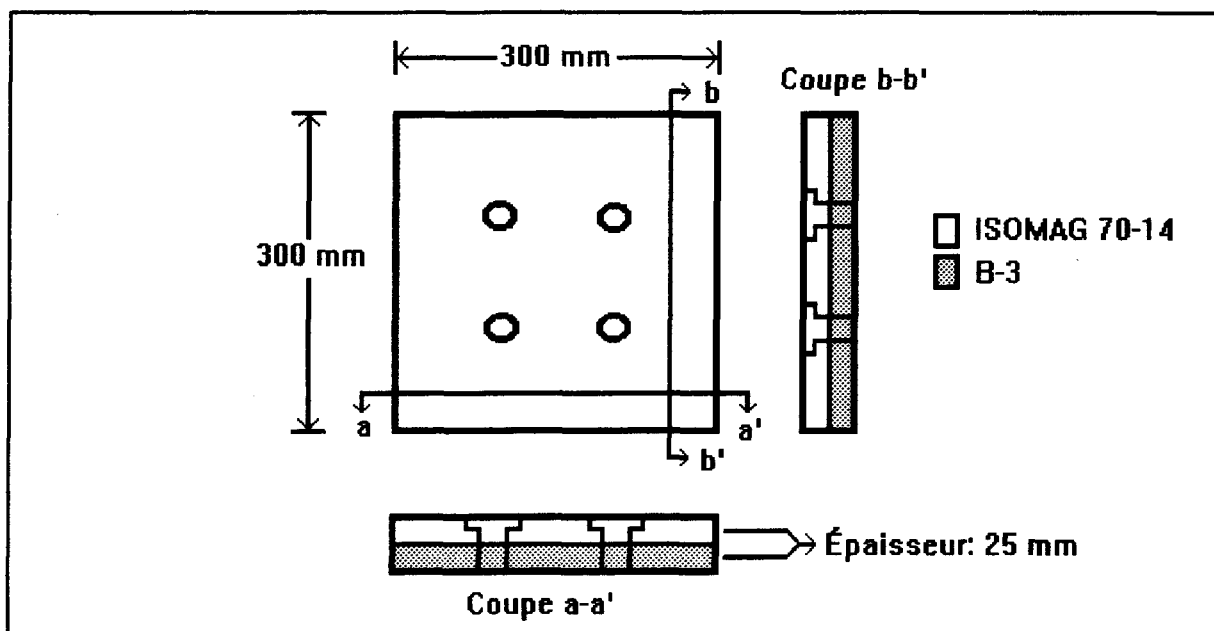


Figure 13: Schématisation de la partie inférieure du moule.

La conception de la paroi supérieure est différente de la paroi inférieure, car elle contient le système d'alimentation. Le démoulage de la pièce ne peut être négligé en raison de l'aluminium solide restant dans la masselotte et l'évent à la fin de l'expérience.

La paroi supérieure est divisée en cinq parties pour permettre l'extraction de la masselotte et du lingot d'aluminium sans briser le montage expérimental, figure 14.

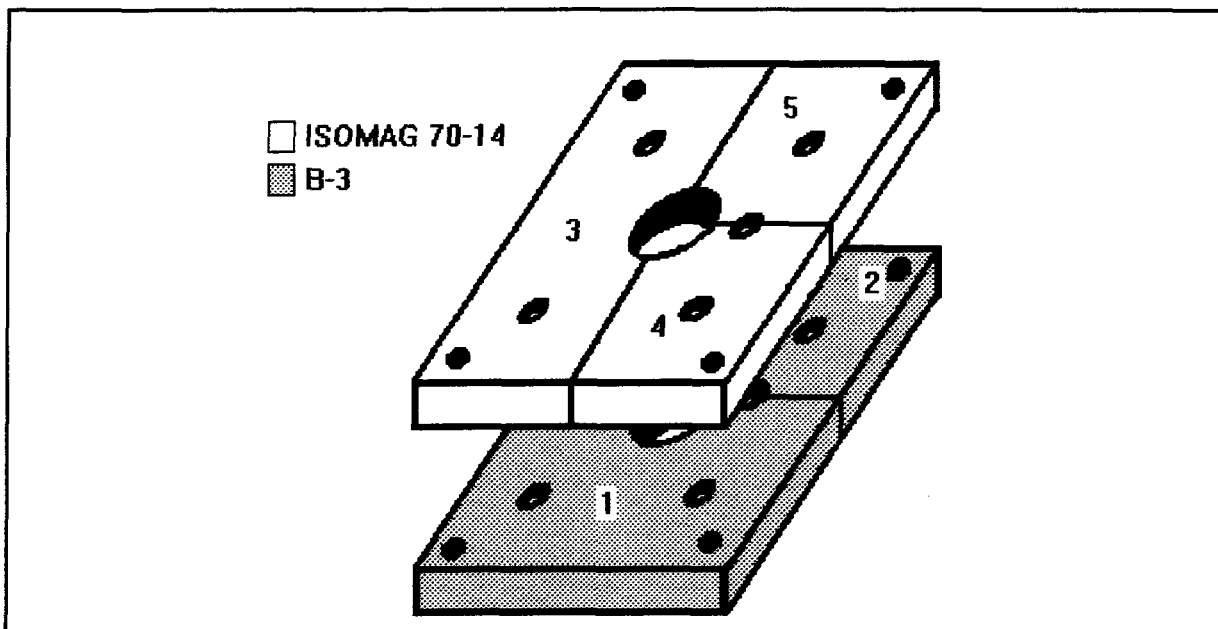


Figure 14: Schématisation de la partie supérieure du moule.

Les cinq parties de la paroi supérieure sont assemblées à l'aide de quatre vis, l'étanchéité est assurée en insérant de la laine réfractaire à base de silice et d'alumine entre chaque partie, en appliquant du LDS Moldable sur les parois du conduit recevant le canal d'alimentation et en appliquant un revêtement de surface de type blanc sur le B-3. Lorsque l'assemblage de la partie supérieure

est terminé, une paroi similaire à la paroi inférieure est obtenue, en excluant les trous du conduit d'alimentation et de l'évent. Elle est assemblée aux parois radiales de la même manière que la paroi inférieure.

Un support latéral est ajouté au montage expérimental. Il se situe sur le côté du moule et maintient les thermocouples en place lors de l'expérience. Il est constitué d'une tige verticale et d'une tige horizontale d'acier standard fixées en croix, et un système d'attache retient les thermocouples au support latéral. Sa tâche est de faciliter la manipulation du montage expérimental et assurer que les thermocouples restent dans leur position initiale.

#### **2.1.4 Assemblage du montage expérimental**

Les étapes de l'assemblage du moule sont les suivantes:

- 1 Assembler les deux parois métalliques du moule avec les deux collets.**
- 2 Fixer la partie inférieure du moule à la paroi en acier avec les quatre boulons.**
- 3 Poser le support latéral pour les thermocouples.**
- 4 Assembler la partie supérieure du moule.**
  - 4.1 Insérer de la laine réfractaire entre les deux parties du B-3.**
  - 4.2 Déposer les trois parties de l'ISOMAG 70-14 et insérer de la laine réfractaire entre chaque partie.**
  - 4.3 Fixer les cinq parties avec les quatre vis.**
  - 4.4 Poser le revêtement de surface blanc sur le B-3.**
  - 4.5 Étancher les parois du trou, où est inséré le tube d'alumine, avec**



**le LDS Moldable.**

**4.6 Poser l'évent et étancher avec le LDS Moldable.**

**5 Fixer la partie supérieure du moule à la paroi en acier avec les quatre boulons.**

**6 Insérer les 12 thermocouples dans le montage.**

**7 Assembler les deux pièces de la gaine avec un collet.**

**On note que l'assemblage doit considérer les problèmes suivant. Premièrement, la masselotte doit être la dernière partie à se solidifier lors de l'expérience. Elle est chauffée à une température plus élevée que la température de l'aluminium liquide, ce qui maintient l'aluminium à l'état liquide lors de l'expérience. Elle doit être pré-chauffée à une température se situant aux alentours de 800°C et 850°C. Deuxièmement, l'aluminium est versé à partir du creuset, ce qui permet de maintenir sa température durant la période de temps nécessaire pour les manipulations.**

## **2.2 Instrumentation**

### **2.2.1 Description des thermocouples**

**Les mesures des températures sont effectuées à l'aide de thermocouples. Ce sont des capteurs constitués de deux fils conducteurs dont l'un est magnétique et l'autre est non magnétique, figure 15. Lorsque les deux fils sont réunis, ils génèrent un potentiel électrique en millivolts qui varie selon la température. On mesure la différence de potentiel (en millivolts) à l'aide du thermocouple et, avec une table du potentiel en fonction de la température, on**

calcule la température.

La température durant la solidification de l'aluminium varie de 750°C à 400°C pour l'aluminium et de 200°C à 400°C pour le moule. En conséquence, on utilise des thermocouples du type K (Chromel/Alumel) qui peuvent mesurer des températures variant entre -200°C et 1250°C et ne sont pas altérés par l'aluminium. Les thermocouples de type K sont composés d'un fil de chromel (partie non magnétique: positif) de couleur jaune et d'un fil d'alumel (partie magnétique: négatif) de couleur rouge et d'une gaine de verre tressé. L'erreur sur un thermocouple de type K est de l'ordre de  $\pm 2.2^{\circ}\text{C}$ , si la température est supérieure à 293°C alors  $\pm 0.75\%$ .

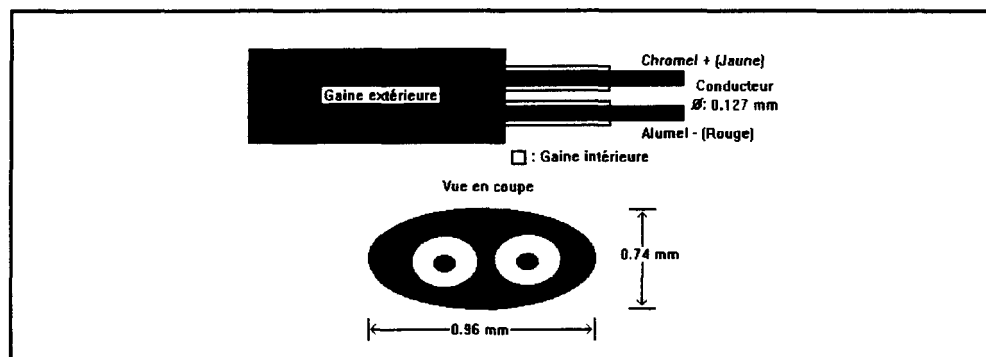


Figure 15: Câble du thermocouple de type GG-K-36.

Habituellement, en industrie, le moule est préchauffé à des températures comprises entre 200°C à 450°C pour assurer la qualité des lingots. Comme les thermocouples sont positionnés sur le moule avant la période de préchauffage, la gaine les recouvrant doit résister à de telles températures. Cette contrainte oblige l'emploi de thermocouples à haute température, soit une extension GG, dont la gaine, constituée de verre tressé, peut résister à des températures comprises entre -73°C et 485°C.

La température varie considérablement au début de l'expérience. Les thermocouples doivent donc posséder un très bon temps de réponse. Le temps de réponse dépend de la dimension des conducteurs et de la sorte de jonction. Il existe trois sortes de jonction, soit la jonction libre, la jonction isolée et la jonction non-isolée. Les jonctions sont illustrées à la figure 16.

La jonction libre est recommandée pour des milieux non corrosifs où un bon temps de réponse est essentiel. La jonction étant libre le temps de réponse dépend seulement du diamètre des fils de chromel et d'alumel.

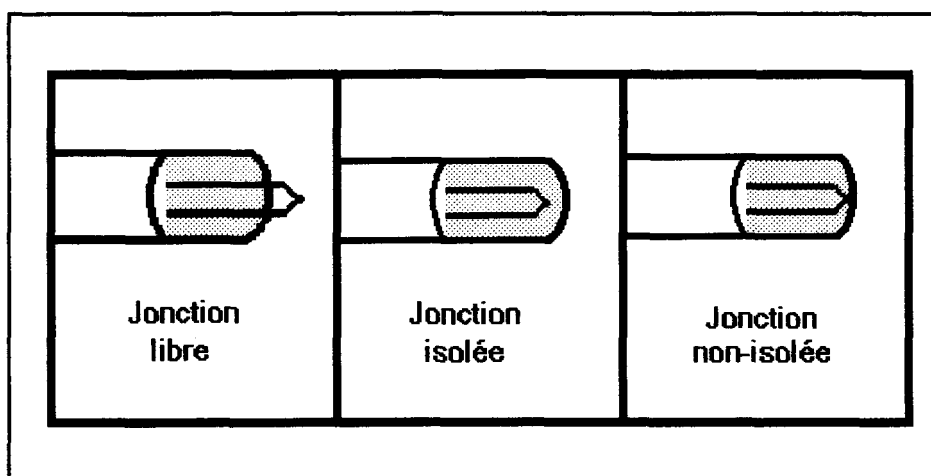


Figure 16: Type de jonction.

La jonction isolée est recommandée pour des milieux très corrosifs ou hautement conducteur. Le thermocouple est recouvert d'un matériau isolant constitué de MgO et d'une gaine en acier. Le temps de réponse est faible, car le chemin thermique à parcourir est long comparativement à la jonction libre, car il fait intervenir trois matériaux, soit l'acier, le MgO et les fils de chromel et d'alumel.

La jonction non isolée est recommandée pour des milieux corrosifs et non conducteurs où le temps de réponse requis doit être supérieur aux temps de réponse que donne la jonction isolée. Le thermocouple est recouvert d'un matériau isolant constitué de MgO et d'une gaine en acier, mais le bout du thermocouple est en contact avec la gaine d'acier. Le temps de réponse est intermédiaire comparativement aux deux autres jonctions, car le chemin thermique fait intervenir deux matériaux, soit l'acier et les fils de chromel et d'alumel.

Un exemple de temps de réponse pour les trois jonctions est donné à la figure 17. Les thermocouples de type K avec une extension GG 36 SLE à jonction libre sont retenus, car ils possèdent un bon temps de réponse, la dimension des conducteurs est suffisante pour offrir une bonne résistance lors des manipulations. Les dimensions sont indiquées à la figure 15.

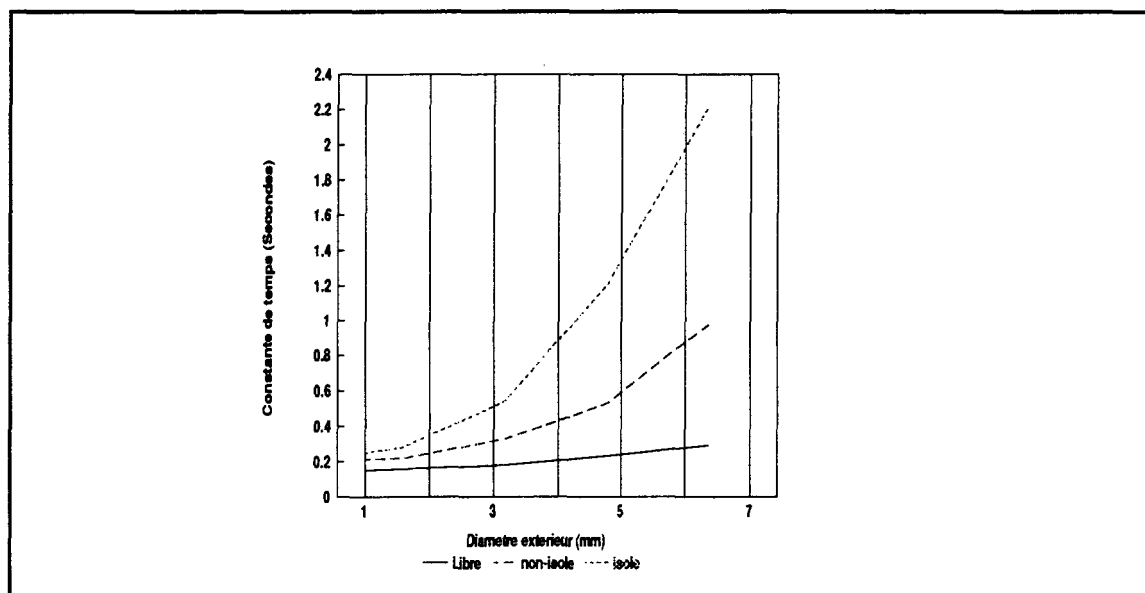


Figure 17: Temps de réponse des thermocouples dans l'eau.

## 2.2.2 Montage des thermocouples

Le montage des thermocouples s'effectue comme suit: le thermocouple est dénudé sur une longueur de 6 à 8 cm, les deux conducteurs sont insérés dans une céramique en alumine possédant un diamètre extérieur de 1.25 mm et deux ouvertures de 0.25 mm de diamètre, figure 18.

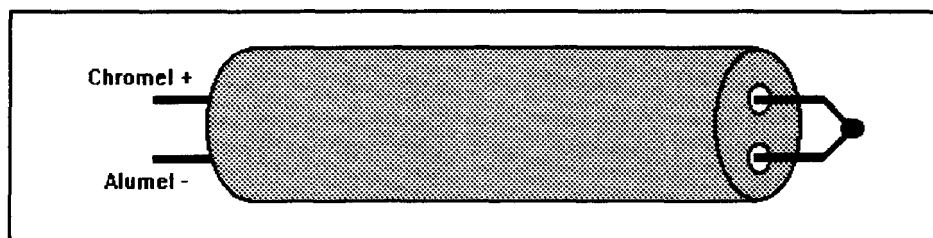


Figure 18: Montage des thermocouples.

Le bout des thermocouples est libre et certains problèmes électriques peuvent survenir lorsqu'ils sont placés dans un milieu conducteur. Trois types de branchements des thermocouples aux terminaux peuvent être utilisés pour éviter ces problèmes, soit un branchement compensé, flottant ou compensé par intermittence<sup>33</sup>.

Le branchement compensé consiste à laisser le bout du thermocouple libre, et de référencer le conducteur négatif du thermocouple dans le commun du terminal, figure 19 a. Ce branchement s'utilise dans un milieu non conducteur ou avec un thermocouple isolé.

Le branchement flottant consiste à référencer le bout du thermocouple en laissant le conducteur négatif flottant, figure 19 b. On doit relier le bout du thermocouple à une masse, ce qui revient à relier le milieu ambiant à une masse. Ce branchement est moins précis que le branchement compensé, car

il dépend du bon contact entre le bout du thermocouple et le milieu ambiant.

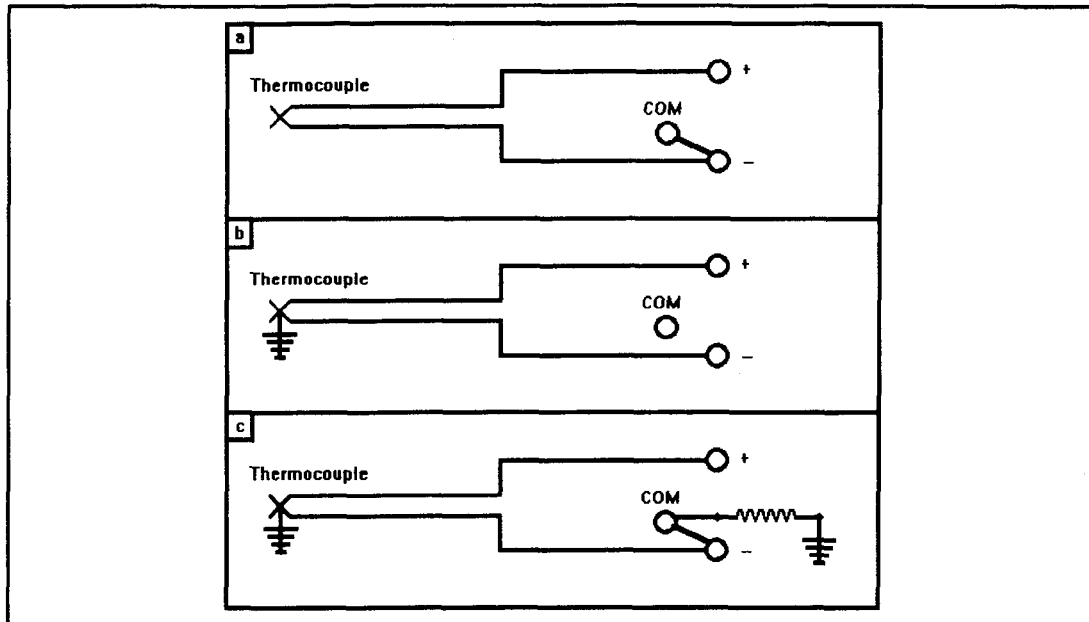


Figure 19: Mode de branchement aux terminaux.

Le branchement compensé par intermittence consiste à référencer le bout du thermocouple et à relier le conducteur négatif du thermocouple au commun en insérant une résistance de 10 Mhoms, figure 19 c. Le contact entre le bout du thermocouple et le milieu ambiant est sans résistance, donc la référence avec la masse est privilégiée par rapport au commun, lorsque le bout du thermocouple n'est plus en contact avec le milieu ambiant, la résistance devient infinie, et le commun est privilégié, mais avec une certaine perte en raison de la résistance. Ce type de branchement apporte plus d'erreur que les deux autres, il est à utiliser seulement lorsque les deux autres branchements ne sont pas réalisables.

Dans le cas des expériences présentes, le bout des thermocouples

insérés dans le moule n'est pas en contact avec le moule métallique, donc, aucun courant électrique ne peut circuler entre les thermocouples, car ils sont isolés par l'air. Un branchement compensé est donc utilisé, figure 20.

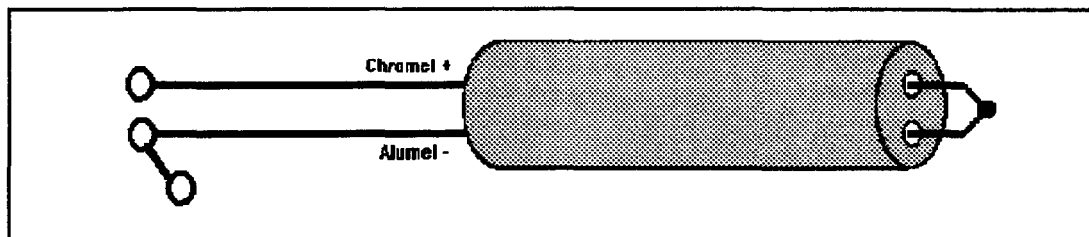


Figure 20: Branchement thermocouple du moule.

En ce qui concerne les thermocouples insérés dans l'aluminium, le bout est en contact avec l'aluminium. Comme l'aluminium possède une résistance électrique, et que les thermocouples sont des sources de courant à différents potentiels, des courants électriques circulent entre les thermocouples de l'aluminium affectant la prise des mesures et créant une inter-relation entre les thermocouples, figure 21.

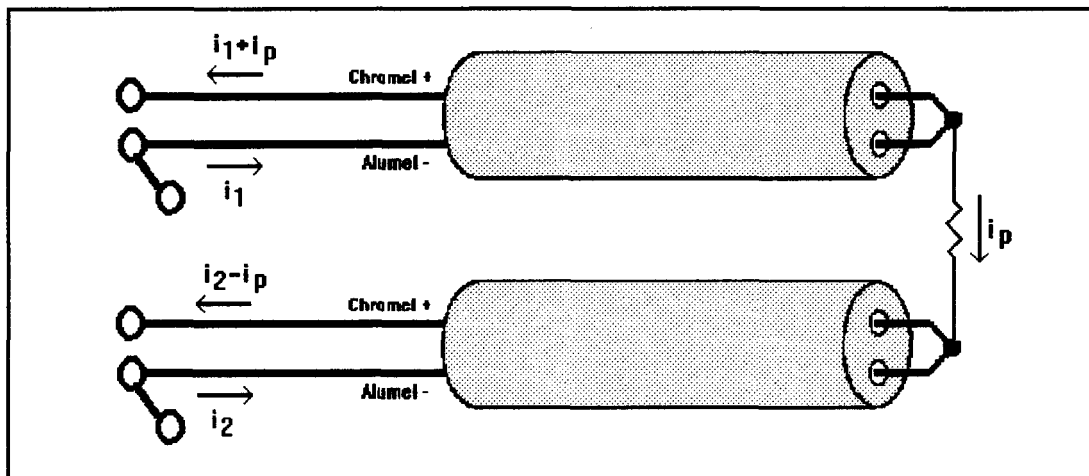


Figure 21: Thermocouple en milieu conducteur.

Un branchement flottant est donc utilisé, figure 22. Il permet de ramener le bout des thermocouples à un même potentiel (en reliant l'aluminium à une masse), éliminant les courants électriques entre les thermocouples. L'aluminium étant relié à une masse, le bout des thermocouples est à un potentiel nul, éliminant les courants entre les thermocouples. La température est obtenue en effectuant la différence de potentiel au borne du thermocouple.

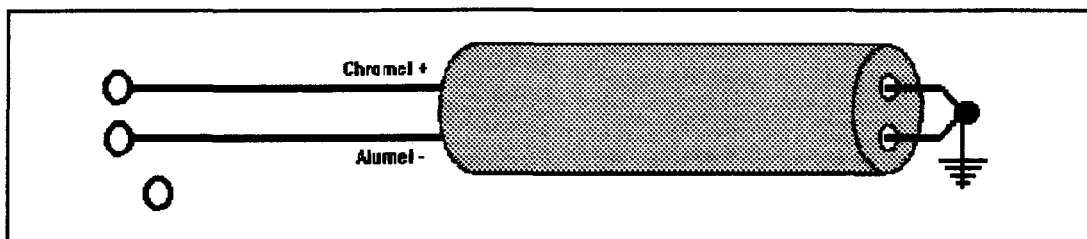


Figure 22: Branchement thermocouple de l'aluminium.

L'emploi de thermocouple à bout isolé aurait pu résoudre le problème, mais le temps de réponse du thermocouple est affecté considérablement et la mesure de température en régime dynamique subit un décalage dans le temps, faussant les résultats.

### 2.2.3 Position des thermocouples

Le modèle numérique a besoin de deux conditions aux limites pour le moule et pour l'aluminium, donc quatre thermocouples placés horizontalement dans le moule et l'aluminium sont suffisants. Mais comme les thermocouples sont des capteurs très sensibles, ils peuvent être sujets à des bris lors de l'expérimentation et devenir non opérationnels. Deux thermocouples supplémentaires sont ajoutés dans le moule et dans l'aluminium pour remédier à ce problème. Ils permettent de vérifier le bon fonctionnement des



thermocouples en place, de remplacer celui qui ne fonctionne pas ou, si tout va bien, de vérifier les résultats du modèle numérique. Comme il faut s'attendre à la présence d'un gradient thermique vertical, quatre thermocouples sont placés verticalement dans le moule pour mesurer son effet et son intensité. Ils sont utilisés pour mesurer la perte verticale et elle pourra être injectée directement dans le modèle numérique, si nécessaire.

La position des thermocouples horizontaux doit être choisie suffisamment loin de l'interface moule/métal pour réduire l'erreur due à la résolution spatiale des thermocouples. Cependant, puisque la méthode de calcul correspond grossièrement à une extrapolation du champ de température jusqu'à l'interface moule/métal, on doit maintenir un éloignement modéré par rapport à cette zone. On a choisi les positions des thermocouples afin d'obtenir un nombre significatif de cellules entre chaque position, tout en gardant une dimension suffisante pour les cellules. Le plan de calcul, c'est à dire la hauteur des thermocouples horizontaux correspond à la position où le gradient thermique vertical est le plus faible. Des expériences initiales ont permis d'établir approximativement le "plan central" de la distribution de la température à une hauteur de 70 mm. La confirmation de cette position centrale du plan de calcul est indiquée dans les résultats expérimentaux présentés à la section 2.4.3. Les thermocouples verticaux dans le moule sont placés de part et d'autre du plan central à la même distance que le thermocouple horizontal situé le plus près de l'interface moule/métal. Les figures 23 et 24 montrent la

position des thermocouples horizontaux et verticaux répartis dans le moule et l'aluminium.

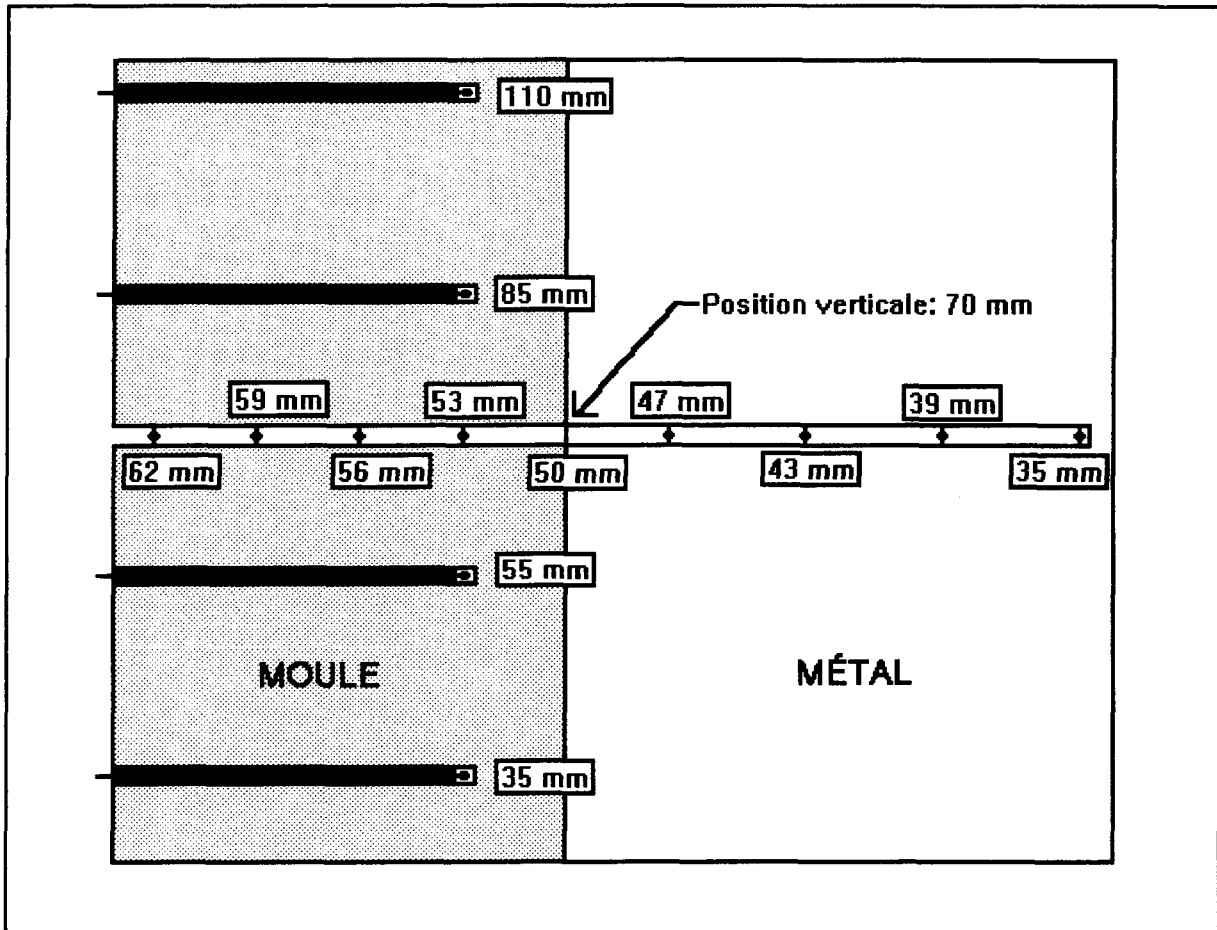


Figure 23: Coupe verticale du moule.

## 2.3 Acquisition et traitement des données

### 2.3.1 Description

Le système d'acquisition de données est constitué d'un micro-ordinateur AT286 compatible IMB possédant un co-processeur mathématique 80-286 et une carte ACPC-12-16, reliée à un terminal pour huit thermocouples compensés (interface T-11), et à un terminal pour huit entrées analogiques ou

thermocouples (interface T-41), figure 25. Le traitement des données est effectué à l'aide du logiciel LABTECH NOTEBOOK Version 5.0 pour pc XT/AT<sup>?</sup>.

On donne ci après le schéma de l'installation, figure 25.

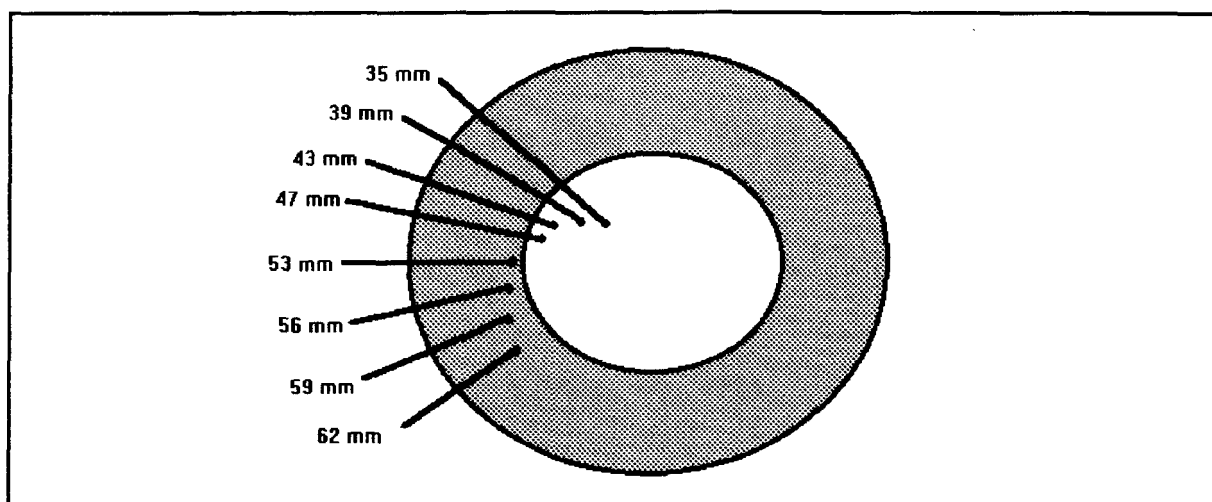


Figure 24: Coupe horizontale du moule.

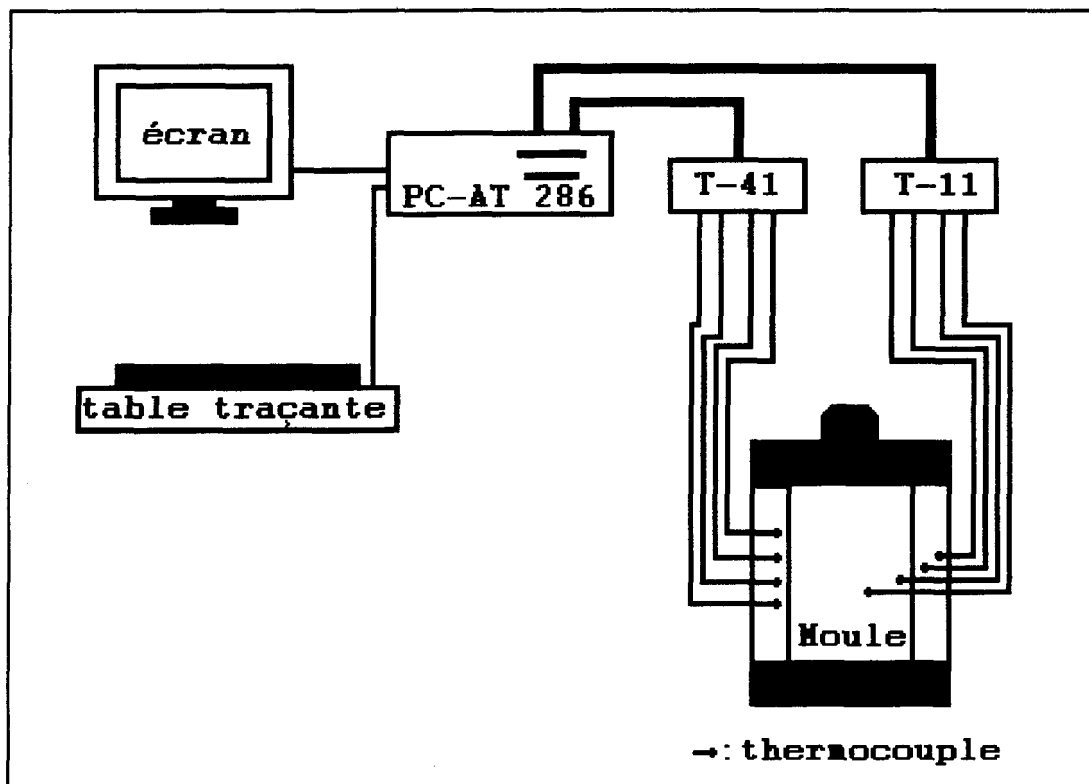


Figure 25: Système d'acquisition des données.

### **2.3.2 Carte d'acquisition**

La carte ACP-12-16 permet d'effectuer l'acquisition des données ou du contrôle. On donne ci après les caractéristiques essentielles de la carte.

- 16 Entrées analogiques différentielles, 12 bits
- Fréquence d'acquisition, 225 Hz à 2.5 KHz
- Compensation pour jonction froide et linéarisation pour les thermocouples
- Entrées protégées pour des voltages continus de 50 Volts et de 150 Volts momentanément
- 16 Entrées et/ou sorties digitales programmables individuellement
- Un compteur/temps pour compter les pulsations ou les événements, précision sur le temps ou la pulsation de sortie

La connexion des thermocouples avec la carte ACPC-12-16 s'effectue en utilisant des terminaux servant d'interfaces. Les terminaux convertissent les voltages des appareils de mesures en signaux acceptables pour la carte ACPC-12-16. Deux terminaux sont utilisés, soit le terminal T-11 et T-41. Le terminal T-11 est une interface de 8 entrées pour thermocouples compensés, (jonction froide). Le terminal T-41 est une interface de 8 entrées analogiques ou thermocouples.

### **2.3.3 Traitement des données**

Le logiciel LABTECH NOTEBOOK est compatible avec les micro-ordinateurs PC, XT, AT, PS/2 et les Macintosh de Apple. Il est un intermédiaire entre l'utilisateur et la carte d'acquisition, ce qui facilite la programmation pour

effectuer l'acquisition de données ou le contrôle de système. Ce logiciel ne requiert aucune mémorisation, il offre un menu permettant de sélectionner chaque partie de l'acquisition de données ou du contrôle. Il contient une variété de fonctions mathématiques permettant d'effectuer des opérations sur les canaux en temps réel ou en post traitement. Les résultats peuvent être vus en temps réel sur l'écran sous forme de graphique ou de cadran. Les données sont emmagasinées dans un fichier sous format DOS, chaque valeur est écrite sous un format réel de 12 caractères facilement récupérable sur le logiciel LOTUS 123 (extension "nom fichier.prn").

Un exemple des paramètres insérés dans le logiciel LABTECH NOTEBOOK pour 15 entrées de thermocouple est donné au tableau 1, et au tableau 2, on retrouve les fonctions des colonnes du tableau 1.

Ch. No.	Channel Name	Intfc		Channel Function	Channel Info.	Scale Factor	Offset	I t e r	S t e g	Duration (sec)	Stage Rate (Hz)	Information		Trigger Level	File Name (first)	W d #
		Dev	Ch									Start State	Tr. Ch.			
1	Therm # 1	1	1	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
2	Therm # 2	1	2	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
3	Therm # 3	1	3	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
4	Therm # 4	1	4	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
5	Therm # 5	1	5	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
6	Therm # 6	1	6	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
7	Therm # 7	1	7	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
8	Therm # 8	1	8	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
9	Therm # 9	1	9	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
10	Therm #10	1	10	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
11	Therm #11	1	11	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
12	Therm #12	1	12	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
13	Therm #14	1	13	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
14	Therm #14	1	14	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
15	Therm #15	1	15	T' couple (K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
16	Temps	0		Time Elapsed	Elapsed			1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	2

Tableau 1: Paramètres initiaux du LABTECH NOTEBOOK, Mode: Normal.

Colonne	Fonction
1	Numéro du canal
2	Identification du canal
3	Lien entre le canal et la carte 1) 0: Ordinateur, 1: Carte ACPC-12-16 2) Numéro de l'entrée
4	Fonction du canal
5	Information sur le canal
6	Facteur d'amplification
7	Constante d'ajustement
8	Nombre d'itération
9	Nombre de niveau d'acquisition
10	Durée de l'acquisition
11	Fréquence d'échantillonnage
12	Information générale 1) Mode de départ 2) Canal de départ
13	Niveau du départ
14	Fichier de sortie
15	Numéro de la fenêtre à l'écran

Tableau 2: Fonction des colonnes du tableau 1.

### 2.3.4 Procédure expérimentale

Une expérience permettant de fournir les températures mesurées nécessaires au programme de calcul du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal suit la procédure suivante:

1. Démarrer le four de fonte en ajustant les températures suivantes:

Température 1 (Creuset)	: 750°C
Température 2 (Chambre)	: 775°C
Température 3 (Sécurité)	: 790°C

2. Peser une quantité de 4.8 kg d'aluminium.
3. Préchauffer l'aluminium à une température de 400°C pendant une heure.
4. Placer le moule dans le four de chauffage à la température

désirée, (entre 200°C et 450°C).

5. Brancher les 12 thermocouples au système d'acquisition de données.
6. Démarrer le logiciel LABTHEC NOTEBOOK avec le programme TEST13.
7. Insérer les échantillons d'aluminium dans le four de fonte à une température de 500°C.
8. Quand l'aluminium est complètement liquéfié, placer le système d'alimentation et la masselotte dans le four de chauffage et augmenter la température à 850°C.
9. Lorsque l'aluminium a atteint une température de 750°C, remplacer le programme TEST13 par le programme GUYTH13.
10. Sortir le moule du four de chauffage.
11.
  - a) Enlever l'oxyde d'aluminium du creuset
  - b) Placer le moule sur une base stable et relier l'intérieur du moule à la masse.
12.
  - a) Sortir la masselotte et le système d'alimentation du four et les positionner sur le moule
  - b) Sortir le creuset du four de fonte
  - c) Démarrer le programme GUYTH13.
13. Verser l'aluminium dans le système d'alimentation.

**Les étapes 11 et 12 de l'expérience nécessitent l'emploi de trois**

personnes en raison des opérations qui doivent se réaliser simultanément.

## **2.4 Résultats expérimentaux**

### **2.4.1 Définition des expériences 1 et 2**

Deux expériences correspondant à la procédure indiquée au paragraphe 2.3.4 sont retenues pour l'utilisation dans la méthode numérique de calcul du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal. Les températures mesurées sur le plan horizontal central (à 70 mm de la base) sont présentées dans les figures 26, 27, 30 et 32 pour l'expérience 1 et les figures 28, 29, 31 et 33 pour l'expérience 2. On note que les températures utilisées dans l'algorithme sont celles situées à des distances radiales de 35 et 47 mm pour l'aluminium et 53 et 62 mm dans le moule.

L'expérience est effectuée en fixant cinq paramètres qui peuvent être contrôlés lors de l'expérience: la température initiale de l'aluminium, la température initiale du moule, la quantité d'aluminium, l'épaisseur du revêtement de surface et la quantité d'hydrogène dans l'aluminium. Les paramètres sont décrits au tableau 3.

L'expérience 1 est une expérience comparative, elle est effectuée sans masselotte, tandis que l'expérience 2 est effectuée avec une masselotte. Étant donné l'importance de la masselotte pour la qualité unidimensionnelle des échanges de chaleur, on pourra, par comparaison entre l'expérience 1 et l'expérience 2, évaluer l'effet du gradient thermique vertical sur le calcul du coefficient transitoire de transfert de transfert de chaleur à l'interface



moule/métal.

Paramètres	Expérience 1	Expérience 2
Température de l'aluminium (°C)	750	720
Température du moule (°C)	220	200
Quantité d'aluminium (Kg)	4.5	4.9
Épaisseur du revêtement (µm)	120	120
Quantité d'hydrogène	Libre	Libre

**Tableau 3: Paramètres initiaux des expérimentations.**

On notera que la température initiale de l'aluminium de l'expérience 1 est nettement plus élevée que la température initiale de l'aluminium de l'expérience 2 (l'écart de température de solidification est augmenté de 50%). De cette façon, on accentue les effets non unidimensionnels dans l'expérience 1.

#### **2.4.2 Températures radiales mesurées**

Les figures 26, 27, 28 et 29 montrent les courbes de température pour les quatre thermocouples insérés dans l'aluminium pour les expériences 1 et 2 pour l'ensemble de la durée de l'expérience, figures 26 et 28, et pour la période initiale de l'expérience (100 premières secondes), figures 27 et 29. Dans les deux cas, tant que l'aluminium ne s'est pas solidifié, on retrouve de grandes perturbations induites par le mouvement de masse, figures 27 et 29. Le plateau de solidification indique la température de solidification, soit l'endroit où la chaleur latente de fusion est libérée. Il varie pour chaque courbe de température et pour les deux expériences. De plus, la température

de solidification est différente de celle de l'aluminium pur, ce phénomène est très important au niveau de l'algorithme de calcul, et il sera abordé dans le point 2.4.4. On doit aussi noter, que la partie à droite du plateau de solidification a la forme typique d'une courbe de conduction pure. Donc, cette partie peut être traitée de façon similaire à celle du moule.

Après la solidification, la courbe de solidification n'est pas régulière, on retrouve un point d'inflexion vers 150 secondes. Ce changement dans la courbe de solidification est dû à l'aluminium dans la partie centrale du moule qui a terminé sa solidification. L'aluminium de la partie centrale étant solidifié, il n'y a plus d'apport d'énergie induite par la libération de la chaleur latente de fusion. L'aluminium est complètement solide et ne transfère seulement sa chaleur que pour équilibrer le système moule/métal. L'effet de la différence entre les températures initiales des deux expériences est très visible sur les courbes de température. Les perturbations induites par le mouvement de masse sont plus importantes dans l'expérience 1 que dans l'expérience 2. La durée de l'état liquide est aussi plus grande, soit de 50 secondes pour l'expérience 1 et de 38 secondes pour l'expérience 2. Le point d'inflexion se retrouve, par contre, au même endroit, environ 150 secondes, en raison de la présence d'aluminium dans la masselotte de l'expérience 2, qui retarde son apparition. Le taux de solidification est plus rapide dans l'expérience 2 que dans l'expérience 1: à 1000 secondes, la température dans l'expérience 2 est inférieure à 400°C tandis que la température de l'expérience 1 est à 405°C.

Figure 26: Températures radiales dans l'aluminium, expérience 1.

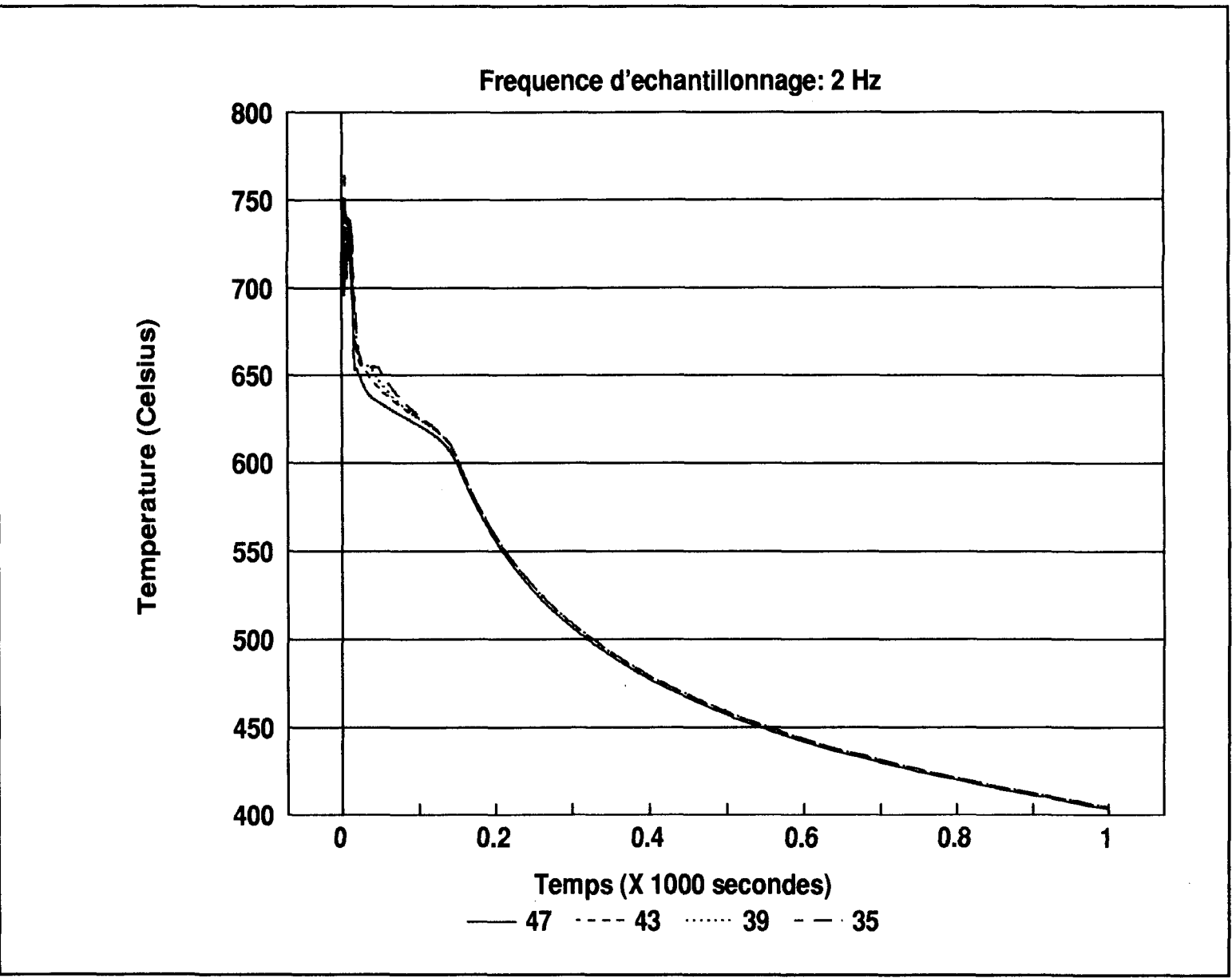


Figure 27: Valeurs initiales des températures radiales dans l'aluminium, expérience 1.

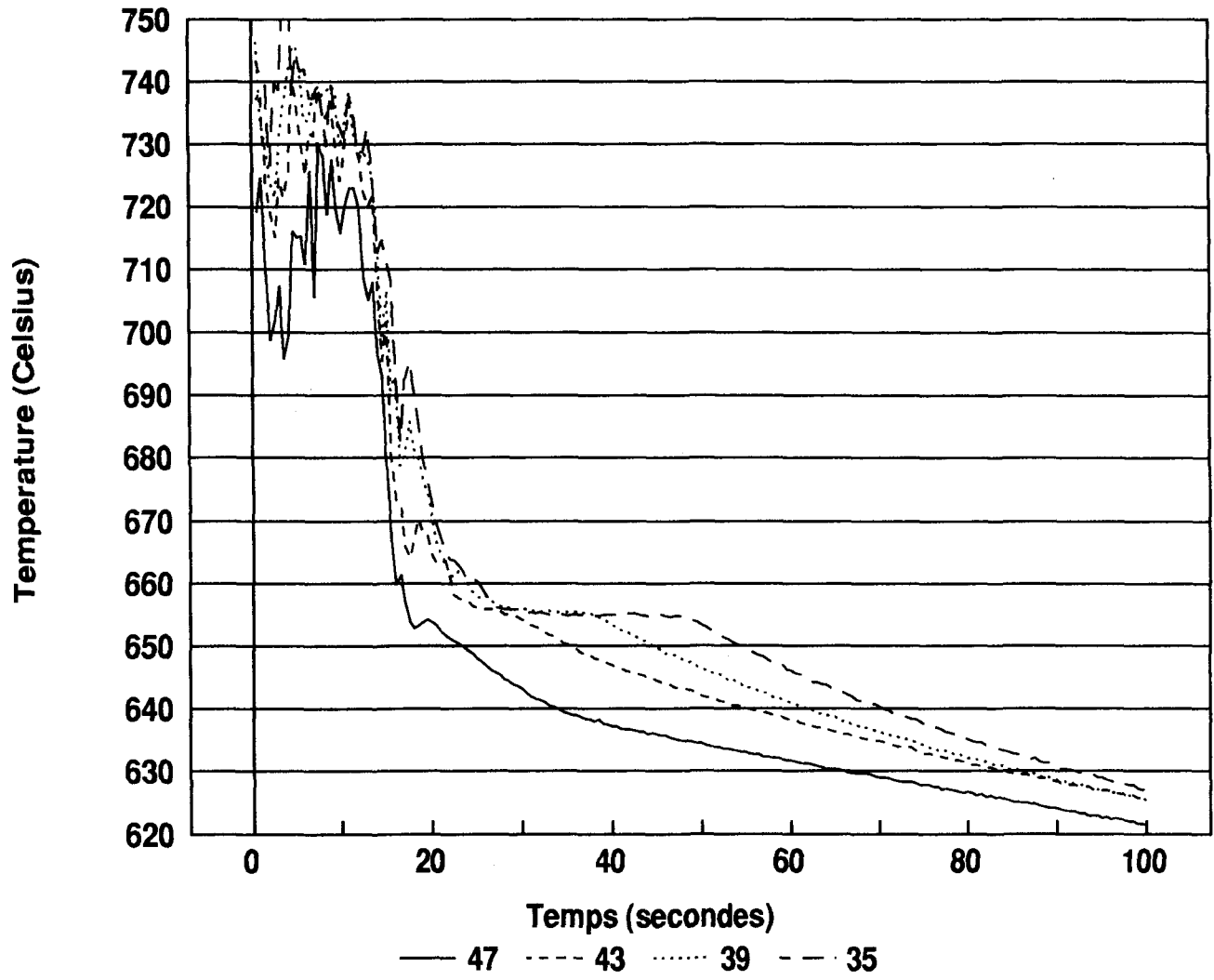
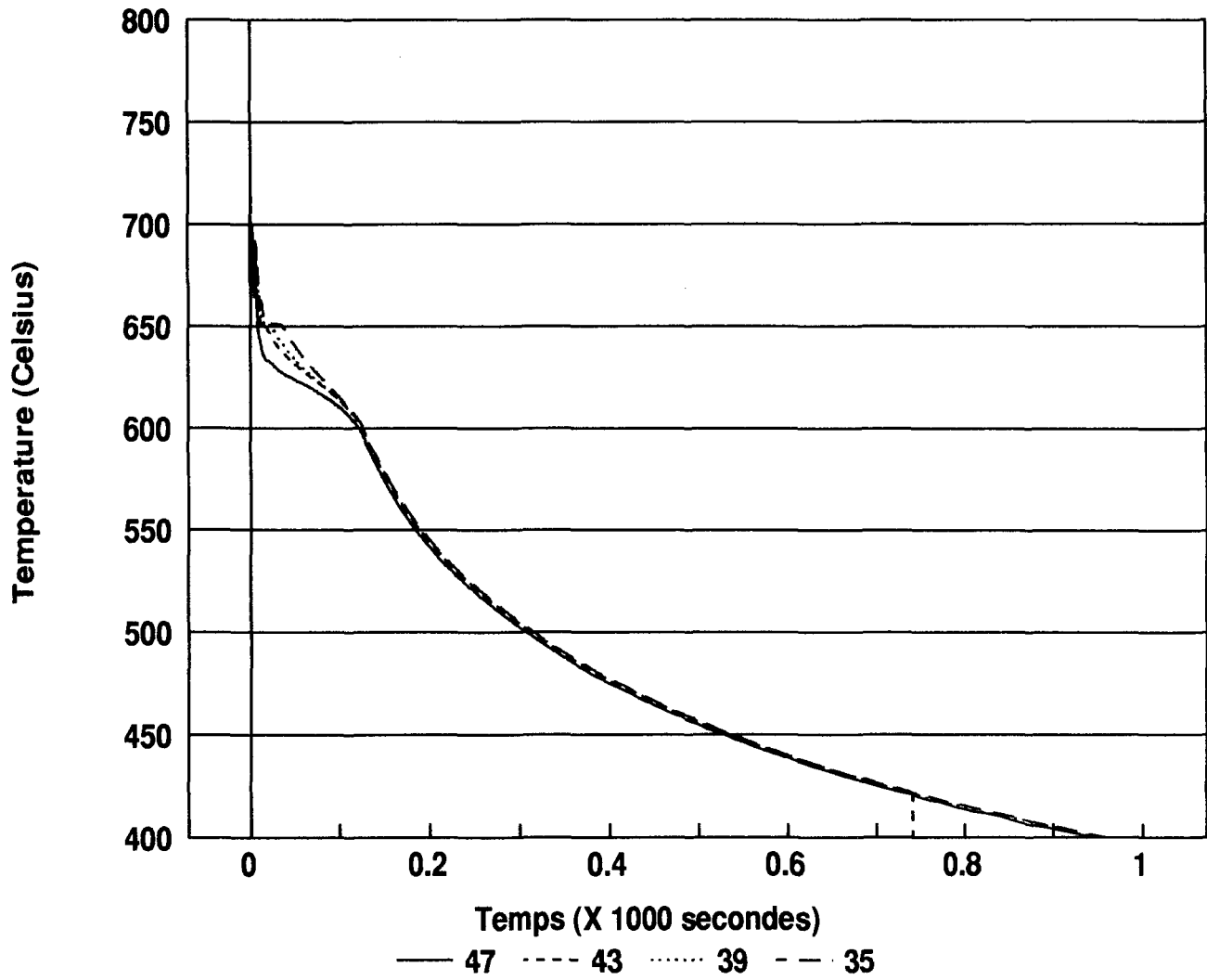


Figure 28: Températures radiales dans l'aluminium, expérience 2.



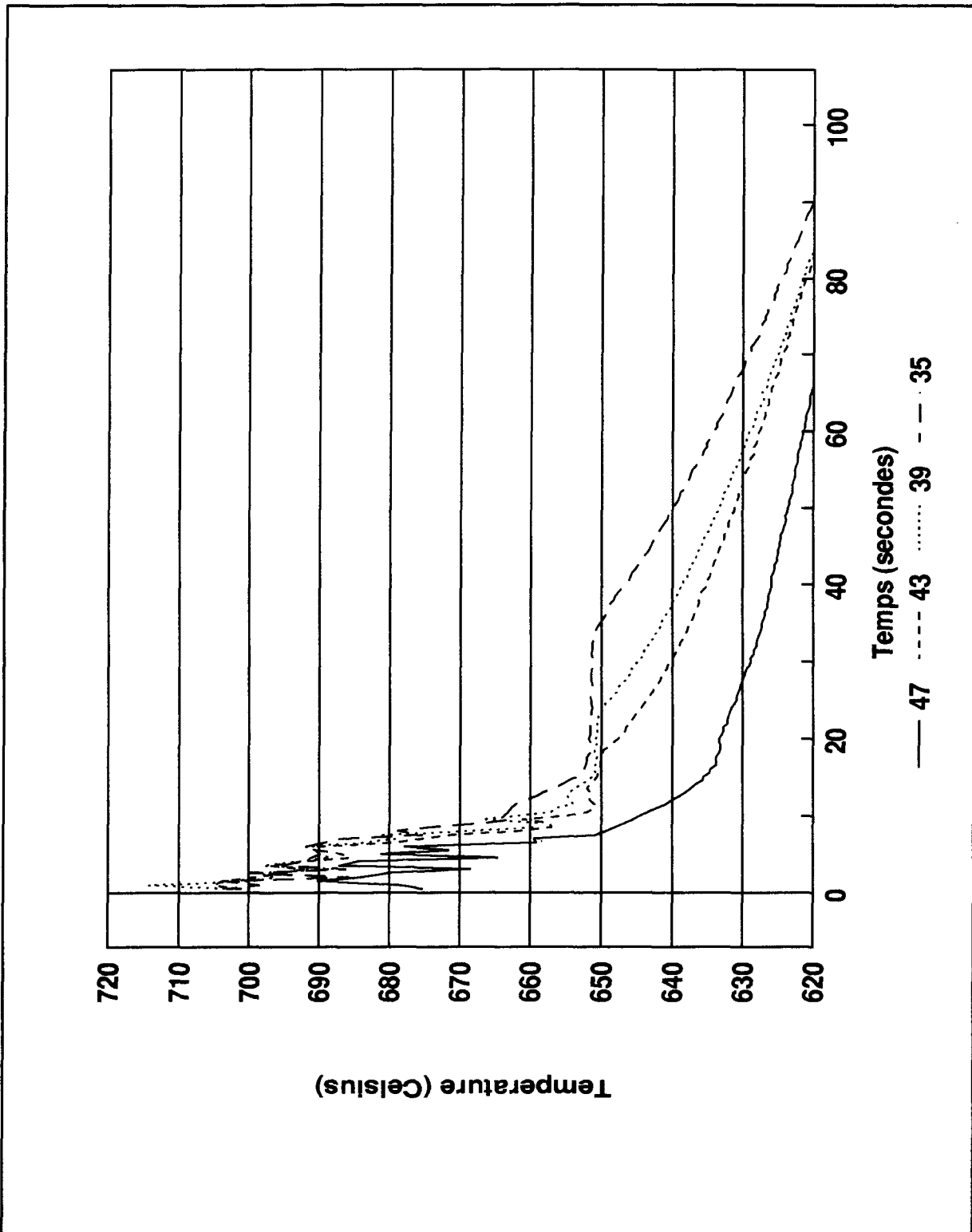


Figure 29: Valeurs initiales des températures radiales dans l'aluminium, expérience 2.

Les figures 30, 31, 32 et 33 montrent les courbes de température pour les quatre thermocouples horizontaux du moule de l'expérience 1 et 2 respectivement. Les courbes de températures des deux expériences sont similaires, si on exclut leur température maximum. Au début de l'expérience, elles montent très rapidement, la fin du temps de montée correspond au début de la solidification de l'aluminium. On remarque, sur la courbe de température pour le thermocouple situé à 53 mm, une bosse et un plateau après le temps de montée. Ce thermocouple, étant situé très près de la paroi du moule, ressent plus les effets de la solidification de l'aluminium que les autres thermocouples.

En effet, la bosse correspond au plateau de solidification qui se retrouve sur les courbes de l'aluminium, ce qui correspond au surplus de chaleur produit par la libération de la chaleur latente. Le plateau correspond à la zone se situant à la fin du plateau de solidification et au point d'inflexion, soit l'effet que produit la partie supérieure lorsqu'elle se solidifie. Ces deux phénomènes sont traduits sur les autres courbes de température par une pente moins abrupte durant la période du temps de montée. Ensuite, les courbes de température, dans le moule, augmentent, atteignent un maximum, correspondant à la fin de la phase liquide, et diminuent lentement jusqu'à la fin de l'expérience.

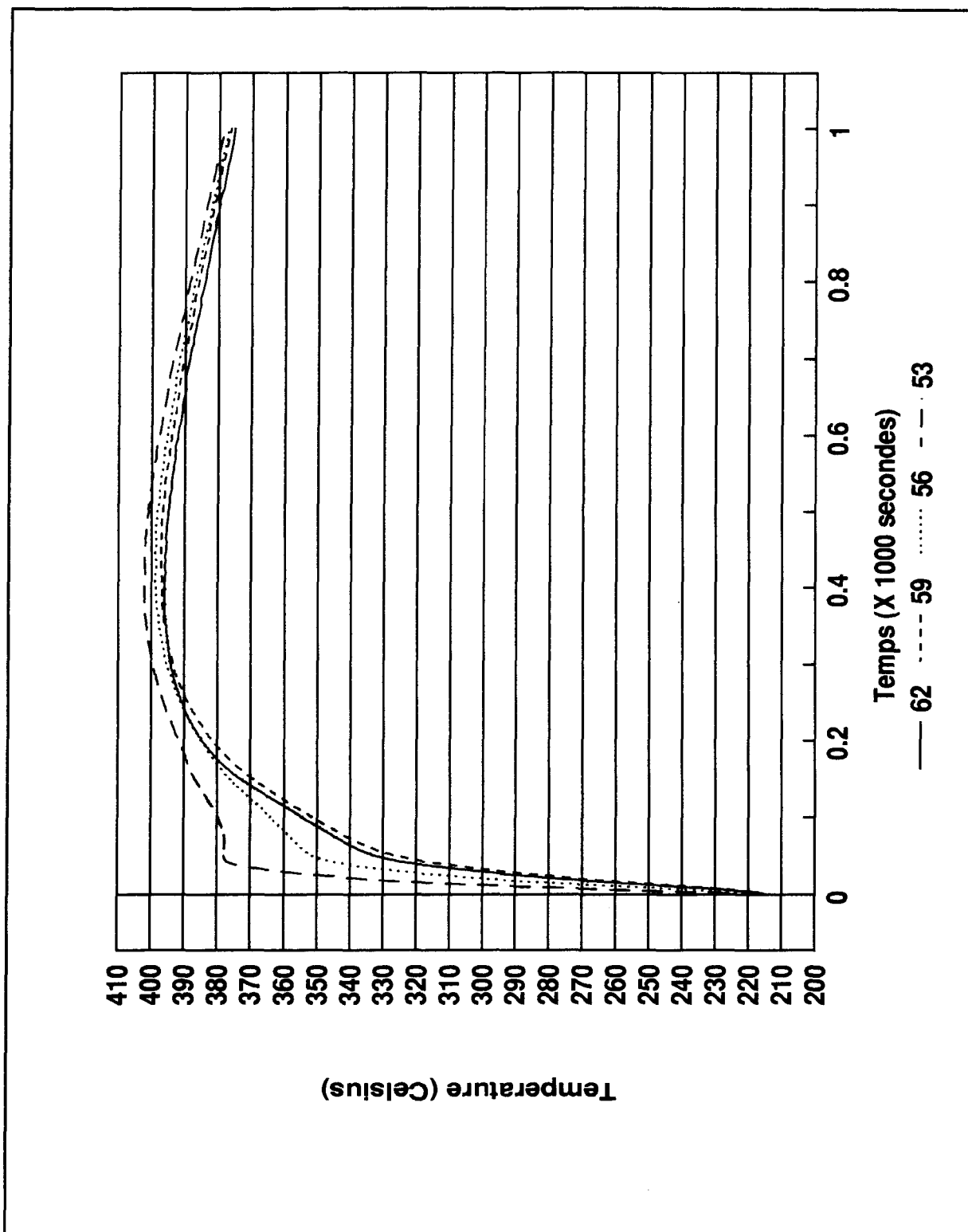


Figure 30: Températures radiales dans le moule, expérience 1.



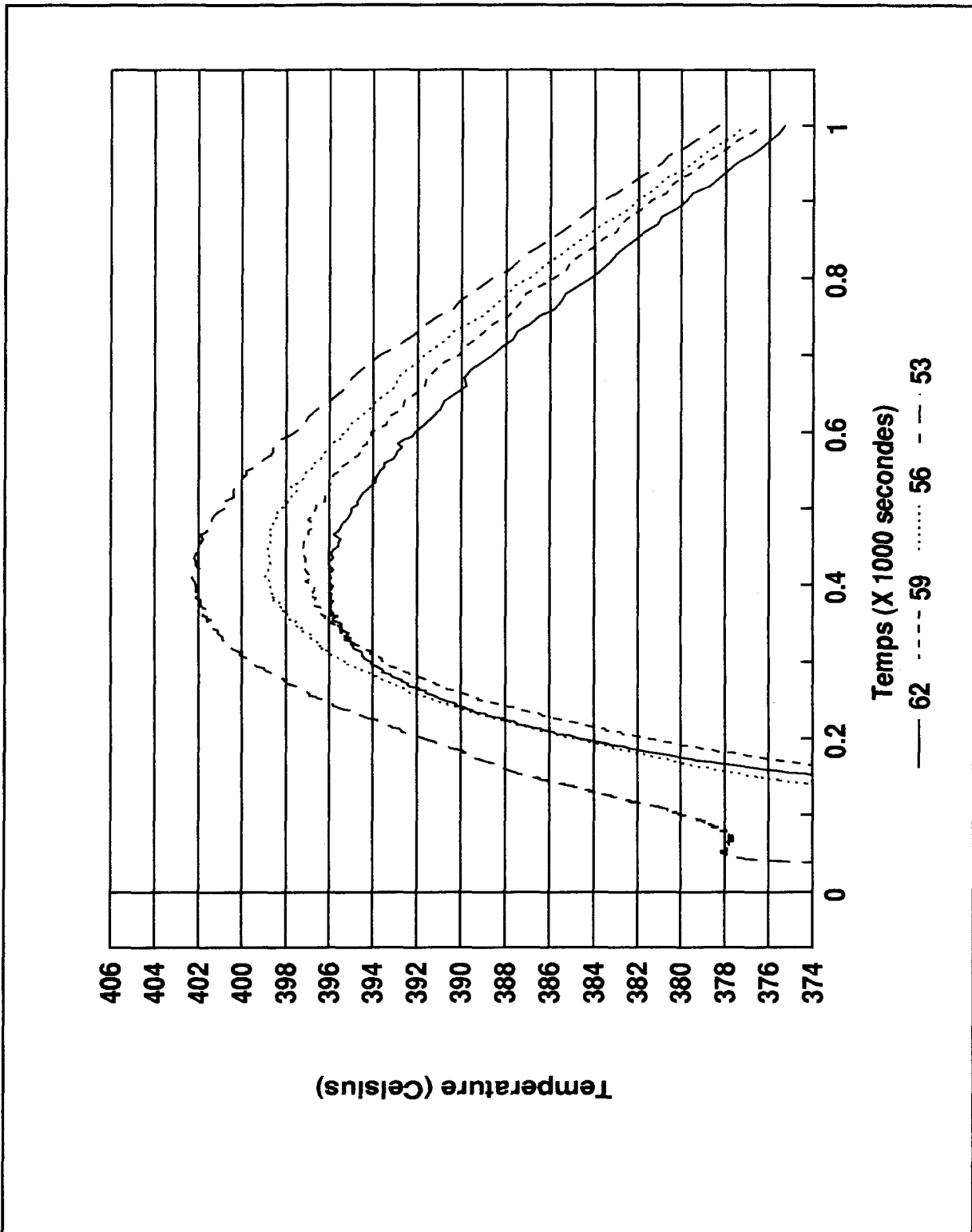


Figure 31: Températures radiales dans le moule en excluant le temps de montée, expérience 1.

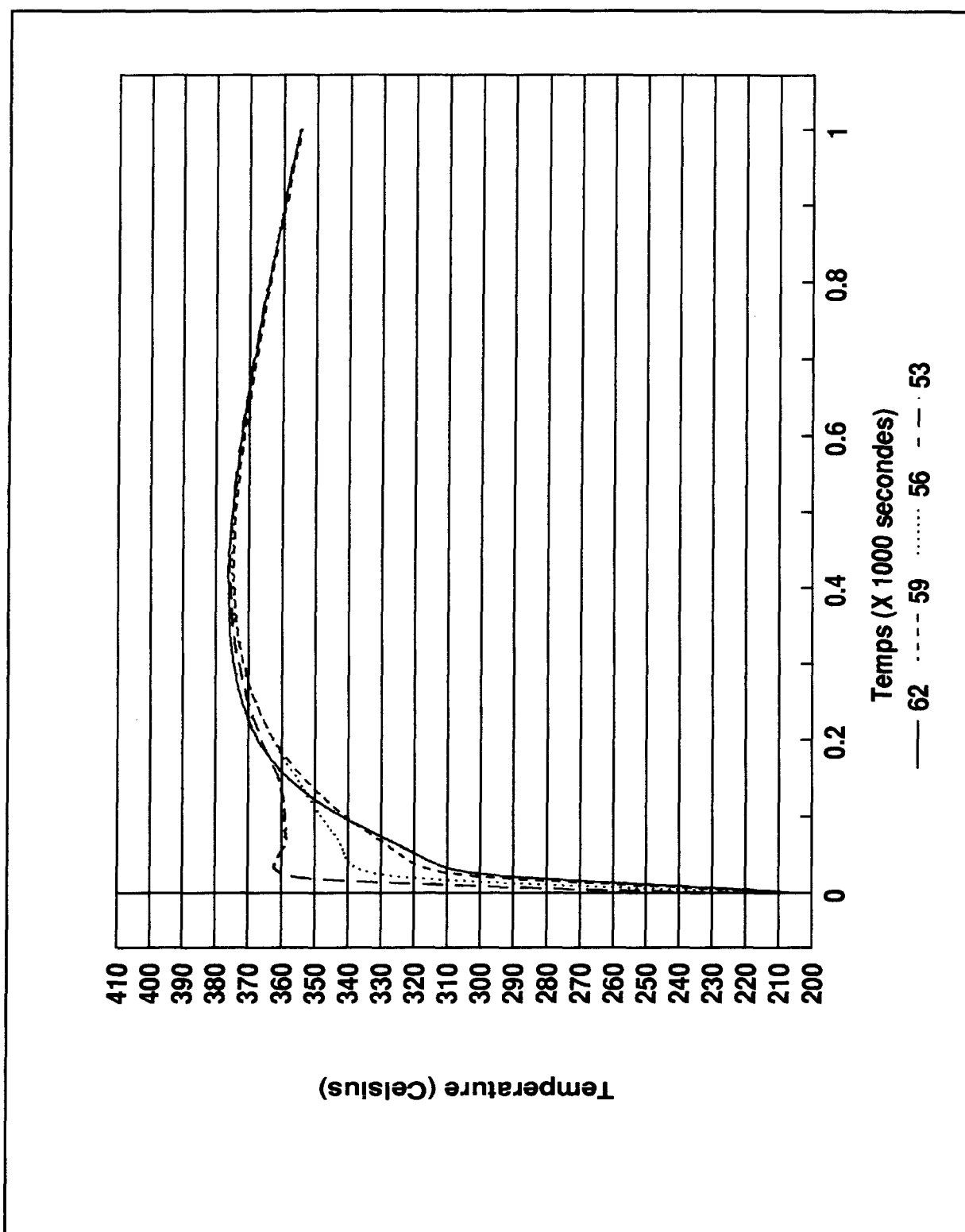


Figure 32: Températures radiales dans le moule, expérience 2.

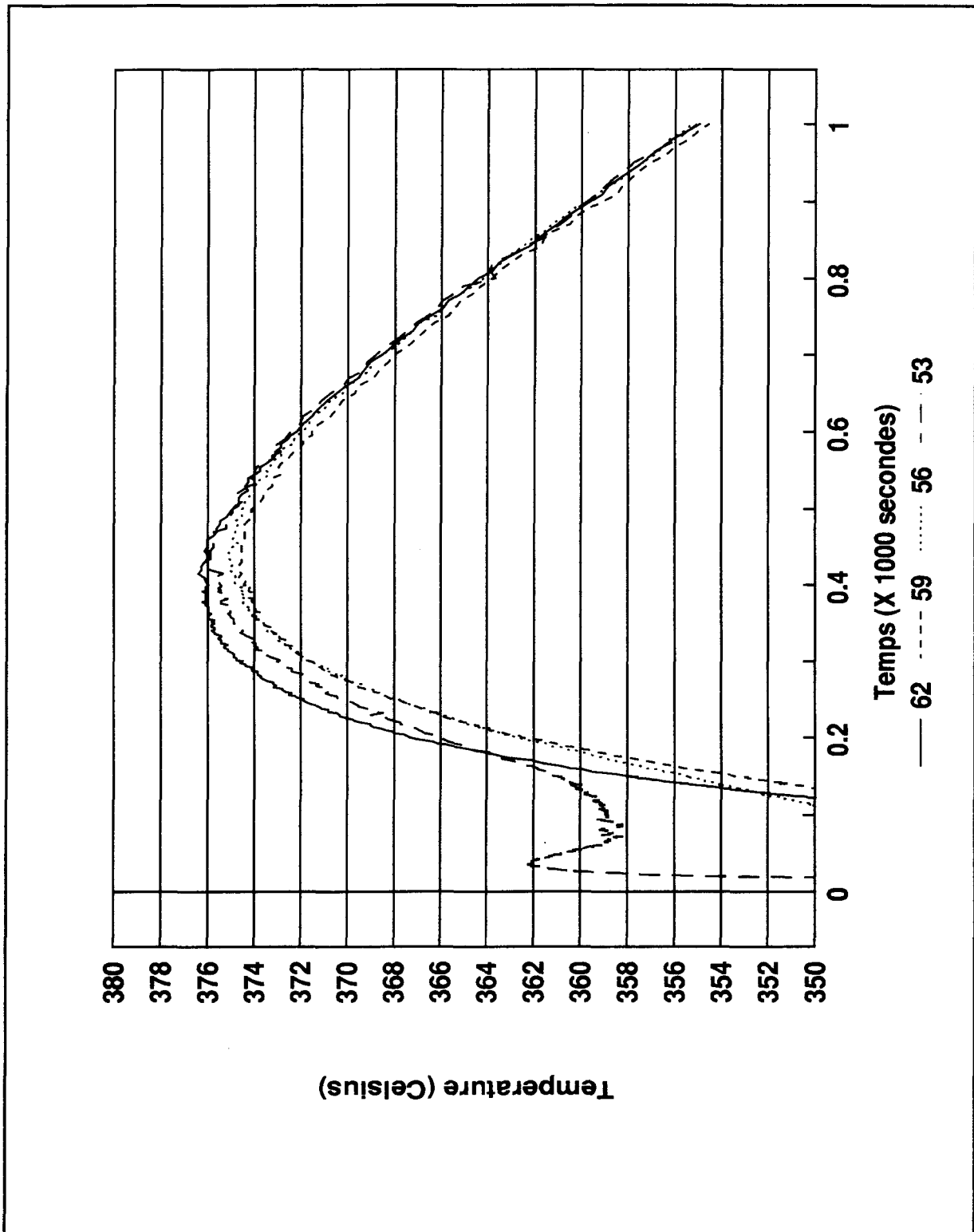


Figure 33: Températures radiales dans le moule en excluant le temps de montée, expérience 2

Les thermocouples insérés dans le lingot d'aluminium peuvent changer de position sous l'action de l'aluminium liquide ou lors du changement de phase. La figure 34 montre le côté du lingot où se situent les thermocouples. Les thermocouples situés à 35 mm, 39 mm et 43 mm horizontalement sont parfaitement sur le plan central (hauteur de 70 mm) tandis que le thermocouple situé à 47 mm horizontalement est à une hauteur de 68.5 mm causé par une déviation de la mèche lors du forage du trou.

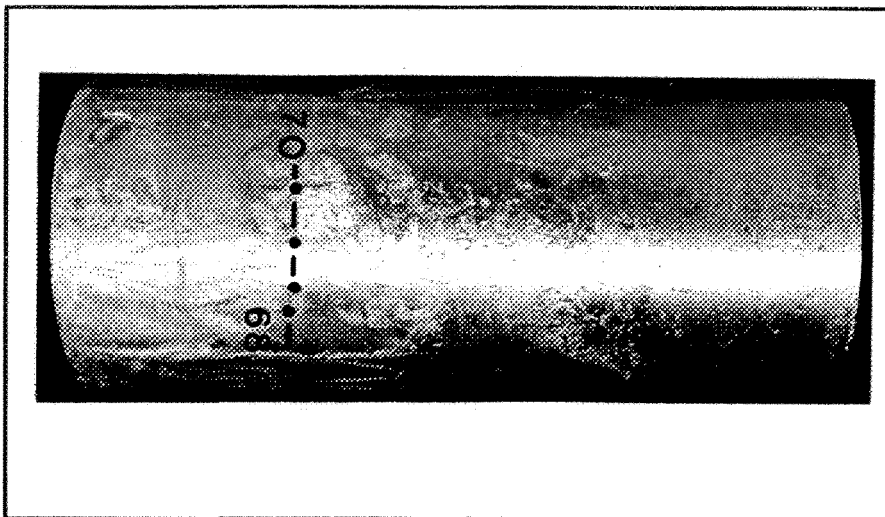


Figure 34: Vue du moulage d'aluminium.

La figure 35 montre une coupe verticale du lingot d'aluminium à 70 mm. Comme on peut le voir, les trois thermocouples à 70 mm n'ont pas bougé lors de l'expérience avec une précision de  $\pm 0.2$  mm sur la mesure.

Le thermocouple situé à 47 mm apporte une erreur car la courbe de température est légèrement décalée dans le temps. On devra en tenir compte lors de l'analyse des résultats.

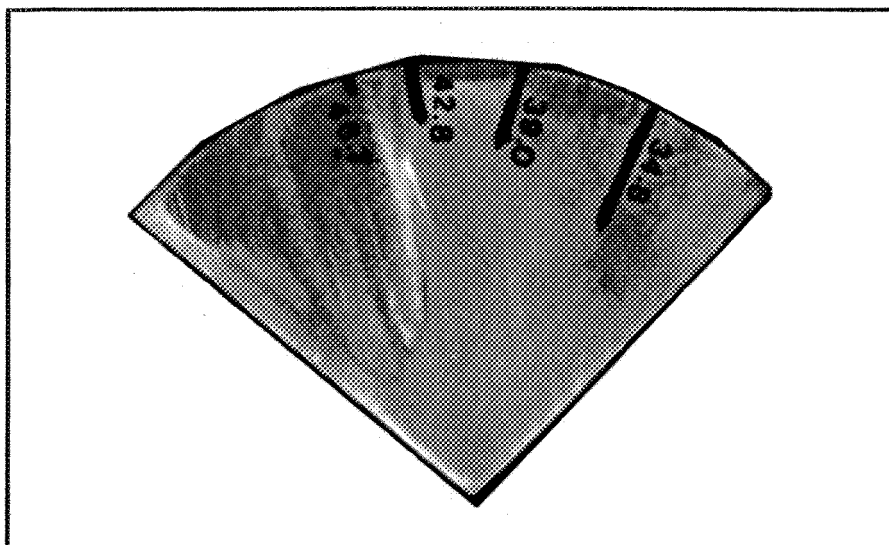


Figure 35: Coupe horizontale à 70 mm.

Le temps de solidification du lingot d'aluminium s'échelonne aux alentours de 1000 secondes pour une expérience type, figure 26. Un temps d'échantillonnage de 0.5 secondes est utilisé, soit une fréquence de 2 Hz, car elle permet de définir entièrement la courbe de solidification, en enregistrant les brusques variations de la température au début de l'expérience tout en apportant peu de renseignement inutile à la fin. Le tableau 4 donne les paramètres insérés dans le logiciel LABTECH NOTEBOOK pour le programme GUYTH13 utilisé pour effectuer l'acquisition des données et mentionné dans la procédure expérimentale. Le programme TEST13 utilisé pour vérifier le temps de montée du moule et les thermocouples est similaire au programme GUYTH13, sauf sur la sortie à l'écran.

Ch. No.	Channel Name	Intfc		Channel Function	Channel Info.	Scale Factor	Offset	I t t e r	S t e g	Duration (sec)	Stage Rate (Hz)	Information		Trigger Level	File Name (first)	W d #
		Dev	Ch									Start State	Tr. Ch.			
1	Tmouh # 1	1	1	T'couple(K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
2	Tmouh # 2	1	2	T'couple(K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
3	Tmouh # 3	1	3	T'couple(K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
4	Tmouh # 4	1	4	T'couple(K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
5	Tmeth # 5	1	13	T'couple(K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
6	Tmeth # 6	1	14	T'couple(K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
7	Tmeth # 7	1	15	T'couple(K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
8	Tmeth # 8	1	16	T'couple(K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
9	Tmouv # 9	1	5	T'couple(K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
10	Tmouv #10	1	6	T'couple(K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
11	Tmouv #11	1	7	T'couple(K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
12	Tmouv #12	1	8	T'couple(K)	Celsius	1.000	0.000	1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	1
13	Temps	0		Time	Elapsed			1	1	3600.000	2.000	Keypress	0	0.000	\data\expguy*	2

Tableau 4: Paramètres du programme GUYTH13.

### 2.4.3 Gradient thermique vertical

L'effet du système d'alimentation sur le gradient thermique vertical dépend de la quantité d'aluminium restant dans la masselotte, car si on ne retrouve pas d'aluminium dans la masselotte, la formation du cône de retassure produit une grande surface qui n'est pas en contact avec la paroi supérieure du moule, apportant une perte de chaleur qui crée un gradient thermique vertical important comparativement au cas inverse. Si la masselotte contient suffisamment d'aluminium pour enrayer la formation du cône de retassure, la dimension de la surface qui n'est pas en contact avec la paroi supérieure est diminuée, réduisant la perte de chaleur et le gradient thermique vertical. De plus, la formation du cône de retassure apporte une perturbation dans le système car le vide ainsi créé prive la partie inférieure d'un apport de chaleur induit par le passage de l'état liquide à solide favorisant la formation d'un gradient thermique variant selon l'axe vertical et radial.

Le temps de remplissage, qui dure entre 8 et 10 secondes, induit un

gradient thermique se dirigeant vers le haut du moule. Son effet sur le système s'amointrit avec le temps en raison des parois latérales du moule qui atteignent une même température avec le temps. Mais il cause une perte de chaleur non négligeable au début de l'expérience.

Le mouvement de la masse d'aluminium liquide provient en grande partie du régime turbulent induit lors du remplissage et aussi de la convection forcée entre la masse d'aluminium plus froide dans le bas du moule que dans le haut du moule. Tant que l'aluminium est liquide, le mouvement de masse contribue à la formation du gradient thermique vertical, mais lorsque l'aluminium devient solide, le gradient thermique s'amointrit rapidement.

Les deux expériences décrites précédemment ont été réalisées pour comparer le gradient thermique vertical entre une masselotte vide (expérience 1) et une masselotte pleine (expérience 2), les caractéristiques sont décrites au tableau 3. Cinq thermocouples ont été répartis verticalement dans le moule, leur position est donnée à la figure 23. Les figures 36 et la 37 montrent les courbes de température en fonction du temps pour les cinq thermocouples verticaux de l'expérience 1 et 2 respectivement. Comme on peut le noter, (par suite de bris) le thermocouple placé à 35 mm pour l'expérience 1 est inutilisable.

L'effet de la différence entre la température initiale du moule et de l'aluminium entre l'expérience 1 et 2 est très visible lorsque l'on compare les températures maximum des figures 27 et 29, soit une différence de 28°C.

En comparant les courbes de température des figures 36 et 37, on remarque deux comportements différents: pour l'expérience 1, l'écart de température entre les courbes est très grand au début. Il s'amointrit tout au long de l'expérience et devient pratiquement nul à la fin de l'expérience. Pour l'expérience 2, l'écart de température entre chaque courbe est au début moins élevé que dans l'expérience 1; il s'amointrit rapidement pour devenir nul vers 400 secondes. À ce moment, les courbes de température des thermocouples situés au dessus de 70 mm croisent la courbe de température du thermocouple à 70 mm et passent en dessous, le phénomène inverse se produit pour les thermocouples en dessous de 70 mm. Ensuite l'écart de température augmente régulièrement jusqu'à la fin de l'expérience.

La différence de comportement entre l'expérience 1 et 2 est liée à la présence d'aluminium dans la masselotte de l'expérience 2. L'apport d'aluminium de la masselotte favorise l'équilibre de la distribution de la température verticale, créant une solidification relativement unidirectionnelle et radiale.

La partie supérieure du moule prend la même température que la partie inférieure du moule en raison de l'aluminium liquide ou solide contenu dans la masselotte. Mais lorsque l'équilibre est créé, il ne peut se maintenir car l'aluminium contenu dans la masselotte tend à atteindre la même température que l'aluminium contenu dans le moule.



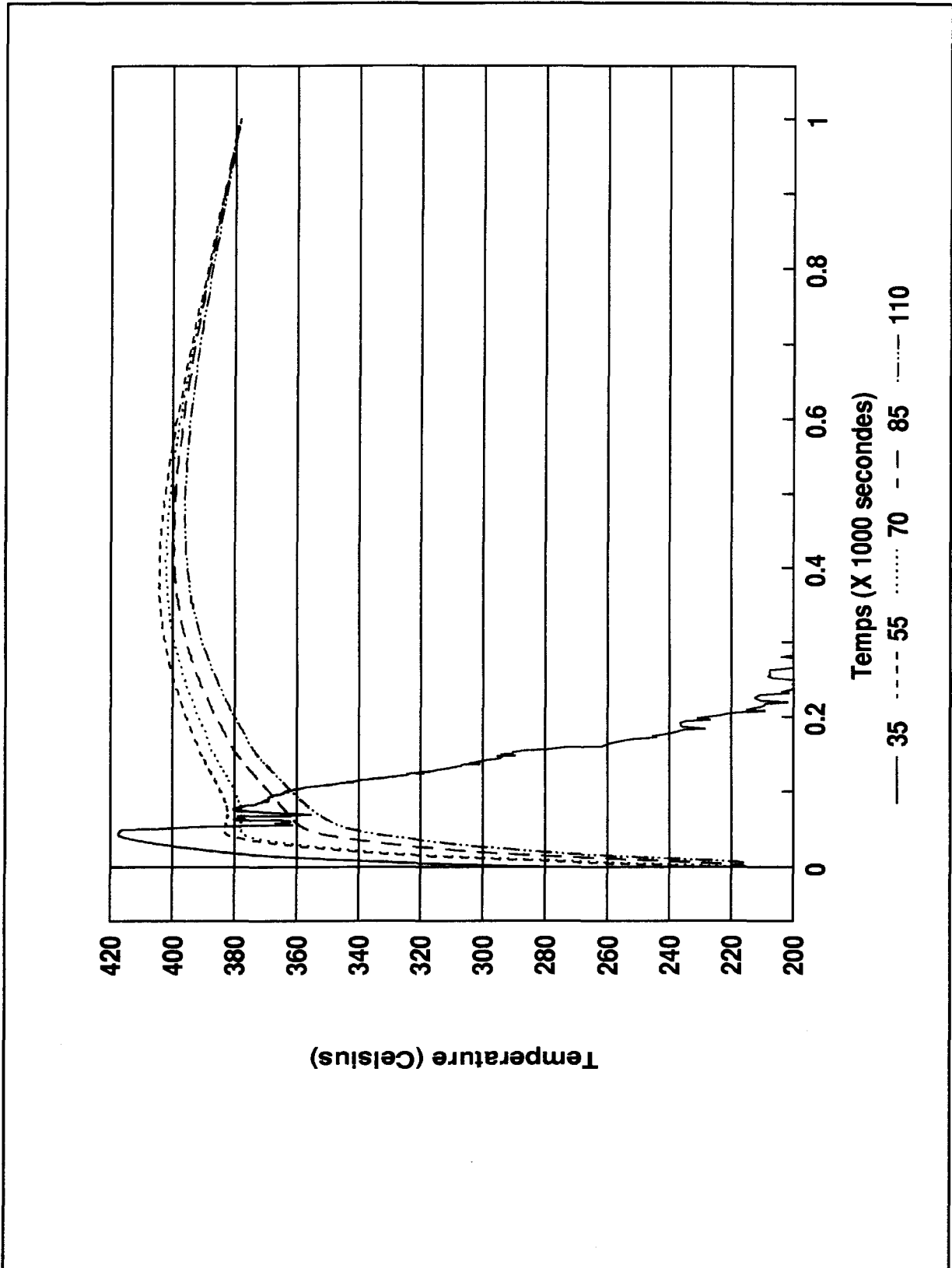


Figure 36: Températures verticales dans le moule, expérience 1.

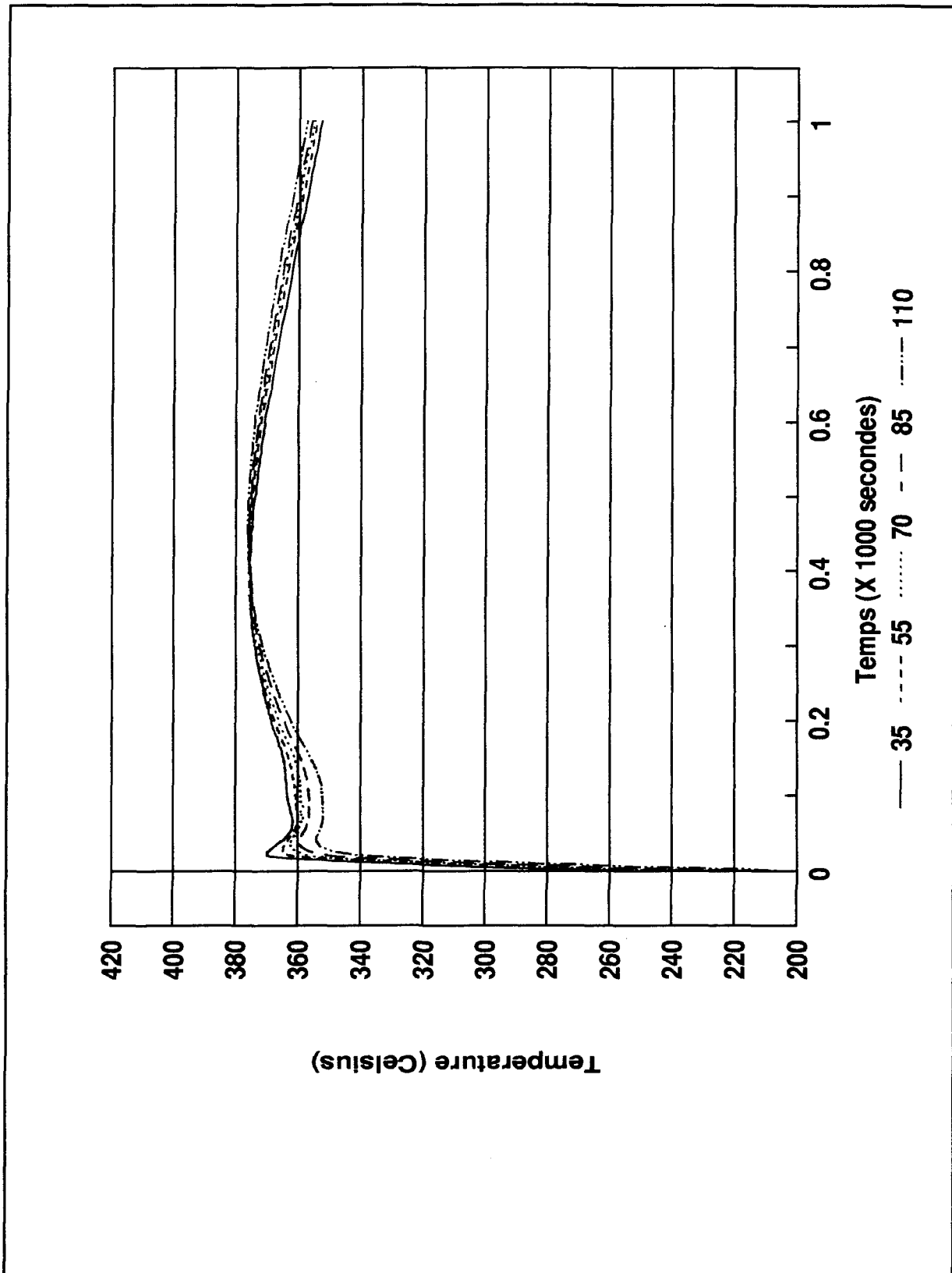


Figure 37: Températures verticales dans le moule, expérience 2.

Comme la masselotte est isolée, le seul moyen consiste à transférer sa chaleur par le conduit d'accès, réchauffant la partie supérieure du moule, tandis que la partie inférieure se refroidit plus rapidement, apportant le croisement des courbes de températures de la figure 37.

L'intensité du gradient thermique et de la perte de chaleur ont été calculés. La figure 38 montre les positions verticales des thermocouples utilisés pour le calcul du gradient thermique vertical et de la perte de chaleur.

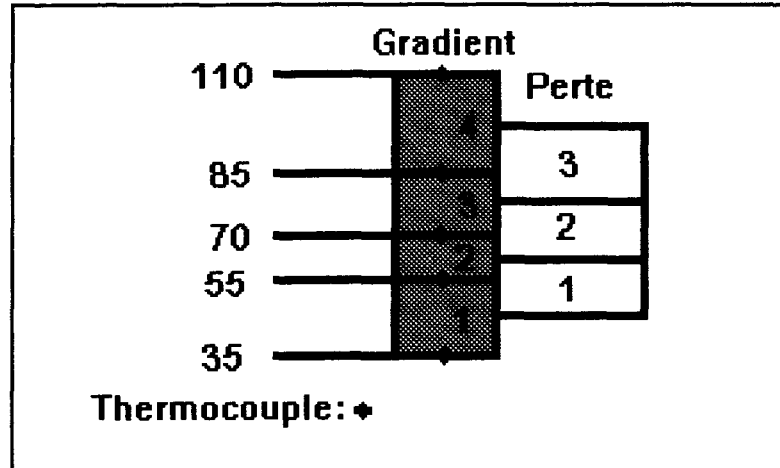


Figure 38: Cellules.

Le gradient thermique  $T_{zv}$  pour les positions verticales 1, 2, 3 et 4 est calculé comme montré à l'équation 4.

$$T_{zv j} = \frac{T_{th j} - T_{th j+1}}{z_{th j} - z_{th j+1}} \quad j=1,4 \quad 4$$

Où  $T_{th}$  est la température mesurée au thermocouple et  $z_{th}$  la hauteur du thermocouple.

Le gradient thermique multiplié par la conductivité thermique fournit le flux de chaleur descendant. Par différence entre les flux de chaleur, on obtient

la perte de chaleur verticale à la position du thermocouple 3, équation 5.

$$\dot{q}_{pv} = k_m (T_{zv 2} - T_{zv 3}) \quad 5$$

Où  $k_m$  est la conductivité thermique du moule.

Le calcul de la perte de chaleur verticale permet d'estimer l'erreur commise en utilisant une méthode numérique unidimensionnelle basée sur les mesures des expériences 1 ou 2. On doit noter que si la perte est négative, nous sommes effectivement en présence d'une perte de chaleur, par contre si elle est positive, nous sommes en présence d'un gain de chaleur.

Les figures 39 et 40 montrent les courbes du gradient thermique vertical pour les expériences 1 et 2 respectivement. Pour l'expérience 1, le gradient thermique vertical est très important au début de l'expérience, (-2.4°C/mm) en raison de la combinaison du mouvement de masse, du temps de remplissage et du système d'alimentation. Il s'amointrit très rapidement dans les 200 premières secondes en conséquence de la disparition des effets du temps de remplissage et du mouvement de masse. À partir de 200 secondes, il s'amointrit lentement pour devenir nul à la fin de l'expérience (1000 secondes). Dans cette partie, seulement le système d'alimentation affecte le gradient thermique vertical, la partie supérieure contient le canal d'accès, la rendant moins isolante que la partie inférieure, et de plus la formation du cône de retassure augmente la surface de contact pour la perte de chaleur, favorisant la formation du gradient thermique vertical.

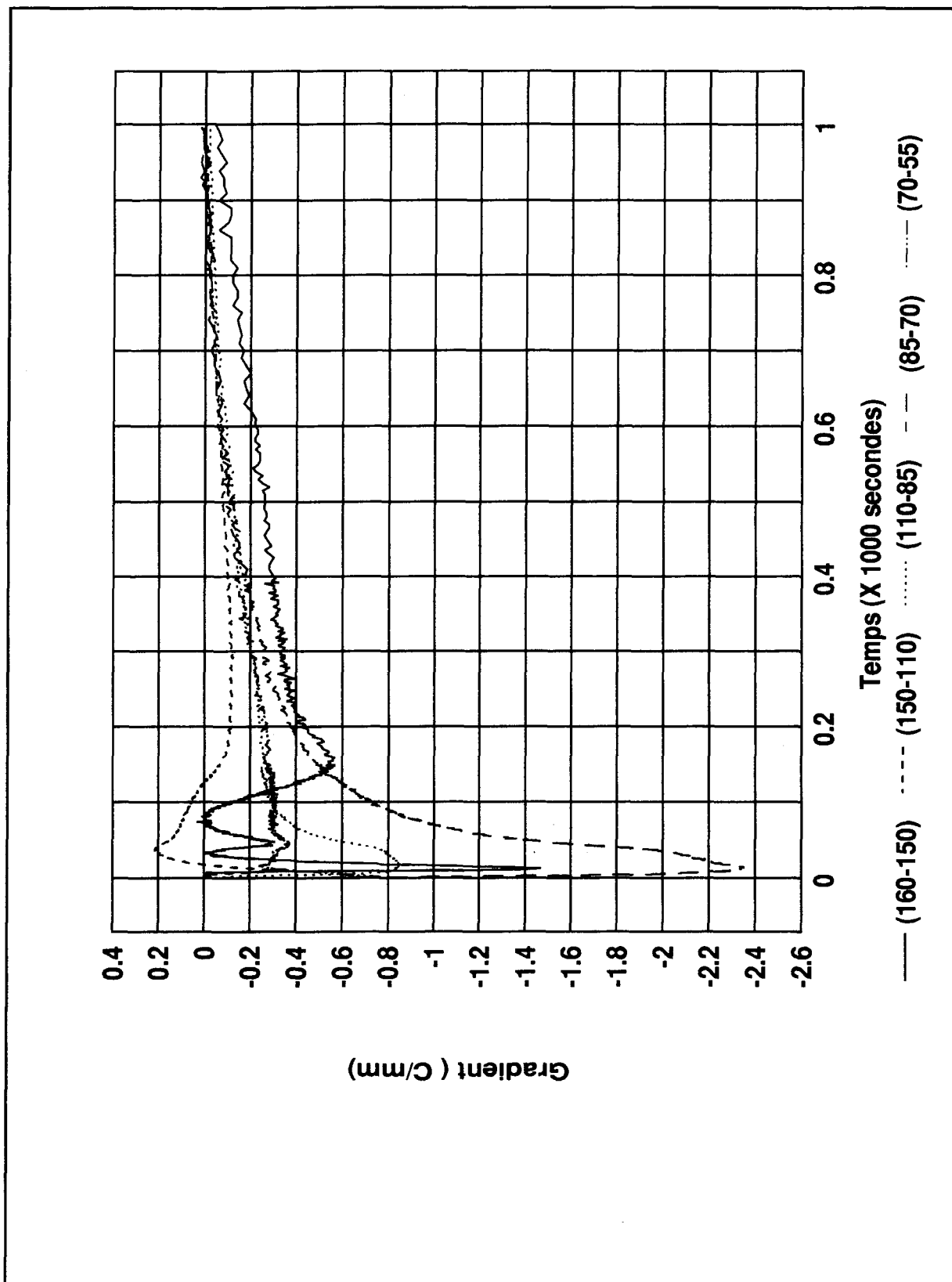


Figure 39: Gradient thermique vertical, expérience 1.

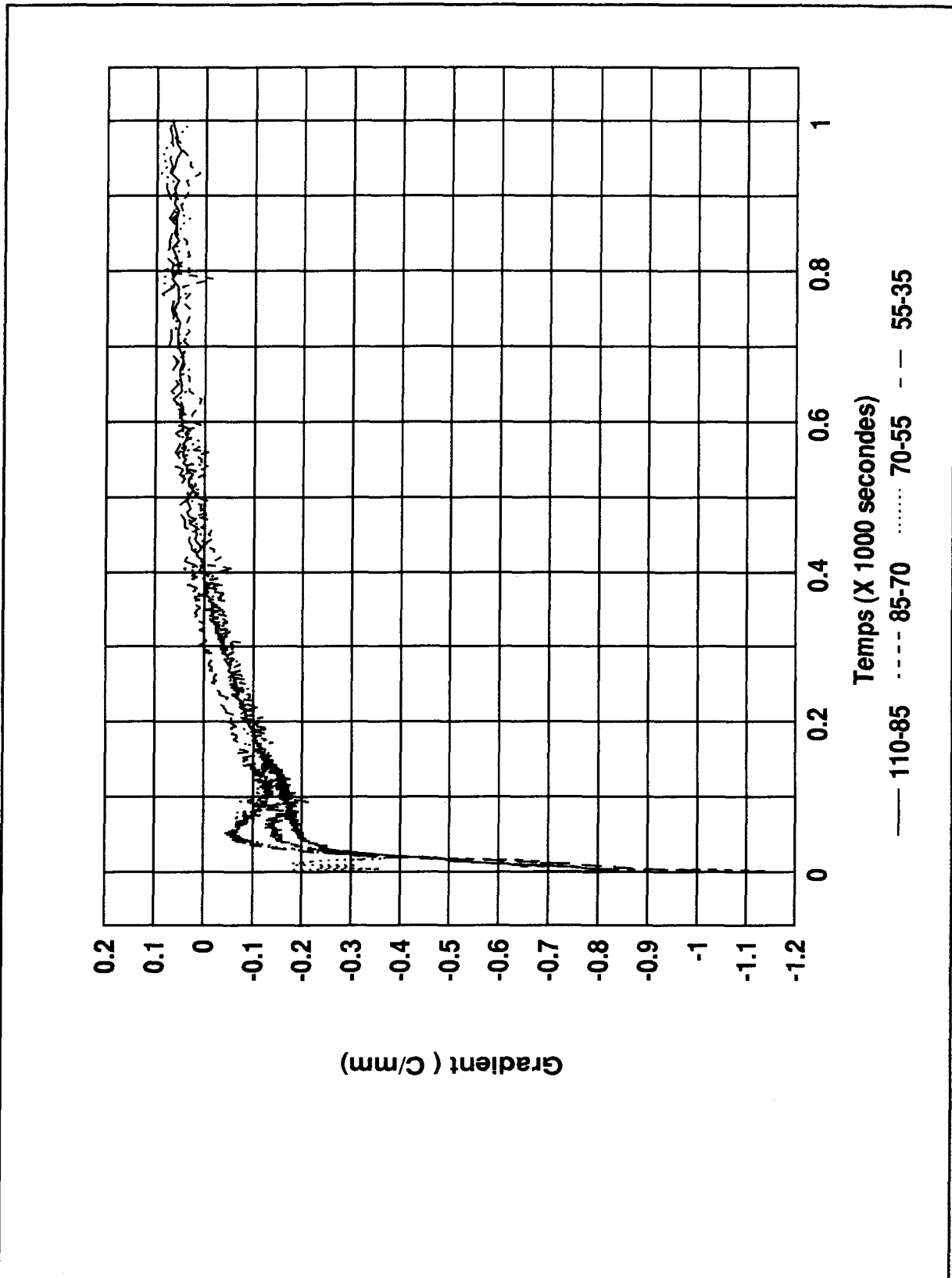


Figure 40: Gradient thermique vertical, expérience 2.

**Mais comme la température du moule s'approche de celle du système d'alimentation, l'intensité du gradient thermique vertical diminue.**

**La valeur maximale du gradient thermique vertical est deux fois plus élevée dans l'expérience 1 (-2.4°C/mm) que dans l'expérience 2 (-1.2°C/mm). Pour l'expérience 2, le gradient thermique vertical est assez important dans les 50 premières secondes, (-1.2°C/mm). Il s'amointrit très rapidement dans les 100 premières secondes, en raison de la disparition des effets du temps de remplissage et du mouvement de masse. À partir de 100 secondes, il s'amointrit lentement pour devenir nul à 400 secondes, ce phénomène a été expliqué dans la partie précédente. Ensuite, il augmente de façon régulière jusqu'à la fin de l'expérience, soit de 200 secondes à 1000 secondes, le gradient thermique passe de -0.1°C/mm à 0.1°C/mm. En général, le gradient thermique vertical de l'expérience 2 suit une répartition plus régulière et est très uniforme comparativement à celui de l'expérience 1.**

**Les pertes verticales de chaleur sont indiquées aux figures 41 et 42. Pour l'expérience 1, au début, la partie inférieure du moule est en perte de chaleur et la partie supérieure gagne de la chaleur. Mais, elles s'amoindrissent rapidement dans les 200 premières secondes et deviennent presque nulles vers 400 secondes et restent au même niveau jusqu'à la fin de l'expérience. Pour l'expérience 2, la perte de chaleur est de l'ordre de 45 kW/m<sup>2</sup> en valeur absolue, elle s'amointrit très rapidement (environ 30 secondes), et reste pratiquement nulle tout au long de l'expérience  $\pm 0.55$  kW/m<sup>2</sup>.**

Figure 41: Perte verticale, expérience 1.

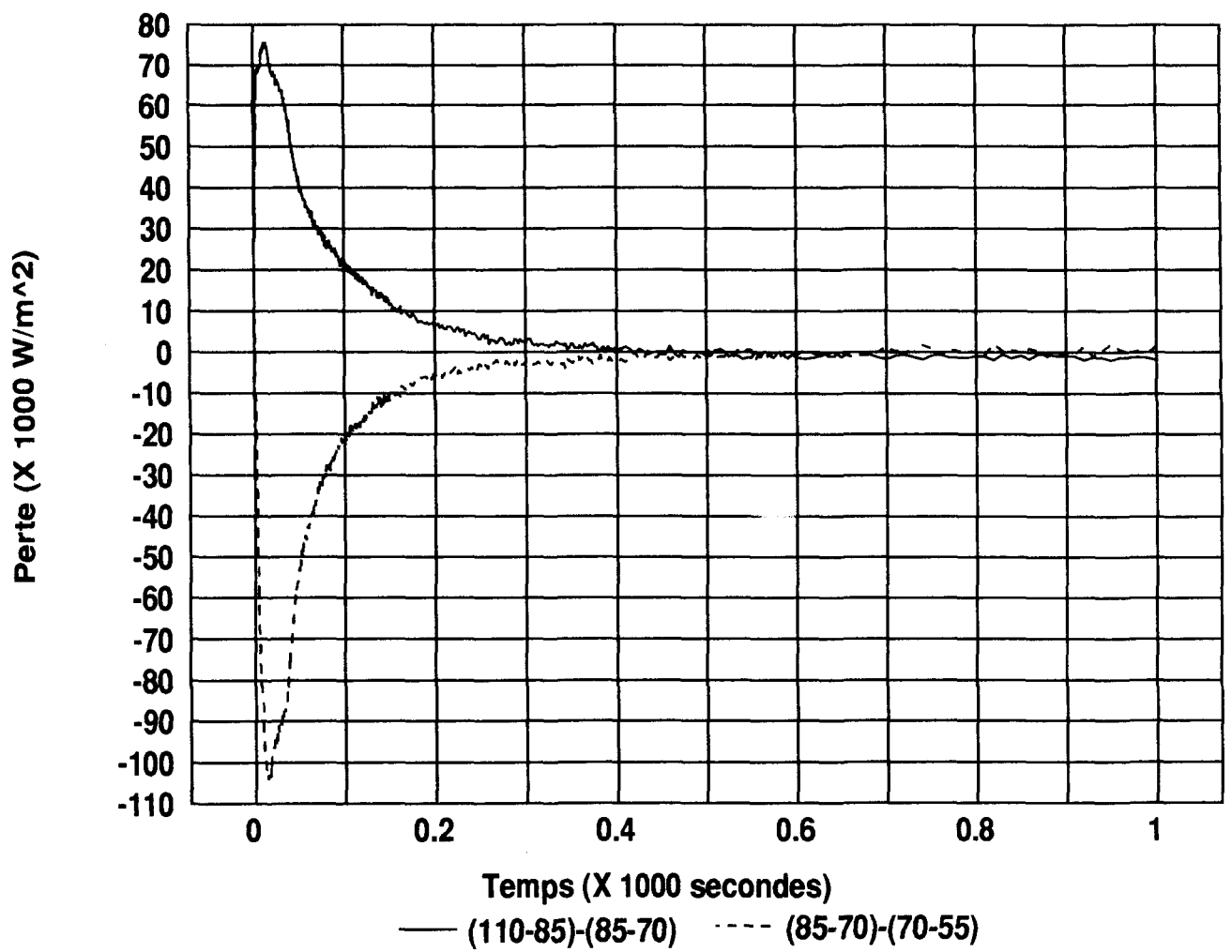
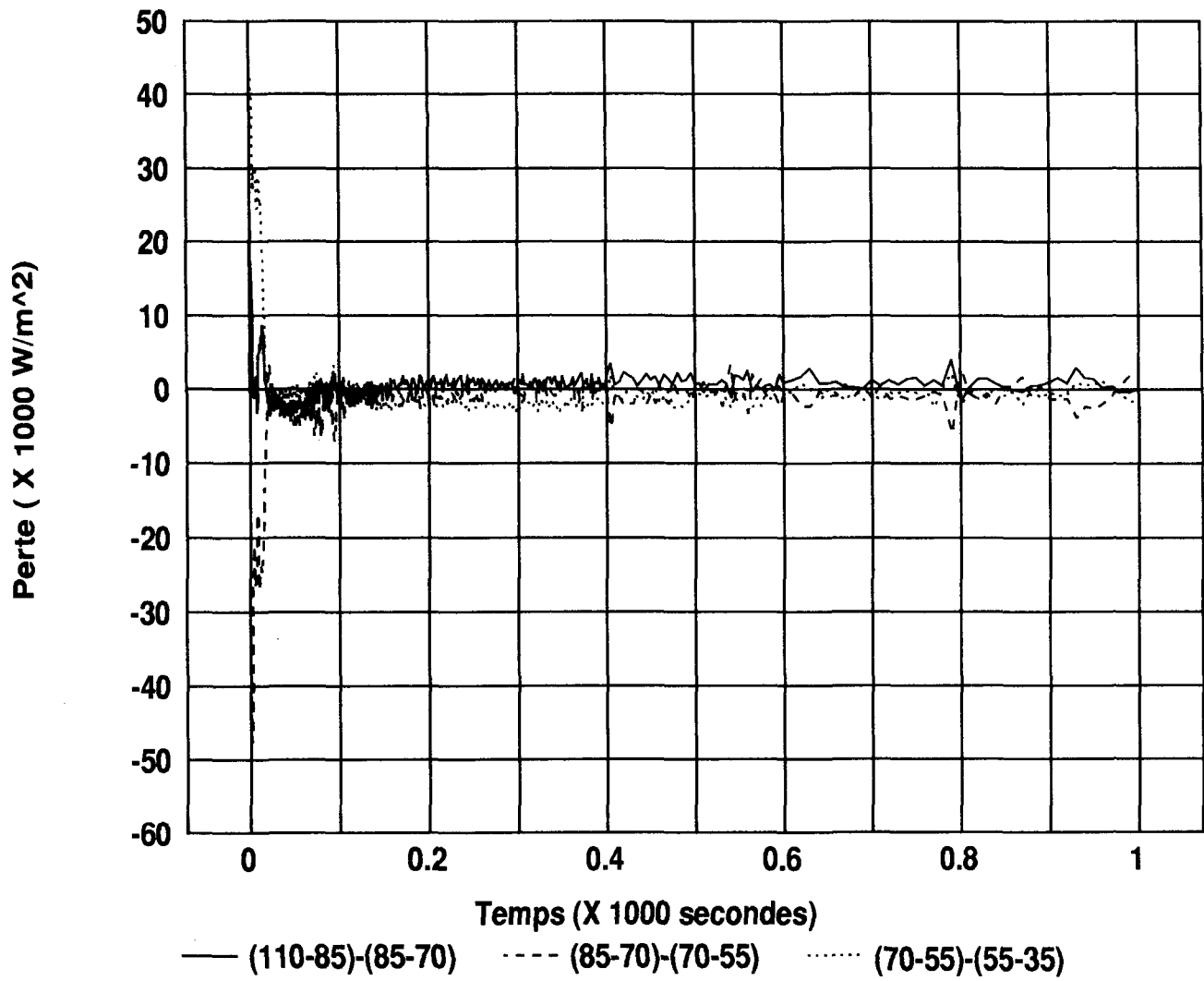




Figure 42: Perte verticale, expérience 2.



On note que les figures 40 et 42 confirment que le plan central se situe autour de 70 mm, car les courbes de température des thermocouples verticaux convergent vers celle du thermocouple à 70 mm, ce qui est très évident pour l'expérience 2. De plus, le gradient thermique vertical et la perte de chaleur montrés aux figures 39 et 41 pour l'expérience 1 et aux figures 40 et 42 pour l'expérience 2 sont minimum pour cette position.

#### **2.4.4 Détermination de la température réelle de solidification**

La température de solidification joue un rôle très important dans le modèle numérique, car elle détermine le passage de l'état liquide à solide, soit la libération de la chaleur latente de fusion et le changement des propriétés thermiques. Une expérience a été réalisée pour déterminer la température de solidification de l'aluminium pur commercial, car dans la littérature, on ne retrouve pas ce renseignement.

L'expérience consiste à verser de l'aluminium pur commercial à une température de 750°C dans un moule cylindrique en graphite. Le taux de solidification est contrôlé en faisant varier la température initiale du moule et les courbes de solidification sont enregistrées à l'aide de deux thermocouples insérés dans le moule, figure 43. Quatre expériences ont été réalisées dont les paramètres sont indiqués au tableau 5. On doit prendre note que l'expérience 4 a été soumise à des vibrations mécaniques lors de la solidification dues à l'air propulsé sur le moule pour accélérer le refroidissement.

Température	1	2	3	4
Aluminium (°C)	750	750	750	750
Moule lors du remplissage (°C)	28	28	535	535

**Tableau 5: Paramètres expérimentaux.**

Les courbes de solidification des essais 1, 2, 3 et 4 sont représentées aux figures 44, 45, 46 et 47 respectivement. La température de solidification correspond au plateau de la courbe de température du thermocouple situé au centre du moule et le thermocouple près de la paroi est utilisé pour vérifier si le taux de solidification est constant dans le moule. Le taux de solidification correspond à la pente de la courbe de solidification du thermocouple au centre du moule, la pente est calculée entre la température représentant la solidification et 520°C. Le tableau 6 donne la température de solidification en fonction du taux de solidification.

Essai	Taux de solidification (°C/sec)	Température de solidification (°C)
1	2.1	650.5
2	1.8	649.5
3	0.6	653.8
4	0.7	654.0

**Tableau 6: Taux et température de solidification.**

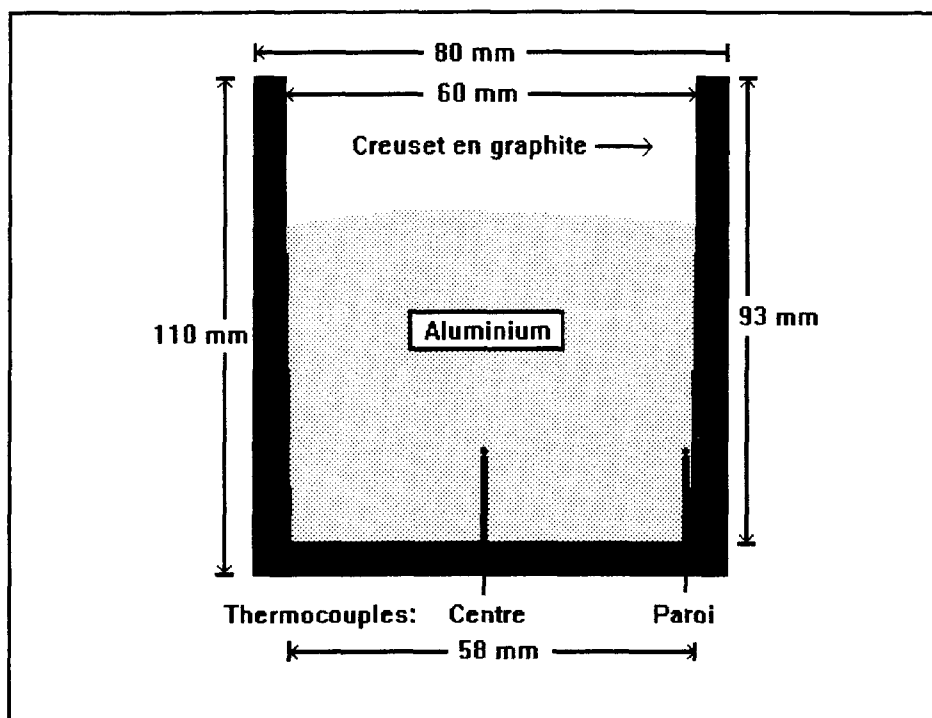


Figure 43: Schéma du montage expérimental.

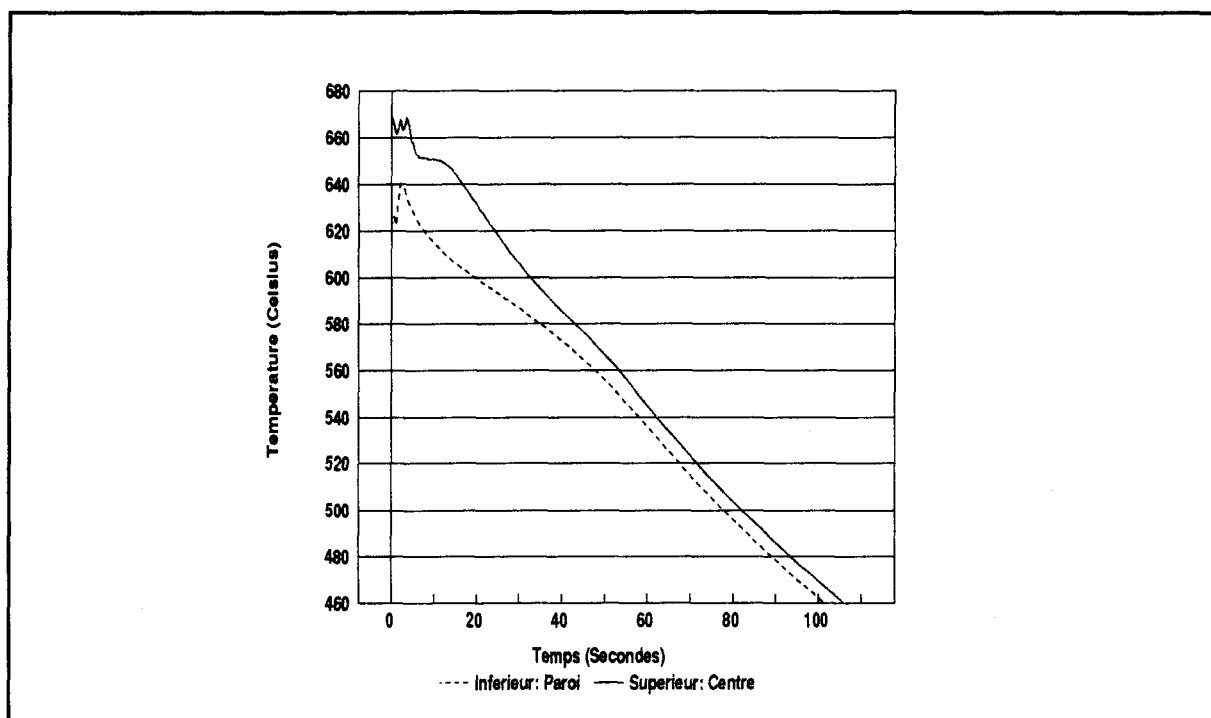


Figure 44: Courbe de solidification de l'essai 1.

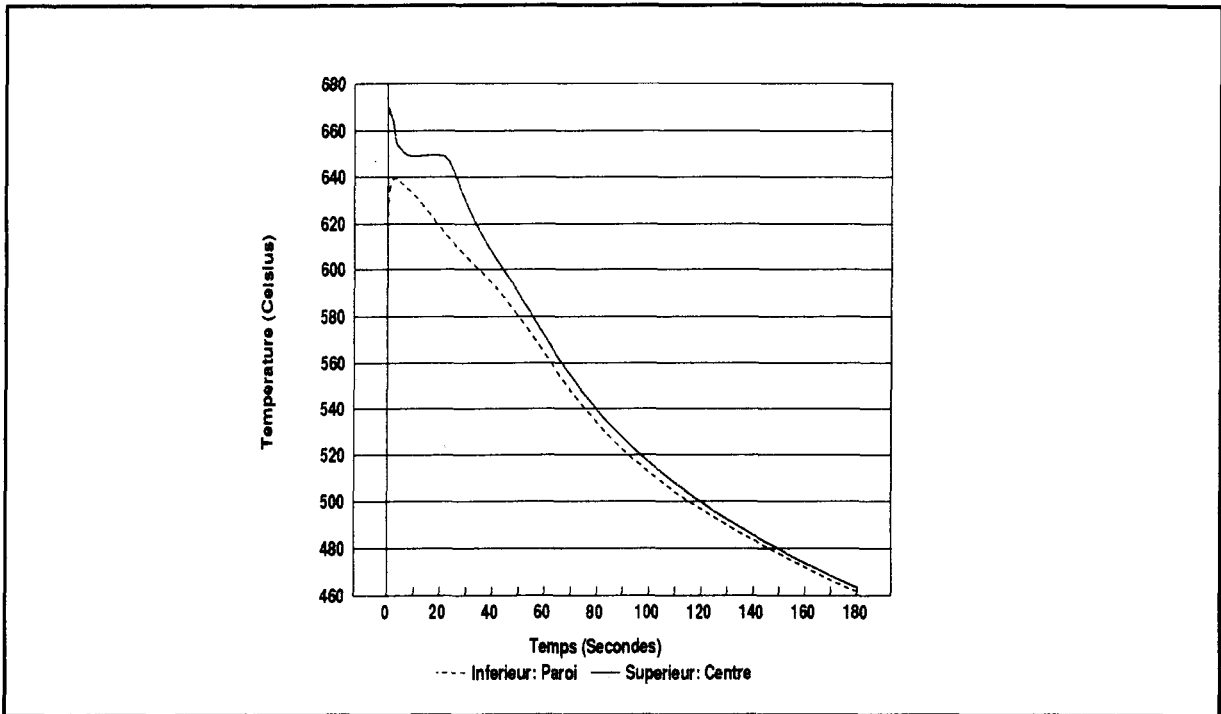


Figure 45: Courbe de solidification de l'essai 2.

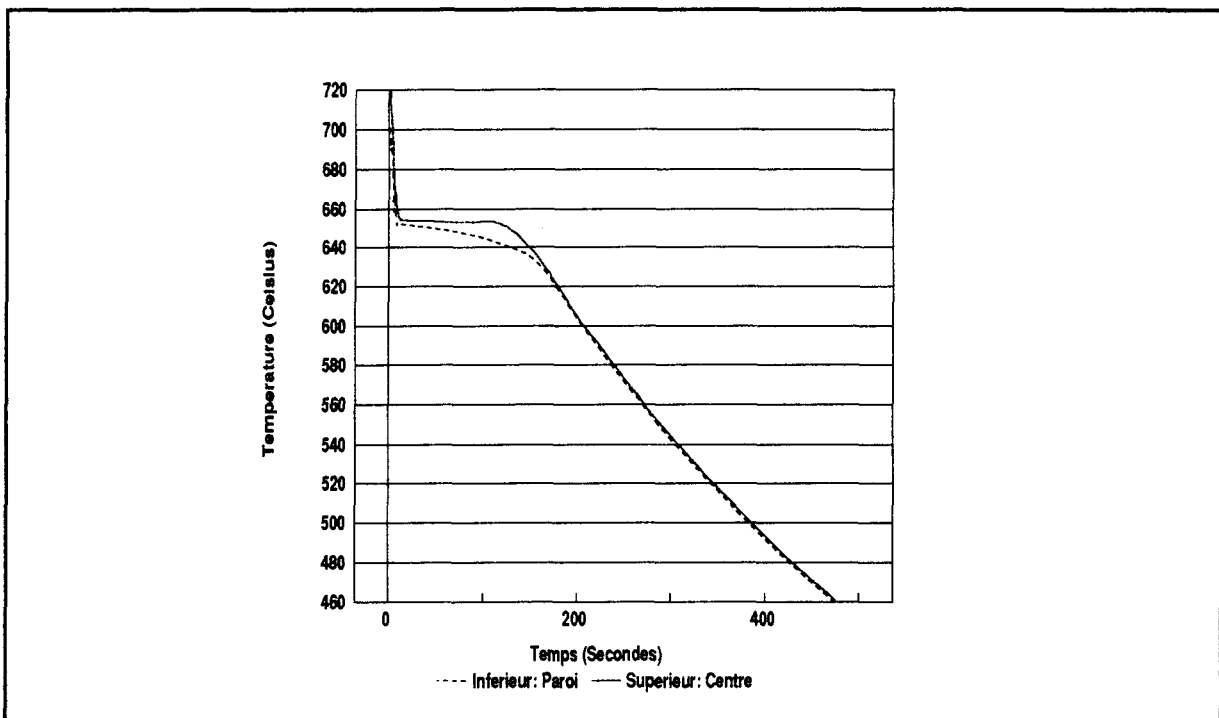


Figure 46: Courbe de solidification de l'essai 3.

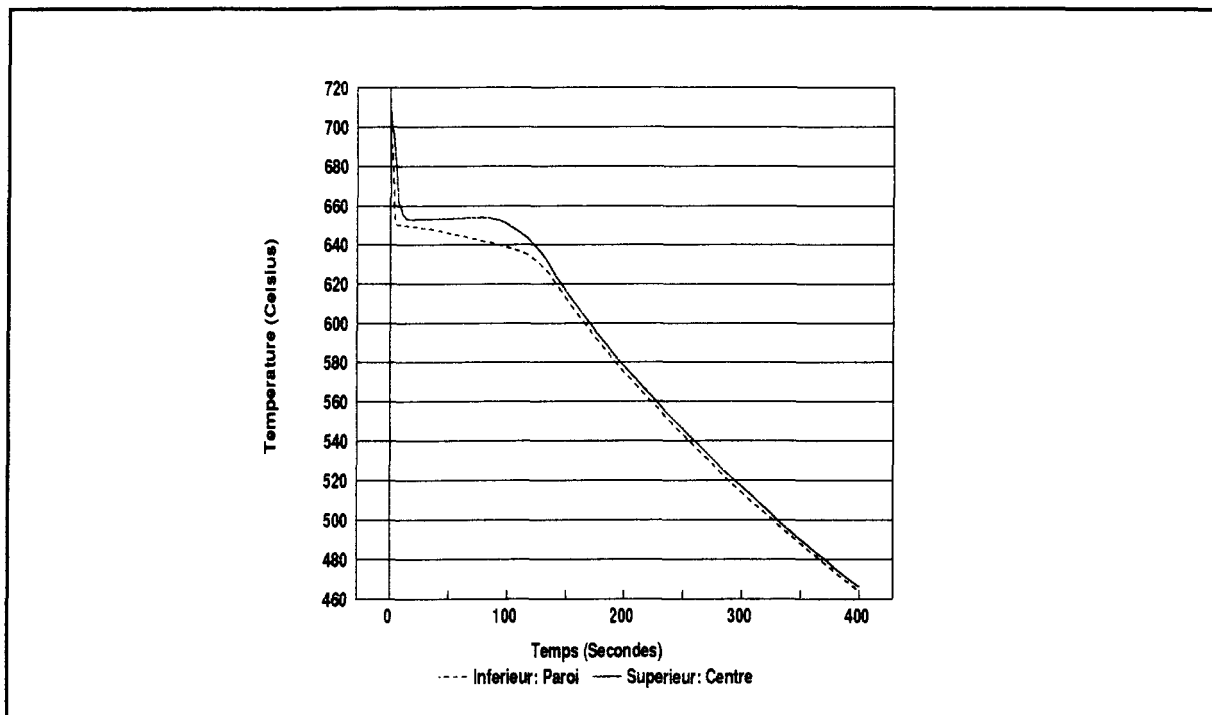


Figure 47: Courbe de solidification de l'essai 4.

On retrouve au tableau 7 l'analyse chimique effectuée sur deux échantillons d'aluminium pur commercial. L'aluminium pur commercial utilisé contient peu d'impuretés, mais elles sont suffisantes pour affecter son comportement comparativement à l'aluminium pur.

No	Al (%)	Fe (%)	Si (%)	Cu (%)	Zn (%)	Trace
1	99.6	0.2	0.14	0.019	0.015	Ga, V, Mn, Ti, Ni, Cr, Pb, Zr
2	99.6	0.2	0.14	0.015	0.013	Ga, V, Mn, Ti, Ni, Cr, Pb, Zr, Na

Tableau 7: Analyse chimique

La figure 48 montre la courbe de la température de solidification en fonction du taux de solidification pour l'aluminium pur commercial en excluant la température de solidification de l'essai 4. Pour un taux de solidification extrêmement lent, la température de solidification de l'aluminium pur commercial peut être estimée à  $657^{\circ}\text{C}$ , soit  $3.4^{\circ}\text{C}$  inférieure à celle de l'aluminium pur ( $660.4^{\circ}\text{C}$ ).

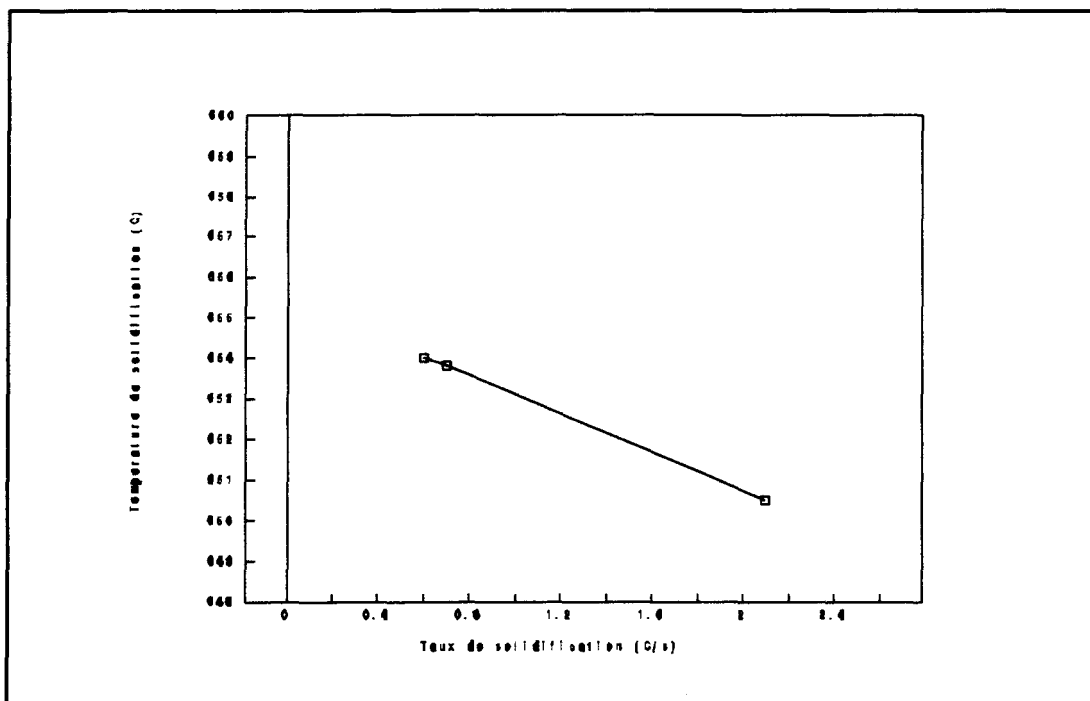


Figure 48: Température de solidification en fonction du taux de solidification.

L'expérience réalisée est très sommaire car seulement trois températures sont utilisées pour tracer la courbe de la température de solidification en fonction du taux de solidification, mais les résultats obtenus permettent de faire ressortir trois points importants:

- La température de solidification diminue avec l'augmentation de la vitesse de solidification.

- **L'aluminium pur commercial se comporte comme un alliage, amenant un abaissement de la température de solidification comparativement à celle de l'aluminium pur.**
- **Les vibrations mécaniques abaissent la température de solidification de l'aluminium pur commercial.**

**Chaque courbe de solidification de l'aluminium possède un plateau légèrement différent, en raison de la solidification très rapide de l'aluminium près de la paroi. Le choix de la température de solidification utilisée par le modèle est effectué à partir du plateau de solidification de la distribution temporelle de la température lissée.**

**Comme la température de solidification obtenue pour l'aluminium pur commercial est plus basse que celle l'aluminium pur, on peut avancer que les propriétés physiques et thermiques de l'aluminium pur commercial sont légèrement différentes de celles de l'aluminium pur, en raison des impuretés qui le composent. Pour cette raison, on ne peut utiliser les équations de l'annexe I, car elles reposent sur la température de fusion de l'aluminium pur. Mais dans la littérature, on ne retrouve pas les propriétés thermiques et physiques de l'aluminium pur commercial. Donc, les propriétés utilisées lors de la conception du modèle numérique sont basées et déterminées à partir des propriétés thermiques et physiques de l'aluminium pur. Pour chaque phase, on choisit une valeur constante pour la propriété considérée, car cette valeur ne dépend pas de la température de fusion, et les propriétés physiques**



**et thermiques auront moins d'influence sur le modèle numérique, comme nous le verrons dans le chapitre 3.**

## **CHAPITRE III**

### **MODÉLISATION NUMÉRIQUE DU SYSTÈME**

#### **3.1 Description du modèle numérique**

##### **3.1.1 Introduction**

**Le but de ce chapitre est d'élaborer les équations du modèle numérique permettant d'évaluer la distribution de la température dans le moule et l'aluminium pur commercial au cours de la solidification. Le modèle numérique doit correctement décrire l'évaluation des températures dans le moule et l'aluminium, et, en particulier, à l'interface de solidification induite par le changement de phase de l'aluminium et à l'interface moule/métal. La formulation se fait sous forme enthalpique. Une discrétisation par différences finies est utilisée dans chaque domaine (moule et aluminium). À partir de la distribution discrète obtenue par le modèle, le flux de chaleur à l'interface moule/métal, ainsi que les deux températures d'interface (à la paroi interne du moule et à la surface de l'aluminium) sont calculées afin d'obtenir, à chaque pas de temps, la valeur du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal.**

### 3.1.2 Hypothèses

Le modèle numérique repose sur l'hypothèse d'une solidification unidirectionnelle radiale (système de coordonnées cylindriques). Cependant, expérimentalement, un gradient thermique dans l'axe vertical existe. Il est créé par la masselotte, le système d'alimentation et le temps de remplissage. Bien que la conception du moule tende à le minimiser, son importance peut être suffisante pour apporter des erreurs lors de l'évaluation de la distribution de la température dans le moule et l'aluminium. En conséquence, une technique de correction est développée afin de tenir compte du gradient thermique vertical lorsque celui-ci est significatif, elle est présentée à l'annexe III.

### 3.1.3 Équation de transfert de chaleur radiale

L'équation générale de transfert de chaleur (à pression constante) est:

$$\rho \frac{dh_d}{dt} + \nabla \cdot \vec{q} = \dot{q}_s \quad 6$$

En utilisant la loi de Fourier, soit

$$\vec{q} = -k \nabla T \quad 7$$

Et la relation entre l'enthalpie et la température, soit

$$h_d = \int C_p dT \Rightarrow dh_d = C_p dT \quad 8$$

L'équation utilisée pour déterminer la distribution de la température dans le système moule/métal, est donc:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \dot{q}_s \quad 9$$

En coordonnées cylindriques, on a:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( k \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q}_s \quad 10$$

En assumant qu'aucune perte de chaleur n'existe dans les directions  $\theta$  et  $z$ , soit des gradients de température négligeables par rapport à celui dans la direction  $r$ , la solidification est unidirectionnelle et radiale et on obtient:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{q}_s \quad 11$$

En insérant l'équation 11 dans l'équation 9, on obtient l'équation caractéristique du système moule/métal qui doit être discrétisée.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{q}_s \quad 12$$

La résolution de cette équation peut être effectuée par des méthodes de différences finies ou d'éléments finis. Le système moule/métal est un domaine cylindrique, donc de géométrie simple. En conséquence, un schéma de différences finies est retenu pour la discrétisation.

## 3.2 Modélisation dans le moule

### 3.2.1 Discrétisation

À partir de l'équation 12, et en considérant que la conductivité thermique, la densité et la chaleur massique sont constantes lors de l'expérience, on obtient l'équation suivante pour le moule,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha_m}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \alpha_m \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\dot{q}_s}{\rho_m C_{pm}} \quad \text{où} \quad \alpha_m = \frac{k_m}{\rho_m C_{pm}} \quad 13$$

La conductivité thermique, la densité et la chaleur massique sont déterminées à partir de la température moyenne du moule, soit des thermocouples situés à 53 et 59 mm.

On discrétise l'équation avec des différences finies centrées d'ordre 2 pour les positions, d'ordre 1 pour le temps, et on utilise un schéma implicite où les températures sont évaluées au temps  $t$  à partir d'une température connue au temps  $t-\Delta t$ . On a donc

pour la dérivée première selon le temps:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_i - T_i^*}{\Delta t} \quad 14$$

pour la dérivée première selon  $r$ :

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\Delta r} \quad 15$$

et pour la dérivée seconde selon  $r$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{\Delta r^2} \quad 16$$

Où  $\Delta t$  et  $\Delta r$  sont les incréments temporel et spatial.

On exprime la distance radiale du centre de la cellule  $i$ ,  $r_i$ , en fonction de  $\Delta r$  en tenant compte d'une cellule supplémentaire à l'interface moule/métal qui, dans ce cadre de ce travail, a une épaisseur nulle:

$$r_i = (i - 1.5) \Delta r \quad 17$$

On obtient

$$\frac{T_i - T_i^*}{\Delta t} = \frac{\alpha}{(i - 1.5) \Delta r} \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\Delta r} + \alpha \frac{T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1}}{\Delta r^2} + \frac{\dot{q}_{si}}{\rho_m C_{pm}} \quad 18$$

En définissant

$$Fo_m = \alpha_m \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \quad \text{et} \quad R_{mi} = \frac{1}{2(i-1.5)} \quad 19$$

On obtient

$$-Fo_m(1-R_{mi})T_{i-1} + (1+2Fo_m)T_i - Fo_m(R_{mi}+1)T_{i+1} = T_i^* + \dot{q}_{si} \frac{\Delta t}{\rho_m C_{pm}} \quad 20$$

L'équation 20 représente une équation type d'un système matriciel tri-diagonal. Donc, on pose:

$$a_i = -Fo_m(1-R_{mi}), \quad b_i = (1+2Fo_m) \quad \text{et} \quad g_i = -Fo_m(1+R_{mi}) \quad 21$$

Par conséquent le système s'écrit

$$a_i T_{i-1} + b_i T_i + g_i T_{i+1} = T_i^* + \dot{q}_{si} \frac{\Delta t}{\rho_m C_{pm}} \quad 22$$

L'équation 22 est utilisée pour modéliser la distribution de la température dans le moule, et en appliquant le système moule/métal considéré à l'équation 22 on obtient donc, le système matriciel suivant:

$$\begin{bmatrix} a_{54} & b_{54} & g_{54} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{55} & b_{55} & g_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{56} & b_{56} & g_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{57} & b_{57} & g_{57} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{58} & b_{58} & g_{58} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{59} & b_{59} & g_{59} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{60} & b_{60} & g_{60} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{61} & b_{61} & g_{61} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{62} & b_{62} & g_{62} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{63} & b_{63} & g_{63} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{53} \\ T_{54} \\ T_{55} \\ T_{56} \\ T_{57} \\ T_{58} \\ T_{59} \\ T_{60} \\ T_{61} \\ T_{62} \\ T_{63} \\ T_{64} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{54} \\ E_{55} \\ E_{56} \\ E_{57} \\ E_{58} \\ E_{59} \\ E_{60} \\ E_{61} \\ E_{62} \\ E_{63} \end{bmatrix} \quad 23$$

Où  $i$  est compris entre 54 et 63 et  $E_i$  est donné par

$$E_i = T_i^* + \dot{q}_{si} \frac{\Delta t}{\rho_m C_{pm}} \quad 24$$

Comme on peut le remarquer, un schéma implicite a été choisi pour la discrétisation des équations du moule. Il offre deux avantages par rapport à un schéma explicite, il est convergent pour tout nombre de Fourier et il est inconditionnellement stable, donc sa résolution ne dépend pas des valeurs imposées à ses paramètres. Étant donné qu'une expérience doit être utilisée, et que les valeurs des paramètres  $\Delta t$  et  $\Delta r$  sont imposées par le système d'acquisition de données et par la position des thermocouples, le schéma implicite se montre le plus avantageux. Le choix de la discrétisation temporelle, c'est à dire de la dimension de l'incrément temporel  $\Delta t$ , est déterminé par la fréquence d'acquisition des données, soit 2Hz comme montré dans la section 2.3.2 du chapitre 2, ce qui équivaut à un incrément temporel de 0.5 secondes. Le choix de la discrétisation géométrique, c'est à dire de la taille de l'incrément spatial  $\Delta r$ , et le nombre de cellules sont déterminés essentiellement par trois critères. Tout d'abord, la taille d'une cellule doit être suffisamment grande par rapport aux dimensions des thermocouples. En effet, la grandeur physique d'un point, et donc de la résolution numérique, doit rester de cinq à dix fois supérieure à cette grandeur (soit de l'ordre du millimètre). D'autre part, il ne faut pas augmenter inconsidérément la taille de la cellule, afin de conserver un nombre significatif de cellules dans le champ de calcul. Enfin, on ne peut trop agrandir le champ de calcul, car l'information

requis est à l'interface moule/métal et, donc, plus les températures mesurées sont proches de l'interface moule/métal, plus l'approximation numérique est correcte. En conséquence, on a choisi de prendre la taille de  $\Delta r$  égale à 1 mm avec 12 cellules (9 entre les points mesurés et 3 jusqu'à l'interface moule/métal), voir figure 49.

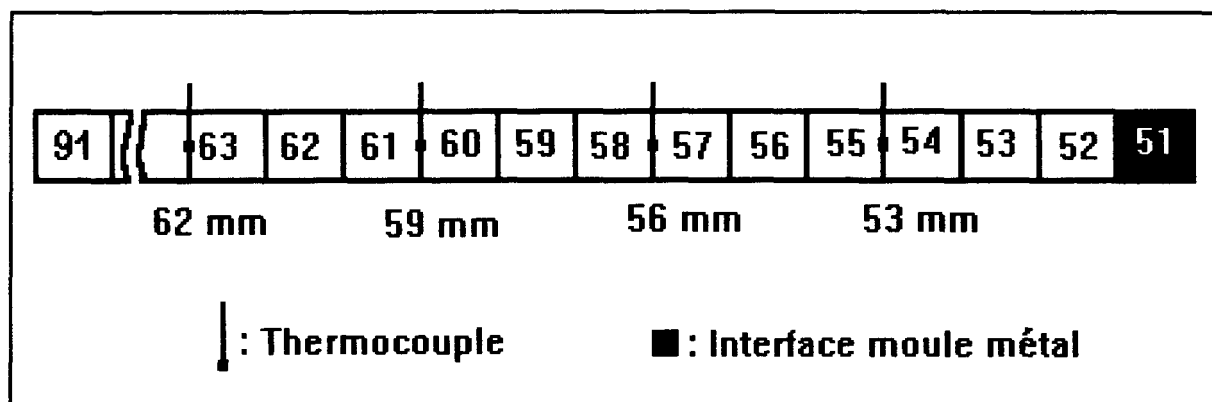


Figure 49: Discrétisation dans le moule.

Pour faciliter la compréhension, les équations sont définies à partir du système moule/métal expérimental. La figure 50 montre une coupe du moule, comme on peut le remarquer, les coordonnées cylindriques apportent une déformation de la cellule qui ne peut être négligée lors de la discrétisation. La cellule à l'interface moule/métal, (cellule #51, figure 49), représente le revêtement de surface du moule et la formation de l'espace interstitiel causé par le retrait de l'aluminium pur commercial lorsque celui-ci passe de l'état liquide à l'état solide. Le modèle considéré ne tient compte, ni du retrait, ni de l'épaisseur du revêtement, en conséquence la cellule est fictive, soit d'épaisseur nulle. L'approximation est justifiée ici dans la mesure où une



cellule ( $\Delta r=1$  mm) est grande devant l'espace interstitiel (de l'ordre de  $100 \mu\text{m}$ ).

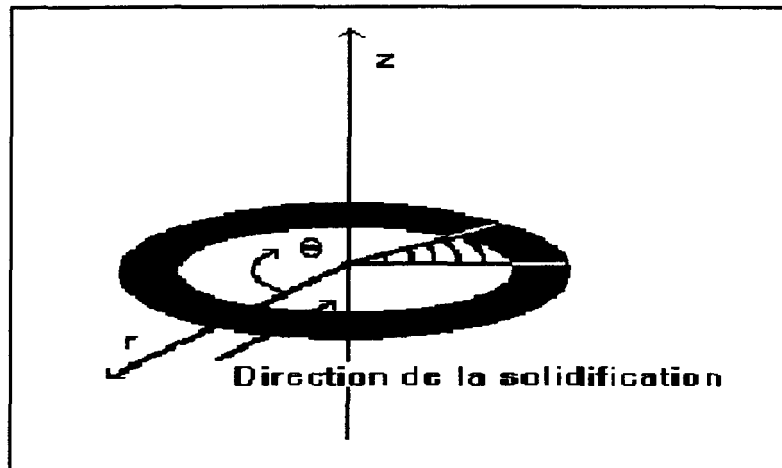


Figure 50: Effet des coordonnées cylindriques.

On peut remarquer que puisque,  $\Delta r= 1\text{mm}$ , la numérotation des indices dans le moule correspond à la distance de la paroi interne d'une cellule en millimètre, avec cependant une augmentation de un, dû au comptage de la cellule fictive (# 51), figure 49.

### 3.2.2 Conditions aux limites

Le système matriciel se compose de 10 équations et 12 inconnues. En incorporant au système matriciel deux températures mesurées lors de l'expérience comme condition aux limites, le système matriciel peut être résolu. Les conditions, dans le moule, sont deux températures mesurées expérimentalement prises parmi les quatre valeurs fournies par les quatre thermocouples situés dans le moule. La position des thermocouples a été choisie à la jonction entre deux cellules plutôt que de façon plus conventionnelle, soit au centre des cellules pour uniformiser le modèle

numérique. Ce choix est effectué pour des raisons algorithmiques et est lié à la zone de l'aluminium. L'algorithme de résolution utilisé permet à la fraction liquide d'une cellule de prendre une valeur quelconque entre 0 et 1, cependant si le centre d'une cellule correspondait à une température mesurée, seule la valeur 0 ou 1 aurait pu être donnée en ce point, ce qui aurait diminué la souplesse de l'algorithme pour l'aluminium. On applique donc dans le moule le même choix que dans l'aluminium.

En général, ce sont les thermocouples externes qui sont utilisés. Dans ce cas, les conditions aux limites sont situées à gauche de la 1<sup>ière</sup> cellule de la figure 49 (cellule #63) et à droite de la 9<sup>ième</sup> cellule (cellule #53). Il y a trois cellules entre la deuxième condition limite et l'interface moule/métal. On note que les deux températures mesurées ne servant pas dans l'algorithme sont situées entre les cellules 60 et 61 et entre les cellules 57 et 58. Les valeurs calculées sont indicées selon le schéma de la figure 49. On note aussi, que les températures mesurées ne sont pas des variables calculées directement, on les note  $T_{th\ 53}$  (cellule 54/55) et  $T_{th\ 62}$  (cellule 63/64). Donc, les valeurs des températures mesurées doivent être reliées aux valeurs calculées. On va donc, dans ce qui suit développer les formules reliant les valeurs  $T_{th}$  aux valeurs  $T_i$ .

Afin de garder la consistance de la discrétisation spatiale, on utilise des différences finies d'ordre 2. On note que  $r_s$  est la distance radiale du thermocouple considéré. En négligeant les termes d'ordre 3, on a:

$$T(r) = T(r_s) + \frac{\partial T(r_s)}{\partial r} (r - r_s) + \frac{\partial^2 T(r_s)}{\partial r^2} \frac{(r - r_s)^2}{2} \quad 25$$

On peut obtenir l'expression de la température pour le thermocouple situé à 53 mm en utilisant l'équation 25, basée sur  $r_s=53$  mm, pour les cellules 55, 56 et 57. Ce choix de différences finies "avant" permet, comme on le verra plus loin, de fermer le système tri-diagonal entre les températures mesurées.

Pour  $T_{55}$ , à  $r=r_s+(\Delta r/2)$ :

$$T_{55} = T(r_s) + \frac{\Delta r}{2} \frac{\partial T(r_s)}{\partial r} + \frac{\Delta r^2}{8} \frac{\partial^2 T(r_s)}{\partial r^2} \quad 26$$

Pour  $T_{56}$ , à  $r=r_s+(3\Delta r/2)$ :

$$T_{56} = T(r_s) + \frac{3\Delta r}{2} \frac{\partial T(r_s)}{\partial r} + \frac{9\Delta r^2}{8} \frac{\partial^2 T(r_s)}{\partial r^2} \quad 27$$

Pour  $T_{57}$ , à  $r=r_s+(5\Delta r/2)$ :

$$T_{57} = T(r_s) + \frac{5\Delta r}{2} \frac{\partial T(r_s)}{\partial r} + \frac{25\Delta r^2}{8} \frac{\partial^2 T(r_s)}{\partial r^2} \quad 28$$

Pour obtenir la température à  $r_s$ , on doit éliminer la dérivée première et la dérivée seconde des équations 26, 27 et 28, ce qui donne:

$$T_{th\ 53} = T(r_s) - \frac{1}{8} [15T_{55} - 10T_{56} + 3T_{57}] \quad 29$$

Donc, en posant:

$$b_{55} = \frac{15}{8}, \quad g_{55} = -\frac{5}{4} \quad \text{et} \quad e_{55} = \frac{3}{8}, \quad 30$$

on obtient l'équation suivante pour l'interprétation de la température mesurée à 53 mm qui est imposée dans le système matriciel:

$$b_{55}T_{55} + g_{55}T_{56} + e_{55}T_{57} = T_{th\ 53} \quad 31$$

De même, on peut obtenir l'expression de la température pour le thermocouple situé à 62 mm en utilisant l'équation 25 basée sur  $r_s=63$  mm, pour les cellules 61, 62 et 63. Le choix de différences finies "arrière" est ici imposés par les valeurs disponibles du champ de calcul.

Pour  $T_{63}$ , à  $r=r_s-(\Delta r/2)$ :

$$3T_{63} = T(r_s) - \frac{\Delta r}{2} \frac{\partial T(r_s)}{\partial r} - \frac{\Delta r^2}{8} \frac{\partial^2 T(r_s)}{\partial r^2} \quad 32$$

Pour  $T_{62}$ , à  $r=r_s-(3\Delta r/2)$ :

$$T_{62} = T(r_s) - \frac{3\Delta r}{2} \frac{\partial T(r_s)}{\partial r} - \frac{9\Delta r^2}{8} \frac{\partial^2 T(r_s)}{\partial r^2} \quad 33$$

Pour  $T_{61}$ , à  $r=r_s+(5\Delta r/2)$ :

$$T_{61} = T(r_s) - \frac{5\Delta r}{2} \frac{\partial T(r_s)}{\partial r} - \frac{25\Delta r^2}{8} \frac{\partial^2 T(r_s)}{\partial r^2} \quad 34$$

Pour obtenir la température à  $r_s$ , on doit éliminer la dérivée première et la dérivée seconde des équations 32, 33 et 34, ce qui donne

$$T_{th\ 62} = T(r_s) = \frac{1}{8} [15T_{63} - 10T_{62} + 3T_{61}] \quad 35$$

Donc, en posant:

$$b_{63} = \frac{15}{8}, \quad g_{63} = -\frac{5}{4} \quad \text{et} \quad e_{63} = \frac{3}{8}, \quad 36$$

On obtient l'équation suivante pour l'interprétation de la température mesurée à 62 mm qui est imposée dans le système matriciel.

$$b_{63}T_{63} + g_{63}T_{62} + e_{63}T_{61} = T_{th\ 62} \quad 37$$

On résout facilement le système de conduction direct pour  $i$  compris entre 55 et 63 à l'aide d'une méthode matricielle. Le système matriciel à résoudre est donné par:

$$\begin{array}{cccccccccccc|c|c}
 a_{55} & b_{55} & e_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{55} & T_{th\ 53} \\
 0 & a_{56} & b_{56} & g_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{56} & E_{55} \\
 0 & 0 & a_{57} & b_{57} & g_{57} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{57} & E_{56} \\
 0 & 0 & 0 & a_{58} & b_{58} & g_{58} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{58} & E_{57} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & a_{59} & b_{59} & g_{59} & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{59} & E_{58} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{60} & b_{60} & g_{60} & 0 & 0 & 0 & T_{60} & E_{59} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{61} & b_{61} & g_{61} & 0 & 0 & T_{61} & E_{60} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{62} & b_{62} & g_{62} & 0 & T_{62} & E_{61} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{63} & a_{63} & b_{63} & T_{63} & T_{th\ 62}
 \end{array} = 38$$

En utilisant une méthode inverse de conduction de chaleur, soit en effectuant une substitution à rebours à partir des températures  $T_{55}$  et  $T_{56}$  et en utilisant l'équation suivante:

$$T_{i-1} = \frac{T_i^* - b_i T_i - a_i T_{i+1}}{g_i} \quad 39$$

Les températures  $T_{54}$ ,  $T_{53}$  et  $T_{52}$  peuvent être déterminées.

En résumé, on voit que la méthode utilisée ici permet le calcul fermé du champ de température entre les deux positions de valeurs connues (thermocouples). Les valeurs jusqu'à l'interface moule/métal sont, en quelque sorte, extrapolées, en accord avec l'équation de conduction de la chaleur, à partir du champ de température calculé.

### 3.2.3 Évaluation des conditions d'interface moule/métal

Comme le montre la figure 49, le schéma de discrétisation choisi apporte une évaluation de la température au centre de la cellule, donc la température

de la paroi interne du moule est évaluée à 50.5 mm, au lieu d'être à 50 mm. La précision de l'évaluation de la température à la paroi interne du moule peut être augmentée en la calculant à la surface interne de la cellule 52. On note  $r_{int}$  la distance radiale de cette surface. En utilisant une différence finie d'ordre 2 en  $r=r_{int}$  (équation 25), et en utilisant les valeurs à  $T_{n+2}$ ,  $T_{n+3}$  et  $T_{n+4}$ , on peut obtenir l'expression de la température à la paroi interne du moule:

Pour  $T_{52}$ , à  $r=r_{int}+(\Delta r/2)$ :

$$T_{52} = T(r_{int}) + \frac{\Delta r}{2} \frac{\partial T(r_{int})}{\partial r} + \frac{\Delta r^2}{8} \frac{\partial^2 T(r_{int})}{\partial r^2} \quad 40$$

Pour  $T_{53}$ , à  $r=r_{int}+(3\Delta r/2)$ :

$$T_{53} = T(r_{int}) + \frac{3\Delta r}{2} \frac{\partial T(r_{int})}{\partial r} + \frac{9\Delta r^2}{8} \frac{\partial^2 T(r_{int})}{\partial r^2} \quad 41$$

Pour  $T_{54}$ , à  $r=r_{int}+(5\Delta r/2)$ :

$$T_{54} = T(r_{int}) + \frac{5\Delta r}{2} \frac{\partial T(r_{int})}{\partial r} + \frac{25\Delta r^2}{8} \frac{\partial^2 T(r_{int})}{\partial r^2} \quad 42$$

Pour obtenir la température à  $r_{int}$ , on doit éliminer la dérivée première et la dérivée seconde des équations 40, 41 et 42, ce qui donne

$$T_{moule} = T(r_{int}) = \frac{1}{8} [15T_{52} - 10T_{53} + 3T_{54}] \quad 43$$

Le flux de chaleur à la paroi interne du moule est calculé à partir de la température à la paroi interne du moule et de la température du centre de la cellule 52. L'équation du flux de chaleur est donnée par la loi de Fourier représenté à l'équation 17. En utilisant une différence finie d'ordre 1 (dérivée spatiale), on obtient comme flux de chaleur à la paroi interne du moule:

$$\dot{Q}_{moule} = K_m \frac{T_{moule} - T_{52}}{\frac{\Delta r}{2}} \quad 44$$

### 3.3 Modélisation dans l'aluminium pur commercial

#### 3.3.1 Mise en équation

L'évaluation de la distribution de la température dans l'aluminium est plus complexe que dans le moule, car il y a un changement de phase. Deux méthodes existent pour résoudre le problème de conduction de chaleur entre deux températures connues lorsque l'on retrouve un changement de phase, la première se base sur un maillage mobile permettant de connaître en tout temps l'emplacement du front de solidification et la distribution de la température. Le flux de chaleur balance l'équation appliquée le long de l'interface solide/liquide dans un espace de point constant dans le temps. Les équations régissant les méthodes à front de solidification sont:

##### 1- pour la partie liquide

$$(\rho C_p)_l \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (K_l \nabla T_l) \quad 45$$

##### 2- pour la partie solide

$$(\rho C_p)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla \cdot (K_s \nabla T) \quad 46$$

##### 3- Bilan d'énergie à l'interface solide liquide

$$-K_s \nabla T_s - K_l \nabla T_l = \rho L \frac{dr_s(t)}{dt} \quad 47$$

La deuxième méthode se base sur un maillage fixe et elle permet de connaître la distribution de la température, tandis qu'une évaluation doit être effectuée pour déterminer la position du front de solidification. L'effet du changement de phase est automatiquement estimé par la relaxation entre l'enthalpie et la température. L'équation régissant les méthodes enthalpiques est:

$$\frac{\partial H(t)}{\partial t} = \nabla \cdot (k_i \nabla T) \quad 48$$

Les méthodes à front de solidification sont peu avantageuses car on doit connaître en tout temps l'emplacement du front de solidification. Les méthodes enthalpiques s'occupent de déterminer la position du front de solidification et seulement les enthalpies doivent être calculées.

Une méthode enthalpique est utilisée car les équations sont simples et elles demandent seulement la connaissance de deux conditions aux limites pour la résolution. La méthode utilisée se base sur l'ancien schéma de la méthode enthalpique de Voller<sup>26</sup>. L'ancien schéma de la méthode enthalpique de Voller est une méthode simple qui donne de très bon résultat. Voller a développé un nouveau schéma pour sa méthode enthalpique qui est beaucoup plus rapide que l'ancien. Cependant, l'ancien schéma est préféré au nouveau, car le calcul de la fraction liquide est effectué plus lentement et un facteur de sous-relaxation est présent dans les équations ce qui permet de la contrôler comparativement au nouveau schéma où la fraction liquide est imposée.

La méthode de Voller se base sur l'équation générale de transfert de



chaleur à pression constante (équation 6). L'équation générale de conduction de la chaleur en milieu liquide/solide peut s'écrire:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha \nabla h) - \rho L \frac{\partial f_l}{\partial t} + \dot{q}_s, \quad 49$$

où  $L$  est la chaleur latente de fusion (J/kg),  $\rho$  la densité (kg/m<sup>3</sup>) et  $\dot{q}_s$  une source de flux de chaleur (J/s),  $\alpha$  la diffusivité thermique (m<sup>2</sup>/s) définie par:

$$\alpha = \frac{K}{\rho C_p}, \quad 50$$

et  $h$ , l'enthalpie sensible (J) définie par :

$$h = \int_{T_f}^T \rho C_p dT, \quad 51$$

où  $T_f$  est la température de fusion.

En coordonnées cylindriques et en supposant une solidification radiale, on obtient

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \alpha r \frac{\partial h}{\partial r} \right) - \rho L \frac{\partial f_l}{\partial t} + \dot{q}_s \quad 52$$

L'équation 52 est similaire à l'équation 13. Elle fait intervenir en plus, des enthalpies, la fraction liquide et la chaleur latente de fusion. La combinaison de la fraction liquide et de la chaleur latente permet de tenir compte de l'énergie libérée lorsque l'aluminium passe de l'état liquide à solide.

Dans la zone liquide, on a  $\alpha = \alpha_l$  constante, et dans la zone solide, on a  $\alpha = \alpha_s$  constante, d'après les hypothèses indiquées au premier chapitre.

En considérant que la densité et la chaleur massique sont constantes lorsque l'aluminium est solide ou liquide, l'enthalpie devient une fonction linéaire de la température, figure 51. Elles sont déterminées à partir de la

valeur moyenne de la température de l'aluminium, soit des thermocouples situés à 35 et 47 mm. Pour la phase liquide, on calcul la valeur moyenne entre la température maximum et la température de solidification, tandis que pour la phase solide, on calcul la valeur moyenne entre la température de solidification et la température minimum.

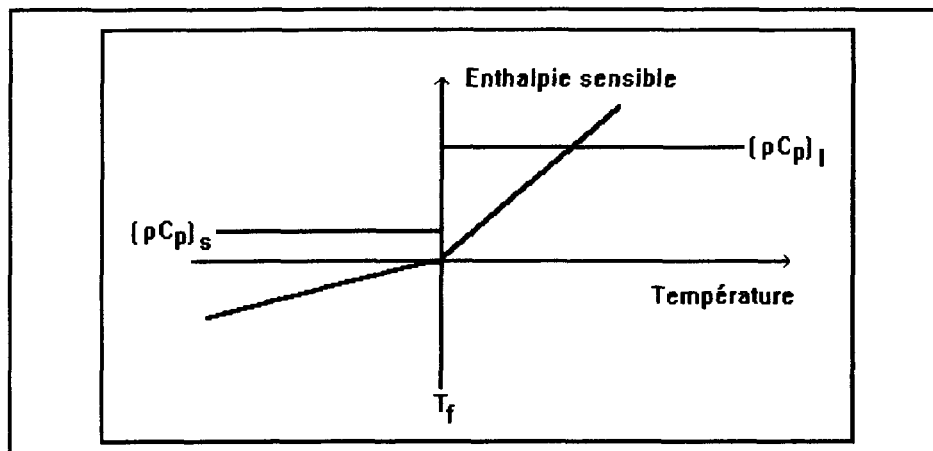


Figure 51: Définition de l'enthalpie sensible.

Dans la zone du changement de phase, la diffusivité thermique est fonction de la position,  $\alpha = \alpha(r)$ . On a donc un terme non linéaire dans l'équation 52, on va donc utiliser un changement de variable pour éliminer cette non-linéarité.

On définit la transformée de Kirchoff par:

$$\varphi = \int_0^h \alpha(\eta) d\eta \quad \text{où } \eta: \text{variable muette} \quad 53$$

On a donc défini  $\varphi(h)$  comme étant la primitive de  $\alpha(h)$  avec  $\varphi(0)=0$ , soit:

$$\frac{d\varphi}{dh} = \alpha \quad 54$$

En considérant que la diffusivité thermique est constante lorsque l'aluminium est solide ou liquide,  $\varphi$  est une fonction linéaire de la température, figure 52.

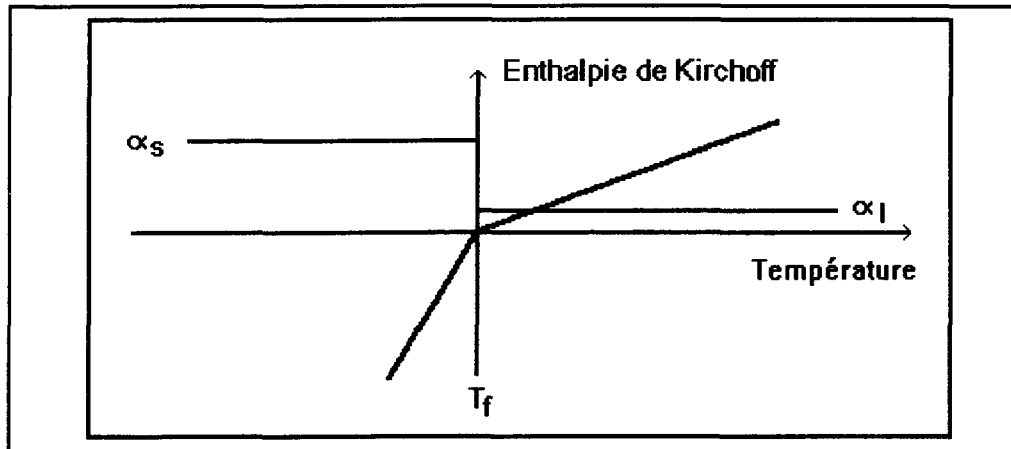


Figure 52: Définition de l'enthalpie de Kirchoff.

En considérant la fonction  $\varphi(r,t)$ , on a la différentielle :

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial r} dr + \frac{\partial \varphi}{\partial t} dt \quad 55$$

De même la fonction  $h(r,t)$  a la différentielle:

$$dh = \frac{\partial h}{\partial r} dr + \frac{\partial h}{\partial t} dt \quad 56$$

Donc d'après l'équation 54, on obtient

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \alpha \frac{\partial h}{\partial r} \quad 57$$

Le terme non-linéaire de l'équation 52 est donc transformé en terme linéaire:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \alpha r \frac{\partial h}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \quad 58$$

L'équation générale de conduction de chaleur est donc:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} - \rho L \frac{\partial F_1}{\partial t} + q_s \quad 59$$

On utilise l'équation 59 au lieu de l'équation 52 lorsque les dérivées sont approximées par des différences entre des valeurs de cellules de phases différentes.

### 3.3.2 Discrétisation

Comme pour le moule, un schéma de discrétisation par différences finies est choisi, en raison de la simplicité du domaine étudié. En discrétisant l'équation 59 avec des différences finies centrées d'ordre 2, soit:

pour la dérivée première selon r

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1}}{2\Delta r}, \quad 60$$

pour la dérivée seconde selon r

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} = \frac{\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}}{\Delta r^2} \quad 61$$

La distance radiale r est donnée simplement en fonction de l'incrément spatial  $\Delta r$  (On note la différence avec l'équation 17, puisque la cellule fictive est située après les cellules de l'aluminium).

$$r_i = (i - 0.5) \Delta r \quad 62$$

On obtient:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} = \frac{1}{\Delta r (i - 0.5)} \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1}}{2\Delta r} + \frac{\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}}{\Delta r^2} \quad 63$$

Par ailleurs, on sait que, dans le liquide ou dans le solide, la diffusivité thermique est constante, alors, si les cellules sont complètement solides,

$$\varphi = \alpha_s h \quad 64$$

si les cellules sont complètement liquides

$$\varphi = \alpha_l h \quad 65$$

et si la cellule  $i$  représente l'interface de solidification, la cellule  $i+1$  est complètement solide, la cellule  $i-1$  est complètement liquide et la cellule  $i$  est en partie solide ou liquide, on obtient

$$\varphi_{i+1} = \alpha_s h_{i+1}, \quad \varphi_i = \alpha_i h_i \quad \text{et} \quad \varphi_{i-1} = \alpha_l h_{i-1} \quad 66$$

Il faut noter que  $\alpha_i$  doit être calculé par interpolation entre  $\alpha_s$  et  $\alpha_l$ , grâce à la fraction liquide de la cellule  $i$ .

On remarque donc que le terme non-linéaire de l'équation 52, se discrétise comme si la diffusivité thermique était toujours constante, ensuite on la détermine comme montré à la figure 53.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \alpha r \frac{\partial h}{\partial r} \right) = \frac{1}{(i-0.5)\Delta r} \frac{\alpha_{i+1} h_{i+1} - \alpha_{i-1} h_{i-1}}{2\Delta r} + \frac{\alpha_{i-1} h_{i-1} - 2\alpha_i h_i + \alpha_{i+1} h_{i+1}}{\Delta r^2} \quad 67$$

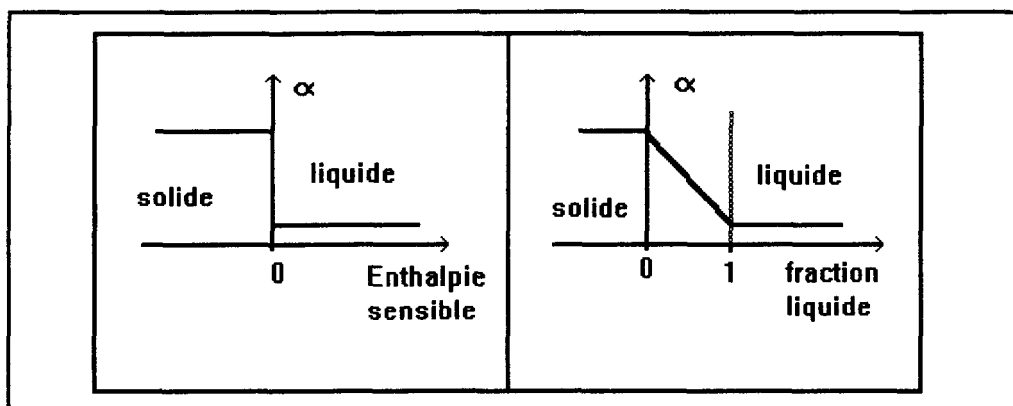


Figure 53: Définition de la diffusivité thermique.

On utilise la fraction liquide à l'interface de solidification pour déterminer

la valeur de la diffusivité thermique au lieu de l'enthalpie, on trace une droite entre la diffusivité thermique solide et liquide. De cette manière, on amoindrit l'effet d'instabilité qu'apporte le changement brusque des propriétés thermiques sur la résolution numérique.

Donc, la diffusivité thermique est déterminée par

$$\alpha_i = \alpha_s (1 - f_{l_i}) + \alpha_l f_{l_i} \quad 68$$

En discrétisant l'équation avec des différences finies d'ordre 1 pour le temps et en utilisant un schéma implicite, les températures sont évaluées au temps  $t$  à partir d'une température connue au temps  $t - \Delta t$ .

Pour la dérivée première selon le temps:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_i - h_i^*}{\Delta t} \quad \text{et} \quad \frac{\partial f_l}{\partial t} = \frac{f_{l_i} - f_{l_i}^*}{\Delta t} \quad 69$$

On obtient finalement

$$\frac{h_i - h_i^*}{\Delta t} = \frac{1}{(i-0.5)\Delta r} \frac{\alpha_{i-1}h_{i-1} - \alpha_{i+1}h_{i+1}}{2\Delta r} + \frac{\alpha_{i-1}h_{i-1} - 2\alpha_i h_i + \alpha_{i+1}h_{i+1}}{\Delta r^2} - \rho_i L \frac{f_{l_i} - f_{l_i}^*}{\Delta t} + \dot{q}_{si} \quad 70$$

En définissant

$$FO_i = \alpha_i \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \quad \text{et} \quad R_i = \frac{1}{2(i-0.5)} \quad 71$$

On obtient

$$-FO_{i-1}(1-R_i)h_{i-1} + (1+2FO_i)h_i - FO_{i+1}(1+R_i)h_{i+1} = h_i^* + \rho_i L (f_{l_i}^* - f_{l_i}) + \dot{q}_{si} \Delta t \quad 72$$

L'équation 72 représente un schéma type d'un système matriciel tri-diagonal, donc en posant

$$a_i = -Fo_{i-1}(1-R_i), \quad b_i = (1+2Fo_i) \quad \text{et} \quad g_i = -Fo_{i+1}(1+R_i) \quad 73$$

Par conséquent

$$a_i h_{i-1} + b_i h_i + g_i h_{i+1} = h_i^* + \rho_i L (f_{l_i}^* - f_{l_i}) + \dot{q}_{si} \Delta t \quad 74$$

L'équation 74 est utilisée pour modéliser la distribution de la température dans l'aluminium.

La numérotation des indices dans l'aluminium se base sur la position physique des cellules. La première cellule se situe à 0.5 mm du centre du moule et la dernière à 49.5 mm, donc la numérotation dans l'aluminium débute à 1 et se termine à 50, figure 54.

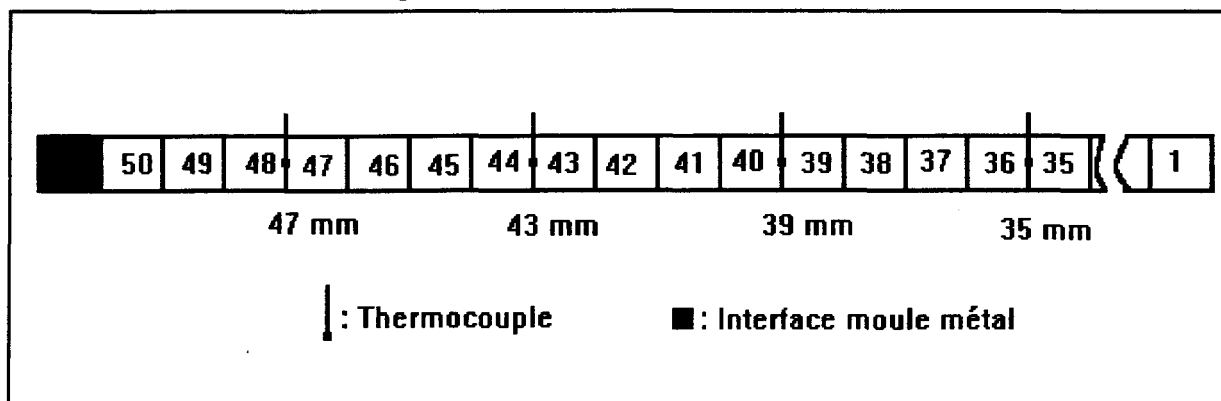


Figure 54: Discretisation dans l'aluminium.

En appliquant le système moule/métal considéré à l'équation 74 on obtient le système matriciel suivant:

$$\begin{bmatrix}
 a_2 & b_2 & g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & a_3 & b_3 & g_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & a_{35} & b_{35} & g_{35} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{36} & b_{36} & g_{36} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{37} & b_{37} & g_{37} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{45} & b_{45} & g_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{46} & b_{46} & g_{46} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{47} & b_{47} & g_{47} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{48} & b_{48} & g_{48} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{49} & b_{49} & g_{49} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 h_1 \\
 h_2 \\
 h_3 \\
 \vdots \\
 h_{35} \\
 h_{36} \\
 h_{37} \\
 \vdots \\
 h_{45} \\
 h_{46} \\
 h_{47} \\
 h_{48} \\
 h_{49} \\
 h_{50}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 D_2 \\
 D_3 \\
 \vdots \\
 D_{35} \\
 D_{36} \\
 D_{37} \\
 \vdots \\
 D_{45} \\
 D_{46} \\
 D_{47} \\
 D_{48} \\
 D_{49}
 \end{bmatrix}$$

75

Où i est compris entre 2 et 49 et  $D_i$  est donné par

$$D_i = h_i^* - \rho_i L f_{1_i} + \rho_i L f_{1_i}^*$$

76

### 3.3.3 Conditions aux limites

Le système matriciel se compose de 48 équations et 50 inconnues. En incorporant au système matriciel deux températures mesurées lors de l'expérience comme condition aux limites, le système matriciel peut être résolu. Les conditions, dans l'aluminium, sont deux températures mesurées expérimentalement choisies parmi les quatre thermocouples situés dans l'aluminium. La position des thermocouples a été choisie à la jonction entre deux cellules plutôt que, de façon plus conventionnelle, au centre des cellules comme expliqué à la section 3.2.2.

Les conditions aux limites sont situées à gauche de la 1<sup>ière</sup> cellule (cellule #47) et à droite de la 12<sup>ième</sup> cellule (cellule #36). Il y a trois cellules entre la



première condition limite et l'interface moule/métal. On note que les deux températures mesurées ne servant pas dans l'algorithme sont situées entre les cellules 43 et 44 et entre les cellules 39 et 40. Les valeurs calculées sont indicées selon le schéma de la figure 54. On note aussi, que les températures mesurées ne sont pas des variables calculées directement, on les note  $T_{th\ 47}$  (cellule 47/48) et  $T_{th\ 35}$  (cellule 35/36). Donc, les valeurs des températures mesurées doivent être reliées aux valeur de  $h_i$  calculées. On va donc, dans ce qui suit, dériver les relations entre les  $T_{th}$  et les  $T_i$ .

Les deux températures mesurées lors de l'expérience, soit les températures  $T_{th\ 35}$  et  $T_{th\ 47}$ , sont transformées en enthalpie avec l'équation suivante:

$$h_{th\ i} = \rho_i C_{pi} (T_{th\ i} - T_l) \quad 77$$

Lors de la résolution des équations numériques, la fraction liquide doit intervenir dans les équations. Il est avantageux que la température mesurée ne corresponde pas à une cellule, car le traitement d'une cellule implique que la fraction liquide et l'enthalpie doivent être imposées. Comme la température mesurée est ponctuelle, seulement l'enthalpie doit être connue, car la libération d'énergie obtenue lors du passage de l'état liquide à solide s'effectue dans la cellule et non pas sur le point mesuré. De plus, l'équation qui transforme les températures mesurées en températures de cellules doit respecter le schéma de l'équation 74, soit qu'elle doit faire intervenir la fraction liquide de la cellule. On utilise une différence finie d'ordre 2 basée en

$r=r_s$  mm (équation 35). En utilisant les enthalpies des cellules 35, 36 et 37, on peut obtenir l'expression de l'enthalpie pour le thermocouple situé à 35 mm en utilisant l'équation 25 basée sur  $r_s=35$  mm, où  $r_s$  représente la surface de la cellule 35.

Pour  $h_{35}$ , à  $r=r_s-1/2\Delta r$ :

$$h_{35} = h(r_s) - \frac{1}{2}\Delta r \frac{\partial h(r_s)}{\partial r} + \frac{1}{8}\Delta r^2 \frac{\partial^2 h(r_s)}{\partial r^2} \quad 78$$

Pour  $h_{36}$ , à  $r=r_s+1/2\Delta r$ :

$$h_{36} = h(r_s) + \frac{1}{2}\Delta r \frac{\partial h(r_s)}{\partial r} + \frac{1}{8}\Delta r^2 \frac{\partial^2 h(r_s)}{\partial r^2} \quad 79$$

Pour  $h_{37}$ , à  $r=r_s+3/2\Delta r$  :

$$h_{37} = h(r_s) + \frac{3}{2}\Delta r \frac{\partial h(r_s)}{\partial r} + \frac{9}{8}\Delta r^2 \frac{\partial^2 h(r_s)}{\partial r^2} \quad 80$$

En éliminant la dérivée première et la dérivée seconde des équations 78, 79 et 80 et en isolant  $h_{35}$ , on obtient

$$h_{35} = \frac{8}{3}h(r_s) + \frac{1}{3}h_{37} - 2h_{36} \quad 81$$

En insérant l'équation 81 dans le système matriciel et en réorganisant les termes, on obtient la nouvelle équation pour  $i=35$ , soit

$$(b_{36} - 2a_{36})h_{36} + (g_{36} + \frac{1}{3}a_{36})h_{37} = D_{36} - \frac{8}{3}a_{36}h_{th\ 35} \quad 82$$

En posant

$$a_{36} = -\frac{8}{3}a_{36}, \quad b_{36} = b_{36} - 2a_{36} \quad \text{et} \quad g_{36} = g_{47} + \frac{1}{3}a_{36} \quad 83$$

On obtient finalement

$$b_{36}h_{36} + g_{37}h_{37} = D_{36} + a_{36}h_{th\ 35} \quad 84$$

Le schéma de l'équation 84 répond au schéma général de l'équation 74

et il fait intervenir la fraction liquide de la cellule 36.

En utilisant le même cheminement pour  $h_{47}$ , on a

Pour  $h_{46}$ , à  $r=r_s-3/2\Delta r$ :

$$h_{46} = h(r_s) - \frac{3}{2}\Delta r \frac{\partial h(r_s)}{\partial r} + \frac{9}{8}\Delta r^2 \frac{\partial^2 h(r_s)}{\partial r^2} \quad 85$$

Pour  $h_{47}$ , à  $r=r_s-1/2\Delta r$ :

$$h_{47} = h(r_s) - \frac{1}{2}\Delta r \frac{\partial h(r_s)}{\partial r} + \frac{1}{8}\Delta r^2 \frac{\partial^2 h(r_s)}{\partial r^2} \quad 86$$

Pour  $h_{48}$ , à  $r=r_s+1/2\Delta r$ :

$$h_{48} = h(r_s) + \frac{1}{2}\Delta r \frac{\partial h(r_s)}{\partial r} + \frac{1}{8}\Delta r^2 \frac{\partial^2 h(r_s)}{\partial r^2} \quad 87$$

En éliminant la dérivée première et la dérivée seconde des équations 85, 86 et 87 et en isolant  $h_{48}$ , on obtient

$$h_{48} = \frac{8}{3}h(r_s) + \frac{1}{3}h_{46} - 2h_{47} \quad 88$$

En insérant l'équation 88 dans le système matriciel et en réorganisant les termes, on obtient la nouvelle équation pour  $i=47$ , soit

$$(a_{47} + \frac{1}{3}g_{47})h_{46} + (b_{47} - 2g_{47})h_{47} = D_{47} - \frac{8}{3}g_{47}h_{th\ 47} \quad 89$$

En posant

$$a_{47} = a_{47} + \frac{1}{3}g_{47}, \quad b_{47} = b_{47} - 2g_{47} \quad \text{et} \quad g_{47} = -\frac{8}{3}g_{47} \quad 90$$

On obtient finalement

$$a_{47}h_{46} + b_{47}h_{47} = D_{47} + g_{47}h_{ch\ 47} \quad 91$$

Le schéma de l'équation 91 répond au schéma général de l'équation 74, et il fait intervenir la fraction liquide de la cellule 47.

Le système matriciel à résoudre est donc finalement.

$$\begin{bmatrix} b_{36} & g_{36} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{37} & b_{37} & g_{37} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{38} & b_{38} & g_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{39} & b_{39} & g_{39} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{40} & b_{40} & g_{40} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{41} & b_{41} & g_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{42} & b_{42} & g_{42} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{43} & b_{43} & g_{43} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} & b_{44} & g_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{45} & b_{45} & g_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{46} & b_{46} & g_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{47} & b_{47} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{36} \\ h_{37} \\ h_{38} \\ h_{39} \\ h_{40} \\ h_{41} \\ h_{42} \\ h_{43} \\ h_{44} \\ h_{45} \\ H_{46} \\ h_{47} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{36} + a_{36}h_{ch\ 35} \\ D_{37} \\ D_{38} \\ D_{39} \\ D_{40} \\ D_{41} \\ D_{42} \\ D_{43} \\ D_{44} \\ D_{45} \\ D_{46} \\ D_{47} + g_{47}h_{ch\ 47} \end{bmatrix} \quad 92$$

Par des méthodes traditionnelles on résout facilement le système pour  $i$  compris entre 36 et 47. On calcule les valeurs jusqu'à l'interface moule/métal, en utilisant une méthode inverse de conduction de chaleur, soit en effectuant une substitution à rebours à partir des enthalpies  $h_{46}$  et  $h_{47}$ . Les enthalpies  $h_{48}$ ,  $h_{49}$  et  $h_{50}$  sont donc déterminées à partir des équations:

$$h_{i+1} = \frac{D_i - b_i h_i - a_i h_{i-1}}{g_i} \quad 93$$

En effectuant une substitution à rebours à partir des enthalpies  $h_{36}$  et  $h_{37}$ , et en utilisant l'équation 93,  $h_{35}$  est déterminée. L'enthalpie de la cellule 35 est calculée seulement pour déterminer la fraction liquide de la cellule 35, ce qui permet le calcul de  $g_{36}$  car le nombre de Fourier, utilisé pour le calcul, dépend

de la cellule 35.

Lorsque l'aluminium est complètement solide, le calcul de la distribution de la température est effectué de la même manière que dans le cas du moule, afin de réduire le temps de calcul.

La détermination de la phase d'une zone donnée peut être établie à partir de l'examen des températures  $T_{th\ 47}$  et  $T_{th\ 35}$ .

Pour le thermocouple à 47 mm:

Si  $T_{th\ 47} > T_f$ , l'interface de solidification se situe au niveau des cellules 50, 49 et 48, alors leur fraction liquide est comprise entre 0 et 1 et les autres ont une fraction liquide égale à 1.

Si  $T_{th\ 47} < T_f$ , l'interface de solidification se situe au niveau des cellules 47 à 36, alors leur fraction liquide est comprise entre 0 et 1, les cellules 48,49 et 50 ont une fraction liquide égale 0.

Pour le thermocouple à 35 mm:

Si  $T_{th\ 35} > T_f$ , l'interface de solidification se situe au niveau des cellules 36 à 50, alors leur fraction liquide est comprise entre 0 et 1 et les cellules inférieures à 36 une fraction liquide égale à 1.

Si  $T_{th\ 35} < T_f$ , l'interface de solidification se situe au niveau des cellules 35 à 1, alors leur fraction liquide est comprise entre 0 et 1, les cellules 36 à 50 ont une fraction liquide égale 0.

### 3.3.4 Interface solide/liquide

Le système matriciel obtenu dans la section précédente peut être résolu

si les fractions liquides au temps  $t$  sont connues. Or, la fraction liquide au temps  $t$  est a priori inconnue. Une méthode itérative doit être utilisée. Elle se base sur l'ancien schéma de Voller<sup>26</sup>. On sait que la cellule est décrite par l'équation 72, itération. En supposant que le changement de phase se produit à la cellule  $i$ , itération  $k+1$ , l'équation 72 devient

$$a_i h_{i-1} + 0 + g_i h_{i+1} = h_i^* + \rho_i L (f_{l_i}^* - f_{l_i}) + \dot{q}_{s_i} \Delta t \quad 94$$

En soustrayant l'équation 94 de l'équation 74 et en supposant que les cellules  $i-1$  et  $i+1$ , on subit un changement minime par rapport à la cellule  $i$ , on obtient l'équation 95 qui permet d'effectuer la mise à jour de la fraction liquide.

$$f_{l_i}^{k+1} = f_{l_i}^{k+} + \frac{a_{i,i} \lambda h_i}{\rho_i L}, \quad 95$$

**Avec les conditions supplémentaires:**

$$\begin{aligned} \text{Si } f_{l_i}^{k+1} \leq 0 &\Rightarrow f_{l_i}^{k+1} = 0 \\ \text{Si } f_{l_i}^{k+1} \geq 1 &\Rightarrow f_{l_i}^{k+1} = 1 \end{aligned} \quad 96$$

L'itération s'effectue tant que la fraction liquide varie d'une itération à l'autre. Le facteur de sous-relaxation permet d'amoindrir les effets du changement de phase sur l'itération de la fraction liquide, facilitant la convergence. Sa valeur dépend en grande partie du taux de solidification, il est ajusté lors de l'utilisation du programme.

La fraction liquide indique l'état de la cellule, si la fraction liquide est égale à 0, la cellule est solide, si la fraction liquide est égale à 1, la cellule est liquide et si la fraction liquide est comprise entre 0 et 1, nous sommes en

présence de l'interface de solidification et la cellule est en partie liquide et solide, figure 55.

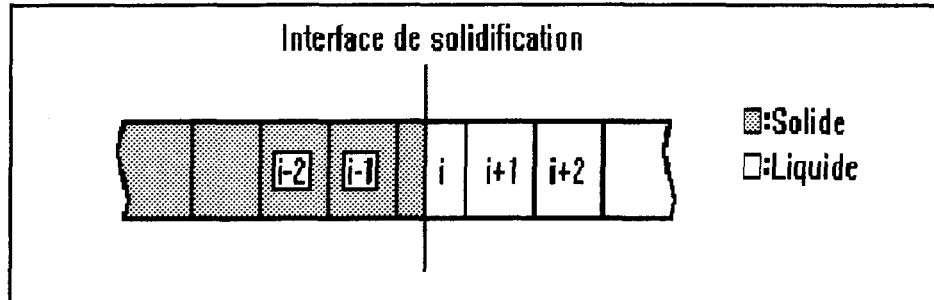


Figure 55: Interface de solidification.

L'interface de solidification est représentée par une cellule dans un état liquide et solide, dont les propriétés thermiques sont en cours de transformation. Comme la cellule est en cours de solidification, les propriétés de la zone liquide ou solide ne peuvent être appliquées. Et de plus, pour amoindrir l'effet des changements des propriétés sur le système, elles doivent être modifiées lentement. Puisque la fraction liquide indique l'état de la cellule, elle est utilisée comme référence pour la modification des propriétés thermiques à l'interface de solidification. La même interpolation que pour la diffusivité thermique est donc utilisée. Donc, pour l'aluminium pur, on a

$$\rho_i = \rho_s (1 - f_{L_i}) + \rho_l f_{L_i} \quad 97$$

$$C_{pi} = C_{ps} (1 - f_{L_i}) + C_{pl} f_{L_i} \quad 98$$

$$k_i = k_s (1 - f_{l_i}) + k_l f_{l_i}$$

99

On note une inconsistance entre les équations 68 et 97, 98 et 99, car en interprétant ainsi la conductivité thermique, la densité et la chaleur massique, la diffusivité thermique n'est plus linéaire.

### 3.3.5 Évaluation des conditions d'interface moule/métal

Comme le montre la figure 54, la température à la surface de l'aluminium est évaluée au centre de la cellule 50, donc elle est évaluée à 49.5 mm, au lieu de 50 mm. On peut augmenter la précision de l'évaluation de la température à la surface de l'aluminium en la calculant à la surface de la cellule 50. Pour cela, on utilise une différence finie d'ordre 2 (équation 25). En utilisant les valeurs à  $T_{50}$ ,  $T_{49}$  et  $T_{48}$ , on peut obtenir l'expression de la température à la surface de l'aluminium en utilisant l'équation 25 basée sur  $r_s=50$  mm, où  $r$  représente la surface de la cellule 50.

Pour  $T_{50}$ , à  $r=r_s-(r/2)$ :

$$T_{50} = T(r_{int}) - \frac{\Delta r}{2} \frac{\partial T(r_{int})}{\partial r} + \frac{\Delta r^2}{8} \frac{\partial^2 T(r_{int})}{\partial r^2} \quad 100$$

Pour  $T_{49}$ , à  $r=r_s-(3r/2)$ :

$$T_{49} = T(r_{int}) - \frac{3\Delta r}{2} \frac{\partial T(r_{int})}{\partial r} + \frac{9\Delta r^2}{8} \frac{\partial^2 T(r_{int})}{\partial r^2} \quad 101$$



Pour  $T_{48}$ , à  $r=r_s-(5 r/2)$ :

$$3 T_{48} = T(r_{int}) - \frac{5 \Delta r}{2} \frac{\partial T(r_{int})}{\partial r} + \frac{25 \Delta r^2}{8} \frac{\partial^2 T(r_{int})}{\partial r^2} \quad 102$$

Pour obtenir la température à  $r_{inv}$  on doit éliminer la dérivée première et deuxième des équations 100, 101 et 102, ce qui donne

$$T_{m\acute{e}tal} = T(r_{int}) = \frac{1}{8} [15 T_{50} - 10 T_{49} + 3 T_{48}] \quad 103$$

Pour arriver à ce résultat, la cellule 50 est considérée comme étant parfaite, on ne retrouve aucune diminution de la largeur de la cellule en raison de la présence du revêtement, et les cellules 48, 49 et 50 sont considérées comme n'étant pas affectées par le retrait, soit aucune diminution de  $\Delta r$  lorsque la cellule passe de l'état liquide à solide.

Le flux de chaleur à la surface de l'aluminium est calculé à partir de la température à la surface et au centre de la cellule 50. L'équation du flux de chaleur est donnée par la loi de Fourier représentée à l'équation 17. En utilisant une différence finie d'ordre 1 pour numériser l'équation, on obtient comme flux de chaleur à la surface de l'aluminium

$$\dot{Q}_{m\acute{e}tal} = K \frac{T_{m\acute{e}tal} - T_{50}}{\frac{\Delta r}{2}} \quad 104$$

### 3.4 Détermination du coefficient de transfert de chaleur à l'interface moule/métal

#### 3.4.1 Flux de chaleur à l'interface moule/métal

Le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal dépend de la température à la surface de l'aluminium, de la température à la

paroi interne du moule et du flux de chaleur à l'interface moule/métal.

À l'interface moule/métal, même si le moule et l'aluminium partagent presque le même espace, quelques microns les séparent, figure 56, ce qui produit une discontinuité des températures à l'interface moule/métal; la température à la surface de l'aluminium est supérieure à la température à la paroi interne du moule.

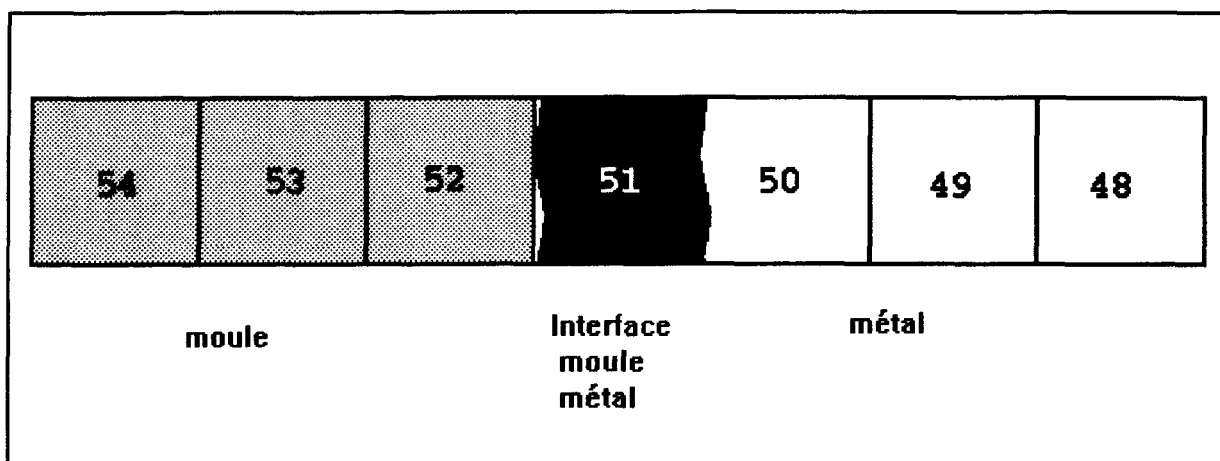


Figure 56: Interface moule/métal.

En théorie, le flux de chaleur à l'interface moule/métal est conservé, le flux de chaleur sortant de la cellule 50 est le même que le flux de chaleur entrant dans la cellule 51, le flux de chaleur sortant de la cellule 51 est le même que le flux de chaleur entrant dans la cellule 52. En pratique, la zone d'interface moule/métal (cellule 51) est caractérisée par une grande porosité, ce qui crée des points de contact solides et partiels qui affectent le transfert de chaleur entre les cellules 50 et 52, donc le flux de chaleur. Mais en considérant un flux de chaleur moyen, composé du flux de chaleur des points de contact solides et partiels, on peut supposer que le flux de chaleur est

conservé à l'interface moule/métal, soit entre les cellules 50, 51 et 52 et les utiliser pour le calcul du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal.

On dispose de deux évaluations numériques du flux de chaleur à l'interface moule/métal, côté moule (équation 44) et côté aluminium (équation 104). Théoriquement, ces deux valeurs doivent être égales. Étant donné la sensibilité du calcul des dérivées à l'interface dans l'aluminium en phase liquide, on utilise le flux de chaleur calculé côté moule. De plus, une analyse est effectuée pour interpréter les différences calculées entre les valeurs côté moule et les valeurs côté aluminium. On pose donc:

$$\dot{q}_{int} = \dot{q}_{moule} \quad 105$$

où le flux de chaleur du moule est calculé avec l'équation 44.

### 3.4.3 Coefficient transitoire de transfert de chaleur

Le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal se calcule avec l'équation suivante:

$$h_{int} = \frac{\dot{q}_{int}}{\Delta T} \quad 106$$

$\Delta T$  représente la différence de température à la paroi interne du moule et à la surface de l'aluminium, soit:

$$\Delta T = T_{m\acute{e}tal} - T_{moule} \quad 107$$

Donc le coefficient transitoire de transfert de chaleur est donné par l'équation suivante

$$h_{int} = \frac{\dot{q}_{int}}{T_{moule} - T_{m\u00e9tal}} \quad 108$$

Et en remplaçant  $T_{moule}$  et  $T_{m\u00e9tal}$  par les \u00e9quations 43 et 103, on obtient finalement

$$h_{int} = \frac{\dot{q}_{int}}{\frac{15}{8} (T_{n+2} - T_n) - \frac{5}{4} (T_{n+3} - T_{n-1}) + \frac{3}{8} (T_{n+4} - T_{n-2})} \quad 109$$

Le coefficient transitoire de transfert de chaleur calcul\u00e9 \u00e0 l'interface moule/m\u00e9tal est valide seulement pour une interface moule/m\u00e9tal verticale o\u00f9 la gravit\u00e9 est perpendiculaire \u00e0 la direction de solidification, ce qui affecte peu la formation de l'espace interstitiel \u00e0 l'interface moule/m\u00e9tal qui est cr\u00e9\u00e9 surtout par le retrait.

## CHAPITRE IV

### ANALYSE DES RÉSULTATS

#### 4.1 Lissage

Le modèle numérique décrit au chapitre 3 calcule le champ de température dans le moule et dans l'aluminium en fonction du temps durant tout le processus de solidification. La méthode retenue utilise deux valeurs de température dans le moule et deux valeurs de température dans l'aluminium. Le coefficient de transfert de chaleur à l'interface moule/métal dépend donc étroitement de ces quatre paramètres. En fait, compte tenu de la formule de calcul, les erreurs sur les valeurs expérimentales produisent une erreur sur le coefficient de transfert de chaleur à l'interface moule/métal avec un large facteur d'amplification. D'autre part, les oscillations aléatoires du signal expérimental perturbent la progression normale de l'algorithme numérique. En conséquence, on doit lisser les valeurs expérimentales avant leur utilisation dans le modèle numérique. D'après les résultats expérimentaux présentés à la section 2.4.3 du chapitre 2, le lissage doit aussi éliminer les larges déviations du signal dans la période initiale créées par la turbulence tridimensionnelle dans la phase liquide (mouvement de masse). L'analyse

statistique du lissage est présentée à l'annexe 2. Les valeurs lissées résultantes sont données aux figures 57 à 60 pour l'expérience 1 et aux figures 61 à 64 pour l'expérience 2. Les courbes lissées sont conformes aux courbes de solidification classiques avec des écarts de l'ordre de  $\pm 6^{\circ}\text{C}$  dans la période initiale, par la suite, le bruit éliminé est de l'ordre de  $\pm 0.4^{\circ}\text{C}$ .

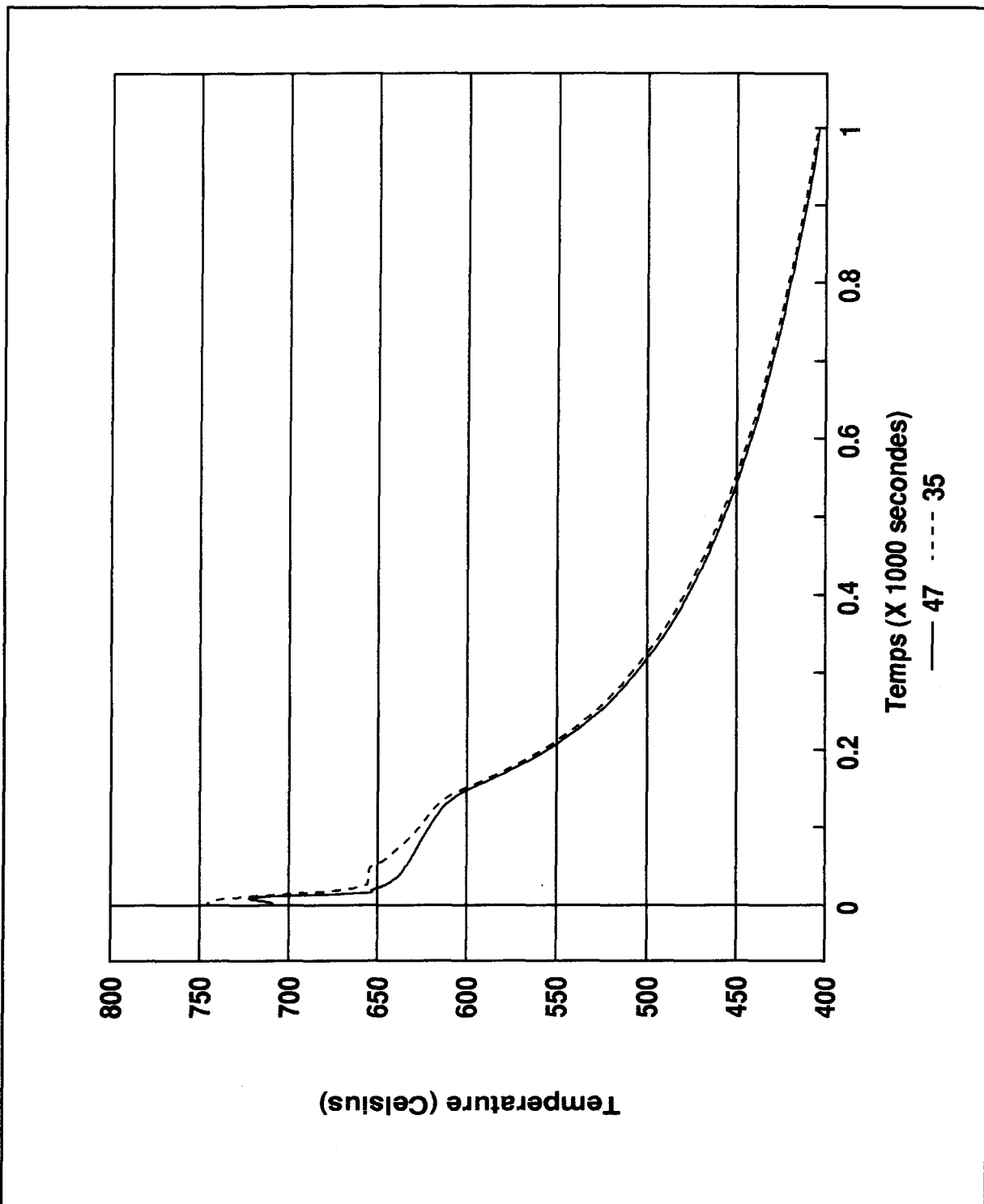


Figure 57: Températures radiales lissées dans l'aluminium, expérience 1.

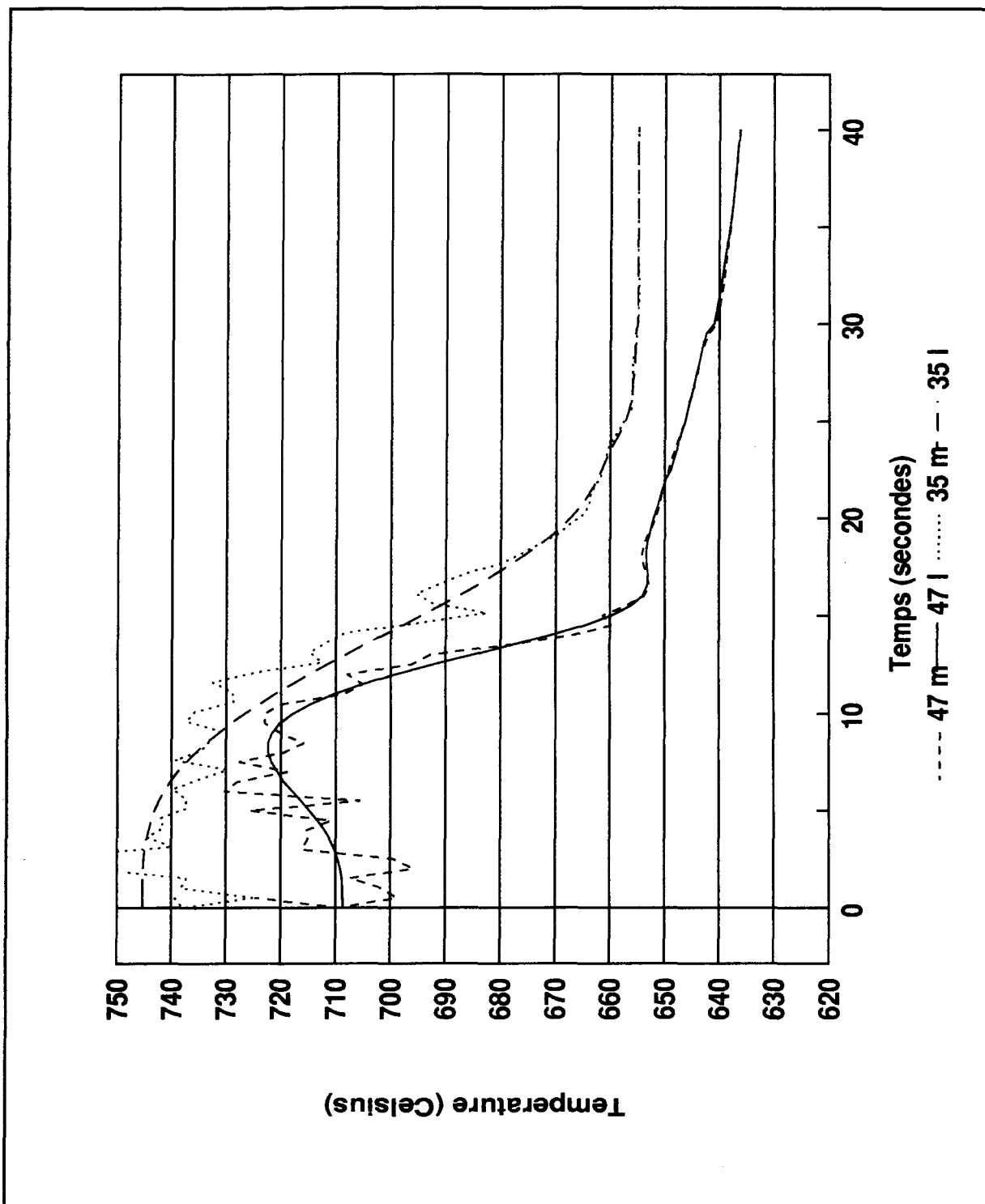


Figure 58: Valeurs initiales des températures radiales lissées dans l'aluminium, expérience 1.



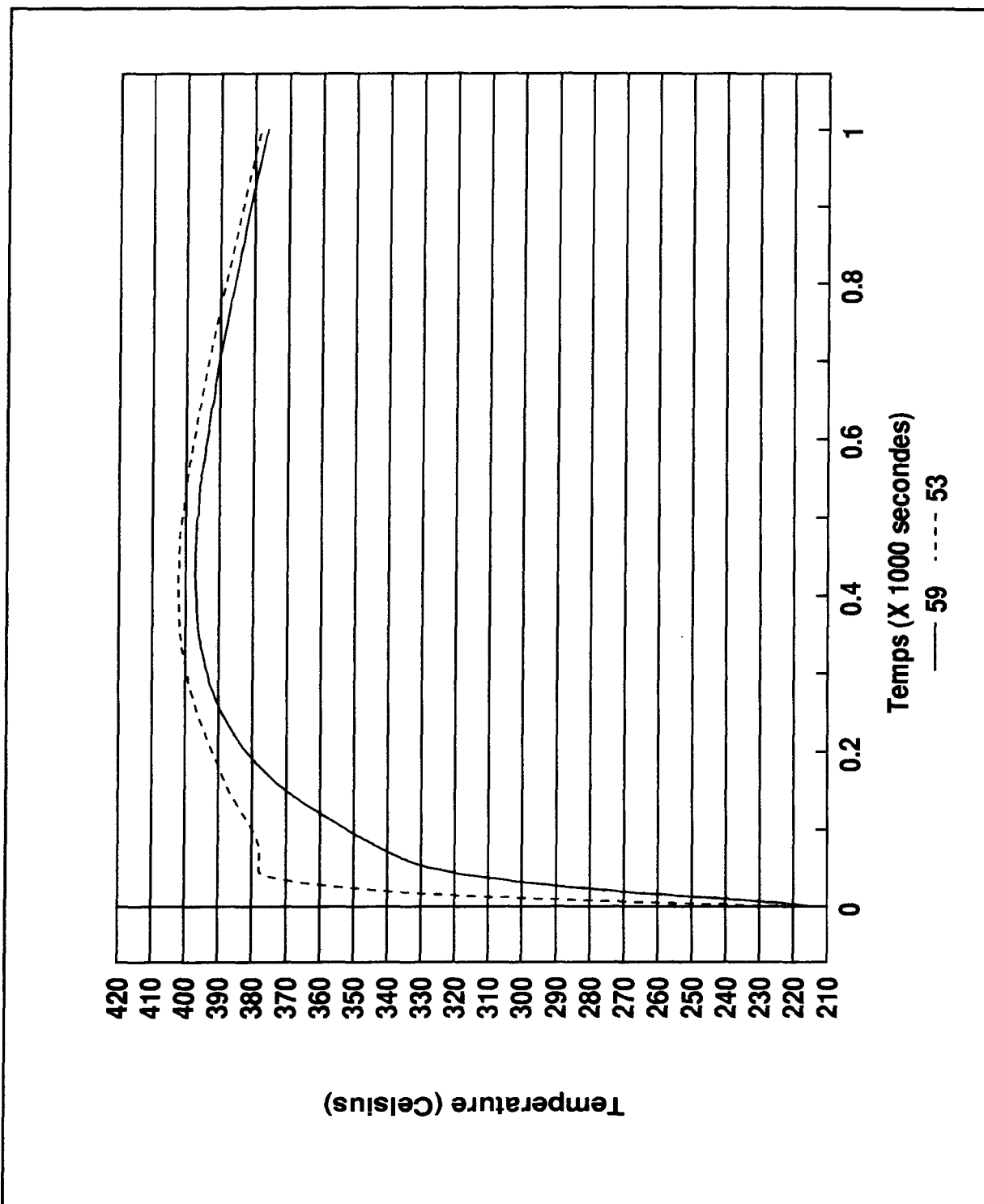


Figure 59: Températures radiales lissées dans le moule, expérience 1.

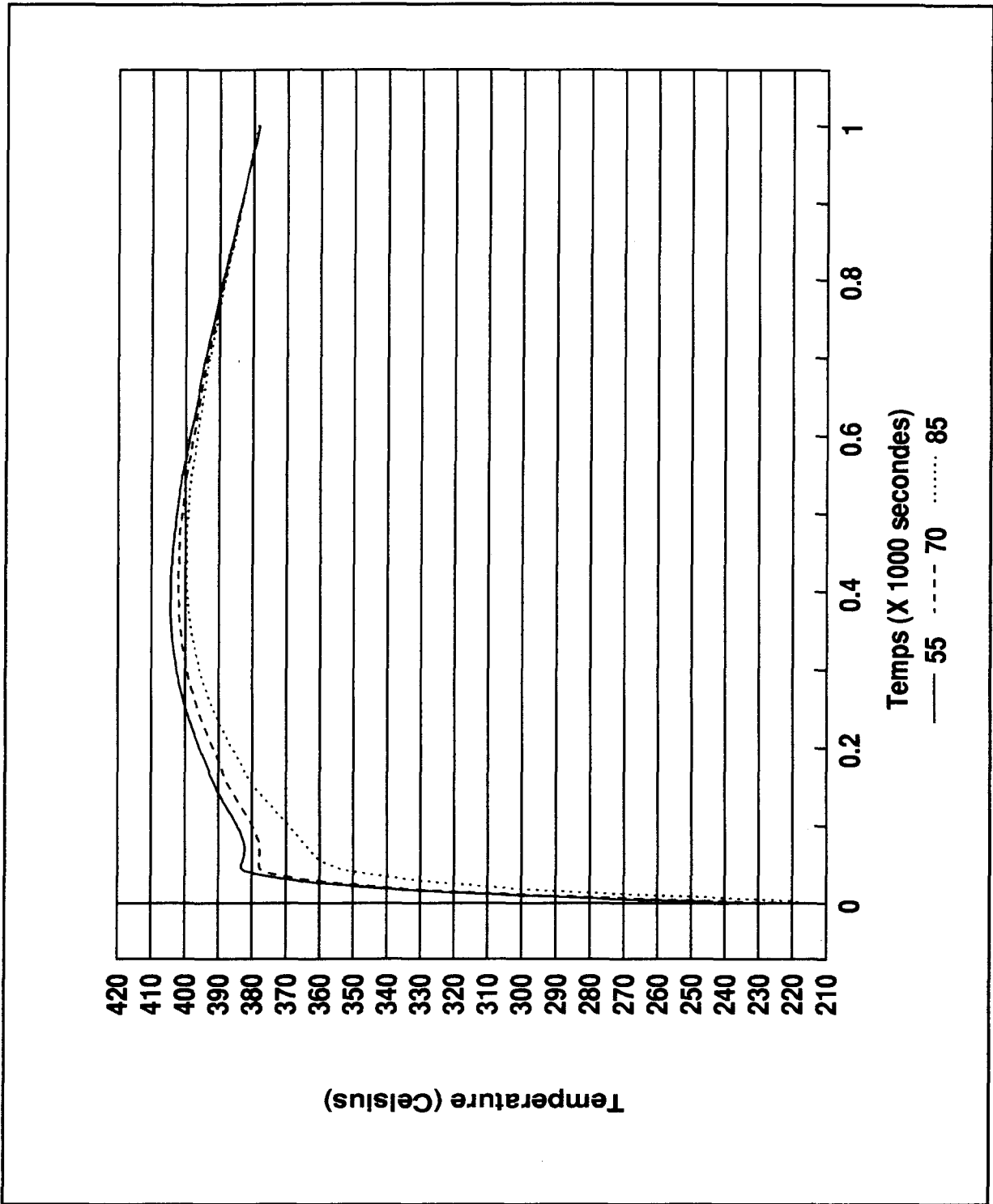


Figure 60: Températures verticales lissées dans le moule, expérience 1.

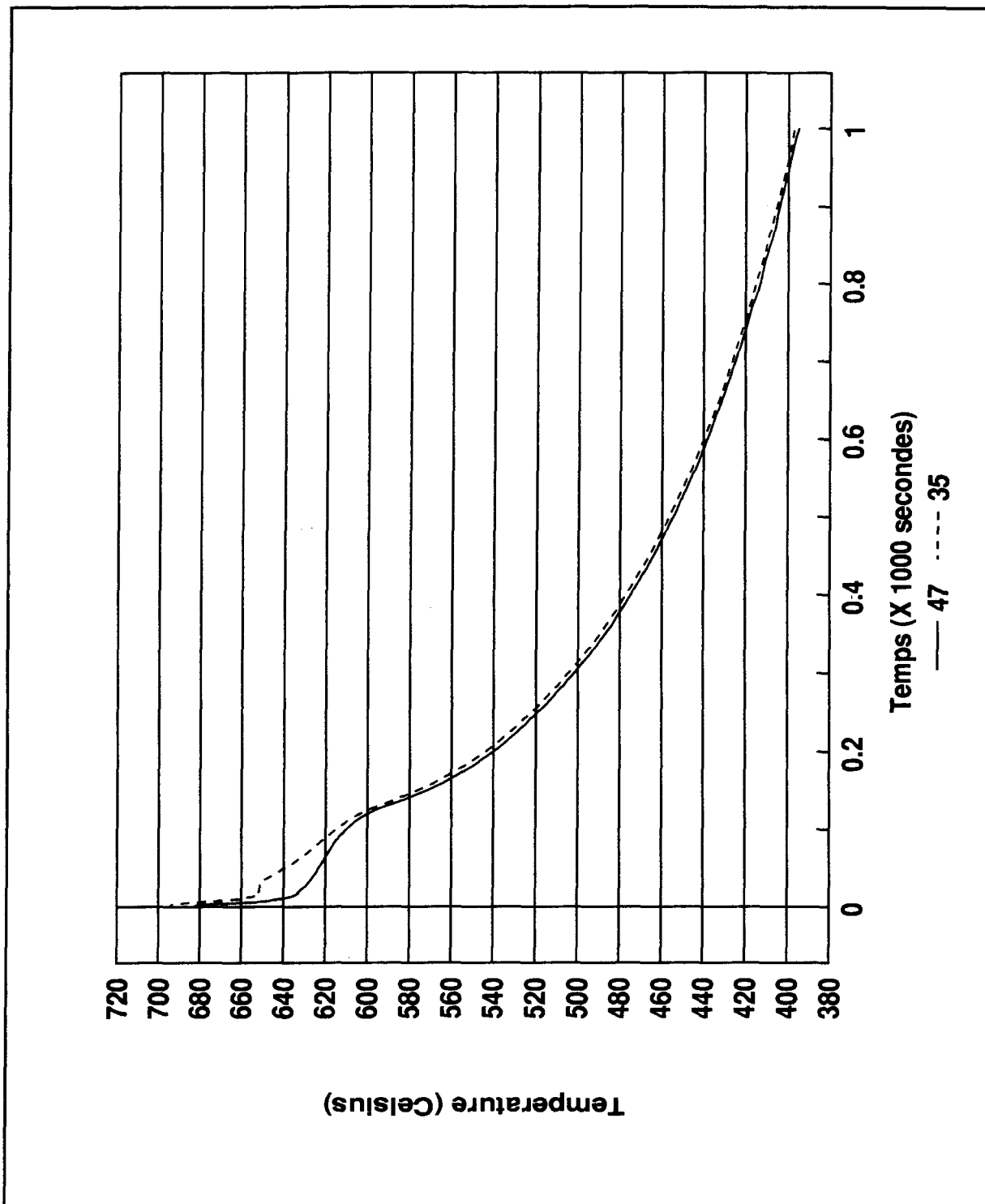


Figure 61: Températures radiales lissées dans l'aluminium, expérience 2.

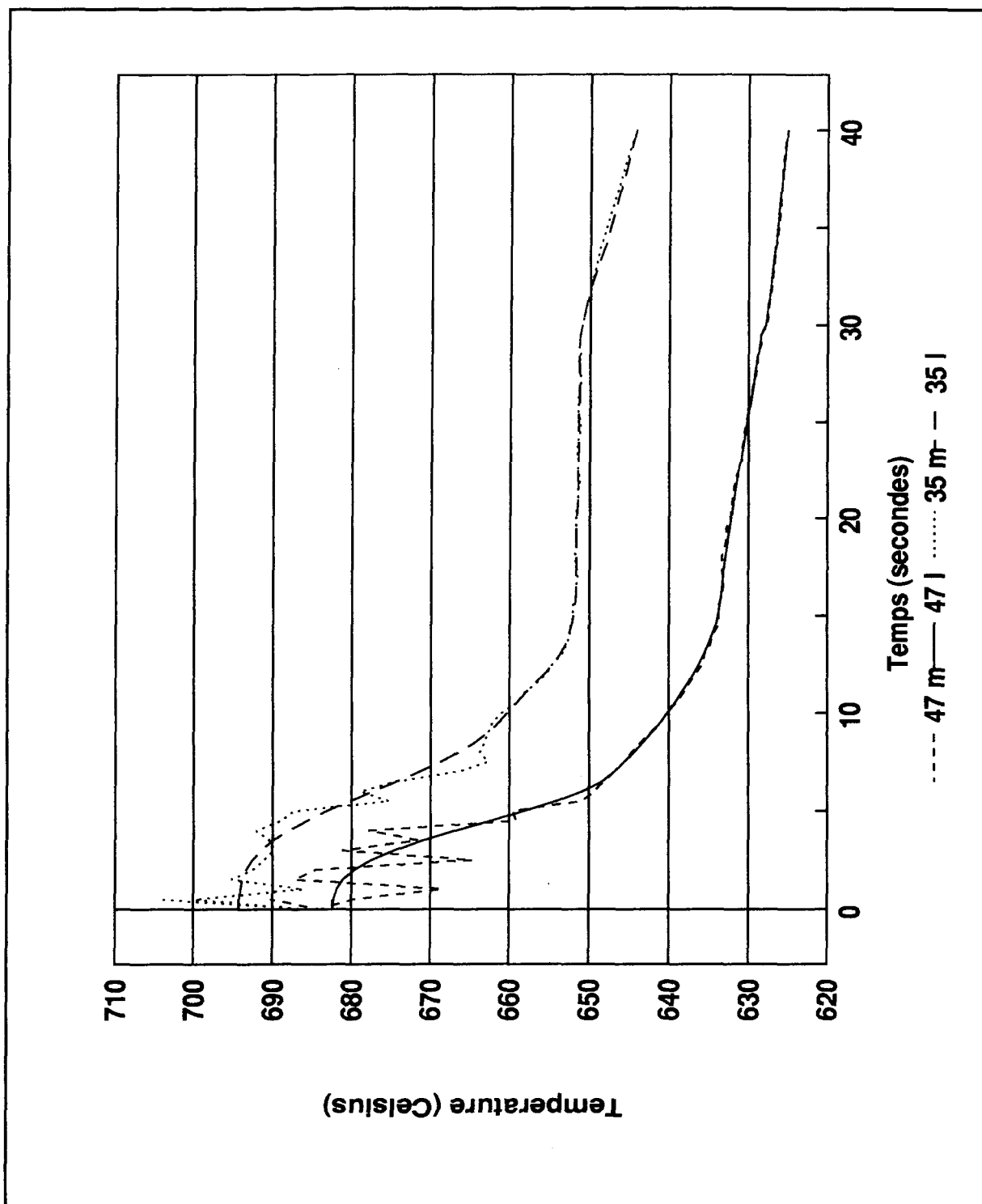


Figure 62: Valeurs initiales des températures radiales lissées dans l'aluminium, expérience 2.

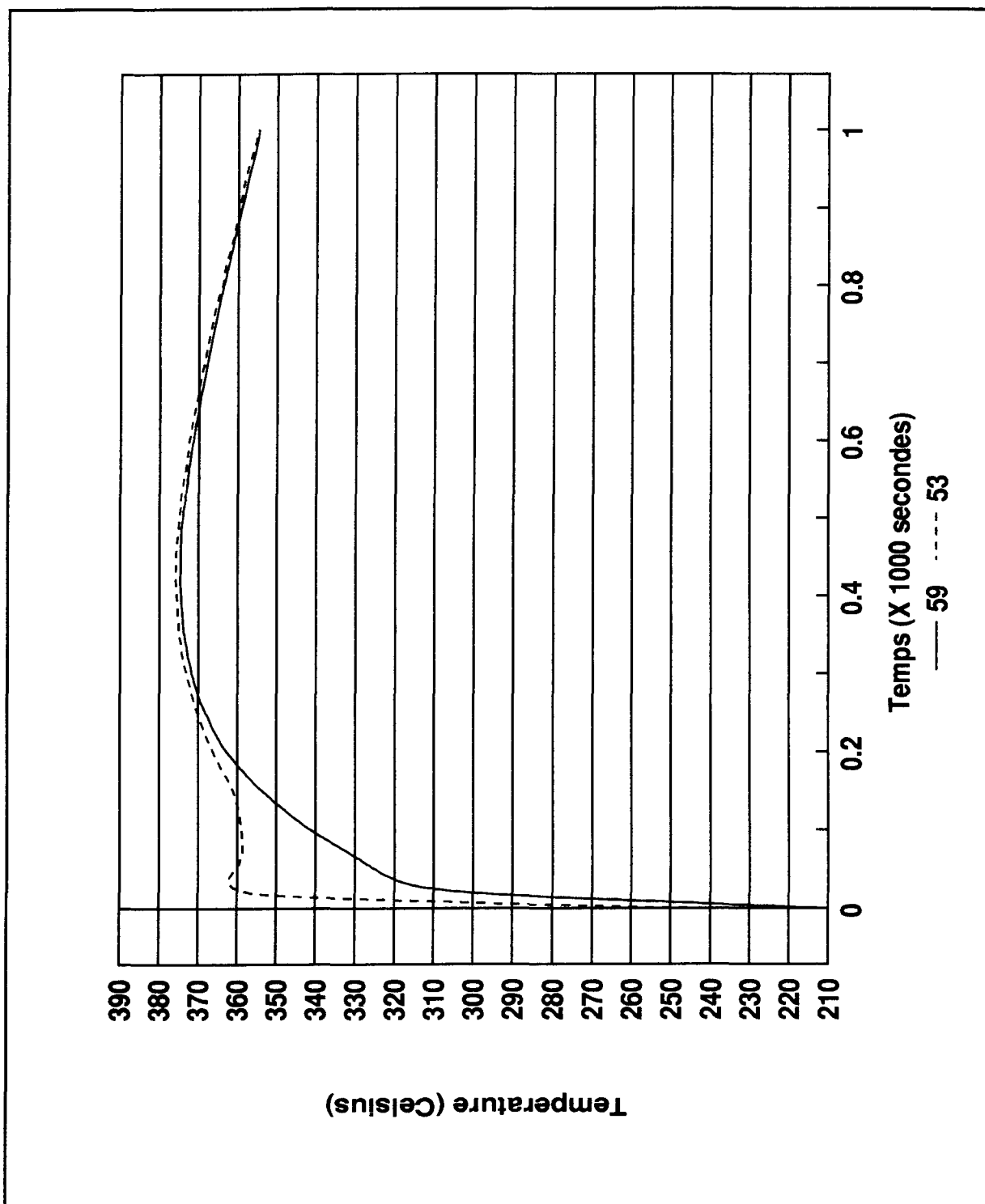


Figure 63: Températures radiales lissées dans le moule, expérience 2.

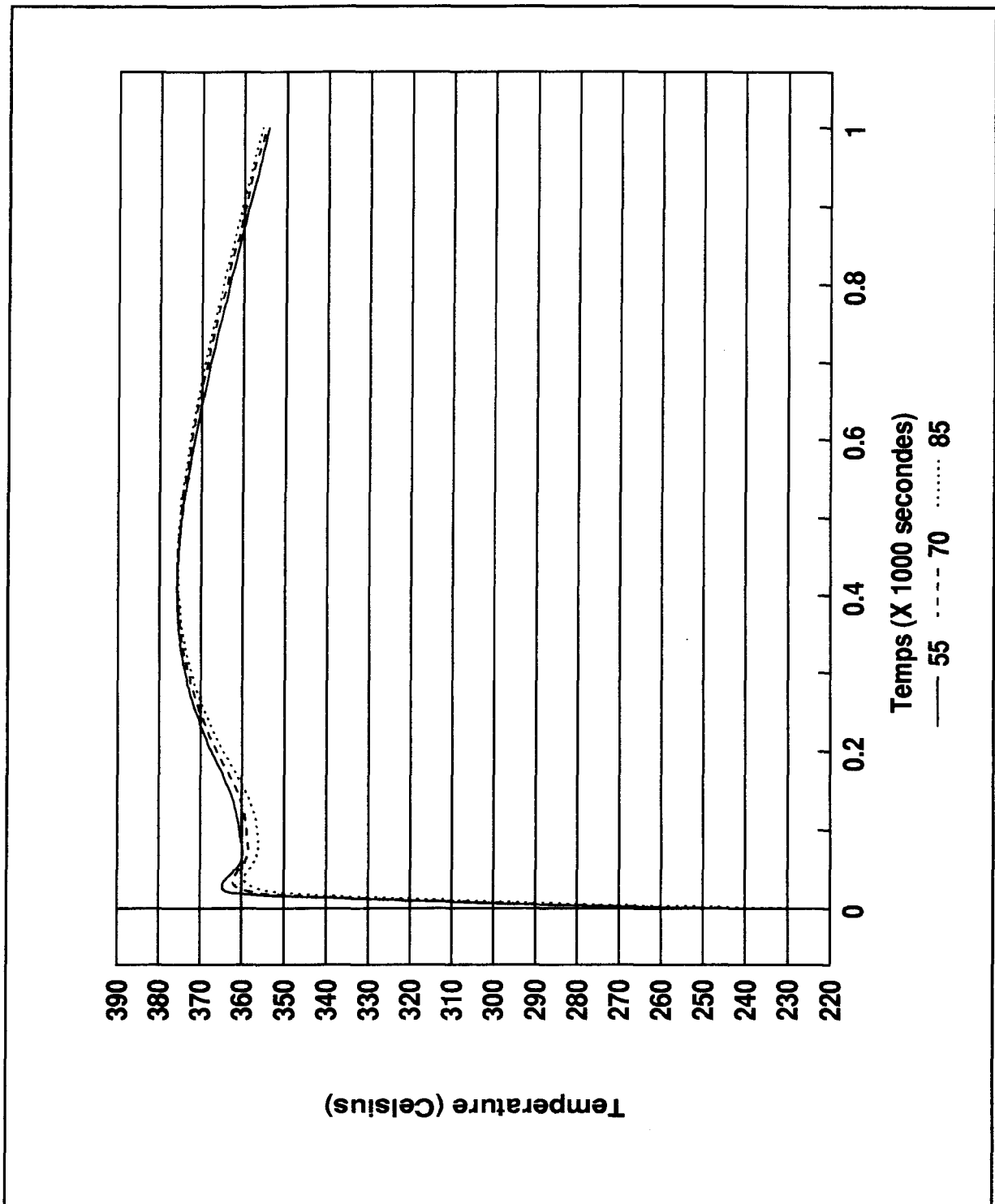


Figure 64: Températures verticales lissées dans le moule, expérience 2.

## **4.2 Progression du front de solidification**

### **4.2.1 Solidification près de l'interface moule/métal**

L'équation inverse de conduction de chaleur pour l'aluminium (l'équation 74 du chapitre 3) permet de déterminer les enthalpies pour la zone près de l'interface moule/métal (cellules 48, 49 et 50). Lors de la solidification des cellules 48, 49 et 50, les propriétés thermiques et physiques changent considérablement, et on retrouve un apport d'énergie produit par la libération de la chaleur latente de fusion, faussant le calcul des températures de ces cellules comme montré à la figure 65. On remarque aussi, que pour les cellules 48, 49 et 50, on ne retrouve aucun état de transition (plateau) entre le passage de l'état solide à liquide permettant de réduire les effets de la libération de la chaleur latente de fusion et du changement des propriétés thermiques et physiques sur le système. De plus, les cellules 48 et 49 se solidifient en même temps libérant une grande quantité d'énergie dans le système.

En conservant l'équation initiale pour résoudre le problème inverse de conduction de chaleur, deux solutions peuvent être envisagées pour résoudre ce problème. La première consiste à réduire le pas de temps pour apporter un état de transition dans les cellules. Les températures manquantes sont interpolées à partir des températures existantes. En réduisant le pas de temps de 0.5 à 0.1 seconde, on élimine la solidification simultanée des cellules 48 et 49, mais on n'obtient aucun état de transition pour les cellules 48, 49 et 50.

En quintuplant le pas de temps, on amortit légèrement les phénomènes à l'interface moule/métal, mais aucun état de transition n'est créé. De plus le temps de calcul est considérablement augmenté.

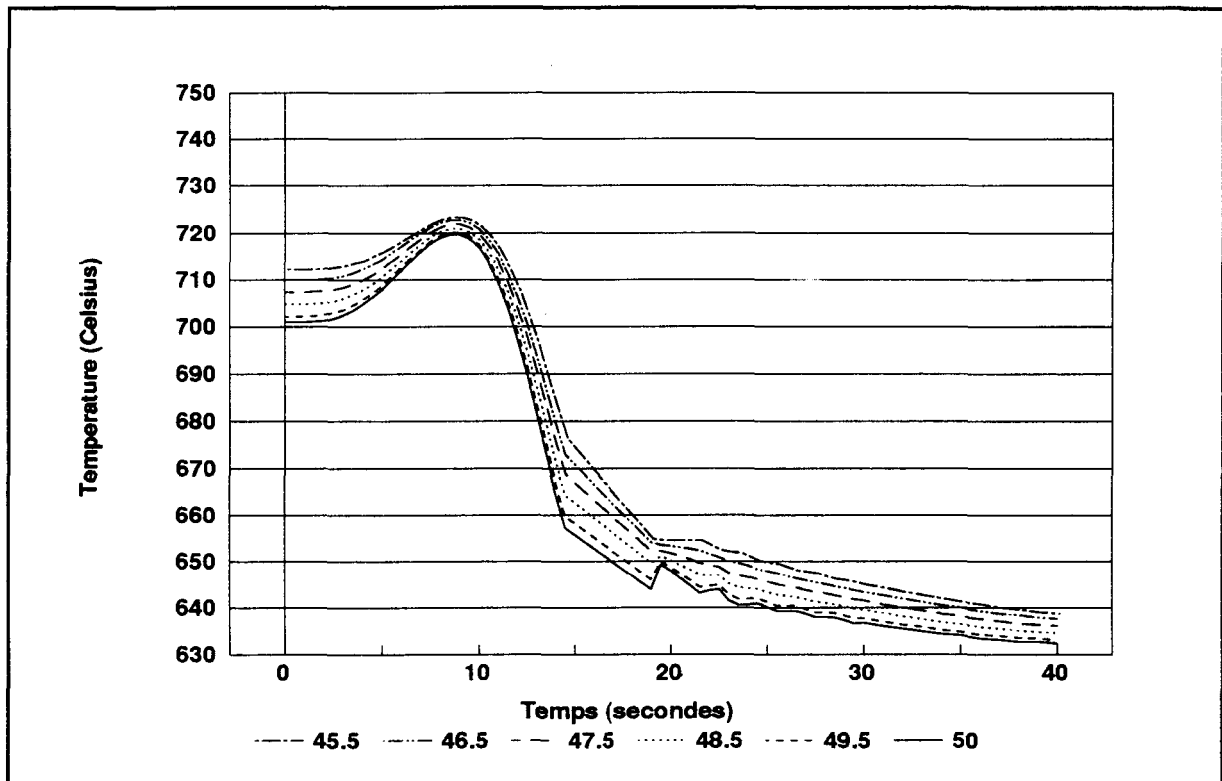


Figure 65: Distribution temporelle de la température des cellules 48, 49 et 50, sans correction.

En examinant la position de la cellule 50, en contact avec la paroi du moule, on peut supposer que celle-ci se solidifie instantanément, et qu'une réduction du pas de temps ne peut apporter un état de transition pour cette cellule. La deuxième solution consiste à exclure la solidification des cellules 48, 49 et 50 du résultat, ce qui ramène à sauter les pas de temps correspondant à leur solidification. Cette solution ne permet pas d'obtenir la solution exacte lors de la solidification des cellules 48, 49 et 50, mais elle



permet d'éliminer les valeurs fausses par une interpolation linéaire. Elle induit moins d'erreur que la solution initiale et n'augmente pas le temps de calcul. La figure 66 montre la distribution de la température lorsque l'on exclut les pas de temps correspondant à la solidification des cellules 48, 49 et 50.

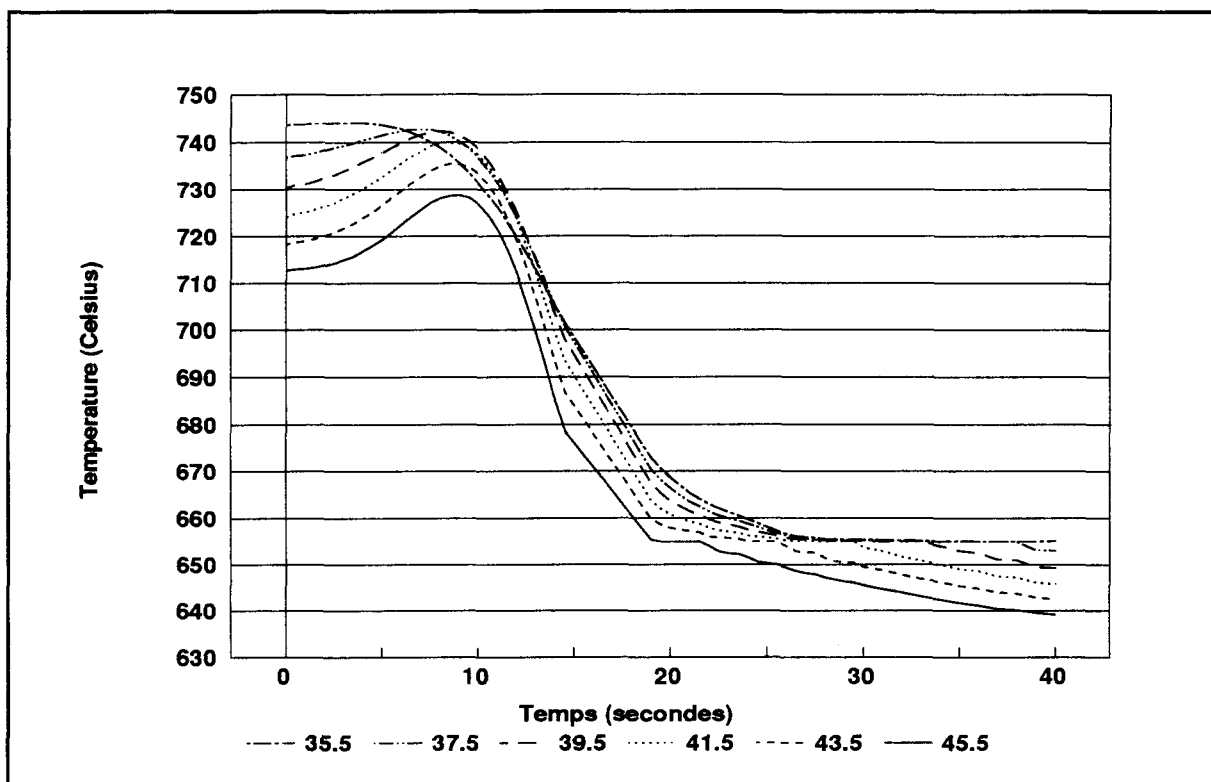


Figure 66: Distribution temporelle de la température des cellules 48, 49 et 50, après correction.

En résumé, l'équation inverse de conduction de chaleur utilisée n'est pas adéquate lorsque l'aluminium est en cours de solidification, car elle sous estime la température des cellules en jeu. Le problème a été contourné en omettant les résultats pour ces cellules lors de leur solidification, ce qui revient à interpoler les distributions temporelles à partir du temps liquide et solide pour ces cellules.

#### **4.2.2 Température de fusion**

La température de fusion comme on a pu le voir à la section 2.4.4 du chapitre 2 varie avec l'expérience et se situe en deçà de la température de fusion de l'aluminium pur. La température de fusion de l'aluminium pur commercial ( $\approx 655^{\circ}\text{C}$ ) est inférieure à celle de l'aluminium pur ( $660.4^{\circ}\text{C}$ ). Comme elle gère le changement des propriétés physiques et thermiques dans le modèle théorique de l'aluminium, on ne peut utiliser la température de fusion de l'aluminium pur comme référence. De plus, la température de fusion est reliée à la vitesse de solidification du lingot, lorsque la solidification est lente, la température de fusion est la même, mais lorsqu'elle est rapide, la température de fusion diminue. Donc, on doit utiliser la température de fusion obtenue à partir du plateau de solidification de la courbe expérimentale. L'évaluation expérimentale de la température de fusion a été indiquée à la section 2.4.4 du chapitre 2. On obtient une valeur de  $654,9^{\circ}\text{C}$  au lieu de  $660.4^{\circ}\text{C}$  pour l'expérience 1, et de  $651.4^{\circ}\text{C}$  pour l'expérience 2. Ces valeurs sont confirmées par le plateau de solidification sur les courbes des figures 58 et 62. Afin de mettre en évidence la sensibilité de ce paramètre, le calcul a été effectué, dans le cas de l'expérience 1, avec la température de fusion de l'aluminium pur (figure 67) et avec la température de fusion expérimentale (figure 68). Dans ces figures, la phase est indiquée (liquide=1, en phase=\* et solide=0) pour chaque cellule de l'aluminium entre 20 et 30 secondes.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	20.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	20.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	21.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	21.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	22.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	22.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	23.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	23.5
0	*	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	24.0
0	*	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	24.5
0	0	*	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	25.0
0	0	*	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	25.5
0	0	*	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	26.0
0	0	*	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	26.5
0	0	0	*	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	27.0
0	0	0	*	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	27.5
0	0	0	*	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	28.0
0	0	0	*	*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	28.5
0	0	0	0	*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	29.0
0	0	0	0	*	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	29.5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30.0

Figure 67: Déplacement du front de solidification, température de fusion 660.4°C.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	20.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	20.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	21.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	21.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	22.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	22.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	23.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	23.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	24.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	24.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	25.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	25.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	26.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	26.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	27.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	27.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	28.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	28.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	29.0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	29.5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	*	0	0	0	0	0	0	0	30.0

Figure 68: Déplacement du front de solidification, température de fusion 654.9°C.

On remarque que le déplacement du front de solidification pour la figure 67 est irrégulier, tandis que pour la figure 68 le déplacement du front de solidification est très régulier et correspond au déplacement physique, c'est à dire que la solidification débute à la surface de l'aluminium, puis se déplace vers le centre du cylindre et se termine à la cellule 35.

### 4.3 Résultat du modèle numérique

#### 4.3.1 Températures à l'interface moule/métal

Pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur, on doit tout d'abord déterminer les températures de chaque côté de l'interface moule/métal. La figure 69 montre la distribution temporelle de la température à la surface de l'aluminium et à la paroi interne du moule pour l'expérience 1 et 2.

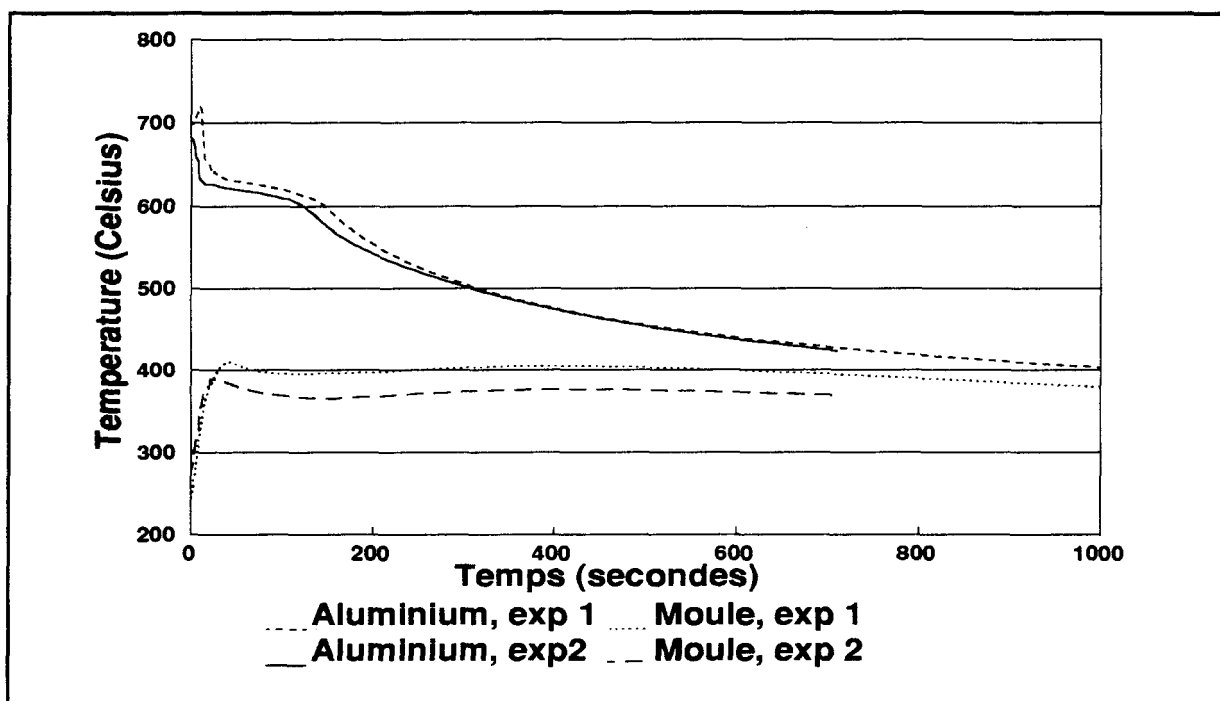


Figure 69: Distribution temporelle de la température à l'interface moule/métal.

**La distribution temporelle de la température à la surface de l'aluminium se compose de quatre parties distinctes, la première partie (pente positive) est reliée au remplissage et au mouvement de masse de la phase liquide de l'aluminium. La deuxième partie représente la période liquide de l'aluminium à la surface du moule. La troisième partie débute avec la solidification, comme on peut le remarquer, on ne retrouve aucun plateau de solidification, mais elle est caractérisée par une pente presque nulle produite par la solidification des cellules adjacentes qui injectent de l'énergie produite par la chaleur latente de fusion lors du changement de phase. La quatrième partie débute lorsque la partie centrale du lingot c'est solidifiée. Elle est caractérisée par un décroissement rapide de la température, qui se stabilise pour diminuer ensuite très lentement.**

**La distribution temporelle de la température à la paroi interne du moule est caractérisée par son temps de montée très rapide, qui fait passer la température du moule de 200°C à environ 400°C. Ensuite, elle diminue quelque peu et très rapidement, puis augmente très lentement jusqu'à un maximum, pour ensuite diminuer très lentement jusqu'à la fin, mais elle reste presque toujours à un même niveau et ne subit pratiquement aucune variation comparativement à celle de l'aluminium.**

**Afin d'examiner l'influence des températures mesurées sur le calcul de l'écart de température à l'interface moule/métal, on a simulé une erreur d'étalonnage de 0.5°C sur le thermocouple près de l'interface du côté moule,**

puis du côté aluminium et ensuite sur les deux thermocouples. L'erreur relative sur l'écart de température est présentée à la figure 70. Comme on peut le voir, ces erreurs sont inférieures à 5%, ce qui indique une bonne stabilité de la méthode de calcul pour ce paramètre. On note que l'erreur a une croissance quasi-linéaire avec le temps à partir de 200 s.

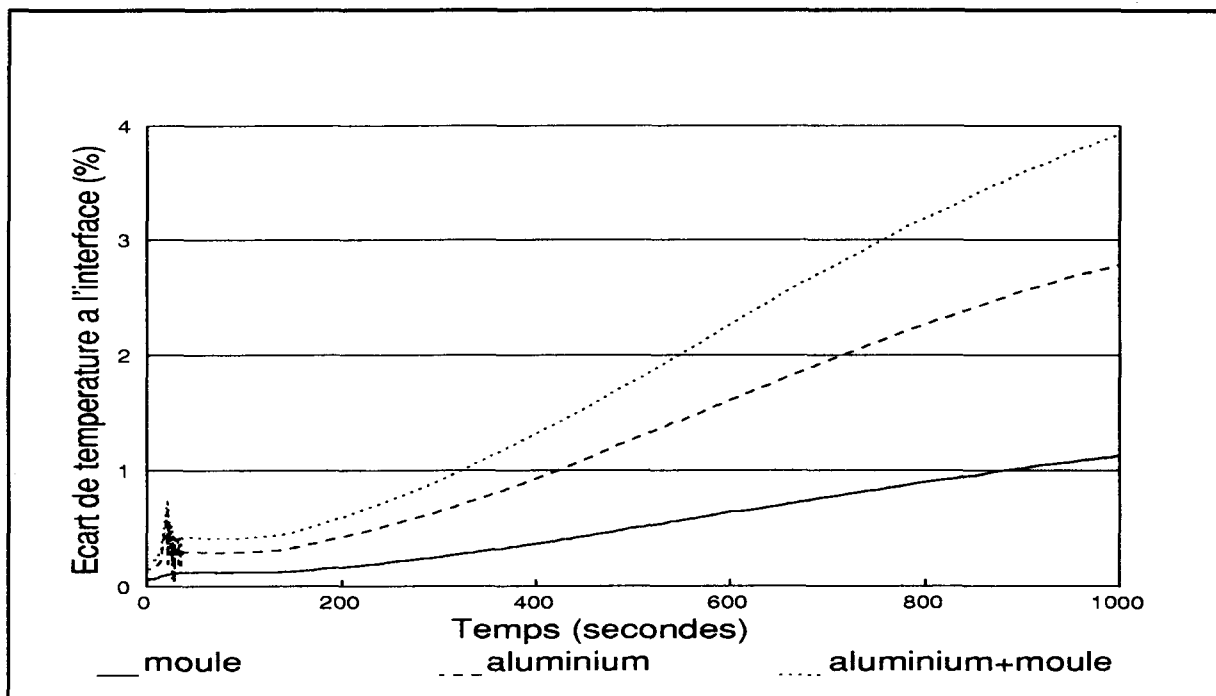


Figure 70: Erreur d'étalonnage sur l'écart de température à l'interface moule/métal, expérience 1.

On a également examiné le rôle joué par le lissage sur le calcul de l'écart de température à l'interface moule/métal, en particulier en ce qui concerne l'élimination du bruit de  $0.4^{\circ}\text{C}$  dans l'étape solide de l'aluminium. L'information spécifique à chaque expérience est détaillée à l'annexe 2. Pour simplifier l'interprétation, on a simulé un bruit sur les valeurs lissées en ajoutant  $0.4^{\circ}\text{C}$  à la valeur de température du premier thermocouple et en otant

0.4°C à la valeur du second thermocouple (côté moule). On a effectué cette opération à chaque pas de temps, mais en inversant l'action à chaque fois sur chaque thermocouple. De cette façon, on a obtenu une oscillation de  $\pm 0.4^\circ\text{C}$  avec un déphasage entre les thermocouples qui permet d'obtenir la condition la plus défavorable. Le résultat indiqué à la figure 71 montre que le lissage permet d'éliminer une erreur qui atteint un ordre de grandeur de 10% en fin de processus.

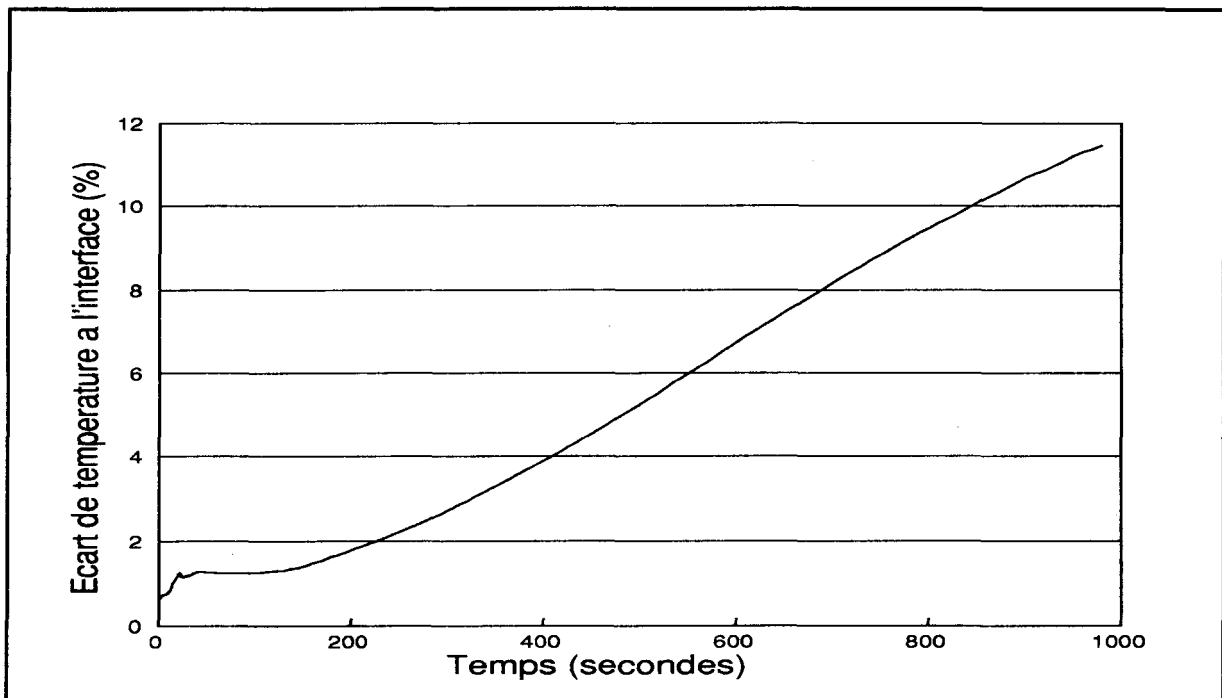


Figure 71: Erreur de lissage sur l'écart de température à l'interface moule/métal, expérience 1.

#### 4.4 Flux de chaleur à l'interface moule/métal

Pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur à l'interface moule/métal, on doit obtenir le flux de chaleur à l'interface moule/métal. La simulation numérique permet d'obtenir le flux de chaleur du côté moule et du

côté aluminium. Lorsque la correction n'est pas appliquée, ces deux valeurs sont indépendantes (et théoriquement égales). Les figures 72 et 73 montrent la distribution temporelle du flux de chaleur à la surface de l'aluminium et à la paroi interne du moule pour l'expérience 1 et 2 respectivement.

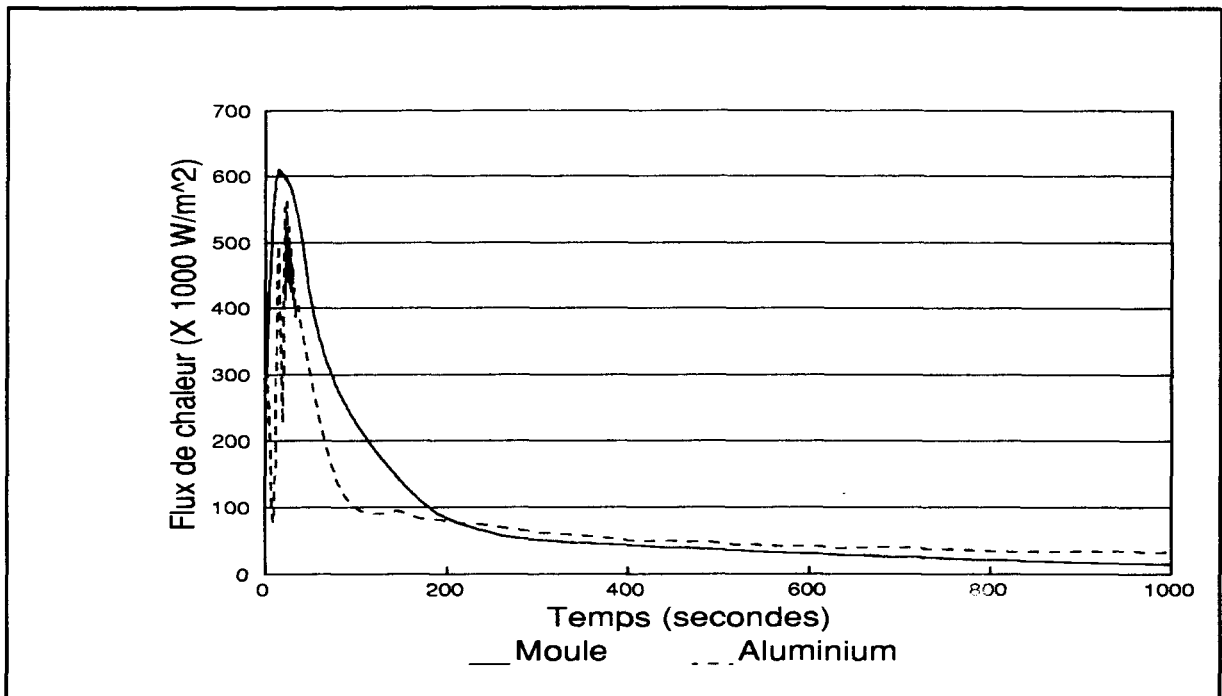


Figure 72: Distribution temporelle du flux de chaleur à l'interface moule/métal.

La variation du flux de chaleur est semblable dans chaque cas. Étant donné l'orientation radiale, le flux de chaleur est positif puisqu'il se dirige de l'aluminium vers le moule. Au début, au cours de la période correspondant approximativement au temps de versement (10 s), le flux de chaleur croît rapidement jusqu'à sa valeur maximum (de l'ordre de 1000 kW/m<sup>2</sup>), puis le flux de chaleur décroît exponentiellement avec un temps caractéristique de l'ordre de 50 s. La chaleur totale (sensible + latente) contenue dans l'aluminium par



rapport au moule est de l'ordre de  $2000 \text{ kJ/m}^3$ . D'après la courbe, l'essentiel de l'échange se fait sur une période de l'ordre de 100 s, compte tenu de la géométrie du moule, cela correspond à un flux de chaleur moyen de l'ordre de  $500 \text{ kW/m}^2$ , ce qui est en accord avec l'ordre de grandeur des résultats obtenus. On remarque aussi, que la période initiale (de l'ordre de 200 s) est caractérisée par un flux de chaleur transitoire, tandis que la période finale est caractérisée par un état quasi-stationnaire.

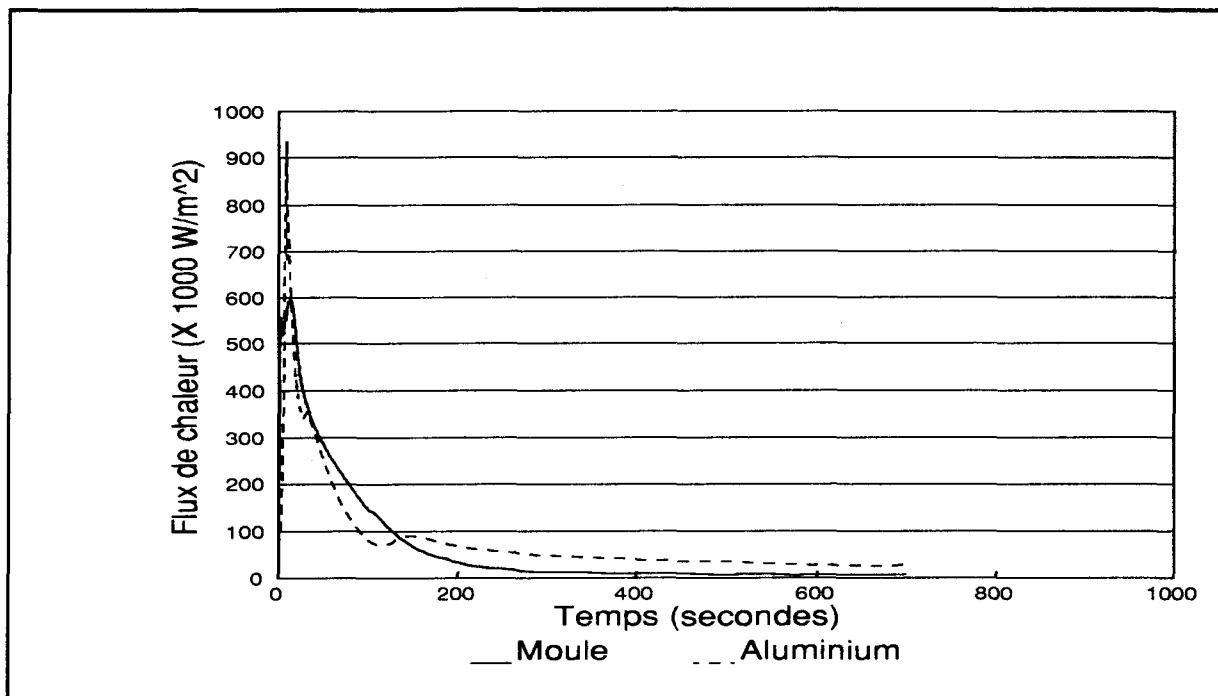


Figure 73: Distribution temporelle du flux de chaleur à l'interface moule/métal.

La comparaison entre les valeurs côté moule et côté aluminium montre que, dans la période transitoire, le flux de chaleur calculé côté aluminium est moins stable et inférieur au flux de chaleur calculé côté moule, ensuite les valeurs calculées s'inversent avec un écart assez constant entre elles. On

**rappelle que la formule de calcul du coefficient de transfert utilise le flux de chaleur du côté moule, section 3.4.1 du chapitre 3, c'est à dire que l'on considère que le flux de chaleur côté moule correspond à la valeur correcte du flux de chaleur traversant l'interface moule/métal. En effet, le flux de chaleur calculé du côté aluminium est largement affecté par les effets tridimensionnels et la mesure expérimentale (thermocouple flottant). On note que l'erreur importante sur le flux de chaleur côté aluminium ne perturbe pas le calcul du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal, car, seule, la valeur de la température à la surface de l'aluminium est utilisée et le calcul de cette valeur demeure suffisamment précis comme on le verra à la section 4.6.**

**Une indication de la sensibilité de calcul du flux de chaleur côté moule peut être obtenue en examinant la variation relative due à la modification de l'étalonnage tel que décrit à la section 4.3. L'erreur relative introduite pour un écart de 0.5°C sur le thermocouple dans le moule (figure 74) croît avec le temps jusqu'à une valeur maximale de l'ordre de 30%.**

**D'autre part, la nécessité de l'opération de lissage apparaît très nettement lorsque l'erreur relative sur le flux de chaleur en l'absence de lissage est calculée suivant la procédure détaillée à la section 4.3. Comme pour l'écart d'étalonnage, le bruit créé une erreur qui croît avec le temps, cependant l'erreur est cinq fois plus grande dans ce cas, (120% à 250%), figure 75.**

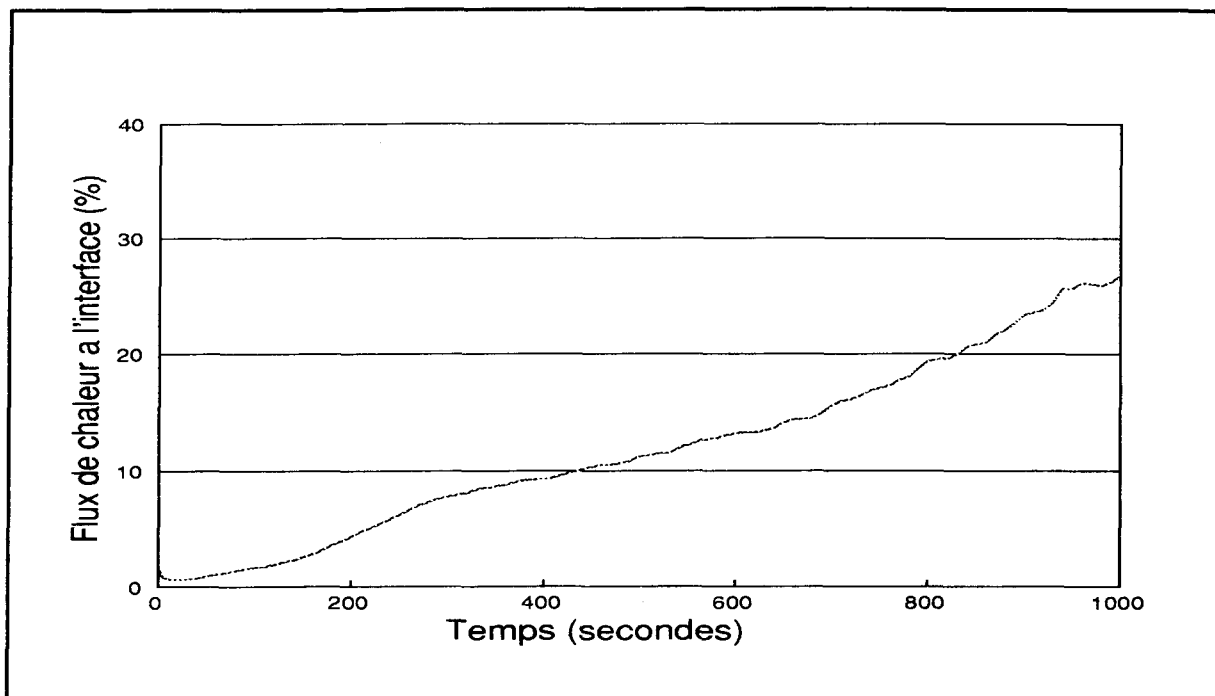


Figure 74: Erreur d'étalonnage sur le flux de chaleur à l'interface moule/métal, expérience 1.

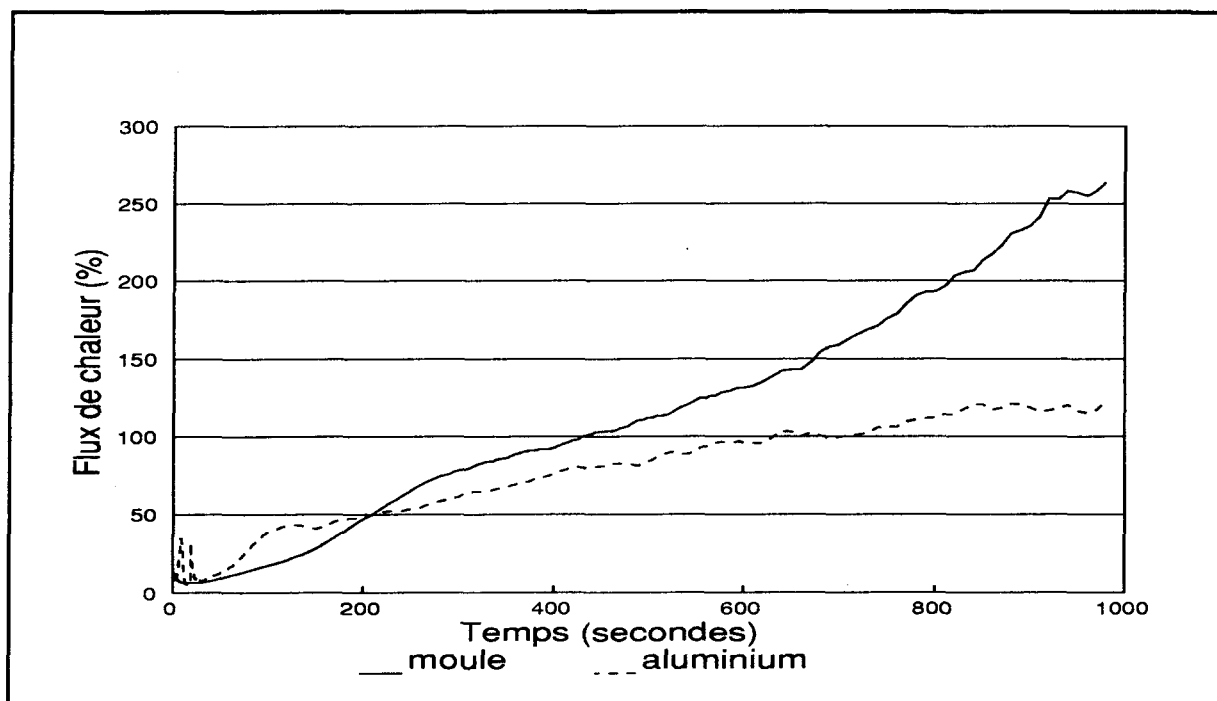


Figure 75: Erreur de lissage sur le flux de chaleur à l'interface moule/métal, expérience 1.

On remarque également la plus grande sensibilité du flux de chaleur côté moule (étalonnage et bruit) dans la période quasi-stationnaire. En effet, les écarts de température durant l'étape de refroidissement solide sont faibles dans le moule, ce qui rend le calcul du gradient radial, et donc du flux de chaleur, très sensible aux erreurs.

#### **4.5 Coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal**

Les distributions temporelles du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal sont présentées à la figure 76 pour l'expérience 1 et 2. Pour l'expérience 1, le coefficient atteint une valeur de 2460 W/m<sup>2</sup>K et diminue rapidement jusqu'à 500 W/m<sup>2</sup>K à 200 s. De 200 s jusqu'à la fin de l'expérience, le coefficient augmente légèrement, soit 700 W/m<sup>2</sup>K, puis diminue à une valeur de 550 W/m<sup>2</sup>K. Pour l'expérience 2, le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal atteint une valeur maximale de 2370 W/m<sup>2</sup>K pour diminuer rapidement jusqu'à 100 W/m<sup>2</sup>K sur une période de 200 s, ensuite il se stabilise et à 100 W/m<sup>2</sup>K jusqu'à la fin de l'expérience.

La comparaison entre les deux expériences semble indiquer un comportement identique du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal. On note cependant, un décalage d'environ 15 s entre les deux expériences dû à la différence des conditions de remplissage. La partie transitoire de la variation se produit durant les 200 premières secondes. Durant cette période, la forme de  $h_{int}(t)$  correspond à la courbe classique d'une

réponse impulsionnelle. Un tel résultat est naturel, puisqu'il s'agit de la réponse du système d'interface à un brusque écart de température (excitation échelon). Les paramètres caractéristiques de la période transitoire semblent être très peu dépendants des conditions initiales. En effet, bien que l'écart initial de température de l'expérience 1 soit de l'ordre de 8% plus élevé que dans l'expérience 2, les valeurs maximales du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal sont de  $2410 \text{ W/m}^2\text{K} \pm 2\%$  et le temps de demi croissance est de  $38 \text{ s} \pm 5\%$  ( $40 \text{ s}$  pour l'expérience 1 et  $36 \text{ s}$  pour l'expérience 2).

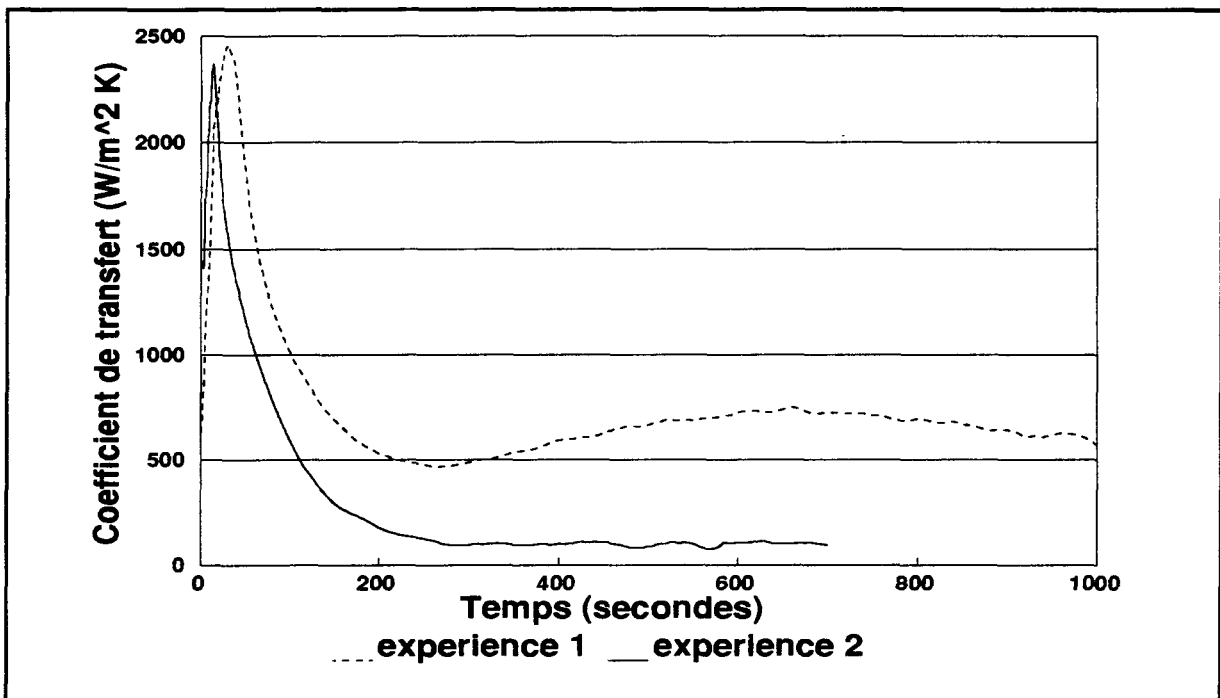


Figure 76: Distribution temporelle du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal.

En ce qui concerne la période quasi-stationnaire (au delà de 200 s), le comportement est correct pour l'expérience 2, tandis que, physiquement, l'expérience 1 apparait comme entachée d'une large erreur. Comme indiqué aux sections 4.3 et 4.4, la période quasi-stationnaire est particulièrement sensible aux erreurs, c'est donc l'influence des erreurs propres à l'expérience 1 qui sont mises en évidence dans le calcul inadéquat du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal. En ce qui concerne les causes physiques de ce phénomène, on peut citer le positionnement défectueux du thermocouples à 47 mm, chapitre 2 section 2.2.3, l'importance des effets bidimensionnels dans l'expérience 1 (sans masselotte) et probablement une erreur d'étalonnage sur un thermocouple de l'aluminium.

À l'aide des procédures détaillées à la section 4.3, on a pu indiquer la sensibilité du calcul aux erreurs d'étalonnage. Cependant, on ne dispose pas de moyens objectifs pour déterminer l'ordre de grandeur de l'erreur réelle pour chaque expérience. En effet, le lissage effectué sur les courbes de températures mesurées a permis d'éliminer la partie quantifiable de l'erreur d'instrumentation. On peut raisonnablement estimer que l'erreur sur le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal est donc essentiellement déterminée par l'erreur de modélisation, à savoir l'écart de l'expérience par rapport à une situation strictement unidimensionnelle. L'objet de la prochaine section, sera donc d'évaluer ce phénomène pour chaque

expérience.

#### **4.6 Bidimensionnalité**

##### **4.6.1 Méthode de calcul des erreurs**

On a développé à l'annexe 3 une méthode permettant d'introduire un terme correctif au calcul unidimensionnel afin de tenir compte d'une perte de chaleur verticale. L'ajout de la perte de chaleur verticale dans la résolution numérique de la distribution de la température radiale dans le système moule/métal a pour but de réduire les erreurs induites par l'asymétrie verticale du modèle expérimental par rapport au modèle théorique. Dans cette section, on compare les résultats pour le calcul du coefficient transitoire de transfert de chaleur sans perte de chaleur verticale et avec perte de chaleur verticale. Le but de cette comparaison est double. D'abord, on peut évaluer l'importance des phénomènes bidimensionnels. La méthode de résolution étant basée sur l'hypothèse d'une distribution de température unidimensionnelle, la comparaison permet de justifier cette hypothèse. En second lieu, on peut évaluer l'erreur de calcul de la méthode en définissant une erreur relative pour chaque valeur, à savoir, la température et le flux de chaleur à la paroi interne du moule, la température à la surface de l'aluminium et le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal. On doit prendre note, que cette erreur calculée donne une estimation de l'erreur due à la bidimensionnalité dans le cas où l'ordre de grandeur est inférieur à 10%. Lorsque l'erreur est supérieure à 10%, on doit convenir que

le système est trop bidimensionnel pour qu'un simple terme correctif permette de représenter correctement la physique du milieu sur le modèle numérique unidimensionnel.

La méthode de correction a été détaillée à l'annexe 3. On rappelle que cette méthode est basée sur la mesure expérimentale du flux de chaleur vertical dans le moule, qui fournit le terme correctif dans le moule. Dans l'aluminium, le terme correctif est obtenu en imposant l'égalité des flux de chaleur radiaux (côté moule et côté aluminium) à l'interface moule/métal. Les mesures du flux de chaleur vertical dans le moule ont été présentées à la section 2.4.3 du chapitre 2. Ce flux est effectivement faible devant le flux de chaleur radial, ce qui déjà justifie l'hypothèse unidimensionnelle dans le moule. Cependant, l'écart entre les flux de chaleur calculés côté moule et côté aluminium, section 4.4, semble indiquer que le terme correctif dans l'aluminium sera plus significatif que dans le moule.

#### **4.6.2 Erreurs relatives de bidimensionnalité**

Les erreurs relatives sur les températures à l'interface moule/métal sont présentées à la figure 77. On remarque que, comme indiqué précédemment, la correction affecte beaucoup plus le champ de température côté aluminium que côté moule: ordre de 2% dans l'aluminium, ordre de 0.01% dans le moule. D'autre part, l'expérience 1 présente en général des erreurs plus grandes que dans l'expérience 2, ce qui est en accord avec la physique du processus de l'expérience 1 qui est moins unidimensionnelle que le processus de



l'expérience 2.

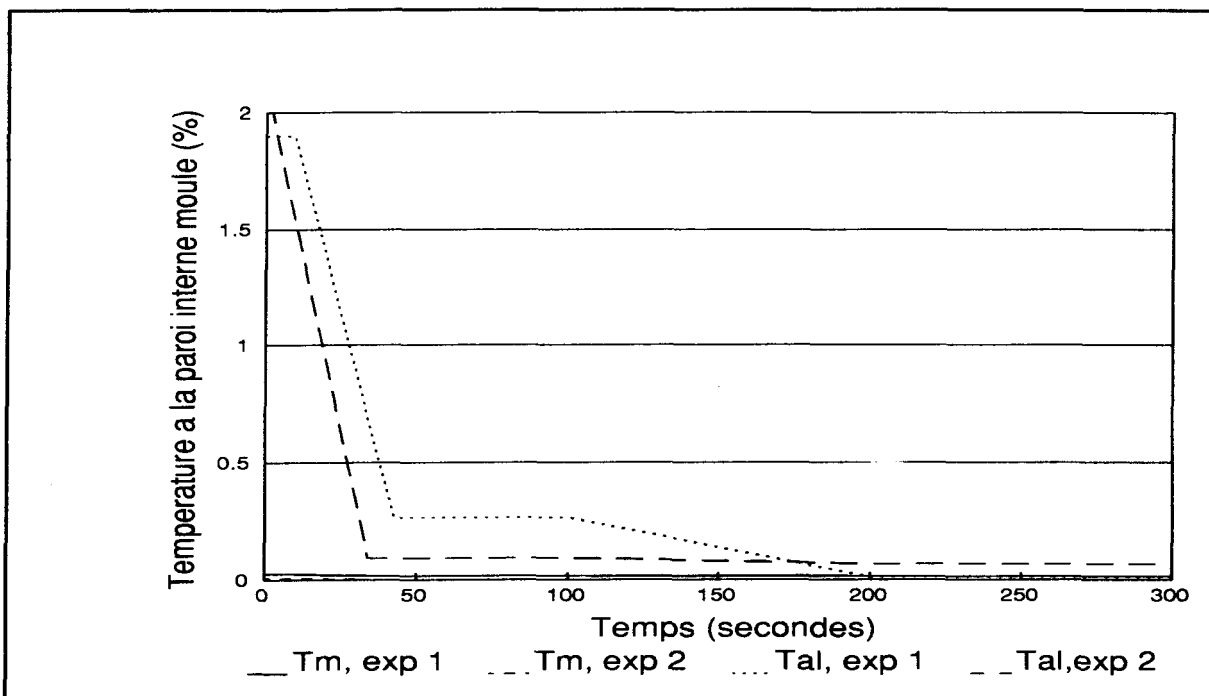


Figure 77: Erreur de bidimensionnalité sur les températures à l'interface moule/métal.

On note aussi que l'erreur diminue avec le temps. Plus précisément, l'erreur est importante dans les 30 premières secondes, conséquence de la présence d'aluminium liquide qui provoque des effets tridimensionnels dans la distribution de la température. Dans la période quasi-stationnaire, soit après 200 s, on a vu que le calcul est assez sensible aux erreurs d'étalonnage ou du bruit, section 4.3. Ici la différence dans le calcul avec et sans terme correctif ne semble pas créer une erreur qui s'amplifie dans la période fluide. L'explication de ce phénomène tient dans le fait que la correction porte directement sur le flux de chaleur et non pas sur les températures comme dans les deux cas de simulation cités plus haut. On verra que dans le cas du

calcul de flux, le phénomène d'amplification des erreurs dans la période quasi-stationnaire est, au contraire, nettement sensible.

Les erreurs relatives sur le flux de chaleur à l'interface côté moule sont présentées à la figure 78. On note que ces erreurs restent inférieurs à 0.3%, ce qui justifie pleinement l'emploi d'un modèle unidimensionnel dans le moule. On remarque que, dans la période transitoire, l'erreur est plus importante dans l'expérience 1 pour les raisons indiquées précédemment.

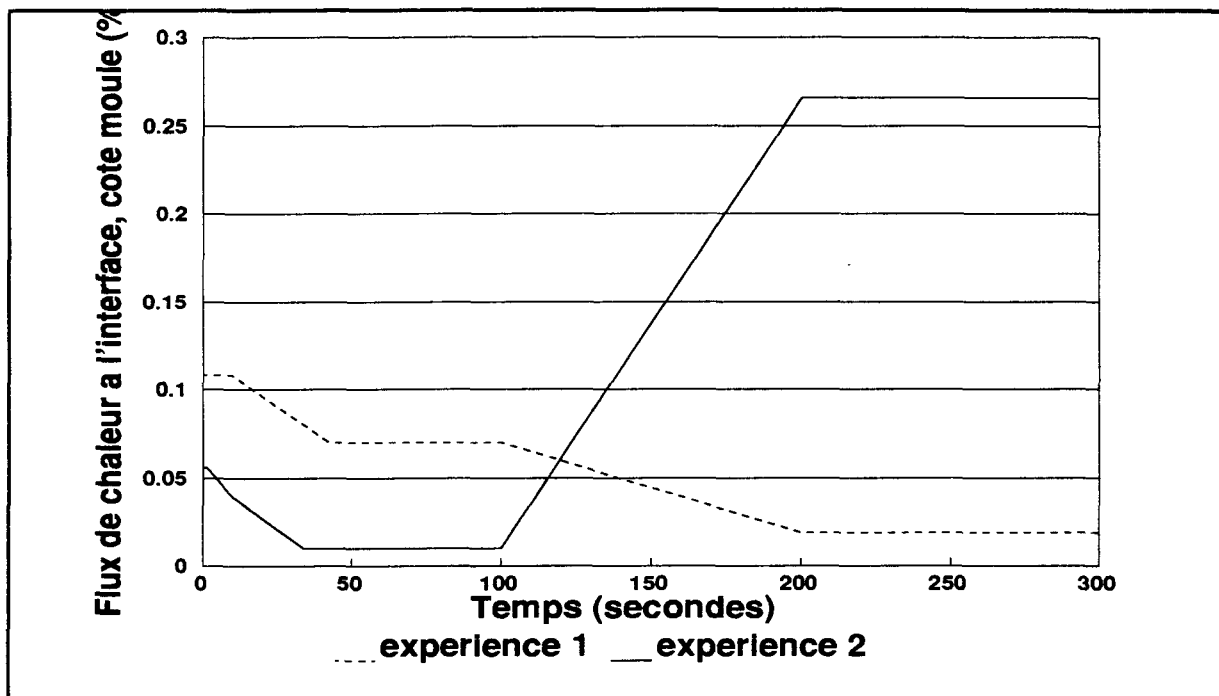


Figure 78: Erreur de bidimensionnalité sur le flux de chaleur coté moule.

Une fois l'aluminium solidifié, on s'attend à ce que l'erreur relative augmente en raison de la grande sensibilité du calcul du flux de chaleur dans la période quasi-stationnaire du processus, section 4.3. Ce phénomène est très net dans le cas de l'expérience 2 où l'erreur relative sur le flux de chaleur est

dix fois plus grande après 200 s que dans la période quasi-stationnaire. Cependant, dans le cas de l'expérience 1, le flux de chaleur vertical est significativement réduit en période quasi-stationnaire, sans doute par l'effet de cheminée dû au cône de retassure, ce qui maintient à un niveau très bas l'erreur relative sur le flux de chaleur.

La faible erreur sur le calcul du flux de chaleur à la paroi interne du moule permet de justifier le choix de ce paramètre pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur à l'interface moule/métal. L'écart significatif entre les deux flux identifiés à la figure 76, indique donc une erreur importante sur le calcul du flux de chaleur à la surface de l'aluminium. En fait, l'ordre de grandeur du terme correctif dépasse largement 10%, ce qui signifie que le modèle unidimensionnel ne permet pas de calculer adéquatement le flux de chaleur à la surface de l'aluminium.

Il est surprenant de constater que, pour les températures et le flux de chaleur, la correction bidimensionnelle dans la partie quasi-stationnaire est plus faible pour l'expérience 1 que pour l'expérience 2, bien que, physiquement, on s'attende au résultat inverse. Ceci est dû au fait que toute la méthode de correction est dépendante du flux vertical mesuré dans le moule, et ce terme est amoindri par l'effet de cheminée dans l'expérience 1, quoique dans l'aluminium, les phénomènes tridimensionnels soient plus importants. La méthode corrective s'applique donc mal à l'expérience 1, surtout dans la période quasi-stationnaire.

L'erreur relative sur le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal est la somme de l'erreur relative sur l'écart de température à l'interface moule/métal et de l'erreur relative sur le flux à la paroi interne du moule. Les erreurs sont de l'ordre de 3.5% au départ, puis elle diminue au dessous de 1% jusqu'à la solidification complète de l'aluminium. Comme on l'a indiqué à la conclusion sur la présentation des valeurs du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal, (section 4.5), les valeurs indiquées peuvent être considérées comme une estimation des erreur sur le coefficient.

Puisque les valeurs présentées à la figure 79 peuvent être regardées comme une estimation de l'erreur totale sur le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal, il est nécessaire de quantifier cette estimation. Ceci peut être fait en examinant la distribution de température obtenue avec le terme correctif. On peut sur ou sous-évaluer la perte de chaleur verticale. Si on sur-évalue le terme de fuite, la solution exacte se situe entre le cas sans terme de fuite et le cas avec le terme de fuite, tandis que si on sous-évalue le terme de fuite, la solution exacte ne se situe pas entre les deux cas étudiés, mais elle est supérieure au cas avec le terme de fuite.

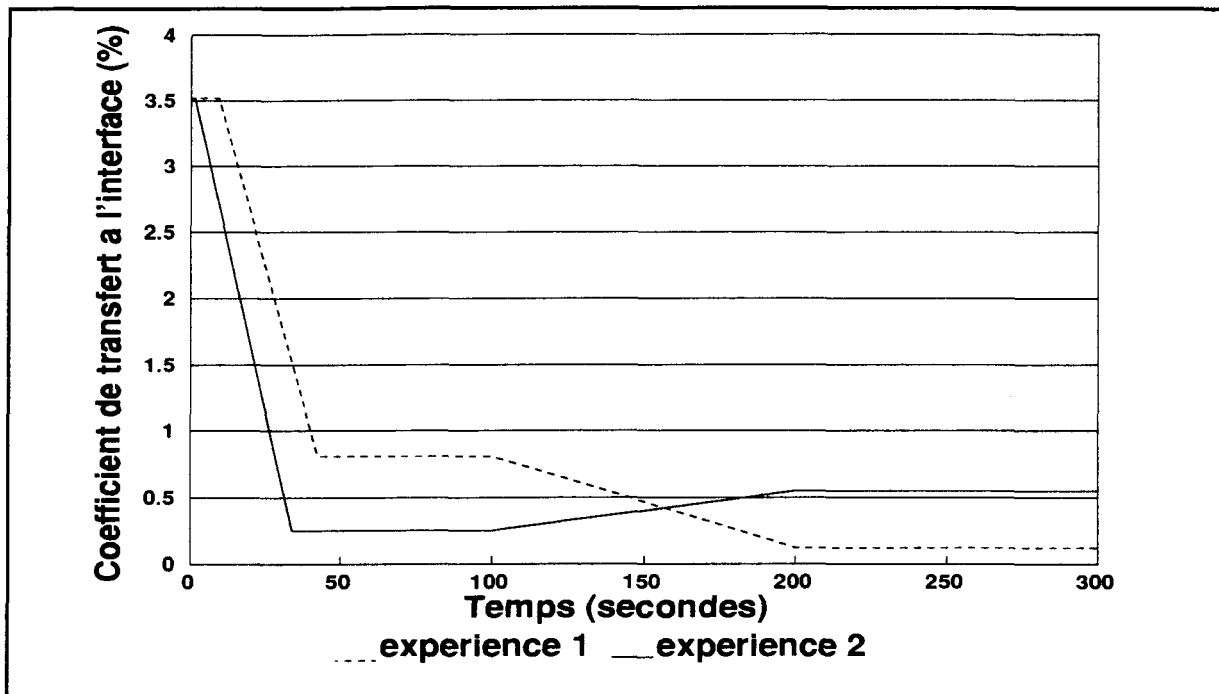


Figure 79: Erreur de bidimensionnalité sur le coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal.

En regardant la distribution de la température pour l'ensemble des cellules calculées avec la perte de chaleur verticale pour l'état liquide de l'aluminium (figure 66), on remarque que les courbes de température temporelle des cellules 35 et 36 chevauchent les courbes de température des cellules 36 et 37. Ce chevauchement implique que le terme de fuite est sur-évalué et, donc, que la solution exacte se situe entre le cas calculé sans terme fuite et avec le terme de fuite. Donc l'erreur relative calculée pour l'état liquide de l'aluminium est supérieure à la réalité. Pour ce qui est de l'ajout du terme de fuite pour la partie solide de l'aluminium, la distribution temporelle de la température pour l'ensemble des cellules ne montre aucun chevauchement, donc la solution exacte correspond au cas où le terme de fuite est sous-

**évalué. L'erreur relative calculée pour cette partie est donc ou sous- évaluée.**

**En conséquence, une valeur 3.5% est une estimation acceptable de l'erreur dans la période transitoire. Cependant dans la période quasi-stationnaire, après 200 s, seul le résultat de l'expérience 2 est acceptable et, dans ce cas, la valeur, inférieur à 1%, est certainement sous-évaluée.**

## CONCLUSIONS

### A Résumé du travail réalisé

La description du processus de solidification de l'aluminium liquide dans l'opération de moulage nécessite la détermination du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal. On a présenté dans ce document la description et l'application d'une méthode de calcul originale dans le cas du transfert de chaleur radial pour un moule cylindrique. Le travail requis pour cette tâche se décompose en quatre parties. On a d'abord mis au point un montage expérimental du moulage d'aluminium pur commercial qui permet la mesure continue des températures en plusieurs points du moule et de l'aluminium durant la période de solidification. Le moule utilisé est en acier de forme cylindrique de 22.5 cm de haut, avec un rayon interne de 5 cm et un rayon externe de 9 cm. L'ensemble du montage a été étudié pour assurer l'unidimensionnalité radiale du processus. On a ensuite mis au point une analyse statistique des courbes expérimentales de température afin d'effectuer un lissage adapté qui élimine les fluctuations turbulentes initiales ainsi que le bruit (de l'ordre de 0.4°C) sur toute la période

de mesure. La troisième partie de ce travail a consisté à élaborer une méthode de calcul numérique par différences finies des champs de température près de l'interface moule/métal, de façon indépendante dans le moule et l'aluminium en s'appuyant sur deux valeurs expérimentales dans chaque milieu. Dans le milieu liquide et diphasé (aluminium), un modèle enthalpique avec calcul de la fraction liquide a été utilisé. Enfin, la dernière partie du travail correspond à la réalisation d'une correction du modèle numérique pour l'évaluation des effets de transfert de chaleur verticaux.

## **B Résumé des résultats obtenus**

Les résultats présentés correspondent à deux expériences qui diffèrent par le processus d'alimentation en aluminium liquide et par l'écart initial de température entre l'aluminium et le moule. Les ordres de grandeur des températures initiales sont de 700°C pour l'aluminium et de 200°C pour le moule. Les expériences ont une durée variant entre 700 et 1000 secondes. L'évolution du coefficient de transfert de chaleur à l'interface moule/métal fait apparaître une période initiale transitoire (jusqu'à environ 200 s) puis une période quasi-stationnaire. Dans la période transitoire, la valeur maximale du coefficient est de l'ordre de 2410 W/m<sup>2</sup>K et le temps caractéristique de décroissance ( $\frac{1}{2}h_{\text{int max}}$ ) est de 38 secondes. Ces valeurs apparaissent relativement dépendantes du système d'alimentation et aussi des conditions initiales, puisqu'une différence de 8% entre les écarts de températures



initiales, pour les deux expériences, produit une différence de 2% dans les caractéristiques transitoires mentionnées ci-dessus et de 5% sur le temps caractéristique de décroissance. L'analyse de sensibilité ainsi que la correction bidimensionnelle fait apparaître que les valeurs de température à la paroi interne du moule et à la surface de l'aluminium ainsi que le flux de chaleur à l'interface moule/métal côté moule (trois valeurs utilisées pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur à l'interface moule/métal) sont correctement évalués par le modèle. D'autre part, la méthode est beaucoup plus sensible dans la période quasi-stationnaire que dans la période transitoire. Enfin, l'approximation unidimensionnelle est justifiée dans le moule, mais moins bonne dans l'aluminium. Bien que le champ de température soit peu affecté, le flux de chaleur à l'interface moule/métal, côté aluminium, est nettement en erreur par rapport à la valeur de celui côté moule. En résumé, dans la partie quasi-stationnaire, où l'on retrouve une grande amplification des erreurs sur la températures, les résultats de l'expérience sans masselotte (expérience 1) ne sont pas acceptables compte tenu des effets bidimensionnels important pour cette méthode de remplissage. L'expérience avec masselotte (expérience 2) indique des effets bidimensionnels bien plus faibles que dans le cas de l'expérience 1 (écart entre les flux dix fois plus petit) et on peut donc supposer que l'erreur n'est pas supérieure à celle de la période transitoire (bien que son estimation, de l'ordre de 1%, semble exagérément optimiste). Dans la partie transitoire, la correction pour l'effet de

**bidimensionnalité peut être considérée comme justifiée, même dans l'aluminium, et, en conséquence, la valeur du coefficient de transfert de chaleur à l'interface moule/métal obtenue peut être considérée comme ayant une précision de l'ordre de 4%.**

## RECOMMANDATIONS

Les deux expériences présentées comme résultats ont permis d'indiquer la validité de la méthode. Une étude exhaustive des valeurs du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal en fonction des conditions de moulage est donc maintenant possible. Les paramètres caractéristiques du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal peuvent être définis par un lissage simple de type  $Ate^{-\lambda t}$ . de cette façon, on pourra définir les variations de  $A$  et  $\lambda$  en fonction des conditions de moulage. Les conditions qui peuvent être étudiées sont: la température initiale de l'aluminium liquide (entre 680°C et 750°C) et du moule (entre 200°C et 450°C), les revêtements de la paroi interne du moule (épaisseur et type, tel que le blanc, le noir et le beige) ainsi que la composition de l'aluminium (Al-Si eutectique et sous eutectique).

Une amélioration des conditions expérimentales peut être apportée afin de réduire les erreurs de positionnement, d'étalonnage et de flux de chaleur verticaux, et ainsi, obtenir un meilleur calcul du flux de chaleur à l'interface moule/métal côté aluminium. Cependant, étant donné les faibles écarts de température dans le moule à la fin de l'expérience, la période quasi-

**stationnaire restera toujours particulièrement sensible. En conséquence, l'évaluation du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal par la méthode indiquée ici est surtout adéquate pour la période transitoire, des méthodes plus classiques (à l'équilibre) sont préférables pour le calcul des valeurs quasi-stationnaires.**

**Enfin, l'évaluation du coefficient permet son utilisation dans les modèles numériques à géométrie complexe pour les parois localement unidimensionnelles. L'avantage de la valeur obtenue est qu'elle fournit une estimation globale qui permet d'éviter la modélisation fine des phénomènes d'interface.**

**BIBLIOGRAPHIE**

1. G. M. Dusinberre, "Heat transfer calculations by finite differences", Scranton, Pa, USA, 1961.
2. J. G. Henzel and J. Keveryan, "The Theory and Application of Digital Computer in predicting Solidification Patterns", Journal of Metals, Vol. 17, 1965.
3. J. V. Beck, "Nonlinear Estimation Applied to the nonlinear Inverse Heat Conduction Problem", Journal Heat Mass Transfer, Vol. 13, pp. 703-716, 1970.
4. R. C. Sun, "Simulation and Study of Surface Conductance for Heat Flow in the Early Stage of Casting", 1969.
5. M. Prates and H. Biloni, "Variable Affecting the Nature of the Chill Zone", Metallurgical Transactions, Vol. 3, pp. 1501-1510, 1972.
6. M. Prates, J. Fissolo and H. Biloni, "Heat Flow Parameters Affecting the Unidirectional Solidification of Pure Metals", Metallurgical Transactions, Vol. 3, pp. 1419-1425, 1972.
7. S. Engler, D. Boenisch and B. Kohler, "Metal and Mold Wall Movements During Solidification of Cast Iron", AFS Cast Metals Research Journal, pp. 20-30, 1973.
8. M. J. Kirt and R. D. Pehlke, "Determination of material Thermal Properties Using Computer Techniques", AFS Transactions, Vol. 81, pp. 524-528, 1973.
9. Y. Nishida and H. Matsubara, "Effect of Pressure on Heat Transfer at the Metal Mould-Casting Interface", The British Foundryman, Vol. 69 Part 11, pp. 274-278, 1976.
10. J. A. Sekhar, G. J. Abbaschian and Mehrabian, "Effect of Pressure on Metal-Die Heat Transfer Coefficient during Solidification", Materials Science and Engineering, Vol. 40, pp. 105-110, 1979.

11. M. I. Thamban and V. Panchanathan, Numerical Simulation of Solidification of Aluminum Alloys in Cast Iron Molds", AFS Transactions, Vol. 88, pp. 167-174, 1980.
12. Y. Ohtsuka, K. Mizuno, and J. Yamada, "Application of a Computer Simulation System to Aluminum Permanent Mold Casting", AFS Transactions, Vol. 90, pp. 635-646, 1982.
13. R. D. Pehlke, P. K. Trojan, R. A. Flinn, B. P. Winter and M. C. Sutton, "Mold Wall Movement, Volumetric Shrinkage and Thermal Profiles in Pure Aluminum and 356 Alloy", 49Th international Foundry Congress, Paper 19, pp. 1-9, Chicago, April, 1982.
14. K. Ho and R. D. Pehlke, "Transient Methods for Determination of Metal-Mold Interfacial Heat Transfer", AFS Transaction, Vol. 91, pp. 689-698, 1983.
15. K. Ho and R. D. Pehlke, "Mechanisms of heat Transfer at a Metal-Mold Interface", AFS Transactions, Vol. 92, pp. 587-598, 1984.
16. K. Ho and R. D. Pehlke, "Metal-Mold Interfacial Heat Transfer", Metallurgical transactions, Vol. 16B, pp. 585-593, 1985.
17. C. Wei, P. N. Hansen and J. T. Berry, "The  $\delta$  Method - A Compact Technique for describing the Heat Flux Present at the Mould-Metal Interface in Solidification Problems", Numerical Methods in Heat Transfer, Vol. II, pp. 461,472, 1983.
18. C. P. Hong, T. Umeda and Y. Kimura, " Numerical Models for Casting Solidification: Part I. The Coupling of Boundary Element and Finite Difference Methods for Solidification Problems", Metallurgical Transactions, Vol. 15B, pp. 91-99, 1984.
19. A. Jeyarajan and R. D. Pehlke, "Computer Simulation of Solidification of Casting with a Chill", AFS Transactions, Vol. 84, pp. 647-652, 1976.
20. S. R. Robertson and E. F. Fascetta, "An Analytical Technique for the determination of the Thermal Contact Resistance Between a Solidifying Metal and Mold", Metallurgical Transactions, Vol. 8B, pp. 619-624, 1977.
21. A. Garcia, T. W. Clyne and M. Prates, " Mathematical Model for Unidirectional Solidification of Metals: II. Massive Molds", Metallurgical Transactions, Vol. 10B, pp. 85-92, 1979.
22. J. Isaac, G. P. Reddy, G. K. Sharma, "Numerical Simulation of solidification of Castings in Metallic Mold", AFS Transaction, Vol. 93, pp. 123-132, 1985.
23. R. W. Lewis and P. M. Roberts, "Finite element Simulation of Solidification Problems", Applied Scientific Research, Vol. 44, pp. 61-92, 1987.

24. N. Zabaraz, "Inverse Finite Element Techniques for the Analysis of Solidification Processes", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 29, pp. 1569-1587, 1990.
25. D. A. Murio and C. C. Roth, "An Integral Solution for the Inverse Heat Conduction Problem afetr the Methode of Weber", *Comput. Math. Applic.*, Vol. 15, No. 1, pp. 39-51, 1988.
26. V. R. Voller, " Fast Implicit Finite Difference Methode for the Analysis of Phase Change Problems", *Numerical Heat Transfert, Part B*, Vol. 17, pp. 155-169, 1990.
27. Y. Nishida, W. Droste and S. Engler, "The Air-Gap Formation Process at the Casting-Mold Inetrface and Heat Transfer Mechanism trough the Gap", *Metallurgical Transactions*, Vol. 17B, pp. 833-844, 1986.
28. T. X. Hou and R. D. Pehlke, "Determination of Mold-Metal Interfacial Heat Transfert and Simulation of Solidiifcation of an Aluminum-13% Silicon Casting", *AFS Transactions*, Vol. 96, pp. 129-136, 1988.
29. L. S. Fletcher, "Recent Developments in Contact Conductance Heat Transfer", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp.1059-1070, 1988.
30. J. T. Berry, " The Role of the Mold-Metal Interface in Net-Shape Aluminum Casting", *Casting of Near Net Shape Products*, Edited by Y. Sahai, J. E. Battles, R. S. Carbonara and C.E. Modbley, The metallurgical Society, pp. 41-50, 1988.
31. J. V. Beck, "Combined Parameter and Function Estimation in Heat Transfer With Application to Contact Conductance", *Transactions of the ASME*, Vol. 110, pp. 1046-1058, 1988.
32. T. S. Prasana Kumar and K. Narayan Prabhu, "Heat Flux Transients at the Casting/Chill Interface during Solidification of Aluminum Base Alloys", *Metallurgical Transactions*, Vol. 22B, pp. 717-729, 1991.
33. Analog Connexion ACPC Manuel, STRAWBERRY TREE INC., Computer Instrumentation and Controls, 160 South Wolfe Road, Sunnyvale, California 94086.

## **ANNEXES**



## ANNEXE I

### DESCRIPTION TECHNIQUE DES MATÉRIAUX

#### 1.1 Acier

L'acier utilisée pour la conception du moule est un acier doux standard qui contient 0.2% de carbone. Les propriétés physiques et thermiques du tableau ? correspondent à un acier 1020<sup>34</sup>.

Densité	7801 Kg/m <sup>3</sup>	
Conductibilité thermique	51.9 W/m K 51.0 W/m K 48.9 W/m K	0 °C 100 °C 200 °C
Chaleur massique	486 J/Kg K 519 J/Kg K 599 J/Kg K	50-100 °C 150-200 °C 350-400 °C
Expansion thermique	12.2 X 10 <sup>-6</sup> /K 13.5 X 10 <sup>-6</sup> /K 14.2 X 10 <sup>-6</sup> /K	20-100 °C 20-400 °C 20-600 °C

**Tableau I: Propriétés physiques et thermiques.**

#### 1.2 Aluminium pur

Les propriétés physiques et thermiques de l'aluminium pur sont bien connues,

**1.2.1 La masse volumique<sup>35</sup>: Figure I**

$$\text{Pour } -25 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 660.2 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{Kg/m}^3)$$

$$\rho(T) = -2.19 \times 10^{-4} T^2 + 0.104 T + 2666$$

$$\text{Pour } 660.2 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 1225 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{Kg/m}^3)$$

$$\rho(T) = -0.3935 T + 2756.8$$

**1.2.2 La conductivité thermique<sup>36</sup>: Figure II**

$$\text{Pour } -25 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 660.2 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{W/m K})$$

$$K(T) = -8.65 \times 10^{-5} T^2 + 6.26 \times 10^{-2} T + 226$$

$$\text{Pour } 660.2 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 1225 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{W/m K})$$

$$K(T) = -1.23 \times 10^{-5} T^2 + 5.89 \times 10^{-2} T + 46.5$$

**1.2.3 La chaleur massique<sup>37</sup>: Figure III**

$$\text{Pour } 25 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 660.2 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{J/Kg K})$$

$$C_p(T) = 0.459 T + 767$$

$$\text{Pour } 660.2 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 1225 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{J/Kg K})$$

$$C_p(T) = 1090$$

**1.2.4 La diffusivité thermique<sup>38</sup>: Figure IV**

$$\text{Pour } -25 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 660.2 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{m}^2/\text{s})$$

$$\alpha(T) = -3.69 \times 10^{-12} T^2 + 4.26 \times 10^{-8} T + 1.11 \times 10^{-4}$$

$$\text{Pour } 660.2 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 1225 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{m}^2/\text{s})$$

$$\alpha(T) = -4.66 \times 10^{-12} T^2 + 2.62 \times 10^{-8} T + 0.148 \times 10^{-4}$$

**1.2.5 L'enthalpie volumique: Figure V**

$$\text{Pour } T < 660.2 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (\text{J/m}^3)$$

$$H(T) = \int_{933.2}^T \rho C_p dT$$

$$\text{Pour } T > 660.2^\circ\text{C} \quad (J/m^3)$$

$$H(T) = \int_{933.2}^T \rho C_p dT + \rho L$$

$$\text{Pour } -25^\circ\text{C} \leq T \leq 660.2^\circ\text{C} \quad (J/m^3)$$

$$H(T) = -0.04 T^3 + 652 T^2 + 2.04 \times 10^6 T - 2.44 \times 10^9$$

$$\text{Pour } 660.2^\circ\text{C} \leq T \leq 1225^\circ\text{C} \quad (J/m^3)$$

$$H(T) = -214 T^2 + 3.0 \times 10^6 T - 2.61 \times 10^9 + \rho L$$

### 1.2.6 La température:

$$\text{Pour } H \leq 0 \text{ J/m}^3 \quad (^\circ\text{K})$$

$$T(H) = 2.77 \times 10^{-27} H^3 - 2.01 \times 10^{-17} H^2 + 3.13 \times 10^{-7} H + 933$$

$$\text{Pour } H \geq \rho L = 9.535 \times 10^8 \text{ J/m}^3 \quad (^\circ\text{K})$$

$$T(H) = 2.345 \times 10^{-27} H^3 - 2.563 \times 10^{-18} H^2 + 3.744 \times 10^{-7} H + 571.7$$

$$\text{Pour } 0 \leq H \leq \rho L = 9.53 \times 10^8 \text{ J/m}^3 \quad (^\circ\text{K})$$

$$T(H) = 933.2$$

### 1.2.7 La transformée de Kirchoff: Figure VI

$$\text{Pour } T < 660.2^\circ\text{C} \quad (W/m)$$

$$\varphi(T) = \int_{933.2}^T K dT$$

$$\text{Pour } -25^\circ\text{C} \leq T \leq 660.2^\circ\text{C} \quad (W/m)$$

$$\varphi(T) = -2.88 \times 10^{-5} T^3 + 3.13 \times 10^{-2} T^2 + 226 T - 2.15 \times 10^5$$

$$\text{Pour } 660.2^\circ\text{C} \leq T \leq 1225^\circ\text{C} \quad (W/m)$$

$$\varphi(T) = -4.10 \times 10^{-6} T^3 + 2.95 \times 10^{-2} T^2 + 46.5 T - 6.57 \times 10^4$$

### 1.2.8 La viscosité absolue<sup>39</sup>: Figure VII

$$\mu (T) = -9.43 \times 10^{-11} (T-900)^3 + 9.53 \times 10^{-8} (T-900)^2 - 3.47 \times 10^{-5} (T-900) - 5.06 \times 10^{-3} \quad (\text{Pa s})$$

*Pour*  $660.2 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 1000 \text{ } ^\circ\text{C}$

### 1.2.9 La viscosité cinématique: Figure VIII

$$v = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{m}^2/\text{s})$$

*Pour*  $660.2 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 1000 \text{ } ^\circ\text{C}$

### 1.2.8 Autres caractéristiques<sup>40</sup>:

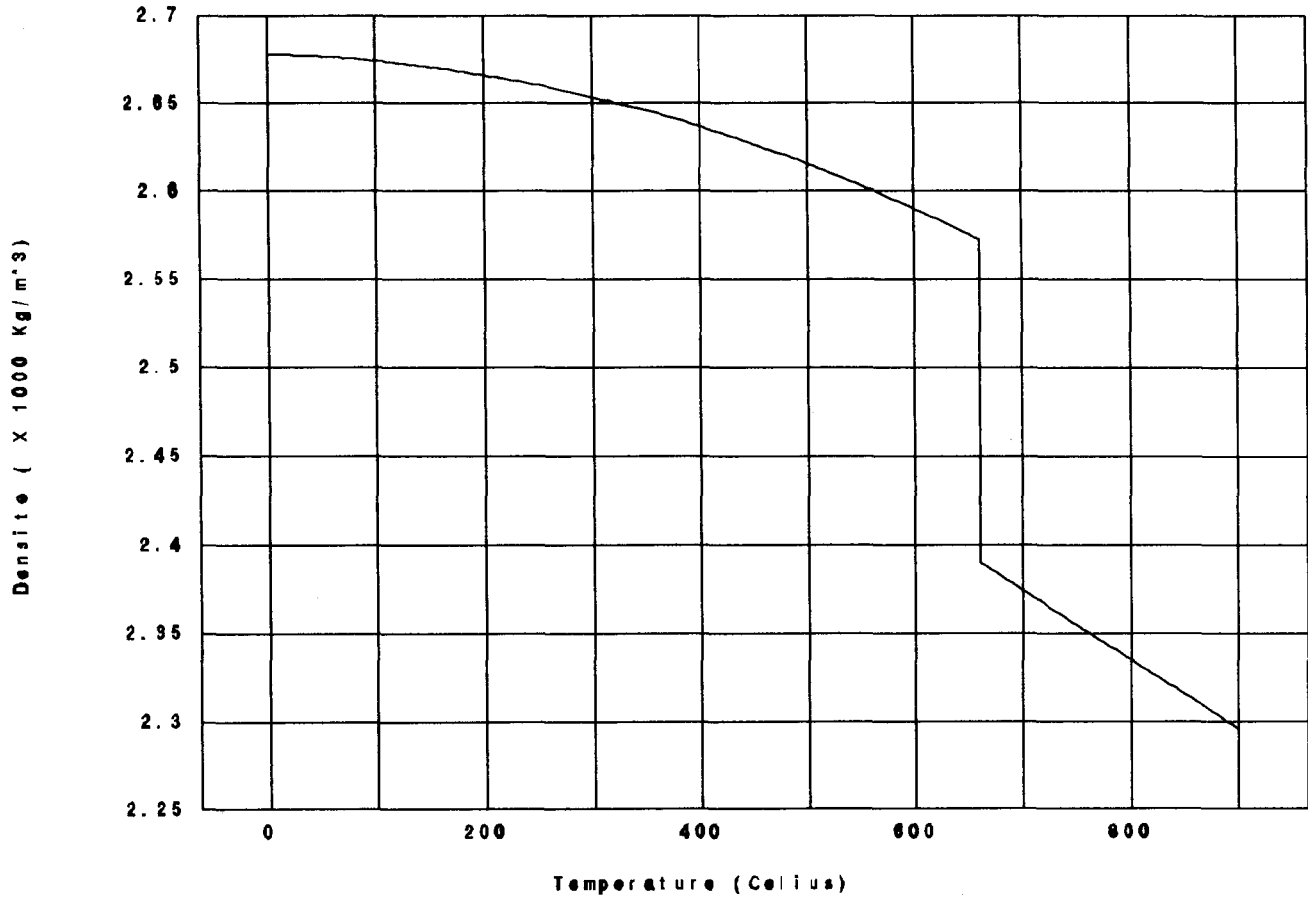
Température de fusion	660.4 °C
Température d'ébullition	2494 °C
Chaleur latente de fusion	399 Kj/Kg
Chaleur latente de vaporisation	10.78 Mj/Kg
Chaleur de combustion	31.05 Mj/Kg Al
Retassure	6%

Tableau II: Autres caractéristiques.

Écart de température ° C	Expansion thermique $1 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$
-200 à 20	18.0
-150 à 20	19.9
-100 à 20	21.0
-50 à 20	21.8
20 à 100	23.6
20 à 200	24.5
20 à 300	25.5
20 à 400	26.4
20 à 500	27.4

Tableau III: Expansion thermique, figure IX.

Figure I: Masse volumique.



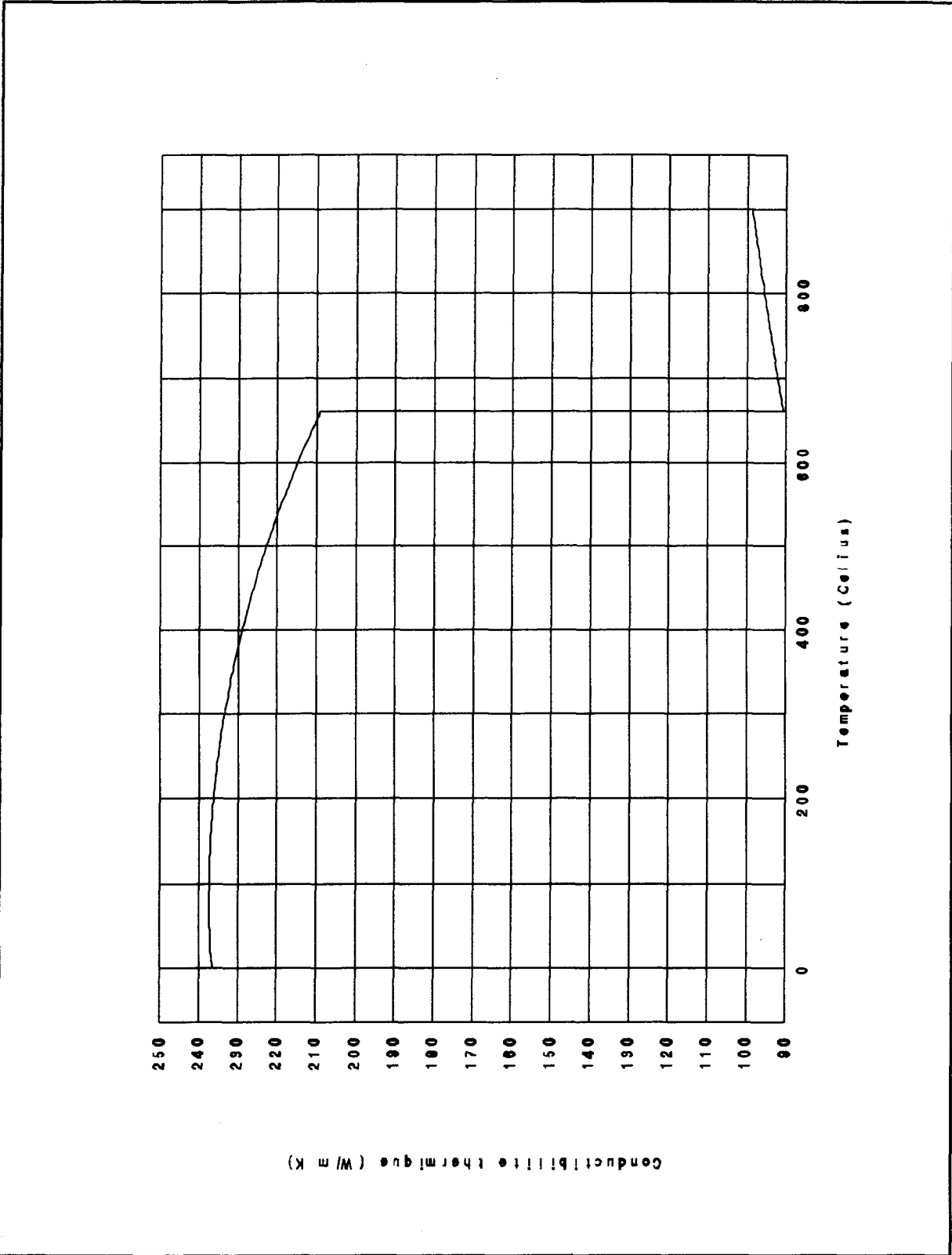


Figure II: Conductivité thermique.

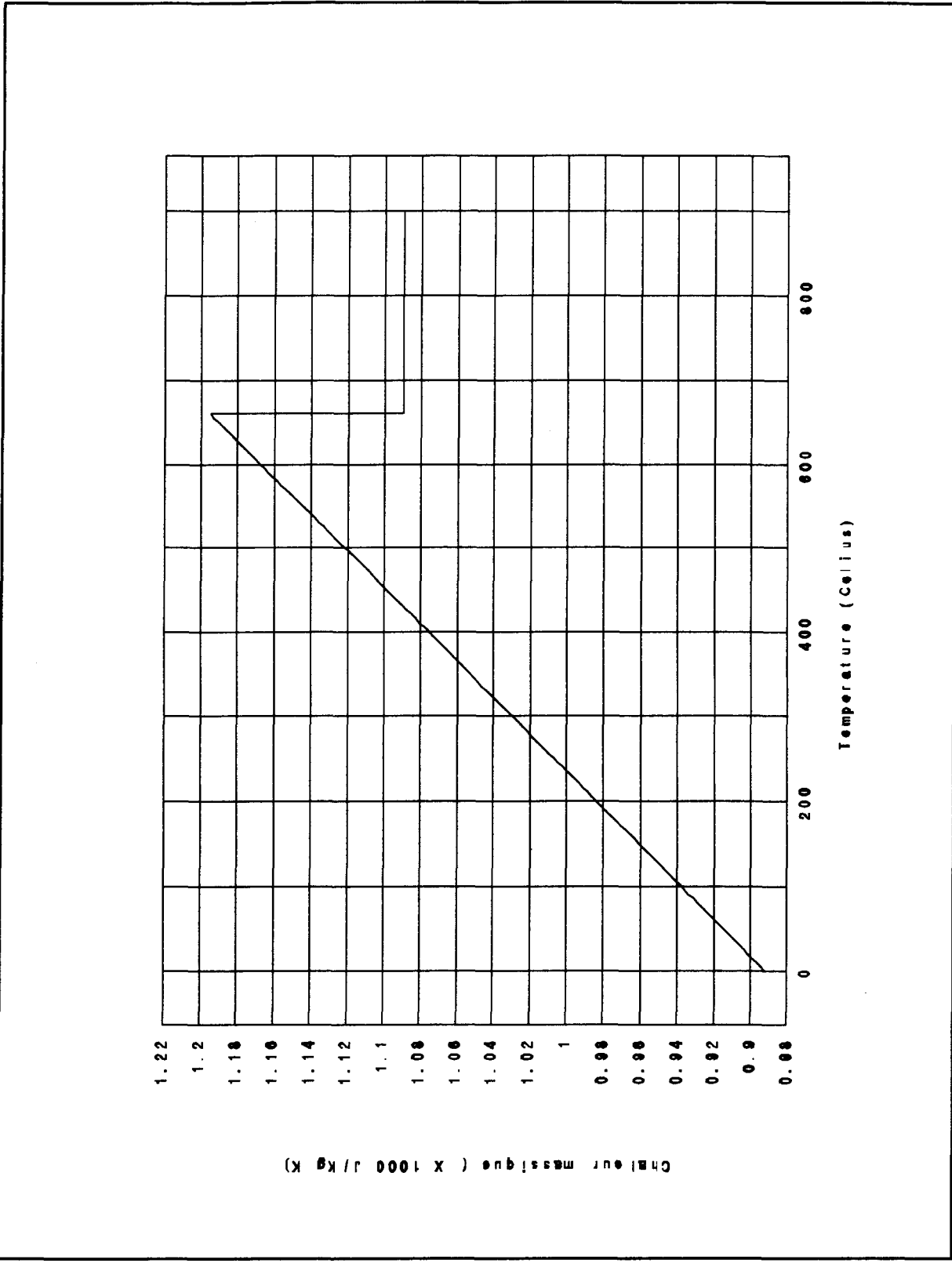


Figure III: Chaleur massique.

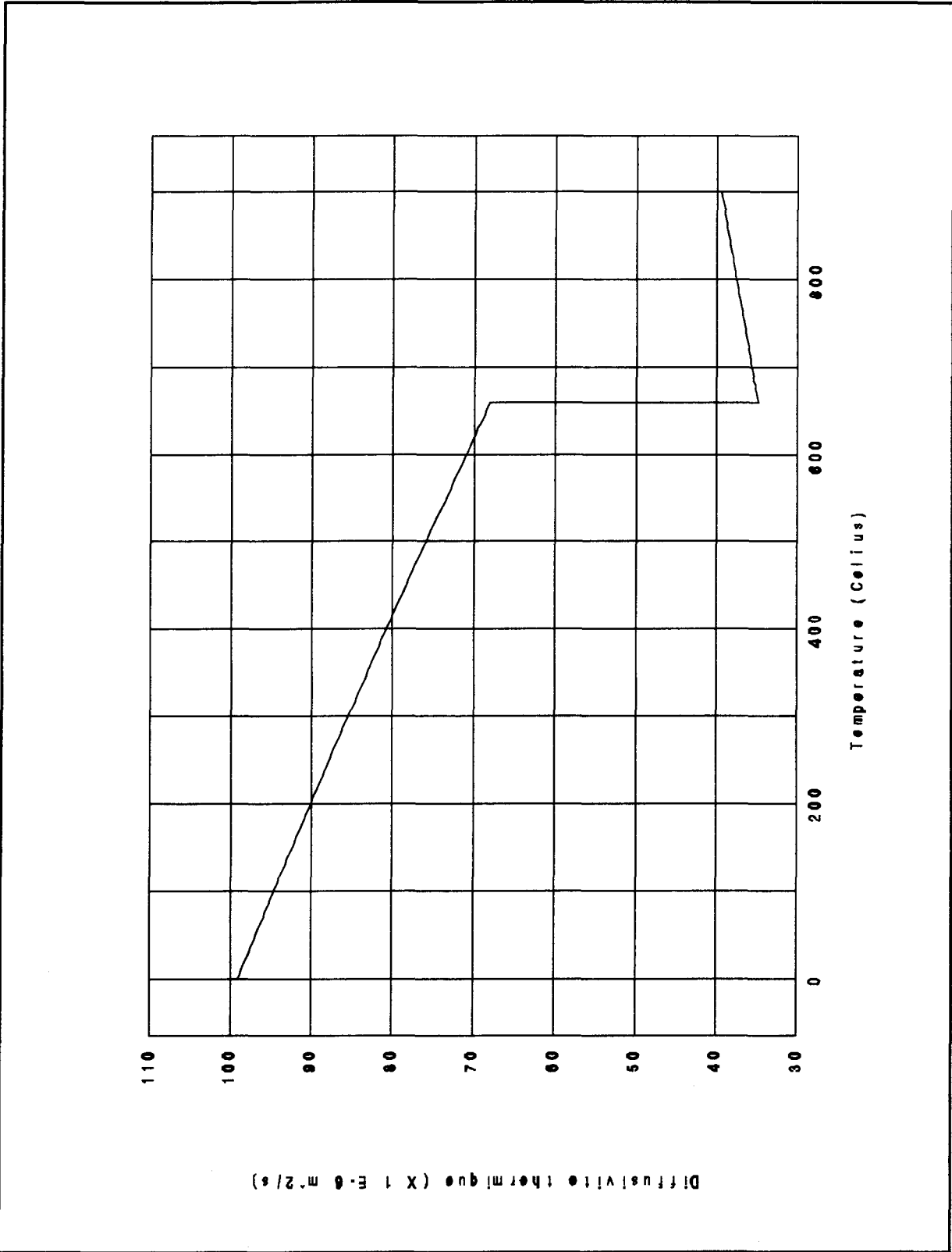
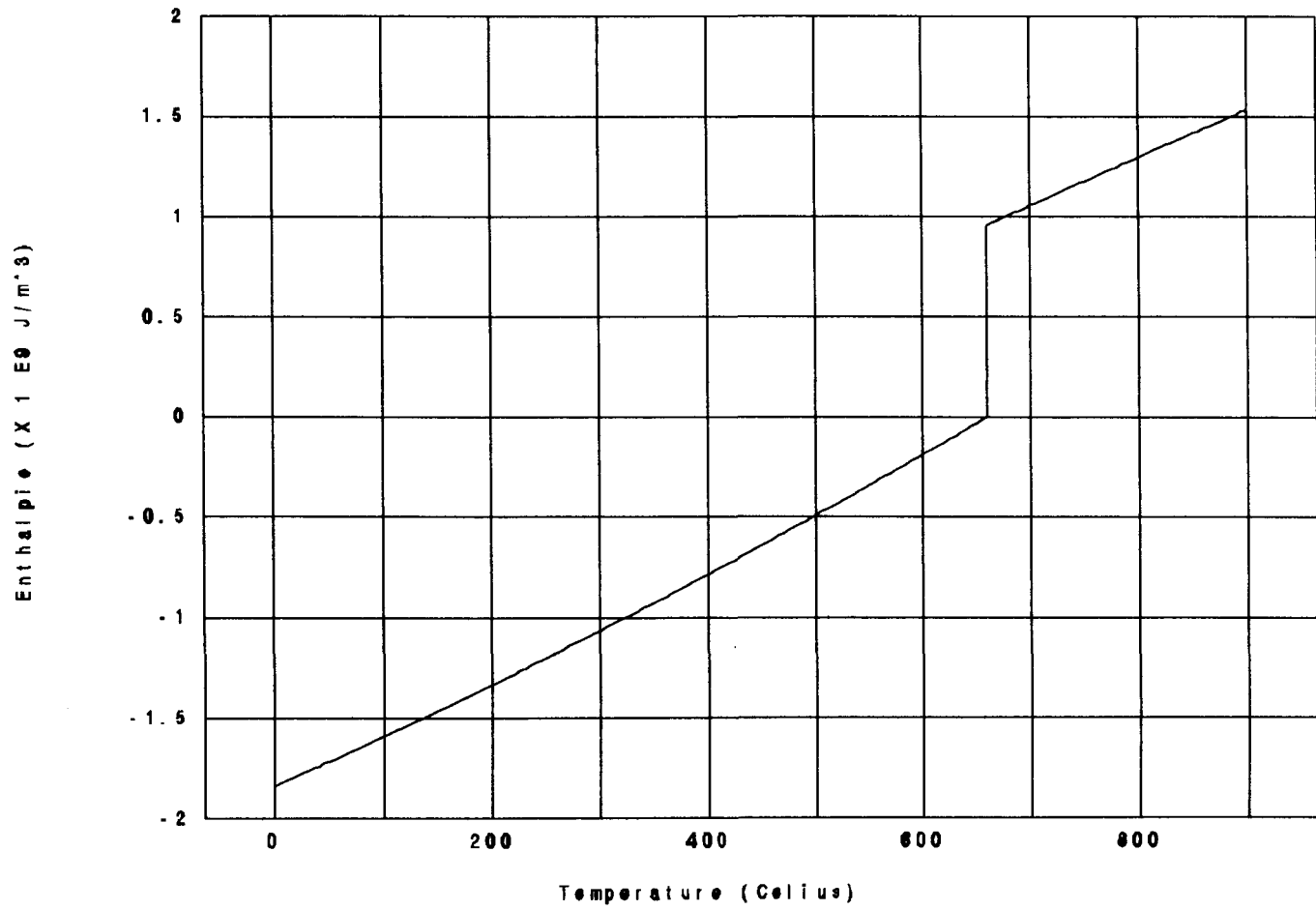


Figure IV: Diffusivité thermique.



Figure V: Enthalpie volumique.



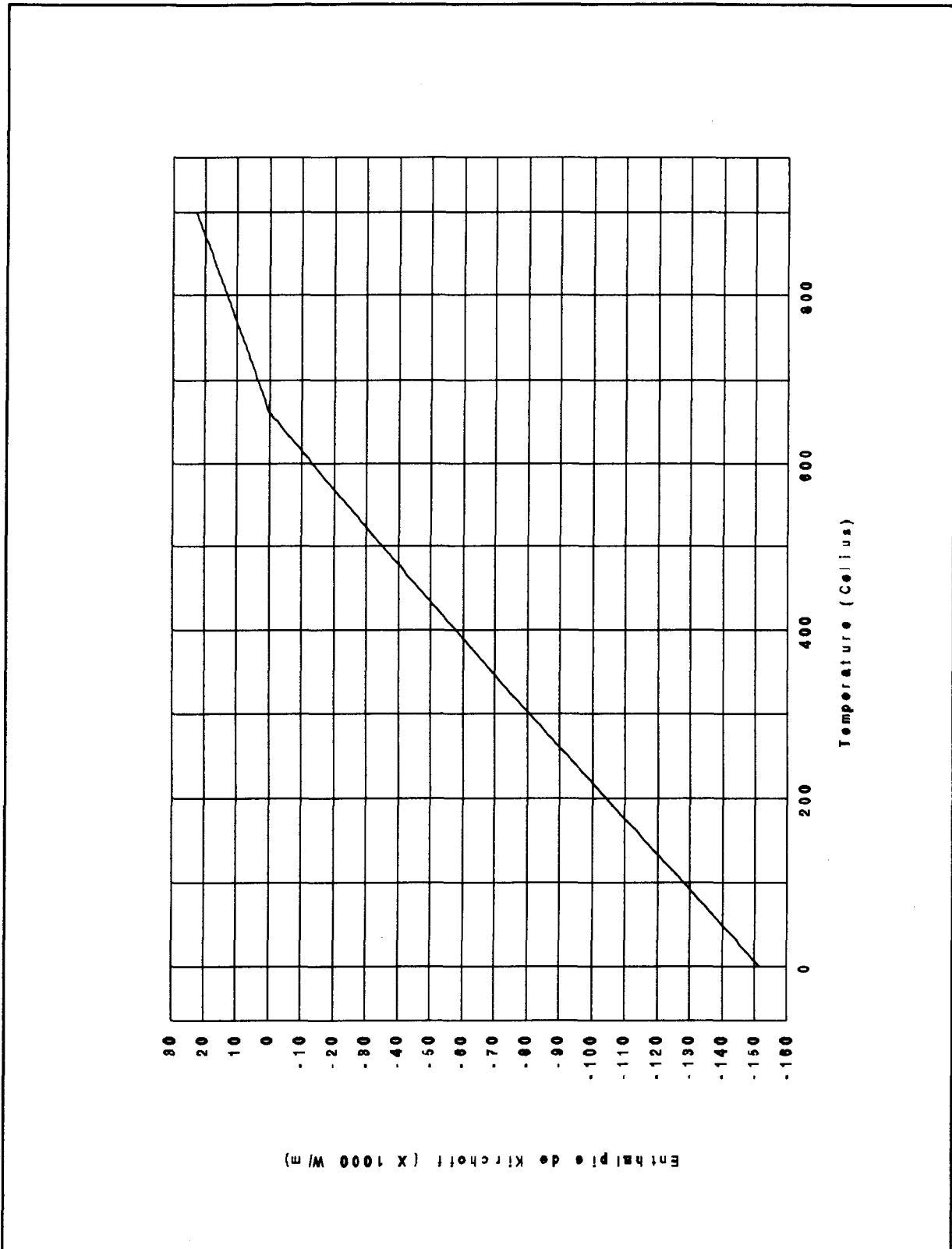


Figure VI: Enthalpie de Kirchoff.

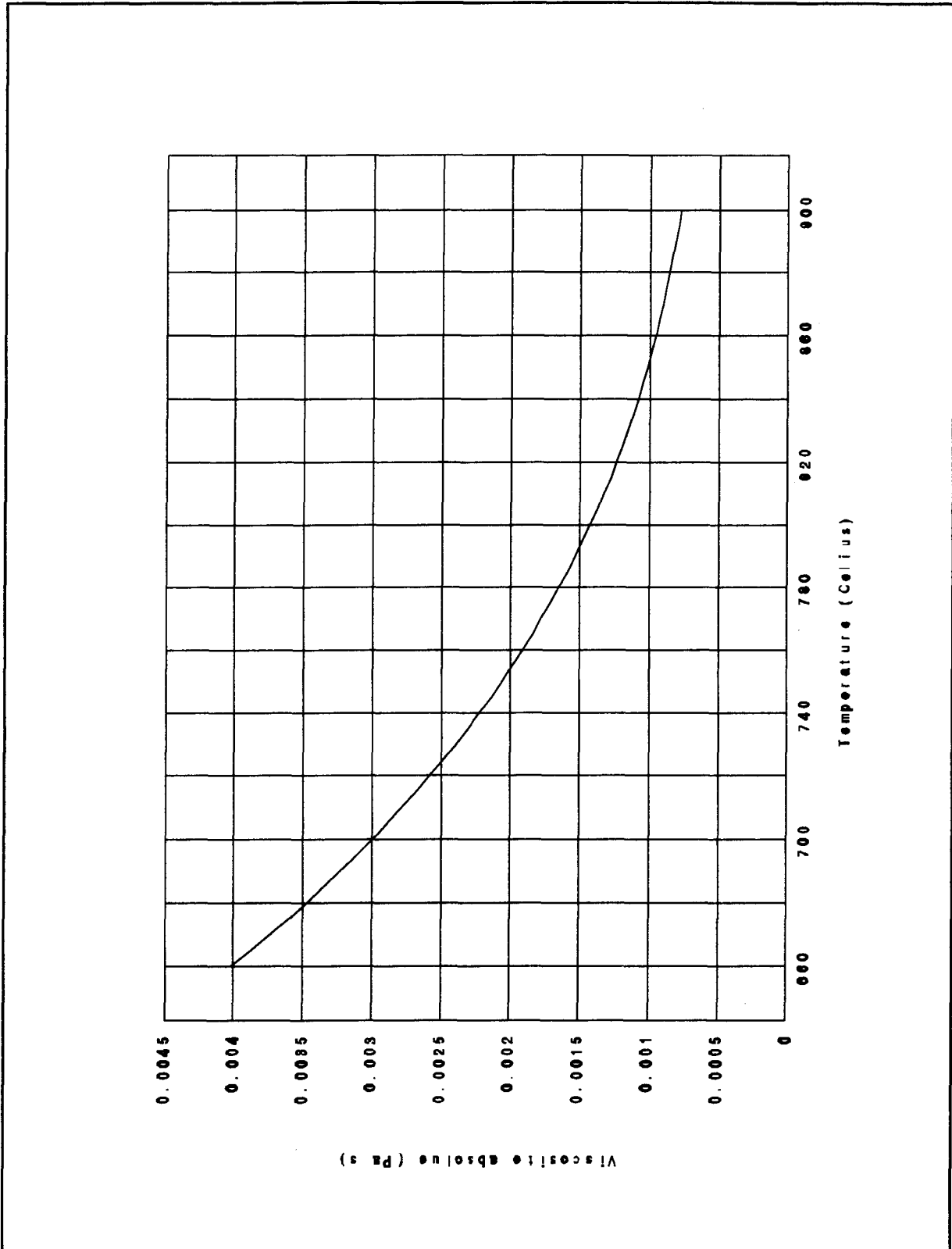


Figure VII: Viscosité absolue.

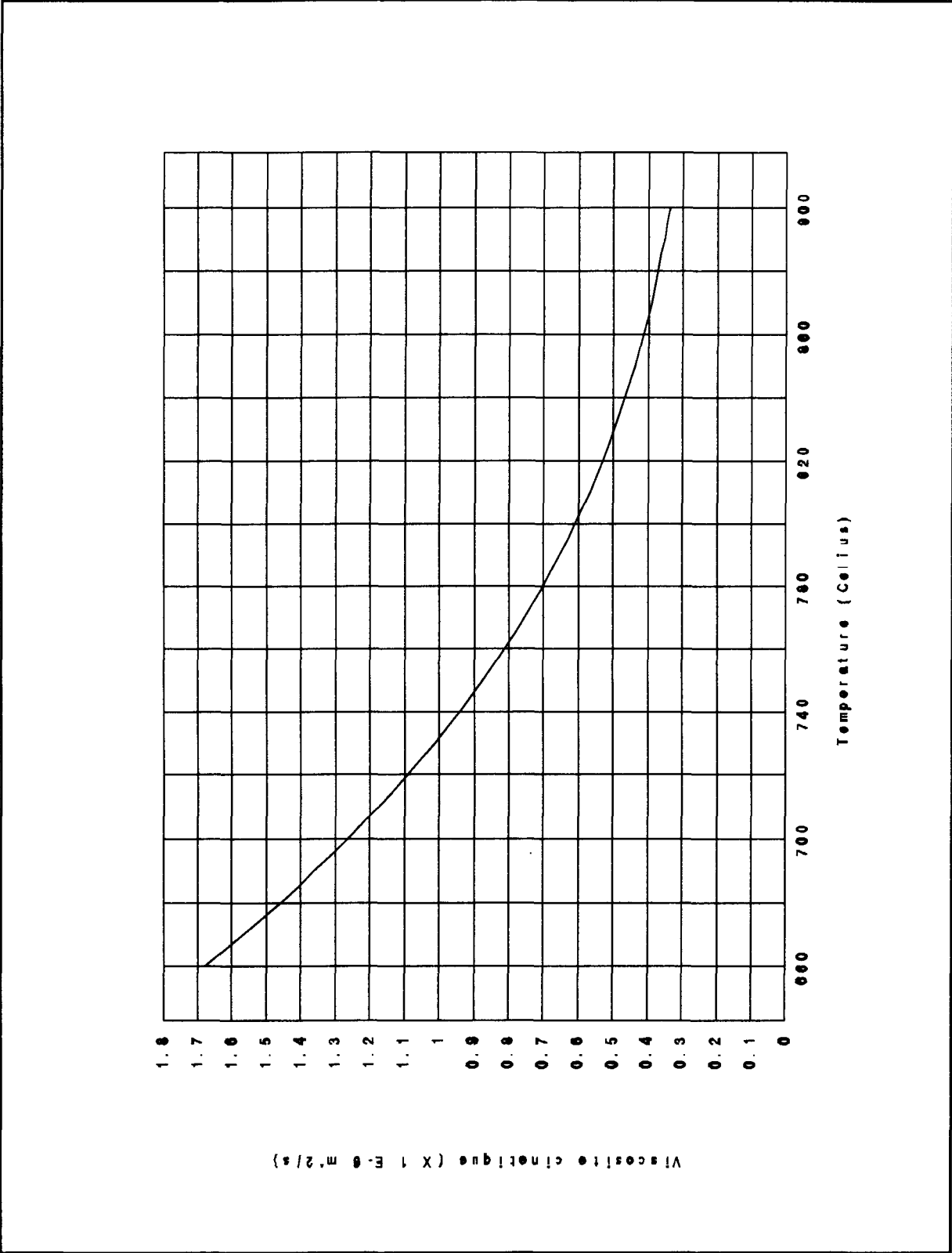


Figure VIII: Viscosité cinématique.

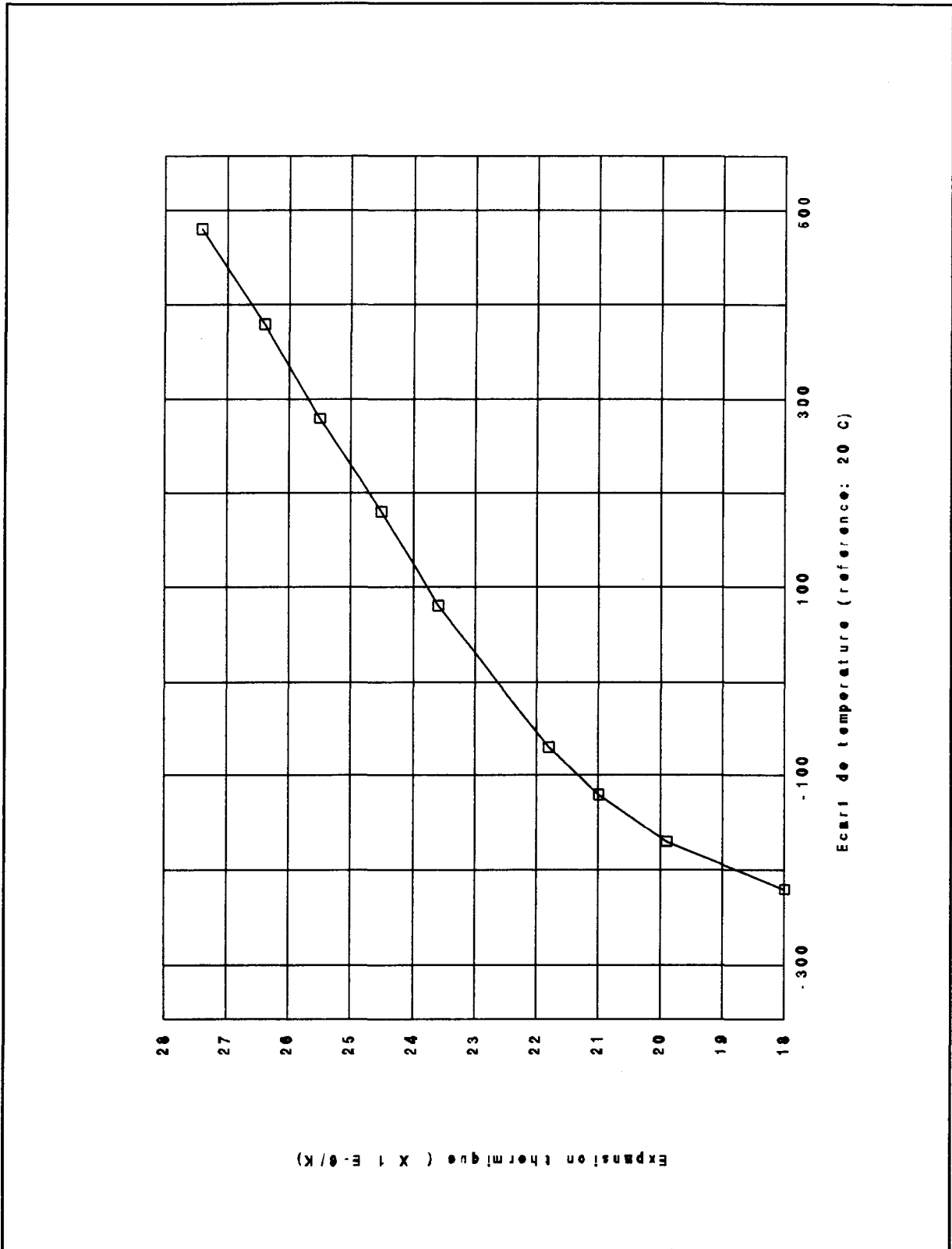


Figure IX: Expansion thermique.

### 1.3 Réfractaire B-3

La plaque de réfractaire en B-3<sup>41</sup> est très versatile avec sa composition en silicate de calcium car il peut être usiné. Le réfractaire B-3 est surtout utilisé dans l'industrie standard pour l'isolation des fours à haute température.

Densité	0.85 g/cm <sup>3</sup>	53 lb/ft <sup>3</sup>	
Limite en flexion	63 Kg/cm <sup>2</sup>	907 PSI	
Limite en compression	74 Kg/cm <sup>2</sup>	1066 PSI	
Expansion thermique après 24 heures	à 650°C (1202°F) à 700°C (1292°F) à 750°C (1382°F) à 850°C (1562°F) à 1000°C (1832°F)	linéaire 0.05% 0.05% 0.10% 0.20% 0.21%	épaisseur 0.25% 0.42% 0.50% 1.30% 1.70%
Conductibilité thermique	0.2 W/m°C	1.37 BTU-in/ft <sup>2</sup> /hr°F	
Composition chimique	SiO <sub>2</sub> CaO Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> Fe <sub>3</sub> O <sub>3</sub>	51.7% 39.7% 1.0% 0.7%	
Perte après chauffage	3.1%		
Coefficient d'expansion thermique	6 X 10 <sup>-6</sup> /°C	3.3 X 10 <sup>-6</sup> /°F	
Dimension	2440 X 1220 mm	96 X 48 po	
Épaisseur	25.4 mm	1.00 po	

Tableau IV: Fiche technique B-3.

Remarque: Il possède un aspect extérieur de teinte blanche avec un fini de surface très lisse et sans porosités.

#### 1.4 Réfractaire ISOMAG-70

La plaque de réfractaire en ISOMAG-70<sup>42</sup> possède de grand pouvoir isolant dû à sa composition en magnésium de silicate qui possède des propriétés similaire aux fibres de céramiques. Il résiste à des température allant jusqu'à 982°C.

Densité	1.12 g/cm <sup>3</sup>	70 lb/ft <sup>3</sup>	
Limite en flexion	125 Kg/cm <sup>2</sup>	1800 PSI	
Limite en compression	177 Kg/cm <sup>2</sup>	2550 PSI	
Expansion thermique après 24 heures	à 427°C ( 800°F) à 649°C (1200°F) à 816°C (1500°F) à 982°C (1800°F)	linéaire 0.00% 0.10% 0.15% 0.20%	épaisseur 0.00% 0.20% 0.50% 2.80%
Conductibilité thermique	0.15 W/m°C	1.03 BTU-in/ft <sup>2</sup> /hr°F	
Composition chimique	Mica Fostérite Phosphate Olivine	15-55% 30-40% 15-25% 0-15%	
Perte de (ignition loss)	3.1%		
Dimension	2440 X 1220 mm	96 X 48 po	
Épaisseur	25.4 mm	1.0 po	

Tableau V: Fiche technique ISOMAG-70.

Remarque: Il possède un aspect extérieur de teinte beige avec un fini de surface granuleux et poreux, il se désagrège facilement.

### 1.5 LDS Moldable

Le LDS Moldable<sup>43</sup> est un produit réfractaire à haute consistance (55% solide), il est constitué à base de fibres de céramique dispersées dans une base d'eau. Il est très malléable ce qui permet de concevoir de pièce isolante de forme complexe.

Densité mouillée	1.36 g/cm <sup>3</sup>	85 lb/ft <sup>3</sup>	
Densité sec	0.8 g/cm <sup>3</sup>	50 lb/ft <sup>3</sup>	
Limite en flexion	27.8 Kg/cm <sup>2</sup>	400 PSI	
Expansion thermique après 24 heures	à 1093 °C (2000°F)	4%	
Conductibilité thermique	0.08 W/m°C 0.14 W/m°C 0.19 W/m°C 0.22 W/m°C	0.57 BTU- in/ft <sup>2</sup> /hr°F 0.95 BTU- in/ft <sup>2</sup> /hr°F 1.28 BTU- in/ft <sup>2</sup> /hr°F 1.53 BTU- in/ft <sup>2</sup> /hr°F	204°C 427°C 649°C 871°C
Composition chimique			

Tableau VI: Fiche technique LDS Moldable.

Remarque: Il possède un aspect extérieur de teinte blanche avec un fini de surface granuleux et extrêmement poreux, il se désagrège très facilement.

### 1.6 Masselotte

La masselotte<sup>44</sup> est constituée d'un produit réfractaire similaire au LDS Moldable, Elle possède un aspect extérieur de teinte blanche avec un fini de surface granuleux et extrêmement poreux, elle se désagrège très facilement.



## **1.7 Revêtement de surface**

### **1.7.1 Revêtement de surface Wear-Life Mold Coating**

Le WEAR-LIFE MOLD COATING<sup>45</sup> est constitué de composante réfractaire et lubrifiante diluée dans une base d'eau et de silicate de sodium, ce qui lui donne une teinte verte. Il est principalement utilisé pour le moulage de pièce d'aluminium dans un moule permanent. Il permet d'augmenter la vie du moule, surtout dans les brusques changements de section, et il s'utilise surtout dans les moules qui n'ont pas besoin d'un revêtement de surface.

### **1.7.2 Revêtement de surface Lubricating Mold Coating**

Le LUBRICATING MOLD COATING<sup>42</sup> est constitué de graphite dispersée semi-colloïdalement dans une base d'eau et de silicate de sodium, ce qui lui donne une teinte noir. Il forme un film fin et sans aspérité sur les parois du moule. Il possède une grande durée de vie et ainsi que de bonne propriété de mouillage à haute température. Il est principalement utilisé pour le moulage de pièce d'aluminium. Il es versatile et économique. Sa principale qualité est de favoriser la solidification et il est recommandé pour les parties refroidissantes du moule.

### **1.7.3 Revêtement de surface Insulating Mold Coating**

Le INSULATING MOLD COATING<sup>42</sup> est constitué de pigments réfractaires diluée dans une base d'eau et de silicate de sodium, ce qui lui donne une couleur beige. Il est principalement utilisé pour le moulage de pièce d'aluminium dans un moule permanent. La qualité isolante dont il est doté

permette d'effectuer un contrôle progressif de la solidification de l'aluminium. Le taux de solidification étant contrôlé, il permet d'atteindre de haut degré de qualité dans le moulage.

#### **1.7.4 Revêtement de surface QF-150**

Le QF-150<sup>46</sup> est constitué de 38.6%  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , 57.5%  $\text{SiO}_2$ , 0.7%  $\text{Na}_2\text{O}$ , 0.3%  $\text{MgO}$ , 0.7  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , 1.5%  $\text{TiO}_2$  et 0.6% de trace inorganiques, ce qui lui donne une teinte blanche. Il peut être utilisé à des températures de 1260°C. Il possède une bonne adhésion au paroi, une bonne réflexion thermique, une bonne résistance aux gaz chauds érosif, ainsi qu'une bonne résistance au mouillage par les matériaux non ferreux.

#### **1.7.5 Application**

Le revêtement de surface peut être appliqué sur des surfaces libres de poussière, d'huile, de graisse et de l'ancien revêtement de surface. La méthode recommandée pour enlever l'ancien revêtement de surface est le sand blasting.

##### **1) Revêtement A.6.1, A.6.2 et A.6.3**

Nettoyer la surface du moule de toute trace d'huile, de graisse et de l'ancien revêtement.

Mettre le montage expérimental dans le four à une température de 232°C pendant quatre heures.

Appliquer le revêtement de surface à l'aide d'un pistolet à une pression variant entre 35 et 50 Psi.

Remettre le moule dans le fours pendant une demi heure à la température d'utilisation.

## 2) Revêtement A.6.4

Il peut être appliqué au pistolet à pression, au pinceau ou à la spatule.

### 1.7.6 Conseil

Le moule et le revêtement de surface doivent être protégés contre les températures sous zéro car le revêtement de surface prend une apparence granuleuse et diminuer son efficacité.

## 1.8 Céramique, Omegatite 350

L'omegatite 350<sup>47</sup> est une céramique constitué en majeur partie d'alumine. Elle possède de grandes propriétés isolantes, tant au point de vue thermique, que électrique. La température maximale d'utilisation est de 1950°C.

Densité	0.06 g/cm <sup>3</sup>	3.7 lb/ft <sup>3</sup>	
Limite en flexion	2084 Kg/cm <sup>2</sup>	30 000 PSI	
Limite en compression	20838 Kg/cm <sup>2</sup>	300 000 PSI	
Coefficient d'expansion thermique Basé sur 24°C	à 250°C ( 452°F) à 500°C ( 932°F) à 1000°C (1832°F)	6.6 X 10 <sup>-6</sup> 7.3 X 10 <sup>-6</sup> 8.1 X 10 <sup>-6</sup>	
Conductibilité thermique	30.6 W/m°C 7.3 W/m°C	210 BTU in/ft <sup>2</sup> /hr°F 50 BTU in/ft <sup>2</sup> /hr°F	à 24°C à 800°C
Composition chimique	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> SiO <sub>2</sub> MgO Na <sub>2</sub> O Ca Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	99.00% 0.70% 0.07% 0.05% 0.03% 0.07%	

Tableau VII: Fiche technique céramique Omegatite 350.

## ANNEXE II

### TRAITEMENT SUR LES DONNÉES EXPÉRIMENTALES

#### 2.1 Introduction

La méthode numérique retenue pour le calcul du coefficient transitoire de transfert de chaleur à l'interface moule/métal est essentiellement basée sur l'utilisation de quatre valeurs obtenues expérimentalement (deux autres valeurs expérimentales sont utilisées pour fin de correction). La méthode de calcul à recours à ces valeurs à chaque pas de temps, et, donc, ces dernières ont une influence importante sur la solution du champ de température à l'interface moule/métal.

On peut examiner la sensibilité de ces valeurs de température sur le coefficient transitoire de transfert de chaleur en déterminant la relation entre les précisions relatives. Pour cela, on doit prendre les dérivées logarithmiques de l'équation I et on obtient

$$\frac{dh_{int}}{h_{int}} = \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = \frac{T}{\Delta T} \frac{dT}{T} = A \frac{dT}{T} \quad \text{I}$$

On remarque que la précision relative sur les températures est multipliée par un coefficient d'amplification  $A$  (indépendant de la stabilité du schéma numérique utilisé). Dans ce chapitre, on va examiner les méthodes utilisées pour réduire le coefficient d'analyse des erreurs.

## **2.2 Description du bruit**

### **2.2.1 Définition**

Dans la perspective du calcul du coefficient transitoire de transfert de chaleur, on peut considérer comme bruit les trois phénomènes suivants: l'erreur de répétitivité (variation dans la méthode de remplissage et dans les conditions expérimentales), l'erreur d'instrumentation (précision du thermocouple) et l'erreur induite par le traitement des signaux (échantillonnage et stabilité du schéma numérique).

Ces différents phénomènes affectent les calculs de façon différentes. L'erreur de répétitivité se fait sentir essentiellement dans les conditions initiales et affecte donc les premières secondes de l'expérience. Dans cette période initiale, c'est l'erreur dominante dans les courbes de solidification de l'aluminium comme en témoigne les figures 27 et 29 du chapitre II. Cependant le coefficient d'amplification d'erreur mentionné à l'introduction est fonction du temps. Initialement les écarts de température à l'interface moule/métal sont de l'ordre de  $300^{\circ}\text{C}$ , donc  $A$  est relativement petit (de l'ordre de l'unité). L'erreur sur la lecture des thermocouples est indépendante du temps, mais elle est reliée au milieu ambiant.

Les appareils utilisés dans la fonderie comme les fours, les contrôleurs de température et les transformateurs produisent des champs magnétiques qui affectent les thermocouples. Une expérience a été réalisée pour vérifier l'importance des effets du milieu ambiant sur les thermocouples. La figure X montre le montage expérimental utilisé. Il consiste en un thermocouple placé dans un creuset contenant de l'aluminium liquide. Le creuset se situe au dessus du contrôleur de température et à proximité du four de fonte. Le contrôleur est du type marche/arrêt, donc il fonctionne par courte période.

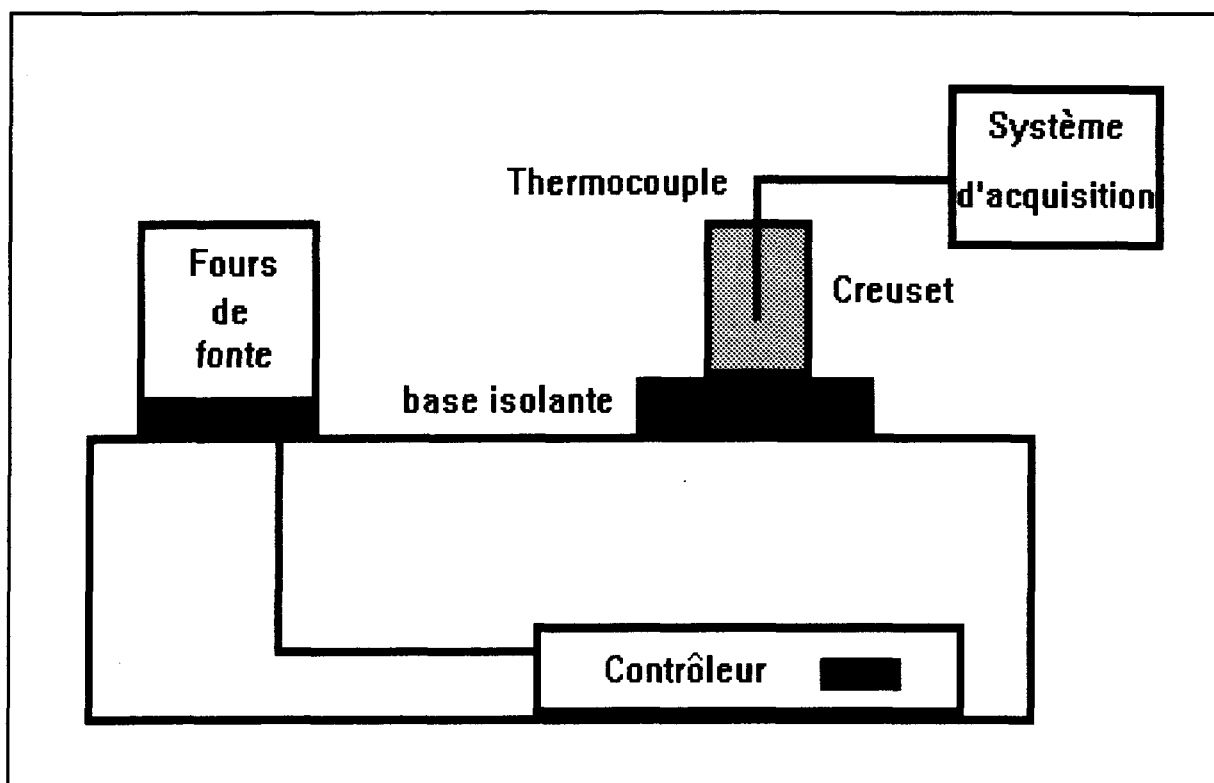


Figure X: Montage expérimental.

La courbe de solidification enregistrée lors de l'expérience est présentée à la figure XI. Elle est très irrégulière entre 0 et 900 secondes et entre 1200 et 1750 secondes. Les piques que l'on retrouve sur la courbe de solidification correspondent à la durée de la période de fonctionnement du contrôleur. Comme on peut le voir, lors de ces périodes de fonctionnement, le thermocouple enregistre des températures supérieures à la température normale, soit de l'ordre de 20°C pour la période liquide et de 10°C pour la période solide, ce qui affecte considérablement la courbe de solidification. Pour la période comprise entre 900 et 1200 secondes, le contrôleur a été mis hors service, la courbe de température est exempte du bruit produit par le contrôleur, seulement le bruit "normal" affecte l'enregistrement de la température du creuset.

Le cas étudié est extrême, car le montage expérimental se situe très près du four et du contrôleur. Lorsque le montage expérimental est éloigné des appareils, le bruit diminue, mais il affecte toujours les thermocouples, mais sur une plus petite échelle. L'intensité du bruit que l'on retrouve sur la courbe de température dépend du nombre d'appareils en fonction et de leur proximité. Lors des expériences, un minimum d'appareil doit être en fonction et le montage expérimental doit toujours être éloigné le plus possible de ces appareils.

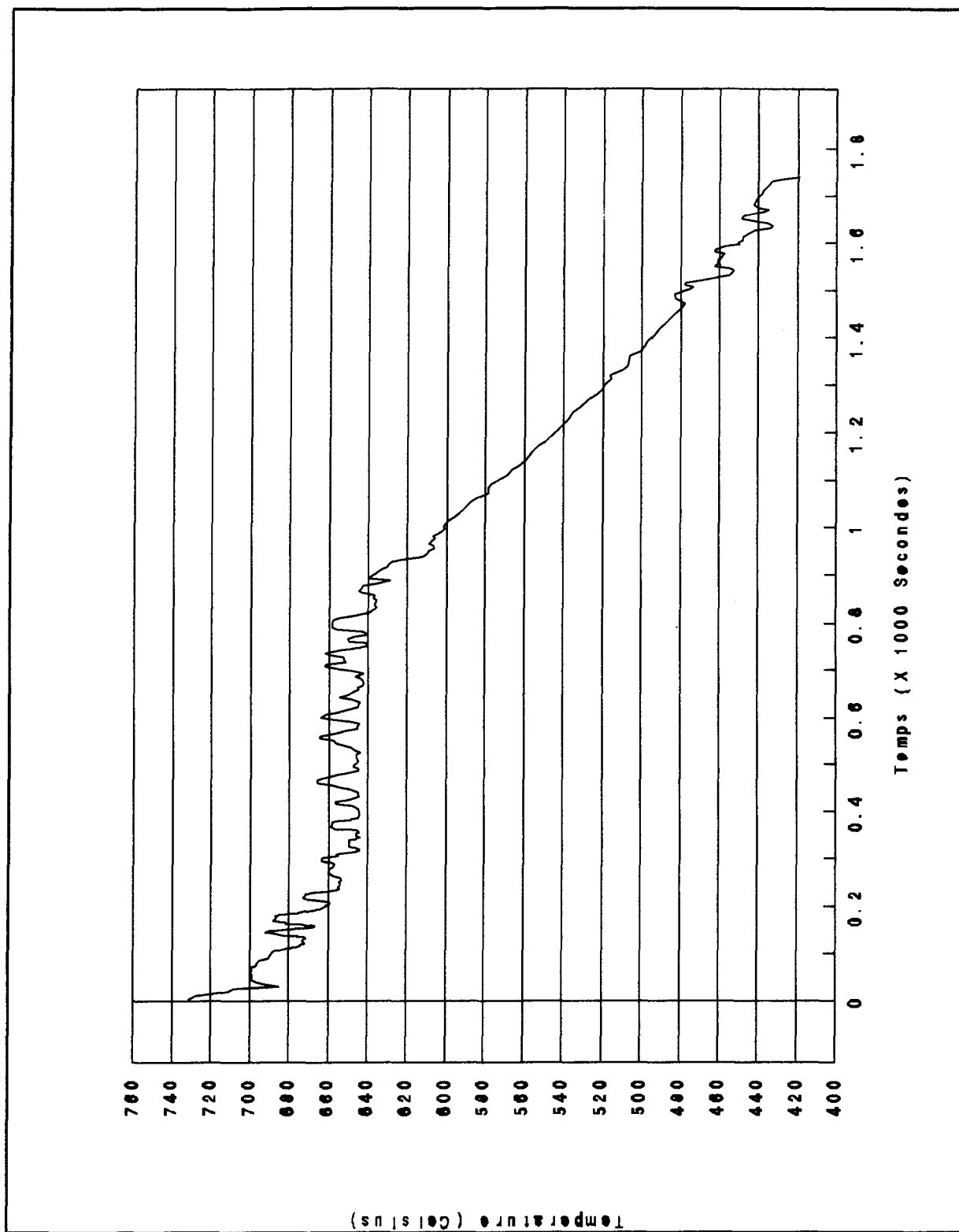


Figure XI: Courbe de solidification.



On a indiqué dans le chapitre 2 que l'erreur relative des thermocouples est de l'ordre de 0.75%. Quand à l'erreur du traitement numérique, seule l'erreur due à l'échantillonnage doit être étudiée car le schéma implicite retenu est inconditionnellement stable. L'erreur d'échantillonnage est essentiellement due au repliement du spectre ("aliasing", en raison du non filtrage des données expérimentales lors de l'acquisition) et à l'environnement (présence de champ magnétique induit par les transformateurs, les fours et les contrôleurs comme en témoigne la figure XI.

La méthode utilisée pour réduire le bruit sur la courbe de solidification se base sur une méthode de lissage balayé ("moving average"). Cette méthode permet essentiellement d'amortir les oscillations de lecture induites par les thermocouples et le milieu ambiant. Elle permet aussi de réduire l'erreur de répétitivité en imposant une courbe théorique dans la période initiale des courbes de solidifications. Enfin, elle élimine l'erreur d'échantillonnage en utilisant des fenêtres de lissage suffisamment large pour éliminer les fluctuations induites par les hautes fréquences (au delà de 4 Hz) et par l'environnement. On doit noter que l'utilisation de cette méthode est nécessaire pour éliminer les fluctuations induites par l'environnement et de plus, elle évite l'emploi d'un filtre basse fréquence (passe bas) avant l'échantillonnage.

Les courbes de température de l'aluminium contiennent deux types de bruits, en raison des grandes fluctuations que l'on retrouve dans les premières

secondes de l'expérience. Ces fluctuations sont induites par le mouvement de la masse liquide d'aluminium et elles s'amoindrissent avec la diminution de la température et se stabilise lors de la solidification. En regardant la courbe de température de l'aluminium, figure 27 et 29 du chapitre II, trois périodes peuvent être définies, soit la période initiale, la période intermédiaire et la période solide. En utilisant la température de solidification comme point de référence et en incorporant un écart de température, les trois périodes peuvent être délimitées, soit:

$$\text{initiale} > T_{s+\Delta T} > \text{intermédiaire} > T_s > \text{solide}$$

Le bruit des thermocouples de l'aluminium se divise donc en trois périodes, soit la période initiale qui contient surtout le bruit de répétitivité, la période postérieure à la solidification ou solide qui contient le bruit induit par l'instrumentation, le milieu ambiant et le traitement de signaux et la période intermédiaire (transition entre la période initiale et la période solide). Le bruit pour les thermocouples du moule est caractérisé seulement par le bruit en période solide.

### 2.2.2 Intensité du bruit

On suppose que le bruit émane d'une source, en omettant les parties où la température varie considérablement avec le temps car cette zone affecte considérablement cette hypothèse comme nous le verrons plus loin dans ce chapitre. Le bruit peut être quantifié en calculant la moyenne centrée sur une température  $i$  pour une fenêtre de  $n$  données ( $n$  doit être impaire pour ne pas

affecter la coordonnée en temps) comme montré à l'équation suivante:

$$T_i = \frac{\sum_{k=1-\frac{n}{2}}^{t+\frac{n}{2}} T_k}{n} \quad \text{II}$$

En soustrayant la courbe mesurée de la courbe traitée, en établissant l'histogramme et en calculant la moyenne qui correspond à la période d'oscillation et l'écart type qui correspond à l'intensité du bruit, deux paramètres sont disponibles pour classier les courbes de température.

Le début des courbes de température contient de grande variation de la température avec le temps, pour le moule la température passent de 200°C à 400°C en l'espace de 100 secondes et pour l'aluminium la température passe de 750°C à 600°C en 100 secondes, figures 26 à 33, 36 et 37 du chapitre II. Ces variations affectent la méthode utilisée pour déterminer le bruit. Une température de coupure est incorporée, elle permet de séparer la courbe de température en deux parties, soit la période de montée qui contient de grandes variations de la température avec le temps et la période constante qui contient de petites variations de la température avec le temps. L'effet de la température de coupure sur la moyenne et l'écart type a été déterminé en la faisant varier pour deux thermocouples du moule et deux thermocouples de l'aluminium.

En comparant les graphiques a, b, c, d, e et f des figures XII et XIII, on remarque que la période de montée affecte considérablement la moyenne et l'écart type. Les graphiques a et b correspondent aux cas sans température

de coupure, comme on peut le remarquer, l'écart type est très irrégulier et la moyenne varie considérablement. Ces phénomènes sont causés par la période de montée, car la température varie considérablement avec le temps et au lieu d'évaluer l'intensité du bruit, la courbe de température a été sur ou sous estimée, ce qui équivaut à créer du bruit. Pour les graphiques c et d, la température de coupure incorporée n'est pas suffisante car l'on retrouve le même phénomène mais beaucoup moins prononcé.

Pour les graphiques e et f, de la figure XII, l'écart type est presque constant, soit environ 0.1, sauf pour les 10 premières données, car il n'y a pas suffisamment de données pour éliminer les oscillations induites par le bruit. La moyenne passe de 0.07 à 0.01, la moyenne est relativement faible et près de zéro, ce qui indique que les oscillations induites par le bruit sont presque périodiques. Pour une fenêtre de 120 données, la moyenne est presque nulle, soit 0.01, ce qui correspond à une période d'oscillation de 60 secondes pour le bruit. Les graphiques e et f de la figure XII sont légèrement différents de ceux de la figures XIII, car les courbes de températures du moule sont concaves vers le centre ce qui produit l'augmentation de l'écart type de 0.090 à 0.105 et la différence entre les écarts types des graphiques e et f de la figure XIII, mais il reste similaire à celui de l'aluminium. La moyenne augmente de 0.01 à 0.04, ce qui est le comportement inverse de l'aluminium, mais elle est affectée par la concavité de la courbe. De plus, la différence entre le type de branchement, soit flottant pour les thermocouples de l'aluminium et compensé

**pour les thermocouples du moule explique en partie leur différence, car le branchement compensé est moins affecté par le bruit ambiant que le branchement flottant. En se fiant au graphique f de la figure XIII, où la concavité de la courbe est la moins prononcée, l'intensité du bruit est de 0.09, ce qui équivaut au bruit induit par le fait qu'aucun filtrage n'est effectué lors de l'échantillonnage. La période des oscillations est très basse, soit aux alentours de 2.5 à 5 secondes, ce qui correspond à une fréquence de 0.2 à 0.1 Hz.**

**La température de coupure de 500°C utilisée pour l'aluminium permet de déterminer clairement l'intensité du bruit, soit un écart type presque constant de 0.1. La température de coupure de 390°C utilisée pour le moule permet de déterminer que l'intensité du bruit se situe entre 0.09 et 0.105, et en regardant le graphique correspondant à la courbe de température possédant une faible concavité, l'écart type est presque constant et il se situe à 0.09. Les périodes d'oscillation du bruit sont différentes entre les thermocouples de l'aluminium et du moule, soit de 60 secondes pour l'aluminium et de 2.5 à 5 secondes pour le moule, cette différence est produite par le branchement flottant et compensé des thermocouples aux terminaux.**

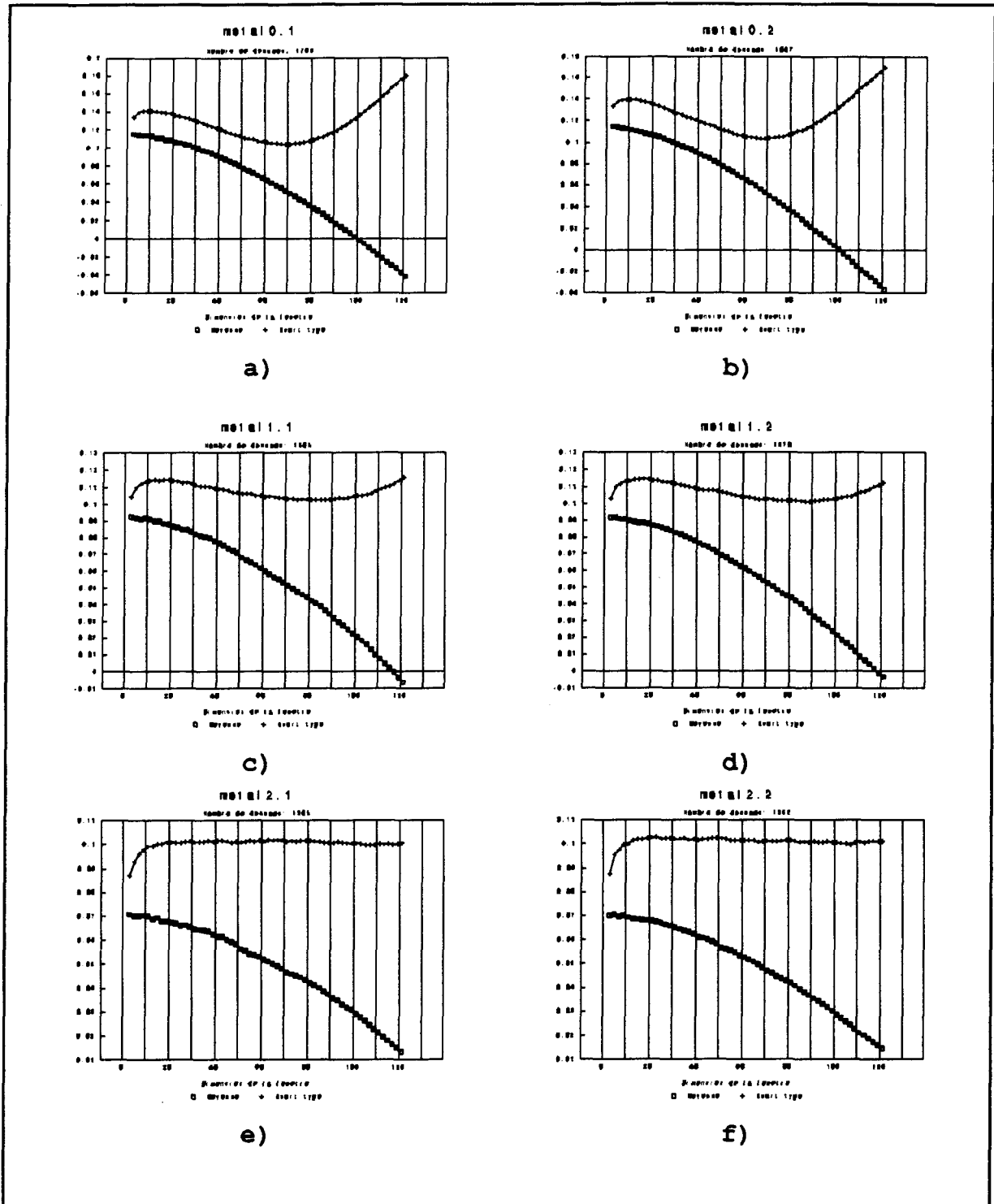


Figure XII: Moyenne et écart type en fonction de la température de coupe, thermocouples de l'aluminium.

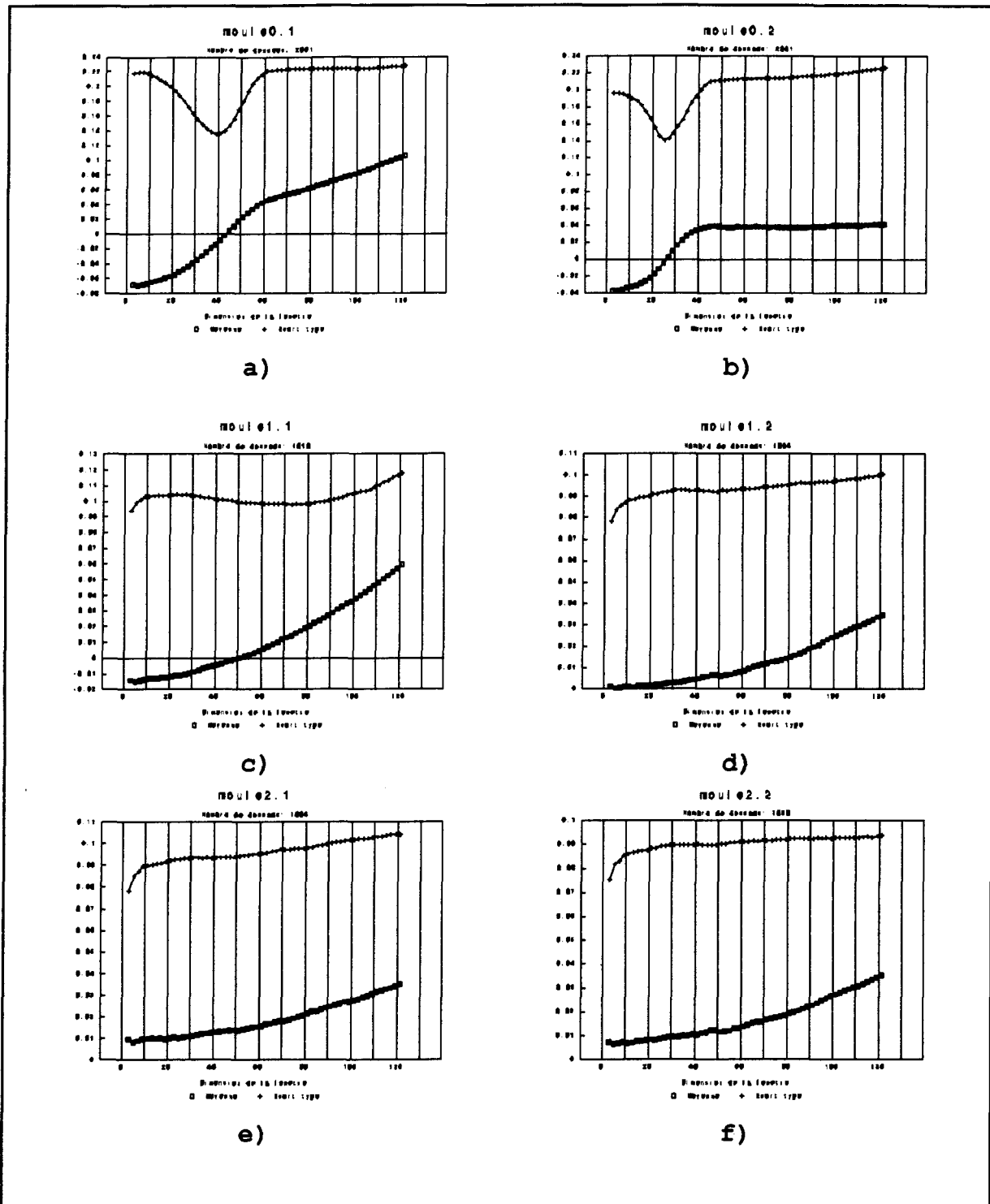


Figure XIII: Moyenne et écart type en fonction de la température de coupe, thermocouples du moule.

La figure XIV montre l'écart type et la moyenne pour les quatre thermocouples insérés dans l'aluminium, l'écart type reste constant pour les quatre thermocouples et il se situe à 0.1, tandis que la moyenne varie de façon similaire. Elle passe de 0.07 à 0.01 et elle est minimum pour une fenêtre de 120 données ce qui correspond à une période d'oscillation de 60 secondes.

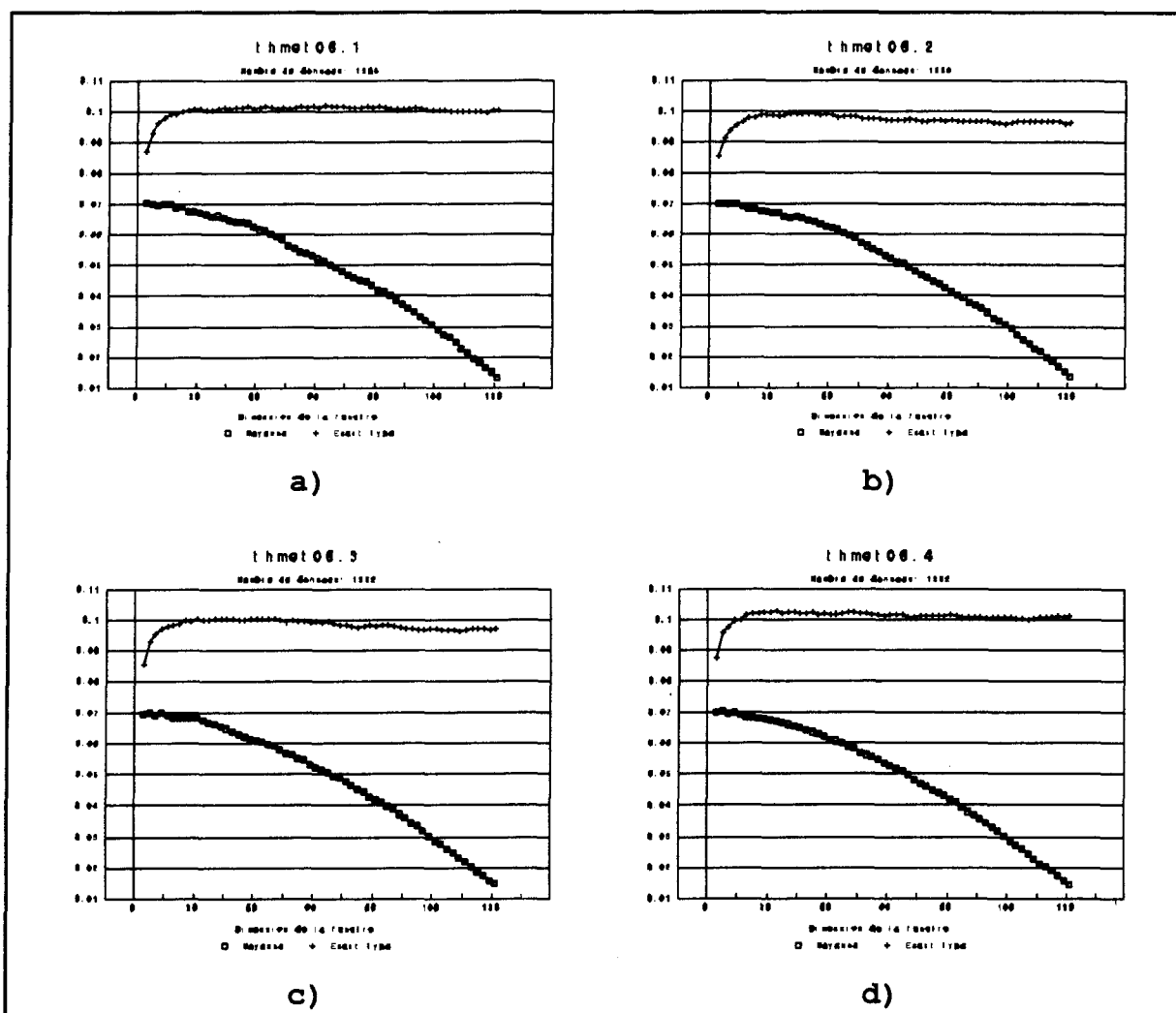


Figure XIV: Moyenne et écart type, thermocouples de l'aluminium.



La figure XV montre l'écart type et la moyenne pour les quatres thermocouples horizontaux insérés dans le moule, l'écart type varie entre 0.09 et 0.105, et pour le thermocouple correspondant à la courbe de température possédant une faible concavité, l'écart type est de 0.9, tandis que la moyenne varie de façon similaire. Elle passe de 0.01 à 0.04 et elle est minimum pour une fenêtre de 5 à 10 données ce qui correspond à une période d'oscillation de 2.5 à 5 secondes.

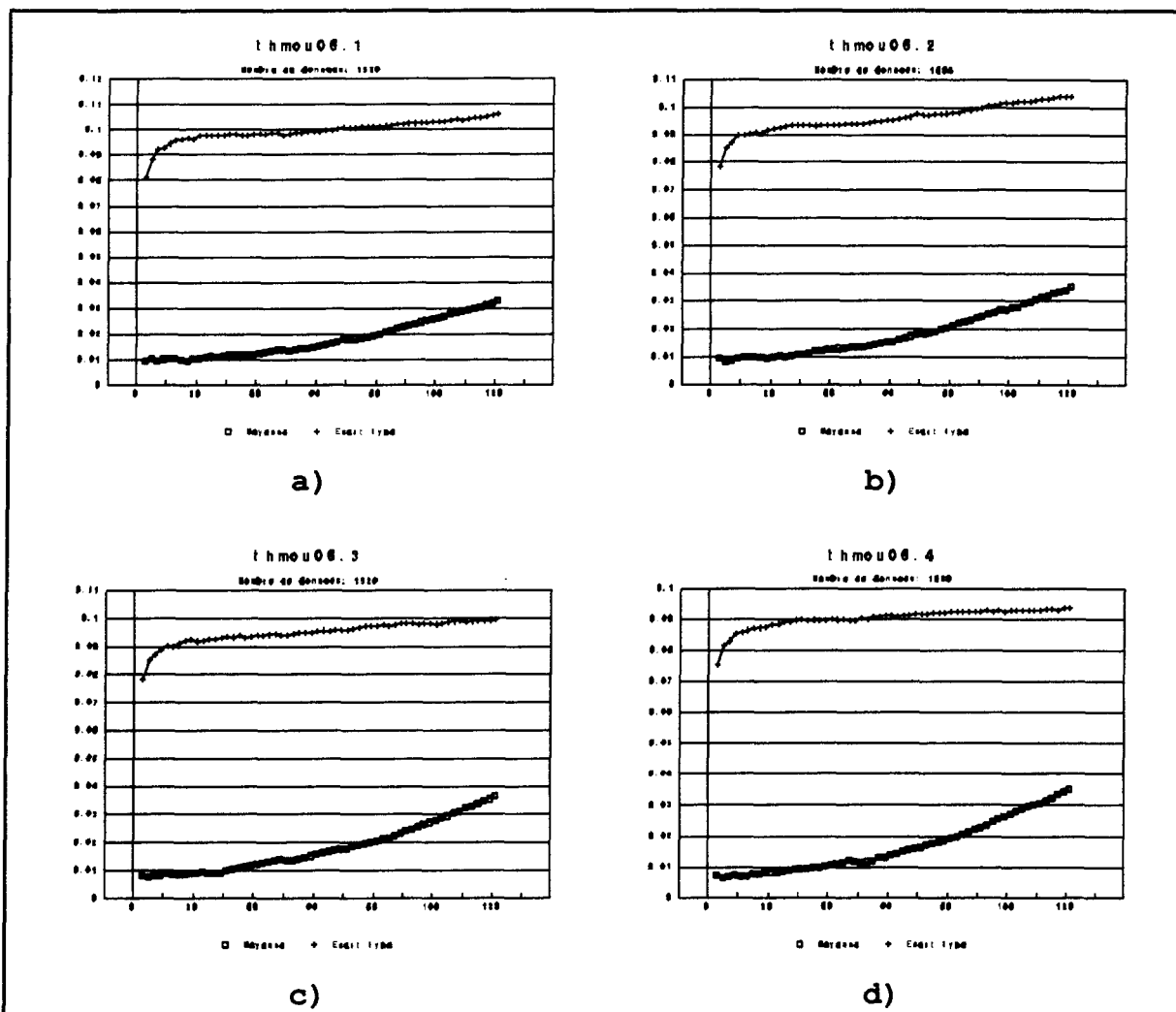


Figure XV: Moyenne et écart type, thermocouples du moule.

En général, la dimension de la fenêtre affecte peu l'écart type et la moyenne augmente pour les thermocouples du moule ou diminue pour les thermocouples de l'aluminium, mais très légèrement avec l'augmentation de la dimension de la fenêtre. La température de coupure se situe à 390°C pour le moule et à 500°C pour l'aluminium. La constance du bruit, soit de l'écart type et de la moyenne a été vérifiée en utilisant les quatre thermocouples horizontaux du moule et de l'aluminium de l'expérience 1. Il en ressort un écart type se situant à 0.1 pour l'aluminium et à 0.09 pour le moule avec des périodes d'oscillation de 60 et de 5 secondes respectivement. Les écarts types obtenues sont considérés comme étant le standard du bruit contenu dans le moule et l'aluminium.

## 2.3 Lissage en période solide

### 2.3.1 Description de la méthode de lissage

La courbe lissée des températures expérimentales est obtenue en utilisant une méthode de lissage basée sur les moindres carrés<sup>48</sup>. La méthode est construite à partir d'un polynôme de degré p (équation III) et d'une fenêtre de dimension n.

$$B_p T^p + B_{p-1} T^{p-1} + \dots + B_1 T + B_0 \quad \text{III}$$

Les n températures de la fenêtre sont lissées à l'aide du polynôme de degré p, la température de la fenêtre se situant à n/2 est retenue comme température lissée en ce point. Ensuite la fenêtre se déplace d'un pas de temps et la même opération est effectuée. De cette façon, on obtient une

courbe moyenne des températures expérimentales comme montrée à la figure XVI.

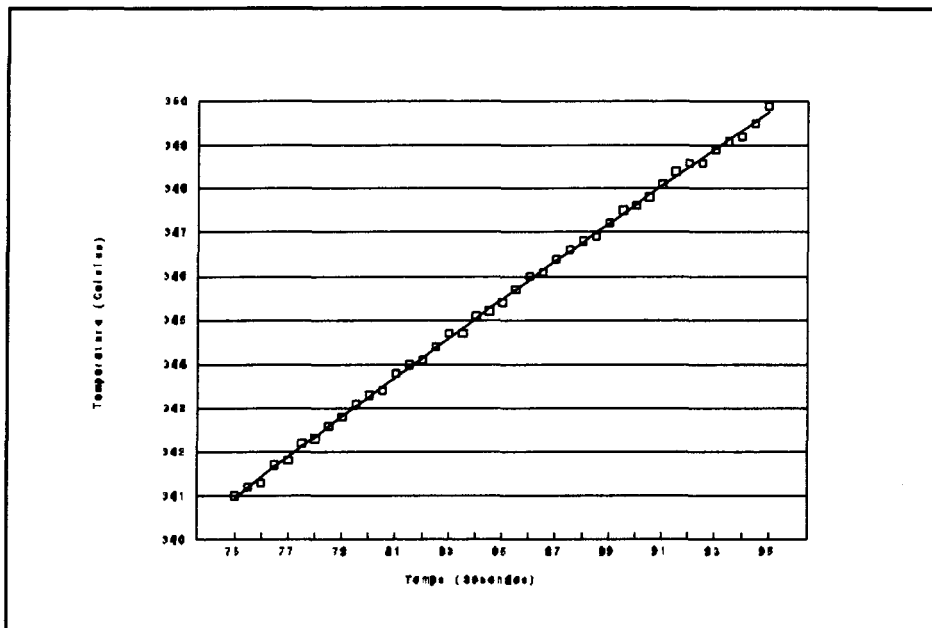


Figure XVI: Effet du lissage.

Bien entendu, les  $n/2$  températures au début et à la fin de la courbe sont lissées par le polynôme de degré  $p$  et conservées comme telles pour permettre à l'opération de lissage de débuter et de s'arrêter. Cette méthode est acceptable si elle ne déforme pas les courbes de solidification expérimentale, et élimine seulement le bruit, tout en contournant les problèmes engendrés par l'erreur de répétitivité sur les premières secondes des courbes de solidification de l'aluminium.

### 2.3.2 Lissage polynomial avec une fenêtre se déplaçant dans le temps

Un bon lissage s'obtient en utilisant polynôme de petite dimension et en ajustant la dimension de la fenêtre pour éviter de déformer la courbe

expérimentale. Les figures XVII a et b donnent une indication des écarts entre une courbe expérimentale et une courbe lissée par un polynôme de degré 2 et une fenêtre de 10 données.

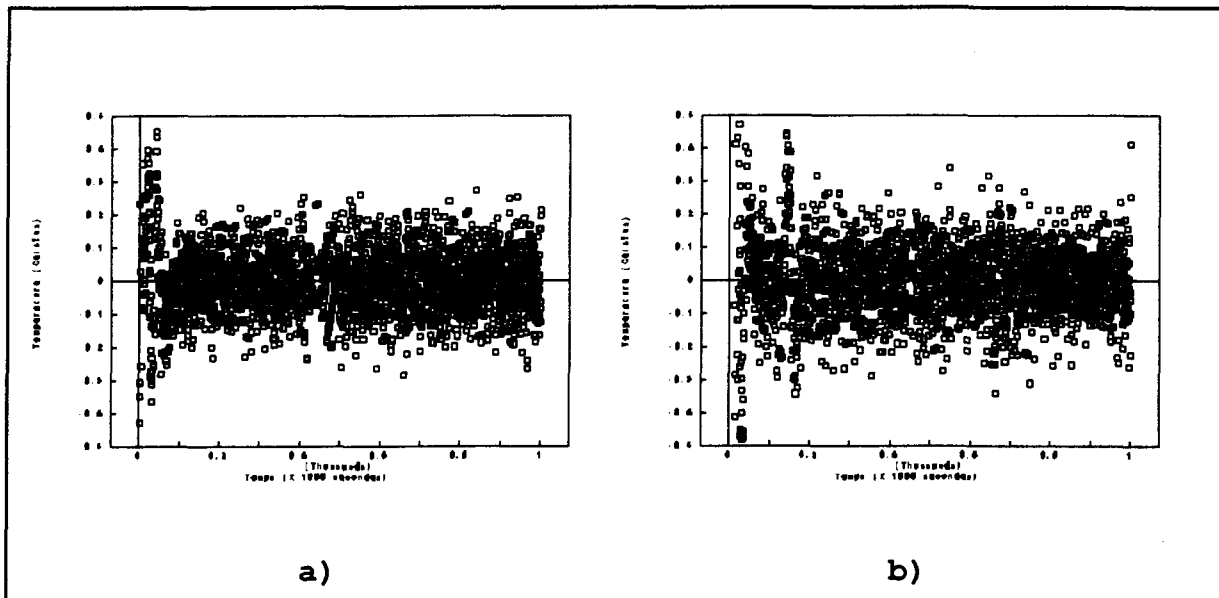


Figure XVII: Bruit sur les températures mesurées a) moule, b) aluminium.

En classant les écarts et en enregistrant leur fréquence, un histogramme donnant la répartition de l'erreur sur l'ensemble des données peut être construit, figure XVIII. En calculant la moyenne, la médiane et l'écart type, on dispose de trois critères caractérisant l'erreur globale.

Les figures XIX a et b montrent la variation de la moyenne et de l'écart type en fonction de la dimension de la fenêtre pour un polynôme de degré 1 et 2 respectivement. La médiane n'est pas représentée sur les graphiques car elle est toujours similaire à la moyenne, ce qui implique que l'histogramme est centré.

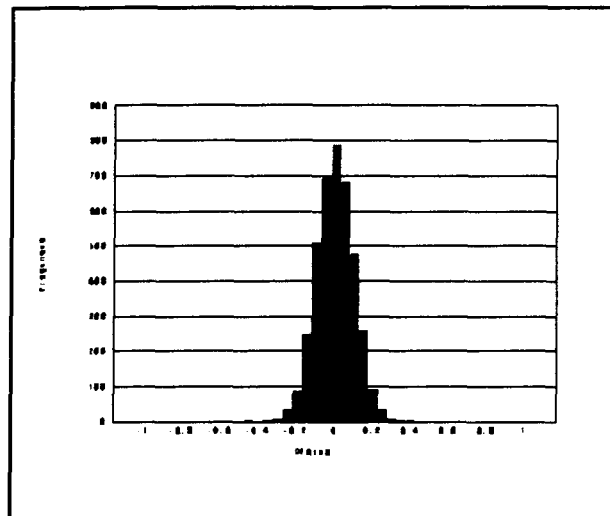


Figure XVIII: Histogramme

En comparant les deux graphiques de la figure XIX, on s'aperçoit que pour des écarts types similaires le polynôme de degré 2 possède une moyenne et une médiane plus près de zéro que le polynôme de degré 1. Sachant que la moyenne indique le degré de déformation de la courbe expérimentale, on peut conclure que le polynôme de degré 2 permet au lissage d'épouser la courbe expérimentale sans la déformer pour des dimensions de fenêtre inférieures à 25 données. Le polynôme de degré 1 fonctionne seulement pour des fenêtres dont la dimension est inférieure à 6 données. L'emploi d'un polynôme de degré supérieur apporte le même effet que l'on remarque entre le polynôme de degré 1 et 2, mais pour une dimension de fenêtre plus élevée que celle du polynôme de degré 2. En assumant qu'une dimension de fenêtre de 25 données est suffisante pour confirmer la valeurs du point lissé, l'emploi de polynômes dont le degré est supérieure à 2 est

inutile. De plus, l'augmentation de la dimension de la fenêtre augmente le temps de traitement, ce qui réduit l'efficacité de la méthode utilisée.

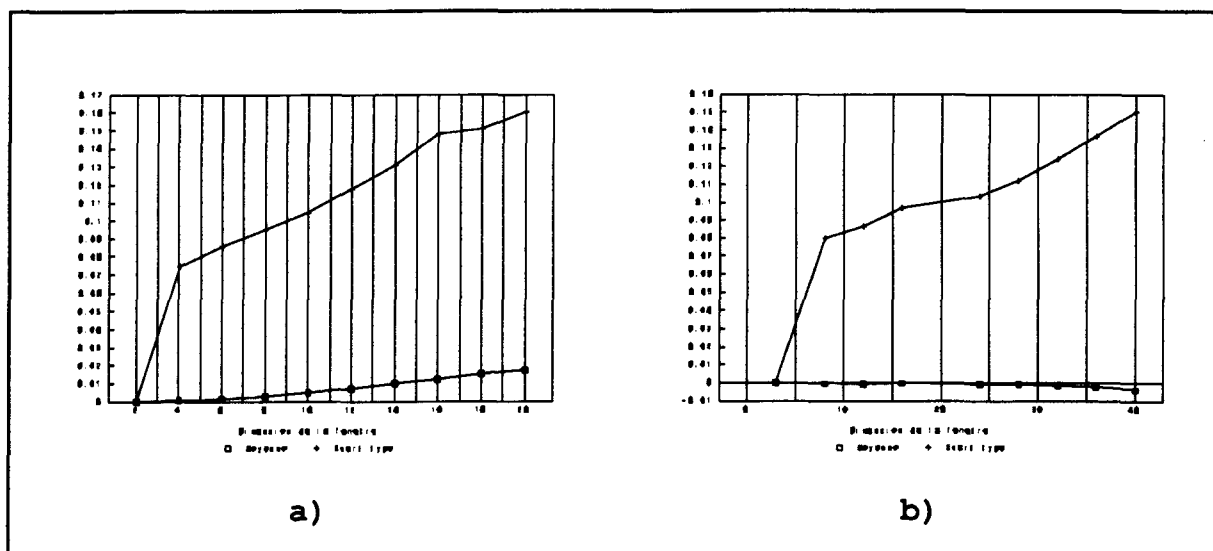


Figure XIX: Effet de la dimension de la fenêtre, a) Polynôme de degré 1, b) Polynôme de degré 2.

On note que la dimension de la fenêtre doit toujours être supérieure au degré du polynôme pour obtenir un point lissé, puisque pour une dimension de la fenêtre égale au degré du polynôme l'écart type est nul, ce qui implique que la température lissée correspond à la température expérimentale, donc aucun lissage n'est effectué. L'écart type augmente rapidement pour une dimension de fenêtre variant de 0 à 8 données et se stabilise, tandis que la moyenne reste pratiquement nulle. Le bruit présent sur les courbes de température expérimentale est partiellement éliminé si des fenêtres inférieures à 8 données sont utilisées lors du lissage, car l'écart type varie considérablement dans cette zone. On remarque que pour une dimension de fenêtre supérieure à 25 données pour le polynôme de degré 2, la moyenne

s'écarte légèrement de zéro et l'écart type augmente rapidement. Donc, la température lissée s'écarte de la température mesurée et la courbe des températures lissées est déformée comparativement à la courbe des températures expérimentales, ce qui revient à créer du bruit. Une méthode doit être développée pour être en mesure d'effectuer un lissage optimum, soit l'élimination du bruit seulement.

### 2.3.3 Critère de décision sur un lissage

Puisque l'intensité du bruit a été déterminée (2.2.2), le critère de décision<sup>49</sup> peut être défini. Il peut être pris à partir d'une fenêtre constante sur l'ensemble des données ou sur une fenêtre variable pour chaque donnée. La fenêtre variable est choisie, car elle assure que chaque température lissée répond au critère de sélection ce qui apporte une plus grande précision sur les résultats. L'erreur sur un lissage pour un polynôme de degré  $p$  et une fenêtre de  $n$  données se calcul comme suit:

Calcul l'erreur sur la mesure

$$E_t^2 = \sum_{k=1}^n (T_k - \tilde{T}_k)^2 \quad \text{IV}$$

Calcul l'erreur de lissage

$$E_l^2 = E_t^2 - E^2 \quad \text{ou} \quad E^2 = n\sigma_1^2 \quad \text{V}$$

Et finalement calcul de la variance

$$s_i^2 = \frac{E_i^2}{p+1} \quad \text{VI}$$

La sélection de la dimension de la fenêtre est effectuée avec le critère suivant:

$$F_\alpha \geq \frac{s_i^2}{\sigma_i^2} \quad \text{VII}$$

Ou  $F_\alpha$  suit la distribution  $F(p+1, n)^{50}$ .

Si le degré du polynôme ne satisfait pas le critère de sélection avec la plus petite fenêtre possible, il doit être augmenté.

## 2.4 Lissage en période initiale

### 2.4.1 Pré-lissage de la période initiale

Les problèmes engendrés par le bruit de répétitivité dans les courbes de température de l'aluminium doivent être abordés différemment, car la courbe moyenne obtenue à partir du lissage ne correspond pas à la courbe désirée, figure XX. Le lissage des courbes de température de l'aluminium sur les premières secondes doit être forcé pour contourner les erreurs de lectures induites par le mouvement de la masse liquide. Le lissage forcé peut être effectué en utilisant un polynôme de degré  $p$  et en limitant le degré du lissage.

Un pré-lissage est effectué sur la période initiale, il permet d'éliminer les températures qui sont trop écartées de la courbe de température expérimentale, facilitant le lissage forcé. Le pré-lissage est effectué avec un polynôme de degré 2 et une fenêtre de  $n$  données. La dimension de la fenêtre



doit amoindrir l'effet du mouvement de masse, si elle est trop petit, elle n'a aucun effet et si elle est trop grande, elle fausse les résultats. Une fenêtre de 8 données est choisie, c'est un choix arbitraire qui peut être modifié par l'utilisateur.

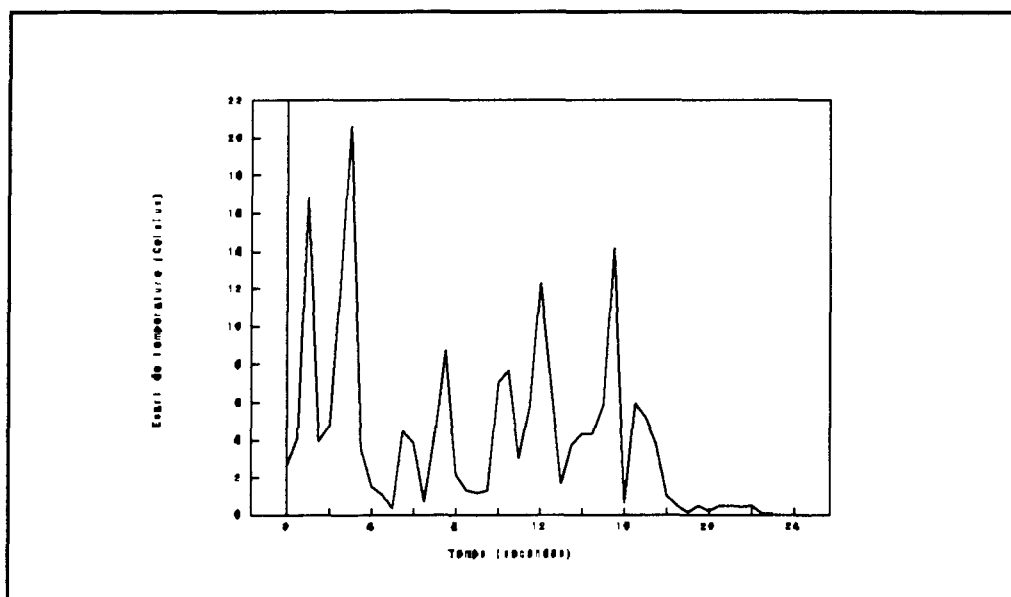


Figure XX: Effet du lissage sur la période initiale.

Le pré-lissage est effectué aussi sur la période intermédiaire, car les températures comprises dans cette période contiennent du bruit induit par le mouvement de masse et elles ne peuvent être lissées comme dans la période solide. Les températures obtenues par le pré-lissage de la période intermédiaire sont utilisées comme températures lissées pour cette période, car effectuer le lissage sur les températures pré-lissées est inutile, les températures ainsi obtenues seraient identiques.

### 2.4.2 Polynôme de lissage forcé

La continuité entre la période intermédiaire et la période initiale est assurée par trois conditions frontières. Les conditions frontières qui sont imposées au temps  $t=t_1$  proviennent des valeurs du polynôme de pré-lissage, soit:

Pour la période initiale à  $t_1$ ,

$$\tilde{f}(t_1) = d_0^{t_1}, \quad \frac{d\tilde{f}(t_1)}{dt} = d_1^{t_1} \text{ et } \frac{d\tilde{f}^2(t_1)}{dt^2} = d_2^{t_1} \quad \text{VIII}$$

Pour le polynôme de lissage à  $t_1$

$$\tilde{f}(t_1) = B_2 t_1^2 + B_1 t_1 + B_0 = d_0^{t_1} \quad \text{IX}$$

la dérivée première du polynôme de lissage à  $t_1$

$$\frac{d\tilde{f}(t_1)}{dt} = 2B_2 t_1 + B_1 = d_1^{t_1} \quad \text{X}$$

la dérivée seconde du polynôme de lissage à  $t_1$

$$\frac{d\tilde{f}^2(t_1)}{dt^2} = 2B_2 = d_2^{t_1} \quad \text{XI}$$

La période initiale est très affectée par le mouvement de masse au temps initiale  $t=0$ , on doit imposer trois conditions frontières à  $t=0$ , ce qui permet de forcer l'obtention d'un plateau, soit:

$$\frac{d\tilde{f}(0)}{dt} = 0, \quad \frac{d\tilde{f}^2(0)}{dt^2} = 0 \text{ et } \frac{d\tilde{f}^3(0)}{dt^3} = 0 \quad \text{XII}$$

En laissant uniquement un coefficient de disponible pour le lissage, le polynôme de lissage forcé est obtenu en choisissant un polynôme de degré 6.

$$\tilde{T}(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \beta_4 t^4 + \beta_5 t^5 + \beta_6 t^6 \quad \text{XIII}$$

En incorporant les trois conditions frontières à  $t=0$  dans l'équation XIII, soit

la dérivée première

$$\frac{d\tilde{T}(t)}{dt} = \beta_1 + 2\beta_2 t + 3\beta_3 t^2 + 4\beta_4 t^3 + 5\beta_5 t^4 + 6\beta_6 t^5 \Rightarrow \frac{d\tilde{T}(0)}{dt} = \beta_1 = 0 \quad \text{XIV}$$

la dérivée seconde

$$\frac{d^2\tilde{T}(t)}{dt^2} = 2\beta_2 + 6\beta_3 t + 12\beta_4 t^2 + 20\beta_5 t^3 + 30\beta_6 t^4 \Rightarrow \frac{d^2\tilde{T}(0)}{dt^2} = \beta_2 = 0 \quad \text{XV}$$

et la dérivée troisième

$$\frac{d^3\tilde{T}(t)}{dt^3} = 6\beta_3 + 24\beta_4 t + 60\beta_5 t^2 + 120\beta_6 t^3 \Rightarrow \frac{d^3\tilde{T}(0)}{dt^3} = \beta_3 = 0 \quad \text{XVI}$$

En insérant les équations XIV, XV et XVI dans l'équation XIII, on obtient,

$$\tilde{T}(t) = \beta_0 + \beta_4 t^4 + \beta_5 t^5 + \beta_6 t^6 \quad \text{XVII}$$

En ajoutant les trois conditions frontières à  $t=t_c$ , à partir de l'équation XVII,

soit

Polynôme de lissage

$$\tilde{T}(t_c) = \beta_0 + \beta_4 t_c^4 + \beta_5 t_c^5 + \beta_6 t_c^6 = d_0 t_c \quad \text{XVIII}$$

Dérivée première

$$\frac{d\tilde{T}(t_c)}{dt} = 4\beta_4 t_c^3 + 5\beta_5 t_c^4 + 6\beta_6 t_c^5 = d_1 t_c \quad \text{XIX}$$

### Dérivée seconde

$$\frac{d\tilde{T}(t_t)}{dt^2} = 12B_4 t_t^2 + 20B_5 t_t^3 + 30B_6 t_t^4 - d_2^t \quad \text{XX}$$

En isolant  $B_4$ ,  $B_5$  et  $B_6$ , on obtient

$$B_4 t_t^4 = -15B_0 + 15d_0^t - 5t_t d_1^t + \frac{1}{2} t_t^2 d_2^t \quad \text{XXI}$$

$$B_5 t_t^5 = 24B_0 - 24d_0^t + 9t_t d_1^t - t_t^2 d_2^t \quad \text{XXII}$$

$$B_6 t_t^6 = -10B_0 + 10d_0^t - 4t_t d_1^t + \frac{1}{2} t_t^2 d_2^t \quad \text{XXIII}$$

En insérant les équations XXI, XXII, et XXIII dans l'équation XVII, on obtient le polynôme de lissage suivant:

$$\begin{aligned} \tilde{T}(t) &= (10s_t^6 - 24s_t^5 + 15s_t^4) d_0^t - (-4s_t^6 + 9s_t^5 - 5s_t^4) t_t d_1^t - \left(\frac{1}{2}s_t^6 - s_t^5 + \frac{1}{2}s_t^4\right) t_t^2 d_2^t \\ &= (-10s_t^6 + 24s_t^5 - 15s_t^4 + 1) B_0 \quad \text{ou } s_t = \frac{t}{t_t} \end{aligned} \quad \text{XXIV}$$

### 2.4.3 Détermination de l'écart de température

L'écart de température additionné à la température de solidification délimite la fin de la période initiale et le début de la période intermédiaire. Son rôle est de permettre l'obtention d'un lissage forcé optimum de la période initiale.

Les figures XXI à XXIII montrent l'effet de différents écarts de température sur le lissage forcé du thermocouple situé à 35 mm dans l'aluminium. Pour déterminer la courbe optimum de lissage forcé, un critère de sélection doit être développé.

En comparant les figures XXI et XXII, on s'aperçoit que l'écart de

température affecte les valeurs des températures initiales et maximum et, lorsqu'il est inadéquat, la courbe de température expérimentale est déformée, figure XXII.

Un critère de sélection basé sur les moindres carrés est utilisé, il permet de déterminer l'écart de température apportant l'erreur minimum entre la courbe expérimentale et la courbe de lissage forcé, soit:

$$e_i^2 = (\bar{T}_i - T_i)^2 \quad \text{et} \quad E_t^2 = \sum_{i=1}^k e_i^2 \quad \text{ou} \quad k = \frac{t_t}{\Delta t} \quad \text{XXV}$$

En normalisant pour tenir compte du nombre de données et du degré du polynôme, on obtient comme erreur:

$$E_f^2 = \frac{E_t^2}{n-p} \quad \text{XXVI}$$

Où  $R_f^2$  doit être minimum.

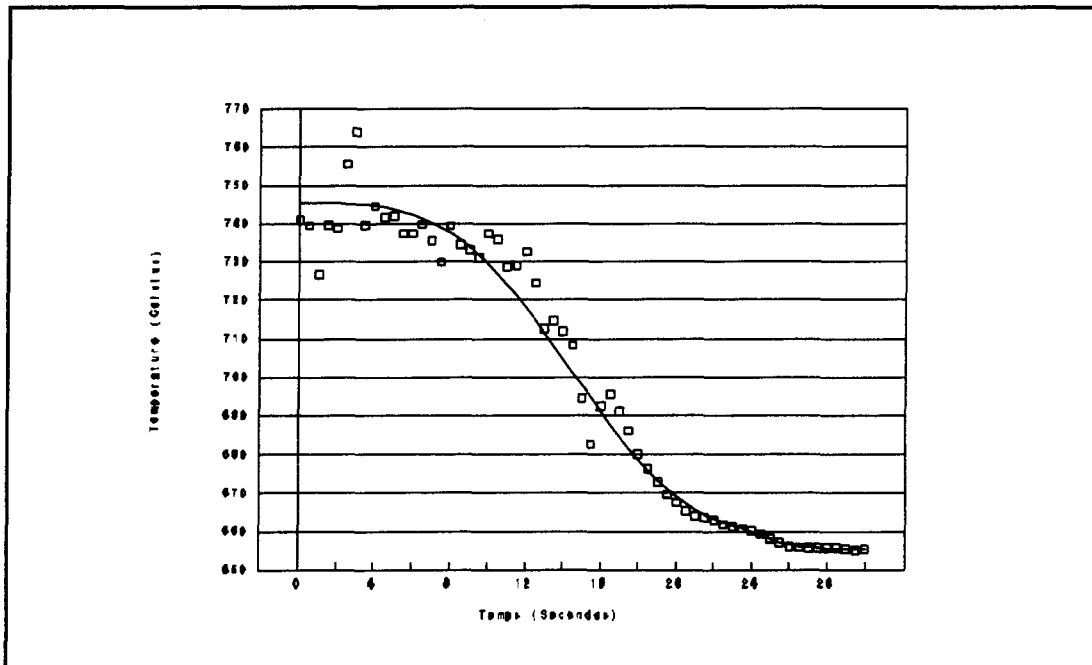


Figure XXI: Aucun écart de température.

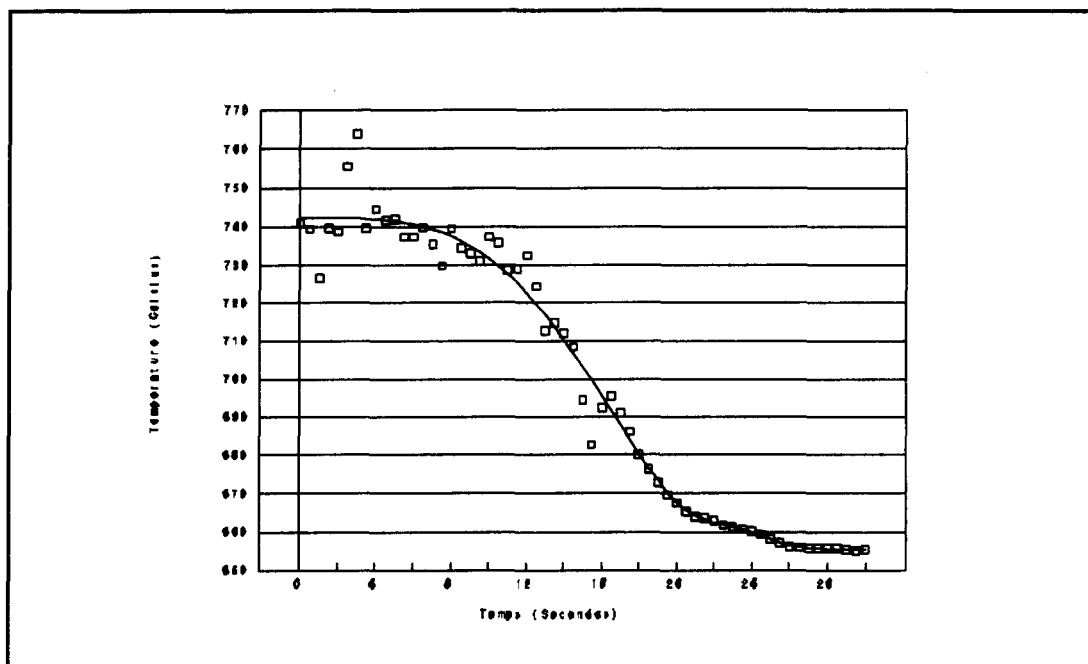


Figure XXII: Écart de température de 10 °C.

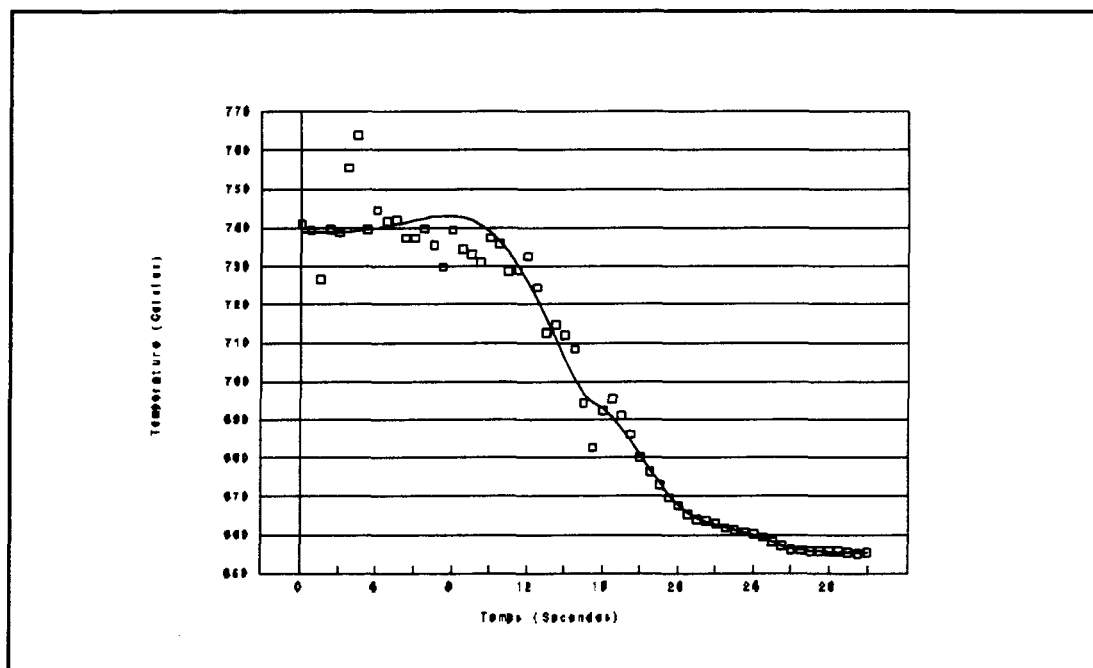


Figure XXIII: Écart de température de 30 °C.

## **2.5 Lissage en période intermédiaire**

La période intermédiaire est une transition qui assure la continuité entre la période initiale et solide. Elle se termine lorsque l'aluminium est solide et son début dépend de l'écart de température additionné à la température de solidification permettant d'obtenir un lissage forcé optimum de la période initiale. Comme on a pu le voir dans la section 2.3.1, la période intermédiaire est lissée avec un polynôme de degré 2 et une fenêtre de 8 données. L'erreur engendrée par le lissage sans critère de sélection s'avère faible, vue que la période intermédiaire contient peu de données. La continuité entre la période initiale et intermédiaire est assurée par trois conditions frontières, tandis que la continuité entre la période intermédiaire et solide est assurée par le plateau de solidification qui départage l'état liquide et solide de l'aluminium.

## **2.6 Erreur de lissage**

### **2.6.1 Période solide et intermédiaire**

En appliquant la méthode de lissage développée dans la présente partie sur les distributions temporelles de température des expériences 1 et 2 avec un écart type standard de 0.11, on obtient les moyennes et les écarts types présentés au tableau VIII. Pour les deux expériences, la moyenne est pratiquement nulle, tandis que l'écart type est légèrement plus élevé dans l'expérience 2 que dans l'expérience 1. De plus, la valeur de l'écart type est plus élevée dans l'aluminium que dans le moule, car le branchement flottant est plus sujet au bruit au milieu ambiant que le branchement compensé, tandis

que l'écart type entre les thermocouples horizontaux et verticaux est environ le même.

Thermocouple	Expérience			
	1		2	
	Moyenne	Écart type	Moyenne	Écart type
Aluminium	-0.0027	0.1200	-0.0047	0.1294
Moule horizontal	-0.0020	0.1102	-0.0061	0.1253
Moule vertical	-0.0029	0.1069	-0.0065	0.1197

**Tableau VIII:** Moyenne et écart type pour les expériences 1 et 2.

En utilisant la loi normale, on peut calculer l'intensité du bruit avec une précision de 1%, en multipliant l'écart type par trois. Donc, l'intensité du bruit se situe entre  $\pm 0.32^{\circ}\text{C}$  et  $\pm 0.39^{\circ}\text{C}$ . En généralisant, on peut considérer que le bruit sur un thermocouple, en tenant compte du milieu ambiant et des paramètres expérimentaux, se situe à un niveau de  $\pm 0.4^{\circ}\text{C}$ .

### 2.6.2 Période initiale

Le bruit présent dans la période initiale ne peut être traité de la même façon que la période solide et intermédiaire, car elle contient les fluctuations de température induites par le mouvement de masse. Pour quantifier le bruit de la période initiale, on ne peut considérer une distribution régulière, ni l'écart de température maximum entre la distribution de température expérimentale et lissée, car cet écart aléatoire comme le montre la figure XXIV, varie considérablement d'un pas de temps à l'autre. Donc, si l'on veut



tenir compte de tout les écarts de température, la moyenne des écarts de température est une valeur représentative de la période initiale, car si la démarche expérimentale est répétitive et que les paramètres expérimentaux sont les mêmes, elle devrait être similaire d'une expérience à l'autre.

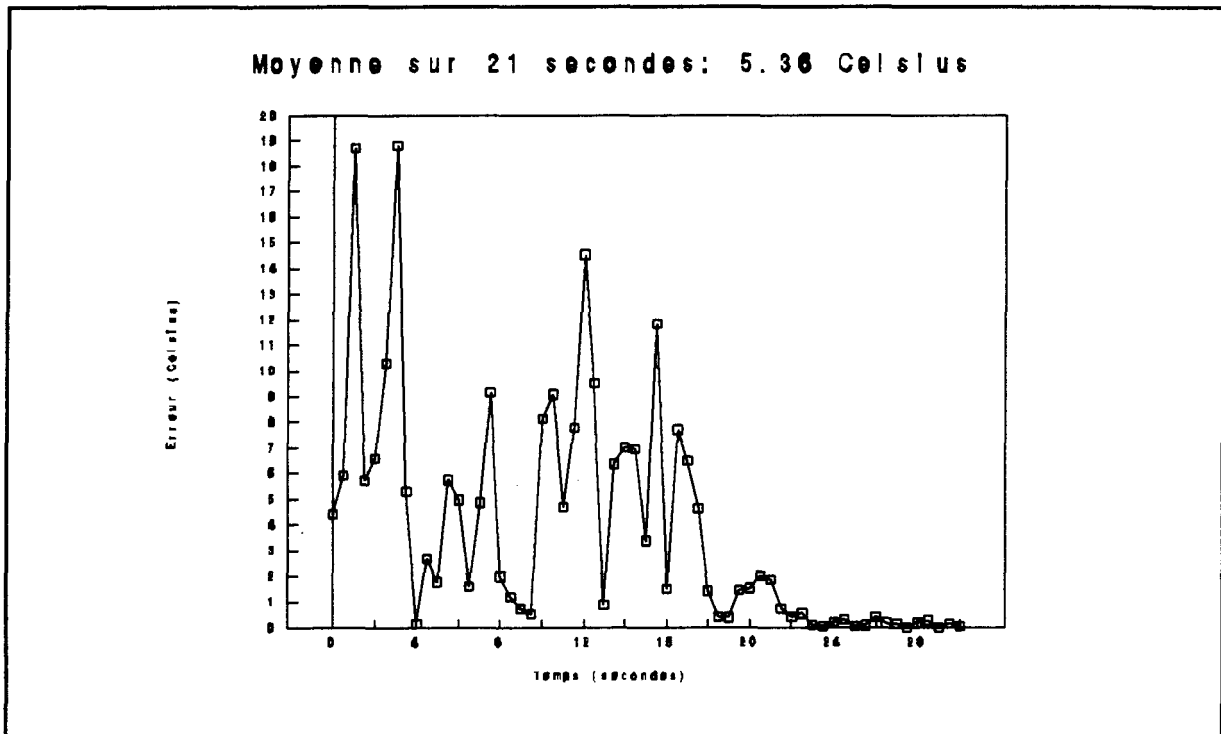


Figure XXIV: Écart de température pour le thermocouple situé à 47 mm de l'expérience 1.

Pour l'expérience 1, la moyenne des écarts de température du thermocouple situé à 47 mm est de  $\pm 5.55^{\circ}\text{C}$  et celui situé à 35 mm est de  $\pm 5.36^{\circ}\text{C}$ , tandis que pour l'expérience 2, elle est de  $\pm 5.50^{\circ}\text{C}$  pour le thermocouple situé à 47 mm et de  $\pm 3.37^{\circ}\text{C}$  pour celui situé à 35 mm. La température de l'aluminium était plus basse dans l'expérience 2 que dans l'expérience 1, ce qui explique la moyenne plus faible en raison de la perte de fluidité pour le thermocouple situé à 35 mm par rapport aux autres

**thermocouples. Le thermocouple situé à 47 mm, soit près de la paroi interne du moule, est plus affecté par les fluctuations que le thermocouple à 35 mm, en raison de la position centrale du canal de coulée favorisant le mouvement de masse près de la paroi interne du moule. Même si la moyenne entre l'expérience 1 et 2 est similaire pour le thermocouple situé à 47 mm, les écarts de température sont plus faibles dans l'expérience 2 que dans l'expérience 1, figure 27 et 29 du chapitre 2 en raison de la fluidité de l'aluminium et de la durée de la période de solidification qui était plus faible dans l'expérience 2 que dans l'expérience 1.**

**Donc, une valeur générale de  $\pm 6.0^{\circ}\text{C}$  est considérée comme étant l'intensité du bruit de la période intermédiaire pour les expériences 1 et 2.**

### ANNEXE III

#### TRAITEMENT DE LA PERTE DE CHALEUR VERTICALE

##### 3.1 Coefficient de perte de chaleur

Le coefficient de perte de chaleur induit par le gradient thermique vertical est créé par le temps requis à remplir le moule, le système d'alimentation et les forces de convections, ce qui amène un décalage dans le temps de la distribution de la température verticale dans le moule et l'aluminium, figure XXV. Pour évaluer ce coefficient, le flux de chaleur vertical doit être connu, ce qui se ramène à connaître la conductivité thermique du milieu et la distribution de la température verticale.

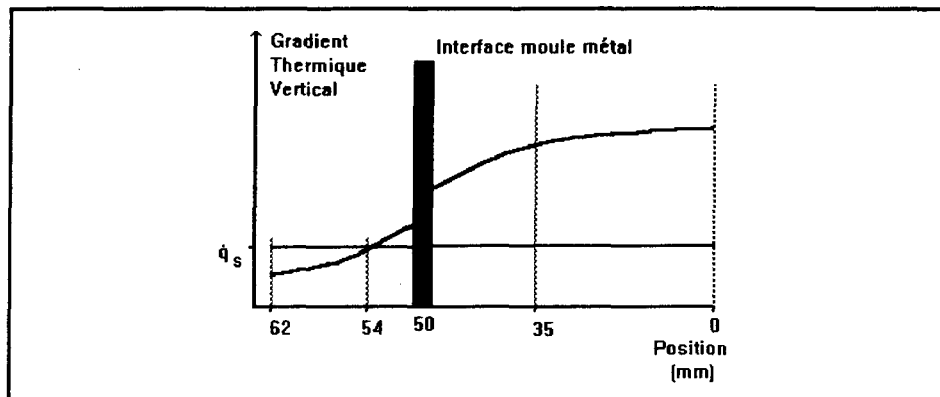


Figure XXV: Schématisation du gradient thermique vertical.

### **3.2 Le moule**

**La méthode la plus logique pour calculer le terme de fuite, consiste à l'évaluer pour chaque cellule du système, mais pour ce faire, la connaissance de deux courbes de température séparées par une distance  $\Delta z$  est nécessaire, ce qui amène une grande complexité dans le modèle numérique et augmente le temps de calcul. On doit procéder par itération, soit résoudre les deux distributions de températures avec un flux de perte de chaleur nul, calculer le flux de perte de chaleur, résoudre les deux distribution de températures avec ce flux de perte de chaleur, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ne varie plus. Une deuxième méthode qui est moins précise, mais qui permet d'effectuer une bonne approximation, consiste à utiliser les températures mesurées verticalement dans le moule au point situé à 53 millimètres du centre. À partir de ces températures, le flux de perte de chaleur peut être évalué dans le moule pour ce point précis. En supposant que la perte est constante dans le moule, elle peut être appliqué aux autres cellules du moule.**

**Donc, à partir des températures mesurées dans le moule , soit avec les thermocouples situés à 55, 70 et 85 mm, de la conductivité thermique du moule et en utilisant une série Taylor d'ordre 1 pour numériser la loi de Fourier (équation XIII), le flux de chaleur entre les thermocouples situés à 55 et à 70 mm et entre les thermocouples situés à 70 et à 85 mm peut être évalué avec l'équation suivante**

$$\dot{q}_{vi} = k_m \frac{(T_{i+1} - T_i)}{\Delta z} \quad \text{XXVII}$$

Pour le flux de chaleur entre les thermocouples situés à 55 et à 70 mm, on obtient

$$\dot{q}_{v\ 55-70} = K_m \frac{T_{th\ 70} - T_{th\ 55}}{\Delta z} \quad \text{XXVIII}$$

Pour le flux de chaleur entre les thermocouples situés à 70 et à 85 mm, on obtient

$$\dot{q}_{v\ 70-85} = K_m \frac{T_{th\ 85} - T_{th\ 70}}{\Delta z} \quad \text{XXIX}$$

La perte de chaleur est produite par la différence entre le flux de chaleur de l'équation XXVIII et celui de l'équation XXIX, elle équivaut à

$$\dot{q}_{vp\ 53} = K_m \frac{T_{th\ 85} - 2T_{th\ 70} + T_{th\ 55}}{\Delta z} \quad \text{XXX}$$

En considérant que la perte de chaleur est constante sur le système du moule, on ne peut appliquer directement cette valeur aux autres cellules, car la répartition n'est pas uniforme en raison de l'emploi des coordonnées cylindriques.

Pour une cellule verticale, la perte verticale est donnée par

$$\dot{q}_{avp} = \dot{q}_{vp} \theta dr \quad \text{XXXI}$$

En intégrant sur  $\Theta$ , soit de 0 à  $2\pi$ , on obtient

$$\dot{q}_{cvp} = \dot{q}_{vp} 2\pi dr \quad \text{XXXII}$$

et en intégrant selon  $r$  et sur le domaine du moule ( $r_{int}$  à  $r_p$ ), on obtient

$$\dot{Q}_{savp} = \dot{q}_{vp} \pi (r_{int}^2 - r_p^2) \quad \text{XXXIII}$$

Le flux vertical de source pour une cellule est donné

$$\dot{Q}_{savp} = \dot{q}_{vp} \pi \frac{(r_{int}^2 - r_p^2)}{\frac{(r_{int} - r_p)}{\Delta r}} = \dot{q}_s(r) 2\pi r \Delta r \quad \text{XXXIV}$$

En isolant le flux de perte  $\dot{q}_s(r)$ , on obtient la répartition de la perte de chaleur selon la position  $r$

$$\dot{q}_s(r) = \dot{q}_{vp} \frac{(r_{int}^2 - r_p^2)}{2r(r_{int} - r_p)} \quad \text{XXXV}$$

En terme de cellule, le flux de perte  $\dot{q}_{s_i}$  est donné on par

$$\dot{q}_{s_i} = \dot{q}_{vp} \frac{(r_{int}^2 - r_p^2)}{2r_i(r_{int} - r_p)} \quad \text{XXXVI}$$

Où  $r_i$  est donné par l'équation XII.

En connaissant la perte de chaleur pour  $r=53$  mm, on est en mesure de déterminer la valeur du flux de perte verticale dans le système, soit

$$\dot{q}_{vp} = \dot{q}_s(53) (2 \times 53) \frac{(r_{int} - r_p)}{(r_{int} - r_p)} \quad \text{XXXVII}$$

Où  $\dot{q}_s(53)$  est donné par l'équation XXXIV.

La cellule de sortie (63) ne correspond pas à la paroi externe du moule, ce qui implique que le domaine compris entre  $r_p$  et  $r_{ext}$  n'est pas inclus dans le flux de perte du moule. Pour inclure la perte verticale de cette zone, la

cellule 63 doit être compensée.

La perte de chaleur de la partie située entre  $r_p$  et  $r_{ext}$  est donnée par

$$Q_s = \dot{q}_{vp} \pi (r_{ext}^2 - r_p^2) = 2 \dot{q}_s (r_p) \pi \Delta z (r_{ext} - r_p) \quad \text{XXXVIII}$$

En isolant  $\dot{q}_s(r_p)$  on obtient

$$\dot{q}_s (r_p) = \dot{q}_{vp} \frac{(r_{ext}^2 - r_p^2)}{2 (r_{ext} - r_p)} \quad \text{XXXIX}$$

### 3.3 L'aluminium

L'évaluation du coefficient de fuite dans l'aluminium n'est pas aussi facile que dans le moule. Si l'on procède de façon similaire, on doit considérer le changement de phase qui apporte de l'incertitude sur les propriétés thermiques et aussi, l'utilisation de thermocouple pour mesurer le gradient thermique dans l'aluminium s'avère dispendieux avec leur destruction. De plus, les mesures effectuées dans le moule ont un coefficient de fiabilité plus élevé que dans l'aluminium, car on ne retrouve aucune perturbation sur les courbes de température expérimentale, aucune formation d'oxyde sur le thermocouple, le gradient thermique vertical est plus faible et le branchement des thermocouples aux terminaux apporte plus de précision sur les mesures. Donc, en considérant que le flux de chaleur est conservé à l'interface moule/métal et que le flux de chaleur calculé à la paroi interne du moule est le flux à l'interface moule/métal. On est en mesure d'évaluer le coefficient de perte de chaleur dans l'aluminium en égalisant le flux de chaleur à la surface de l'aluminium à celui de la paroi interne du moule, soit:

$$\dot{q}_{moule} = \dot{q}_{m\acute{e}tal}$$

XL

Ou le flux de chaleur du moule est donné par l'équation 44 et celui de l'aluminium par l'équation 104.

Le terme de fuite correspond à la perte verticale de la cellule d'interface 50, en supposant que la perte verticale est constante dans l'aluminium, figure XXV, on peut l'imposer aux autres cellules en respectant l'effet des coordonnées cylindriques sur la répartition du flux de perte de chaleur sur les cellules de l'aluminium.

Une méthode itérative est utilisée pour déterminer le coefficient de perte de chaleur de l'aluminium, soit: on détermine la distribution de la température dans l'aluminium, sans tenir compte du terme de fuite, on calcul le flux de chaleur à la surface de l'aluminium et on effectue la soustraction suivante:

$$\dot{q}_{moule} - \dot{q}_{m\acute{e}tal} < TOL$$

XLI

Si la soustraction est inférieure à la tolérance, on n'arrête le calcul itératif et on passe au prochain pas de temps sinon, on incrémente sur le terme de fuite avec l'équation suivante

$$\dot{q}_{vp\ n}^{k+1} = \dot{q}_{vp\ n}^k + C_{vp}$$

XLII

Comme on ne peut appliquer directement le terme de fuite sur les cellules, on doit déterminer l'effet des coordonnées cylindriques sur l'aluminium, soit



Pour une cellule verticale, la perte verticale est donnée par

$$\dot{q}_{avp} = \dot{q}_{vp} \theta dr \quad \text{XLIII}$$

En intégrant sur  $\Theta$ , soit de 0 à  $2\pi$ , on obtient

$$\dot{q}_{cvp} = \dot{q}_{vp} 2\pi dr \quad \text{XLIV}$$

et en intégrant selon  $r$  et sur le domaine de l'aluminium ( $r_t$  à  $r_{int}$ ), on obtient

$$\dot{q}_{savp} = \dot{q}_{vp} \pi (r_t^2 - r_{int}^2) \quad \text{XLV}$$

Le flux vertical de source pour une cellule est donné

$$\dot{Q}_{savp} = \dot{q}_{vp} \pi \frac{(r_t^2 - r_{int}^2)}{\frac{(r_t - r_{int})}{\Delta r}} = \dot{q}_s(r) 2\pi r \Delta r \quad \text{XLVI}$$

En isolant le flux de perte  $\dot{q}_s(r)$ , on obtient la répartition de la perte de chaleur selon la position  $r$

$$\dot{q}_s(r) = \dot{q}_{vp} \frac{(r_t^2 - r_{int}^2)}{2r(r_t - r_{int})} \quad \text{XLVII}$$

En terme de cellule, le flux de perte  $\dot{q}_{s_i}$  est donné par

$$\dot{q}_{s_i} = \dot{q}_{vp} \frac{(r_t^2 - r_{int}^2)}{2r_i(r_t - r_{int})} \quad \text{XLVIII}$$

Ou  $r_i$  est donné par l'équation 33.

En connaissant la perte de chaleur pour  $r=49.5$  mm, on est en mesure de déterminer la valeur du flux de perte verticale dans le système, soit

$$\dot{q}_{vp} = \dot{q}_s (49.5) (2 \times 49.5) \frac{(r_t^2 - r_{int}^2)}{(r_t - r_{int})} \quad \text{XLIX}$$

Où  $\dot{q}_s(49.5)$  est donné par l'équation 42.

La cellule d'entrée (t) ne correspond pas au centre du moule cylindrique, ce qui implique que le domaine compris entre  $r_p$  et  $r_{ext}$  n'est pas inclus dans le flux de perte du moule. Pour inclure la perte verticale de cette zone, la cellule t doit être compensée.

La perte de chaleur de la partie située entre  $r_0$  et  $r_t$  est donnée par

$$Q_s = \dot{q}_{vp} \pi (r_t^2 - r_0^2) - 2 \dot{q}_s (r_0) \pi \Delta z (r_t - r_0) \quad \text{L}$$

En isolant  $\dot{q}_s(r_t)$  on obtient

$$\dot{q}_s (r_t) = \dot{q}_{vp} \frac{(r_t^2 - r_0^2)}{2 (r_t - r_0)} \quad \text{LI}$$

Ensuite, on recalcule la distribution de la température dans l'aluminium et le flux de chaleur à la surface de l'aluminium, et on vérifie si l'équation I est satisfaite, sinon on incrémente avec l'équation 42 jusqu'à la convergence.

**RÉFÉRENCE ANNEXE**

34. Metals Handbook, Properties and Selection: Irons, Steels, and High-Performance Alloys, Volume 1, Tenth Edition, ASM International, pp. 195-198, 1990.
35. Coy, W. J. et Mateer, R. S., Transactions A.S.M., Vol. 58, pp. 99-102, 1965.
36. Y. S. Touloukian, Thermal Conductivity: Metallic Elements and Alloys, pp. 9, 1970.
37. A. J. Moses, The Practicing Scientist's Handbook, pp. 204-205, 1978.
38. Y. S. Touloukian, Thermal Diffusivity, pp. 2, 1973.
39. Metals Handbook, Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Special-Purpose Materials, Volume 2, Tenth Edition, A.S.M. International, The Materials Information Society, pp. 1099, 1990.
40. R. Lyon, Liquid Metals Handbook, 2nd Edition, Washinton, D. C., Atomic Energy Commission and Department of the Navy, pp. 41, 1952.
41. Catalogue pour les produits industriels de haute température, PYROTEK INC, 1281, rue Manic, Chicoutimi, Québec, Canada, G7K 1A1, Téléphone: (418) 545-8093.
42. Catalogue pour les produits industriels de haute température, PYROTEK INC, 1281, rue Manic, Chicoutimi, Québec, Canada, G7K 1A1, Téléphone: (418) 545-8093.
43. Fiberfax Specialties Products, The CARBORUNDUM Compagny, Fibers Division P.O. Box 808, Niagara Falls, New-York, Téléphone: (716) 278-6221.
44. Hi-Tech Ceramics, Inc., P.O. Box 788, Alfred, New York, Téléphone: (607) 587-9146.
45. STAHL speciality compagny, Kingsville, Missouri, téléphone: (816) 597-3322.

46. Fiberfax Specialties Products, The CARBORUNDUM Compagny, Fibers Division P.O. Box 808, Niagara Falls, New-York, Téléphone: (716) 278-6221, (A.6.4).
47. The Temperature Hanbook, OMEGA Engineering, Inc., P.O. Box 2284, Stamford, CT06906.
48. P. Louchez. "Note de cours: Méthode d'analyse", septembre 1989.
49. P. Louchez. "Note de cours: Modélisation et simulation", septembre 1991.
50. A. H. Bowker & G. J. Lieberman. "Engineering Statistics". Prentice Hall inc., Englewood New Jersey, 1972.