UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ À
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN ÉDUCATION (M.A.)

PAR
CAROLE CÔTÉ
BACHELIÈRE EN ENFANCE INADAPTÉE

Étude de la performance dans la construction de la notion de proportion, en situation de groupe, selon une perspective constructiviste de l'éducation.

SEPTEMBRE 1990

RÉSUMÉ

L'objet de la présente recherche réalisée auprès d'un petit groupe d'élèves de sixième année est l'étude de la performance dans la construction de la notion de proportion. Cette étude est une extension de la recherche en didactique de la mathématique selon une perspective constructiviste de l'éducation.

Dans le but de vérifier comment la didactique constructiviste, comme variable principale, peut influencer la démarche de connaissance menant à la construction stable de la notion de proportion, une partie importante de ce travail a consisté à dégager de la littérature, les principales orientations de la didactique et de ses options constructivistes dans l'enseignement de la mathématique.

C'est dans les champs de la pédagogie (Kamii, 1982; Palacio-Quintin, 1987), de la psychologie génétique (Piaget, 1970; Piaget et Inhelder, 1951) et sociale (Stamback et Royon, 1985; Gilly, 1988), de la psycholinguistique (Sinclair, 1985) et principalement de la rééducation et de la mathématicologie (Auger, 1975, 1980, 1988) que nous nous sommes inspirés pour mettre au point un cadre théorique selon lequel se dégage un principe fondamental: *la construction de la langue mathématique s'effectue selon une dynamique intrinsèque qui résulte d'une démarche personnelle, seule pouvant générer une performance stable à long terme.*

L'objectif principal poursuivi dans cette étude était alors d'instaurer des mécanismes d'intervention spécifiques à la didactique constructiviste afin de vérifier, en situation de groupe, l'effet de l'utilisation d'une telle didactique sur la performance, l'intérêt et la qualité de la langue mathématique.

Nous avons sélectionné, à cet effet, six sujets d'une classe de sixième année qui ont obtenu les plus faibles résultats à une épreuve de raisonnement sur la notion de proportion (Longeot, 1974) et à un test pédagogique sur les fractions (Noelting, 1982), supposant que l'essai d'une didactique axée sur leur démarche et visant la construction stable de la notion de proportion pouvait leur être utile dans ce sens. Nous avons également utilisé comme instruments de mesure, mais sans en tenir compte comme critères de sélection, un test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions et un questionnaire d'intérêt (Colette, 1976).

L'expérimentation de la didactique s'est déroulée en sept séances réparties sur les deux derniers mois de l'année scolaire en cours, sans changement à la poursuite de l'enseignement régulier en mathématique.

La façon d'axer notre intervention auprès des six sujets retenus pour l'expérience consistait, selon une perspective constructiviste de l'éducation, à instaurer des situations qui nous permettraient de suivre et de favoriser leur démarche de construction de la notion de proportion. C'est donc par le biais d'interventions de type interrogatives que nous avons pu mieux cerner la démarche de chacun de ces sujets afin de provoquer, chez eux, des réflexions sur le sens de la fraction et des opérations connexes, tout en proposant des activités qui permettent le passage d'un niveau à l'autre de la construction de la langue mathématique: manipulation, représentation imagée, représentation idéogrammique, utilisation de la langue. Ce qui a nécessité un réajustement successif des interventions d'une séance à l'autre.

L'ensemble des résultats, de leur vérification et de leur analyse, tant du point de vue quantitatif que qualitatif, révèle que l'utilisation d'une didactique de type constructiviste permet d'accroître, à court et à long termes, la performance dans la construction de la notion de proportion lorsque, en situation de groupe, elle est particulièrement axée sur la démarche de chacun des sujets impliqués. Elle permet également d'accroître l'intérêt et génère ainsi une meilleure qualité de la langue mathématique. Nous avons aussi constaté que l'utilisation d'une telle didactique peut éliminer, à court et à long termes, l'écart qui existe entre la performance moyenne des élèves dont les résultats sont les plus faibles et celle des autres élèves d'une même classe dont les résultats sont supérieurs.

La présente recherche a ainsi permis de démontrer la pertinence d'utiliser une didactique de type constructiviste en milieu scolaire, car elle permet de favoriser la construction de la démarche des élèves impliqués et d'instaurer des situations pour que la performance se modifie.

REMERCIEMENTS

La réalisation de ce mémoire a été rendue possible grâce à la collaboration de plusieurs personnes. Je tiens à remercier particulièrement Monsieur Jean Auger, professeur-chercheur au Département des sciences de l'éducation de l'Université du Québec à Chicoutimi, qui a non seulement accepté de diriger ce projet mais en a assuré le suivi en intervenant tout au long d'une manière constructiviste dans le but de rendre utile cette démarche de recherche impliquant des élèves de sixième année et dans le but de fournir un rapport pouvant servir aux personnes qui partagent nos préoccupations.

Mes remerciements s'adressent également à ceux qui ont accepté que ce travail soit réalisé avec ces élèves de sixième année. Je tiens ainsi à souligner la collaboration de la Commission scolaire de Chicoutimi et de la Commission scolaire Valin, de la direction de l'école Immaculée-Conception et de l'école des Quatre-Vents, des parents et des titulaires de chacune des classes qui ont participé à l'expérience.

Je remercie enfin, Johanne Beaumont, secrétaire à la Maîtrise en éducation de l'Université du Québec à Chicoutimi, pour ses précieux conseils et sa contribution à la présentation écrite finale du présent mémoire.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

Tableau

INTRODUCTION

Dans le cadre de ce projet, l'étude de la performance en mathématique est une extension à la recherche en didactique. Elle s'inscrit dans un ensemble de travaux portant sur la conception opératoire de l'activité intellectuelle, due à Jean Piaget, et se situe parmi les stratégies qui offrent la possibilité d'innover dans le secteur de l'éducation. De façon plus spécifique, cette étude consiste à construire et à expérimenter des situations didactiques conformes aux principes d'utilisation d'une didactique de type constructiviste au secteur régulier de l'éducation et en situation de groupe.

Cette étude vise également à vérifier la pertinence de l'utilisation d'une didactique de type constructiviste sur la performance dans la construction de la notion de proportion en situation de groupe. Elle est en grande partie incluse dans le cadre d'un projet intitulé ADICOMAT: Analyse des effets de la DIdactique COnstructiviste sur la qualité de la langue MAThématique.

Le premier chapitre de ce rapport est une construction du schème théorique. Nous présentons d'abord, dans ce chapitre, une introduction au domaine général de l'étude, puis, l'énoncé du problème spécifique qui nous a préoccupé. Nous exposons ensuite le but et les objectifs que nous avons poursuivis, ainsi que le rationnel sur lequel s'appuie notre étude. Nous présentons enfin une définition des principaux termes utilisés, puis un aperçu de la recherche et de ses limites.

Au second chapitre, la recension des écrits permet de préciser le sens des relations à vérifier entre les variables et de formuler les hypothèses de cette recherche. La première partie de cette recension porte sur la nature et la portée des fondements du constructivisme en éducation. La seconde partie est élaborée de façon à mieux définir la possibilité d'utiliser une didactique de type constructiviste dans l'enseignement de la mathématique, tant en situation individuelle qu'en situation de groupe, lorsqu'elle est axée sur la démarche des sujets impliqués. Enfin, une élaboration des dimensions de la construction de la langue mathématique et de la notion de proportion complète, dans une troisième et quatrième partie de ce chapitre, les étapes qui nous ont conduit à formuler et à vérifier ensuite nos hypothèses.

Le troisième chapitre présente ensuite le schème expérimental que nous avons élaboré à travers les différentes étapes de la cueillette des données et de la réalisation de l'expérience: la description de l'échantillon, les instruments de recherche, la description des procédés et le traitement des données. Enfin, le quatrième chapitre fait état des résultats obtenus et de leur analyse pour chacune des hypothèses formulées, alors que le résumé et les conclusions de la recherche sont présentés au cinquième et dernier chapitre.

CHAPITRE PREMIER

Schème théorique

1.1 INTRODUCTION AU PROBLÈME DE RECHERCHE

L'enseignement de la mathématique est l'une des grandes préoccupations de recherche du système pédagogique actuel. Les performances et les attitudes à l'égard de cette discipline remettent quotidiennement en cause l'objet de la didactique et soulèvent de plus en plus le besoin d'accorder une place plus grande aux aspects dynamiques de la connaissance mathématique. Parmi les efforts théoriques et pratiques développés jusqu'à ce jour dans le champ de la didactique, certaines options paradigmatiques semblent être à l'origine des différentes façons de concevoir actuellement la démarche menant à la connaissance en mathématique.

Le paradigme rationnaliste, par exemple, est l'un de ceux qui, dans la philosophie de la mathématique, a affirmé et accentué, en terme de contenu, le rôle absolu du savoir. Dans un article sur les déterminants épistémologiques de la mathématique, Ruiz-Zuniga (1987) souligne à ce propos deux caractéristiques dominantes de ce courant: l'une, à partir des positions de Platon, plaçant les entités mathématiques dans l'abstrait et leur accessibilité dans la raison, puis l'autre, à partir d'une vision à laquelle sont accentués l'axiomatique et le formel. Selon cet auteur, cette vision structuraliste et formaliste de la mathématique a profondément été enracinée jusqu'à la fin du 19e siècle, où s'est peu à peu instaurée une crise des fondements. Parallèlement, les positions de Russel (1910, 1913), reprises par Ayer, Pap, Carnap sur la logique, ainsi que les critiques de Godel (1931) sur l'injection d'une vérité infaillible, ont donné lieu à un ensemble de travaux qui devaient permettre ce que

Ruiz-Zuniga (1987) appelle une "renaissance de l'empirisme", où l'intuition et l'expérience sont à la base de l'activité mathématique. La réforme des années soixante, avec l'avènement des "mathématiques modernes", a été l'une des manifestations principales de cet accent porté à l'axiomatisation, à la déduction et à l'abstraction comme source de connaissance permettant, à partir des données sensorielles, de structurer et de clarifier l'emploi des signes et leur combinaison syntaxique.

Cependant, d'autres conceptions de l'expérience humaine dans la démarche de connaissance se sont distinguées des courants bien en place centrés sur la logique et son contenu. La psychologie, la sociologie, la linguistique, de même que la pédagogie ont apporté une multiplicité d'approches et de concepts nouveaux centrés surtout sur la personne qui apprend. Une remise en question du processus d'apprentissage ainsi centré sur l'activité du sujet venait donc bousculer le rôle de la pédagogie dans sa façon de solliciter le savoir et l'autonomie de l'apprenant plutôt que de transmettre des vérités toutes faites à expérimenter (Berbaum, 1984). Ce courant philosophique apporta de grands changements dans la façon d'envisager l'enseignement de la mathématique et d'en générer la connaissance. C'était la transition du maître transmetteur de connaissances vers celle de l'enseignant-animateur, guide de l'apprentissage pour l'élève (Léveillé, 1989). Dans l'enseignement de la mathématique, certaines innovations ont suivi ce courant. Citons principalement la pédagogie de l'action et de la découverte (Dienes, 1970; Picard, 1973; Pappy, 1964-1970), dont les principes étaient en grande partie dégagés par le mouvement des "écoles nouvelles" et l'émergence des grands pédagogues français et américains: Montessori (1959), Ferrière (1960), Freinet (1966), Dewey (1952), Decroly (1922).

À travers ce courant centré sur l'activité du sujet, l'épistémologie constructiviste de Piaget s'est distinguée du fait que, selon cette conception, la mathématique n'est pas seulement l'expression d'un simple langage ou d'une axiomatisation des opérations intellectuelles (Piaget, 1970), puisque les structures mathématiques relèvent, avant tout, de la mise en forme des structures de la pensée (Inhelder et Caprona, 1985). De ce fait, la connaissance est une construction de l'esprit et non pas une accumulation de faits dans la contemplation et la copie du réel (Von Glasersfeld, 1983).

Avec comme souci de garder un équilibre dans la qualité de la formation de l'élève, la didactique de la mathématique s'est peu à peu imposée, depuis la réforme des années soixante, par l'avènement des "mathématiques modernes", par l'instauration des programmes d'études et par l'implantation des politiques d'aide à l'élève en difficulté.

Un ensemble fort disparate de conceptions et de pratiques éducatives ont court cependant sur la manière de générer la connaissance en mathématique (Lunkeinbein, 1983). Les postulats en didactique ont généré de multiples applications centrées soit sur l'établissement d'objectifs et de stratégies d'apprentissage, soit sur l'élaboration des contenus dans l'espoir d'établir des solutions nouvelles pour résoudre les problèmes posés par l'enseignement et optimiser, du même coup, les conditions qui permettent la construction de la langue mathématique.

Du point de vue didactique, Glasersfeld (1983) appuie l'épistémologie constructiviste de Piaget, pour qui la connaissance ne peut se réduire qu'à un répertoire de données accessibles. L'auteur dénonce d'ailleurs les méfaits des pratiques de modification du comportement et la tendance actuelle qui guide certains éducateurs à consacrer surtout leur temps au curriculum afin de déterminer au mieux ce qu'il faut enseigner et dans quelle séquence il est favorable de le présenter, plutôt que de veiller à aider et à guider l'élève dans l'organisation de ses propres schèmes conceptuels et à "faire naître la compréhension".

Selon H. Sinclair (1987), le point fondamental du constructivisme résulte surtout de la relation entre le sujet et l'objet. Ce qui importe, à son avis, ce n'est pas tant une vision exacte de la réalité, mais la conquête de celle-ci lorsque le sujet restructure son action en se posant toujours de nouvelles questions.

Ainsi, sous l'angle d'une vision constructiviste de l'enseignement, l'intervention en mathématique ne porte pas sur la communication directe d'informations, comme on a pu le véhiculer antérieurement à travers d'autres courants. Elle propose surtout des mises en situation permettant la réflexion et le questionnement. Il s'agit, comme le soulignent Hétu et Desjardins (1974), de s'assurer que les connaissances en mathématique soient tirées de la propre activité de l'enfant sur les objets eux-mêmes, visant non pas la transmission d'une mathématique toute faite, mais l'adéquation des connaissances pour faciliter et atteindre un rythme optimum de croissance cognitive.

Il devient urgent, comme le propose Auger (1989), d'instaurer une didactique associée à l'évolution opératoire de l'élève, soit une didactique centrée sur la démarche dont le sujet est détenteur avant même son entrée à l'école et qui se construit spontanément. L'approche actuelle où seul l'enseignant est détenteur des connaissances à enseigner à l'élève, sans autre participation de sa part que la prise en charge docile de la résolution des problèmes proposés, justifie de moins en moins la performance en mathématique. Mémoriser des algorithmes et faire des exercices répétés est un entraînement qui n'amène pas nécessairement une compréhension stable des notions mathématiques. Plusieurs auteurs sur la question (Auger, 1975; Palacio-Quintin, 1987; Kamii et Devries, 1981; Hétu et Desjardins, 1974; Legault, 1987), sont d'avis qu'en mathématique cela risque au contraire d'amener plus d'ambiguités, surtout si la notion n'est pas construite au préalable par le sujet.

D'année en année, la même constatation surgit. Il existe de plus en plus de carences dans la formation en mathématique, les notions sont vite oubliées et la révision s'impose à tout moment de l'année ainsi qu'à tous les niveaux académiques du cycle de l'élémentaire. Le passage au secondaire n'est pas non plus sans poser quelques difficultés. L'une des constatations à l'origine des travaux récemment réalisés par Palacio-Quintin (1987) témoigne de ce fait: "de nombreux écoliers échouent dans l'apprentissage des mathématiques et un grand nombre ne cachent pas leur antipathie à l'égard de cette discipline" (p. XV). Selon Lise Legault (1987), on passe trop vite à des notions abstraites. Ce qu'elle souligne d'ailleurs à ce sujet, rejoint l'une des suggestions importantes de Piaget pour l'éducation, celle de repérer tôt les enfants qui ont des difficultés et d'évaluer leur développement cognitif pour offrir une pédagogie correspondant à "l'âge cognitif", donc d'associer à la didactique le suivi au niveau de l'évolution opératoire de l'enfant.

Dans les programmes d'études du Ministère de l'Éducation du Québec, on accorde aujourd'hui plus d'importance à cette perspective constructiviste de l'enseignement, l'une des plus prometteuses pour le 21e siècle, selon Kamii (1982). D'ailleurs, après avoir étudié l'état de la situation actuelle pour améliorer les attitudes et les performances en mathématique, le Conseil supérieur de l'éducation du Québec préconisait, en 1986, une formation et un perfectionnement plus appropriés des maîtres dans le champ de la didactique. Une réflexion sur les acquis et une façon améliorée de présenter les contenus n'ont pas été les seules suggestions mentionnées par cet organisme (M.E.Q.,1986). Il a souligné, en plus, l'avantage de proposer aux enfants des situations qui leur permettraient de construire eux-mêmes leur propre édifice mathématique. Si plusieurs tendances s'accordent à adopter une didactique qui agit au niveau de la construction de la démarche du sujet et qui mène à la connaissance mathématique, le bilan des recherches est toutefois assez pauvre. De plus, l'approche qui semble être encore aujourd'hui fortement utilisée se rapporte à l'enseignement magistral, soit à une didactique de type explicatif comme le mentionne la plupart des élèves (70 pour cent) dans une étude internationale sur l'état de l'apprentissage des sciences et de la mathématique (Lapointe, Mead, Phillips, 1989). Mais ce qui semble actuellement mis en cause, ce n'est pas tant le fondement d'une didactique constructiviste que son utilisation dans la pratique courante d'enseignement (Gréco, 1985). Une telle façon d'enseigner, comme le soulève Droz (1980), n'utilise pas un cadre instrumental régulier et suppose une centration sur la génèse des connaissances, ce qui est difficile à régulariser au niveau d'une classe.

Pour Droz (1980), les difficultés d'appliquer la théorie de Piaget se situent à plusieurs niveaux: le choix et l'exploitation cohérente du matériel selon la démarche des sujets impliqués, la référence aux catégories de connaissances sollicitées, la significativité des situations proposées et plus particulièrement l'usage de l'entretien clinique.

Le manque de spécificité et la complexité de la théorie de Piaget est aussi, d'après Kamii (1982), une des raisons qui justifie les différences individuelles au niveau des applications pédagogiques actuelles. On remarque d'ailleurs, d'un côté, le souci d'être garant de la démarche des enfants et d'un autre côté, le souci de régulariser leurs connaissances à partir d'objectifs ou de contenus planifiés et structurés d'avance. Ce qui, sous l'angle d'une vision constructiviste, est contradictoire.

En fait, même si la théorie de Piaget offre une ligne directrice générale non négligeable dans la construction des connaissances, elle contribue peu, selon Ginsburg (1981), à *spécifier des recommandations qui puissent affecter directement* l'enseignement en classe.

Finalement, le manque de formation des maîtres dans cette perspective serait l'un des facteurs qui occasionne davantage ce peu d'applications systématiques dans le sens d'une didactique constructiviste jusqu'à ce jour (Droz, 1980; Auger, 1988).

Quelques travaux seulement permettent actuellement d'exploiter ce domaine et les différentes formulations à ce sujet laissent progressivement envisager des solutions au problème que pose l'utilisation d'une didactique constructiviste en milieu scolaire.

Il devient donc important de clarifier et de rendre opérationnelle une telle didactique en tenant compte des mécanismes opératoires de l'activité intellectuelle à travers quelques séances d'enseignement que propose cette étude de la performance dans la construction de la notion de proportion en situation de groupe.

1.2 ÉNONCÉ DU PROBLÈME

L'objet de cette recherche concerne principalement la performance en mathématique. Nous définissons plus spécifiquement cette dernière à partir de la construction des opérations logico-mathématiques connexes à la notion de proportion en sixième année de l'élémentaire et sous l'effet d'une didactique constructiviste, en situation de groupe.

En sixième année de l'élémentaire, cette notion est vue par les élèves de 11 et 12 ans dans les opérations qui consistent à évaluer des rapports, à les additionner, les soustraire et les multiplier. Pour Piaget (Piaget et Inhelder, 1951), la proportionnalité est une notion de niveau formel car elle implique la capacité d'opérer sur des opérations et ainsi dépasser l'aspect concret d'une situation. Cette notion est essentielle dans le cheminement de la pensée de l'élève, de même que dans son cheminement scolaire. Dans les programmes québécois, on aborde la proportionnalité à l'élémentaire dans ses aspects les plus concrets, soit à travers l'étude des fractions, qui occupe 30 à 40 pour cent du temps régulier alloué généralement en mathématique pour l'année scolaire en sixième année et doit être en grande partie construite avant l'entrée au secondaire.

À l'élémentaire, l'enseignement des fractions suscite plusieurs interrogations et fait l'objet de beaucoup de recherches au Québec (Guide pédagogique, Fasc. E, M.E.Q., 1980). Mais si l'on semble d'accord pour favoriser une construction stable de cette notion plutôt qu'une simple assimilation comme telle, peu de chercheurs s'entendent quant à la didactique préconisée dans ce sens.

Puisque certains auteurs (Auger, 1988; Legault, 1987; Hétu et Desjardins, 1974) soutiennent que la performance en mathématique est en majeure partie reliée à la qualité de la formation intellectuelle de l'enfant et que l'intérêt s'accroît avec la réussite dans cette discipline, il est opportun, au niveau de l'enseignement, de s'interroger quant à la pertinence d'utiliser une didactique constructiviste pour accroître la performance dans la construction de la notion de proportion, en situation de groupe.

1.3 BUT ET OBJECTIFS DE LA RECHERCHE

Le but de cette recherche est donc de vérifier la pertinence de l'utilisation d'une didactique constructiviste sur la performance dans la construction de la notion de proportion, sur l'intérêt et sur la qualité de la langue mathématique.

La question qui, ensuite, concerne plus spécifiquement l'objet de notre étude est la suivante: la didactique constructiviste permet-elle, en sixième année de l'élémentaire, d'accroître la performance dans la construction de la notion de proportion, de même que l'intérêt, et si oui, permet-elle de ce fait une meilleure qualité à court et à long termes de la langue mathématique.

Afin de préciser notre démarche conformément à ce but, nous formulons quatre principaux objectifs:

1) construire et expérimenter des situations didactiques selon une perspective constructiviste de l'éducation;

2) vérifier, à court et à long termes, l'effet de l'expérimentation de la didactique sur la performance dans la construction de la notion de proportion;

3) vérifier, à court et à long termes, l'effet de l'expérimentation de la didactique sur l'intérêt pour la mathématique;

4) vérifier, à court et à long termes, l'effet de l'expérimentation de la didactique sur la qualité de la langue mathématique.

1.4 RATIONNEL DE L'ÉTUDE

Les objectifs de cette recherche sont ainsi formulés relativement à l'utilisation d'une didactique de type constructiviste et à ses effets au niveau de la performance dans la construction de la notion de proportion en sixième année de l'élémentaire, de même que sur l'intérêt et la qualité de la langue mathématique.

Seulement quelques formulations nous permettent actuellement d'établir des procédures d'évaluation et d'instaurer des situations de groupe, afin d'évaluer au terme d'une telle démarche, les changements à court et à long termes au niveau de la performance, de l'intérêt et de la qualité de la langue mathématique.

1.4.1 La construction de la connaissance en mathématique

L'émergence d'une perspective constructiviste en éducation remonte, sur le plan philosophique, au long débat qui règne depuis plusieurs décennies sur la nature de la connaissance et sur la façon dont il est possible de connaître quelque chose (Von Glasersfeld; 1983). Au cours des quatre dernières décennies de ce siècle, l'épistémologie de Piaget a transformé la question de l'origine et de la nature de la connaissance en un problème génétique. Ce qui, selon Inhelder et Caprona (1985), conféra au sujet, à son histoire et à son activité, un rôle constituant dans l'acquisition des connaissances. Piaget a ainsi défendu par ses oeuvres une épistémologie qui voit en la connaissance une construction continuelle. D'où le terme d'épistémologie constructiviste.

Cet aspect particulier et central de la construction de la connaissance est à la source des débats actuels sur les orientations théoriques et pratiques qui dirigent le choix d'une didactique de type constructiviste dans l'enseignement de la mathématique.

1.4.2 La démarche du sujet via la construction des structures logico-mathématiques et l'accroissement de la performance.

Dans ses travaux de recherche, Auger (1975, 1980) situe la didactique dans une perspective constructiviste de l'éducation. Suivant le principe qu'à la base de l'utilisation d'une didactique de type constructiviste, la construction des notions mathématiques est un facteur endogène et fondamental de la performance, l'auteur stipule que c'est dans la façon de guider la démarche du sujet et non pas dans la façon d'organiser un contenu ou d'utiliser un modèle particulier que réside le fondement d'une telle approche dite structurante. Il a pu ainsi démontrer qu'à partir d'une intervention de type "interrogative" qui permet la construction de la démarche du sujet, simultanément avec l'action sur des opérations mathématiques, il est possible d'accroître la performance, la compréhension, le niveau de raisonnement et l'intérêt.

Sa façon d'axer ses interventions sur la démarche du sujet, et non pas sur le contenu ou l'explication des notions en jeu, est justifiée par quelques auteur-e-s (Palacio-Quintin, 1987; Hétu et Desjardins, 1974), particulièrement dans le champ de la rééducation (Weyl-Kailey, 1985; Baruk, 1985; Chassagny, 1963), pour qui il vaut mieux se préoccuper du sujet (l'élève ou l'étudiant) dans sa maîtrise progressive de la langue mathématique plutôt que de mettre l'accent sur le perfectionnement des programmes. Ainsi, selon Palacio-Quintin (1987), ce n'est pas l'apprentissage de certains contenus qui importe dans l'évolution de l'enfant, mais les changements évolutifs dans les processus mentaux. L'utilisation de situations favorisant l'organisation du réel à travers la construction de structures de plus en plus complexes est, selon les constatations de recherche soulevées par cette auteure (1987), une façon de prévenir les difficultés d'apprentissage en mathématique et de stimuler le développement de la pensée logique.

D'ailleurs, selon Kamii et Devries (1981), la connaissance logico-mathématique n'est pas "enseignable" du fait qu'elle est construite à partir des relations que l'enfant lui-même a créées entre les objets. De plus, ces auteures s'appuient sur la théorie de Piaget pour affirmer, qu'une fois cette connaissance construite, elle ne sera jamais oubliée et continuera toujours de se construire vers plus de stabilité et de cohérence à tous les niveaux du développement.

1.4.3 Les facteurs cognitifs et l'intérêt en mathématique.

La littérature témoigne de l'importance des facteurs cognitifs et de l'attitude dans les difficultés de performance en mathématique. Partant ainsi du fait que le niveau opératoire du sujet est l'un des pré-requis essentiel au succès en mathématique (Auger, 1975; Legault, 1987), que l'attitude à l'égard de cette discipline est aussi associée à la performance (Aiken, 1974) et qu'elle se manifeste dans l'intérêt pour cette matière (Colette, 1976), il y a lieu de s'attendre à ce qu'un accroissement du niveau logique, et donc de la performance, puisse renverser l'engrenage de l'échec et du désintérêt, puis assurer une meilleure qualité de la langue mathématique. C'est du moins ce que prédit Legault (1987), en ce qui concerne surtout la performance et l'intérêt, alors qu'elle préconise un enseignement qui stimule de plus près l'activité des structures logiques.

1.4.5 La didactique constructiviste en situation de groupe.

L'utilisation d'une didactique de type constructiviste en situation de groupe semble être également un facteur qui peut influencer la performance en mathématique. Selon Palacio-Quintin (1987), la mise en présence des divers points de vue apportés par différents enfants au sujet d'une même notion serait un instrument d'une grande valeur. C'est d'ailleurs une optique fondamentalement admise dans le courant psychosociologique actuel, où l'on tend à démontrer comment les interactions sociales contribuent à l'évolution des structures cognitives (Stamback et Royon, 1985; Doise et Mugny, 1981, 1978; Perret-Clermont, 1979; Sinclair *et al.*, 1985).

1.5 DÉFINITION DES TERMES

La terminologie relative au terme "didactique" est définie à partir des travaux de Auger (1975, 1980). Concernant le constructivisme, nous avons adopté la définition de Inhelder et Caprona (1985); tandis qu'une référence à ces trois auteurs, nous a permis de définir la didactique constructiviste. Quant à la définition d'une situation de groupe, elle correspond aux écrits de Ferry (1977) relativement à la position de Piaget sur l'accession à la logique. La construction de la notion de proportion est définie à partir des travaux de Noelting et Cloutier (1980), alors que le concept de performance fait référence à l'ensemble des travaux de Inhelder, Sinclair et Bovet (1974). Finalement, nous avons adopté une définition de l'intérêt, développée par Coudray (1973), dans le lexique des sciences de l'éducation .

DIDACTIQUE DE LA MATHÉMATIQUE :

Étude des variables qui entrent en jeu dans la construction de la langue mathématique.

CONSTRUCTIVISME :

Position épistémologique générale vers laquelle convergent les méthodes, faits et analyses de l'épistémologie génétique, qui tous en appellent à l'idée de construction.

DIDACTIQUE CONSTRUCTIVISTE :

Démarche qui en favorise la construction d'une autre, ou démarche structurante, qui trouve son sens dans l'idée d'une genèse constructive de la connaissance.

SITUATION DE GROUPE :

Situation pédagogique où deux personnes ou plus interagissent selon une coordination des actions et des points de vue qui s'actualisent dans les confrontations et les contrôles réciproques.

CONSTRUCTION DE LA NOTION DE PROPORTION :

Structuration du raisonnement proportionnel dans la capacité à comparer des rapports non-équivalents, à établir la classe d'équivalence de chacun des rapports, pour ensuite les ramener à un dénominareur commun permettant de comparer leur grandeur relative.

PERFORMANCE :

Niveau d'achèvement des structures de la pensée et de la connaissance.

INTÉRÊT :

État d'attention de l'esprit. Réaction d'attraction plus ou moins durable de la pensée vis-à-vis d'une situation, d'une idée ou d'une chose.

1.6 LIMITES DE L'ÉTUDE

L'objet de cette étude concerne principalement la performance dans la construction de la notion de proportion en sixième année de l'élémentaire, ce qui à prime abord, limite la recherche à une notion spécifique du programme de mathématique et restreint la clientèle. Il concerne ensuite l'intérêt et la qualité de la langue mathématique.

Nous avons choisi d'utiliser pour cette étude, une perspective constructiviste de l'éducation, afin de construire et d'expérimenter des situations didactiques susceptibles de générer un accroissement au niveau de la performance, de l'intérêt et de la qualité de la langue mathématique, auprès d'un petit groupe d'élèves de sixième année dont justement la performance initiale était la plus faible par rapport aux autres élèves d'une même classe.

De par le choix d'une telle perspective et d'une telle clientèle, l'expérimentation d'une didactique de type constructiviste fait intervenir plusieurs facteurs hétérogènes difficilement contrôlables du point de vue de la recherche. En ayant comme objectif de suivre la démarche des sujets impliqués, afin de fournir des situations qui permettent de construire la notion de proportion, l'expérimentation auprès d'un groupe d'élèves peu performants peut nécessiter de nombreux réajustements dans la façon d'intervenir, d'analyser les aspects constructifs de la performance, de l'intérêt et de la qualité de la langue mathématique.

Nous avons limité ainsi notre échantillon à un petit groupe de sujets et notre analyse s'effectuera selon différents aspects quantitatifs et qualitatifs de la performance dans la construction de la notion de proportion, autant en terme de résultats qu'en terme de cheminement.

Il est clair, en effet, que plusieurs facteurs tels les consignes employées, les opérations en jeu, l'enseignement reçu, les relations avec les pairs et l'expérience individuelle, peuvent à tout moment influencer la démarche, de telle sorte que l'on atteint rarement une mesure à l'état pur de la performance, mais toujours une mesure relative à la démarche en cours, selon une catégorie de problèmes, en fonction d'un matériel donné.

Étant donné les limites que présentent la taille de l'échantillon, le choix des interventions et l'analyse de la démarche de construction de la notion de proportion, nous devrons donc envisager avec prudence la généralisation des résultats à l'ensemble des élèves de sixième année. Cette étude vise avant tout à mettre à l'épreuve des hypothèses dans des situations didactiques réelles permettant d'identifier des stratégies qui offrent la possibilité d'utiliser une didactique de type constructiviste en milieu scolaire.

1.7 APERÇU DE LA RECHERCHE

Afin de répondre au besoin croissant d'accorder une place plus importante aux aspects dynamiques de la connaissance en mathématique et devant la problématique que soulève l'émergence d'une perspective constructiviste en éducation, cette étude vise explicitement à créer les conditions qui vont permettre à des élèves moins performants d'augmenter leur performance en utilisant une didactique axée sur leur propre démarche de connaissance.

Présumant que la didactique constructiviste permet d'accroître la performance lorsqu'elle agit au niveau du raisonnement et de la démarche du sujet, que de ce fait l'intérêt pour l'étude de la mathématique pourrait être aussi accru (Auger, 1975; Legault, 1987; Hétu et Desjardins, 1974), les objectifs de cette recherche sont en grande partie soutenus en ce qui concerne l'utilisation d'une telle didactique et de ses effets sur la performance dans la construction de la notion de proportion.

Il nous apparaît donc important de dégager les particularités de ce type d'intervention que suppose une perspective constructiviste de l'éducation et qui réside dans l'intensité et l'organisation de la démarche du sujet.

Une revue des principales études à ce sujet est ainsi présentée dans le prochain chapitre. Ce qui nous conduira à la formulation des hypothèses relativement à l'utilisation d'une didactique de type constructiviste et de ses effets, en situation de groupe, sur la performance dans la construction de la notion de proportion, l'intérêt et la qualité de la langue mathématique.

CHAPITRE II

Recension des écrits

Dans ce chapitre, la recension des écrits vise à mieux cerner le concept central de la présente étude, soit la didactique constructiviste. C'est à partir des formulations suggérées dans le champ de la rééducation, de la psychologie génétique et sociale, de la psycholinguistique, de la mathématicologie et de la pédagogie que porte cette recension.

Nous présentons d'abord, dans une première partie, la nature et la portée des fondements du constructivisme en éducation. La seconde partie est ensuite axée plus spéciquement sur la didactique et son utilisation, tant en situation individuelle qu'en situation de groupe, dans l'enseignement de la mathématique.

Enfin, une élaboration des dimensions de la construction de la langue mathématique et de la notion de proportion contribue, dans une troisième et quatrième partie, à formuler nos hypothèses quant à la pertinence d'utiliser une didactique constructiviste en milieu scolaire lorsqu'elle est particulièrement axée sur la démarche des sujets impliqués.

2.1 LE CONSTRUCTIVISME: NATURE ET PORTÉE DE SES FONDEMENTS EN ÉDUCATION

Le constructivisme est actuellement une position de plus en plus répandue en recherche et en éducation, mais la portée de ce concept dans les travaux actuels est relativement récente.

Démontrant, à partir d'un retour sur les oeuvres de Jean Piaget, qu'il s'agit en fait d'un concept qui a pris explicitement toute sa signification vers les années 70, Inhelder et Caprona (1985) décrivent sommairement l'origine de cette lente élaboration fondée sur l'idée d'une genèse constructive de la connaissance. Les démarches théoriques et méthodologiques avancées dans ce sens par l'épistémologie génétique auraient comme origine l'étude des structures cognitives, leurs mécanismes de passage ou d'engendrement, d'après les régulations de l'action du sujet en vertu de l'apparition et de la création de nouveaux savoirs.

Piaget a élaboré une architecture de la connaissance basée sur trois concepts centraux: les structures cognitives, leurs fonctions et le contenu (Brodzinsky *et al*, 1981).

Les structures cognitives réfèrent aux propriétés organisationnelles de la pensée et du comportement de l'enfant. Représentées sous des stades distincts, ces structures évoluent qualitativement et quantitativement avec l'âge et l'expérience. Elles sont, dans l'enfance, limitées par l'action motrice puis se transforment peu à peu durant la période préscolaire-primaire en intuitions dominées par le processus perceptuel, puis en actions intériorisées et réversibles se traduisant par des opérations concrètes, puis formelles, à partir du milieu de l'enfance jusqu'à l'adolescence.

Les fonctions cognitives représentent les caractéristiques de l'activité mentale (adaptation-organisation). Elles sont à la base du processus d'équilibration qui rend compte du développement, du raffinement et de la transformation des structures cognitives.

Enfin, le contenu fait partie de la connaissance substantielle du monde, soit les connaissances physiques qui se rapportent au mouvement, à l'espace, au temps et les connaissances logico-mathématiques à propos du nombre, de la classification, de l'ordre, de l'inclusion des classes, de la mesure, etc. .

Le constructivisme se distingue par sa façon de considérer la démarche de connaissance dans la relation qui existe entre le sujet connaissant et le monde qui l'entoure, qu'il cherche à connaître (Sinclair *et al.*, 1985). Il s'agit en fait d'un problème auquel s'est largement consacré Piaget, celui de l'étude de la connaissance, par son devenir, dans la démarche du sujet (Blanché, 1972). À travers les écrits de Piaget, le principe fondamental invoqué à la base du constructivisme est que "toute connaissance résulte d'une construction qui dépend elle-même d'un mécanisme psychobiologique de régulation entraînant la création continuelle de structures nouvelles" (Sillamy, 1980). Il y a reconstruction au plan supérieur de ce qui était déjà construit au plan inférieur.

La théorie de Piaget montre d'ailleurs comment le sujet façonne ou construit l'objet à l'aide de ses propres schèmes de départ et comment il est lui-même modifié à son tour par l'action réciproque de l'objet (L.-Bergeron, 1980). Ces mécanismes de régulation constituent la principale source d'équilibre des structures cognitives et réfèrent essentiellement aux processus d'assimilation et d'accommodation qui font que tout être vivant est doté d'une structure interne qui tend à se conserver et à s'adapter au milieu environnant. L'organisme "assimile" certaines caractéristiques du milieu et en retour s'y "accommode". L'assimilation procède à l'intégration d'un nouvel objet ou d'une nouvelle situation à un schème déjà disponible dans le répertoire du sujet, alors que parallèlement, l'accommodation conduit à modifier une conduite qui est déjà disponible pour mieux maîtriser un nouvel objet ou une situation nouvelle (L.-Bergeron, 1980).

Cette perspective épistémologique développée en faveur du constructivisme entraîne des conséquences importantes dans l'enseignement de la mathématique (Ruiz-Zuniga, 1987) et surtout dans la façon de concevoir la genèse des connaissances. En souscrivant au principe du rôle actif du sujet dans le cheminement et la construction de sa propre pensée, le constructivisme remet en cause la conception traditionnelle de l'enseignement basée sur la transmission du savoir. L'une des principales implications soulignée par Kamii (1982) est que l'éducateur doit réviser sa façon de penser l'enseignement en terme de construction plutôt qu'en terme "d'appropriation" ou "d'absorption" de l'environnement.

Soulignons d'ailleurs que le constructivisme s'est progressivement constitué en réaction au courant empiriste positiviste, où la connaissance est conçue comme découlant de l'expérience immédiate et des sens. Pour Piaget, la connaissance n'est pas une association de perceptions, ni même une association de type stimulus-réponse, mais bien une "intégration" de l'objet, à partir d'une action sur lui (Sillamy, 1980).

En ce qui concerne plus particulièrement l'enseignement de la mathématique, L. Pauli (1966) rapporte les propos de Piaget déclarés lors d'une conférence en 1948:

> Ce qui compte, c'est premièrement la préparation logique, la formation qualitative des notions; ne pas insister trop vite sur le quantitatif qui sera une synthèse finale, mais qui doit être préparé. Plus on aura mis de temps, plus on aura perdu de temps — j'ose employer cette expression — à préparer le nombre et la mesure par la construction de rapports qualitatifs, mieux l'enfant comprendra ensuite. Deuxièmement l'action: la parole ne sert à rien ... on l'oublie toujours et on a quelquefois tendance à remplacer simplement la parole par le dessin, comme si le dessin suffisait. Le dessin ne suffit pas encore, il faut l'action. L'intelligence est un système d'opérations, toutes les mathématiques sont des systèmes d'o-pérations. L'opération n'est pas autre chose qu'une action; c'est une action réelle, mais intériorisée, devenue réversi-ble. Pour que l'enfant arrive à combiner des opérations, qu'il s'agisse d'opérations numériques, d'opérations spatia-les, il faut qu'il ait manipulé, il faut qu'il ait agi, qu'il ait expérimenté, non pas seulement sur des dessins, mais sur du matériel réel, sur des objets physiques, sur des points, sur des surfaces.

D'une manière plus concise, il s'agit surtout, comme le souligne Palacio-Quintin (1987), des découvertes que fait l'enfant en agissant sur les objets, en les comparant et en les transformant. Ainsi, la façon pour le sujet de se représenter les phénomènes qui l'entourent afin de mieux les maîtriser et d'en dégager les possibilités les plus favorables constitue, pour lui, un facteur primordial à considérer dans un enseignement de type constructiviste.

Pour démontrer ce que signifie aujourd'hui le choix d'une approche constructiviste dans l'enseignement, Kilpatrick(1987) décrit deux principes fondamentaux:

- la connaissance est activement construite par le sujet connaissant;
- connaître est un processus adaptatif qui s'organise par l'expérience du monde.

Ces principes se réflètent principalement dans les débats actuels sur la construction de la connaissance en mathématique et à propos de l'utilisation d'une didactique qui, dans ce sens, reconnaît en l'enfant la possibilité d'utiliser les forces constructives de son développement présent et par conséquent, de son futur.

2.2. VERS UNE DIDACTIQUE CONSTRUCTIVISTE DANS L'ENSEIGNEMENT DE LA MATHÉMATIQUE

L'influence des travaux de Piaget et de ses collaborateurs a généré d'importants travaux de recherche dans le champ de l'éducation et de la didactique. Malgré les efforts et la volonté d'adhérer à une conception constructiviste de la didactique, plusieurs de ces recherches réfèrent souvent à des positions divergentes de l'acquisition des connaissances, et portent sur des aspects théoriques et méthodologiques non compatibles avec le sens d'une didactique, axée à la fois sur la construction du savoir et sur la démarche du sujet en tant qu'artisan de cette construction.

Herscovics (1983) rapporte, par exemple, qu'aux États-Unis, les efforts de recherche sur le plan de la didactique se sont surtout orientés depuis quelques années sur ce qu'il appelle le système ATI (Aptitude-Treatment-Interaction), c'est-à-dire l'interaction entre certaines aptitudes intellectuelles et diverses présentations d'un contenu. Pour les promoteurs de cette approche, Feuerstein (1988), par exemple, la construction des connaissances est généralement dirigée par un programme qui vise à structurer, de l'extérieur, les comportements cognitifs selon un ensemble d'opérations préalablement définies, analysées, sélectionnées et temporellement ordonnées. Ce qui fait, comme le dénonce Glasersfeld (1983), que l'on se préoccupe davantage à déterminer en mathématique ce qu'il faut enseigner et dans quelle séquence il est préférable de présenter le contenu, plutôt que de favoriser une construction stable de ce contenu.

En mathématique, les travaux actuellement axés sur la recherche d'algorithmes par le biais de problèmes écrits et de la représentation idéogrammique des opérations (Kurth, Behr, Harel, Post, 1987), témoignent de l'intérêt sur le plan didactique à tenir compte, depuis les travaux de Piaget, des possibilités intellectuelles de l'enfant et de ses propres schèmes de départ ou en cours d'apprentissage. Mais lorsque cette didactique est d'abord axée sur la présentation, toute originale qu'elle soit, d'un contenu structuré d'avance, elle suppose que l'organisation de la pensée du sujet présente une analogie avec ce même contenu (Glasersfeld, 1983), implique le danger d'un enseignement par conditionnement (Auger, 1975), risque de priver le sujet d'une démarche à construire (Baruk, 1985) et empêche l'enseignant de suivre l'évolution opératoire spontanée de l'enfant.

En France, l'étude des conditions dans lesquelles se constitue le savoir en vue de leurs optimisations, leurs contrôles et de leurs reproductions en situation scolaire semble être privilégiée. "L'ingénérie didactique" auquelle se réfèrent actuellement de plus en plus d'adeptes (Brousseau, 1988; Vergnaud, 1982) est le terme utilisé et défini par Artigue et Douady (1986) comme moyen qui consiste, par exemple, "à construire un processus d'apprentissage d'un contenu fixé en s'appuyant sur des hypothèses théoriques, à faire une analyse *a priori* des effets possibles, d'observer les effets produits et de les comparer aux prévisions" (Artigue et Douady, 1986).

Un tel emploi du terme didactique signifie un effort à contrôler les conditions d'apprentissage et d'appropriation du savoir en se préoccupant de prendre la complexité de la classe comme objet d'étude (Artigue et Douady, 1986) . Malgré ces efforts et la volonté des chercheurs d'adhérer à une conception constructiviste de l'enseignement, en utilisant une didactique qui vise à impliquer davantage le sujet dans la réalisation des tâches scolaires par le biais d'un "contrat didactique", cette tendance fait peu de cas de la construction de la démarche du sujet comme telle dans sa conquête du savoir. À vouloir ainsi prendre en charge l'ensemble des composantes du système éducatif, cette orientation semble tenir compte davantage d'une perspective systémique de la didactique (Artigue et Douady, 1986) que d'une perspective constructiviste axée sur la démarche des sujets impliqués.

Au Québec, les diverses orientations méthodologiques marquant l'évolution du champ de la didactique en mathématique montrent cependant l'effort d'intervenir selon une didactique qui vise à mieux suivre les états successifs de la construction des connaissances, tel qu'il est possible de les identifier à travers l'activité spontanée et provoquée de l'enfant. Citons, à cet effet, les travaux de Hétu et Desjardins (1974) sur l'enseignement des fractions, de Herscovics et Bergeron (1982) conduisant à formuler un modèle de la compréhension, de Bednardz et Janvier (1985, 1988) sur la construction du nombre et les problèmes de représentation d'une transformation arithmétique, puis de Auger (1975, 1980), Legault (1987) et Palacio-Quintin (1987) sur la prévention et la correction des difficultés d'apprentissage en mathématique.

Nous retiendrons, parmi ces travaux, ceux dont les préoccupations didactiques sont axées, en mathématique, sur la construction de la démarche du sujet et non ceux qui, à partir de comparaisons entre les réalisations d'élèves performants et d'élèves moins performants, tentent de dégager un modèle susceptible de rendre compte d'une variété de procédures de résolution de problèmes. La construction de la connaissance est, pour Auger (1987), un processus dynamique et intrinsèque impossible à réduire au niveau d'une mécanique, d'un état ou d'un processus du moins externe à la situation de l'élève. La construction d'un modèle didactique que l'on suggère, par exemple, à travers les travaux de Herscovics et Bergeron (1982) ne peut ainsi que déboucher sur des constatations statiques. De plus, dans cette optique de formuler un modèle constructiviste de l'enseignement, Cobb et Steffe (1983) ont noté qu'à tout moment, de nouvelles constatations inattendues pouvaient conduire à de nombreuses reformulations, et que même si un tel modèle est viable du point de vue empirique, il ne peut jamais être vérifiable. Dans ce sens, toute tentative à vouloir élaborer une didactique axée sur la formation de concept, ou sur tout autre processus de rationnalisation de l'apprentissage conduisant à une méthode donnée, suppose une orientation divergente par rapport à la problématique centrale du constructivisme, alors que l'activité de l'élève est vue à partir d'un modèle extérieur, négligeant ainsi la véritable dynamique de l'action ou de la démarche du sujet.

Les quelques travaux actuellement axés sur la construction de la démarche du sujet sont restreints et Bednardz (1987) souligne ce fait. Souvent, le recours au corpus piagétien pour témoigner d'une conception constructiviste de l'éducation se fait d'une manière partielle et élective (Droz, 1980).

L'émergence du courant constructiviste en éducation conduit actuellement quelques chercheurs à décrire ou à illustrer les implications théoriques et méthodologiques d'une conception parallèle de la didactique, de même que les attitudes pédagogiques et les pratiques qui s'y dégagent.

Les travaux de Glasersfeld (1983), en collaboration avec ceux de Cobb et Steffe (1983), témoignent de cet intérêt à clarifier la nature du fonctionnement cognitif et l'accroissement des connaissances en termes de construction. Bien que ces travaux soient actuellement axés sur les facteurs de la communication linguistique et qu'ils contribuent à favoriser la construction du savoir, peu d'indications sont fournies quant aux mécanismes constructeurs de la démarche du sujet en situation de classe. S'ils fournissent aujourd'hui des apports importants sur le plan didactique, en spécifiant des positions parallèles à celles de Piaget quant à l'importance du rôle actif du sujet dans sa conquête du savoir, ils ne débouchent sur aucun travail de recherche susceptible de permettre rapidement des solutions au problème de l'enseignement de la mathématique à partir d'une didactique correspondante.

En fait, peu de travaux sont explicitement orientés de façon à justifier une utilisation constructiviste de la didactique. Mais certaines recherches ont quand même pu démontrer la pertinence d'une didactique constructiviste lorsqu'elle est axée sur la démarche du sujet. Selon Auger (1988), c'est dans le champ de la rééducation que les résultats sont les plus concluants en ce qui concerne la construction de la langue mathématique. Il cite, entre autres, les travaux de Baruk (1985) et de Weil-Kailey (1985) pour souligner les apports de l'approche individuelle et de l'intervention interrogative lorsqu'ils suscitent la compréhension et permettent de suivre la démarche du sujet, alors qu'il explique ce qu'il effectue à partir de sa connaissance de la notion en jeu, de son activité et de sa réflexion naturelle ou provoquée.

Pour certains auteurs (Denis, Prinzhorn et Grize, 1969; Von Glasersfeld, 1983), ce genre d'approche, qui en fait réfère en grande partie à la méthode clinique, devrait occuper une place plus grande en pédagogie et s'appliquer comme méthode d'apprentissage, en tenant compte de tous les élèves d'une classe. Le temps gagné par la diminution des leçons du maître, au sens traditionnel, permettrait ainsi une meilleure disponibilité à l'organisation de situations favorables au développement intellectuel ultérieur, tout en consacrant plus de temps à des entretiens individuels nécessaires.

Quelques travaux semblent actuellement suivre cette orientation. Ceux de Palacio-Quintin (1987), à partir d'expériences sur les préventions des difficultés d'apprentissage, suivent une perspective similaire à celles de la rééducation et de la méthode clinique, c'est-à-dire en apportant à l'enfant des stimulations pour l'aider à réaliser le travail préalable à la prise de conscience de certains principes mathématiques fondamentaux. Les résultats de ces travaux démontrent qu'en stimulant le développement de la pensée logique, il est possible d'obtenir des performances supérieures au test MAE (Maturité pour l'apprentissage de l'arithmétique élémentaire). En effet, les enfants soumis au plan de stimulation ont développé davantage leur pensée logico-mathématique que les enfants soumis au programme scolaire habituel. Les principes à la base de cette approche portent sur le primat de l'expérience, l'action accompagnée du langage, le retour verbal, la schématisation de la réalité, la transcription graphique puis la représentation symbolique. Bien que le programme développé à cet effet (DELOMAPRE) admet s'adresser à un groupe-classe, l'auteur ne spécifie que très sommairement l'applicabilité d'une telle didactique en situation collective, utilisée dans ce cas avec une clientèle de niveau préopératoire. Elle donne comme référence principale, la théorie psychosociologique du développement cognitif (Doise et Mugny, 1981; Mugny et Doise, 1987; Perret-Clermont, 1979) contribuant à appuyer l'hypothèse que les interactions sociales contribuent à l'évolution des structures cognitives.

De son côté, Kamii (1982) insiste sur des stratégies didactiques suivant une perspective piagétienne de façon à atteindre un équilibre convenable entre les facteurs cognitifs et socio-émotionnels au préscolaire. Bien que le programme qu'elle vise à développer a pour but d'accroître l'autonomie, ennoblir les relations et favoriser l'acquisition des connaissances du monde social et physique, nous ne disposons que d'une idée directrice précisant que l'autonomie se développe à travers des relations non-coercitives de coopération (Kamii et Devries, 1981). Ces auteures citent tout au plus l'idée générale de Piaget sur l'importance des relations coopératives dans le développement moral chez l'enfant (Piaget, 1932).

Dans les publications de Piaget (Piaget, 1975; Piaget et Inhelder, 1966), la dimension sociale apparaît comme un facteur extrinsèque au développement (Blaye, 1988). Selon Schleifer (1988), Piaget a toujours référé aux transmissions et aux interactions sociales comme étant des facteurs insuffisants à eux seuls pour expliquer le développement et l'apprentissage. Les opérations qui surgissent à partir d'échanges (Piaget et Fraisse, 1969) expriment "les coordinations les plus générales d'actions". Qu'elles soient exécutées en commun ou individuellement, leur source n'est ni sociale, ni individuelle au sens exclusif de ces termes.

Plusieurs écrits récents (CIRADE, 1988) démontrent que depuis une dizaine d'années, la dynamique de recherche en didactique est de plus en plus axée sur les conditions d'évolution des connaissances de l'apprenant dans un cadre où le rôle des significations sociales des interactions est considéré.

Il est possible de distinguer, par exemple, les orientations actuelles proposées en psychologie cognitive et sociale dont les positions socio-constructivistes ou constructivistes interactionnistes portent sur l'étude des coordinations sociales comme facteur constitutif des coordinations individuelles. Les travaux de Doise, Mugny et Perret-Clermont (1974, 1975, 1976, 1981) sur le conflit socio-cognitif semblent être les plus importants à témoigner, dans ce domaine, de la comparaison entre performances cognitives d'individus travaillant seuls ou travaillant ensemble à un problème.

Selon Gilly (1988), le choix d'une perspective constructiviste et interactionniste ne devrait pas se limiter seulement à ces travaux sur le conflit socio-cognitif. Certaines critiques relevées par cet auteur et d'autres collaborateurs (Fraisse et Roux, 1988) concernent surtout le fait qu'un progrès, en situation de groupe, peut être réalisé sans qu'aucun conflit cognitif social n'ait pu être noté. Un doute règnerait en plus, pour ces chercheurs, sur les résultats obtenus par cette approche lorsqu'il y a imitation d'un participant dans un groupe par rapport à un partenaire plus compétent. Enfin, l'une des principales limites de cette théorie serait l'absence d'information sur la dimension interactive comme telle (Blaye, 1988).

L'une des perspectives alternatives proposée par Gilly (1988) tente de pallier à ce manque d'informations. Ses travaux, réalisés avec d'autres collaborateurs (Blaye, 1986, 1988; Dalzon, 1988; Fraisse, 1985, 1987; Gilly et Roux, 1984; Gilly, Fraisse et Roux, 1988) suggèrent une perspective procédurale reliée à des problèmes de situations sociales.

Les résultats des observations qu'ils ont obtenus par la mise en oeuvre de procédures observables pouvant faire l'objet de notations précises (marquage social), démontrent l'efficacité des oppositions et des arguments ou points de vue en situation de groupe (Blaye, 1986; Dalzon, 1988). Les effets bénéfiques de ces interactions dans la représentation de la tâche, dans les procédures de résolution de problèmes ou dans le contrôle de l'activité, seraient dirigés par diverses formes de coopération active plutôt que par quelques formes de conflit socio-cognitif notables (Blaye, 1988; Gilly, Fraisse et Roux, 1988). Ces effets bénéfiques seraient également liés à la déstabilisation et au contrôle. Par exemple, l'efficacité des interventions du partenaire dépendrait des procédés de déstabilisation sur les procédures et/ou certains aspects de représentations en jeu .

Enfin, les travaux du Centre de Recherche de l'Éducation Spécialisée et de l'Adaptation Scolaire (C.R.E.S.A.S.), avec, entre autres, la participation de M. Stamback (1985), sont une extension aux différents courants actuels axés sur le processus interactif dans la construction du savoir. Les travaux de cette équipe de recherche en

France, présentent une analyse détaillée du processus interactif dans la construction du savoir et leur préoccupation, à partir d'une conception constructiviste et interactionniste de l'enseignement, semblent se situer essentiellement sur le plan didactique. C'est-à-dire, d'après F. Best (1987), de "rendre plus consciente, lucide, opératoire, l'action pédagogique essentielle qui consiste à créer des situations dans lesquelles, grâce auxquelles, les enfants vont développer leurs capacités de vivre en interaction, d'apprendre, de construire des connaissances et un savoir".

Dans un ouvrage présenté à cet effet, Stamback (1987) annonce les travaux du C.R.E.S.A.S. Elle décrit l'optique mise en place comme une conceptualisation sur le processus de connaissances, celles-ci étant progressivement élaborées par l'être humain lorsqu'il transforme sa relation avec le réel. Elle relie également cette optique à l'activité de recherche qu'éprouve constamment l'enfant face au réel; chaque découverte entraînant de nouvelles interrogations, suscitant des actions intentionnelles qui s'enchaînent et se coordonnent en fonction des problèmes que les enfants se posent.

Plus importants encore, les travaux qu'elle présente ont, à son avis, permis de mettre en évidence que la construction du raisonnement et des notions fondamentales s'élaborent à travers une démarche, dont la caractéristique principale est la cohérence. C'est à partir des références à Piaget et à Wallon que, sous cet angle, l'ensemble de ces travaux considère le rôle des coordinations intra-individuelles dans la construction des connaissances et le fait que toute connaissance ne peut être définie qu'à partir du moment où elle est communicable. Les références à la perspective interactionniste sont puisées dans le champ de la psychologie sociale, à partir d'une relation causale supposée entre les interactions sociales et le développement cognitif. Les fondements théoriques à la base de cette relation proviennent, d'une part, de la contribution des chercheurs suisses sur la théorie du conflit socio-cognitif (Doise, Mugny, Perret-Clermont) et, d'autre part, de la théorie de Vygotsky (1934/1985) sur les transformations des fonctions interpsychiques en fonctions intrapsychiques et au rôle dynamogénèse des interactions sociales dans le développement cognitif.

Selon Ivan Ivic (1985), l'aspect théorique prépondérant de l'équipe du C.R.E.S.A.S. sur cette perspective interactionniste, relèverait surtout du rôle formateur, organisateur et structurant des interactions sociales.

Les recherches menées sous cette double perspective constructiviste et interactionniste par l'équipe du C.R.E.S.A.S. en France sont surtout orientées actuellement au niveau de la recherche-action. C'est donc à partir de quelques observations sur la manière dont les enfants s'engagent dans un processus actif de construction des connaissances, lorsqu'ils peuvent confronter leur point de vue avec d'autres partenaires, que la recherche est concentrée. La construction du savoir étant ainsi décrite comme un processus de co-construction.

Suivant l'idée de certains des chercheurs de cette équipe, comme Marion-Mignon, Breauté et Desjardins-Doyon (1987), par exemple, les situations interactives sont favorables pour certains élèves qui éprouvent de la difficulté à affirmer leur savoir en face d'un adulte seul où l'interrogatoire doit être continuellement poussé. Le rôle de l'adulte suivant cette perspective est d'être garant, en situation de groupe, de la "symétrie" des interactions. C'est-à-dire de veiller à la participation de tous et de s'en remettre à la collectivité pour réclamer un consensus. Il doit choisir des situations pertinentes, sans toutefois en déterminer le déroulement, supposant qu'il doit laisser se développer un processus dans le temps. Il doit aussi acquérir une connaissance sur la construction du savoir, ce qui implique de suivre la pensée de chacun.

Pour d'autres, comme Ballion, Breauté, Rayna et Stamback (1987), "c'est la nécessité de prendre en compte les intentions d'autrui, l'obligation de trouver des solutions aux conflits et contradictions qui surgissent, qui amènent les enfants à préciser leur pensée, à se décentrer par rapport à elle, à la contrôler ".

Selon Desjardins-Royon (1987), il est favorable, dans ce sens, de tenir compte aussi d'une répartition de la classe en petits groupes de deux à six enfants, autour de différents jeux ou situations. De cette manière, Hardy et Platone (1987) ont pu démontrer que la construction du processus cognitif dans l'addition de nombres inférieurs à dix était favorable pour des enfants de six ans, lorsqu'ils sont placés en équipe de trois, et que le maître ne donne aucune explication, sauf peut-être quelques précisions des règles du jeu.

D'un autre côté, Breton et Belmont-André (1987) soulignent que le fait de s'impliquer activement de la sorte dans les tâches à réaliser a des implications autant sur l'attitude des élèves face au travail scolaire que sur la nature même des apprentissages en cours. Pour résumer leurs observations sur le processus de "co-construction" dans l'étude de la notion de multiplication, ces auteurs expliquent comment chaque intervention d'enfants constitue une étape dans le cheminement du groupe lorsque, par exemple, un ou plusieurs d'entre eux mettent en doute le résultat émis par quelqu'un d'autre, avancent un nouveau résultat, proposent une démarche, font appel à l'adulte, demandent des explications, relancent le travail ou reprennent une démarche avancée. Pour ces auteurs, le rôle du maître dans cette approche ne se limite pas à l'organisation de situations propices à la construction du savoir et aux interactions. Il doit permettre aux enfants de développer leur propre démarche, les inciter à comprendre la signification de la tâche et faire en sorte que les élèves prennent appui sur leurs propres savoirs et sur ceux des autres. Son intervention doit donc s'inscrire dans la dynamique des échanges et contribuer à la progression de la tâche. Il n'impose pas une solution, ni une démarche et les informations qu'il apporte ont seulement pour but d'orienter le travail. Bref, il vise la réflexion chez ses élèves et les pousse à préciser leur pensée, de même qu'à la justifier par la mise à l'épreuve de leurs savoirs qu'offre le jeu des situations et les confrontations possibles d'idées à leur sujet.

C'est en procédant de la sorte que les auteurs ont pu observer une meilleure compréhension de la notion de multiplication. Tous les élèves avaient, semble-t-il, acquis la maîtrise de la multiplication aussi bien dans son mécanisme que dans son usage.

Cette double perspective constructiviste et interactionniste, axée ici sur la démarche des sujets impliqués, ouvre ainsi la voie à l'application d'une didactique constructiviste en situation de groupe et permet une extension au niveau de la classe. Cependant, comme le souligne Perrenoud (1988) à propos de cette approche, certaines limites sont à considérer et il faut bien voir que "l'interaction, en tant que telle, ne produit aucun miracle ...". Si, à son avis, l'interaction suscite l'activité du sujet, *toute activité n'est pas nécessairement éducative. Celle-ci doit permettre à* l'enfant de se confronter au réel pour qu'il s'y accommode et coordonne ses actions. Ce qui remet surtout en cause cette approche vient du fait que, pour cet auteur, la situation d'interaction n'est pas nécessairement génératrice de progrès et d'implication au sein d'un groupe. On peut apprendre avec les autres ou agir tout seul, ignorer les contradictions et laisser agir le groupe, mais c'est *seul* que l'on construit (Auger, 1987). Ainsi, par l'accent tout de même porté à la démarche qu'utilisent les enfants pour construire leurs savoirs, cette approche se base sur les principaux aspects d'une didactique constructiviste, mais il vaut la peine aussi de considérer les vertus éducatives individuelles (Perrenoud, 1988).

2.3. CONSTRUCTION DE LA LANGUE MATHÉMATIQUE

Certaines orientations dans le champ de la psycholinguistique optent pour une approche constructiviste de l'acquisition de la langue, tout en considérant l'importance de l'interaction sociale dans la communication des savoirs. Citons les travaux de Sinclair *et al.* (1985) portant, entre autres, sur l'étude des mécanismes ou processus postulés par le constructivisme qui rendent compte de la façon dont l'enfant acquiert sa langue maternelle. Nous retiendrons surtout, par rapport à cette orientation, les travaux de Auger (1989) qui, par le biais de la mathématicologie, traitent d'une manière plus spécifique de la construction de la langue mathématique et des facteurs qui l'influencent.

La mathématicologie est définit par J. Auger(1988) comme "la science qui a pour objet le langage mathématique". L'originalité de l'approche qu'il utilise pour définir les issues de la mathématicologie dans la didactique actuelle réside dans la distinction qu'il fait entre le langage et la langue mathématique. Il propose d'aborder le langage comme étant "le produit d'un amalgame composé de sensations, d'émotions, de perceptions acoustiques, visuelles, tactiles et d'opérations mentales" tandis que la langue, comme étant "un système formel" et dont la particularité est d'être "organisée, consciente, nuancée et commune aux interlocuteurs par son sens et son emploi".

L'analyse du langage utilisé par l'individu permettrait ainsi de mieux comprendre sa démarche et favoriser l'accession à la langue.

À la base d'une démarche pédagogique qui permet la construction de la langue mathématique, Auger (1988) rappelle l'importance d'une intervention sous forme de questions, car celle-ci incite l'action, permet de dégager les opérations du sens "singulier" et de les mobiliser, contrairement à l'explication qui maintient le sujet passif et qui entretient "l'indifférenciation" des opérations mentales.

Une telle démarche s'inscrit naturellement dans une perspective constructiviste et constitue un apport important au niveau de la didactique. Elle vise à favoriser le passage du langage (expression inconsciente dont le sens est indifférencié et singulier) à la langue (sens non singulier et commun) en s'appuyant sur les niveaux successifs suivants: manipulation, représentation imagée, représentation idéogrammique et utilisation de la langue. Ceux-ci permettent la genèse de la connaissance logico-mathématique et sont proposés par J. Auger (1987) pour décrire les différentes conduites propres à chaque étape (stade) de l'évolution des opérations cognitives et langagières dans la construction de la langue mathématique.

D'après les nombreux travaux de Piaget en psychologie génétique, on sait que la manipulation permet la construction d'un univers pratique et que la coordination progressive de l'action avec les données de l'expérience rend possible, au niveau de la représentation, l'évocation des objets et des événements en dehors du champ perceptif. Ainsi, la manipulation prépare, par des actions élémentaires, ce qui deviendra des opérations, c'est-à-dire des actions intériorisées ou réversibles et intériorisables au sens que suggère Piaget. C'est à ce niveau que, suivant les travaux de Auger (1988), l'élément graphique utilisé (représentation imagée et idéogrammique) peut constituer à la fois le produit d'une construction singulière et le début d'une utilisation contextuelle plus large. À un niveau plus élevé de cette construction, l'utilisation de la langue suppose un contrôle des éléments qui permettent de communiquer à une tierce personne le sens des actions et des représentations construites à des niveaux antérieurs. Selon les travaux de Auger (1988), l'objet de la didactique vise, à ce niveau, à permettre la construction des représentations du sujet en un système conventionnel détaché de la perception singulière, dans le suivi de ses actions et de son discours. Il suffit d'une didactique où l'enseignant a le rôle d'un chercheur qui structure et propose des situations appropriées, c'est-à-dire correspondantes au niveau de construction des opérations du sujet. Il permet ainsi à l'enfant de découvrir et de coordonner différentes notions en les traduisant verbalement, d'abord à partir de principes isolés, puis en organisant peu à peu ce langage en un système conventionnel.

Quelques chercheurs, visant une conception constructiviste de la connaissance, travaillent aussi de façon à amener les enfants à développer leurs propres représentations et à les faire évoluer vers un symbolisme significatif et efficace (Bednarz et Janvier, 1988; Glasersfeld, 1985; Lemoyne et Savard, 1987). Les résultats ne permettent pas encore de confirmations significatives, mais cette approche est de plus en plus admise, du fait de sa pertinence dans les débats actuels sur la construction du savoir.

Cette façon de considérer la langue mathématique appuie aussi la conception de Piaget sur le développement de l'intelligence consistant à former de nouveaux instruments de "connaissance" à partir des premiers schèmes de l'action et de leur interaction adaptative avec le milieu (L. Bergeron, 1980). Selon cette conception, le développement de l'intelligence s'opère dans la dynamique des processus suivants:

1. Une modification progressive dans l'organisation des conduites:
   — élaboration progressive d'une logique de l'action;
   — passage de l'action sensori-motrice à la représentation symbolique et imagée de la réalité;
   — passage de la représentation imagée à une représentation fondée sur l'emploi d'opérations réversibles, d'abord concrètes, puis formelles.

2. Une adaptation de plus en plus grande de la démarche en cours, s'effectuant selon les différents processus d'élaboration des structures cogniti-

ves et la conquête de l'objectivité dans la compréhension du réel, tant au niveau pratique que représentatif.

De cette manière, la construction de la langue mathématique, tout en tenant compte des facteurs qui l'influencent (J. Auger, 1988), est vue selon une dynamique qui s'effectue dans le passage de la manipulation à la représentation imagée, de la représentation imagée à la représentation idéogrammique, de la représentation idéogrammique à l'utilisation de la langue. D'après les travaux de J. Auger (1988) cette succession irait dans le sens d'une plus grande mobilité de l'activité intellectuelle et vers un équilibre de plus en plus stable des notions construites.

Pour favoriser le passage d'un niveau à un autre de la construction de la langue mathématique, la didactique constructiviste utilisée dans le cadre de l'enseignement correctif individuel (J. Auger, 1980) vise à résoudre les cinq problèmes suivants:

1. modifier le niveau de raisonnement;
2. modifier la démarche de résolution;
3. structurer la langue mathématique;
4. augmenter la performance immédiate pour déclencher la confiance en soi et éliminer la peur de l'échec;
5. stabiliser la démarche et augmenter la mobilité des opérations mentales et mathématiques.

D'une manière plus spécifique à la didactique, J. Auger (1988) décrit trois implications méthodologiques majeures pour préciser les mécanismes constructeurs de la démarche du sujet par rapport à la langue mathématique:

1. prise de conscience des opérations produites par la sollicitation d'explications de la part du correcteur;

2. construction de la langue mathématique par des réflexions provoquées sur le sens des signes utilisés dans un exercice;

3. coordination des opérations par rapport à la prise de conscience et la cohérence croissante de la langue mathématique.

La méthode interrogative ou méthode clinique, qualifiée ainsi en psychologie génétique, est la technique privilégiée dans cette approche qui consiste essentiellement en un interrogatoire qui s'effectue par la sollicitation d'explications de la part de l'adulte envers l'enfant qui justifie verbalement ses réponses, ses actions ou ses opérations. Cette technique permet, d'une part, d'évaluer le niveau de raisonnement, donc de saisir le niveau de construction des opérations d'un sujet à un moment donné de son développement et à stabiliser, d'autre part, la démarche grâce à laquelle l'enfant construit sa connaissance en lui permettant un contrôle conscient des opérations cognitives qu'il effectue vis-à-vis des notions mathématiques en jeu. Ainsi le sujet découvre progressivement le *sens* de la langue mathématique.

Cette façon de procéder a démontré que l'intervention clinique de type constructiviste entraîne une meilleure performance en mathématique, un accroissement du niveau de raisonnement et de l'intérêt, mais elle est surtout utilisée en situation corrective individuelle. Les conclusions de ces recherches (Auger, 1980, 1989) nous amènent, par conséquent, à réfléchir sur l'efficacité d'une didactique qui, selon cette orientation, puisse aussi s'appliquer collectivement et s'adresser à la classe en situation régulière d'apprentissage.

2.4. CONSTRUCTION DE LA NOTION DE PROPORTION

Une littérature assez vaste existe actuellement en vue de clarifier la relation entre l'acquisition de la notion de proportion dans l'étude des fractions et l'organisation de situations susceptibles de correspondre à un modèle didactique particulier (Herscovics et Bergeron, 1987; Figueras et Valdemoros, 1987; Streefland, 1984, 1987; Kieren, 1980; Brousseau, 1983; Kurth, 1987; Berh, Harel, Post et Lesh, 1987).

Les recherches issues de cette problématique tendent, en général, à faire ressortir quels types de procédures de représentation sont reliés à cette notion en proposant soit différents niveaux d'acquisition possibles des opérations reliées à la fraction, soit un modèle qui permet de rendre compte des processus schématiques les plus performants afin d'optimiser les stratégies de représentation dans la résolution de problèmes impliquant un type de raisonnement particulier.

Bien que cette tendance suscite, dans la démarche du sujet, une actualisation de plus en plus explicite des instruments de sa connaissance, les méthodologies développées par ces chercheurs ne sont pas axées de manière à démontrer l'importance de susciter la démarche du sujet dans la construction de cette notion et d'identifier des situations didactiques favorables dans ce sens. Une didactique utilisée dans une perspective constructiviste doit s'assurer, selon Hétu et Desjardins (1974), que les connaissances soient tirées de l'activité du sujet sur l'objet et non pas sur les objets eux-mêmes. Elle doit s'assurer également de la production de systèmes d'opérations construits au contact de la notion de proportion et non pas sur de simples représentations.

La construction de la notion de proportion est l'un des principaux schèmes identifié par Piaget (Noelting, 1980). En sixième année de l'élémentaire, l'enfant qui a entre 11 et 12 ans est amené à mieux comprendre les opérations qui consistent à évaluer des rapports, à les additionner, les soustraire et les multiplier. Pour Piaget (Piaget et Inhelder, 1951), la proportionnalité est une notion logico-arithmétique de niveau formel, car elle implique la capacité d'opérer sur des opérations, donc de dépasser l'aspect concret d'une situation afin d'en dégager des possibilités hypothétiques et déductives. Cette notion est essentielle dans le cheminement de la pensée de l'élève, car elle constitue une étape importante dans la genèse des opérations de l'intelligence (Nassefat, 1963). Sa construction et sa maîtrise s'effectuent successivement en sixième année de l'élémentaire dans la passage de l'opératoire concret à l'opératoire formel, puisque la transformation des structures de ce niveau n'atteint un équilibre que vers l'âge de 14 ou 15 ans, soit à l'adolescence (L.-Bergeron, 1980).

Dans les programmes québécois, la notion de proportion doit être en grande partie construite, du moins en ses éléments de base, avant l'entrée au secondaire. Vue sous l'angle d'une perspective constructiviste, cette notion est une construction de la pensée et non une acquisition cumulative et stratégique de connaissances. Elle se situe dans le prolongement des opérations concrètes et se construit devant des situations qui demandent à l'enfant de nouvelles coordinations et structurations (Longeot, 1969).

La genèse de la notion de proportion est décrite par Piaget (Piaget et Inhelder, 1951) sous trois grandes périodes caractérisant les mécanismes opératoires lorsqu'il s'agit, pour le sujet, d'évaluer la probabilité relative de tirer un jeton marqué d'une croix à l'endos, dans deux ensembles composés de jetons avec croix et de jetons sans croix en proportions différentes.

La première période, soit avant sept ou huit ans, est caractérisée au niveau "IA" par l'absence de comparaisons quantitatives entre deux rapports données. Le raisonnement est constitué à la base d'un système de régulations intuitives, où l'enfant est d'abord incapable d'intégrer les données du problème (trois à cinq ans), puis arrive un peu plus tard (cinq, six à sept ans) à solutionner au niveau "IIB" certains d'entre eux lorsqu'un seul facteur varie à la fois (1/3 et 2/3) ou lorsque l'un des deux termes des rapports en jeu demeure invariant. Il comprend, par exemple, qu'on a plus de chance de piger un jeton avec une croix s'il y en a deux sur une possibilité de trois, comparativement à un sur une même possibilité. C'est à partir de cette période que l'on assiste à une articulation progressive des rapports intuitifs conduisant peu à peu, à la seconde période, à un niveau opératoire.

Cette seconde période, de sept, huit ans à 11 ou 12 ans, est caractérisée par un début de structuration des relations de probabilités due à la possibilité de concevoir qu'un tout se conserve indépendamment de l'arrangement de ses parties. Il s'agit de la construction de groupements opératoires d'ordre logique et de groupements numériques, mais relatifs à des objets manipulables. La représentation entre deux rapports donnés est facilitée à ce niveau par la construction d'opérations concrètes que l'enfant est en mesure de mettre en oeuvre pour considérer chacun des facteurs en jeu, sans toutefois parvenir à une coordination d'ensemble. À ce stade (III), toutes les questions qui impliquent une seule variable sont systématiquement résolues et l'équivalence entre deux rapports est découverte en cas de facilités perceptives (1/2 et 2/4). Dans cet exemple, si le numérateur est identifié par la présence de jetons avec une croix (cas favorable-s) et le dénominateur, par les autres jetons sans croix (cas possibles), le sujet de ce niveau exprime empiriquement l'égalité du fait que dans les deux cas, il y a un jeton avec une croix, pour un autre sans croix.

La découverte des proportions n'est réellement possible qu'au troisième niveau, soit entre 11 et 14 ans, jusque vers 15 ans, avec l'apparition de la pensée formelle. C'est à ce niveau que le sujet a la possibilité de relier l'un à l'autre un ou plusieurs systèmes d'opérations concrètes et de les traduire en termes d'implications hypothético-déductives. Il arrive à solutionner d'abord, par exemple, l'équivalence entre 1/2 et 3/6 en quantifiant la relation qui existe entre les deux rapports en terme de proportion: il y en a deux fois plus dans chacun. Il arrive ensuite à solutionner des problèmes plus complexes en déterminant, par un système de correspondance, la valeur possible de l'un des rapports en fonction d'un dénominateur commun à l'autre rapport en jeu. Dans 1/3 et 2/5, par exemple, il choisit le deuxième rapport comme étant celui qui permet d'avoir une plus grande possibilité de piger une croix, car il faudrait à ce dernier quatre jetons sans croix (donc 2/6) pour que ce soit égal à l'autre rapport.

Les quelques expériences faites sur l'analyse de la construction de rapports équivalents (Piaget et Inhelder, 1951) montrent qualitativement que les équivalences entre les deux membres d'une proportion de ce type n'est pas achevée avant que ne soient coordonnées les deux formes de réversibilité par inversion et par réciprocité, soit vers 14, 15 ans. C'est-à-dire lorsqu'il admet que $a/b = a'/b'$, si $a \times b' = a' \times b$ et qui revient à démontrer, par exemple, l'égalité entre deux parties d'un tout, divisé en trois parties égales, et quatre parties d'un tout semblable divisé en six parties égales.

Cette coordination entre les deux formes de réversibilité par inversion et réciprocité est présentée par Piaget (Piaget et Inhelder, 1955) dans l'épreuve de l'équilibre de la balance, pour démontrer que l'acquisition du schème de proportion implique d'abord une phase de compréhension concrète de la proportionnalité dans un système, puis une phase de mise en relation entre les systèmes (Noelting et Cloutier, 1980). L'épreuve démontre ainsi que le sujet commence par découvrir qu'une certaine augmentation de poids dans un plateau peut être compensée par une augmentation équivalente du poids dans l'autre plateau. De même, une augmentation de la distance du plateau par rapport à l'axe du fléau de la balance peut aussi être compensée par une augmentation équivalente de la distance de l'autre plateau par rapport à cet axe.

La mise en relation de ces deux systèmes, comme caractéristique principale du schème opératoire formel, amène la maîtrise du raisonnement proportionnel. Dans cet exemple, cela se manifeste sous forme de compensation entre le poids et la distance: un poids léger placé loin du pivot peut équilibrer un poids plus lourd situé près du pivot de la balance.

Le schème de proportionnalité consiste donc en un double rapport. Il nécessite le recours simultané à deux formes de réversibilité, soit par inversion ou négation, par réciprocité ou compensation. Il réfère à une structure de groupe INRC ou groupe de quaternalité propre aux opérations combinatoires et propositionnelles identifiées par Piaget (L.-Bergeron, 1980). De cette manière, la pensée opératoire formelle résulte de la capacité à utiliser un raisonnement de type combinatoire ou propositionnel permettant d'envisager une plus grande variété de possibilités compatibles avec les données d'un problème et de les coordonner en dépassant les faits actuels réalisés sur le plan concret.

2.5 FORMULATION DES HYPOTHÈSES

L'analyse des travaux antérieurs a permis d'établir qu'il était possible d'améliorer la performance en mathématique à partir d'une didactique utilisée dans une perspective constructiviste, tant en situation corrective individuelle (Auger, 1975, 1980; Baruk, 1985: Weyl-Kailey, 1985) qu'en situation de groupe (C.R.E.S.A.S., 1987; Palacio-Quitin, 1987; Kamii, 1982).

Afin de poursuivre l'apport de ces travaux dans le champ de la rééducation, de la mathématicologie, de la pédagogie et de la psychologie cognitive et sociale, nous posons les hypothèses qui suivent.

2.5.1 Première hypothèse de recherche

La didactique constructiviste permet un accroissement à court et à long termes de la performance dans la construction de la notion de proportion lorsque, en situation de groupe, elle est particulièrement axée sur la démarche des sujets peu performants.

2.5.2 Deuxième hypothèse de recherche

La didactique constructiviste permet un accroissement à court et à long termes de l'intérêt pour la mathématique lorsque, en situation de groupe, elle est particulièrement axée sur la démarche des sujets peu performants.

2.5.3 Troisième hypothèse de recherche

La didactique constructiviste permet une meilleure qualité de la langue mathématique dans la construction de la notion de proportion lorsque, en situation de groupe, elle est particulièrement axée sur la démarche des sujets peu performants.

Les hypothèses que nous posons, dans cette partie du deuxième chapitre, sont formulées relativement à l'utilisation d'une didactique constructiviste en situation de groupe et à ses effets sur la performance dans la construction de la notion de proportion, sur l'intérêt et la qualité de la langue mathématique.

En ce qui concerne d'abord l'utilisation d'une didactique de type constructiviste, nous partons de l'hypothèse généralement admise à partir des travaux de Piaget, suivant laquelle l'élève construit ses propres connaissances par un jeu de déséquilibration-rééquilibration, en interaction avec le milieu.

Nous adoptons également les positions majeures des travaux qui émergent actuellement dans ce sens et qui optent pour une didactique d'abord axée sur la démarche des sujets impliqués et sa construction en situation de co-opération. Ce qui implique, suivant les grands principes élaborés par Auger (1975, 1980, 1988) dans le champ de la rééducation et de la mathématicologie, l'utilisation d'une didactique qui tient compte des niveaux successifs de la construction de la langue mathématique; qui se traduit par une démarche structurante parallèlement à celle du sujet; qui s'exerce par des situations qui permettent continuellement de suivre et de faire progresser le sujet à travers des situations qui sollicitent l'action et la réflexion sur le sens des opérations utilisées. Cela implique également, d'après les observations relevées par les chercheurs de l'équipe du C.R.E.S.A.S. (1987), une utilisation de la didactique prenant en compte les interactions qui s'exercent à travers les échanges de point de vue afin de suivre au mieux la démarche de chacun, de proposer des situations pertinentes et propices à la construction du savoir, de veiller à ce que chacun construise sa propre démarche, de les inciter à préciser la signification des tâches en cours et à justifier leur pensée.

Nous suivons également ces options à travers une didactique tenant compte du niveau de construction de la notion de proportion (Piaget et Inhelder, 1951) pour chacun des sujets impliqués afin de proposer des situations qui permettent une structuration croissante des opérations mentales en jeu.

En ce qui concerne ensuite les effets à court et à long termes d'une didactique de ce type sur la performance dans la construction de la notion de proportion, nos hypothèses sont précisées en rapport avec le niveau d'achèvement des structures de la pensée, soit à propos du raisonnement proportionnel, et au niveau de l'achèvement des connaissances, à propos de la résolution de problèmes inclus dans l'étude des fractions.

En ce qui concerne l'intérêt, notre investigation se limite à vérifier ce que d'autres trvaux de recherche ont mis en évidence, en particulier ceux de J. Auger(1975), démontrant qu'en favorisant la construction d'une démarche, celle du sujet, l'intérêt tend à s'accroître. Ce qui parallèlement aux variables identifiées par J.-P. Colette(1976), peut se manifester dans la valeur attribuée à la mathématique, le plaisir à faire le travail correspondant et l'estimation du degré de difficulté rencontré.

Finalement, c'est dans le but d'expliquer comment la didactique peut générer un accroissement de la performance, que nous avons formulé une troisième hypothèse concernant la qualité de la langue mathématique. Ce qui, parallèlement à la construction de la notion de proportion, peut se manifester de différentes façons.

Entre autres, par une différenciation progressive du sens de la fraction et des opérations connexes.

Précisons que, parmi les facteurs qui peuvent influencer la construction de la langue mathématique, J. Auger(1988) en identifie six: la perception de la quantité, l'état de l'affectivité, la qualité de la langue maternelle, le niveau de raisonnement, la mobilité des opérations actives et la connaissance du sens des éléments nécessaires à la représentation graphique. C'est donc sur ce dernier facteur que nous nous appuyons principalement pour vérifier cette troisième et dernière hypothèse concernant la qualité de la langue mathématique et s'expliquant par le suivi de la démarche de chaque individu dans le passage d'un niveau à l'autre de la construction de la langue mathématique: manipulation, représentation imagée, représentation idéogrammique, utilisation de la langue.

Notons également que, parmi ces facteurs, le niveau de raisonnement fait l'objet de la vérification d'un volet important de notre première hypothèse renforçant ainsi l'idée que la performance dans la construction de la notion de proportion correspond non seulement au niveau d'achèvement des structures de la pensée et des connaissances mais aussi à la construction d'une démarche permettant une meilleure utilisation de la langue mathématique.

Enfin, il est possible de s'attendre qu'un accroissement du raisonnement et de la compréhension des opérations sur les fractions, de même que de l'intérêt et de la qualité de la langue mathématique permette à des élèves peu performants, suite à leur participation de groupe dans le cadre d'une didactique constructiviste axée sur leur démarche, un réajustement significatif à court et à long termes de leur performance par rapport à d'autres élèves suivant l'utilisation d'une didactique axée sur le contenu.

Les diverses procédures et la démarche permettant de vérifier ces hypothèses seront étayées dans le prochain chapitre portant sur la méthodologie de la recherche.

CHAPITRE III

Schème expérimental

Le présent chapitre se divise en quatre sections. La première section décrit l'échantillon de la recherche alors que la deuxième précise les instruments utilisés pour mesurer les variables. La troisième section présente les procédés qui résument la démarche de cueillette des données et l'expérimentation de quelques interventions didactiques. La dernière section porte finalement sur les procédures de traitement retenues pour analyser les données.

3.1 DESCRIPTION DE L'ÉCHANTILLON

Notre échantillon a été sélectionné à partir d'une population représentée par des élèves de sixième année inscrits au programme régulier de l'élémentaire pour l'année scolaire 1987-1988. Cet échantillon se composait de deux classes réparties l'une et l'autre dans deux écoles de la région de Chicoutimi, dont les professeurs-titulaires ont accepté de collaborer à la réalisation de ce projet, avec la recommandation de leur commission scolaire respective. Il s'agit de l'école Immaculée-Conception, de la Commission scolaire de Chicoutimi, et de l'école des Quatre-Vents, de la Commission scolaire Valin.

Cette collaboration des professeurs-titulaires de l'une et l'autre des deux classes s'est effectuée sur une base volontaire, étant donné l'opportunité du projet de se dérouler dans une étape qui correspondait, en mathématique, à l'étude des fractions. L'étude des fractions, quoique déjà amorçée durant cette étape par la révision de quelques notions sur le sens et l'ordre des fractions, de même que sur l'exploration de la notion de proportion dans les opérations d'addition, de soustraction et de multiplication, par le biais de la mise en dénominateur commun, laissait incertaine la performance de plusieurs élèves.

Nous avons donc retenu, parmi ces deux classes, tous les sujets qui, d'après l'épreuve "quantification des probabilités", ont obtenu au prétest un résultat inférieur à cinq points, signifiant un niveau concret et pré-formel du raisonnement dans la construction de la notion de proportion.

D'après cette première sélection, le nombre de sujets qui composaient notre échantillon était de 42. Vingt-deux sujets, dont 10 filles et 12 garçons de 11 et 12 ans étaient inscrits à l'école Immaculée-Conception. Les autres sujets, au nombre de 20, regroupant 11 filles et neuf garçons également de 11 et 12 ans, étaient inscrits à l'école des Quatre-Vents.

Cette expérience avait pour but de mettre à l'essai une didactique visant une construction stable de la notion de proportion. C'est dans ce sens et parce qu'elle pouvait être utile pour des élèves peu performants à ce niveau que la direction de l'école Immaculée-Conception a bien voulu accepter, à partir du consentement du titulaire concerné, qu'un groupe de six élèves ayant obtenu les plus faibles résultats soient plus spécifiquement impliqués dans l'expérience. En fait, le but visé à ce moment était aussi de permettre à ces six élèves les moins performants de rejoindre la performance moyenne des autres sujets de la même classe afin qu'ils répondent aux critères de passation des examens de fin d'année en mathématique pour le classement au secondaire.

La sélection de ces sujets du groupe expérimental s'est effectuée à partir des résultats obtenus initialement au test pédagogique des fractions et à l'épreuve "quantification des probabilités".

Nous appellerons A le groupe expérimental qui, en somme, est composé de trois filles et de trois garçons de l'école Immaculée-Conception et nous appellerons A' le reste des sujets de la même classe qui, parallèlement aux sujets inscrits dans la classe de l'école des Quatre-Vents et que nous appellerons groupe B, ont participé au contrôle.

Notons que tous ces sujets, même ceux du groupe expérimental (groupe A), ont poursuivi leur enseignement régulier en mathématique lors de l'expérience. L'expérimentation de la didactique auprès des six élèves du groupe expérimental (groupe A) a eu lieu à leur école durant les périodes de lecture libre et en fin de semaine, dans un local de l'Université du Québec à Chicoutimi.

L'ensemble des résultats obtenus par chacun de ces trois groupes, à chacune des épreuves concernant la performance dans la construction de la notion de proportion et l'intérêt pour la mathématique, est présenté à l'Appendice C du présent document. Les sujets que nous avons éliminés sont ceux qui ont obtenu un résultat supérieur ou égal à cinq points au prétest de l'épreuve "quantification des probabilités", signifiant l'atteinte du niveau formel de raisonnement relativement à la notion de proportion, ce qui ne correspond pas, pour notre étude, à une clientèle dont les progrès pourraient être significatifs. Ces sujets ne sont pas identifiés à l'Appendice C.

Il s'agit du sujet 9, pour le groupe A' et des sujets 8, 10, 12, 14, 24 et 26 pour le groupe B.

3.2 LES INSTRUMENTS DE RECHERCHE

Les instruments utilisés pour mesurer chacune des variables reliées à la performance dans la construction de la notion de proportion sont identifiés, dans cette partie du troisième chapitre, sous deux catégories: la mesure du niveau de raisonnement dans la construction de la notion de proportion et la mesure de la capacité à résoudre des problèmes reliés à l'étude des fractions. Nous indiquons également, ensuite, l'instrument que nous avons utilisé concernant la mesure du niveau d'intérêt pour la mathématique.

3.2.1 La mesure du niveau de raisonnement dans la construction de la notion de proportion

Le niveau de raisonnement dans la construction de la notion de proportion est l'une des variables principales de cette recherche et sert de référence, dans le cadre de l'utilisation d'une didactique de type constructiviste, pour situer le niveau d'achèvement des structures de la pensée des sujets impliqués.

Afin de déterminer ainsi, en rapport avec cette variable, à quel niveau se situe chacun des sujets de l'échantillon de départ et de constituer le groupe expérimental, nous avons choisi l'épreuve "quantification des probabilités", standardisée et quantifiée par Longeot (1974), selon une échelle de développement de la pensée logique à partir des techniques de Piaget et Inhelder (1951). Cette épreuve s'applique pour les notions de proportions et de probabilités et a été utilisée par Auger (1975) afin de déterminer le niveau de raisonnement de plusieurs sujets impliqués dans une étude sur les déterminants du succès et de l'échec en mathématique.

La passation de l'épreuve "quantification des probabilités" est individuelle. Elle consiste à montrer des jetons à l'élève et à lui demander de dire dans lequel de deux tas, assortis de jetons avec croix et de jetons sans croix en proportions différentes, on a le plus de chances de prendre un jeton avec une croix du premier coup (Auger, 1975; Longeot, 1969). Cette épreuve est présentée à l'Appendice A du présent document, à partir des huit problèmes qui composent les situations. À titre de précision, les croix sont représentées par le numérateur et le total des jetons correspond au dénominateur.

3.2.2 La mesure de la capacité à résoudre des problèmes reliés à l'étude des fractions

La performance dans la construction de la notion de proportion réfère aussi, dans cette étude, au niveau d'achèvement des structures de la connaissance. Cet aspect de la performance est reliée à la capacité de résoudre des problèmes impliquant la notion de proportion à travers les opérations effectuées sur des fractions, tant sur les plans écrit et verbal qu'au niveau de la représentation imagée et idéogrammique.

La mesure globale de cette performance a été systématiquement étudiée par Noelting (1982) et a donné lieu à l'élaboration d'un test pédagogique qui contient 35 problèmes mathématiques explorant surtout les dimensions de la représentation imagée et idéogrammique de la connaissance sur les notions de rapport et de proportion (Appendice A). Le coefficient de corrélation de rang (Spearman) de 0,78 ($p < 0,001$) a permis d'éprouver la validité de ce test, même si les items n'apparaissent pas de façon hiérarchique.

Les 35 problèmes à résoudre dans ce test n'explorent pas toutefois l'aspect écrit de la performance sur la construction de la notion de proportion. Nous avons ainsi annexé à ce test pédagogique sur les fractions, 13 problèmes écrits pour le compléter. Les opérations auxquelles réfèrent ces problèmes traitent plus particulièrement de l'addition et de la soustraction de fractions ayant le même dénominateur, de la comparaison de fractions simples ayant des dénominateurs différents, de la multiplication de fractions et de la résolution de problèmes, où l'un des termes de deux rapports à comparer est absent (Appendice A). Nous avons intitulé cette épreuve: "test de compréhension écrite des problèmes sur les fractions".

3.2.3 La mesure du niveau d'intérêt

La performance dans la construction de la notion de proportion est également étudiée dans cette étude, parallèlement au niveau d'intérêt pour la mathématique.

Pour son accessibilité et la pertinence des informations concernant cette variable, nous avons choisi un questionnaire construit et utilisé par le collège de Montmorency (1976). Ce questionnaire comprend 21 items répartis selon trois catégories de variables, soit la valeur de la mathématique, le plaisir qu'on éprouve à travers le travail correspondant et l'estimation du degré de difficulté rencontré. Ce questionnaire a été administré en 1976 à des étudiants de niveau secondaire V et de niveau collégial. Les corrélations de l'échelle globale indiquaient, après expérimentation, un taux supérieur à 0,40 et démontraient un degré de satisfaction de discrimination des items.

Afin de rendre plus concrète la tâche de notre clientèle, nous avons modifié quelques-uns des énoncés et réduits les items proposés au nombre de 16 en éliminant certains énoncés qui portaient essentiellement sur la valeur de la mathématique. L'Appendice A présente les items que nous avons retenus de ce questionnaire et qui sont répartis à partir des trois catégories de variables mentionnées ci-haut, soit trois items pour la valeur de la mathématique (questions 1, 3 et 6), sept items sur le plaisir qu'on éprouve à faire le travail correspondant (questions 4, 5, 9, 11, 13, 14 et 15) et six items sur l'estimation du degré de difficulté rencontré (questions 2, 7, 8, 10, 12 et 16).

3.2.4 La mesure de la qualité de la langue mathématique

La mesure de la qualité de la langue mathématique n'a pas fait l'objet d'une instrumentation spécifique, car elle a pour but l'explication de la démarche qu'utilise chacun des sujets pour construire la notion de proportion.

A cet égard, le déroulement de chacune des séances de l'expérimentation de la didactique a été enregistré et noté sur les protocoles concernant cette expérience. Il s'agit ensuite de faire ressortir les observations les plus représentatives de la démarche de construction pour chacun des sujets concernés et d'en faire une analyse d'après les situations proposées.

3.3 DESCRIPTION DES PROCÉDÉS

Les procédés qui résument, dans cette partie du troisième chapitre, la démarche de cueillette des données au cours de cette expérience sont décrits à partir des quatres principales phases de notre échéancier initial. Il s'agit, pour la première phase, de la mise en place du projet; pour la seconde phase, de l'évaluation et de la sélection des sujets; pour la troisième phase, de l'expérimentation de la didactique puis, pour la quatrième phase: le contrôle à court et à long termes.

3.3.1 Phase 1: Mise en place du projet

Le consentement à la participation des sujets impliqués par le biais d'une lettre adressée aux parents et une déclaration d'honneur concernant le caractère confidentiel des données recueillies à leur égard précédaient, dans cette étude, l'élaboration et l'expérimentation d'une didactique de type constructiviste.

L'émission d'un certificat conforme à la décision du comité institutionnel de déontologie de la recherche par l'Université du Québec à Chicoutimi et les ententes écrites des responsables impliqués ont permis la mise en place de ce projet.

Une rencontre avec les enseignantes concernées a permis ensuite de planifier les périodes de rencontres auxquelles auraient lieu la passation du prétest, la mise à l'essai de l'expérimentation et le contrôle.

3.3.2 Phase II : Évaluation et sélection des sujets

Les sujets retenus pour l'expérimentation ont été sélectionnés en regard de leur performance initiale à l'épreuve "quantification des probabilités", et au test pédagogique des fractions.

L'évaluation s'est déroulée, pour chacun des deux groupes de sixième année, dans leur classe respective pour la passation du test pédagogique des fractions et du questionnaire d'intérêt, sous la supervision du titulaire régulier. Pendant cette évaluation, l'expérimentateur et un collaborateur recevaient séparément chacun des élèves pour la passation individuelle de l'épreuve "quantification des probabilités". Cette épreuve dure, au plus, dix minutes par élèves. L'expérimentateur donne la consigne de départ, note les réponses et enregistre les justifications. Une autre période est ensuite planifiée avec le titulaire pour terminer au besoin la passation de cette épreuve.

Les données recueillies ont été ensuite colligées afin d'identifier les participant-e-s qui ont été soumis à l'expérience et au contrôle.

3.3.3 Phase III: Expérimentation de la didactique

Lors de chacune des séances tenues pour fin d'expérimentation dans ce travail de recherche, le choix des interventions a été déterminé, la plupart du temps, selon l'évolution de la démarche de chacun des sujets concernés. Ce qui impliquait tout de même la préparation de protocoles d'intervention décrivant les situations et les questions à poser, mais en fonction de l'analyse de la rencontre précédente et d'un réajustement éventuel selon le déroulement de la séance en cours. Nous appelons "protocole d'intervention", tout plan didactique réalisé à partir de chacune des séances.

Afin de permettre ce suivi selon la démarche de construction de la notion de proportion pour chacun des sujets impliqués, le déroulement de chacune des activités n'a pas non plus fait l'objet de séquences préalablement fixées, étant donné surtout que, dans le cheminement scolaire poursuivi par ces sujets, la notion de proportion avait déjà fait l'objet d'études via l'utilisation d'opérations connexes sur les fractions.

Ce sur quoi nous avons mis l'accent, c'est sur l'élaboration de situations qui, à partir de questions stratégiques, permettraient à chacun d'exprimer leur niveau de compréhension et d'utiliser de ce fait les opérations nécessaires pour résoudre les différents problèmes posés, tant au niveau de la manipulation, de la représentation imagée, de la représentation idéogrammique, qu'au niveau de l'utilisation de la langue.

De façon à préciser sommairement comment s'est déroulée cette phase expérimentale de la recherche, chacune des situations proposées dans le déroulement successif des sept séances constructivistes tenues à cette fin, entre le 12 mai et le 12 juin 1988, sont décrites dans cette partie du troisième chapitre.

3.3.3.1 Première séance de l'expérimentation de la didactique (Annexe 1 de l'Appendice B)

L'expérimentation de la didactique a été effectuée, à la première séance, dans un local de réunion de l'école Immaculée-Conception. Le temps alloué à cette première séance était de 45 minutes et avait pour but de vérifier quelles connaissances étaient construites par les sujets sur la notion de partage.

La première situation proposée consistait, pour les six sujets impliqués, à se partager entre eux six feuilles de format régulier.

La seconde situation proposait ensuite un partage de type 1:2. Nous avions mis, à la disposition des sujets, trois feuilles de format régulier et il s'agissait de les partager en six parts égales, afin que tous disposent de surfaces équivalentes.

La troisième situation que nous proposions nécessitait un partage différent, soit 30 feuilles de même format que lors des situations précédentes, de telle sorte que chacun puisse disposer d'un nombre égal de feuilles pour les utiliser lors de cette séance et conserver les feuilles restantes dans un cartable, pour les séances subséquentes.

La situation suivante consistait, à partir d'un matériel préalablement structuré, à identifier les parties d'un cercle séparé également en deux. Les questions posées par l'expérimentateur sollicitaient la représentation du rapport partie tout dans le partage 1:2.

Une dernière situation a été finalement proposée à partir de ce même matériel représentant différentes possibilités de partage (demies, tiers, quarts, sixièmes, huitièmes, neuvièmes, dixièmes, douzièmes) afin de vérifier quelles opérations étaient actives chez les sujets lorsqu'il s'agit d'enlever des parties à un entier et de représenter idéogrammiquement ces opérations.

3.3.3.2 Deuxième séance de l'expérimentation de la didactique.
(Annexe 2 de l'Appendice B)

C'est à partir des difficultés observées lors de la séance précédente et de la démarche de chacun des sujets impliqués que nous avons élaboré une seconde séance selon des situations qui proposaient davantage la manipulation de la notion de partage et qui favoriseraient le passage de cette manipulation à la représentation imagée puis idéogrammique des opérations sur cette notion.

La première situation proposée au cours de cette séance référait essentiellement à des activités de partage sur les demies. Elle consistait, à partir d'une pomme, à faire construire les opérations réunissant les parties au tout. Il s'agissait, dans ce cas, d'opérations dans l'addition de une demie à une autre, de la soustraction d'une demie à l'entier et de la multiplication de demies entre elles, pouvant donner un résultat qui s'exprime sous la forme d'un entier et d'une fraction.

La situation suivante proposait des activités de partage avec des quarts. Les activités de manipulation suggérées à cet effet consistaient à partager une pomme en quatre parties égales. Quant aux opérations que nous sollicitions sur le plan verbal, imagé ou idéogrammique pour représenter diverses situations de partage avec des quarts, nous référions à différents rapports additifs, soustractifs et multiplicatifs entre les parties et le tout.

3.3.3.3 Troisième séance de l'expérimentation de la didactique. (Annexe 3 de l'Appendice B)

Une évaluation a été proposée pour cette troisième séance, afin de vérifier l'évolution de la démarche de chacun des sujets impliqués depuis les deux séances précédentes, relativement à la construction de la notion de partage et dans la représentation idéogrammique des opérations sur les fractions.

L'annexe 3 de l'Appendice B indique les différents items de cette évaluation. La première partie référait aux situations de partage proposées lors de la deuxième séance. La deuxième partie référait plus particulièrement à la représentation imagée et idéogrammique de l'addition de fractions de mêmes dénominateurs (1/2 + 1/2, etc.) et de l'addition de fractions avec un ou des entiers (1 + 1/2 ; 1+1/4 + 1/4 ; etc.).

Les autres items de cette évaluation référaient ensuite à des situations non directement proposées jusqu'à ce moment, afin de juger des connaissances de chacun relativement à la comparaison de fractions simples entre elles, à la comparaison de fractions et d'entiers, à l'ordre des fractions, à l'addition et à la soustraction d'entiers avec une fraction, puis à la multiplication d'entiers avec une fraction. Cette évaluation s'est terminée, enfin, avec un problème écrit à résoudre, incluant l'addition d'entiers et de demies.

3.3.3.4 Quatrième séance de l'expérimentation de la didactique. (Annexe 4 de l'Appendice B)

C'est à partir de l'analyse des résultats obtenus par les sujets lors de la séance précédente que nous avons élaboré cette quatrième séance, de façon à permette cette fois la construction de la notion de partage avec des tiers et des sixièmes, tout en permettant également le passage de la représentation imagée à la représentation idéogrammique des opérations correspondantes.

La première situation proposée pour cette séance consistait à partager un gâteau en trois parties égales, à identifier chacune des parties, à les associer puis à les dissocier par rapport au tout. Le passage de cette activité de manipulation à la représentation imagée et idéogrammique a pu être effectué, grâce à l'intervention interrogative, de manière à activer les opérations additives, soustractives et multiplicatives en jeu.

La seconde situation consistait ensuite à partager une tablette de chocolat en six parts égales. Dans ce cas, le partage correspondait exactement à la possibilité que chacun des sujets dispose d'une part égale de chocolat. Nous avons procédé de la même façon que dans les situations précédentes pour activer les opérations en jeu.

La troisième situation consistait à comparer quelques parties d'un tout, partagé en six parts égales, à un même tout, dont deux parties sont réunies mais distancées par rapport aux quatre autres parties qui complètent ce tout. Nous avons ensuite enlevé les deux parties pour demander ce qui manquerait à ce tout pour égaler l'autre tout initial.

La quatrième partie de cette séance proposait d'autres activités sur le partage avec des tiers, mais avec un matériel préalablement structuré sur carton amovible représentant des parties juxtaposées d'un cercle. Il s'agissait, dans ce cas, d'identifier le type de partage proposé et d'effectuer, selon la démarche de chacun, les manipulations ou représentations nécessaires pour justifier les opérations en jeu lorsque des parties d'un tout partagé en trois parts égales sont prélevées, rassemblées ou multipliées.

Une dernière situation a fait l'objet d'une évaluation. Celle-ci référait essentiellement aux différentes situations de partage avec des demies, des tiers et des quarts que nous avions expérimenté lors de cette quatrième séance et lors des séances précédentes.

Les différents problèmes ont été présentés sous une forme idéogrammique et incluaient l'opération d'addition de fractions avec même dénominateurs sur des demies, des tiers et des quarts, de même que l'opération de multiplication d'un entier et d'une fraction dont le numérateur est un.

3.3.3.5 Cinquième séance de l'expérimentation de la didactique.

(Annexe 5 de l'Appendice B)

La première situation proposée lors de cette séance invitait les sujets à faire eux-mêmes, au tableau, des problèmes d'addition ou de soustraction de fractions avec mêmes dénominateurs ou d'une manière différente s'ils en manifestaient l'intérêt.

La seconde situation consistait en une activité évaluative. Elle avait pour but de vérifier le niveau de construction de la notion de proportion relativement à l'addition et à la soustraction de fractions de mêmes dénominateurs mais avec termes manquants, puis des problèmes d'équivalence non encore expérimentés entre des demies et des quarts, des quarts et des huitièmes, des tiers et des sixièmes, des tiers et des neuvièmes, des demies et des dixièmes.

Cette évaluation précédait donc l'expérimentation des situations suivantes relativement à des activités de comparaison de fractions équivalentes ou non, ce que nous nous proposions d'entreprendre lors de cette quatrième séance.

La troisième situation proposait ainsi, comme activité de manipulation, plusieurs types de partage déjà expérimentés dans d'autres situations et des nouveaux.

L'intervention interrogative pratiquée par la suite auprès de chacune des trois équipes de deux élèves a permis, à ces derniers, d'effectuer des comparaisons entre les parties d'un tout partagé soit en demies, en quarts, en tiers, en sixièmes, en huitièmes, en neuvièmes, en dixièmes ou en douzièmes. L'expérimen-tateur proposait également, pour vérifier les comparaisons effectuées, d'utiliser le matériel structuré avec lequel nous avions ultérieurement travaillé.

3.3.3.6 Sixième séance de l'expérimentation de la didactique.

(Annexe 6 de l'Appendice B)

Devant la difficulté à la séance précédente d'utiliser la plasticine comme matériel pouvant servir à comparer des fractions et à découvrir des fractions équivalentes, nous avons proposé d'utiliser, cette fois, des languettes de cartons de mêmes dimensions.

La première situation a été proposée relativement à la manipulation et à la représentation du partage avec des demies. L'intervention interrogative pratiquée pour faire réfléchir les sujets dans cette activité partait de situations où la fraction s'exprime avec des entiers. Il s'agissait, par exemple, de dire combien il y aurait de demies si on avait dix entiers ou, inversement, combien il y aurait d'entiers dans quatre, cinq , six ou huit demies.

La seconde situation a été proposée relativement à la manipulation et à la représentation du partage avec des tiers. Nous avons procédé de la même façon que lors de la première situation pour la construction de la représentation d'un, deux, trois, quatre ou cinq entiers, et de leur transformation en tiers. Nous avons également demandé d'effectuer des comparaisons qualitatives entre une demie et un tiers, une demie et deux tiers, deux demies et trois tiers, en utilisant les partages construits à l'aide des languettes de carton.

3.3.3.7 Septième séance de l'expérimentation de la didactique (Annexe 7 de l'Appendice B)

Nous avons poursuivi, à cette séance, le travail amorçé lors de la séance précédente, à partir de quatre situations.

L'ensemble des situations a été réalisé à partir du matériel précédemment construit avec des languettes de carton. Jusque là, les sujets disposaient de languettes de mêmes longueurs partagées en demies et en tiers.

Lors de la première situation, les sujets étaient priés d'effectuer un partage avec des quarts. L'intervention interrogative utilisée à partir de cette activité de manipulation consistait à vérifier la stabilité de la représentation imagée et idéogrammique jointe à un quart, deux quarts, trois quarts, quatre quarts et plus. Nous avons ensuite demandé d'effectuer des comparaisons qualitatives entre différentes fractions obtenues dans le partage avec des demies et des tiers. Cette première situation s'est terminée dans la recherche d'équivalence entre un entier et une fraction, et sa correspondance avec une fraction simple ou l'inverse. Il s'agissait, par exemple, de chercher à combien de quarts équivalaient deux entiers et trois quarts ou à quoi équivalaient 16 quarts.

La seconde situation a été effectuée à partir de la manipulation et de la représentation du partage avec des sixièmes. Nous avons utilisé, à ce moment, la même démarche qu'à la situation précédente et nous avons poursuivi avec les huitièmes, les neuvièmes, les dixièmes et les douzièmes pour terminer ensuite avec une évaluation consistant à comparer des fractions, à trouver des fractions équivalentes et à additionner des fractions avec des dénominateurs différents, mais dont l'un est le multiple de l'autre.

3.3.4 Phase IV : Contrôle à court et à long terme

Les mêmes procédures de l'évaluation initiale ont été reprises pour la réalisation de cette quatrième phase.

La passation de l'épreuve "quantification des probabilités" a été effectuée par l'expérimentateur et un assistant, en situation individuelle d'interview. Durant ce temps, le test pédagogique des fractions, le test de compréhension écrite de problèmes correspondants et le questionnaire d'intérêt, regroupés en seul document, ont été soumis collectivement à la classe sous la supervision du titulaire régulier.

En ce qui concerne le même contrôle, mais à long terme, les procédures ont différé de l'évaluation lors du prétest et du premier post-test, étant donné, en début de septembre, la répartition d'un classement dans plusieurs écoles secondaires de la région de Chicoutimi.

La dernière étape de la réalisation de cette phase de contrôle a pu être effectuée d'après une convocation écrite adressée aux parents des élèves antérieurement impliqués par l'expérience. Or tous n'ont pas répondu à cette convocation. Tous les sujets du groupe expérimental (groupe A) ont accepté de participer à cette dernière phase de contrôle, tandis que seulement quatre sujets du groupe A' et dix sujets du groupe B ont répondu à cette convocation.

3.4 TRAITEMENT DES DONNÉES

La démarche utilisée pour traiter les résultats obtenus aux différentes épreuves de performance dans la construction de la notion de proportion, de l'intérêt pour la mathématique et de la qualité de la langue mathématique suppose des aspects quantitatifs et qualitatifs d'analyse pour la vérification des trois hypothèses que nous avons formulées à cet effet.

3.4.1 Analyse quantitative

L'aspect quantitatif de l'analyse des résultats concernait en premier lieu l'observation de la différence intra-groupe des progrès réalisés à court et à long termes, par les sujets, lors des administrations successives des épreuves en ce qui concerne les deux premières hypothèses postulées.

Partant ainsi des scores établis, nous trouvons la moyenne obtenue par les sujets d'un groupe donné, ensuite nous appliquons le rapport t, d'après le test de Student, pour savoir s'il existe une différence significative entre les écarts observés à partir du prétest et du premier post-test, du premier et du second post-tests, du prétest et du second post-test.

Cette analyse de type quantitatif s'est effectuée, en second lieu, de manière à analyser les résultats de la vérification de la première et de la seconde hypothèses en vérifiant la signification statistique des différences inter-groupes observées à court et à long termes, donc entre le groupe expérimental (groupe A), les autres sujets de la même classe (groupe A') et les sujets de la classe B (groupe B).

3.4.2 Analyse qualitative

Les aspects qualitatifs retenus pour l'analyse des résultats réfèrent essentiellement à la troisième hypothèse formulée au chapitre précédent concernant une meilleure qualité de la langue mathématique.

Cette analyse porte sur plusieurs observations que nous avons recueillies lors de chacune des séances de l'expérimentation de la didactique avec les six sujets du groupe expérimental (groupe A).

Rappelons que la nature de ces observations, eu égard à la qualité de la langue mathématique, est définie d'après la démarche qu'utilise chacun des sujets pour construire la notion de proportion soit dans les activités de manipulation, de représentation imagée ou idéogrammique, de même que selon l'utilisation spontanée du langage.

Cet aspect qualitatif de l'analyse des résultats comporte un avantage important, celui de formuler comment la didactique constructiviste permet d'accroître la performance et l'intérêt.

CHAPITRE IV

Présentation et analyse des résultats

Ce chapitre fait état des résultats obtenus et de leur analyse pour chacune des hypothèses formulées au chapitre précédent.

La première partie porte sur la vérification de la première hypothèse, la seconde, sur celle de la deuxième hypothèse et la dernière, sur celle de la troisième hypothèse.

4.1 VÉRIFICATION DE LA PREMIÈRE HYPOTHÈSE

La première hypothèse concerne la performance dans la construction de la notion de proportion. Sa formulation, au chapitre précédent, stipule que la didactique constructiviste permet un accroissement à court et à long termes de la performance dans la construction de la notion de proportion lorsque, en situation de groupe, elle est particulièrement axée sur la démarche des sujets peu performants impliqués.

Nous utiliserons, pour vérifier cette première hypothèse, les résultats obtenus à court et à long termes par les sujets du groupe expérimental (groupe A) à l'épreuve "quantification des probabilités" dont la performance est reliée au niveau de raisonnement dans la construction de la notion de proportion. Nous utiliserons également les résultats obtenus au test pédagogique des fractions, relativement à la performance dans la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions et à la compréhension écrite de problèmes comme extension à ce test.

Afin de vérifier ensuite si, sous l'effet de la didactique constructiviste, les progrès réalisés par le groupe expérimental (groupe A) ont permis à ceux-ci un réajustement significatif de leur performance par rapport à leurs collègues de la même classe qui n'ont pas participé à l'expérience mais qui, tout comme les sujets du groupe expérimental, ont poursuivi leur enseignement régulier, nous procéderons à la comparaison inter-groupe des résultats.

4.1.1 Performance reliée au niveau de raisonnement dans la construction de la notion de proportion.

Les résultats de la performance reliée au niveau de raisonnement dans la construction de la notion de proportion réfèrent essentiellement à ceux que nous avons recueillis aux différents moments de la passation de l'épreuve "quantification des probabilités", soit initialement au prétest; à court terme, au premier post-test; à long terme, au second post-test. La répartition de ces résultats est présentée à l'Appendice C du présent document.

De la moyenne des résultats obtenus à chacun des moments de la passation de cette épreuve, nous avons ensuite procédé à une analyse de type intra-groupe afin de vérifier si l'écart entre ces résultats est significatif d'après les conditions d'application de loi de Student.

Le tableau 1 indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) aux différents moments de la passation de l'épreuve "quantification des probabilités". Il indique également l'écart-type et la signification statistique de la différence entre la moyenne des résultats obtenus au prétest et au premier post-test, au premier et au second post-tests, au prétest et au second post-test.

Ces indications démontrent que l'écart observé entre le prétest et le premier post-test, de même qu'entre le premier et le second post-tests n'est pas significatif ($P > 0,05$). Cet écart est cependant significatif ($P < 0,05$) lorsque les résultats sont comparés entre le prétest et le second post-test.

TABLEAU 1

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe expérimental (groupe A) à l'épreuve "quantification des probabilités ".

	Moyenne	Écart-type	Nombre de sujets	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	1,42	0,492	6		0,126
Post-test 1	2,17	0,983	6	1,67	(P> 0,05)
Post-test 1	2,17	0,983	6		0,347
Post-test 2	2,83	1,329	6	0,99	(P> 0.05)
Prétest	1,42	0,492	6		0,034
Post-test 2	2,83	1,329	6	2,45	(P< 0,05) *

* significatif au seuil $\partial = 0,05$

Sur le plan de l'analyse statistique, l'ensemble de ces résultats ne nous permet pas de conclure qu'il y a eu un progrès significatif de la performance à court terme, soit une semaine après l'expérimentation de la didactique auprès de ce groupe, ni durant la période des vacances scolaires au cours de laquelle aucune intervention n'a été effectuée.

Les résultats obtenus toutefois à partir de l'écart observé entre le prétest et le second post-test, nous permettent de conclure qu'il y a eu, à long terme, un progrès significatif de la performance reliée au niveau de raisonnement dans la construction de la notion de proportion. Il s'agit de la période qui inclut, parallèlement à l'enseignement régulier reçu, l'expérimentation de la didactique auprès de ce groupe et les vacances scolaires.

4.1.2 Performance dans la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions.

Cet aspect de l'étude de la performance dans la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions réfère aux résultats obtenus au "test pédagogique des fractions". L'ensemble de ces résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) est présenté à l'Appendice C.

Afin de vérifier si l'écart entre ces résultats est significatif, nous avons procédé à une analyse statistique de type intra-groupe.

Le tableau 2 indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) aux différents moments de la passation du test pédagogique des fractions. Il indique également l'écart-type, le rapport t et la signification statistique de la différence entre les moyennes obtenues au prétest et au premier post-test, au premier et au second post-tests, au prétest et au second post-test.

Ces indications démontrent que l'écart observé entre le prétest et le premier post-test est significatif ($P \leq 0,05$) et que l'écart entre le prétest et le second post-test l'est également ($P < 0,01$. Cet écart n'est cependant pas significatif lorsque les résultats sont comparés entre le premier et second post-tests ($P > 0,05$).

TABLEAU 2

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe expérimental (groupe A) au test pédagogique des fractions.

	Moyenne	Écart-type	Nombre de sujets	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	8,5	2,739	6		0,05
Post-test 1	16,0	7,950	6	2,18	(P≤ 0,05) *
Post-test 1	16,0	7,950	6		0,636
Post-test 2	18,0	6,132	6	0,49	(P> 0.05)
Prétest	8,5	2,739	6		0,006
Post-test 2	18,0	6,132	6	3,47	(P< 0,01) **

* significatif au seuil $\partial = 0,05$

** significatif au seuil $\partial = 0,01$

Cet aspect de l'analyse nous permet donc de conclure qu'il y a eu un progrès significatif de la performance à court terme, soit une semaine après l'expérimentation de la didactique auprès du groupe expérimental (groupe A), et que ce progrès s'est maintenu à long terme ($P < 0,01$) soit jusqu'à la nouvelle rentrée scolaire au secondaire, deux mois après l'expérience.

4.1.3 Performance dans la compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

La répartition des résultats obtenus initialement, à court et à long termes par les sujets du groupe expérimental (groupe A) au test de compréhension écrite des problèmes sur les fractions est présentée à l'Appendice C du présent document.

Afin de vérifier si l'écart observé entre ces résultats démontre significativement une amélioration de la performance dans la compréhension écrite de problèmes sur les fractions, nous avons effectué une analyse de type intra-groupe.

Le tableau 3 indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) aux différents moments de la passation du test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions. Il indique également l'écart-type, le rapport t et la signification statistique de la différence entre les moyennes des résultats obtenus au prétest et au premier post-test, au premier et au second post-tests, au prétest et au second post-test.

TABLEAU 3

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe expérimental (groupe A) au test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

	Moyenne	Écart-type	Nombre de sujets	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	5,33	2,137	6		0,185
Post-test 1	7,83	3,737	6	1,42	(P> 0,05)
Post-test 1	7,83	3,737	6		0,850
Post-test 2	8,25	3,684	6	0,19	(P> 0,05)
Prétest	5,33	2,137	6		0,124
Post-test 2	8,25	3,684	6	1,68	(P>0,05)

D'après ces résultats, la différence entre les écarts observés aux différents moments de la passation de ce test n'est pas significative à court terme, ni à long terme, même avec une probabilité de 95% ($P > 0{,}05$). Ce qui signifie, d'après les conditions d'application de la loi de Student, qu'aucun progrès significatif n'a été enregistré par le groupe expérimental (groupe A) en ce qui concerne ce troisième volet de la performance étudiée, soit la compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

4.1.4 Synthèse des résultats obtenus par le groupe expérimental.

Le postulat de la première hypothèse que nous avons formulée précédemment se rapportait à trois volets de la performance: le niveau de raisonnement, la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions et la compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

L'analyse statistique de la moyenne des résultats obtenus à ces trois volets de la performance par les sujets du groupe expérimental (groupe A) confirme partiellement cette hypothèse selon laquelle la didactique constructiviste permet un accroissement à court et long termes de la performance dans la construction de la notion de proportion, lorsqu'elle est utilisée en situation de groupe et axée sur la démarche des sujets peu performants impliqués.

Cette analyse nous permet, en effet, de conclure que le niveau de raisonnement des sujets impliqués dans l'expérience s'est significativement accru à long terme. Elle nous permet également de confirmer une amélioration significative de la performance à court et à long termes dans la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions.

4.1.5 Résultats de la vérification de la première hypothèse.

Dans cette partie du travail, notre analyse concerne les résultats de la vérification de la première hypothèse. Il s'agit de comparer les écarts observés entre les groupes afin de déterminer si les progrès réalisés par le groupe expérimental (groupe A) sont significatifs ou non par rapport à ceux des autres groupes (groupe A' et groupe B).

4.1.5.1 Comparaison des résultats avec le groupe A'.

Volet 1: performance reliée au niveau de raisonnement

La répartition des résultats obtenus initialement, à court et à long termes par les autres sujets (groupe A') de la même classe que le groupe expérimental à l'épreuve "quantification des probabilités" est présentée à l'Appendice C.

Afin de vérifier si les résultats obtenus par ce groupe (groupe A') sont significatifs ou non d'après la comparaison des moyennes au prétest et au premier post-test, au premier et au second post-tests, au prétest et au second post-test, nous avons effectué une analyse de type intra-groupe.

TABLEAU 4

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe A' à l'épreuve "quantification des probabilités ".

	Moyenne	Écart-type	Nombre de sujets	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	2,37	0,992	16		0,512
Post-test 1	2,625	1,133	16	0,66	(P>0,05)
Post-test 1	2,625	1,133	16		0,706
Post-test 2	2,875	1,315	4	0,38	(P>0,05)
Prétest	2,37	0,992	16		0,407
Post-test 2	2,875	1,315	4	0,85	(P>0,05)

Le tableau 4 indique la moyenne des résultats obtenus aux différents moments de la passation de l'épreuve "quantification des probabilités" par les sujets du groupe

A'. Ce tableau indique également l'écart-type, le rapport t et la signification statistique de la différence entre les moyennes obtenues.

Ces indications démontrent qu'il n'y pas de différences significatives (P > 0,05) à court terme, ni à long terme entre les différents moments de la passation de l'épreuve "quantification des probabilités" pour ce groupe.

Ce qui signifie qu'aucun progrès significatif n'a été enregistré en ce qui concerne la performance reliée au niveau de raisonnement dans la construction de la notion de proportion chez ce groupe (groupe A') qui n'a pas participé à l'expérimentation de la didactique.

La comparaison que nous avons effectuée entre les résultats obtenus par les sujets du groupe A et les sujets du groupe A', relativement à ce premier volet de la performance dans la construction de la notion de proportion, est présentée à partir du tableau 5.

Ce tableau indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) et celle des sujets du groupe qui le complète (groupe A') à l'épreuve "quantification des probabilités". Ce tableau indique également l'écart-type, le rapport t et la signification statistique de la différence entre les moyennes obtenues par chacun des deux groupes aux différents moments de la passation de cette épreuve, soit au prétest, au premier et au second post-tests.

TABLEAU 5

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus par les sujets des groupes A et A' à l'épreuve "quantification des probabilités ".

Test	Statistiques descriptives	Groupe A	Groupe A'	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	Moyenne	1,42	2,37		0,037
	Écart-type	0,492	0,992	2,24	(P<0,05) *
	Nombre de sujets	6	16		
Post-test 1	Moyenne	2,17	2,625		0,393
	Écart-type	0,983	1,133	0,87	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	16		
Post-test 2	Moyenne	2,833	2,875		0,962
	Écart-type	1,329	1,315	0,05	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	4		

* significatif au seuil ∂ = 0,05

Ces indications démontrent que l'écart observé entre les groupes est initialement significatif (P < 0,05), soit lors du prétest, en ce qui concerne le niveau de raisonnement sur la notion de proportion. Cet écart n'est toutefois plus significatif lorsque la comparaison entre les groupes s'effectue au premier et au second post-tests (P > 0,05). Ce qui signifie, sur le plan statistique, que les progrès réalisés par les sujets du groupe expérimental (groupe A) ont permis à ceux-ci de rejoindre la performance de leurs collègues (groupe A') à court et à long termes malgré, au départ, une différence commune significative en ce qui concerne le niveau de raisonnement sur la notion de proportion.

Volet 2: performance dans la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions.

Les résultats obtenus à court et à long termes par les sujets du groupe A' au test pédagogique des fractions sont présentés à l'Appendice C.

Afin de vérifier si l'écart entre les résultats obtenus par ce groupe (groupe A') démontre significativement une amélioration de la performance entre le prétest et le premier post-test, entre le premier et le second post-tests, entre le prétest et le second post-test concernant la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions, nous avons effectué une analyse de type intra-groupe.

Le tableau 6 indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe A' aux différents moments de la passation du test pédagogique des fractions. Il indique également l'écart-type, le rapport t et la signification statistique de la différence des moyennes entre le prétest et le premier post-test, entre le premier et le second post-tests, entre le prétest et le second post-test.

D'après les indications de ce tableau (tableau 6), la différence entre les moyennes des résultats obtenus par les sujets du groupe A' aux différents moments de la passation du test pédagogique des fractions n'est pas significative à court terme, ni à long terme ($P > 0,05$).

TABLEAU 6

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe A' au test pédagogique des fractions.

	Moyenne	Écart-type	Nombre de sujets	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	19,375	5,149	16		0,574
Post-test 1	20,5	6,011	16	0,57	(P>0,05)
Post-test 1	20,5	6,011	16		0,675
Post-test 2	19,0	7,528	4	0,43	(P>0,05)
Prétest	19,375	5,149	16		0,906
Post-test 2	19,0	7,528	4	0,12	(P>0,05)

Ce qui signifie qu'aucun progrès significatif n'a été réalisé par ce groupe (groupe A') en ce qui concerne la performance dans la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions. L'enseignement régulier reçu ne leur a pas permis d'améliorer significativement cette performance à court terme, soit de la mi-mai à la fin juin, ni même à long terme, puisque, au retour des vacances scolaires, la moyenne des résultats obtenus au second post-test (x=19,0) était inférieure à celle du prétest (x=19,375) et du second post-test (x=20,5).

Afin de vérifier si les progrès réalisés par les sujets du groupe expérimental (groupe A) ont permis à ceux-ci de se réajuster suffisamment pour rejoindre la performance moyenne des autres sujets de la même classe (groupe A'), nous avons effectué une analyse de type inter-groupe.

TABLEAU 7

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus par les sujets des groupes A et A' au test pédagogique des fractions.

Test	Statistiques descriptives	Groupe A	Groupe A'	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	Moyenne	8,5	19,375		0,000
	Écart-type	2,739	5,149	4,87	(P<0,001)*
	Nombre de sujets	6	16		
Post-test 1	Moyenne	16,0	20,5		0,167
	Écart-type	7,95	6,011	1,44	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	16		
Post-test 2	Moyenne	18,0	19,0		0,823
	Écart-type	6,132	7,528	0,23	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	4		

* significatif au seuil ∂ = 0,001

Le tableau 7 démontre, qu'en effet, ce réajustement a été possible à court et à long termes. En comparant ainsi la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) à celle des sujets du groupe A' aux différents moments de la passation du test pédagogique des fractions, nous pouvons remarquer une différence significative initiale entre les groupes (P < 0,001). La moyenne des résultats obtenus initialement par les sujets du groupe A' est en effet plus que le double de celle des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A).

Cette différence n'est toutefois plus significative entre les groupes lorsque les comparaisons sont effectuées au premier et au second post-tests (P > 0,05). Ce qui confirme encore une fois une partie de notre hypothèse initiale, puisque les progrès réalisés à court et à long termes par les sujets du groupe expérimental (groupe A) ont permis à ces derniers de rejoindre la performance moyenne de leurs collègues (groupe A') suite à l'expérimentation de la didactique et de la maintenir à long terme.

Volet 3: performance dans la compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

La répartition des résultats obtenus initialement, à court et à long termes par les sujets du groupe A' au test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions est présentée à l'Appendice C.

Afin de vérifier si ces résultats sont significatifs lorsqu'il s'agit de comparer les moyennes des résultats obtenus pour chacune des passations du test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions, nous avons effectué une analyse de type intra-groupe.

Le tableau 8 indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe A' aux différents moments de la passation du test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions. Il indique également l'écart-type, le rapport t et la signification statistique de la différence entre la moyenne des résultats obtenus au prétest et au premier post-test, au premier et au second post-tests, au prétest et au second post-test.

TABLEAU 8

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe A' au test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

	Moyenne	Écart-type	Nombre de sujets	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	9,03	2,778	16		0,315
Post-test 1	10,22	3,728	16	1,02	(P>0,05)
Post-test 1	10,22	3,728	16		0,988
Post-test 2	10,25	2,843	4	0,02	(P>0,05)
Prétest	9,03	2,778	16		0,445
Post-test 2	10,25	2,843	4	0,78	(P>0,05)

Ces indications démontrent que les écarts observés à court et à long termes par le groupe A' ne sont pas significatifs par rapport à la passation initiale du test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions. Ce qui signifie qu'aucun progrès significatif n'a été enregistré par ce groupe sur la performance dans la compréhension écrite de problèmes sur les fractions, ni à partir de l'enseignement régulier reçu dans la période comprise entre le prétest et le premier post-test, ni au cours de la période des vacances scolaires, ni au cours de ces deux périodes inclusivement.

Ainsi, aucun progrès significatif n'a été réalisé par les sujets du groupe expérimental (groupe A) et par les autres sujets de la même classe (groupe A') relativement à ce troisième volet de la performance dans la construction de la notion de proportion, étudiée par le biais d'un test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

Afin de vérifier s'il existe à ce niveau des différences entre les groupes A et A', nous avons effectué une analyse de type inter-groupe.

D'après les indications et les résultats que nous fournit le tableau 9, nous pouvons constater, tout comme l'analyse des volets précédents de la performance, qu'une différence significative initiale a été enregistrée (P < 0,01), mais qu'à court et à long termes, cette différence n'est plus significative (P > 0,05).

TABLEAU 9

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus par les sujets des groupes A et A' au test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

Test	Statistiques descriptives	Groupe A	Groupe A'	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	Moyenne	5,33	9,03		0,008
	Écart-type	2,137	2,778	2,93	(P<0,01)*
	Nombre de sujets	6	16		
Post-test 1	Moyenne	7,83	10,22		0,197
	Écart-type	3,737	3,728	1,34	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	16		
Post-test 2	Moyenne	8,25	10,25		0,388
	Écart-type	3,684	2,843	0,91	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	4		

* significatif au seuil ∂ = 0,01

4.1.5.2 Comparaison des résultats avec le groupe B.

Volet 1: performance dans la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions.

La répartition des résultats obtenus initialement, à court et à long termes par les sujets du groupe B à l'épreuve "quantification des probabilités", est présentée à l'Appendice C.

Afin de vérifier si ces résultats sont significatifs lorsqu'il s'agit de comparer les moyennes obtenues pour chacune des passations de cette épreuve, nous avons effectué une analyse de type intra-groupe.

TABLEAU 10

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe B à l'épreuve "quantification des probabilités ".

	Moyenne	Écart-type	Nombre de sujets	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	2,125	0,93	20		0,920
Post-test 1	2,725	1,568	20	0,10	(P>0,05)
Post-test 1	2,725	1,568	20		0,196
Post-test 2	3,20	2,098	10	1,33	(P>0,05)
Prétest	2,125	0,93	20		0,247
Post-test 2	3,20	2,098	10	1,18	(P>0,05)

Le tableau 10 indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe B aux différents moments de la passation de l'épreuve "quantification des probabilités". Il indique également l'écart-type, le rapport t et la signification statistique de la différence entre les moyennes obtenues au prétest et au premier post-test, au premier et au second post-tests, au prétest et au second post-test.

Ces résultats démontrent que les écarts observés à court et à long termes ne sont pas significatifs par rapport à la passation initiale de l'épreuve pour ce groupe (groupe B). Ce qui signifie qu'aucun progrès significatif n'a été enregistré par ce groupe sur la performance reliée au niveau de raisonnement dans la construction de la notion de proportion. Les résultats obtenus ne démontrent pas, en effet, que l'enseignement régulier reçu en mathématique a permis une amélioration significative du raisonnement à court et à long termes.

Afin de vérifier s'il existe à ce niveau des différences significatives entre le groupe A et le groupe B, nous avons procédé, à partir du tableau 11, à une analyse de type inter-groupe.

D'après les indications et les résultats que nous fournit le tableau 11, nous pouvons constater qu'aucune différence significative, même initiale, n'a été enregistrée concernant ce premier volet de la performance dans la construction de la notion de proportion entre le groupe expérimental (groupe A) et le groupe B.

TABLEAU 11

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus par les sujets des groupes A et B à l'épreuve "quantification des probabilités".

Test	Statistiques descriptives	Groupe A	Groupe B	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	Moyenne	1,417	2,125		0,089
	Écart-type	0,492	0,930	1,77	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	20		
Post-test 1	Moyenne	2,167	2,725		0,421
	Écart-type	0,983	1,568	0,82	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	20		
Post-test 2	Moyenne	2,833	3,2		0,708
	Écart-type	1,329	2,098	0,38	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	10		

Volet 2: performance dans la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions.

La répartition des résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe B au test pédagogique des fractions est présentée à l'Appendice C.

Afin de vérifier si ces résultats sont significatifs lorsqu'il s'agit de comparer les moyennes obtenues pour chacune des passations de ce test, nous avons effectué une analyse de type intra-groupe.

TABLEAU 12

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe B au test pédagogique des fractions.

	Moyenne	Écart-type	Nombre de sujets	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	22,25	4,678	20		0,268
Post-test 1	24,00	5,150	20	1,12	(P>0,05)
Post-test 1	24,00	5,150	20		0,611
Post-test 2	25,00	4,714	10	0,51	(P>0,05)
Prétest	22,25	4,678	20		0,141
Post-test 2	25,00	4,714	10	1,51	(P>0,05)

D'après les indications et les résultats que nous fournit le tableau 12, nous pouvons constater qu'aucùn progrès significatif n'a été enregistré par les sujets du groupe B relativement à ce second volet de la performance dans la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions.

Ces résultats ne démontrent pas, en effet, que l'enseignement régulier reçu en mathématique a permis une amélioration significative de la performance, même si la moyenne est supérieure au premier post-test (x=24,0) par rapport au prétest (x=22,25), ainsi qu'au second post-test (x=25,0).

Afin de vérifier s'il existe à ce niveau des différences significatives entre les résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) et les sujets du *groupe B, nous avons procédé à une analyse de type inter-groupe.*

Le tableau 13 indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) et du groupe B au test pédagogique des fractions. Il indique également la signification statistique de la différence entre les moyennes de chacun des groupes au différents moments de la passation du test, soit au prétest, au premier et au second post-tests.

TABLEAU 13

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus par les sujets des groupes A et B au test pédagogique des fractions.

Test	**Statistiques descriptives**	**Groupe A**	**Groupe B**	**Rapport t**	**Niveau de signification**
Prétest	Moyenne	8,5	22,25		0,000
	Écart-type	2,739	4,678	6,80	(P<0,001) *
	Nombre de sujets	6	20		
Post-test 1	Moyenne	16,0	24,0		0,007
	Écart-type	7,95	5,15	2,94	(P<0,01) * *
	Nombre de sujets	6	20		
Post-test 2	Moyenne	18,0	25,0		0,022
	Écart-type	6,132	4,714	2,57	(P<0,05)
	* * *				
	Nombre de sujets	6	10		

* significatif au seuil ∂ = 0,001
* * significatif au seuil ∂ = 0,01
* * * significatif au seuil ∂ = 0,05

D'après les indications et les résultats que nous fournit ce tableau (tableau 13), l'écart observé entre les groupes est en tout temps significatif. Le niveau de signification enregistré au prétest (P < 0,001) est toutefois inférieur à celui du premier post-test (P <0,01) et l'est encore davantage au second post-test (P < 0,05).

Du point de vue statistique, cette analyse démontre que l'écart initial entre les groupes était significatif et qu'il s'est maintenu à court et à long termes en ce qui concerne ce deuxième volet de la performance, étudié d'après les résultats obtenus au test pédagogique des fractions.

Volet 3: Performance dans la compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

La répartition des résultats obtenus par les sujets du groupe B au test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions est présentée à l'Appendice C.

Afin de vérifier si les résultats obtenus par ce groupe sont significatifs lorsqu'il s'agit de comparer les moyennes pour chacune des passations de ce test, nous avons effectué une analyse de type intra-groupe (tableau 14).

Le tableau 14 indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe B aux différents moments de la passation du test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions. Il indique également l'écart-type et le niveau de signification du rapport t appliqué à ces résultats lorsqu'ils sont comparés entre le prétest et le premier post-test, entre le premier et le second post-tests, entre le prétest et le second post-test.

TABLEAU 14

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe B au test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

	Moyenne	Écart-type	Nombre de sujets	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	8,2	3,469	20		0,73
Post-test 1	10,125	3,128	20	1,84	(P>0,05)
Post-test 1	10,125	3,128	20		0,220
Post-test 2	11,5	2,068	10	1,25	(P>0,05)
Prétest	8,2	3,469	20		0,010
Post-test 2	11,5	2,068	10	2,76	(P≤0,01) *

* significatif au seuil ∂ = 0,01

D'après ces indications, il n'y a pas de différence significative (P > 0,05) entre les résultats obtenus lors du prétest par rapport à ceux du premier post-test, ni entre ceux du premier et du second post-tests. La seule différence significative enregistrée (P ≤0,01) est celle dont la comparaison s'effectue entre le prétest et le second post-test.

Afin de vérifier s'il existe, à ce niveau, une différence significative entre les résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) et ceux du groupe B, nous avons effectué une analyse de type inter-groupe (tableau 15).

TABLEAU 15

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus par les sujets des groupes A et B au test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

Test	Statistiques descriptives	Groupe A	Groupe B	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	Moyenne	5,33	8,2		0,069
	Écart-type	2,137	3,469	1,90	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	20		
Post-test 1	Moyenne	7,83	10,125		0,145
	Écart-type	3,737	3,128	1,51	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	20		
Post-test 2	Moyenne	8,25	11,5		0,039
	Écart-type	3,684	2,068	2,28	(P<0,05) *
	Nombre de sujets	6	10		

* significatif au seuil ∂ = 0,05

Le tableau 15 indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) et du groupe B au test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions. Il indique égalèment la signification statistique de la différence entre les résultats moyens obtenus par chacun des deux groupes aux différents moments de la passation du test, soit au prétest, au premier et au second post-tests.

D'après les résultats et les indications que nous fournit ce tableau (tableau 15), l'écart observé entre les groupes n'est pas significatif au prétest ($P > 0,05$) ni au second post-test. La seule différence significative enregistrée se situe au second post-test ($P < 0,05$).

Dans l'ensemble, l'analyse des résultats obtenus par les sujets du groupe B nous a permis sommairement de constater, parmi les trois volets que nous avons étudiés relativement à la performance sur la construction de la notion de proportion, que les seuls progrès significatifs enregistrés se situent à long terme par rapport au test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

De même, l'analyse des résultats obtenus entre les sujets du groupe expérimental (groupe A) et les sujets du groupe B nous a permis de constater, relativement au premier volet étudié sur la performance, qu'aucune différence significative n'a été enregistrée à l'épreuve "quantification des probabilités ".

En ce qui concerne le second volet, nous avons pu constater que l'écart entre les deux groupes était en tout temps significatif au test pédagogique des fractions. La possibilité que cet écart soit effectivement significatif est évaluée cependant à 99,9% pour le prétest, à 99% pour le premier post-test, et à 95% pour le second post-test.

En ce qui concerne finalement le troisième volet, l'analyse statistique nous a permis de vérifier, qu'à long terme, il existe une différence significative entre les groupes ($P < 0,05$), soit d'après la comparaison des résultats obtenus au second post-test du test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

4.2 VÉRIFICATION DE LA DEUXIÈME HYPOTHÈSE

La seconde hypothèse concerne l'intérêt pour la mathématique. Sa formulation, au deuxième chapitre stipule que la didactique constructiviste permet d'accroître l'intérêt lorsque, en situation de groupe, elle est particulièrement axée sur la démarche des sujets peu performants impliqués.

4.2.1 Résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental.

La répartition des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) aux différents moments de la passation du questionnaire d'intérêt est présentée à l'Appendice C du présent document.

Une analyse de type intra-groupe a été effectuée afin de vérifier si ces résultats sont significatifs lorsqu'il s'agit de comparer les moyennes obtenues entre le prétest et le premier post-test, entre le premier et le second post-tests, entre le prétest et le second post-test (tableau 16).

Le tableau 16 indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) aux différents moments de la passation du questionnaire d'intérêt. Il indique également l'écart-type et le niveau de signification du rapport t appliqué à ces résultats.

Nous pouvons constater, d'après l'analyse que nous avons effectuée, qu'il n'y a pas de différence significative (P > 0,05) entre le niveau d'intérêt initial et le niveau d'intérêt au premier post-test. Malgré une moyenne au premier post-test (x = 54,67) inférieure à celle du prétest (x = 60,67), cette diminution de l'intérêt n'est pas significative. Lorsque la comparaison s'effectue toutefois entre le premier et le second post-tests, nous pouvons constater que la différence est effectivement significative (P < 0,02). L'écart observé correspond à la période comprise entre la fin de l'année scolaire en cours, soit en juin, et la reprise de la suivante, en septembre. En effet, la moyenne obtenue au second post-test est significativement supérieure à celle du premier post-test.

TABLEAU 16

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe expérimental (groupe A) au questionnaire d'intérêt.

	Moyenne	Écart-type	Nombre de sujets	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	60,67	12,894	6		0,371
Post-test 1	54,67	8,914	6	0,94	(P>0,05)
Post-test 1	54,67	8,914	6		0,017
Post-test 2	68,00	7,043	6	2,87	(P<0,02) *
Prétest	60,67	12,894	6		0,250
Post-test 2	68,00	7,043	6	1,22	(P>0,05)

* significatif au seuil ∂ = 0,02

D'après les résultats obtenus ensuite entre le prétest et le second post-test, la différence des moyennes n'est pas significative (P > 0,05), même si la moyenne au second post-test est supérieure à celle du prétest.

Bref, l'ensemble de ces résultats démontrent une diminution non significative de l'intérêt à court terme, soit suite à l'expérimentation de la didactique, et une augmentation significative de l'intérêt dans la période comprise entre le premier et le second post-tests, soit à partir de la fin de l'année scolaire jusqu'à sa reprise en septembre. À long terme, soit la période de temps qui s'est déroulée entre l'évaluation initiale, en mai, et le début du secondaire, en septembre, l'accroissement observé du niveau d'intérêt n'est toutefois pas significatif.

4.2.2 Résultats de la vérification de la deuxième hypothèse.

Dans cette partie du travail, notre analyse concerne les résultats de la vérification de la seconde hypothèse relativement à l'intérêt pour la mathématique. Il s'agit de comparer les écarts entre les groupes afin de déterminer, entre eux, si le niveau moyen d'intérêt est significativement différent ou homogène. Nous comparerons d'abord les résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental (groupe A) à ceux de leurs collègues de la même classe (groupe A') et ensuite, à ceux des sujets de l'autre classe (groupe B).

4.2.2.1 Résultats obtenus par les sujets du groupe A' en comparaison avec ceux des sujets du groupe expérimental (groupe A).

La répartition des résultats obtenus par les sujets du groupe A au questionnaire d'intérêt est présentée à l'Appendice C du présent document.

Afin de vérifier si ces résultats sont significatifs pour le groupe A' lorsqu'il s'agit de comparer les différences moyennes obtenues entre le prétest et le premier post-test, entre le premier et le second post-tests, puis entre le prétest et le second post-test, nous avons effectué une analyse de type intra-groupe (tableau 17).

TABLEAU 17

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe A' au questionnaire d'intérêt.

	Moyenne	Écart-type	Nombre de sujets	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	70,5	9,784	16		0,265
Post-test 1	66,46	9,116	13	1,14	(P>0,05)
Post-test 1	66,46	9,116	13		0,256
Post-test 2	72,25	5,909	4	1,18	(P>0,05)
Prétest	70,5	9,784	16		0,739
Post-test 2	72,25	5,909	4	0,34	(P>0,05)

Le tableau 17 indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe A' aux différents moments de la passation du questionnaire d'intérêt. Il indique également, d'après le rapport t, le niveau de signification de la différence entre les moyennes obtenues au prétest et au premier post-test, au premier et au second post-tests, au prétest et au second post-test.

D'après les indications et les résultats relevés de ce tableau (tableau 17), aucune différence significative n'a été enregistrée par ce groupe (groupe A') au questionnaire d'intérêt. En effet, la moyenne des résultats obtenus au premier post-test (x= 67,42) n'est que légèrement inférieure par rapport au prétest (x = 71,19) et par rapport au second post-test (x = 72,25).

Cette analyse nous permet de conclure qu'aucune variation significative de l'intérêt n'a été enregistrée par ce groupe durant toute la période sur laquelle s'est effectuée notre étude.

Le tableau 18 réfère ensuite à la comparaison que nous avons effectuée entre ce groupe (groupe A') et le groupe expérimental (groupe A) concernant l'intérêt pour la mathématique.

Ce tableau (tableau 18) indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe A et les sujets du groupe A' aux différents moments de la passation du questionnaire d'intérêt. Il indique également l'écart-type, le rapport t et le niveau de signification de la différence entre les moyennes obtenues au prétest, au premier et au second post-tests.

D'après les indications et les résultats relevés de ce tableau (tableau 18), l'écart observé entre les groupes ne présente pas, au prétest, une différence significative (P > 0,05). Toutefois, l'écart observé au premier post-test indique que la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe A' est significativement supérieure à celle obtenue au même moment par les sujets du groupe expérimental (groupe A), compte tenu de la distribution des sujets et de l'écart-type. Ce qui signifie qu'à court terme, soit une semaine après l'expérimentation de la didactique, le niveau d'intérêt moyen observé chez le groupe A' est significativement supérieur par rapport à celui observé chez le groupe expérimental (groupe A). Ce niveau démontre cependant une certaine homogénéité lors de la passation initiale et finale du questionnaire.

TABLEAU 18

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus par les sujets des groupes A et A' au questionnaire d'intérêt.

Test	Statistiques descriptives	Groupe A	Groupe A'	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	Moyenne	60,67	70,5		0,068
	Écart-type	12,894	9,784	1,93	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	16		
Post-test 1	Moyenne	54,67	66,46		0,017
	Écart-type	8,914	9,116	2,64	(P<0,02) *
	Nombre de sujets	6	13		
Post-test 2	Moyenne	68,0	72,25		0,350
	Écart-type	7,043	5,909	0,99	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	4		

* significatif au seuil ∂ = 0,02

4.2.2.2 Résultats obtenus par les sujets du groupe B en comparaison avec ceux du groupe expérimental (groupe A).

La répartition des résultats obtenus par les sujets du groupe B aux différents moments de la passation du questionnaire d'intérêt est présentée à l'Appendice C du présent document. Afin de vérifier si, pour ce groupe, la variation des moyennes obtenues est significative entre le prétest et le premier post-test, entre le premier et le second post-tests, entre le prétest et le second post-test, nous avons effectué une analyse de type intra-groupe (tableau 19).

TABLEAU 19

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus au prétest, au premier et au second post-tests par les sujets du groupe B au questionnaire d'intérêt.

	Moyenne	Écart-type	Nombre de sujets	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	63,6	10,787	20		0,978
Post-test 1	63,5	12,063	20	0,03	(P>0,05)
Post-test 1	63,5	12,063	20		0,266
Post-test 2	68,3	7,945	10	1,14	(P>0,05)
Prétest	63,6	10,787	20		0,233
Post-test 2	68,3	7,945	10	1,22	(P>0,05)

Le tableau 19 indique la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe B aux différents moments de la passation du questionnaire d'intérêt. Il indique également l'écart-type, le rapport t et le niveau de signification de la différence entre les moyennes obtenues au prétest et au premier post-test, au premier et au second post-tests, puis au prétest et au second post-test.

D'après ce tableau (tableau 19), nous pouvons constater que la variation des résultats obtenus par les sujets du groupe B ne comporte pas suffisamment d'écarts pour conclure qu'il existe des différences significatives à court et à long termes.

En effet, aucun résultat significatif n'a pu être enregistré par ce groupe (groupe B) tout au long de la durée de notre étude relativement à leur intérêt porté à la mathématique.

TABLEAU 20

Moyenne, écart-type et rapport t concernant la différence entre les résultats obtenus par les sujets des groupes A et B au questionnaire d'intérêt.

Test	Statistiques descriptives	Groupe A	Groupe B	Rapport t	Niveau de signification
Prétest	Moyenne	60,67	63,6		0,581
	Écart-type	12,894	10,787	0,56	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	20		
Post-test 1	Moyenne	54,67	63,5		0,111
	Écart-type	8,914	12,063	1,65	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	20		
Post-test 2	Moyenne	68,0	68,30		0,940
	Écart-type	7,043	7,945	0,08	(P>0,05)
	Nombre de sujets	6	10		

Le tableau 20 réfère à la comparaison que nous avons effectuée entre ce groupe (groupe B) et le groupe expérimental (groupe A) relativement à leur intérêt pour la mathématique. Ce tableau indique la moyenne des résultats obtenus par chacun de ces groupes aux différents moments de la passation du questionnaire d'intérêt, soit au prétest, au premier et au second post-tests. Il indique également, selon la distribution des sujets, l'écart-type, le rapport t et le niveau de signification de la différence entre les moyennes.

D'après ce tableau (tableau 20), nous pouvons constater qu'aucune différence significative ($P > 0{,}05$) n'a été enregistrée entre ces deux groupes relativement à leur niveau moyen d'intérêt pour la mathématique.

4.3 VÉRIFICATION DE LA TROISIÈME HYPOTHÈSE

La troisième hypothèse que nous avons formulée au deuxième chapitre s'énonçait comme suit: la didactique constructiviste permet une meilleure qualité de la langue mathématique lorsque, en situation de groupe, elle est particulièrement axée sur la démarche de chacun des sujets peu performants impliqués.

Parmi les facteurs qui, d'après Auger (1988), peuvent influencer la construction de la langue mathématique, nous pouvons inclure ceux que nous avons précédemment étudiés pour vérifier la première et la seconde hypothèses, c'est-à-dire le niveau de raisonnement, la performance dans la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions ainsi que la compréhension écrite de problèmes correspondants et le niveau d'intérêt pour la mathématique. Ce qui implique, tout en s'imbriquant les uns aux autres, une certaine qualité de la langue maternelle, une connaissance du sens des éléments nécessaires à la représentation graphique et une mobilité des opérations actives. Nous qualifions également l'intérêt comme étant l'une des manifestations de l'état de l'affectivité.

Or, plusieurs aspects quantitatifs de l'analyse statistique précédente nous ont permis de constater que, lorsqu'elle est utilisée en situation de groupe et particulièrement axée sur la démarche de chacun des sujets peu performants impliqués, la didactique constructiviste permet un accroissement à long terme de la performance sur la construction de la notion de proportion (d'après les trois volets que nous avons étudiés et qui sont cités au paragraphe précédent) et qu'après coup, elle génère un regain de l'intérêt pour la mathématique.

Il est possible de déduire finalement, et d'une manière implicite, que ceci résulte d'une meilleure qualité de langue mathématique dans la construction de la notion de proportion, c'est-à-dire une meilleure performance au niveau du raisonnement et de la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions. Nous ne pouvons cependant penser si vite à une telle conclusion sans une analyse de la démarche qu'ont utilisée chacun des sujets impliqués pour construire cette notion.

Afin de vérifier, d'une manière plus explicite, comment l'utilisation d'une didactique de type constructiviste permet effectivement une meilleure qualité de la langue mathématique sur la construction de la notion de proportion, nous utiliserons plusieurs observations que nous avons relevées au cours de l'expérimentation de la didactique, en essayant de cerner plus particulièrement un autre de ces facteurs, celui de la connaissance du sens des éléments nécessaires à la représentation graphique. Précisons qu'il s'agit pour J. Auger (1988) d'un facteur qui nécessite, pour que la langue soit de mieux en mieux construite, une différenciation progressive de sens en se rapportant toujours au contexte d'utilisation des notions ou opérations en jeu.

Nous procéderons ainsi, pour vérifier cette troisième hypothèse, selon une analyse qualitative de type descriptive axée sur la démarche utilisée par chacun des sujets impliqués pour construire la notion de proportion lors de chacune des séances constructivistes tenues pour fin d'expérimentation. Les activités de manipulation et de représentations proposées étant susceptibles de faire ressortir comment sont utilisés et compris les éléments nécessaires à la représentation graphique des notions ou opérations connexes en jeu.

4.3.1 Analyse de la première séance de l'expérimentation de la didactique.
(Annexe 1 de l'Appendice B)

L'analyse de la démarche utilisée par chacun des sujets du groupe expérimental a démontré, dès la première séance, que la notion de partage sous-jacente à la notion de proportion n'était pas construite de façon stable pour tous les sujets.

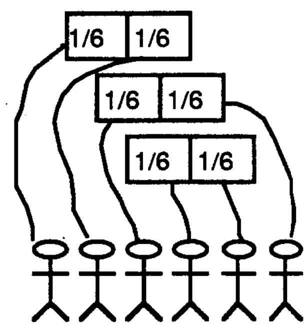
Pour le sujet 3 et le sujet 5, par exemple, on obtient des sixièmes lorsqu'il s'agit de partager, de façon égale, trois feuilles entre six personnes. Ce qu'ils étaient priés de faire entre eux.

La justification sur le plan idéogrammique de ce partage, pour le sujet 3, démontrait une nette hésitation dans le choix de l'opération utilisée quant aux rapports entre les parties et le tout, même s'il connaissait les procédés de simplification de la fraction.

SUJET 3 :

$$3 \div \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \div \frac{1}{1} = \frac{3}{2}$$

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \div \frac{1}{1} = \frac{1}{2}$$



Les sujets 4 et 6 ont correctement justifié cette opération de partage: trois feuilles séparées en deux donnent six demies.

SUJETS 4 et 6 :

$$6 \times \frac{1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ entiers}$$

Le sujet 2 a utilisé le principe de conservation pour justifier l'opération de partage en jeu.

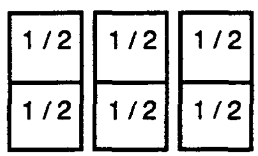
SUJET 2 :

"Si on prend toutes les demies et qu'on les colle ensemble, ça donne trois entiers."

Pour le sujet 1, le fait que chacun obtienne la moitié d'une feuille n'a pas posé de difficulté lorsqu'il s'agissait de représenter graphiquement cette situation à l'aide d'un dessin. C'est davantage au niveau de la représentation des opérations sous-jacentes à cette activité de manipulation que ce sujet a exprimé sa difficulté à comprendre ce les autres sujets avaient écrit et expliqué: 6 x 1/2 = 3 entiers.

SUJET 1 :

"Ce dessin-là, moi je suis d'accord. C'est ce calcul-là que je ne comprends pas".



$$6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ entiers}$$

Nous avons observé d'autres difficultés similaires pour le sujet 1 et le sujet 2 lorsqu'il s'agissait, pour eux, d'expliquer la démarche qu'ils avaient poursuivit afin de représenter, sur le plan imagée et idéogrammique,.l'opération consistant par exemple à prélever une ou plusieurs parties à un tout.

Pour le sujet 2, le fait d'enlever une demie à un entier donnait un et demie, comme si cette moitié du tout lui était ajoutée plutôt que soustraite. L'intervention interrogative utilisée à ce moment auprès du sujet 1 afin qu'il exprime ce que représentait pour lui une demie d'un tout, lui a permis progressivement de différencier qu'un entier, moins la demie de cet entier, donne une demie, sachant que **un et demie** était différent de **une demie** autant sur le plan verbal ou écrit que sur le plan imagée ou idéogrammique. Ce sujet a pu ensuite effectuer correctement l'opération de partage en jeu.

SUJET 2 :

$$1 - \frac{1}{2} \text{ reste } \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Quant au sujet 1, c'est au niveau de l'identification du tout que les difficultés ont été relevées. Pour ce sujet, le fait d'enlever six parties à un entier, initialement partagé en 12 parts égales, donnait une demie de **un douzième**. Il partait donc du fait que 12/12 s'exprimait par 1/12 en confondant ainsi la partie au tout.

4.3.2 Analyse de la deuxième séance de l'expérimentation de la didactique.

(Annexe 2 de l'Appendice B)

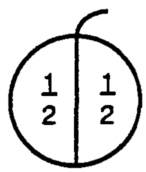
Cette séance référait essentiellement à des situations de partage avec des quarts. L'analyse de la démarche de chacun des sujets impliqués était difficilement accessible étant donné le peu de temps disponible alloué pour cette séance. Un enregistrement défectueux n'a pas permis non plus de relever le discours utilisé.

C'est surtout à partir d'une leçon que nous avions proposée de faire à la maison que nous avons pu vérifier le niveau des connaissances de chacun sur les situations expérimentées lors de cette deuxième séance.

Il s'agissait en fait d'écrire et de dessiner ce que nous avions fait lors de cette séance. Trois des six sujets impliqués ont effectué ce travail.

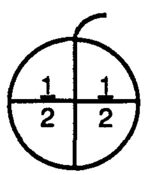
SUJET 2 :

"On avait une pomme, on l'a séparée en deux".



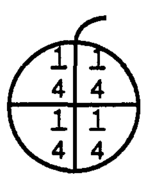
$\frac{2}{2}$

"Après, on a séparé les demies en deux".

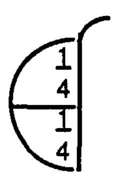


4 morceaux de $\frac{1}{4} = \frac{4}{4}$

"Combien y aurait-il de pommes, si on avait chacun 1/4?"



pour 4 personnes et

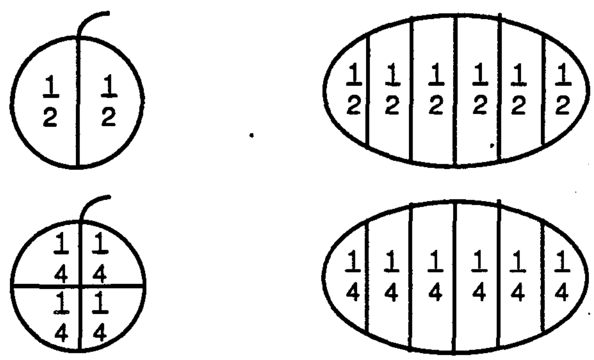


moitié d'une pomme

"Il faudrait une pomme et demie pour avoir chacun 1/4 (à partager en six)".

SUJET 3:

"Pour commencer, on a pris une pomme et on a fait des demies. Ensuite, on a demandé combien de demies il faudrait pour en avoir chacun un morceau pareil. Après, on a fait des quarts avec des demies et on a demandé ensuite combien de quarts il faudrait pour en avoir chacun un".



SUJET 6 :

"On a pris, pour commencer, une pomme. On l'a séparée en demies et après en quarts. On a pris une autre pomme, on a fait la même chose et on l'a partagée.

On a pris une pomme et on l'a séparée en demies, et on a posé cette question: comment ça prend de demies pour en avoir chacun une.

Comment ça prend de quarts pour en avoir chacun une?"

On a dit:

$$\frac{6}{2} = 3 \qquad \frac{6}{4} \text{ ou } 1\frac{1}{2}$$

Ces exemples démontrent que, pour les sujets 2 et 6, le partage en demies et en quarts est construit lorsqu'il s'agit de multiplier une partie sur deux ou une partie sur quatre par six. Le sujet 2 exprime correctement ces deux types de partage sur les plans verbal, imagé et idéogrammique. Le sujet 6 réussit à se représenter correctement les opérations sous-jacentes à cette situation sans avoir recours à la représentation imagée.

L'analyse de la démarche utilisée par le sujet 3 ne démontre pas, toutefois, les niveaux de construction observés chez les sujets 2 et 6. Il explique la situation, expose la question mais sans y répondre directement. Il a fait quelques tentatives de représentations erronées de la situation en incluant six demies ou six quarts dans un même tout.

4.3.3 Analyse de la troisième séance de l'expérimentation de la didactique.

(Annexe 3 de l'Appendice B)

Les items 1 et 2 de l'évaluation proposée lors de cette séance référaient aux différentes situations que nous avions proposées lors des séances précédentes.

Item 1:

Les sujets 2, 4 et 6 ont réussi l'item 1 en démontrant que 6 x 1/2 = 6/2 ou 3 entiers et que 6 x 1/4 = 6/4 ou un entier et demie.

Les sujets 1, 3 et 5 ont aussi réussi cet item, mais sans démontrer une justification exacte des opérations en jeu.

Item 2 :

Le sujet 1 a réussi correctement cet item.

Le sujet 2 a échoué deux des problèmes proposés:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{3}$$

Le sujet 3 a réussi correctement cet item.

Le sujet 4 a échoué un seul problème:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1\frac{2}{6}$$

Le sujet 5 a complètement échoué cet item en associant une fraction différente de l'image présentée.

Le sujet 6 a échoué un seul problème:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1\frac{2}{6}$$

Les items suivants référaient à plusieurs types d'opérations sur les fractions. Nous présenterons sommairement les réalisations de chacun des sujets.

SUJET 1:

Le sujet 1 n'a pas démontré qu'il était capable d'effectuer des comparaisons correctes de la valeur entre des fractions de mêmes dénominateurs, des demies avec des quarts ou des entiers avec soit des demies ou des quarts:

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{2} \quad ; \quad \frac{1}{2} > \frac{3}{4} \quad ; \quad \frac{4}{4} > \frac{4}{2}$$

$$1 > \frac{2}{2} \quad ; \quad 1 > \frac{3}{2}$$

Il n'a pu ordonner ainsi de telles fractions, ni effectuer aucune addition correcte:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad ; \quad \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{8}$$

$$1\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{9} \quad ; \quad 3 + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

SUJET 2 :

Le sujet 2 a été capable d'effectuer des comparaisons entre des fractions de mêmes dénominateurs, entre des demies et des quarts, mais n'a pas démontré une stabilité des réponses lorsqu'il s'agissait de comparer des entiers avec des fractions.

L'égalité entre 1 et 2/2 a été admise, mais pas entre 4/4 et 2/2, entre 4/2 et 2 entiers, ni entre 6/2 et 3 entiers. De plus, entre 3/2 et un entier, c'était l'entier qui était jugé supérieur.

Ainsi, il était difficile, pour ce sujet, d'ordonner entre elles des fractions incluant des quarts, des demies, des entiers, des entiers fractionnaires avec des demies ou des quarts.

Ce sujet n'a pu également effectuer aucune opération correcte sur les fractions. Seul le problème suivant a été réussi: 1 et 1/2 - 1 = 1/2. En ce qui concerne les autres problèmes, nous avons pu constater que les numérateurs, tout comme les dénominateurs, étaient soit additionnés ou soit soustraits, indifféremment s'il s'agissait de fractions avec mêmes dénominateurs ou avec dénominateurs différents.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{8} \; ; \quad \frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12}$$

Avec un entier et une fraction, le numérateur était associé à l'entier pour résoudre l'opération d'addition ou de soustraction en jeu:

$$3 + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} \; ; \quad 6 - \frac{2}{4} = \frac{4}{4}$$

Parfois le dénominateur prenait une valeur différente:

$$6 - \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

Lorsqu'il s'agissait de multiplier un entier avec une fraction, l'entier était associé à la fois au numérateur et au dénominateur, soit multiplié ou additionné:

$$3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{12} \; ; \quad 4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{6}$$

SUJET 3 :

L'une des plus grandes difficultés, pour le sujet 3, nous a semblé être d'additionner des fractions avec des entiers ou des entiers fractionnaires. Il arrivait parfois à se représenter la valeur d'une fraction dont le numérateur était supérieur au dénominateur, mais pas de façon stable :

$$1 = \frac{2}{4}$$

$$2 = \frac{4}{2} \qquad \text{mais} \qquad \frac{6}{2} < 3$$

$$\frac{4}{4} = \frac{2}{2} \qquad\qquad \frac{3}{2} < 1$$

$$2 > \frac{5}{4}$$

$$2\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} = 7 \qquad \text{mais} \qquad 3 + \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$$

$$2 - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Certains problèmes du même type ont été parfois réussis, parfois échoués:

$$3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \qquad \text{mais} \qquad 2 \times \frac{2}{4} = 2$$

$$4 \times \frac{1}{2} = 2$$

Ce sujet n'était pas capable non plus d'additionner des fractions avec des dénominateurs différents, soit des demies et des quarts. Les numérateurs étaient additionnés entre eux et les dénominateurs également:

$$\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad ; \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6}$$

SUJET 4 :

Le sujet 4 a réussi la majorité des comparaisons entre des demies et des quarts ou des entiers avec l'une ou l'autre de ces fractions. Il a également ordonné correctement de telles fractions, a effectué des additions ou des soustractions de fractions avec même dénominateurs et avec aussi des entiers simples et des entiers fractionnaires sans aucune difficulté. Les seules difficultés que nous avons pu observées chez ce sujet consistaient à multiplier un entier avec une fraction ou à additionner des demies avec des quarts.

$$3 \times \frac{1}{4} = 3\,\frac{1}{4} \quad ; \quad 4 \times \frac{1}{2} = 4\,\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad ; \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6}$$

SUJET 5 :

L'une des principales difficultés que nous avons observée chez ce sujet est lorsqu'il s'agissait, pour lui, de transférer la valeur d'une fraction dont le numérateur est supérieur ou égal au dénominateur en un entier ou un entier fractionnaire.

$$2 > \frac{5}{4} \quad ; \quad \frac{6}{2} < 3 \quad ; \quad 1 > \frac{2}{2} \quad ; \quad \frac{4}{4} > \frac{2}{2}$$

$$\frac{4}{2} > 2$$

$$2\,\frac{1}{2} + 4\,\frac{1}{2} = 2\,\frac{2}{9} \text{ ou } 6\,\frac{2}{4}$$

Il a également échoué dans l'addition de demies avec des quarts en procédant de la même façon que le sujet 4.

SUJET 6 :

La seule difficulté que nous avons pu observée chez le sujet 6, à partir de cette évaluation, était lorsqu'il s'agissait d'additionner des demies avec des quarts:

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \quad ; \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6}$$

Bref, pour les sujets 1 et 2, toutes les opérations sur les fractions ont été difficilement résolues, même lorsqu'il s'agissait de comparer, d'additionner ou de soustraire des fractions de mêmes dénominateurs.

Pour ces sujets (sujets 1 et 2) et aussi pour les sujets 3 et 5, l'entier fractionnaire semble être difficilement représenté sous la forme d'une fraction dont le numérateur est supérieur au dénominateur.

Sauf pour le sujet 6, la multiplication d'un entier avec une fraction n'est pas comprise et pour tous les sujets, l'addition des demies avec des quarts est échouée.

4.3.4 Analyse de la quatrième séance de l'expérimentation de la didactique.

(Annexe 4 de l'Appendice B)

Lors de cette séance, nous avons demandé aux sujets impliqués de dessiner, au tableau, la façon dont on doit s'y prendre pour obtenir trois parties égales.

Le sujet 4 a représenté spontanément la situation demandée en dessinant en cercle, mais en le séparant en deux parties égales seulement. Ce sujet a avoué ensuite ne pas être capable de faire une représentation de ce genre.

Le sujet 3 a repris la situation en essayant de résoudre le problème par tâtonnements successifs. Il a commencé par dessiner un cercle en le séparant par une ligne au centre, ce qui donnait deux demies. Il a poursuivi en séparant ce cercle en quatre. Ne pouvant réussir de cette façon, il a dessiné un autre cercle en le séparant cette fois correctement en trois parties jugées égales. Le sujet 6 et le sujet 4 ont approuvé cette dernière représentation.

Deux solutions ont été ensuite retenues afin que chacun puisse disposer d'un morceau égal d'un gâteau circulaire: prendre un autre entier et le partager en tiers comme le premier (sujet 1) ou séparer en deux chacun des tiers obtenus initialement (sujet 6, approuvé des sujets 2, 3, 4 et 5). La représentation de cette dernière solution, par le sujet 4, a été d'abord réalisée en partant d'un cercle séparé en quatre parties égales, puis à partir d'un autre cercle séparé initialement en trois et ensuite en six parties jugées égales, en séparant à l'aide de pointillés chacun des trois tiers obtenus.

À cette situation de manipulation et de représentation du partage avec des tiers et des sixièmes, a suivi une période de questions, appuyée des différentes manipulations possibles justifiant les opérations d'addition, de soustraction et de multiplication, avec le partage en tiers.

Chacun des sujets était prié de représenter, à l'aide de fractions, l'opération d'addition, de soustraction ou de multiplication en jeu. Si quelques difficultés se présentaient, nous suggérions de dessiner la situation et aucune n'a été notée.

La situation suivante proposait également des partages avec des tiers, mais cette fois, avec plus d'un entier. La représentation de cette situation, par exemple, pour quatre tiers ou un entier et un tiers, n'était à ce moment pas construite pour tous les sujets. Pour le sujet 5, quatre tiers donnaient la même chose que trois quarts sur le plan imagé. L'intervention interrogative adressée plus particulièrement à ce sujet, lui a permis, par la suite, de comprendre et de représenter correctement la situation, autant sur le plan imagé qu'idéogrammique.

L'évaluation proposée, ensuite, a justifié que la majorité des situations dès lors expérimentées avaient été construites pour les sujets 3, 4, 5 et 6.

Pour les sujets 1 et 2, nous avons pu noter une meilleure compréhension dans les opérations d'addition de fractions avec mêmes dénominateurs, de multiplication d'un entier et d'une fraction et dans la correspondance de fractions pouvant s'exprimer sous la forme d'un entier fractionnaire, mais pas de stabilité dans les réponses.

Le sujet 1 a pu effectuer, par exemple, un calcul exact lorsqu'il s'agissait d'additionner une demie à une autre demie plus deux demies, soit quatre demies, mais en notant que cela équivalait aussi à six quarts plutôt qu'à six entiers:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{4}{2} + \text{ ou } \frac{6}{4}$$

Lorsqu'il s'agissait cependant d'un tout complet, par exemple, dans l'addition de quatre quarts un à un, il a obtenu quatre quarts ou un entier, de même que pour trois tiers un à un:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} \quad \text{ou 1 entier}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} \quad \text{ou 1 entier}$$

D'autres exemples de ce genre ont été relevés:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \text{ ou } \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{4} = \frac{7}{4} \text{ ou } \frac{8}{5}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{5}{3} \text{ ou } \frac{6}{4}$$

Une autre difficulté s'est également présentée pour ce sujet lorsqu'il s'agissait d'une fraction qui s'exprime par plus d'un entier:

$$\frac{3}{3} + \frac{3}{3} = \frac{6}{3} \text{ ou } 1$$

De même, il n'a pu effectué des opérations d'addition, de soustraction ou de multiplication avec des entiers et une fraction:

$$\frac{4}{3} + 2\frac{1}{3} = \frac{2}{1} \text{ ou } \frac{1}{2}$$

$$2 \times \frac{1}{2} = \frac{6}{2} \text{ ou } 1$$

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{1} \text{ ou } \frac{1}{2}$$

$$4 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \text{ ou } \frac{1}{5}$$

Cette non-stabilité de la construction de la notion de partage dans la représentation idéogrammique des opérations sur les fractions avec mêmes dénominateurs a pu être également constatée chez le sujet 2.

Il a donné, par exemple, un résultat correct lorsqu'il s'agissait d'additionner une demie avec une autre demie, mais a échoué dans l'addition de deux demies entre elles.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} \text{ ou 1 entier, mais } \frac{2}{2} + \frac{2}{2} = \frac{4}{4} \text{ ou 1 entier}$$

Ce sujet a réussi, par la suite, à l'aide de l'intervention interrogative que nous avons effectuée auprès de lui à ce moment, à résoudre correctement les problèmes suivants :

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{3}{3} + \frac{3}{3} = \frac{6}{3}$$

Ce genre d'instabilité a été également manifesté dans la correspondance entre une fraction dont le numérateur est supérieur au dénominateur et un entier fractionnaire:

$\frac{3}{2}$ ou 1 entier et $\frac{1}{2}$		$\frac{5}{4}$ ou 1 et $\frac{5}{4}$
$\frac{4}{4}$ ou 1 entier	mais	$\frac{7}{4}$ ou 1 $\frac{7}{4}$
$\frac{3}{3}$ ou 1 entier		$\frac{8}{4}$ ou 1 $\frac{8}{4}$
		$\frac{6}{3}$ ou ?

La multiplication d'un entier avec une fraction simple n'a pas non plus été construite par ce sujet, suite à cette quatrième séance:

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{2} \quad ; \quad 4 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$3 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \quad ; \quad 4 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

4.3.5 Analyse de la cinquième séance de l'expérimentation de la didactique.

(Annexe 5 de l'Appendice B)

Lors de la présentation, au tableau, par les sujets, des problèmes qu'ils avaient construits et de l'explication de la démarche qu'ils avaient utilisée pour résoudre leurs problèmes, le sujet 4 a pu progresser dans sa façon de se représenter le résultat de l'addition de fractions avec des entiers lorsqu'il s'agissait, par exemple, de trois entiers et six sixièmes (3 et 6/6). À l'aide du suivi que nous lui avons assuré, le sujet 4 disait cette fois qu'il s'agissait en fait de quatre entiers puisque six sixièmes c'était aussi un entier et que trois entiers plus un entier donnaient quatre entiers.

À cette même activité, le sujet 5 a démontré une fois de plus que sa démarche dans l'addition de fractions avec mêmes dénominateurs n'était pas encore stable. Pour effectuer, par exemple, l'addition d'un tiers avec deux tiers, il a trouvé comme résultat trois sixièmes en additionnant les numérateurs entre eux, puis les dénominateurs également entre eux. Il a ensuite mis en doute ce résultat en se demandant s'il fallait écrire six ou trois au dénominateur, pour ensuite décider que c'était trois qu'il fallait utiliser.

Devant cette instabilité du raisonnement, nous avons demandé au sujet 5 s'il pouvait se servir d'un dessin pour démontrer cette addition d'un tiers avec deux tiers. Les questions successives dans le suivi de sa démarche de représentation de la situation lui ont permis ensuite de confirmer qu'un tiers plus deux tiers donnait trois tiers ou un entier.

Plus tard, il a hésité à nouveau dans l'addition de trois quarts avec trois autres quarts. Sa réponse était six quarts mais, encore une fois, il n'était pas certain s'il fallait ou pas additionner les dénominateurs ou garder les mêmes. Nous lui avons proposé d'additionner des demies et de se représenter cette situation à l'aide d'un dessin. En effectuant le transfert par la suite, il a repris le problème qu'il avait précédemment exposé et il a confirmé de plus que six quarts donnaient aussi une pomme et une demie, donc un entier et une demie.

Le sujet 1 a également démontré à cette séance qu'il avait dépassé la difficulté que nous avions auparavant observée chez lui à additionner des fractions de mêmes dénominateurs et à transformer une fraction dont le numérateur est supérieur au dénominateur en un entier fractionnaire. Il a pu confirmer, par exemple, que deux sixièmes plus sept sixièmes donnaient neuf sixièmes et que pour obtenir un entier, il en fallait six. Dans ce cas, il y en avait trois de plus, ce qui lui a suggéré de dire qu'il s'agissait aussi d'un entier et trois sixièmes. Ensuite, pour deux tiers à qui on ajoute encore deux tiers, il a dit qu'il en aurait un en surplus et que cela équivalait donc à un entier et un tiers puisqu'il était possible de recoller trois tiers ensemble. Il a démontré ultérieurement que cinq entiers et quatre quarts plus deux quarts donnaient cinq entiers et six quarts, ce qui équivalait aussi, pour lui, à six entiers et deux quarts.

Le sujet 3 était absent lors de cette séance et nous n'avons remarqué aucune difficulté pour le sujet 6.

L'analyse de l'évaluation proposée à la fin de cette séance a démontré les réalisations suivantes pour chacun des sujets:

SUJET 1 :

Le sujet a correctement additionné des fractions avec mêmes dénominateurs, mais a difficilement réussi, encore une fois, à transformer des entiers fractionnaires en fraction dont le numérateur est supérieur au dénominateur.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{4} = 2 \text{ entiers} \qquad 3\,\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{18}{9} = 2 \text{ entiers} \qquad \text{mais} \qquad 1\,\frac{1}{6} = \frac{6}{6}$$

$$1\,\frac{3}{4} = 1\,\frac{4}{4}$$

Il a réussi, toutefois, à trouver des fractions équivalentes dans les cas suivants, sans démontrer une stabilité dans les rapports à conserver:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}\ ;\ \frac{1}{4} = \frac{2}{8}\ ;\ \frac{1}{3} = \frac{4}{12}\ ;\ \frac{1}{4} = \frac{3}{12}\ ;\ \frac{1}{5} = \frac{5}{10}$$

$$\text{mais} \qquad \frac{1}{2} = \frac{2}{6}\ ;\ \frac{3}{4} = \frac{7}{8}$$

SUJET 2 :

Des difficultés semblables au sujet 1 ont été observées chez le sujet 2:

A. $\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4} = 2$

mais

$\frac{4}{2} + \frac{1}{2} = 2$; $3\frac{2}{3} = 3$ tiers ; $2\frac{3}{4} = \frac{5}{4}$

B. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$; $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$; $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

mais

$\frac{1}{4} = \frac{4}{8}$; $\frac{3}{4} = \frac{2}{8}$; $\frac{2}{3} = \frac{3}{9}$

SUJET 4 :

Le sujet 4 a bien maîtrisé l'addition de fractions avec mêmes dénominateurs ainsi que le transfert d'un entier fractionnaire à une fraction correspondante de même dénominateur. Lorsqu'il s'agit de trouver des fractions équivalentes, seules les fractions 1/2 et 2/4 ont été correctement jugées égales. Pour les autres:

1/4 = 4/8	1/3 = ?/12	1/3 = 3/6
1/2 = ?/6	1/4 = ?/12	3/4 = 1/8
2/3 = 1/9	1/2 = ?/10	

SUJET 5 :

Ce sujet a correctement effectué les additions avec mêmes dénominateurs, mais a échoué lorsqu'il s'agissait de transformer un entier fractionnaire en une fraction dont le numérateur est supérieur au dénominateur:

$$3\frac{2}{3} = 3\frac{1}{2} \; ; \; 2\frac{3}{4} = \frac{2}{4} \; ; \; 2\frac{1}{2} = \frac{2}{2}$$

Il connaissait cependant quelques fractions équivalentes:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \; ; \; \frac{1}{4} = \frac{2}{8} \; ; \; \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

mais

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{2} \; ; \; \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \; ; \; \frac{2}{3} = \frac{3}{3}$$

SUJET 6 :

Aucune difficulté n'a été observée chez ce sujet et la découverte des fractions équivalentes était en grande partie construite. Un seule erreur à ce niveau: 3/4 = 4/8.

La découverte de différents types de partage obtenus à la situation suivante par sectionnement de bandes de plasticine a soulevé quelques réactions chez les sujets. Partant du partage en demies puis en tiers, en quarts jusqu'aux douzièmes, le sujet 2 a découvert que les morceaux devenaient de plus en plus petits au fur et à mesure que le partage représentait un nombre plus grand. Le sujet 1 a décidé de faire des quarts en séparant en deux chacune des demies préalablement obtenues et lorsqu'il se trompait, c'est-à-dire lorsque les parties n'étaient pas parfaitement égales l'une par rapport aux autres, il disait qu'il devait recommencer au complet car si on rajoutait d'autres morceaux de plasticine, on modifiait l'entier.

4.3.6 Analyse de la sixième séance de l'expérimentation de la didactique.

(Annexe 6 de l'Appendice B)

Nous avons pu remarquer, lors de cette séance, les préoccupations du sujet 1 à vouloir comprendre ce qu'était une fraction équivalente.

SUJET 1:

"Avec ça, je serais capable de faire des fractions équivalentes. Un entier c'est égal à une demie, non à deux demies je veux dire".

Lorsque nous lui avons demandé ensuite à quoi pouvait équivaloir trois demies, il a répondu sans hésiter que cela équivalait aussi à un entier et une demie. Pour cinq demies, il a répondu deux entiers et une demie, etc. Dans le partage avec des tiers, il a pu confirmer aussi que quatre tiers équivalait à un entier et un tiers, etc.

Nous avions remarqué auparavant la difficulté pour ce sujet à comparer des tiers avec des demies. Il disait que c'était égal. L'intervention interrogative effectuée à partir des languettes de cartons qu'il avait construites, lui a permis de constater que 2/3 était supérieur à 1/2.

Ce genre de situation a également permis au sujet 2 de dépasser progressivement la difficulté qu'il avait à effectuer le transfert entre un entier fractionnaire et la fraction correspondante ayant le même dénominateur mais dont le numérateur est supérieur.

Pour le sujet 3, le partage avec des demies ne posait aucune difficulté, ni d'ailleurs celui avec des tiers:

— une demie plus une demie égalent un entier ou 2 demies;
— quatre demies égalent deux entiers;
— cinq demies égalent deux entiers et une demie,

— neuf demies égalent quatre entiers et une demie;

— sept fois une demie égalent trois entiers et une demie;

— 16 tiers égalent cinq entiers et un tiers;

— 10 tiers égalent trois entiers et un tiers;

Le sujet 4 a effectué les partages d'une manière exacte et les questions posées ne comportaient pas de difficulté pour ce sujet, même si parfois le recours à la manipulation ou à la représentation imagée était nécessaire.

Pour le sujet 5, nous avons pu remarquer une évolution dans le transfert d'une fraction dont le numérateur est égal ou supérieur au dénominateur en un entier ou un entier fractionnaire.

— Deux entiers égalent quatre demies;

— sept demies égalent trois entiers et une demie;

— quatre tiers égalent un entier et un tiers.

Il avait progressé, sans doute, mais de façon stable. Lorsqu'il s'agissait par exemple de 10/3, le sujet représentait la situation à l'aide de dix languettes complètes, non séparées. De même, pour 16/3, il a dessiné 16 languettes partagées en deux. Le sujet 5 a arrêté de suivre activement la séance à partir de ce moment.

Le sujet 6 a trouvé cette séance un peu ennuyeuse, car tout lui semblait être compris en ce qui concerne les situations proposées alors que nous intervenions plus particulièrement avec les autres sujets.

4.3.7 Analyse de la septième séance de l'expérimentation de la didactique.

(Annexe 7 de l'Appendice B)

Le sujet 5 était absent lors de cette séance.

Nous avons laissé manipuler les sujets sans trop intervenir cette fois. La plupart des questions que nous avons posées référaient essentiellement au matériel construit par les sujets pouvant ainsi justifier les opérations par le biais de la manipulation et de la représentation imagée. Cette séance étant la dernière, nous n'avons pas pu assurer le suivi au niveau de la représentation idéogrammique de situations semblables sur la comparaison de fractions différentes ou équivalentes entre elles, ce qui suppose la mise en dénominateur commun. L'évaluation que nous avons proposée démontre toutefois les résultats suivants pour chacun des sujets.

SUJET 1:

Nous avons remarqué, à cette séance, qu'avec le matériel qu'il avait construit, le sujet 1 parvenait à justifier correctement les comparaisons de fractions que nous proposions et que sans le recours à ce matériel ou à la représentation imagée, le transfert au niveau de la représentation idéogrammique était difficilement réalisable étant donné son niveau de compréhension de la situation à ce moment. Il a ainsi démontré, à l'évaluation, encore plusieurs difficultés à comparer des fractions entre elles et à établir les rapports de correspondance qui permettent d'additionner des fractions avec des dénominateurs différents, quoiqu'il a tout de même réussi quelques items:

Items réussis	**Items échoués**	
1/4 < 1/3	3/4 < 1/2	1/3 = 3/6
1 et 1/2 = 3/2	2/4 > 5/10	1/4 = 4/8
6/8 = 3/4	2/3 < 1/2	1/6 = 6/12
1/2 = 2/4	3/6 < 1/4	4/8 = 1/12
1/3 = 3/9	2/4 < 1/2	3/4 = 1/12
3/6 = 1/2	1/3 < 2/6	2/3 = 3/9
2 et 2/3 = 8/3	5/6 = 6/12	3 et 3/4 = 7/4
1/2 = 6/12		
1/2 + 1/4 = 3/4	1/2 + 1/4 = 2/4	1/2 + 3/4 = 4/4
3/6 = 2/4	1/2 + 2/4 = 3/4	1/10 + 1/2 = 5/10
2/6 = 1/3	1/3 + 1/6 = 2/6	2/6 + 3/12 = 5/12
2/4 = 1/2	2/3 + 1/9 = 3/9	2/12 + 1/2 = 3/12
1/2 + 3/4 = 1 et 1/4	1/3 + 2/6 = 2/6	3/4 + 1/8 = 4/8

Remarque : le niveau formel n'est pas atteint étant donné la difficulté pour ce sujet de coordonner entre elles deux opérations ou plus. Il a établi certains rapports de comparaison mais ne les utilise pas pour la mise en dénominateur commun dans l'addition de fractions ayant des dénominateurs différents.

SUJET 2:

À l'évaluation, le sujet 2 a réussi les items proposés dans une proportion d'environ 50 %. Il a réussi à comparer des fractions entre elles et à établir des rapports de correspondance lui permettant d'additionner des fractions ayant des dénominateurs différents, mais pas d'une façon stable. Nous avons pu remarquer également la persistance des difficultés pour ce sujet d'établir la correspondance entre un entier fractionnaire et une fraction de même valeur mais dont le numérateur est supérieur au dénominateur:

Items réussis	Items échoués	
2/4 = 1/2	1/4 > 1/3	1/4 = 3/6
6/8 = 3/4	1 et 1/2 > 3/2	2 et 2/3 = 3/3
1/3 > 1/6	3/4 < 1/2	3 et 3/4 = 4/4
1/3 = 2/6	2/4 > 5/10	6 et 1/2 = 3/2
1/4 = 2/8	2/3 < 1/2	18/6 = 2 et 1/6
1/3 = 3/9	3/6 < 1/4	
3/6 = 1/2	1/6 = 6/12	
1/2 = 6/12	4/8 = 3/12	
8/4 = 2 entiers	3/4 = 4/12	
2/3 = 4/6	2/3 = 1/9	
2 et 3/4 = 11/4	5/6 = 2/12	
1/2 + 1/4 = 3/4	2/3 + 1/9 = 4/9	
1/2 + 2/4 = 4/4 ou 1	1/10 + 1/2 = 5/10	
1/3 + 1/6 = 3/6	2/6 + 3/12 = 4/12	
1/2 + 3/4 = 5/4	2/12 + 1/2 = 6/12	
	3/4 + 1/8 = 5/8	

SUJET 3:

Pour le sujet 3, le pourcentage des réussites a été supérieur à celui des échecs. L'équivalence des fractions a été partiellement construite:

Items réussis	**Items échoués**	
1/4 < 1/3	3 et 3/4 = 15/4	1 et 1/2 > 3/2
3/4 > 1/2	2 et 3/4 = 11/4	6/8 > 3/4
2/4 = 5/10	8/4 = 2 entiers	1/3 < 2/6
2/3 > 1/2	6/4 = 1 et 2/4	4/8 = 2/12
3/6 > 1/4	2/4 = 1/2	3/4 = 3/12
1/6 = 2/12	1/3 = 2/6	2/3 = 3/9
3/6 = 1/2	1/4 = 2/8	5/6 = 2/12
1/3 = 3/9		
1/2 + 1/4 = 3/4	1/2 + 2/6 = 3/6	
3/4 + 1/8 = 7/8	1/2 + 1/4 = 1	
1/3 + 1/6 = 3/6	1/10 + 1/2 = 4/10	
2/6 + 3/12 = 7/12	2/3 + 1/9 = 7/9	
2/12 + 1/2 = 8/12		

SUJET 4 :

Cette évaluation nous a permis de constater que le sujet 4 n'éprouvait plus de difficulté à comparer des fractions entre elles et à établir des rapports de correspondance lui permettant d'additionner des fractions par le biais de la mise en dénominateur commun. Le sujet 4 a réussi tous les items proposés.

SUJET 6 :

Réussite à 100 %.

CHAPITRE V

Résumé et conclusions

Cette étude de la performance sur la construction de la notion de proportion est une extension de la recherche en didactique de la mathématique selon une perspective constructiviste de l'éducation.

Dans le but de vérifier comment la didactique constructiviste, comme variable principale, peut influencer la démarche de construction de la notion de proportion, une partie importante de ce travail a consisté à dégager de la littérature, les principales orientations de la didactique et de ses options constructivistes dans l'enseignement de la mathématique.

C'est dans le champ de la pédagogie (Kamii, 1982; Palacio-Quintin, 1987), de la psychologie génétique (Piaget, 1969; Piaget et Inhelder, 1951) et sociale ou interactive (Stamback, 1987; Gilly, 1987; Desjardins-Royon, 1987), de la psycholinguistique (Sinclair, 1985) et principalement de la rééducation et de la mathématicologie (Auger, 1988) que nous nous sommes inspirés pour mettre au point un cadre théorique selon lequel se dégage un principe fondamental: la construction de la langue mathématique s'effectue suivant une dynamique intrinsèque qui résulte d'une démarche personnelle, seule pouvant générer une performance stable à long terme.

L'objectif principal poursuivi dans cette étude était alors d'instaurer des situations de groupe spécifiques à la didactique constructiviste afin de vérifier l'effet de l'utilisation d'une telle didactique sur la performance dans la construction de la notion de proportion, l'intérêt et la qualité de la langue mathématique.

Notre échantillon a été sélectionné à partir d'une population représentée par des élèves de sixième année inscrits au programme régulier de l'élémentaire pour l'année scolaire 1987-1988. Cet échantillon incluait deux classes réparties l'une et l'autre dans deux commissions scolaires de la région de Chicoutimi, soit en provenance de la commision scolaire de Chicoutimi et de la commission scolaire Valin.

Nous avons retenu, parmi les élèves de ces deux classes, tous les sujets qui, relativement à la notion de proportion, ont démontré qu'ils n'avaient pas encore atteint le stade formel d'après l'épreuve "quantification des probabilités".

Cette expérience avait pour but de mettre à l'essai une didactique visant la construction stable de la notion de proportion. Supposant que, dans ce sens, elle pouvait être utile à des élèves peu performants, nous avons sélectionné les six sujets de la classe de l'école Immaculée-Conception (groupe A) qui ont obtenu les plus faibles résultats à la passation initiale de l'épreuve de raisonnement et à un test académique sur les fractions.

Trois hypothèses principales ont été formulées relativement à l'expérimentation de la didactique:

— la didactique constructiviste permet un accroissement à court et à long termes de la performance dans la construction de la notion de proportion lorsque, en situation de groupe, elle est particulièrement axée sur la démarche des sujets peu performants impliqués;

— elle permet également, de cette façon, d'accroître l'intérêt pour la mathématique;

— ce qui peut générer une meilleure qualité de la langue mathématique.

Nous supposions également qu'un accroissement de la performance, de l'intérêt et, de ce fait, de la qualité de la langue mathématique, par le biais de l'expérimentation de la didactique, permettrait aux sujets du groupe expérimental (groupe A) de rejoindre la performance moyenne de leurs collègues (groupe A'), tout en continuant de poursuivre avec eux l'enseignement régulier en mathématique.

Pour vérifier la performance sur la construction de la notion de proportion, nous avons utilisé trois catégories d'instruments pouvant mesurer trois volets différents et complémentaires à ce niveau. L'épreuve "quantification des probabilités" (Longeot, 1974), nous a permis d'étudier un premier volet de la performance, celui du raisonnement. Le test pédagogique des fractions (Noelting, 1982), nous a permis d'étudier un second volet, celui de la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions et le test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions comme l'un des volets pouvant compléter le second.

Pour mesurer l'intérêt envers la mathématique, nous avons utilisé un questionnaire d'intérêt (Colette, 1976), que nous avons modifié afin qu'il corresponde mieux à la clientèle visée par cette étude. Nous nous sommes servis, enfin, de l'analyse de la démarche utilisée par chacun des sujets pour construire la notion de proportion et les opérations connexes sur les fractions afin de vérifier, au terme de l'expérimentation de la didactique, en quoi cette dernière pouvait effectivement générer une meilleure qualité de la langue mathématique.

L'expérimentation de la didactique s'est déroulée en sept séances, réparties sur les deux derniers mois de l'année scolaire en cours. À l'aide d'interventions interrogatives axées sur la démarche de chacun des participants impliqués, plusieurs activités ont été construites afin de suivre cette démarche dans le passage d'un niveau à l'autre de la construction de la langue mathématique: manipulation, représentation imagée, représentation idéogrammique et utilisation de la langue.

L'ensemble des hypothèses, de leur vérification et de leur analyse, tant du point de vue quantitatif que qualitatif, nous permet d'énoncer les conclusions suivantes:

1. L'utilisation d'une didactique de type constructiviste permet, en situation de groupe et avec des sujets peu performants, d'accroître leur performance à court et à long termes dans la construction de la notion de proportion.

   En effet, l'analyse des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental a permis de constater un progrès significatif à long terme de la performance sur le niveau de raisonnement ($P < 0,05$). De même, en ce qui concerne la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions, nous avons pu constater, cette fois, un accroissement significatif de la performance à court terme ($P \leq 0,05$) et à long terme ($P < 0,01$).

Ces résultats confirment donc, partiellement, notre hypothèse initiale quant à la performance sur la construction de la notion de proportion en sachant qu'aucun progrès significatif n'a été enregistré à court et à long termes (P > 0,05) relativement au troisième volet étudié concernant la compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

Nous pouvons déduire de ces résultats les possibilités suivantes, tout en étant conscient des limites de leur vérification:

1.1 La construction de la notion de proportion est une construction de la pensée et s'effectue suivant une structuration progressive du raisonnement (Longeot, 1969). Ce qui peut prendre un certain temps pour des élèves peu performants.

En effet, les résultats n'ont été significatifs qu'à long terme pour le groupe expérimental étant donné l'opportunité pour chacun d'exprimer, de différencier et de coordonner graduellement leurs représentations de la notion de proportion à partir des opérations connexes sur les fractions, de les justifier et de permettre ainsi une plus grande mobilité du raisonnement.

1.2 Cette plus grande mobilité du raisonnement, associée à une désubjectivation progressive du langage utilisé sur le sens de la fraction et des opérations connexes, de même qu'à la manipulation sous-jacente aux activités de représentations imagées et idéogrammiques a permis, à court et à long termes, un accroissement significatif de la performance dans la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions.

1.3 L'expérimentation de la didactique n'a pas permis, à court terme, ni à long terme, pour les sujets du groupe expérimental, d'accroître significativement leur performance sur la compréhension écrite de problèmes sur les fractions, parce que nous ne sommes pas directement intervenus sur cet aspect et qu'il s'agit là d'un haut niveau de performance: celui de l'utilisation de la langue mathématique dans un contexte spécifique et parfaitement différencié. L'instrument de mesure utilisé n'a pas non plus fait l'objet d'une validation spécifique.

2. L'utilisation d'une didactique de type constructiviste permet à des élèves peu performants de progresser suffisamment à court et à long termes pour rejoindre la performance moyenne plus élevée de leurs collègues d'une même classe.

L'analyse statistique a permis, en effet, de démontrer que, comparativement aux sujets du groupe expérimental (groupe A), leurs collègues issus de la même classe (groupe A') n'ont pas enregistré de progrès significatif en ce qui concerne le niveau de raisonnement dans la performance sur la construction de la notion de proportion (volet 1), ni en ce qui concerne la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions (volet 2) et la compréhension écrite de problèmes correspondants (volet 3).

De plus, à partir d'une différence initiale significative entre ces deux groupes (P < 0,05), justifiée du fait que nous avions choisi les élèves les moins performants de la classe A, nous avons pu constater, qu'à court et à long termes, cette différence entre les moyennes des résultats obtenus au volet 1, 2 et 3 de la performance ne comportait plus d'écart significatif.

Nous pouvons déduire de ces résultats les possibilités suivantes, tout en étant conscient des limites de leur vérification:

2.1 La didactique constructiviste est utile à des élèves peu performants d'une classe car, même s'ils poursuivent leur enseignement régulier en mathématique avec leurs collègues, elle permet à ceux-ci de réajuster significativement leur performance à court et à long termes par rapport aux autres élèves plus performants.

2.2 L'enseignement régulier reçu en mathématique n'a pas permis, en fin d'année, aux sujets du groupe A' d'améliorer leur performance en mathématique.

3. La didactique constructiviste utilisée dans le cadre de cette étude a permis indirectement à des sujets peu performants, d'accroître leur intérêt pour la mathématique lorsqu'ils ont débuté, en 1988, leur nouvelle année scolaire au secondaire.

En effet, seuls les sujets du groupe expérimental ont démontré un accroissemnt significatif de leur niveau d'intérêt pour la mathématique. Par rapport à leur collègues de la même classe (groupe A') et à d'autres élèves d'une classe différente (groupe B), ils sont les seuls qui ont obtenu des résultats significatifs entre le premier et le second post-tests.

Nous pouvons déduire de ces résultats les possibilités suivantes, tout en étant conscient des limites de leur vérification:

3.1 L'enseignement régulier reçu en mathématique par les sujets du groupe A' et du groupe B n'a pas permis à ces derniers d'accroître leur intérêt pour la mathématique, ni à court, ni à long terme.

3.2 La didactique constructiviste utilisée dans le cadre de cette étude n'a pas directement généré de résultats significatifs pour l'intérêt en mathématique chez les sujets du groupe expérimental, car c'est entre le premier et le second post-tests qu'une différence significative ($P < 0,02$) a pu être enregistrée. Ceci peut correspondre au fait que, à court et à long termes, la performance s'est accrue et cela a généré, pendant la période des vacances scolaires, jusqu'au début de la nouvelle année au secondaire, un intérêt plus grand pour la mathématique.

D'ailleurs, la moyenne des résultats obtenus à court terme par les sujets du groupe expérimental au questionnaire d'intérêt est inférieur à celle obtenue lors du pré-test. Ce qui signifie que la didactique constructiviste ne génère pas nécessairement un accroissement à court terme de l'intérêt. Même si une telle didactique peut sembler intéressante, il n'en demeure pas moins qu'elle exige, au contraire, beaucoup de la part des sujets impliqués. L'écart significatif enregistré au premier post-test, d'après la comparaison des résultats entre les sujets du groupe expérimental (groupe A) et ceux de leur collègues de la même classe (groupe A') au questionnaire d'intérêt, justifie bien cette possibilté d'une chute importante de l'intérêt sur le moment, mais d'un regain après coup.

4. Les *seuls progrès significatifs* qui ont pu être *enregistrés* ($P \leq 0{,}01$) selon les résultats obtenus par les sujets du groupe B se situent, à long terme, au test de compréhension écrite des problèmes sur les fractions, soit entre le prétest et le second post-test.
Nous pouvons déduire de ces résultats, tout en étant conscient des limites de leur vérification, les possibilités suivantes:

4.1 L'enseignement régulier reçu en mathématique par les sujets du groupe B leur a permis de mieux comprendre, à court terme, mais de façon significative, à long terme, les problèmes écrits sur les fractions.

Suite à une entrevue avec le professeur-titulaire, ce dernier nous a effectivement affirmé qu'il mettait beaucoup d'accent sur la résolution de problèmes écrits dans son enseignement.

5. Lorsque les résultats de la performance sont comparés entre les sujets du groupe B et ceux du groupe expérimental, certaines différences significatives apparaissent. Entre autres, la différence entre les résultats obtenus au test pédagogique des fractions relativement à la performance sur la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions. Cette différence, en faveur du groupe B, est en tout temps significative en ce qui concerne ce second volet étudié, même si l'analyse intra-groupe (groupe B) a démontré qu'aucun progrès significatif n'avait été enrenregistré à court et à long termes. Le niveau de signification de cette différence a démontré, toutefois, que la différence s'atténuait à court terme ($P < 0,01$) et à long terme ($P < 0,05$) par rapport au prétest ($P < 0,001$).

   Une autre différence significative a pu être enregistrée entre les sujets du groupe expérimental et les sujets du groupe B lorsque que la comparaison a été effectuée au second post-test du test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions (volet 3).

   Nous pouvons déduire de ces résultats, tout en étant conscient des limites de leur vérification, les possibilités suivantes :

   5.1 L'enseignement régulier reçu en mathématique par les sujets du groupe B a permis à ces derniers d'accroître suffisamment leur performance à long terme sur la compréhension écrite des problèmes sur les fractions pour que la moyenne des résultats obtenus soit significativement supérieure à celle des sujets du groupe expérimental.

5.2 L'enseignement régulier reçu en mathématique par les sujets du groupe B n'a pas permis à ces derniers d'accroître significativement leur performance à court et à long termes sur la résolution de problèmes reliée aux opérations sur les fractions, mais il existait déjà entre les résultats de ce groupe et ceux du groupe expérimental, une différence significative si élevée concernant ce second volet de la performance, qu'elle s'est maintenue à long terme.

5.3 La méthodologie utilisée pour comparer la moyenne des résultats obtenus par les sujets du groupe B à celle des sujets du goupe expérimental n'a pas suffisamment été étayée. En effet, aucune sélection entre sujets peu performants et plus performants a été effectuée à partir des résultats obtenus par les sujets du groupe B, de telle sorte que la comparaison n'a pas permis une analyse exhaustive, puisque des sujets peu performants ont été comparés à des sujets à la fois peu performants et plus performants sans distinction.

6. La didactique constructiviste permet une meilleure qualité de la langue mathématique.

En effet, toutes les variables que nous avons étudiées pour vérifier la performance dans la construction de la notion de proportion, incluant l'intérêt, correspondent localement aux différents facteurs identifiés par Auger (1988) en ce qui concerne leur influence sur la construction de la langue mathématique.

De plus, nous avons pu constater, d'après l'analyse de l'évolution de la démarche de chacun des sujets impliqués lors de l'expérimentation de la didactique, que la différenciation du sens des éléments nécessaires à la représentation graphique et à la justification des opérations sur les fractions était progressive et bénéfique pour un accroissement de la performance sur la construction de la notion de proportion, de même que pour l'intérêt. Ce qui suppose qu'une meilleure qualité de la langue mathématique dépend du niveau de sa construction autant en terme de résultat, qu'en terme de démarche.

Enfin, une analyse de type corrélative aurait permis une vérification intéressante entre les variables étudiées et leur degré de dépendance l'une par rapport à l'autre. Il s'agira toutefois de l'objet d'un travail ultérieur plus étayé.

Finalement, la présente recherche a permis de démontrer la pertinence d'utiliser une didactique de type constructiviste en milieu scolaire, car elle favorise la construction de la démarche des élèves impliqués afin que leur performance se modifie.

Quant à la généralisation de l'utilisation d'une didactique de ce type à l'ensemble des élèves d'une classe, notre recherche met en évidence des facteurs que d'autres chercheurs ou intervenants auraient avantage à explorer, dans la mesure où la performance n'est pas le simple fait d'un résultat à atteindre, mais d'une démarche à construire.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

AIKEN, Lewis, P. (1974). "Two Scales of attitude toward Mathematics", *The Journal for Research in Mathematics Education,* n° 5, pp.67-71.

ARTIGUE, M. et DOUADY, R. (1986). "La didactique des mathématiques en France", *Revue française de pédagogie,* n° 76, pp.69-88.

AUGER, Jean (1975). *Les déterminants du succès et de l'échec en mathématique.* Mémoire de maîtrise, Université de Montréal.

AUGER, Jean (1980). *La correction individuelle des difficultés d'apprentissage en mathématique au niveau de secondaire III, IV et V.* Thèse de doctorat, Université de Montréal.

AUGER, Jean (1987). *Analyse des effets de la didactique constructiviste sur la qualité de la langue mathématique.* Texte inédit, U.Q.A.C.

AUGER, Jean (1988). "Analyse des facteurs qui influencent la construction de la langue mathématique", *Tendances: Difficultés, Inadaptation,* U.Q.A.M.

AUGER, Jean (1989). "L'enseignement de la mathématique: Tour de Babel ou labyrinthe", *Bulletin AMQ,* Montréal, vol. III, n° 1.

BALLION, M.; BREAUTÉ, M.; RAYNA, S. et STAMBACK, M. (1987). "Des enfants de moins de quatre ans entre eux: observations réciproques, négociations et échanges de point de vue", *C.R.E.S.A.S.: On apprend pas tout seul: interactions sociales et construction des savoirs.* Paris: ÉD. E.S.F., pp.22-25.

BARTHOLY, M.C. et DESPIN, J.P. (1979). *La science épistémologie générale.* Paris: Magnard.

BARUK, Stella (1985). *L'âge du capitaine: de l'erreur en mathématique.* Paris: Éditions du Seuil.

BEDNARZ, N. et JANVIER, B. (1985). "Apport des représentations dans l'apprentissage de concepts arithmétiques impliquant du dynamisme: les opérations dans le sens reconstruction d'une transformation",*Séminaires du CIRADE sur la Représentation,* Université du Québec à Montréal, n° 4, pp.43-70.

BEDNARZ, N.; JANVIER, B. et POIRIER, L. (1983). "Problèmes de représentation d'une transformation arithmétique chez des élèves du primaire". *Bulletin AMQ,* n° 11, pp.10-19.

BEDNARZ, Nadine et GARNIER, Catherine (1988). "L'utilisation du conflit socio-cognitif dans une pédagogie contribuant à l'élaboration des processus d'anticipation et décentration", *CIRADE: Construction des savoirs: Obstacles et conflits,* Québec: Agence d'Arc inc., pp.334-349.

BEHR, M.; HAREL, G.; POST, T. et LESH, R. (1987). "Theorical analysis: Structure and hierarchy, missing value proportion problems", *Proceedings of the Eleventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* Montréal, vol. II, pp.269-274.

BERBAUM, Jean (1984). *Apprentissage et formation.* Paris: P.U.F.

BEST, Francine (1987). "On apprend pas tout seul, *C.R.E.S.A.S.*, Paris: Éd. ESF, pp.9-10.

BLANCHÉ, Robert (1972). *L'épistémologie.* Paris: P.U.F.

BLAYE, Agnès (1988). "Interactions sociales et constructions cognitives: présentation critique du conflit socio-cognitif", *CIRADE: Construction des savoirs: Obstacles et conflits,*.Québec: Agence d'Arc inc., pp.183-194.

BLAYE, Agnès (1988). "Nature et effets des oppositions dans des situations de co-résolution de problèmes entre pairs", *CIRADE: Construction des savoirs: Obstacles et conflits,* Québec: Agence d'Arc inc., pp.206-214.

BRETON, J. et BELMONT-ANDRÉ, B. (1987). "Approches de la multiplication, en collaboration", *C.R.E.S.A.S.: On n'apprend pas tout seul: interactions sociales et construction des savoirs.* Paris: Editions E.S.F., pp.42-46.

BROUSSEAU, GUY (1988). "Obstacles épistémologiques, conflits socio-cognitifs et ingénérie didactique", *CIRADE: Construction des savoirs: Obstacles et conflits,* Québec: Agence d'Arc inc., pp.277-285.

BROUSSEAU, Guy (1983). "Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques", *Recherches en didactique des Mathématiques,* vol. 4, n° 2, pp.165-198.

BROUSSEAU, Guy (1988). "Les différents rôles du maître", *Bulletin AMQ,* vol. II, n° 2, pp.14-15.

CHASSAGNY, Claude (1963). *Manuel pour la rééducation des mathématiques.* Paris: Néret.

COBB, Paul et STEFFE, Leslie, P. (1983). "The constructivist researcher as teacher and model builder", *Journal for Research in Mathematics Education,* vol. 14, n° 2, pp.83-94.

COLETTE, Jean-Paul (1976). *Attitudes des étudiants à l'égard des mathématiques.* Québec: Ministère de l'Éducation, Service général des communications, Cégep de Montmorency.

CONSEIL SUPÉRIEUR DE L'ÉDUCATION (1986). "Comment évoluent les mathématiques au primaire?", *Bulletin AMQ,* mars, pp.27-32.

COUDRAY, Léandre (1973). *Lexique des sciences de l'éducation.* Paris: Les Éditions ESF.

C.R.E.S.A.S. (1987). *On n'apprend pas tout seul: interactions sociales et construction des savoirs.* Paris: Éditions E.S.F.

DENIS-PRINZHORN, M. et GRIZE, J. B. (1969). "La méthode clinique en pédagogie", in Bresson et De Montmollin, *Psychologie et épistémologie génétique: thèmes piagétiens.* Paris: Dunod, pp.319-329.

DESJARDINS-ROYON, C. (1987). "Apprentissage mathématiques au CP, à l'aide de jeux de règles, inspirés de jeux de société", *C.R.E.S.A.S.: On n'apprend pas tout seul: interactions sociales et construction des avoirs,* Paris: Éditions E.S.F., pp.31-36.

DOISE, Willem (1985). "Psychologie sociale et constructivisme cognitif", *Archives de psychologie,* vol 53, pp.37-60.

DOUADY,R.; ARTIGUE, M. et COMITI, C. (1987). "L'ingénierie didactique, un instrument privilégié pour une prise en compte de la complexité de la classe", *Proceedings of the feleventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* vol. III, pp.222-228.

DROZ, Rémi (1980). "De la nécessité et de l'impossibilité d'exploiter les travaux de Jean Piaget en pédagogie", *Éducation et Recherche,* vol. 2, n° 2, pp.7-21.

FEUERSTEIN, Reuven (1980). *Instrumental enrichment: an intervention program for cognitive modifiability.* Baltimore: University Park.

GILLY, Michel (1988). "À propos de la théorie du conflit socio-cognitif et des mécanismes psycho-sociaux des constructions cognitives: perspectives et modèles explicatifs", *CIRADE: Construction des savoirs: Obstacles et conflits.* Québec: Agence d'Arc inc., pp.162-182.

GILLY, Michel (1988). "Remarques et réflexions à propos de didactique et de conflit socio-cognitif", *CIRADE: Construction des savoirs: Obstacles et conflits,* Québec: Agence d'Arc inc. pp.382-389.

GINSBURG, H. (1981). "Piaget and Education: the contribution and limits of Genetic Epistemology", in Sigel, Brodzinski et Golinkoff, *New directions in piagetian theory and practice.* Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, pp.315-330.

GOUVERNEMENT DU QUÉBEC (1980). *Guide pédagogique: Mathématique* , "Les fractions" Québec: Ministère de l'Éducation; Fasc. E.

GRECO, Pierre (1985). "Réduction et construction, *Archives de Psychologie,* vol. 53, pp.21-35.

HERSCOVICS, N. et BERGERON, J.C. (1982). "Des modèles de la compréhension", *Revue des sciences de l'éducation,* vol. VIII, n° 3, pp.576-596.

HERSCOVICS, Nicolas (1983). "La recherche en didactique de la mathématique: ses questions, ses méthodes", *Bulletin de l'AMQ,* mars, pp.11-12.

HÉTU, Jean-Claude et DESJARDINS, Michel (1974). *L'activité mathématique dans l'enseignement des fractions.* Montréal: P.U.Q.

HUBERDEAU, Madeleine (1985). "L'échec en maths: un appel à l'aide", *Réseau,* octobre, pp.12-13.

INHELDER, B. et PIAGET, J. (1955). *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent: essai sur la construction des structures opératoires formelles.* Paris: P.U.F.

INHELDER, B.; SINCLAIR, H. et BOVET, M. (1974). *Apprentissage et structures de la connaissance.* Paris: P.U.F.

INHELDER, Bärbel et DE CAPRONA, Denys (1985). "Introduction: Constructivisme et création des nouveautés", *Archives de psychologie,* vol. 53, pp.7-17.

KAMII, Constance (1981). "Application of Piaget's theory to Education: the preoperationnal level, in Sigel, Brodzinski et Golinkoff, *New directions in piagetian theory and practice.* Hillsdale: Lawrence Erlbaum Ass., pp.231-263.

KAMII, Constance (1982). "Constructivist Education: A Direction for the twenty-first Century", *Celebration of the Tenth Anniversary of Circle Children's Center.* Chicago Circle: University of Illinois, pp.1-12.

KAMII, Constance et DEVRIES, Rheta (1981). *La théorie de Piaget et l'éducation préscolaire.* Genève, Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation, Cahier n° 1.

KILPATRICK, J. (1987). "What constructivism Might Be in Mathematics Education", *Proceedings of the Eleventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* Montréal, vol. I, pp.3-27.

KURTH, W. (1987). "Problem solving with schematic procedures illustrated by word problems based on proportional and inversely proportional functions", *Proceedings of the Eleventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* Montréal, vol. II, pp.325-331.

LAPOINTE, A.; MEAD, N. et PHILLIPS, G. (1989). *Un monde de différences. Etude internationale sur l'état de l'apprentissage des sciences et de la mathématique.* Québec: Ministère de l'Éducation du Québec.

LEGAULT, Lise (1987). "Investigation des facteurs cognitifs et affectifs dans les blocages en mathématiques", *Proceedings of the Eleventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* Montréal, vol. 1, pp.120-125.

LEGENDRE-BERGERON, (1980). *Lexique de la psychologie du développement de Jean Piaget.* Chicoutimi: Gaëtan Morin.

LEMOYNE, Gisèle et SAVARD, Lisa (1987). "Représentations imagées d'expressions relationnelles mathématiques chez des élèves du second cycle du primaire: examen des caractéristiques de ces représentations et des procédés utilisés pour en préciser le sens", *Séminaires du CIRADE sur la Représentation*, U.Q.A.M., février, n° 16.

LEVEILLÉ, Yves (1989). "Vingt-cinq ans d'avenir", *Vie pédagogique*, Québec, n° 60, pp.4-6.

LONGEOT, F. (1969). *Psychologie différentielle et théorie opératoire de l'intelligence*. Paris: Dunod.

LONGEOT, F. (1974). *L'échelle de développement de la pensée logique*. Issy-Les-Moulineaux: Éditions Scientifiques et Psychotechniques.

LUNKEINBEIN, Dieter (1983). "Didactique de la mathématique: science professionnelle de l'enseignant", *Bulletin AMQ*, Montréal, mars, pp.27-32.

MARION-MIGNON, A.; BREAUTÉ, M. et DESJARDINS-ROYON, C. (1987). "La construction d'un savoir par un groupe d'enfants de cinq ans et un adulte", *C.R.E.S.A.S.: On n'apprend pas tout seul: interactions sociales et construction des savoirs*. Paris: Éditions E.S.F., pp.18-21.

NASSEFAT, Morteza (1963). *Étude quantitative sur l'évolution des opérations intellectuelles*. Paris: Delâchaux et Niestlé.

NOELTING, Gérald (1982). *Le développement cognitif et le mécanisme d'équilibration*. Cicoutimi: Gaëtan Morin.

NOELTING, Gérald et CLOUTIER, Richard (1980). *Concentrations. Echelle de développement cognitif portant sur la notion de rapport*. Québec: École de psychologie, Université Laval.

NOT, Louis (1979). *Les pédagogies de la connaissance*. Toulouse: Privat.

PALACIO-QUINTIN, Ercilia (1987). *Apprendre les mathématiques, un jeu d'enfants*. Québec: Presses de l'Université du Québec.

PAULI, L. (1966). "La psychologie génétique et les rudiments des mathématiques", in Bresson et Montmollin, *Psychologie et épistémologie génétique; thèmes piagétiens*. Paris: Dunod, pp.309-317.

PERRENOUD, Philippe (1987). "De l'école active à l'école interactive", *C.R.E.S.A.S.: On n'apprend pas tout seul: interactions sociales et construction des savoirs*. Paris: Éditions E.S.F., pp.139-148.

PIAGET, J. et FRAISSE, P. (1969). *Traité de psychologie expérimentale*. Vol. VIII. L'intelligence. Paris: P.U.F.

PIAGET, J., INHELDER, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard*. Paris: P.U.F.

PIAGET, Jean (1970). *L'épistémologie génétique*. Paris: P.U.F.

PIRES, Alvaro (1986). "Le sens du problème; l'essence de l'approche", *Communication dans le cadre du Colloque sur la recherche qualitative*, U. Laval.

RUIZ-ZUNIGA, Angel (1987). "Epistemological déterminant of mathematical construction, implications in its teaching", *Proceedings of the Eleventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* Montréal, vol. III, pp.325-331.

SCHLEIFER, Michael (1988). "Le conflit cognitif chez Piaget: une interprétation", *CIRADE: Construction des savoirs: Obstacles et conflits.* Québec: Agence d'Arc inc., pp.156-161.

SIGEL, Irving, E.; BRODZINSKI, David, M. et GOLINKOFF, Roberta M. (1981). *New directions in piagetian theory and practice.* Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

SILLAMY, Norbert (1980). *Dictionnaire de psychologie.* Paris: Bordas.

SINCLAIR *et al.* (1985). "Constructivisme et psycholinguistique génétique", *Archives de psychologie,* vol. 53, pp.37-60.

SINCLAIR, Hermine (1987). "Constructivism and the psychology of mathematics", *Proceedings of the Eleventh International Conference for the Psycholoy of Mathematics Education,* Montréal, vol. 1, pp.28-41.

SINCLAIR, Hermine; BERTHOUD, I.; GERARD, J. et VENEZIANO, E. (1985). "Constructivisme et psychologie génétique", *Archives de psychologie.*, vol. 53, pp.60-77.

STAMBACK, Mira et ROYON, Christiane (1985). "Étude de l'organisation d'activités communes chez des enfants de moins de quatre ans", *Archives de psychologie,* vol. 53, pp.37-60.

VANDENVEGHE, PETERS, LAGERWEIJ, GEERLIGS et CORTE, (1979). *Les fondements de l'action didactique: de la didactique à la didaxologie.* Bruxelles: De BoecK.

VERGNAUD, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité.* Suisse: Peter Lang.

VERGNAUD, G. (1982). "Cognitive and Developmental Psychology and Research in Mathematics Education: some theorical and methodological issues", *For the Learning of Mathematics,* vol. 3, n° 2, pp.31-41.

VON GLASERSFELD, Ernst (1983). "L'apprentissage en tant qu'activité constructive", *Proceedings of the Fifth Annual Meeting for the Psychology of Mathematics Education,* Montréal, vol. 1, pp.70-101.

VON GLASERSFELD, Ernst (1985). "L'approche constructiviste; cers une théorie des représentations", *Séminaires du CIRADE sur la Représentation,* Université du Québec à Montréal, novembre, n° 7, pp.122-130.

WEYL-KAILEY, Lusiane (1985). *Victoire sur les maths.* Paris: Robert Laffont.

APPENDICE A

Instruments de mesure

ANNEXE 1: Épreuve "quantification des probabilités".

ANNEXE 2: Test pédagogique des fractions.

ANNEXE 3: Test de compréhension écrite de problèmes sur les fractions.

ANNEXE 4: Questionnaire d'intérêt.

ANNEXE I

Épreuve "Quantification des probabilités"

Quantification des probabilités

Date: ____________________

Nom: ____________________ Prénom: ____________________

École: ____________________ Niveau: ____________________

Expérimentateur: ____________________

---

1. Quatre items concrets

A. $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$

\+ = +

Justifications

B. $\frac{3}{5}$ $\frac{3}{7}$

\+ = +

Justifications

C. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

\+ = +

Justifications

D. $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{7}$

\+ = +

Justifications

2. L'item préformel

$\frac{2}{4}$ $\frac{1}{2}$

+ = +

Justifications

3. Les deux items formels A

$\frac{2}{6}$ $\frac{1}{3}$

+ = +

Justifications

$\frac{3}{9}$ $\frac{2}{6}$

+ = +

Justifications

4. L'item formel B

$\frac{3}{8}$ $\frac{2}{6}$

+ = +

Justifications

ANNEXE 2

Test pédagogique des fractions

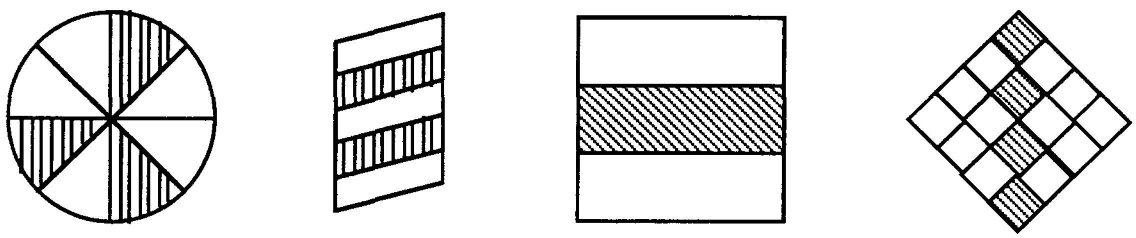
Année: ____________________

Groupe: ____________________

Date de naissance: ____________

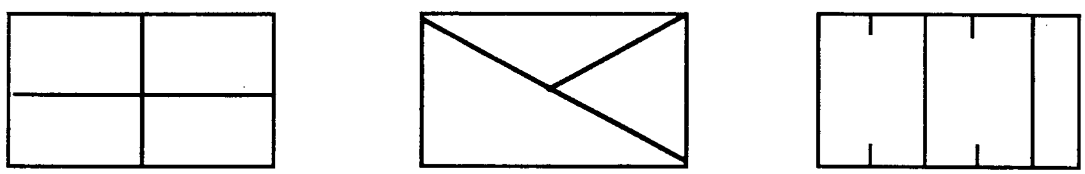
FRACTIONS

1. Quelle fraction du dessin est hachurée ?



_____ _____ _____ _____

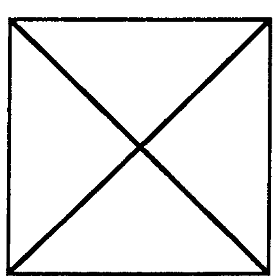
2. Chaque rectangle représente l'unité. Écris à l'intérieur de chaque partie, la fraction du rectangle qu'elle représente.



3. Place les fractions suivantes par ordre croissant.

$\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{2}$. ____

4. Observe le dessin. Écris <, > ou =.

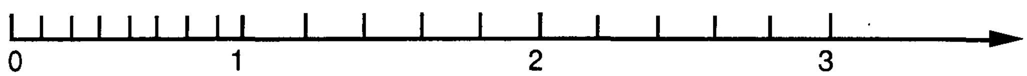


$\frac{1}{4}$ ____ 1	$\frac{2}{4}$ ____ 1
$\frac{3}{4}$ ____ $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ ____ $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$ ____ 1	1 ____ $\frac{3}{4}$

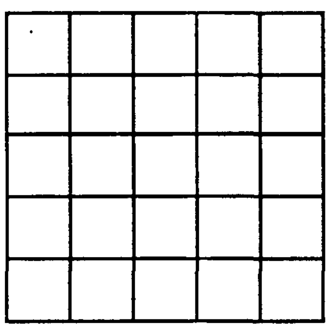
5. Place $\frac{1}{3}$ sur la droite numérique

6. Place ces nombres vis-à-vis du point correspondant.

$1\frac{3}{5}$ $2\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $1\frac{1}{5}$ $\frac{3}{8}$

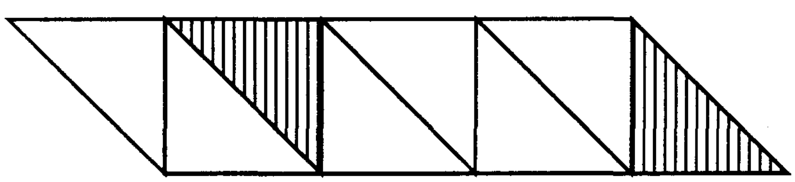


7. Colorie la partie demandée.



$\frac{2}{10}$

8. Quelle partie est hachurée?

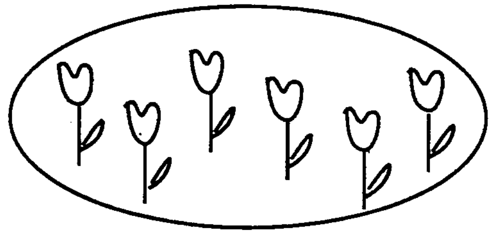


Rép.:____________

9. Encercle les fractions réductibles.

$\frac{4}{9}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$

10. Encercle $\frac{2}{4}$ de ces fleurs.



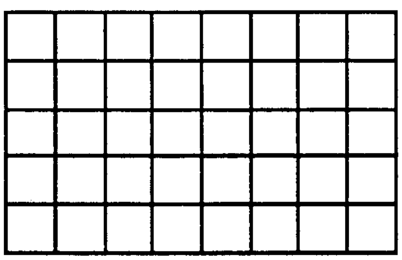
N.B.: Il n'est pas possible d'encercler $\frac{1}{4}$ de ces fleurs.

Pourquoi?____________________________________

11. Quarante-cinq minutes sont quelle fraction d'une heure?

Rép.:____________________________________

12.



— Colorie en rouge $\frac{2}{5}$ des carrés.

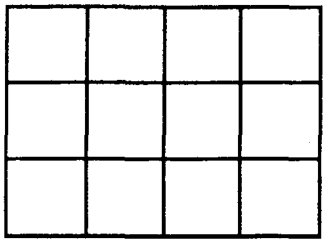
$$\frac{2}{5} = \frac{\square}{40}$$

— Colorie en vert $\frac{1}{8}$ des carrés. (Tu peux colorier à nouveau les parties rouges).

$$\frac{1}{8} = \frac{\square}{40}$$

— Effectue en utilisant des équivalences.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{8} = \square$$

13. 

— Colorie en bleu $\frac{3}{4}$ des carrés.

$$\frac{3}{4} = \frac{\square}{12}$$

— Colorie en noir $\frac{2}{3}$ des carrés. (Tu peux colorier à nouveau les parties bleues).

$$\frac{2}{3} = \frac{\square}{12}$$

— Effectue en utilisant des équivalences:

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \square$$

14. Quelle est la moitié de:

$\frac{1}{5}$ ______ $\frac{8}{9}$ ______ $\frac{1}{6}$ ______ $\frac{2}{5}$

15. $2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4} =$ ____________________

$2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} =$ ____________________

ANNEXE 3

Test de compréhension écrite
de problèmes sur les fractions

16. Dans une équipe de dix étudiants, cinq sont des filles. Quelle fraction du nombre total d'étudiants de cette équipe représente les filles?
Réponse: ______________________________

17. Marc donne trois huitièmes de sa tablette de chocolat à l'un de ses amis et encore une autre trois huitièmes de sa tablette à un autre ami.
   a) Quelle fraction de la tablette de chocolat a-t-il donnée?
   Réponse: ______________________________

   b) Quelle fraction de la tablette de chocolat lui reste-t-il?
   Réponse: ______________________________

18. Un bateau navigue une heure et quart vers l'est et ensuite trois heures et trois quarts vers le nord. Combien d'heures a duré le voyage?
Réponse: ______________________________

19. Une fillette a deux pommes. Elle en donne la moitié d'une à son amie. Combien de pommes lui reste-t-il?
Réponse: ______________________________

20. Vrai ou faux?
   a) La moitié d'un gâteau vaut plus que le tiers d'un autre gâteau de la même dimension.
   Pourquoi? ______________________________

   b) La moitié d'un tout égale les deux quarts de ce même tout.
   Pourquoi? ______________________________

   c) Les deux sixièmes d'une tarte valent plus que le tiers d'une autre tarte de même dimension.
   Pourquoi? ______________________________

   d) Les trois quarts d'une pomme valent plus que les sept huitièmes de cette même pomme.
   Pourquoi? ______________________________

   e) Trois huitièmes valent moins que deux sixièmes.
   Pourquoi? ______________________________

   f) Vingt-cinq points sur cinquante dans un examen équivalent à cinquante sur cent pour le même examen.
   Pourquoi? ______________________________

	Vrai	Faux
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		
f)		

21. Un garçon a le quart d'une pizza. Il donne la moitié de ce qu'il a à un ami. Quelle fraction de la pizza lui reste-t-il?

    Réponse: ______________________

22. Dans un grand contenant, il y a cinq litres et un tiers de crème glacée au chocolat et quatre litres et deux cinquièmes de crème glacée à la vanille. Combien de crème glacée y a t-il dans ce contenant?

    Réponse: ______________________

23. Marie-Josée fait trois quarts d'heure d'exercices par jour. Combien d'heures prend-elle à faire ses exercices dans une semaine?

    Réponse: ______________________

24. À la fin de l'étape, Jean a obtenu les notes suivantes:

Français	: 47 sur 50
Mathématique	: 92 sur 100
Sciences	: 36 sur 40

    Quelle est sa meilleure note?

    Réponse: ______________________

25. À l'épicerie, on peut lire: **Pommes: 3 pour 1.20$**

    À ce taux, combien devras-tu payer pour avoir 5 pommes?

    Réponse: ______________________

ANNEXE 4

Questionnaire d'intérêt

NOM : ______________________________

A

Renseignements généraux

1. Inscrire le nom de ton école: ______________________________

2. Niveau: ______________________________

3. Classe: ______________________________

4. Insrire ton âge: ______________________________

5. Indique ton sexe par un X: F ☐ M ☐

6. As-tu suivi des cours de récupération en mathématique durant les vacances que tu viens de passer ?

   Non ☐
   Oui ☐

7. Inscrire un X dans la case appropriée.

   La mathématique m'intéresse beaucoup. ☐
   La mathématique m'intéresse un peu. ☐
   La mathématique me laisse indifférent. ☐
   La mathématique ne m'intéresse pas. ☐

8. As-tu commencé l'étude des notions qui portent sur les fractions depuis le début de cette nouvelle année scolaire ?

   Non ☐
   Oui ☐

   Si oui, qu'est-ce que tu as vu sur les fractions ?

   ____
   ____
   ____

Lire les instructions de la partie B du texte

B QUESTIONNAIRE

Instructions:

Voici 16 énoncés sur la mathématique. Il s'agit pour toi d'écrire si tu es d'accord ou non avec ces énoncés.

Avant de répondre, lis attentivement l'énoncé et puis:

a) Si tu es tout à fait d'accord avec l'énoncé, inscris un [X] sur la feuille-réponse dans le carreau blanc vis-à-vis ce choix:

Tout à fait d'accord

b) Si tu es modérément d'accord avec l'énoncé, inscris un [X] sur la feuille-réponse dans le carreau blanc vis-à-vis ce choix:

Modérément d'accord

c) Si tu es indifférent à l'énoncé, inscris un [X] sur la feuille-réponse dans le carreau blanc vis-à-vis ce choix:

Indifférent

d) Si tu es modérément en désaccord avec l'énoncé, inscris un [X] sur la feuille-réponse dans le carreau blanc vis-à-vis ce choix:

Modérément en désaccord

e) Si tu es tout à fait en désaccord avec l'énoncé, inscris un [X] sur la feuille-réponse dans le carreau blanc vis-à-vis ce choix:

Tout à fait en désaccord

Tu as donc cinq choix possibles pour chacun des énoncés de ce questionnaire. Attention: une seule réponse est permise. Prends le temps nécéssaire pour chacun des énoncés.

B

Voici un exemple qui montre qu'un étudiant est tout à fait d'accord avec l'énoncé no 0.

N° de l'énoncé	texte	N° de l'énoncé	tout à fait d'accord	Modérément d'accord	Indifférent	Modérément en désaccord	Tout à fait en désaccord
0.	J'aime la mathématique.	0.					
(questionnaire B)		**(feuille réponse)**					

Maintenant tu peux commencer.

1. Je ne désire pas apprendre la mathématique.

2. C'est plus difficile pour moi de bien travailler en mathématique que dans d'autres disciplines.

3. La mathématique n'est pas du tout importante dans la vie.

4. La mathématique est intéressante et je ressens un plaisir à suivre les cours de mathématique.

5. Je ne suis pas du tout attiré par la mathématique.

6. Pour réussir dans la vie, j'ai besoin d'une bonne formation en mathématique.

7. En travaillant raisonnablement, je suis capable de réussir en mathématique.

8. Pour moi, la mathématique est facile à apprendre.

9. Je déteste la mathématique.

10. Ordinairement, je n'ai pas de difficulté à rattraper un retard en mathématique.

11. J'aime étudier la mathématique même quand je n'y suis pas obligé.

12. La mathématique est très facile pour moi.

13. J'ai hâte de ne plus avoir de mathématique à faire.

14. J'aime la mathématique.

15. Pour moi, la mathématique est plaisante.

16. Dans la période de mathématique, je suis capable de résoudre ordinairement la plupart des problèmes.

C FEUILLE-RÉPONSE

Souviens-toi qu'il y a cinq choix et qu'une seule réponse est permise.

Tout à fait d'accord
Modérément d'accord
Indifférent
Modérément en désaccord
Tout à fait en désaccord

	Tout à fait d'accord	Modérément d'accord	Indifférent	Modérément en désaccord	Tout à fait en désaccord
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐	☐

	Tout à fait d'accord	Modérément d'accord	Indifférent	Modérément en désaccord	Tout à fait en désaccord
9	☐	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐	☐
11	☐	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐	☐
13	☐	☐	☐	☐	☐
14	☐	☐	☐	☐	☐
15	☐	☐	☐	☐	☐
16	☐	☐	☐	☐	☐

APPENDICE B

Protocoles d'intervention

ANNEXE 1 : Première séance de l'expérimentation de la didactique.

ANNEXE 2 : Deuxième séance de l'expérimentation de la didactique.

ANNEXE 3 : Troisième séance de l'expérimentation de la didactique.

ANNEXE 4 : Quatrième séance de l'expérimentation de la didactique.

ANNEXE 5 : Ciquième séance de l'expérimentation de la didactique.

ANNEXE 6 : Sixième séance de l'expérimentation de la didactique.

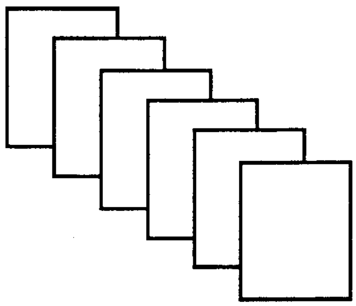
ANNEXE 7 : Septième séance de l'expérimentation de la didactique.

ANNEXE 1

Première séance de l'expérimentation de la didactique

PROTOCOLE 1

SITUATION 1,1



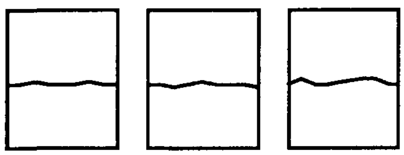
Partage 1 : 1

Six feuilles de format régulier à partager de façon égale entre six personnes.

Questions	**Sous-questions**
• Est-possible de vous partager ces feuilles pour que vous en ayiez chacun la même chose ?	• Comment faites-vous pour le savoir?
	• Y a-t-il une façon d'écrire cela sous forme de fraction ?
	• Comment s'appelle la partie que tu as par rapport à l'ensemble des feuilles que je vous ai distribuées en premier?
	• Comment écrirais-tu cela ?

PROTOCOLE 1

SITUATION 1,2



Partage 1 : 2

Trois feuilles de format régulier à partager de façon égale entre six personnes.

Question

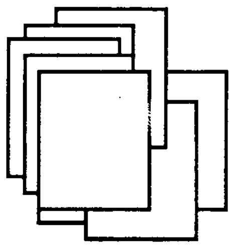
- Est-il possible de vous partager ces feuilles pour que vous en ayiez tous la même chose(la même chose de place pour écrire).

Sous-questions

- Comment pourriez-vous faire cela?
- Est-ce que tout le monde a sa partie?
- Ces parties sont-elles pareilles pour tout le monde?
- Est-ce que quelqu'un peut dire ce qu'il a fait pour savoir qu'il fallait la moitié de la feuille pour en avoir tous la même chose?
- Y aurait-il une façon d'écrire cela sous forme de fraction?
- Comment s'appelle ta partie?
- Que veut dire le 1?
- Que veut dire le 2?
- Etc.

PROTOCOLE 1

SITUATION 1,3



30 feuilles de format régulier à partager en six personnes.

Question

- Est-il possible de vous partager ces feuilles pour que vous en ayiez tous la même chose?

Sous-questions

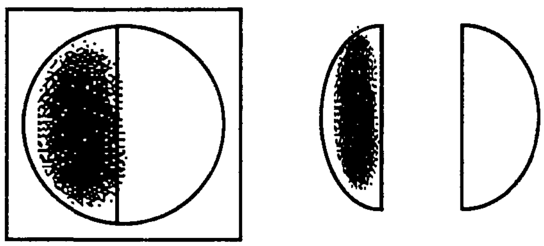
- Que pourriez-vous faire?
- Y aurait-il une solution qui vous permettrait de savoir exactement combien chacun aura de feuilles?
- Etes-vous tous d'accord?

— Est-ce que quelqu'un peut nous expliquer ce que nous avons fait?

- Vous arrive-t-il de partager des choses?
- Quel genre de partage est-ce?
- Etc.

PROTOCOLE 1

SITUATION 1,4



Partage 1 : 2

Représentation du partage 1 : 2 à partir d'un matériel structuré.

Cartons amovibles.

Questions

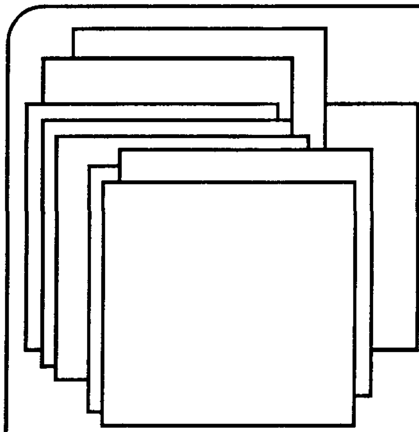
- Qu'est-ce qu'on peut dire de cela?
- Si j'enlève une partie, qu'est-ce que ça donne?

Sous-questions

- Qu'est-ce qui te fait dire cela?
- Qu'elqu'un aurait-il une autre façon de l'expliquer?
- Pourquoi?
- Quelqu'un peut-il nous expliquer ce que j'ai fait?
- Y aurait-il une façon d'écrire cela sous forme de fractions?

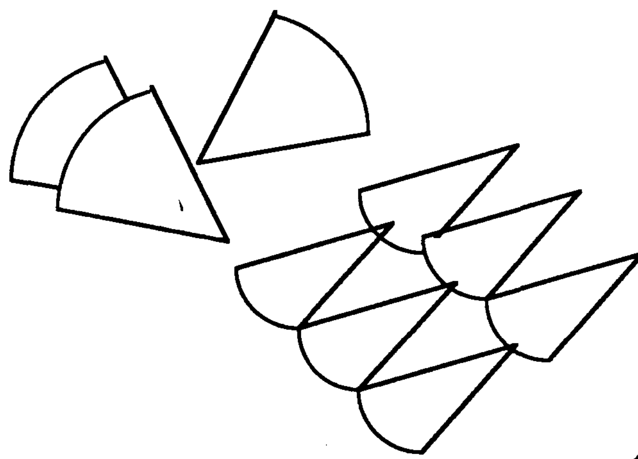
PROTOCOLE 1

SITUATION 1,5



Neuf supports de carton de même format.

Représentation d'autres situations de partage: tiers, quarts, cinquièmes, sixièmes, huitièmes, neuvièmes, dixièmes, douzièmes.



Question

- Pouvez-vous faire d'autres problèmes comme ceux-là en partant de ce matériel et en enlevant des parties?

Sous-questions

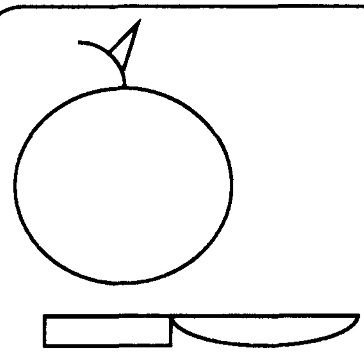
- Que vaut l'entier que tu as choisi?
- Est-ce qu'on peut l'écrire autrement?
- Combien de parties as-tu enlevées?
- Qu'obtiens-tu à la fin?
- Peux-tu écrire cela sous forme de fractions?
- Etc.

ANNEXE 2

Deuxième séance de l'expérimentation de la didactique

PROTOCOLE 2

SITUATION 2,1



Partage en demies

Relations partie-tout.
Addition: 1/2 + 1/2 = 2/2 ou 1 entier.
Soustraction: 2/2 - 1/2 = 1/2
Multiplication: 2/2 x 3 = 6/2 ou 3 entiers.

Questions	**Sous-questions**
• Est-ce possible de partager cette pomme pour avoir deux parts égales?	• Quelqu'un peut-il nous montrer comment on fait?
	• Qu'obtient-on?
	• Comment s'appelle cette partie?
	• Et cette partie?
	• Comment est-ce qu'on peut écrire cela?

- Combien a-t-on de demies en tout?

- Savez-vous combien de demies pommes on aurait besoin pour que vous en ayiez tous un morceau pareil ?

- Y a-t-il une façon de l'écrire?

- Y a-t-il encore d'autres façons possibles?

- Pourquoi?

- Comment le savez-vous?

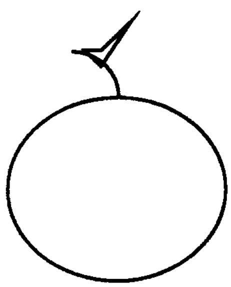
- Comment peut-on écrire cela?

- Y a-t-il encore d'autres façons possibles de l'écrire?

- Est-ce que ça équivaut à autre chose?

PROTOCOLE 2

SITUATION 2,2



Partage avec des quarts

Correspondance ou équivalence: 4/4 = 1 entier
2/4 = 1/2

Addition et soustraction:
1/4 + 1/4 = 2/4 ou 1/2
1/4 + 1/4 + 1/4 = 1/4 + 2/4 ou 3/4
1/4 + 1/4 + 1/4 +1/4 = 1/4 + 3/4 ou 2/4 + 2/4
= 1/2 + 1/2 ou 4/4 ou 1 entier

6 X 1/4 = 6/4 ou 1 pomme et 1/2.

Questions	Sous-questions
• Peut-on partager cette pomme pour avoir quatre parties égales?	• De quelle façon t'y prendrais-tu? • Qu'obtient-on? • Pourquoi?
— Comment s'appelle une partie de la pomme que vous avez coupée?	• Pourquoi? • Comment l'écrirais-tu?
• Si on prenait deux parties de cette pomme, quelle fraction de la pomme cela représente-t-il?	• Pourquoi? • Comment écrirais-tu cela? • Etes-vous tous d'accord? • Y aurait-il une autre façon de l'écrire?

	• Peux-tu nous expliquer cela?
• Si on prenait maintenant trois parties de la pomme, qu'est-ce qu'on aurait ?	• Pourquoi? • Comment le sais-tu? • De quelle façon on écrit cette fraction?
• Combien de quarts a-t-on en tout?	• Comment ça s'écrit? • Est-ce que ça équivaut à autre chose? • Etes-vous tous d'accord? • Pourriez-vous l'expliquer? • De quelle façon on écrit cela?
• Combien de quarts comme ça auriez-vous besoin pour en avoir tous chacun un morceau pareil?	• Pourquoi ? • Comment as-tu fait pour le savoir? • Alors, comment tu l'écris? • Est-ce que ça équivaut à autre chose? • Pourquoi ? • Etc.

PROTOCOLE 2

SITUATION 2,3

Retour sur l'activité de manipulation par le biais de la représentation imagée et idéogrammique.

Question

- Quelqu'un peut-il nous expliquer au tableau ce que nous avons fait aujourd'hui.

ANNEXE 3

Troisième séance de l'expérimentation de la didactique

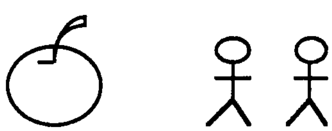
PROTOCOLE 3

SITUATION 3,1

Évaluation sur l'activité de la dernière séance.

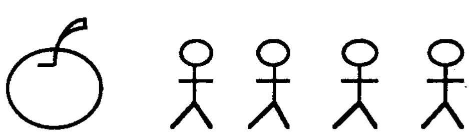
NOM: ____

1. Sépare chacune des formes suivantes de façon à ce que chacun des personnages puisse disposer de parties égales.



Qu'obtiens-tu?

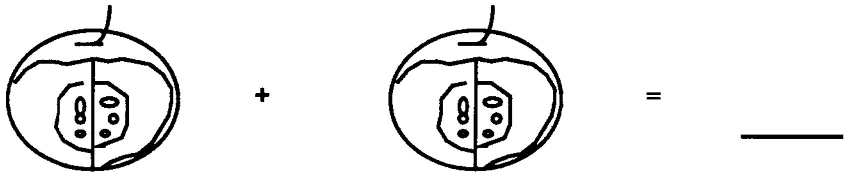
Que faire si six personnages voulaient en avoir autant?



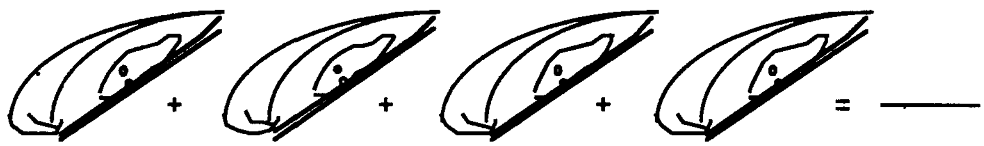
Qu'obtiens-tu?

Que faire si six personnages voulaient en avoir autant?

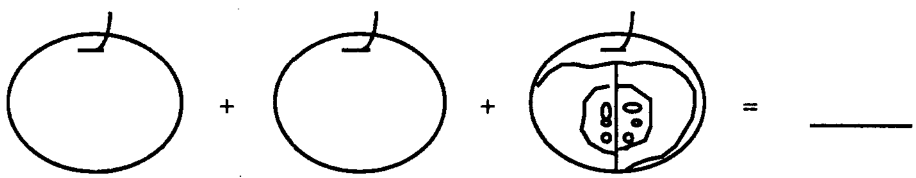
2. Écris sous forme de fraction



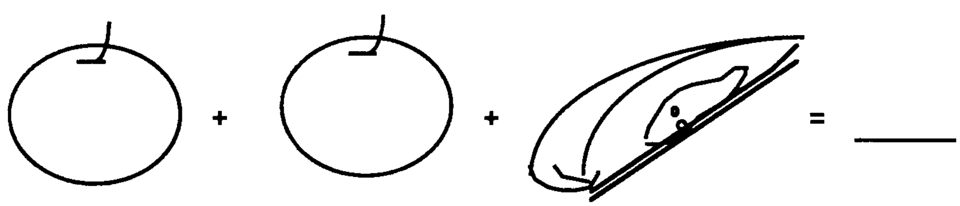
A)



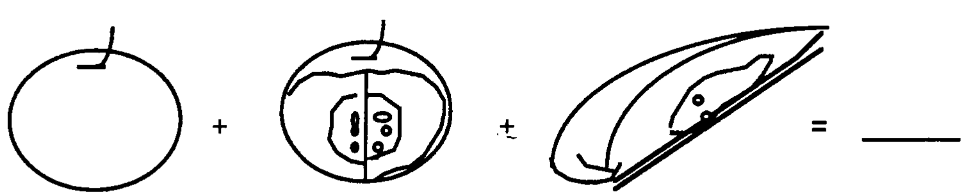
B)



C)



D)



E)

1. Utilise les signes <, > ou =.

$1 \quad \frac{1}{2}$	$\frac{3}{4} \quad \frac{4}{4}$
$\frac{4}{4} \quad \frac{2}{2}$	$\frac{6}{2} \quad 3$
$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4}$	$1 \quad \frac{2}{2}$
$\frac{3}{4} \quad 1$	$2 \quad \frac{5}{4}$
$\frac{4}{2} \quad 2$	$\frac{3}{2} \quad 1$

4. Place les fractions suivantes en ordre croissant.

$1\frac{1}{4}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$

5. Remplis les carrés vides.

$\frac{1}{2} < \square$	$\frac{3}{2} = \square$	$\frac{3}{4} < \square$
$\frac{2}{4} > \square$	$1\frac{1}{4} > \square$	$\frac{4}{2} = \square$
$1\frac{1}{2} > \square$	$\frac{1}{2} > \square$	
$\frac{2}{2} = \square$	$\frac{1}{4} < \square$	

6. Que veut dire: $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = X$

Peux-tu trouver la valeur de X?

Y a-t-il une autre manière de l'écrire?

7. Que veut dire : $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = X$

Peux-tu trouver la valeur de X?

Y a-t-il une autre manière de l'écrire?

8. Effectue les opérations suivantes :

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \square$	i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \square$	q) $2\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} = \square$
b) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \square$	j) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \square$	r) $3 \times \frac{1}{4} = \square$
c) $1\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \square$	k) $2 - \frac{1}{2} = \square$	s) $4 \times \frac{1}{2} = \square$
d) $2\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \square$	l) $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \square$	t) $2 \times \frac{2}{4} = \square$
e) $3\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \square$	m) $1\frac{1}{2} - 1 = \square$	u) $\frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \square$
f) $3\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \square$	n) $3\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4} = \square$	v) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \square$
g) $3 + \frac{3}{4} = \square$	o) $6 - \frac{3}{4} = \square$	
h) $6 - \frac{2}{4} = \square$	p) $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \square$	

9. Résouds le problème suivant:

Du 21 au 24 mai, les melons d'eau sont en spécial chez Provigo.

Le 21 mai, cinq melons et demi ont été vendus.

Le 22 mai, dix melons ont été vendus.

Le 23 mai, sept melons et demi ont été vendus.

Le 24 mai, huit melons et demi ont été vendus.

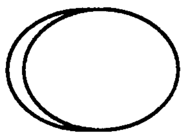
Quelle quantité de melons a été vendue?

ANNEXE 4

Quatrième séance de l'expérimentation de la didactique

PROTOCOLE 4

SITIUATION 4,1



Gâteau circulaire

Partage avec des tiers

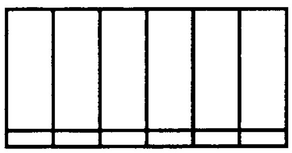
Correspondance: 3/3 = 1 entier.
Addition :
1/3 + 1/3 = 2/3
1/3 + 1/3 + 1/3 = 1/3 + 2/3 = 3/3 ou 1
Soustraction :
3/3 — 1/3 = 2/3
3/3 — 2/3 = 1/3
Multiplication:
6 x 1/3 = 6/3 ou 2 entiers

Questions	Sous-questions
• Est-il possible de partager ce gâteau en trois parties égales?	• Comment peut-on faire cela? • Qu'en pensez-vous les autres?
• Comment s'appelle une partie du gâteau?	• Pourquoi? • Comment est-ce que l'on écrit cela? • Que veut dire le 1? • Que veut dire le 2?

• En prenant deux parties, quelle fraction du tout cela représente-t-il?	• Pourquoi? • Comment écrirais-tu cela? • Qu'avait-on au début? • Qu'est-ce qu'on a fait ensuite? • Qu'est-ce que ça donne? • Il reste quelle partie du gâteau?
• Si je prends la partie qui reste et que je la rassemble avec les deux autres, qu'est-ce que ça donne?	• Pourquoi? • Est-ce qu'il y aurait une manière d'écrire tout cela? • Que vallent aussi les 3/3 du gâteau?
• Combien faudrait-il de tiers comme ça pour que vous en ayiez tous chacun un morceau pareil?	• Pourquoi? • Faudrait-il un autre gâteau? • Comment le savez-vous? • Peut-on écrire cela sous forme de fractions?

PROTOCOLE 4

SITUATION 4,2



Partage avec des sixièmes

Relation partie-tout.
Correspondance: 6/6 = 1 entier.
Soustraction:

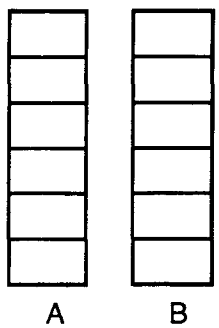
6/6 — 1/6 = 5/6
6/6 — 2/6 = 4/6
6/6 — 3/6 = 3/6 ou 1/2
6/6 — 4/6 = 2/6
6/6 — 5/6 = 1/6
6/6 — 6/6 = 0

Questions	**Sous-questions**
• Qu'est- qu'on a ici?	• Quel type de partage il y a à partir de cet entier? • Comment écririez-vous cela?
• Comment s'appelle un morceau?	• Pourquoi? • Comment ça s'écrit?
• Si je donne un morceau à "X" (sujet 5), combien il en reste ?	• Comment tu le sais? • Etes-vous tous d'accord?

	• Est-ce qu'il y aurait une manière d'écrire cela pour qu'on comprenne ce que j'ai fait, mais à l'aide de fractions ?
• Si je donne un autre morceau à "X" (sujet 1), qu'est-ce qui arrive ?	• Pourquoi? • Comment tu le sais? • Etes-vous d'accord? • Comment l'écrire maintenant?
• Etc., jusqu'à ce qu'il n'en reste plus.	• Idem, selon les réponses des sujets.

PROTOCOLE 4

SITUATION 4,3



Conservation du tout

$6/6 = 6/6$

Question

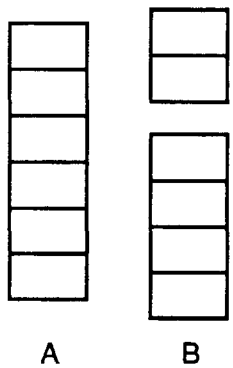
- Est-ce que c'est la même chose de sixièmes dans les deux cas ?

Sous-questions

- Pourquoi?
- Que vaut chacune des quantités?

PROTOCOLE 4

SITUATION 4,4



Conservation du tout

$6/6 = 2/6 + 4/6$

Question

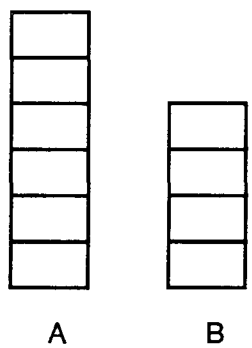
- Comme ça, est-ce que j'en ai la même chose des deux côtés ?

Sous-Questions

- Pourquoi?
- Qu'est-ce qu'il y a à comparer?

PROTOCOLE 4

SITUATION 4,5



Comparaison

6/6 > 4/6

Il manque 2/6 à B pour égaler A

Question

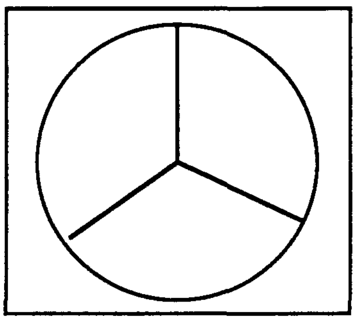
- Comme ça, est-ce qu'il y en a la même chose ?

Sous-questions

- Pourquoi?
- Lequel vaut le plus?
- Que faudrait-il faire pour en avoir la même chose?

PROTOCOLE 4

SITUATION 4,6



Partage avec des tiers

3/3 = 1 entier
3/3 -1/3 = 2/3
3/3 -2/3 = 1/3
2 x 3/3 = 6/3 ou 2 entiers
6/3 - 1/3 = 5/3 ou 1 entier et 2/3

Questions	**Sous-questions**
• Qu'est-ce que j'ai ici?	• Y aurait-il une autre manière de le dire?
• Si j'en enlève une partie, qu'est-ce qu'on obtient?	• Comment le sais-tu? • Pouvez-vous l'expliquer en utilisant des fractions?
• Si j'enlève deux parties, qu'est-qu'on obtient?	• Quelle partie reste-t-il? • Pouvez-vous représenter ce que j'ai fait à l'aide de fractions?

	• Connais-tu une autre manière de le faire?
• Avec deux entiers comme ça, on peut faire combien de tiers?	• Pourquoi? • Etes-vous tous d'accord avec ça? • Y a-t-il quelqu'un d'autre qui voudrait l'expliquer à sa manière?
• Une partie de moins à ces six tiers ça donne combien de tiers?	• Pourquoi? • Comment le savez-vous? • Pouvez-vous l'expliquer avec des fractions?
• Qu'est-ce que ça donnerait 4/3 si on le dessinait?	

PROTOCOLE 4

SITUATION 4,7

ÉVALUATION

Série A

1/2 + 1/2 =

1/2 + 1/2 +1/2 =

2/2 + 2/2 =

Série B

1/4 + 1/4 +1/4 =

1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4 =

1/4 + 3/4 + 1/4 =

3/4 + 4/4 =

4/4 + 4/4 =

Série C

1/3 + 1/3 =

1/3 + 1/3 + 1/3 =

2/3 + 3/3 =

3/3 + 3/3 =

4/3 + 2 1/3 =

Série D

2 x 1/2 =

3 x 1/2 =

4 x 1/2 =

3 x 1/3 =

4 x 1/4 =

ANNEXE 5

Cinquième séance de l'expérimentation de la didactique

PROTOCOLE 5

SITUATION 5,1

PROBLÈMES AU TABLEAU CONSTRUITS ET

EXPLIQUÉS PAR LES ENFANTS EUX-MÊMES.

Question	**Sous-questions**
• Peux-tu venir faire ton problème su tableau?	• Peux-tu expliquer ce que tu as fait?
	• Comment fais-tu pour arriver à cette réponse?
	• Est-ce que tout le monde est d'accord avec ça?
	• Y aurait-il une autre façon d'écrire ce problème?

PROTOCOLE 5

SITUATION 5,2

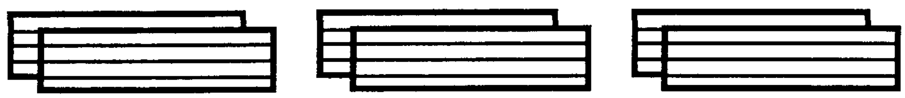
ÉVALUATION

L'expérimentateur écrit les problèmes au tableau et l'élève répond sur une feuille.

a) 1 - __ = 1/2
b) 1/2 + __ = 1 1/2
c) __ + 1/2 = 2
d) 1/4 + __ = 3/4
e) 3/4 + __ = 2
f) 3 x 1/4 = __
g) Une demie égale combien de quarts?
h) Un quart égale combien de huitièmes?
i) Un tiers égale combien de sixièmes?
j) Une demie égale combien de sixièmes?
k) Un quart égale combien de douzièmes?
l) Trois quarts égalent combien de huitièmes?
m) Deux tiers égalent combien de neuvièmes?
n) Une demie égale combien de dixièmes?
o) Trois et deux tiers égalent combien de tiers?
p) Un et un sixième égalent combien de sixièmes?
q) Deux et trois quarts égalent combien de quarts?
r) Deux et une demie égalent combien de demies?

PROTOCOLE 5

SITUATION 5,3



Chaque groupe de deux élèves dispose de huit languettes de plasticine égales.

Partages variés.
Comparaison de fractions et fractions équivalentes

5.3.1 L'expérimentateur dispose de 24 languettes de plasticine qu'il distribue aux participants.

Questions

- Qu'est-ce que nous avons ici?
- Combien avons-nous de languettes de plasticine?
- Si je vous demande de faire des équipes de deux, combien de languettes de plasticine chaque équipe pourra manipuler?

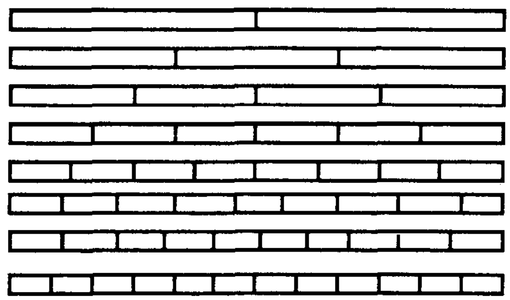
Sous-questions

- Pourquoi?
- Comment fait-on pour le savoir?

5.3.2 Manipulation et partages variés.

Questions	Sous-questions
• Si chaque languette de plasticine vaut un entier, combien avez-vous d'entiers en tout?	
• Pouvez-vous tailler ces languettes pour obtenir en premier des demies, ensuite des tiers, puis des quarts, des sixièmes, des huitièmes, des neuvièmes, des dixièmes et des douzièmes?	• Comment vas-tu faire pour les quarts? • Comment vas-tu faire pour les sixièmes? • Etc. • Peux-tu te servir de ce que tu as déjà fait.

5.3.3 Comparaisons de fractions et fractions équivalentes.



(Intervention interrogative auprès de chacune des équipes
et à partir des partages effectués).

(Intervention interrogative auprès de chacune des équipes

et à partir des partages effectués).

Questions

- Si on prend une demie et un tiers,
  Y a-t-il une différence?

Sous-questions

- Laquelle?
- Pourquoi?
- Comment le sais-tu?

• 1/2 et 1/4 ?	1/3 et 1/2 ?
• 1/2 et 1/4 ?	2/4 et 1/2 ?
• 3/4 et 1/2 ?	1/2 et 2/3 ?
• 1/4 et 2/3	1/3 et 1/4 ?
• 2/4 et 1/3 ?	3/4 et 1/3 ?
• 2/4 et 2/3 ?	3/4 et 2/3 ?
• 3/3 et 2/2 ?	2/2 et 4/4 ?
• Etc.	

- Idem.

- Un entier égale combien de demies ? • Pourquoi?
- Deux entiers.................................?
- Trois entiers................................?
- Quatre entiers...............................?
- Etc.
- Un entier égale combien de tiers.? • Pourquoi?
- Deux entiers...............................?
- Trois entiers...............................?
- Etc.
- Un entier égal combien de quarts? Pourquoi?
- Deux entiers..........................?
- Trois entiers.........................?
- Etc.
- Avec deux languettes et demi, tu aurais combien de demies? • Pourquoi?
- Avec deux languettes et deux tiers, tu aurais combien de tiers?
- Etc.

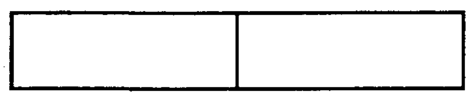
5.3.4 Devant la difficulté d'exploiter la plasticine comme matériel pour cette situation, l'expérimentateur propose aussi le matériel préalablement structuré sur cartons amovibles et présenté à la première séance.

ANNEXE 6

Sixième séance de l'expérimentation de la didactique

PROTOCOLE 6

SITUATION 6,1



Languette de carton

Partage avec des demies

1/2 + 1/2 = 2/2 ou 1 entier
1/2 + 1/2 + 1/2 = 3/2 ou 1 et 1/2
4/2 = 2 entiers
5/2 = 2 et 1/2
Etc.

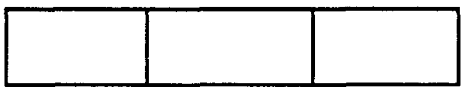
7 x 1/2 = 7/2 ou 3 et 1/2
7/2 + 3 et 1/2 = 14/2 ou 8
Etc.

Questions	Sous-questions
• Pourriez-vous partager cette languette en deux parties égales?	• Peux-tu me montrer la moitié de cette languette? • Est-elle égale à l'autre moitié? • Comment as-tu fait pour qu'elles soient pareilles toutes les deux.
• Si on rassemble les deux parties que vous avez découpées, qu'est-ce qu'on obtient?	• Comment le savez-vous? • Pourquoi? • Est-ce que tout le monde est d'accord?
• Si on avait une demie de plus, qu'est-ce que ça donnerait?	• Pourquoi? • Comment est-ce qu'on écrit cela?

• Si on avait quatre demies comme ça, qu'est-ce que ça donnerait?	• Pourquoi? • Comment est-ce qu'on écrit cela? • Y aurait-il une autre façon de l'écrire?
• Combien de languettes il nous faudrait pour avoir cinq demies? • Si on avait six demies? • Puis sept demies? • Puis huit demies? • Puis neuf demies? • Puis douze demies?	• C'est-à-dire? • Pourquoi? • Idem.
• Trois languettes et demie, ça fait combien de demies?	• Pouvez-vous le dessiner? • Pouvez-vous l'écrire? • Y a-t-il une autre façon possible?
• Sept fois une demie, ça donne quoi? • Si on ajoutait aussi trois et demie, qu'est-ce qu'on obtiendrait?	• Pourquoi?
• Sept languettes et demie ajoutées à quatre languettes et demie, ça donne quoi?	• Idem.

PROTOCOLE 6

SITUATION 6,2



Partage avec des tiers

3/3 = 1	1/2 > 1/3
4/3 = 1 et 1/3	1/2 < 2/3
5/3 = 1 et 2/3	1/2 < 3/3
Etc.	

Questions	Sous-questions
• Pouvez-vous partager cette languette pour avoir trois parties égales?	• Comment allez-vous faire cela?
• Que vaut cette nouvelle languette?	• Pourquoi?
• Comment s'appelle une partie de la languette?	• Comment le savez-vous?
• Deux parties?	
• Trois parties?	• Ça équivaut à quoi d'autre?

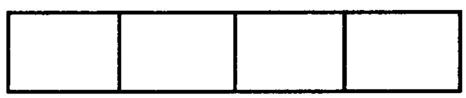
• Entre une demie et un tiers, quelle est la plus grande fraction?	• Pourquoi? • Peux-tu le vérifier? • Peux-tu le démontrer? • Est-ce que tout le monde est d'accord avec ça?
• Vous m'avez dit tout à l'heure que trois partie comme celles-là(3/3) ça équivaut à......?	• Pourquoi? • Pouvez-vous le démontrer?
• Mais si on en avait quatre plutôt que trois, qu'est-ce que ça donnerait?	
• Si on avait dix tiers, qu'est-ce que ça donnerait? • Seize tiers?	• Pouvez-vous le démontrer?
• Pouvez-vous vous servir des tiers pour obtenir quatre languettes et les deux tiers d'une autre?	• Combien cela fait-il de tiers?
• Si on en ajoutait encore un tiers, qu'est-ce qu'on obtiendrait?	• Pourquoi?
• A quoi équivaut douze tiers?	• Peux-tu l'expliquer?

ANNEXE 7

Septième séance de l'expérimentation de la didactique

PROTOCOLE 7

SITUATION 7,1



Partage avec des quarts

4/4 = 1
5/4 = 1 et 1/4
6/4 = 1 et 2/4 ou 1 et 1/2
Etc.

1/2 > 1/4   1/3 > 1/4
1/2 = 2/4   1/3 < 2/4
1/2 < 3/4   2/3 > 2/4
2/2 = 4/4   3/3 = 4/4
Etc.

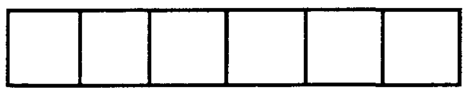
Questions	Sous-questions
• Pouvez-vous partager cette nouvelle languette en quatre parties égales?	• Comment allez-vous faire cela? • Y a-t-il un moyen pour que ce soit juste? • Quelle mesure prendras-tu?
• Comment s'appelle une partie de la languette que vous venez de découper? • Deux parties? • Trois parties?	• Pourquoi? • Comment ça s'écrit?

• Quatre parties?	• Est-ce que ça équivaut à autre chose?
• Qu'est-ce qu'on peut dire de un quart?	• Pouvez-vous dire autre chose?
• Est-ce que un quart c'est plus grand qu'un tiers?	• Pourquoi?
• Pouvez-vous comparer 1/2 à 1/4?	• Que dirais-tu?
• .... 1/3 à 1/4?	• Pourquoi?
• .... 2/3 à 1/4?	
• .... 3/3 à 4/4?	
• .... 1/2 à 2/4?	
• .... 2/2 à 4/4?	
• .... 2/3 à 3/4?	
• .... 1/2 à 3/4?	
• Qu'est-ce que ça nous prendrait pour faire cinq quarts?	• Comment le sais-tu?
	• Pourquoi?
• Deux languettes pareilles et les trois quarts d'une autre, ça fait combien de quarts?	• Peux-tu expliquer ta réponse?

• Si on prenait par exemple deux languettes, celle-là et celle-là, plus les trois quarts d'une autre, on aurait combien de quarts en tout?	• Pourquoi? • Explique ce que tu as fait en utilisant des fractions.
• Qu'est-ce que ça nous prendrait pour faire huit quarts?	• Comment le sais-tu? • Pourquoi?
• Pour faire cinq quarts, qu'est-ce que ça prendrait?	• Comment le sais-tu? • Pourquoi?
• Pour faire douze quarts, tu aurais besoin de quoi?	• Peux-tu le démontrer?
• Pour seize quarts?	
• Avec les trois quarts de cette languette, peut-on aussi avoir une fraction équivalente avec la languette que vous avez partagée en deux?	• Peux-tu nous expliquer ta réponse?

PROTOCOLE 7

SITUATION 7,2



Partage avec des sixièmes

6/6 = 1
7/6 = 1 et 1/6
8/6 = 1 et 2/6
Etc.

1/2 > 1/6   2/6 > 1/4
2/6 = 1/3   1/2 = 3/6
Etc.

1/2 + 1/4 = 3/4
1/2 + 3/4 = 5/4 ou 1 et 1/4

Questions

- Que peut-on dire de 1/6?

- Quelle est la différence entre 1/2 et 1/6?
- ....2/6 et 1/4?
- ....2/6 et 1/3?
- ....3/6 et 2/4?
- ....3/6 et 3/4?
- ....3/6 et 1/2?
- ....4/6 et 2/3?

Sous-questions

- Quelqu'un a-t-il autre chose à rajouter?

- Pourquoi?
- Pouvez -vous le vérifier?

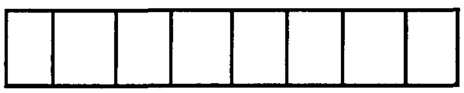
- Pouvez-vous faire une liste de fractions équivalentes avec les languettes que vous avez partagées(demies, tiers, quarts, sixièmes)?

- Maintenant, si on prend la moitié d'une languette et qu'on y ajoute le quart d'une autre, qu'est-ce qu'on obtient?
  - Comment le sais-tu?
  - Peux-tu nous expliquer ta réponse?

- Si on prend encore la moitié d'une languette et que cette fois on ajoute les trois quarts d'une autre, que pensez-vous que nous allons obtenir?
  - Pourquoi?
  - Peux-tu nous le démontrer?

PROTOCOLE 7

SITUATION 7,3



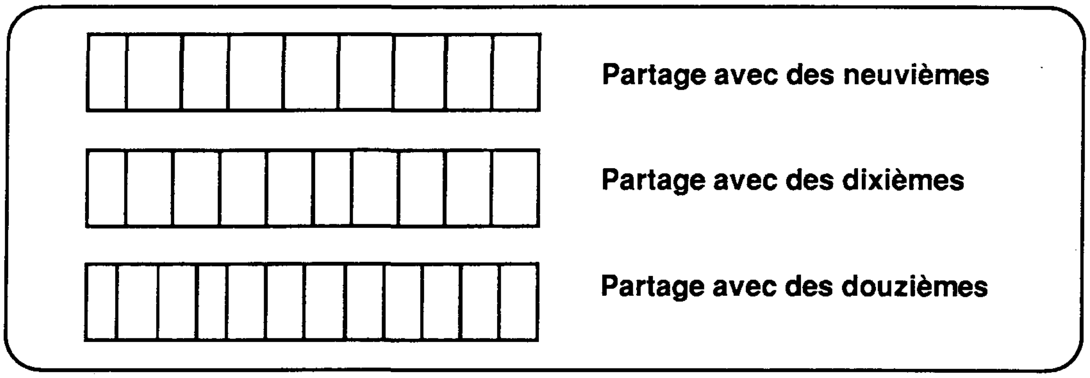
Partage avec des huitièmes

1/8 < que 1/2, que 1/3 ou que 1/6
4/8 = 1/2 ou 2/4 ou 3/6
6/8 = 3/4

Questions	**Sous-questions**
• Qu'est-ce qu'on peut dire de 1/8?	• Pourquoi? • Qu'est-ce qu'on peut dire aussi?
• Qu'est-ce qu'on peut dire de 4/8?	• Pourquoi? • Qu'est-ce qu'on peut dire aussi?
• Qu'est-ce qu'on peut dire de 6/8?	• Pourquoi? • Qu'est-ce qu'on peut dire aussi?

PROTOCOLE 7

SITUATION 7,4



Questions	Sous-questions
• Quel est le rapport entre les tiers et les neuvièmes?	• Pourquoi? • Comment le sais-tu?
• Comment fait-on pour partager cette languette en dix parties égales?	• Quelle sera ta mesure?
• Comment fait-on pour partager cette languette en douze parties égales?	• Quelle sera ta mesure?
• Connais-tu d'autres fractions équivalentes en utilisant toutes languettes que tu as faites.	• Peux-tu démontrer comment tu fait pour obtenir cette réponse? • Pourquoi est-ce égal?

PROTOCOLE 7

SITUATION 7,5

Les sujets sont priés de résoudre les problèmes que l'expérimentateur écrit sur le tableau. Ils peuvent consulter le matériel au besoin.

1/4	○	1/3	2/4	○	5/10	2/4	○	1/2
1 1/2	○	3/2	2/3	○	1/2	3/4	○	6/8
3/4	○	1/2	1/4	○	3/6	1/3	○	2/6

1/2 = x/4
1/3 = x/6
1/4 = x/8
1/3 = x/9
1/6 = x/12
3/6 = x/2
4/8 = x/12

3/4 = x/9
2/3 = x/6
5/6 = x/12
2 2/3 = x/3
3 3/4 = x/4
6 1/2 = x/2
18/6 = x

1/2 + 1/4 =
1/2 + 2/4 =
1/3 + 1/6 =
2/3 + 1/9 =
1/3 + 2/6 =

1/2 + 3/4 =
1/10 + 1/2 =
2/6 + 3/12 =
2/12 + 1/2 =
3/4 + 1/8 =

Colorie 1/2 de ces carreaux

1/2 = x/12

APPENDICE C

Présentation des résultats

ANNEXE 1 : Répartition des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental.

ANNEXE 2 : Répartition des résultats obtenus par les sujets du groupe A'.

ANNEXE 3 : Répartition des résultats obtenus par les sujets du groupe B.

ANNEXE 1

Répartition des résultats obtenus aux différentes épreuves par les sujets du groupe expérimental

ANNEXE 1

Répartition des résultats obtenus par les sujets du groupe expérimental à chacune des épreuves.

SUJET	GROUPE	ÉPREUVES											
		Quant. des prob.			Test péd. des fractions			Compréhension écrite			Questionnaire d'intérêt		
		Prétest	P.test 1	P.test 2	Prétest	P.test 1	P.test 2	Prétest	P.test 1	P.test 2	Prétest	P.test 1	P.test 2
1	A	2	4	4	7	7	14	2	1,5	4,5	54	52	70
2	A	1,5	2	2	9	14	15	3,5	7,5	6,5	63	62	60
3	A	2	2	4	6	29	27	7	12	12,5	40	53	64
4	A	1	2	2	10	15	21	7	8,5	8,5	68	39	76
5	A	1	2	4	6	10	10	7	6,5	6,5	61	59	62
6	A	1	1	1	13	21	21	5,5	11	11	78	63	76
		Note/8 points			Notes/35 points			Note/16 points			Note/80 points		

ANNEXE 2

Répartition des résultats obtenus aux différentes épreuves par les sujets du groupe A'

ANNEXE 2

Répartition des résultats obtenus par les sujets du groupe A' à chacune des épreuves.

SUJET	GROUPE	ÉPREUVES											
		Quant. des prob.			Test péd. des fractions			Compréhension écrite			Questionnaire d'intérêt		
		Prétest	P.test 1	P.test 2	Prétest	P.test 1	P.test 2	Prétest	P.test 1	P.test 2	Prétest	P.test 1	P.test 2
7	A'	2	2	—	16	19	—	9,5	8	—	49	66	—
8	A'	2	1,5	—	18	13	—	11	9	—	67	55	—
10	A'	1,5	1,5	—	14	17	—	6,5	4,5	—	76	—	—
11	A'	2	2	2	20	24	26	8,5	13,5	11,5	80	71	78
12	A'	4	4	—	14	16	13	10,5	8	12	65	66	74
13	A'	4	4	4	18	20	—	8,5	7,5	—	80	72	—
14	A'	2	2	—	18	21	—	12,5	12,5	—	79	—	—
15	A'	2	2	1,5	25	25	—	12	14	—	73	72	—
16	A'	2	2	—	24	27	25	6,5	11,5	11,5	76	71	73
17	A'	2	2	—	28	33	—	14,5	16	—	75	—	—
18	A'	4	4	4	13	13	12	6,5	5	6,5	68	63	64
19	A'	1,5	4	—	22	28	—	7	13,5	—	75	70	—
20	A'	1,5	4	—	29	25	—	11,5	14,5	—	80	80	—
21	A'	2	2	—	14	14	—	5	5	—	53	44	—
22	A'	1,5	1	—	15	14	—	5,5	8,5	—	58	72	—
23	A'	4	4	—	22	19	—	9	12,5	—	74	62	—
		Note/8 points			Notes/35 points			Note/16 points			Note/80 points		

ANNEXE 3

Répartition des résultats obtenus aux différentes épreuves par les sujets du groupe B

ANNEXE 3

Répartition des résultats obtenus par les sujets du groupe B à chacune des épreuves.

SUJET	GROUPE	ÉPREUVES											
		Quant. des prob.			Test péd. des fractions			Compréhension écrite			Questionnaire d'intérêt		
		Prétest	P.test 1	P.test 2	Prétest	P.test 1	P.test 2	Prétest	P.test 1	P.test 2	Prétest	P.test 1	P.test 2
1	B	2	2	2	29	31	31	8,5	9	14	61	62	64
2	B	1,5	2	-	15	15	-	2,5	6	-	52	43	-
3	B	2	2	4	30	27	19	13	13	8	66	56	56
4	B	4	4	-	22	23	-	9	10,5	-	55	50	-
5	B	2	2	2	17	30	27	9,5	14	11,5	77	71	71
6	B	2	2	-	27	28	-	10	10,5	-	72	71	-
7	B	2	2	5	19	14	30	7	5,5	12	55	50	68
9	B	2	5	-	24	27	-	11	12,5	-	69	68	-
11	B	4	4	2	23	24	20	12,5	13,5	10,5	76	71	73
13	B	2	2	-	22	24	-	4,5	11,5	-	57	66	-
15	B	0,5	1,5	-	27	31	-	12,5	12	-	76	75	-
16	B	0,5	2	1	16	18	24	3,5	8,5	10	42	35	59
17	B	2	8	-	19	23	-	4	11	-	49	59	-
18	B	4	4	8	28	28	32	13,5	15	14	80	78	79
19	B	2	2	-	18	24	-	3,5	7	-	59	61	-
20	B	2	2	4	21	17	23	4,5	6	9,5	57	64	63
21	B	2	2	-	27	29	-	9	9	-	78	78	-
22	B	2	2	2	17	23	23	8	11,5	11,5	59	71	80
23	B	2	2	-	19	19	-	8	4	-	70	80	-
25	B	5	2	2	25	25	21	10	12,5	14	62	61	70
		Note/8 points			Notes/35 points			Note/16 points			Note/80 points		