

MÉMOIRE

présenté

à

L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI

Comme exigence partielle pour l'obtention du grade de

Maître ès Sciences Appliquées

(M.Sc.A.)

par

Jean Perron, B.Sc.

MODÉLISATION MATHÉMATIQUE SIMPLIFIÉE
D'UN FOUR DE MÉTAL CHAUD

Juin 1987



Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

RESUME

Un modèle dynamique est construit pour simuler les mécanismes de transfert de chaleur apparaissant dans un four de maintien et de refonte de l'aluminium.

Le modèle est construit en tenant compte des différents modes opératoires rencontrés sur un tel four.

L'équation de l'énergie est solutionnée à une dimension pour les différentes composantes du four. La méthode de zones est utilisée pour le transfert de l'énergie par radiation dans la chambre de combustion. De plus, pour le métal, la fonte du solide est solutionnée par la méthode de l'enthalpie couplée à la définition de la transformée de Kirchhoff de la conductivité thermique.

Un écoulement frontal est admis pour les gaz dans la chambre de combustion. L'équation du mouvement n'est pas solutionnée pour le métal liquide. La convection forcée est représentée par une fonction de brassage calibrée expérimentalement.

Deux (2) sous-modèles sont construits pour prédire l'émissivité de surface du métal et des réfractaires.

Les équations différentielles partielles sont intégrées par la méthode des différences finies d'Euler-Cauchy.

La validation expérimentale du modèle est faite pour un four d'aluminiun basculant de soixante-dix (70) tonnes.

Finalement, le modèle est utilisé pour la recherche d'un mode opératoire plus économique en combustible. Par la suite, une fonction de coûts à minimiser, définie comme le rapport de la consommation spécifique sur le taux de refonte, a montré qu'il existe un débit optimal du combustible situé près de 350 m³/h.

Jean Perron
Jean Perron, étudiant

Rung Tien Bui
Rung Tien Bui, dir. de recherche

TABLE DES MATIERES

RESUME.....	ii
TABLE DES MATIERES.....	iv
REMERCIEMENTS.....	viii
LISTE DES SYMBOLES.....	ix
LISTE DES TABLEAUX.....	xviii
LISTE DES FIGURES.....	xx
INTRODUCTION.....	1
1. LES FOURS DE METAL CHAUD.....	3
1.1 Description sommaire.....	3
2. LE MODELE DU FOUR.....	6
2.1 Classification par type.....	6
2.1.1 Modèle de type 1 (0-dimension).....	6
2.1.2 Modèle de type 2 (1-dimension).....	7
2.1.3 Modèle de type 3 (2- et 3- dimensions).....	7
2.2 Classification chronologique.....	8
2.2.1 Pré-modélisation (1890 à ~ 1945).....	8
2.2.2 Modèle de type 1 (1945 à aujourd'hui).....	8
2.2.2.1 Le modèle à données minimales.....	8
2.2.2.2 Le modèle d'échange radiatif simplifié..	11
2.2.3 Modèles de type 2 (~1955 à aujourd'hui).....	17
2.2.3.1 Le modèle à chambre longue.....	17
2.2.4 Modèle de type 3 (1958 à aujourd'hui).....	19
2.2.4.1 Le modèle des zones.....	20
2.2.4.2 Représentation d'un gaz réel.....	23
2.2.4.3 Le bilan d'énergie.....	25

2.3 Les buts du modèle	29
2.3.1 Le modèle choisi.....	31
2.3.1.1 La convention spatiale des variables, le modèle géométrique.....	31
3. LES EQUATIONS DE CONSERVATION.....	35
3.1 Formulation locale des équations.....	36
3.1.1 La conservation de la masse.....	36
3.1.2 La conservation de la quantité de mouvement.....	36
3.1.3 La conservation de l'énergie.....	37
3.1.3.1 Le flux massique \dot{J}	37
3.1.3.2 Le flux de quantité de mouvement \dot{I}	38
3.1.3.3 Le flux d'énergie \dot{q}	38
3.2 Formulation globale des équations.....	39
3.2.1 La conservation de la masse.....	40
3.2.2 La conservation de la quantité de mouvement.....	41
3.2.3 La conservation de l'énergie.....	41
3.3 La chambre de combustion.....	42
3.3.1 Le modèle de combustion.....	43
3.3.2 La conservation de la masse.....	45
3.3.3 La conservation de l'énergie.....	47
3.3.3.1 Le modèle des gaz bien mélangés.....	52
3.3.3.2 Le modèle avec gradient axial de température dans le gaz.....	54
3.3.4 La conservation de la quantité de mouvement.....	57
3.4 Le métal.....	59
3.4.1 La conservation de l'énergie.....	59
3.4.2 La conservation de la quantité de mouvement.....	64
3.4.3 La conservation de la masse.....	65
3.5 Le plancher, la voûte et les murs du four.....	66
3.5.1 Les propriétés physiques des parois équivalentes thermiquement.....	67
3.5.2 La conservation de l'énergie.....	70

4. LES SOUS-MODELES.....	71
4.1 Propriété relative à l'émetteur: l'émissivité.....	71
4.2 Les surfaces métalliques.....	73
4.3 Les surfaces réfractaires.....	77
4.4 Algorithme pour les sous-modèles de l'émissivité.....	78
4.5 Les modes opératoires du four.....	79
4.5.1 Chronologie des périodes simulées.....	82
4.5.2 Les critères d'arrêt de la simulation.....	83
5. RESOLUTION NUMERIQUE.....	84
5.1 La chambre de combustion.....	84
5.1.1 L'équation d'énergie.....	84
5.2 Le métal.....	87
5.2.1 L'équation d'énergie.....	87
5.3 Le plancher, l'air sous le four et les fondations.....	91
5.4 Les murs et la voûte.....	100
5.5 Critère de convergence et stabilité numérique.....	104
6. RESULTATS.....	109
6.1 Validation du modèle.....	109
6.1.1 Initialisation des variables.....	111
6.1.2 Résultats de la validation.....	118
6.2 Simulation.....	150
6.2.1 Effet du brassage en continu à l'azote.....	151
6.2.2 Effet de l'ajout du métal en fusion au début de la fournée.....	153
6.2.3 Recherche d'un débit de combustible optimal.....	155
6.3 Limites d'application du modèle.....	158
CONCLUSION.....	159
BIBLIOGRAPHIE.....	161

APPENDICE A: Expression détaillée du taux de libération de chaleur dans la chambre de combustion Q_7	175
APPENDICE B: Modèle du gaz réel	179
APPENDICE C: Algorithme pour l'ouverture des portes	182
APPENDICE D: Expression des coefficients de transfert de chaleur par convection des gaz vers le métal h_D^C et les réfractaires h_{EV}^C	185
APPENDICE E: Expression du taux de libération de la chaleur dans la chambre de combustion Q_7 en supposant un gradient de température dans les gaz	189
APPENDICE F: Algorithme pour le brassage du métal liquide	191
APPENDICE G: Algorithme pour l'ajout du métal en fusion	194
APPENDICE H: Les propriétés physiques des matériaux	196
APPENDICE I: Procédure d'initialisation d'une simulation	198

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier sincèrement les professeurs Rung T. Bui Ph. D. et André Charette, D. Sc., qui, comme directeur et codirecteur, ont su réveiller en moi un goût plus approfondi pour la recherche.

Je remercie les membres de l'équipe de l'ingénierie des systèmes et en particulier, Messieurs Réjean Ouellet, Guy Simard et Thierry Bourgeois pour les conseils judicieux, notamment en programmation. Une pensée toute particulière à Danielle Bédard pour son support tout au long de ce travail.

Je remercie la Fondation de l'Université du Québec, les fonds FCAR pour la formation des chercheurs ainsi que ALCAN International pour leur support financier tout au long de ce mémoire.

LISTE DES SYMBOLES

a	fraction du méthane dans le combustible	1
a_g	coefficient de pondération pour un gaz gris	1
a_n	coefficient de pondération du n ième gaz gris	1
a'_n	coefficient de pondération du n ième gaz gris	1
A	aire	m^2
\vec{A}	vecteur normal d'une surface ayant comme module l'aire de la surface	m^2
b	fraction de l'éthane dans le combustible	1
B_i	nombre de Biot	1
c	fraction du propane dans le combustible	1
c_i	concentration molaire de l'espèce i	kmol/m^3
C	chaleur massique	$\text{kJ}/\text{kg.K}$
C_p	chaleur massique à pression constante	$\text{KJ}/\text{m}^3.\text{K}$
C_s	consommation spécifique, rapport de deux (2) surfaces	m^3/h
C_v	chaleur massique à volume constant	$\text{kJ}/\text{m}^3.\text{K}$
d	fraction du butane dans le combustible, constante empirique pour la température des gaz	1
D	diamètre	m
D'	densité de chauffage réduite	1
E	émittance, énergie	kW/m^2
\vec{E}	vecteur excitation de la méthode de zones	kW
$E(\lambda, T)$	émittance monochromatique	$\text{kW}/\text{m}^2.\mu\text{m}$

$(f_{ij})_n$	facteur de réception totale sur la base du N ième gaz gris	1
Fo	nombre de Fourier	1
$F_{ij}, F_{i \rightarrow j}$	facteur de forme de i vers j	1
F_i	facteur d'entrée	1
$\underline{E}, \underline{F}'$	matrice des facteurs de forme	1
[Fe]	concentration en Fe_2O_3	1
\vec{F}	vecteur force	N
$\overline{g_i g_j}$	aire d'échange direct gaz-gaz	m^2
$\overline{g_i s_j}$	aire d'échange direct gaz-surface	m^2
\vec{g}	gravitation	m/s^2
G	éclairement	kW/m^2
Gr	nombre de Grashoff	1
$\overline{G_i G_j}$	aire d'échange total gaz-gaz	m^2
$\overline{\vec{G}_i G_j}$	aire d'échange dirigé gaz-gaz	m^2
$\overline{G_i S_j}$	aire d'échange total gaz-surface	m^2
$\overline{\vec{G}_i S_j}$	aire d'échange dirigé gaz-surface	m^2
$(\overline{GS}_i)_R$	aire d'échange total gaz-surface réfractaire	m^2
$(\overline{\vec{GS}}_i)_R$	aire d'échange dirigé gaz-surface réfractaire	m^2
h, h_c, h^c	coefficient de transfert de chaleur par convection	$kW/m^2.K$
h	enthalpie massique	kJ/kg
$\overline{h_f^o}$	enthalpie de formation	$kJ/kmol$
$\overline{h, H}$	enthalpie molaire	$kJ/kmol$
h_i^g	coefficient de transfert de chaleur global à la surface i	$kW/m^2.K$
H	enthalpie volumique	J/m^3

H_c	taux de chauffage	kW
H_c^0	taux de chauffage en régime établi	kW
H_S	taux de transfert de chaleur à la charge	kW
H_S^M	taux de transfert de chaleur maximal à la charge	kW
\vec{i}	vecteur de base	1
$I(\lambda, \theta, \phi, T)$	intensité monochromatique directionnelle	$\text{W/m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}$
$I(\lambda, T)$	intensité monochromatique diffuse	$\text{W/m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}$
\vec{j}	vecteur flux massique , vecteur de base	$\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$
J	radiosité	kW/m^2
\vec{J}	vecteur radiosité	kW/m^2
J_1	fonction de coût	$\text{m}^3 \cdot \text{h/t}^2$
k	conductivité thermique ,	$\text{W/mK}, \text{kW/mK}$
\vec{k}	vecteur de base	1
k_n	coefficient d'atténuation du Nième gaz gris	$(\text{atm.m})^{-1}$
K	rapport de deux (2) températures , coefficient d'atténuation ,	1 m^{-1}
	énergie cinétique	kJ
L	longueur ,	m
	coefficient des pertes	1
\dot{m}_c	débit du combustible	m^3 / h
M	masse	kg
\overline{M}	masse molaire	kg/kmol
\dot{n}_c	débit du combustible	kmol/s

\dot{n}_i	débit molaire de l'espèce i	kmol/s
\vec{n}	vecteur normal unitaire	1
N	nombre de noeuds	1
Nu	nombre de Nusselt	1
p	pression,	atm
	périmètre	m
Pr	nombre de Prandtl	1
\vec{P}	vecteur quantité de mouvement	kg.m/s
$q_{acc,i}$	taux d'accumulation d'énergie de i	kW
q_{comb,V_i}	taux de libération de l'énergie de combustion dans le volume V_i	kW
q_{cond,A_i}	taux de transfert d'énergie par conduction à la surface A_i	kW
$q_{conv,i}$	taux de transfert d'énergie par convection vers i	kW
q_{enth,V_i}	différence d'enthalpie des gaz de l'entrée à la sortie pour V_i	kW
\dot{dq}^3	taux de transfert de chaleur	W
\vec{q}	vecteur flux d'énergie	kW/m ²
Q	taux de transfert de chaleur	kW
Q'	efficacité réduite	1
$Q_{i,net}$	taux de transfert de chaleur net sur i	kW
$Q_{i \rightarrow j}$	énergie émise par i et absorbée par j	kW
$Q_{i \rightleftharpoons j}$	taux de transfert net entre i et j	kW
r	rayon	m
r_i	taux de production de l'espèce i	kg/m ³ .s

R	résistance thermique	K/kW
Ra	nombre de Rayleigh	1
Re	nombre de Reynolds	1
$\overline{s_i s_j}$	aire d'échange direct surface-surface	m^2
$\overline{\overline{s_i s_j}}$	aire d'échange total surface-surface	m^2
$\overrightarrow{s_i s_j}$	aire d'échange dirigé surface-surface	m^2
$\overrightarrow{s_i g_j}$	aire d'échange dirigé surface-gaz	m^2
t	temps	s
t_s	temps de la simulation	s
t^C	temps pour le calcul des taux de refonte	h
t^T		
t^U		
t_T	temps pour le transfert du métal en fusion	s
T	température	K
T_o	température ambiante	K
T'_o	pseudo température ambiante	1
\mathbf{T}	matrice de transfert	m^2
T_R^C	taux de refonte	t/h
T_R^T		
T_R^U		
U	coefficient de transfert de chaleur incluant tout, énergie interne	kW/m^2K
		kJ

V	volume	m^3
\vec{V}	vecteur vitesse	m/s
W	travail	kW
X	coordonnée	m
X'	longueur adimensionnelle	1

Lettres grecques

α^o	facteur d'utilisation de la chaleur	1
α'	constante	1
α	air en excès exprimé en fraction	1
β	coefficient de dilatation volumique	K^{-1}
β'	constante	1
γ	facteur de calibration	1
δ_{ij}	symbole de Kronecker	1
$\underline{\delta}$	tenseur unité	1
$\epsilon, \epsilon(2\pi, t, T)$	émissivité totale hémisphérique	1
$\epsilon(2\pi, \lambda, T)$	émissivité monochromatique hémisphérique	1
η	efficacité énergétique	1
θ	rapport de deux (2) températures	1
θ	transformée de Kirchhoff de la conductivité thermique, W/m^3	
	angle	rad
κ	viscosité de tout le corps	kg/m.s
λ	longueur d'onde	μm

μ	viscosité dynamique,	kg/m.s
	dimension des grains du réfractaire	μm
v	viscosité cinématique	m^2/s
Π	tenseur de pression	N/m^2
ρ	masse volumique,	kg/m ³
	réflexivité	1
ρ_L	chaleur latente de fusion	J/m ³
σ	constante de Stefan-Boltzmann	kW/m ² .K ⁴
τ	rapport de deux (2) températures,	1
	temps	s
$\bar{\tau}$	transmissivité moyenne	1
$\underline{\tau}$	tenseur flux de quantité de mouvement	N/m^2
ϕ	énergie potentielle,	kJ
	diffusivité thermique,	m^2/s
	angle	rad
Φ	énergie potentielle	kJ
ψ	angle	degré
ω	humidité absolue,	1
	angle solide	sr
$\omega^{(m)}$	transfert massique	kg/s

Indices inférieurs

ab	air au brûleur
ai	air d'infiltration
b	corps noir
c	conduit, par convection

comb	combustion
conv	convection
cond	conduction
cham	chambre de combustion
chem	cheminée
exp	expérimental
f	couche,
F	fusion,
	final
FA	flamme adiabatique
g	gaz
gs	gaz à la sortie
H	hydraulique
I	initial
L	liquide
MAX	maximale
P	produit de la combustion
r,R	réfractaire,
	réactif de la combustion
TT	transfert total
T,P	température et pression
tot	total
S	surface,
	sortie

1, | 1 section 1
 2, | 2 section 2

∞ lointain

Indices supérieurs

(m) aux limites fixes autres que le volume de contrôle
 C par convection
 R par radiation
 T la transposée
 ADM admissible
 v au temps t, discrétisation
 0 au début, t = 0
 * après un brassage
 - moyenne,
 par mole,
 -̄ par unité massique

Autres notations

Δ écart, variation
 Δ' fraction d'un écart
 ∇ opérateur $\frac{\partial \vec{i}}{\partial x}, \frac{\partial \vec{j}}{\partial y}, \frac{\partial \vec{k}}{\partial z}$
 $\langle \rangle$ moyenne temporelle et spatiale
 V.C. volume de contrôle
 $[], \underline{ }$ matrice
 $\{ \}$ vecteur
 \circ produit dyadique

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1: Liste des variables usuelles du modèle	34
Tableau 4.1: Modèles empiriques pour la prédiction de l'émissivité normale totale de l'aluminium	75
Tableau 4.2: Rapport entre l'émissivité hémisphérique et l'émissivité normale pour les surfaces métalliques	76
Tableau 4.3: Pourcentage d'erreurs associées à la prédiction de l'émissivité de surface du métal	76
Tableau 4.4: Pourcentage d'erreurs associées à la prédiction de l'émissivité de la surface des réfractaires	78
Tableau 6.1: Description des simulations 1 et 2	152
Tableau 6.2: Résultats obtenus pour la simulation de l'effet du brassage en continu à l'azote	152
Tableau 6.3: Description des simulations 3 et 4	154
Tableau 6.4: Résultats obtenus pour la simulation de l'effet de l'ajout du métal en fusion dès le début de la fournée	154

Tableau B.1: Coefficients pour le calcul de l'émissivité du gaz dans la chambre de combustion	181
Tableau B.2: Coefficients pour le calcul de l'absorptivité du gaz dans la chambre de combustion	181
Tableau D.1: Facteur d'entrée F_1 , utilisable avec l'équation D.5..	187

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1: Classification des modèles	7
Figure 2.2: Graphique de la température des gaz versus la position dans la chambre de combustion	18
Figure 2.3: La convention des variables	33
Figure 3.1: Représentation de l'élément différentiel de longueur dX dans la chambre de combustion	54
Figure 4.1: L'intensité spectrale de l'élément de surface dA	72
Figure 5.1: Algorithme pour évaluer la température moyenne des gaz T_7	86
Figure 5.2: Algorithme pour la solution de l'équation d'énergie dans le métal.....	89
Figure 5.3: Algorithme pour évaluer les températures du plancher et sous le four T_{14}, T_B, T_1, T_A	99
Figure 5.4: Algorithme pour évaluer les températures dans les ré- fractaires des murs et de la voûte T_E, T_{15}, T_F	103

Figure 6.0: Algorithme de validation et d'utilisation du modèle ..	109
Figure 6.1: Graphique du débit du combustible versus le temps de la simulation	117
Figure 6.2: Graphique du débit total des gaz dans la cheminée versus le temps de la simulation	117
Figure 6.3: Graphique de la température du thermocouple dans le métal versus le temps de la simulation	121
Figure 6.4: Graphique de la température dans le métal versus la profondeur	121
Figure 6.5: Graphique de la température des gaz à l'entrée de la cheminée versus le temps de la simulation	126
Figure 6.6: Graphique de la température dans les réfractaires versus le temps de la simulation	126
Figure 6.7: Graphique de la température moyenne extérieure de la voûte et des murs du four versus le temps de la simulation	129

Figure 6.8: Graphique de la température moyenne extérieure du plancher du four versus le temps de la simulation ...	129
Figure 6.9: Graphique de la température moyenne du métal liquide versus le temps de la simulation	132
Figure 6.10: Graphique de la comparaison entre l'estimation de la température du métal à partir de un ou deux thermocouples versus le temps de la simulation	132
Figure 6.11: Graphique de la comparaison entre la température de surface du métal et des réfractaires à celle des gaz versus le temps de la simulation	134
Figure 6.12: Graphique de l'émissivité hémisphérique totale de la surface du métal et des réfractaires versus le temps de la simulation	134
Figure 6.13: Graphique du pouvoir calorifique du combustible, de la chaleur libérée dans la chambre et perdue par les gaz chauds sortant versus le temps de la simulation .	137
Figure 6.14: Graphique des taux de transfert de chaleur vers le métal et les réfractaires versus le temps de la simulation	137

Figure 6.15: Graphique des pertes atmosphériques du four versus le temps de la simulation	141
Figure 6.16: Graphique des efficacités énergétiques versus le temps de la simulation	141
Figure 6.17: Graphique de la fonction de coût, de la consommation et du temps de la fusion versus le débit du combustible	157
Figure C.1: Algorithme pour tenir compte de l'ouverture des portes du four sur le bilan énergétique	182
Figure F.1: Algorithme pour le brassage du métal liquide	191
Figure F.2: Graphique de l'effet des constantes C_3 , C_4 , C_5 sur le brassage du métal liquide versus le temps de la simulation	193
Figure G.1: Algorithme pour l'ajout du métal en fusion	194

A ma mère, à mon père

INTRODUCTION

La crise du pétrole des années 1970 a occasionné des augmentations du prix des combustibles.

L'usine de coulée des lingots utilise les fours de métal chaud alimentés en énergie fossile. La préoccupation du rendement global d'un tel four, sous différents régimes de fonctionnement, est justifiée (West, 1984).

Ce projet s'inscrit dans le cadre d'un projet plus vaste qui consiste à la modélisation mathématique complète du four de métal. En effet, le modèle présenté consiste à représenter le fonctionnement d'un four de métal en insistant davantage sur la distribution spatiale et temporelle de l'aspect énergétique d'un tel four. Une connaissance plus approfondie des transferts de chaleur apparaissant dans les différentes zones du four permettra, nous l'espérons, une meilleure planification des opérations des fours.

Le chapitre 1 présente un survol général de la technologie des fours et le choix du four visé par l'étude. Au chapitre 2, nous présentons une revue partielle des modèles existants, ainsi que la convention adoptée pour le modèle géométrique choisi.

Par la suite, au chapitre 3 , nous développons la formulation mathématique du modèle. Les sous-modèles utilisés sont présentés au chapitre 4. La discrétisation des équations pour la solution numérique est abordée au chapitre 5. Finalement, le chapitre 6 présente les résultats numériques obtenus lors de la validation et les simulations subséquentes.

L'étape suivante à la modélisation peut consister en une étude concernant les modes optimaux d'opération (Spriet, 1982). En guise d'exemple, le modèle pourrait servir d'outil à une recherche du contrôle optimal du débit de combustible (voie à carburant minimal) (Csaki, 1972) ou comme élément d'analyse permettant de trouver un mode particulier d'opération répondant à des critères préétablis par une éventuelle usine de coulée.

CHAPITRE 1

LES FOUPS DE METAL CHAUD

1.1 DESCRIPTION SOMMAIRE

Dans ce chapitre, nous nous proposons de faire une description des principales parties d'un four typique utilisé par l'industrie de production de l'aluminium.

On différencie deux fonctions principales des fours soit: la refonte du métal solide et le maintien du métal liquide à une température appropriée pour la coulée. Essentiellement, dans le cas d'un four de maintien ou de refonte, le but commun visé est le transfert optimal de l'énergie d'une source chaude vers un puits froid qui est le métal. On retrouve principalement deux (2) types de sources d'énergie: l'énergie électrique utilisée dans les fours à résistance ou à induction électrique qui n'est pas abordée dans ce texte, et l'énergie fossile utilisée dans les fours visés par l'étude.

Un four se divise en deux (2) parties distinctes: le plancher, dont les caractéristiques sont la neutralité, l'étanchéité vis-à-vis du métal, ainsi que la résistance mécanique, et la voûte, qui doit posséder une bonne résistance pyroscopique et thermique. Les dimensions et formes des fours varient beaucoup d'une application à une autre.

L'opération du four peut s'effectuer soit en mode continu, chargement et prélèvement du métal à intervalles réguliers, soit en mode discontinu avec chargement, fusion, maintien et coulée de la quasi-totalité du métal. Le mode opératoire du four est intimement lié à la planification d'une production escomptée.

Une fournée typique débute par le chargement du métal solide à fondre. Vient ensuite le chauffage initial pendant approximativement une heure. Par la suite, le métal en fusion est ajouté au four par les creusets arrivant des cuves électrolytiques ou venant d'un four de maintien du métal liquide. Une période de chauffage suit pour la prochaine heure. A la fin du chauffage, un brassage à l'azote est fait pour briser le gradient de température et favoriser la fusion du solide. Une autre période de chauffage d'approximativement une heure suit. A la fin de cette période de chauffage, on procède à l'ajout des métaux d'alliage et à un fluxage au chlore pour favoriser la migration des impuretés en surface. Par la suite, un écumage est fait pour enlever les impuretés de toutes sortes qui flottent en surface. Si le métal est suffisamment chaud, on procède à la coulée du métal.

Certaines variables pouvant affecter l'efficacité globale énergétique ou encore la productivité du four sont:

- le dimensionnement du four
- la puissance et la position du ou des brûleurs

- le type de combustible, le type de flamme
- la qualité d'isolation des réfractaires
- la masse, la forme et la position du solide
- l'ordre et la durée relative des différentes opérations incluses dans la fournée
- le préchauffage de l'air de combustion et du combustible
- la quantité d'air en excès au brûleur, l'oxygène d'enrichissement
- la pression statique dans le four au niveau de la perte par les flammes ou par l'air d'infiltration
- l'ouverture des portes du four
- le brassage en continu à l'azote

Finalement, le contrôle du four peut s'effectuer manuellement ou en mode automatique. Notons que la gérance informatisée et optimisée de ces fours demeure un aspect d'exploration intéressant puisqu'elle en est encore à ses débuts (Laillier, 1983, et Smith, 1979).

CHAPITRE 2

LE MODELE DU FOUR

Les coûts de construction et d'opération considérables des fours ont occasionné, depuis plusieurs décennies, des efforts grandissants dans le processus de la modélisation.

C'est la préoccupation d'une plus grande efficacité qui conduit à la recherche d'une meilleure compréhension des mécanismes de transfert de chaleur à l'intérieur d'un tel système.

Afin de passer en revue les modèles qui retiennent notre attention, une classification par type de modèle (Khalil, 1983) est présentée, suivie d'une classification chronologique des différents modèles déjà construits jusqu'à présent.

2.1 Classification par type

2.1.1 Modèles de type 1 (0-dimension)

Ils sont utilisés pour prédire des coefficients moyens de transfert de chaleur, des efficacités thermiques ou autres, et des pertes globales par le four. On peut les appeler modèles à dimension zéro puisque les composantes du four y sont présentes seulement sous forme de paramètres groupés ne permettant pas de calculer les gradients.

2.1.2 Modèles de type 2 (1-dimension)

Ils sont utilisés dans le même but que les modèles du type 1. En général, une prédiction est faite pour une distribution spatiale à une dimension de quelques propriétés. Généralement, l'axe du brûleur est choisi comme l'axe de prédiction des propriétés.

2.1.3 Modèles de type 3 (2- et 3- dimensions)

Ces modèles considèrent des distributions spatiales des propriétés fluides et thermiques. Ils ont comme but de reproduire le fonctionnement du four dans ses détails. La figure 2.1 présente un résumé de la classification par type de modèle.

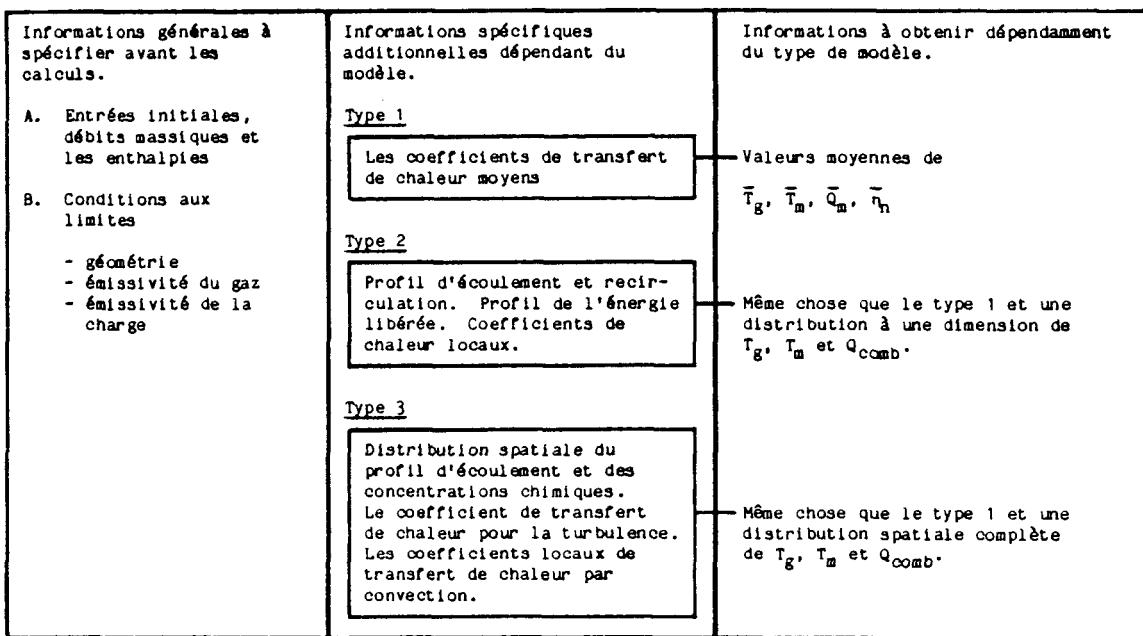


Figure 2.1: Classification des modèles

2.2 Classification chronologique

2.2.1 Pré-modélisation (1890 à - 1945)

Hudson 1890 et Orrok 1926 adoptent une approche plutôt empirique pour étudier la performance d'une chaudière. D'autres études du même genre sont entreprises pour d'autres systèmes, fours de forge, fours de fusion et réservoirs de verre (Armstrong, 1927, Evans et Bailley, 1928 et Sargent, 1937). Une bibliographie plus complète est présentée par Palmer et Beer, 1974. L'approche empirique est utilisée au-delà de 1945 (Trinks, 1951, Richardson, 1962 et Behringer, 1970). Essentiellement, le but est de prédire l'efficacité des systèmes sous différents régimes de fonctionnement.

2.2.2 Modèles de type I (1945 à aujourd'hui)

2.2.2.1 Le modèle à données minimales

L'analyse théorique d'un four ne débute vraiment qu'avec les travaux de Thring et Reber en 1945. Ils suggèrent de développer une théorie générale basée plutôt sur une approche phénoménologique possédant quelques insertions mécanistiques. Les équations entièrement phénoménologiques sont dérivées par Essenhigh et Tsai en 1969. Les hypothèses initiales sont:

- l'enthalpie massique du métal est constante, c'est-à-dire que la température moyenne du métal demeure constante.

$$h_s = \text{constante}$$

- les pertes vers l'environnement du four sont constantes.

$$H_M = H_M^0 = \text{constante}$$

- les pertes par les fumées sont proportionnelles au taux de chauffage.

$$H_g \propto H_c$$

Ils obtiennent trois (3) équations à une variable indépendante H_s plus trois (3) constantes H_C^0 , H_s^m et α^0 déterminées par la géométrie et l'état du système étudié. Les équations sont:

$$H_C = H_C^0 + \frac{H_s}{\left(1 - \frac{H_s}{H_s^m}\right) \alpha^0} \quad (2.1)$$

$$\eta = \frac{H_s}{H_C} = \frac{\alpha^0 \left(1 - \frac{H_s}{H_s^m}\right) \frac{H_s}{H_s^m}}{\alpha^0 \frac{H_C^0}{H_s^m} + \left(1 - \alpha^0 \frac{H_C^0}{H_s^m}\right) \frac{H_s}{H_s^m}} \quad (2.2)$$

$$\alpha = \frac{H_s}{H_C - H_C^0} = \alpha^0 \left(1 - \frac{H_s}{H_s^m}\right) \quad (2.3)$$

H_c^o représente le taux de chauffage en régime établi, H_s^m le taux de transfert à la charge selon un maximum théorique tandis que α^o est le facteur d'utilisation de la chaleur.

L'approche utilisée est vérifiée à plusieurs reprises (Palmer et Beer, 1974). L'équation (2.1) reliant au premier ordre H_c et H_s s'avère néanmoins justifiable aux grandes valeurs de H_s (Essenhish et Tsai, 1970). L'augmentation de H_c réduit le temps de résidence moyen des gaz et par le fait, la température de sortie des gaz augmente, ce qui amène un transfert de chaleur moyen au bain moins élevé que celui prévu. C'est l'effet connu sous le nom "d'effet de goulot" (Thring et Reber, 1945).

Dans un souci de complément et de généralité, d'autres sophistifications comme l'effet de l'excès d'air (Thekdi, 1971) et la récupération de chaleur par un échangeur (Palmer et Beer, 1974) sont proposés. La perte de chaleur par les murs s'est avérée linéaire en relation avec H_s (Maclellan, 1965 et Thekdi, 1971); l'approche s'avère valable après correction simple.

Une application de ce modèle à un four d'aluminium de dix (10) tonnes est faite par Yu, 1980.

Limites du modèle

Le modèle prédit le flux de chaleur à la charge pour une valeur de taux de chauffage donné. Une valeur d'efficacité maximale est associée à un taux de chauffage donné.

Aucune indication n'est faite quant à la distribution spatiale ou temporelle du flux de chaleur à la charge. Le modèle est stationnaire et ne peut s'adapter aisément à une simulation dynamique.

2.2.2.2 Le modèle d'échange radiatif simplifié

Les applications et utilisations de ce modèle (Hottel et Sarofim, 1967) sont nombreuses.

Nous présentons dans cette section les équations finales obtenues et la description du modèle.

Les hypothèses initiales sont:

1- les températures des gaz et de la flamme dans la chambre peuvent être assignées comme une seule température moyenne T_g .

2- le gaz dans la chambre est gris.

3- la surface du puits A_1 peut-être prise comme étant grise à la température moyenne T_1 .

4- les pertes par les murs sont négligeables et le transfert de chaleur par convection des gaz vers les réfractaires de surface A_r est négligeable.

5- l'arrangement entre le puits et les réfractaires est tel que l'on peut considérer que les surfaces sont bien mélangées (Surfaces damiers).

6- les gaz quittent la chambre à une température plus basse égale à à $T_g - \Delta$ ($\Delta = (T_g - T_s)$)

7- le transfert de chaleur des gaz par convection vers le puits est négligeable.

On peut montrer, à partir des hypothèses 1 à 4 et 7 (McAdams, 1954 et Hottel, 1957 et 1961) que le taux de transfert de chaleur au puits s'exprime par:

$$Q_{g=1} = (\overline{GS}_1)_R \sigma (T_g^4 - T_1^4) \quad (2.4)$$

avec:

$$(\overline{GS}_1)_R = \frac{A_T}{\frac{1}{\epsilon_g} + \frac{1}{C_s \epsilon_1} - 1} \quad (2.5)$$

$$A_T = A_1 + A_r \quad (2.6)$$

$$C_s = \frac{A_1}{A_T} \quad (2.7)$$

Des hypothèses 4 à 6 et de l'équation (2.4) combinées à un bilan sur le gaz conduisent à l'équation du modèle:

$$Q' \cdot D' + \tau^4 = (1 + \Delta' - Q')^4 \quad (2.8)$$

avec:

$$Q' = \frac{Q_{g=1}}{H_C} \cdot \frac{(T_{FA} - T_0)}{T_{FA}} \quad (\text{efficacité réduite}) \quad (2.9)$$

$$D' = \frac{H_C}{\sigma (\overline{GS}_1)_R T_{FA}^3 (T_{FA} - T_0)} \quad (\text{densité de chauf. réduite}) \quad (2.10)$$

$$\tau = \frac{T_1}{T_{FA}} \quad (2.11)$$

$$\Delta' = \frac{\Delta}{T_{FA}} \quad (2.12)$$

Dans le cas d'une chambre bien mélangée, $\Delta' \rightarrow 0$.

Le modèle fut utilisé comme outil pour classifier les systèmes thermiques usuels (Hottel et Sarofim, 1967).

Une application de ce modèle est présentée par Wilson, Lobo et Hottel, 1932 et Hottel, 1961.

L'application à des fours d'aluminium est présentée par Crowther, 1971 sous forme de résumé.

Sophistication du modèle

Le transfert de chaleur par convection au bain ainsi que la présence d'un gaz réel plutôt que gris est ajoutée (Hottel et Sarofim, 1967). Le taux de transfert de chaleur vers le puits s'exprime par:

$$Q_{g=1} = \left[\left(\overline{G}\vec{S}_1 \right)_R \left(\frac{1 - K^3}{1 - K^4} \right) + A_1 \frac{h_1}{4\sigma T_{g,1}^3} \right] \sigma (T_g^4 - T_1^4) \quad (2.13)$$

avec:

$$T_{g,1} = \frac{(T_g + T_1)}{2} \quad (2.14)$$

$$K = \frac{T_1}{T_g} \quad (2.15)$$

Le transfert de chaleur par convection aux réfractaires et au bain, en gardant le gaz gris, peut s'exprimer par (Hottel et Sarofim, 1967):

$$Q_{g,\text{net}} = (\overline{G}\vec{S}_1)_R \left[\sigma (T_g^4 - T_1^4) + (T_g - T_1) \left\{ \frac{h_{c,1} A_1}{(\overline{G}\vec{S}_1)_R} + \frac{(T_g - T_r)}{(T_g - T_1)} \frac{h_{c,r} A_r}{(\overline{G}\vec{S}_1)_R} \right\} \right] \quad (2.16)$$

Il est suggéré (Hottel, 1936) de remplacer le terme entre accolades par un terme constant soit:

$$Q_{g,\text{net}} = (\overline{GS}_1)_R (\sigma(T_g^4 - T_1^4) + C_1(T_g - T_1)) \quad (2.17)$$

$$C_1 = 0.056 \text{ kW/m}^2\text{C}$$

En effet, cette équation est vérifiée avec une erreur maximale de 5% pour plus de 12 fours de craquage de pétrole (Lobo et Evans, 1939).

La perte par les réfractaires est traitée par Palmer et Beer, 1974. Les équations obtenues sont les suivantes:

$$Q_{g=1} = \left[(\overline{GS}_1)_R + \frac{h_1 A_1}{4\sigma T_{g,1}^3} \right] \sigma(T_g^4 - T_1^4) + UA_r(T_g - T_0) \quad (2.18)$$

$$Q' \cdot D' + \tau^4 = \left(1 - \frac{Q'}{d} \right)^4 + L \left(1 - T'_0 - \frac{Q'}{d} \right) \quad (2.19)$$

avec:

$$d = \frac{Q'}{(Q' - \Delta')} \quad (2.20)$$

$$L = \frac{UA_r}{\left[(\overline{GS}_1)_R + \frac{h_1 A_1}{4\sigma T_{g,1}^3} \right] \sigma T_{FA}^3} \quad (\text{coefficient des pertes}) \quad (2.21)$$

$$T'_0 = \frac{T_0}{T_{FA}} \quad (\text{pseudo température ambiante}) \quad (2.22)$$

La restriction d'application de l'équation (2.18) est pour un réfractaire parfaitement réfléchissant, c'est-à-dire la convection en surface balance la conduction à travers le mur.

Finalement, pour tenir compte du caractère non-gris du gaz (1 gaz clair + 1 gaz gris) et des pertes par les parois des réfractaires (adiabatique vis-à-vis la radiation) Hottel et Sarofim, 1967 proposent:

$$Q_{g=1} = \left[\frac{A_T}{\frac{1}{C_s \epsilon_1 + (1-C_s) \epsilon_r} \left(\frac{1}{a_g} - 1 \right) + \frac{1}{\epsilon_{g,e}} \frac{1}{C_s \epsilon_1} - \frac{1}{a_g}} \right] \sigma (T_g^4 - T_1^4) + h_1 A_1 (T_g - T_1) \quad (2.23)$$

$\epsilon_{g,e}$, émissivité équivalente grise

a_g , coefficient de pondération associé au gaz gris

Limites du modèle

La principale limitation du modèle réside dans l'hypothèse de départ pour l'obtention de l'expression de $(\bar{G}\bar{S}_1)_R$. En effet, les réfractaires étant adiabatiques au niveau de la radiation, les seules pertes possibles par les réfractaires sont celles uniquement dues à la convection.

Les modèles de dimension 0 sont employés pour l'étude du transfert de chaleur global dans une chambre de combustion.

2.2.3 Modèles de type 2 (~ 1955 à aujourd'hui)

2.2.3.1 Le modèle à chambre longue

Dans le cas où l'hypothèse des gaz bien mélangés ne peut s'appliquer, nous devons considérer la présence d'un gradient de température dans le gaz de l'entrée à la sortie. Le bilan d'énergie est fait pour chaque élément différentiel de longueur. Ensuite, une intégration sur tout le domaine conduit aux équations du modèle. Les hypothèses initiales sont (Beer, 1974 et Thring, 1962):

- la chambre est longue comparativement aux directions normales à l'écoulement des gaz.
- le gradient de température existe dans la direction de l'écoulement mais la température demeure uniforme pour une section donnée.

Les équations du modèle (Gurwich et Blokh, 1956 et Dolezal, 1967) sont:

$$\Theta^4 = \frac{T_g^4}{T_{FA}^4} = \exp(-\alpha' X') - \exp(-\beta' X') \quad (2.24)$$

avec

$$X' = \frac{X}{L} \quad (2.25)$$

α' et β' sont des constantes à déterminer. Elles dépendent de la

géométrie et des mécanismes de transfert de chaleur dans le four. X est la position dans la chambre de longueur L . Les expressions de la température des gaz à la sortie et la position de la température maximale atteinte sont:

$$T_{gS} = T_{FA} [\exp(-\alpha') - \exp(-\beta')]^{1/4} \quad (2.26)$$

$$X'_{T_{gMax}} = \frac{[\ln \alpha' - \ln \beta']}{\alpha' - \beta'} \quad (2.27)$$

Le modèle à chambre longue fut utilisé pour le design des systèmes de combustion (Hottel, 1961, Gumz, 1962 et Beer et al., 1956). La figure 2.2 présente les résultats de Dolezal, 1967.

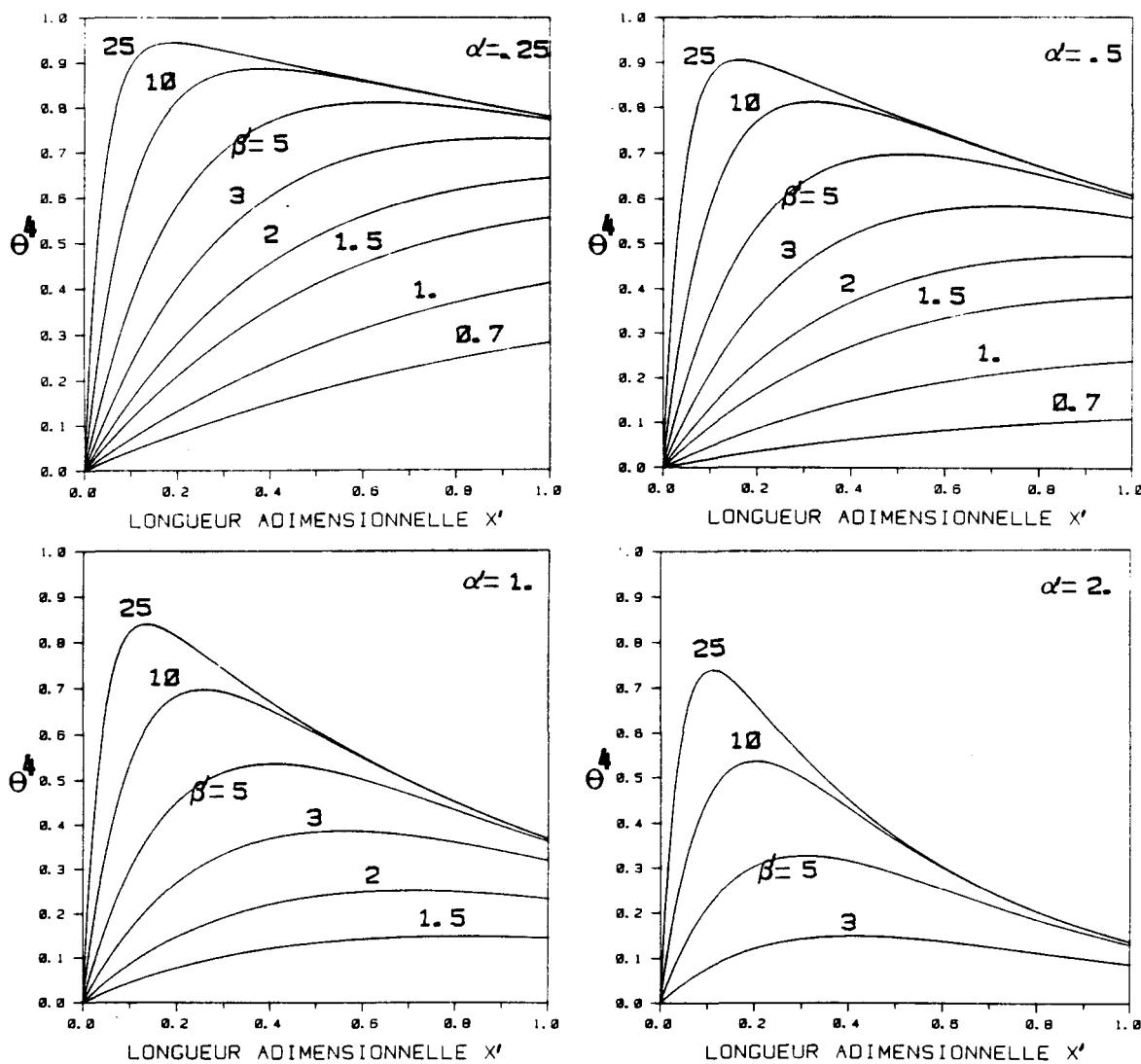


Figure 2.2: Graphique de la température des gaz versus la position

dans la chambre de combustion

2.2.4 Modèles de type 3 (1958 à aujourd'hui)

Dans la modélisation plus complète, qui fait appel à une analyse en deux et trois dimensions, la solution simultanée des quatre (4) équations de conservation doit être envisagée.

Dans cette section, la préoccupation majeure consiste à la représentation de l'équation d'énergie radiative dans la chambre de combustion, plus particulièrement au modèle de zones. L'approche utilisée est celle applicable aux calculs d'ingénierie (Hottel et Cohen, 1958, Hottel et Sarofim, 1967, 1972 et Johnson et Beer, 1972).

D'autres modèles sont proposés pour le transfert d'énergie radiative dans la chambre de combustion:

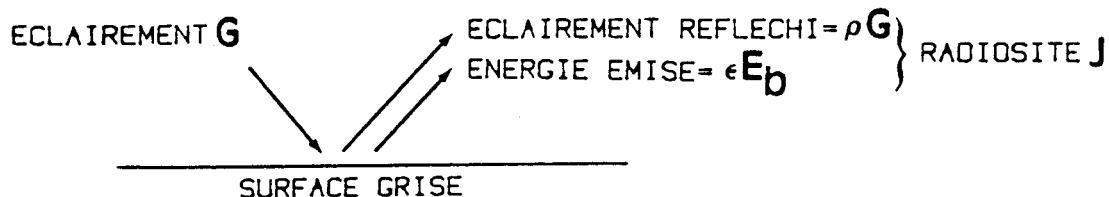
- modèle des harmoniques sphériques (Jeans, 1919, Kouganoff, 1963 et Davidson, 1957);
- modèle des ordonnées discrètes ("Discret ordinate model") (Chandrasekhar, 1960 et Carlson et al., 1968);
- les modèles de flux (Lockwood et Spalding, 1971 et Siddal, 1974);
- le modèle de flux de Demarco (Demarco, 1974 et Demarco et Lockwood, 1975).

Une revue plus complète des modèles solutionnant simultanément les équations différentielles partielles de conservation, est présentée dans Khalil, 1983. La solution de l'équation différentielle non-stationnaire pour une flamme turbulente est basée sur l'approche de la moyenne temporelle des variables (Tennekes et Lumley, 1972).

2.2.4.1 Le modèle de zones

Une présentation plus détaillée de la méthode de zones est faite dans Hottel et Sarofim, 1967.

Déf.: Soit une surface grise opaque ($\alpha_\lambda = \epsilon_\lambda = 1 - \rho_\lambda$) . La radiation incidente et réfléchie peut se représenter comme suit:



alors:

$$J = \epsilon E_b + \rho G \quad (2.28)$$

E_b : émittance de la surface

Les taux de transfert de chaleur s'expriment comme suit:

$Q_{i \rightarrow j}$: énergie émise par i et absorbée par j ;

$Q_{i,net}$: énergie fournie à i pour qu'elle soit à température constante;

$Q_{i=j}$: énergie nette échangée entre les zones i et j .

Supposons une enceinte de forme quelconque contenant un gaz gris et dont les parois soient grises. Prenons soin de subdiviser l'enceinte de manière à ce que les aires d'échange direct $\overline{s_j s_i}$ et $\overline{g_j s_i}$ soit disponibles (Hottel, 1967).

On peut écrire pour la zone (surface) i :

$$A_i G_i = \sum_j \overline{s_j s_i} J_j + \sum_j \overline{g_j s_i} E_{bg,j} \quad (2.29)$$

La radiosité de cette zone s'exprime par:

$$J_i = \varepsilon_i E_{bS,i} + \rho_i G_i \quad (2.30)$$

La substitution de l'équation (2.29) dans l'équation (2.30) amène pour l'expression de la radiosité:

$$J_i = \varepsilon_i E_{bS,i} + \rho_i \left[\frac{\sum_j \overline{s_j s_i} J_j + \sum_j \overline{g_j s_i} E_{bg,j}}{A_i} \right] \quad (2.31)$$

Réécrivant l'équation (2.31) pour les n zones (surfaces) et n zones (volumes), nous obtenons:

$$\sum_j \left(\overline{s_j s_i} - \delta_{ij} \frac{A_j}{\rho_j} \right) J_j = \frac{-A_i \epsilon_i E_{bS,i}}{\rho_i} - \sum_j \overline{g_j g_i} E_{bg,j} \quad (2.32)$$

Le système linéaire à résoudre est de la forme:

$$[\text{Matrice de transfert}] \cdot \{\text{vecteur réponse}\} = \{\text{vecteur excitation}\}^1 \quad (2.33)$$

$$\underline{T} \quad \cdot \quad \vec{J} \quad = \quad \vec{E}$$

Solution du système d'équation linéaire

Premier cas: Le calcul des taux de transfert net lorsque toutes les températures des zones sont connues.

$$\text{pour les surfaces} \quad Q_{i,\text{net}} = \frac{\epsilon_i}{\rho_i} (E_{bS,i} - J_i) \quad (2.34)$$

$$\text{pour les volumes} \quad Q_{i,\text{net}} = 4K V_i E_{bg,i} - \sum_j \overline{g_j g_i} E_{bg,j} - \sum_j \overline{s_j g_i} J_j \quad (2.35)$$

Deuxième cas: Le calcul des aires d'échange dirigé lorsque les températures des zones sont inconnues.

¹ Considérant une zone émettrice à la fois, chaque ligne possède au maximum un élément non-nul.

1° Les aires d'échange total gaz-surface

On considère la zone de gaz i comme le seul émetteur ($E_{bg,i} = 1$), les J_j obtenues sont de la forme $g_{,i} J_j$ pour $i = 1$ à n , alors:

$$\overline{G_i S_j} = \frac{A_j \varepsilon_{j,g,i} J_j}{\rho_j E_{bg,i}} \quad (2.36)$$

2° Les aires d'échange total surface-surface

On procède de manière analogue en considérant la surface i comme le seul émetteur ($E_{bs,i} = 1$), alors:

$$\overline{S_i S_j} = \frac{A_j \varepsilon_j}{\rho_j} \left(\frac{s_{,i} J_j}{E_{bs,i}} - \delta_{ij} \varepsilon_i \right) \quad (2.37)$$

3° Les aires d'échange total gaz-gaz

Cette fois, le volume de gaz i est le seul émetteur ($E_{bg,i} = 1$). On trouve:

$$\overline{G_i G_j} = \overline{g_i g_j} + \frac{\sum_k \overline{s_k g_j} g_{,i} J_k}{E_{bg,i}} \quad (2.38)$$

2.2.4.2 Représentation d'un gaz réel

La représentation des gaz dans la chambre par un seul gaz gris peut s'avérer non-adéquate dans le cas des calculs plus sophistiqués (Edwards, 1976). La représentation du gaz réel comme une somme pondérée de gaz

gris et d'un gaz clair permet de représenter le gaz de façon satisfaisante (Taylor et Foster, 1974 et Smith et al, 1982). On trouve (Hottel et Sarofim, 1965) :

$$\varepsilon_g(T_g) = \sum_n a_n(T_g) (1 - \exp(-k_n p L)) \quad (2.39)$$

$$\alpha_g(T_g, T_s) = \sum_n a'_n(T_g, T_s) (1 - \exp(-k_n p L)) \quad (2.40)$$

$$\sum_n a_n(T_g) = 1 \text{ et } \sum_n a'_n(T_g, T_s) = 1 \quad (2.41)$$

Les expressions des aires d'échange dirigé sont construites à partir de la même hypothèse que les propriétés radiatives soit, la somme pondérée de gaz gris. Les équations sont (Hottel et Sarofim, 1967) :

$$\overrightarrow{G_i G_j} = \sum_n a_n (\overrightarrow{G_i G_j})_n \quad (2.42)$$

$$\overrightarrow{G_i S_j} = \sum_n a_n (\overrightarrow{G_i S_j})_n \quad (2.43)$$

$$\overrightarrow{S_i G_j} = \sum_n a'_n (\overrightarrow{S_i G_j})_n \quad (2.44)$$

$$\overrightarrow{S_i S_j} = \sum_n a'_n (\overrightarrow{S_i S_j})_n \quad (2.45)$$

2.2.4.3 Le bilan d'énergie

La solution complète de la distribution des températures pour chacune des zones, ainsi que les taux de transfert de chaleur aux surfaces limites du volume de gaz réel dont la composition et l'écoulement est connue, sont résumés dans les étapes suivantes:

1° La modélisation du gaz réel, c'est-à-dire déterminer les k_n , a_n et a'_n fonction de la température du gaz et des surfaces (équations 2.39, 2.40).

2° Procéder aux zonages du système en tenant compte de la géométrie de manière à faire ressortir une structure de zones plus fines dans les endroits estimés à fort gradient de température.

3° Evaluer l'ensemble des aires d'échange direct \overline{ss} \overline{sg} \overline{gg} pour chaque valeur de k_n (Hottel et Sarofim, 1967)

4° Evaluer l'ensemble des aires d'échange total $\overline{\overline{ss}}$ $\overline{\overline{sg}}$ $\overline{\overline{gg}}$ pour chaque valeur de k_n par la méthode des déterminants (équations 2.36, 2.37, 2.38).

5° Estimer une distribution de température initiale et calculer les aires d'échange dirigé \vec{ss} \vec{sg} \vec{gg} pour chaque paire de zones.

6° Formuler un bilan d'énergie sur les zones à température inconnue. Pour une surface A_i :

$$q_{acc,A_i} = \sum_j \overrightarrow{S_j S_i} E_{bs,j} + \sum_j \overrightarrow{G_j G_i} E_{bg,j} - A_i \varepsilon_i E_{bs,i} + q_{conv,A_i} - q_{cond,A_i} \quad (2.46)$$

Les deux (2) premiers termes \sum_j de l'équation (2.46) représentent la radiation incidente sur A_i . Les trois termes suivants sont l'émission de la surface A_i , le taux de transfert de chaleur par convection des gaz vers la surface A_i et la conduction dans le mur à l'arrière de A_i .

Pour un volume V_i :

$$\begin{aligned} q_{acc,V_i} = & \sum_j \overrightarrow{G_j G_i} E_{bg,j} + \sum_j \overrightarrow{S_j G_i} E_{bs,j} - \sum_j \overrightarrow{G_j G_i} E_{bg,i} - \sum_j \overrightarrow{S_j G_i} E_{bs,i} \\ & + q_{comb,V_i} + q_{conv,V_i} + q_{enth,V_i} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Les deux (2) premiers termes \sum_j de l'équation (2.47) sont la radiation incidente au volume de gaz i. Les deux (2) termes suivants \sum_j représentent l'émission radiative de la zone de gaz i vers l'extérieur. Les trois (3) termes suivants sont la libération de chaleur par la combustion dans le volume, la convection à partir de toutes surfaces

critiques et le changement d'enthalpie sensible du gaz circulant dans le volume i . Le terme à gauche est l'accumulation dans le volume V_i .

Nous obtenons ainsi n équations simultanées non-linéaires à n inconnues. La solution est possible pour un grand nombre d'équations en utilisant les méthodes numériques pour la solution des systèmes d'équations (Press et al., 1986, Carnahan, 1969).

Il est nécessaire d'adoindre au modèle de zones les spécifications concernant la concentration, et le profil d'écoulement des gaz dans chaque zone (Khalil, 1983). Une application du modèle de zones couplé à un écoulement tridimensionnel est présentée par plusieurs auteurs (Kocaefe et al., 1986, Johnson et al., 1972, Zuber et al., 1972, Lowes et al., 1973).

Les résultats présentent une bonne concordance entre les flux d'énergie radiative calculés et expérimentaux.

L'application de la méthode aux grandes chambres de combustion telle une chaudière est montrée par Steward et Guruz, 1974.

Limites du modèle

Les deux (2) principales limites sont (Khalil, 1983):

- dû à la nature plutôt intégro-différentielle des équations de transfert, il est assez difficile de coupler le modèle de zones aux équations aérodynamiques et de combustion.
- la dimension des zones choisies, compte-tenu du temps de calcul par ordinateur, ne peut augmenter considérablement. Le couplage, nécessaire avec les volumes de contrôle pour l'écoulement fluide, devient difficile à réaliser.

Néanmoins, un couplage entre les équations fondamentales du mouvement pour le champ de vitesse et de l'énergie par la méthode de zones est présenté dans Steward et Tennankore, 1979 et Kocaebe, 1982.

La détermination des aires d'échange total \overline{SS} \overline{CS} \overline{GG} peut se faire par la méthode de Monte-Carlo. Les expressions des aires d'échange totale sont:

$$(\overline{G_i S_j})_n = 4K_n V_i (f_{ij})_n \quad (2.48)$$

$$(\overline{G_i G_j})_n = 4K_n V_i (f_{ij})_n \quad (2.49)$$

$$(\overline{S_i S_j})_n = A_i \varepsilon_i (f_{ij})_n \quad (2.50)$$

$$(\overline{S_i G_j})_n = A_i \varepsilon_i (f_{ij})_n \quad (2.51)$$

Les termes $(f_{ij})_n$ sont les facteurs de réceptions totales. Ils tiennent compte des réflexions sur toutes les surfaces de l'enceinte. La technique utilisée consiste à calculer les aires d'échange total au début de la simulation, puisqu'elles sont indépendantes de la température. Par la suite, les aires d'échange totale sont utilisées dans la méthode de zones. Une présentation de la méthode statistique de Monte-Carlo est faite par Cannon, 1967, Steward et Cannon, 1971 et Whalen, 1972.

2.3 Les buts du modèle

Le four de métal chaud d'aluminium peut être vu comme un système non-isolé.

En effet, les entrées matérielles sont, d'une part, les débits massiques du comburant et du combustible ainsi que les gaz de brassage et de fluxage et, d'autre part, le métal liquide et solide. Les sorties matérielles sont les gaz brûlés et de rejet, ainsi que le métal liquide et l'écume. Les principaux échanges internes du système sont l'énergie libérée par la combustion, le transfert d'énergie au métal et aux réfractaires, la diffusion de l'énergie dans les masses respectives.

Les interactions avec l'extérieur sont les pertes d'énergie par les limites du four vers l'environnement.

Les objectifs fixés pour ce modèle mathématique sont:

- prédire les taux d'échange de chaleur entre les différentes zones du four et les accumulations d'énergie dans ces zones.
- prédire les efficacités de combustion, de transfert de chaleur ainsi que l'efficacité globale, associées à l'opération d'un four.
- prédire les distributions de température à une dimension (épaisseur) dans le métal, le plancher, les murs et la voûte du four.
- simuler le changement de phase du métal solide avec des conditions limites variables.
- simuler, en continu, les différentes opérations successives constituant une fournée comme le chauffage, le brassage, l'écumage du métal.

L'apparition d'événements discrets, rencontrés dans l'opération réelle du four, devrait être simulée afin d'en analyser l'effet sur l'état thermodynamique du four.

2.3.1 Le modèle choisi

Le degré de sophistication d'un modèle mathématique est intimement lié aux objectifs préalablement fixés et aux coûts d'exploitation du modèle.

L'augmentation de la finesse du modèle, comme le nombre de degrés de liberté ou le nombre de phénomènes physiques simulés, entraîne en particulier, une croissance inévitable du temps ordinateur nécessaire au support du modèle.

En considération des objectifs fixés à la section précédente, il s'avère évident qu'on doit envisager un modèle du type 1, c'est-à-dire à une dimension. Les différentes composantes du four (principalement gaz, métal, murs, voûte, plancher) sont représentées comme des couches successives.

Chaque composante a une surface, une épaisseur et des propriétés physiques distribuées ou non dans le sens de l'écoulement principal de la chaleur. Ce sens d'écoulement est l'épaisseur pour le métal, les murs, la voûte et le plancher et c'est la longueur du four pour les gaz.

2.3.1.1 La convention spatiale des variables, le modèle géométrique

Chaque variable appartenant à une composante est accompagnée du chiffre associé à la composante. En guise d'exemple, sur la figure 2.3,

la température de l'air ambiant sous le plancher du four est notée T_1 , tandis que celle de l'air ambiant de l'usine près de la voûte, T_{12} . Dans le cas des propriétés équivalentes du plancher pris dans son ensemble, c'est-à-dire avec papier isolant et ciment, chaque variable est suivie du chiffre 14.

Dans le cas du métal, le chiffre 6 suivi de la lettre S ou L signifie la présence d'aluminium solide ou liquide respectivement. Ainsi, l'épaisseur équivalente du métal solide est notée $L_{6,S}$.

Chacune des variables, représentant une propriété de surface, possède une lettre comme indice inférieur. Alors, l'émissivité hémisphérique totale de la couche d'acier extérieure du four qui est peinte est notée ϵ_F , tandis que celle du métal en surface ϵ_D . De même, Q_D désigne la chaleur échangée entre le gaz et le métal, Q_E la chaleur échangée des gaz vers les murs et la voûte. Une liste plus complète des symboles et leur signification est donnée à la table 2.1.

Le symbole VC_i réfère aux volumes de contrôle macroscopiques, VC₂ pour la chambre de combustion, VC₃ pour la voûte et les murs du four, VC₄ pour le plancher du four, VC₅ pour le métal et VC₁ pour le four en entier.

INTERFACE COMPOSANTE

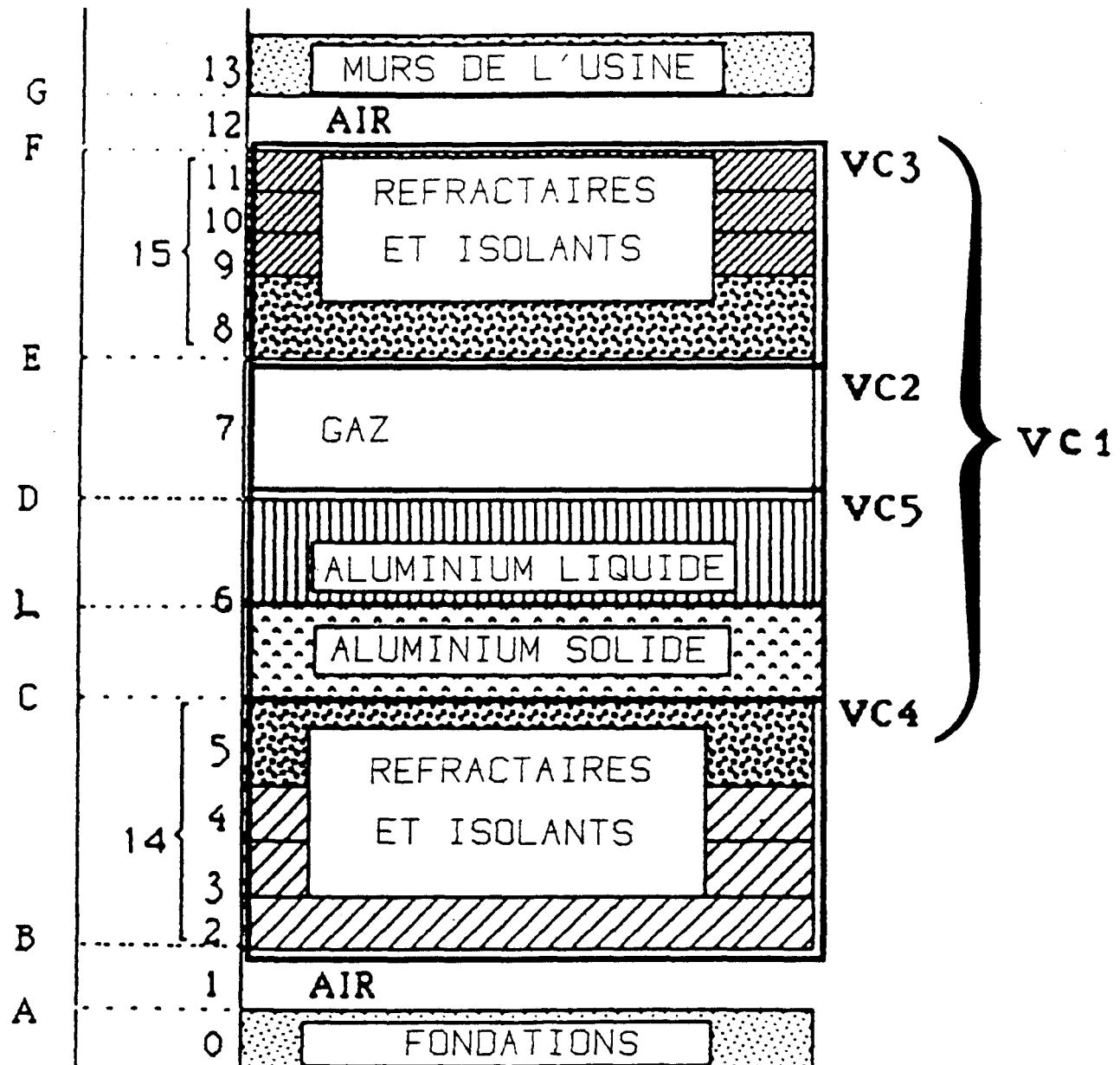


Figure 2.3: La convention des variables

TEMPÉRATURES	
T_A	= Température de surface des fondations de béton
T_B	= Température de surface extérieure du plancher du four
T_C	= Température à l'interface métal-plancher
T_D	= Température de surface du métal
T_L	= Température à l'interface du métal solide-liquide
T_E	= Température de surface des réfractaires
T_F	= Température de surface extérieure des murs et de la voûte
T_G	= Température de surface des murs de l'usine
T_{e}	= Température profonde dans le béton sous le four
T_i	= Température de l'air ambiant sous le four
T_e	= Température du métal
T_g	= Température des gaz dans la chambre de combustion
T_{i_2}	= Température de l'air ambiant dans l'usine
T_{i_3}	= Température intérieure dans le plancher
T_{i_4}	= Température intérieure dans la voûte et les murs
TAUX DE TRANSFERT DE CHALEUR	
Q_B	= Taux de transfert de chaleur perdue par le plancher sous le four
Q_C	= Taux de transfert de chaleur du métal vers le plancher
Q_D	= Taux de transfert de chaleur vers le métal
Q_E	= Taux de transfert de chaleur vers les réfractaires
Q_F	= Taux de transfert de chaleur perdue par les murs et la voûte
Q_g	= Taux de libération de chaleur des gaz dans la chambre

Tableau 2.1: Liste des variables usuelles du modèle

CHAPITRE 3

LES EQUATIONS DE CONSERVATION

La construction d'un modèle mathématique requiert une connaissance adéquate des phénomènes à modéliser ainsi que les équations qui les gouvernent.

La méthodologie adoptée consiste à écrire les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie totale sous une forme locale (pour un élément de volume dV) ou globale (pour un volume de contrôle), (Bird et al, 1960), dépendamment de la partie du four considérée.

Par la suite, il s'agit d'appliquer les hypothèses simplificatrices, d'adjoindre les équations de comportement ou auxiliaires et les conditions aux limites appropriées.

Les équations de conservation locales sont écrites en terme des dérivées partielles en coordonnées rectangulaires, et des flux aux limites, plutôt qu'en terme des dérivées substantielles ou encore sous une forme symbolique.

Par la suite, elles sont écrites sous une forme globale pour un volume de contrôle.

3.1 Formulation locale des équations

Admettons un référentiel cartésien fixe. Pour un mélange à n composantes chimiques distinctes, les équations s'écrivent comme suit:

3.1.1 La conservation de la masse

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_i = - \left(\nabla \cdot \left\{ \rho_i \vec{V}_i + \vec{j}_i \right\} \right) + r_i \quad (3.1)$$

pour $i = 1, 2, 3, \dots, n$

L'ensemble de ces équations décrit la conservation de la masse totale pour le mélange. Le terme r_i représente le taux de production de l'espèce chimique i à l'intérieur du volume microscopique délimité comme

$$dV = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0 \\ \Delta z \rightarrow 0}} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (3.2)$$

L'expression détaillée de \vec{J}_i , le flux massique de l'espèce i , est donnée plus loin dans le texte.

3.1.2 La conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ \rho \vec{V} \} = - \left\{ \nabla \cdot [\rho \vec{V} \circ \vec{V} + \underline{\underline{I}}] \right\} + \sum_{i=1}^n \rho_i \vec{g}_i \quad (3.3)$$

Elle est écrite pour le mélange en entier. Le terme $\rho \vec{V} \circ \vec{V}$ représente le produit dyadique de $\rho \vec{V}$ par \vec{V} . L'expression \vec{g}_i constitue la force de corps totale par unité de masse et pour l'espèce i . L'expression du tenseur de pression $\underline{\underline{I}}$ est donnée plus loin dans le texte.

3.1.3 La conservation de l'énergie

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \left(\hat{U} + \frac{1}{2} V^2 \right) \right) = - \left(\nabla \cdot \left\{ \rho \left(\hat{U} + \frac{1}{2} V^2 \right) \vec{V} + \vec{q} + \{\underline{\Pi} \cdot \vec{V}\} \right\} \right) + \sum_{i=1}^n \left(\left\{ \rho_i \vec{V} + \vec{j}_i \right\} \cdot \vec{g}_i \right) \quad (3.4)$$

Le tenseur de pression,

$$\underline{\Pi} = \underline{\tau} + p \underline{\delta} \quad (3.5)$$

Elle est écrite pour le mélange en entier. L'expression plus détaillée des flux massiques, des quantités de mouvement et d'énergie notés respectivement \vec{j}_i , $\underline{\tau}$, \vec{q} doit être faite en terme des gradients des propriétés de transport telles que vitesse, température et concentration. En effet, ces propriétés de transport sont les variables usuelles mesurables expérimentalement.

3.1.3.1 Le flux massique \vec{j}

Il est engendré par les forces mécaniques et thermiques de traînée, et est constitué de quatre composantes:

$$\vec{j}_i = \vec{j}_i^O + \vec{j}_i^P + \vec{j}_i^F + \vec{j}_i^T \quad (3.6)$$

avec \vec{j}_i^O , la diffusion ordinaire causée principalement par les gradients de concentration des diverses espèces présentes. La diffusion de pression, \vec{j}_i^P est engendrée par le gradient de pression; l'effet est notable surtout dans les centrifugeuses. La diffusion forcée, \vec{j}_i^F causée par un champ de force présent, généralement la gravité ou dans le cas d'ions, un champ électrique. Finalement, la diffusion thermique, engendrée par un

gradient de température. L'expression mathématique de chacun des flux est présentée par Bird et al, 1960, Suruge et Barrere, 1963.

3.1.3.2 Le flux de quantité de mouvement τ

C'est le tenseur symétrique flux de quantité de mouvement obtenu pour l'écoulement d'un fluide newtonien. L'expression pour une substance pure demeure valide dans le cas d'un mélange.

$$\underline{\tau} = -\mu \left[\nabla \circ \vec{V} + [\nabla \circ \vec{V}]^T \right] + \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa \right) (\nabla \cdot \vec{V}) \underline{\delta} \quad (3.7)$$

Le symbole μ est la viscosité dynamique, tandis que la viscosité de tout le volume 'bulk viscosity' κ , est généralement prise comme zéro (Hirschfelder et al, 1954)

3.1.3.3 Le flux d'énergie \vec{q}

Il se décompose en trois composantes usuelles, soit:

$$\vec{q} = \vec{q}^C + \vec{q}^D + \vec{q}^R \quad (3.8)$$

Le terme \vec{q}^C représente le flux d'énergie en conduction exprimé par la loi de Fourier où \vec{q}^D est le flux d'énergie d'interdiffusion. Finalement, le flux d'énergie radiative, \vec{q}^R , terme de première importance dans une chambre de combustion. Son expression est obtenue à partir d'une méthode de flux ou toute autre méthode (e.g. zones, plans imaginaires, etc...) pour la radiation (Khalil, 1983). Les expressions de \vec{q}^C et \vec{q}^D sont:

$$\vec{q}^C = -k \nabla T \quad (3.9)$$

$$\vec{q}^D = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{H}_i}{\bar{M}_i} \vec{j}_i \quad (3.10)$$

\bar{H}_i est l'enthalpie molaire partielle de l'espèce i .

3.2 Formulation globale des équations

L'intégration des équations locales pour un volume de contrôle fini possédant une entrée plane notée 1 de section A_1 et une sortie plane notée 2 de section A_2 , mène aux équations globales de conservation (Bird et al, 1960).

Les hypothèses simplificatrices impliquées dans les équations globales sont:

- 1 - à l'entrée 1 et à la sortie 2, les vitesses moyennes sont parallèles aux conduits.
- 2 - à l'entrée 1 et à la sortie 2, les propriétés physiques des fluides ne varient pas sur la section.

3.2.1 La conservation de la masse

$$\frac{d}{dt} M_{i,tot} = \rho_{i1} < \bar{V}_1 > A_1 - \rho_{i2} < \bar{V}_2 > A_2 + \omega_i^{(m)} + r_{i,tot} \quad (3.11)$$

pour $i = 1, 2, 3, \dots, n$

L'ensemble de ces équations traduit mathématiquement la conservation de la masse. Le terme $\omega_i^{(m)}$ représente le transfert massique de l'espèce i à travers les limites fixes du volume de contrôle, autres que l'entrée et la sortie. L'expression $< \bar{V}_j >$ est la vitesse moyenne sur la section A_j pour un intervalle de temps très petit, de manière à éliminer les fluctuations causées par la turbulence soit:

$$< \bar{V}_j > = \frac{1}{A_j} \int_{A_j} \left(\frac{1}{t_0} \int_t^{t+t_0} V_j dt \right) dA \quad (3.12)$$

où

$0 < t < t_f$, t_f : durée totale du processus
 $t_0 \ll t_f$

A_j : section d'entrée ou de sortie

Sous une forme intégrale, les termes $\omega_i^{(m)}$, $r_{i,tot}$, $M_{i,tot}$ s'expriment par:

$$M_{i,tot} = \int_V \rho_i dV \quad (3.13)$$

$$r_{i,tot} = \int_V r_i dV \quad (3.14)$$

$$\omega_i^{(m)} = - \int_A \left(\vec{n} \cdot \{\rho_i \vec{V}_i\} \right) dA \quad (3.15)$$

V : le volume de contrôle

A : surface stationnaire limite du V.C. où apparaît le transfert de masse

\vec{n} : vecteur normal unitaire à A et extérieur au V.C.

3.2.2 La conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{d}{dt} \vec{P} = \left(\begin{array}{c} \rho_1 < \bar{V}_1^2 > \\ + \\ p_1 \end{array} \right) \vec{A}_1 - \left(\begin{array}{c} \rho_2 < \bar{V}_2^2 > \\ + \\ p_2 \end{array} \right) \vec{A}_2 + \vec{F}^{(m)} - \vec{F} + M_{tot} \vec{g} \quad (3.16)$$

C'est l'équation pour le mélange en entier. La seule force de corps extérieur agissant sur le volume est la gravité représentée par $M_{tot} \vec{g}$.

\vec{A}_j est un vecteur perpendiculaire à la section j ayant pour module l'aire de la section et comme direction celle de l'écoulement à la section j.

Le terme \vec{F} représente la somme des forces de friction du fluide sur les surfaces solides du V.C.. L'expression $\vec{F}^{(m)}$ constitue le transfert net de quantité de mouvement à la surface limite du V.C. autre que l'entrée et la sortie. Sous forme intégrale, $\vec{F}^{(m)}$ s'exprime par:

$$\vec{F}^{(m)} = - \int_A \left\{ \vec{n} \cdot [\rho \vec{V} \circ \vec{V}] \right\} dA \quad (3.17)$$

A: surface stationnaire limite du V.C. où apparaît le transfert de masse .

\vec{n} : vecteur normal unitaire à A et extérieur au V.C.

3.2.3 La conservation de l'énergie

$$\frac{d}{dt} E_{tot} = \left(\begin{array}{c} \rho_1 < \bar{V}_1 > \hat{U}_1 A_1 \\ + \\ \frac{1}{2} \rho_1 < \bar{V}_1^3 > A_1 \\ + \\ \rho_1 < \bar{V}_1 > \hat{\phi}_1 A_1 \\ + \\ \rho_1 < \bar{V}_1 > p_1 \hat{V}_1 A_1 \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \rho_2 < \bar{V}_2 > \hat{U}_2 A_2 \\ + \\ \frac{1}{2} \rho_2 < \bar{V}_2^3 > A_2 \\ + \\ \rho_2 < \bar{V}_2 > \hat{\phi}_2 A_2 \\ + \\ \rho_2 < \bar{V}_2 > p_2 \hat{V}_2 A_2 \end{array} \right) + Q^{(m)} + Q - W \quad (3.18)$$

L'équation est écrite pour le mélange en entier. $\hat{\Phi}_j$ représente l'énergie potentielle massique du fluide à la section j. L'expression $Q^{(m)}$ constitue le taux de transfert d'énergie associé à la masse traversant le V.C. à la surface limite fixe, autre que l'entrée et la sortie. W est l'expression du travail pour laquelle la convention de signe est l'inverse de celle pour la chaleur transférée au V.C., c'est-à-dire un travail fait sur le V.C. est compté négatif(-). Sous une forme intégrale, $Q^{(m)}$ s'écrit:

$$Q^{(m)} = - \int_A \left(\vec{n} \cdot \sum_{i=1}^n \{c_i \vec{V}_i \bar{H}_i\} \right) dA \quad (3.19)$$

A: surface stationnaire limite du V.C. où apparaît le transfert de masse

\vec{n} : vecteur normal unitaire à A et extérieur ou V.C.

Le terme \bar{H}_i représente l'enthalpie molaire partielle de l'espèce chimique i, tandis que c_i est la concentration molaire de l'espèce i dans le mélange.

3.3 La chambre de combustion

Elle est constituée du volume formé par la rencontre de la surface du métal avec la surface totale des réfractaires qui forment une boîte. La cheminée est exclue.

3.3.1 Le modèle de combustion

Dans la plupart des cas, la flamme en phase gazeuse est de type turbulente diffuse à jets confinés. Une description des approches théoriques, pour étudier la propagation de ce type de flamme en jets libres pour le calcul de la longueur de flamme L_f en fonction du diamètre du jet du brûleur d_b , est présentée par Wohl et al 1949, Hawthorne et al, 1949, Hottel, 1953, Traustel, 1958.

Une bibliographie plus complète est présentée par Stambuleanu, 1976. Dans le cas des flammes confinées, la recirculation des gaz peut avoir pour effet d'entraîner l'augmentation ou la diminution de la température maximale du jet ce qui peut causer respectivement une augmentation de la vitesse de réaction et de la stabilité de la flamme, ou plutôt une dilution du comburant et un allongement exagéré de la flamme. Une étude de l'effet de la recirculation des gaz, est présentée par Thring et Newby, 1953.

Une revue des principaux modèles de combustion turbulente ainsi que quelques validations expérimentales est présentée dans Khalil, 1983.

En tenant compte des buts initiaux fixés, aucun effet ne sera attribué à la turbulence dans le processus de la combustion. La combustion est abordée comme la source d'énergie du système. C'est le bilan énergétique de la combustion qui sera modélisé. Les hypothèses de départ du modèle de combustion sont (Surugue et al, 1963):

Hyp.1: La vitesse de réaction est infinie, c'est-à-dire que la production des espèces r_i ne s'effectue pas dans la chambre.

$$r_i = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad \text{espèces chimiques} \quad (3.20)$$

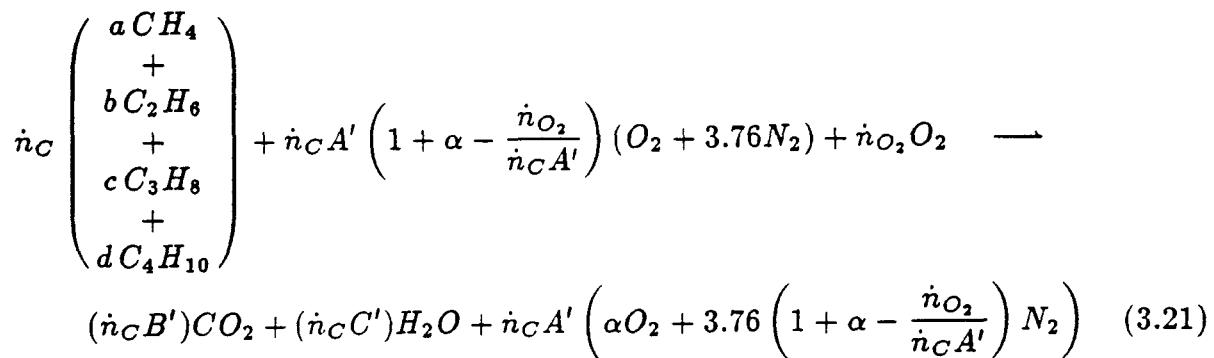
Hyp.2: La réaction de combustion s'effectue dans le rapport stoéchiométrique.

Hyp.3: Il n'y a pas de dissociation chimique des produits. En effet, les dissociations apparaissent vers 2000 K

Hyp.4: On suppose un comportement de gaz parfait des espèces chimiques.

Considérons un combustible gazeux, de débit molaire \dot{n}_c , constitué en proportions variables de méthane, éthane, propane et butane. Le comburant est l'air atmosphérique d'humidité ω ou l'oxygène d'enrichissement.

La réaction chimique s'écrit, en admettant un excès d'air α et un débit molaire d'oxygène d'enrichissement, \dot{n}_{O_2} :



où

$$\alpha = 0 \text{ si } \dot{n}_{O_2} > 0$$

Les expressions des constantes A', B', C', sont:

$$A' = 2a + \frac{7}{2}b + 5c + \frac{13}{2}d \quad (3.22)$$

$$B' = a + 2b + 3c + 4d \quad (3.23)$$

$$C' = 2a + 3b + 4c + 5d \quad (3.24)$$

L'équation est écrite en terme du débit molaire de combustible. Notons que l'excès d'air est mis à zéro lorsqu'il y a enrichissement en oxygène.

3.3.2 La conservation de la masse

Les hypothèses initiales sont:

Hyp.5: Le régime établi est atteint dès le début de la combustion pour la variation de la masse totale d'une espèce chimique.

$$\frac{d}{dt} M_{i,tot} = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \text{ espèces} \quad (3.25)$$

Hyp.6: Le transfert de masse $\omega_i^{(m)}$ de l'espèce chimique i est nul aux limites de la chambre.

$$\omega_i^{(m)} = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \text{ espèces} \quad (3.26)$$

Des hypothèses 1,5 et 6 et sur une base molaire, l'équation s'écrit pour un volume macroscopique.

$$\bar{\rho}_{i_1} < \bar{V}_1 > A_1 = \bar{\rho}_{i_2} < \bar{V}_2 > A_2 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \text{ espèce} \quad (3.27)$$

Soit $\bar{\rho}_{i_1} < \bar{V}_1 > A_1 = \dot{n}_{i_1}$, le débit molaire de l'espèce i à la section 1, l'équation écrite autrement est:

$$\dot{n}_{i_1} = \dot{n}_{i_2} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \text{ espèce} \quad (3.28)$$

Admettons les entrées de gaz suivantes:

- débit d'air d'infiltration \dot{n}_{ai} chargé en humidité absolue ω
- débit d'azote \dot{n}_{N_2} comme gaz de brassage
- débit de chlore \dot{n}_{Cl_2} comme gaz de fluxage

Le débit d'eau d'entrée contenue dans l'air humide d'infiltration et de combustion s'exprime par:

$$\dot{n}_{H_2O} = \omega \frac{\bar{M}_{air}}{\bar{M}_{H_2O}} (\dot{n}_{ai} + \dot{n}_{ab}) \quad (3.29)$$

$$\dot{n}_{H_2O} = 7.65\omega \left(\dot{n}_C A' \left(1 + \alpha - \frac{\dot{n}_{O_2}}{\dot{n}_C A'} \right) + \frac{\dot{n}_{ai}}{4.76} \right) \quad (3.30)$$

Les gaz à la cheminée sont le CO_2 , H_2O , O_2 , N_2 , et Cl_2 de débits respectifs notés \dot{n}_1 , \dot{n}_2 , \dot{n}_3 , \dot{n}_4 , \dot{n}_5 . Les équations de conservation pour C, H, O, N et Cl exprimées en termes des débits de gaz à la cheminée s'écrivent.

$$\dot{n}_1 = \dot{n}_C B' \quad (3.31)$$

$$\dot{n}_2 = \dot{n}_C \left(C' + 7.65\omega A' \left(1 + \alpha - \frac{\dot{n}_{O_2}}{\dot{n}_C A'} \right) \right) + 1.607\omega \dot{n}_{ai} \quad (3.32)$$

$$\dot{n}_3 = \dot{n}_C A' \alpha + 0.209\dot{n}_{ai} \quad (3.33)$$

$$\dot{n}_4 = 3.76\dot{n}_C A' \left(1 + \alpha - \frac{\dot{n}_{O_2}}{\dot{n}_C A'} \right) + 0.781\dot{n}_{ai} + \dot{n}_{N_2} \quad (3.34)$$

$$\dot{n}_5 = \dot{n}_{Cl_2} \quad (3.35)$$

$$\text{où } \alpha = 0 \text{ si } \dot{n}_{O_2} > 0$$

Le nombre total de moles s'écoulant dans la cheminée s'exprime par la somme des débits des espèces.

$$\dot{n}_{tot} = \sum_{i=1}^5 \dot{n}_i \quad (3.36)$$

3.3.3 La conservation de l'énergie

La chambre des gaz constitue une seule zone pour la méthode de zones utilisée comme modèle de transfert radiatif. Les hypothèses de départ sont:

Hyp. 7: Aucun travail n'est fait par ou sur la chambre de combustion

$$W = 0 \quad (3.37)$$

Hyp. 8: La variation d'énergie potentielle des gaz entre l'entrée et la sortie est négligeable.

$$\rho_1 < \bar{V}_1 > \hat{\phi}_1 A_1 - \rho_2 < \bar{V}_2 > \hat{\phi}_2 A_2 \simeq 0 \quad (3.38)$$

Hyp. 9: La variation d'énergie cinétique des gaz, de l'entrée à la sortie, est négligeable.

$$\frac{1}{2} \rho_1 < \bar{V}_1^2 > A_1 - \frac{1}{2} \rho_2 < \bar{V}_2^2 > A_2 \simeq 0 \quad (3.39)$$

L'équation d'énergie, en considérant les Hyp. 6,7,8 et 9 , devient pour la chambre:

$$\frac{d}{dt} E_{tot} = \rho_1 < \bar{V}_1 > A_1 (\hat{U}_1 + p_1 \hat{V}_1) - \rho_2 < \bar{V}_2 > A_2 (\hat{U}_2 + p_2 \hat{V}_2) + Q \quad (3.40)$$

Sachant que l'énergie totale et l'enthalpie massique s'exprime par:

$$E_{tot} = U_{tot} + K_{tot} + \Phi_{tot} \quad (3.41)$$

$$\hat{H} = \hat{U} + p \hat{V} \quad (3.42)$$

De plus, en admettant:

Hyp. 11: L'importance de la variation temporelle de l'énergie cinétique et potentielle est négligeable.

$$\frac{d}{dt} K_{tot} \simeq 0 , \quad \frac{d}{dt} \Phi_{tot} \simeq 0 \quad (3.43)$$

On obtient comme équation retenue:

$$\frac{d}{dt} U_{tot} = \rho_1 < \bar{V}_1 > A_1 \hat{H}_1 - \rho_2 < \bar{V}_2 > A_2 \hat{H}_2 + Q \quad (3.44)$$

Cela signifie que le changement d'énergie interne des gaz dans la chambre est égal au changement d'enthalpie massique totale entre l'entrée et la sortie, plus les taux de transfert de chaleur aux limites de la chambre.

Expression détaillée des termes de l'équation d'énergie

Le terme $\frac{d}{dt} U_{tot}$:

L'accumulation d'énergie interne des gaz est exprimée sur une base volumique à volume constant:

$$\frac{d}{dt} U_{tot} = \frac{d}{dt} U_7 = V_7 C_{V7} \frac{d}{dt} T_7 \quad (3.45)$$

avec:

$$V_7 = L_7 L_{7L} L_C \quad (3.46)$$

$$C_{V7} \simeq \frac{C_{P7}}{1.4} = \frac{1.552 \times 10^{-4} T_7 + 1.315}{1.4} \quad (3.47)$$

Le volume V_7 est le produit de la hauteur, x largeur, x longueur de la chambre des gaz. L'expression de la chaleur volumique du mélange à pression constante C_{p7} est valide pour des fumées produites par un gaz naturel (Heiligenstadt, 1971).

Le terme $\rho_1 < \bar{V}_1 > A_1 \hat{H}_1 - \rho_2 < \bar{V}_2 > A_2 \hat{H}_2$:

C'est le changement d'enthalpie des espèces chimiques de l'entrée à la sortie. Compte tenu de la réaction de combustion, réécrivons le terme sur une base molaire en utilisant l'enthalpie de formation. On trouve:

$$\sum_{i=1}^R \dot{n}_i \bar{h}_i - \sum_{j=1}^P \dot{n}_j \bar{h}_j \quad (3.48)$$

R représente le nombre d'espèces réagissantes, plus les entrées de gaz de fluxage et brassage, ainsi que l'air d'infiltration.

P représente le nombre d'espèces produites, plus les sorties de gaz de fluxage et brassage, ainsi que l'air d'infiltration qu'on considère comme ne participant pas à la combustion.

L'enthalpie de formation \bar{h}_f° des corps simples à la température $T^\circ = 25^\circ\text{C}$ et la pression $P^\circ = 100\text{kPa}$ est nulle. L'enthalpie molaire de l'espèce i à T et P s'exprime par (Van Wijlen et al, 1976).

$$\bar{h}_{iT,P} = (\bar{h}_f^\circ)_{T^\circ, P^\circ} + \int_{T^\circ}^T \bar{C}_{Pi}(T) dT \quad (3.49)$$

En substituant cette expression dans l'équation, on trouve finalement:

$$\begin{aligned} \rho_1 < \bar{V}_1 > A_1 \hat{H}_1 - \rho_2 < \bar{V}_2 > A_2 \hat{H}_2 &= \sum_{i=1}^R \dot{n}_i \left(\bar{h}_f^\circ + \int_{T^\circ}^{\bar{T}_{R_i}} \bar{C}_{Pi}(T) dT \right) \\ &\quad - \sum_{j=1}^P \dot{n}_j \left(\bar{h}_f^\circ + \int_{T^\circ}^{\bar{T}_{P_j}} \bar{C}_{Pj}(T) dT \right) \end{aligned} \quad (3.50)$$

L'équation ci-haut permet de calculer le taux de chauffage dans le four dû à la combustion, en tenant compte de la présence d'autres gaz à

l'entrée, comme l'air d'infiltration, l'azote de brassage et le chlore pour le fluxage. L'expression \bar{T}_{R_i} signifie la température moyenne de l'espèce i à l'entrée tandis que \bar{T}_{P_j} est la température moyenne de l'espèce j à la sortie.

Les expressions polynomiales des chaleurs massiques à pression constante sur une base molaire \bar{C}_{P_i} pour les espèces i sont proposées par Mooses, 1978, Gokcen, 1975. Les enthalpies de formation sont proposées par Mooses, 1978, Van Wylen et al., 1976.

Le taux de libération de la chaleur des gaz dans la chambre noté Q_7 s'écrit sous une forme abrégée.

$$Q_7 = \sum_{i=1}^R \dot{n}_i \left(\overline{h^0}_{f_i} + \int_{T^0}^{\bar{T}_{R_i}} \bar{C}_{P_i}(T) dT \right) - \sum_{j=1}^P \dot{n}_j \left(\overline{h^0}_{f_j} + \int_{T^0}^{\bar{T}_{P_j}} \bar{C}_{P_j}(T) dT \right) \quad (3.51)$$

L'expression détaillée de Q_7 , ainsi que les limites d'application sont présentées à l'appendice A.

Le terme Q:

Il constitue la somme des taux de transfert de chaleur par les limites de la chambre soit, Q_D vers le bain de métal, Q_{EV} vers les réfractaires et Q_{EP} vers l'environnement, par les portes lorsqu'elles sont ouvertes:

$$Q = Q_D + Q_{EV} + Q_{EP} \quad (3.52)$$

Le transfert d'énergie vers le métal et les réfractaires s'effectue par radiation Q_i^R ou par convection des gaz Q_i^C . Les pertes par les portes ouvertes sont uniquement dues à la radiation puisque le brûleur est normalement fermé à ce moment. Les équations des taux de transfert de chaleur s'écrivent:

$$Q_D = Q_D^R + Q_D^C \quad (3.53)$$

$$Q_{EV} = Q_{EV}^R + Q_{EV}^C \quad (3.54)$$

$$Q_{EP} = Q_{EP}^R \quad (3.55)$$

Le transfert total devient égal à:

$$Q = Q_D^R + Q_D^C + Q_{EV}^R + Q_{EV}^C + Q_{EP}^R \quad (3.56)$$

Pour évaluer le transfert radiatif, nous utilisons l'approche de Hottel et Sarofim, 1967, pour la méthode de zones en admettant une seule zone de gaz. Les taux de transfert de la chaleur échangés par convection des gaz sont obtenus à l'aide de corrélations exprimées par rapport au nombre de Nusselt (Kreith et Black, 1980).

Le modèle de gaz réel utilisé est celui de Smith et al, 1982. L'appendice B donne une description plus détaillée du modèle de gaz réel.

L'ouverture des portes apparaît comme un événement discret. On tient compte de la variation de l'aire des réfractaires et de la surface extérieure lors de l'ouverture d'une ou de plusieurs portes. L'appendice C présente l'algorithme pour tenir compte de l'ouverture des portes.

Nous utilisons deux (2) sous-modèles pour la distribution axiale de la température des gaz dans la chambre. Le modèle des gaz bien mélangés et le modèle avec gradient linéaire de température.

3.3.3.1 Le modèle des gaz bien mélangés

Les expressions obtenues pour les taux de transfert de chaleur au bain Q_D , aux réfractaires Q_{EV} et perdus par les portes ouvertes Q_{EP} s'écrivent:

$$Q_D = A_D h_D^C (T_7 - T_D) + \sigma \left(\begin{array}{l} \overrightarrow{GS}_D T_7^4 + \overrightarrow{S}_{EV} \overrightarrow{S}_D T_{EV}^4 + \overrightarrow{S}_{EP} \overrightarrow{S}_D T_{EP}^4 \\ - \overleftarrow{GS}_D T_D^4 - \overleftarrow{S}_{EV} \overleftarrow{S}_D T_D^4 - \overleftarrow{S}_{EP} \overleftarrow{S}_D T_D^4 \end{array} \right) \quad (3.57)$$

$$Q_{EV} = A_{EV} h_{EV}^C (T_7 - T_{EV}) + \sigma \left(\begin{array}{l} \overrightarrow{GS}_{EV} T_7^4 + \overrightarrow{GS}_{EP} T_7^4 \\ + \overrightarrow{S}_D \overrightarrow{S}_{EV} T_D^4 + \overrightarrow{S}_D \overrightarrow{S}_{EP} T_D^4 \\ - \overleftarrow{GS}_{EV} T_{EV}^4 - \overleftarrow{GS}_{EP} T_{EP}^4 \\ - \overleftarrow{S}_D \overleftarrow{S}_{EV} T_{EV}^4 - \overleftarrow{S}_D \overleftarrow{S}_{EP} T_{EP}^4 \end{array} \right) - Q_{EP} \quad (3.58)$$

$$Q_{EP} = \begin{cases} 0 & \text{si toutes les portes sont fermées} \\ \sigma \left(\begin{array}{l} \overrightarrow{GS}_{EP} T_7^4 + \overrightarrow{S}_D \overrightarrow{S}_{EP} T_D^4 + \overrightarrow{S}_{EV} \overrightarrow{S}_{EP} T_{EV}^4 \\ - \overleftarrow{GS}_{EP} T_G^4 - \overleftarrow{S}_D \overleftarrow{S}_{EP} T_G^4 - \overleftarrow{S}_{EV} \overleftarrow{S}_{EP} T_G^4 \end{array} \right) & \begin{array}{l} \text{si au moins} \\ \text{une porte} \\ \text{ouverte} \end{array} \end{cases} \quad (3.59)$$

Le calcul des aires d'échange dirigé est effectué sur la base du modèle de gaz réel constitué de trois gaz gris plus un gaz clair. De plus, l'évaluation des aires d'échange direct $\overline{s_i s_j}$ est faite sur la base d'une seule transmissivité moyenne $\bar{\tau}$ du gaz, peu importe la paire de surfaces considérée.

$$\overline{s_i s_j} = A_i F_{ij} \bar{\tau} \quad (3.60)$$

L'expression du coefficient de transfert de chaleur par convection au bain h_D^C et aux réfractaires h_{EV}^C est celle proposée par Lowdermilk et al, 1954, pour un conduit rectangulaire.

Par la suite, une correction proposée par Boelter et al, 1948, est utilisée afin de tenir compte de l'entrée des gaz. L'appendice D présente les expressions détaillées de h_D^C et h_{EV}^C qui sont fonctions de la température du film T_f .

Sous une forme abrégée, l'équation différentielle ordinaire de conservation de l'énergie pour le modèle des gaz bien mélangés s'écrit:

$$V_7 C_{V7} \frac{d}{dt} T_7 = \sum_{i=1}^R \dot{n}_i \left(\overline{h^0}_{f_i} + \int_{T^0}^{\bar{T}_{R,i}} \bar{C}_{P_i}(T) dT \right) - \sum_{j=1}^P \dot{n}_j \left(\overline{h^0}_{f_j} + \int_{T^0}^{\bar{T}_{P,j}} \bar{C}_{P_j}(T) dT \right) - (Q_D + Q_{EV} + Q_{EP}) \quad (3.61)$$

Correction pour la température effective des gaz

Il est bien connu que l'hypothèse des gaz bien mélangés n'est pas adéquate dans le cas des chambres de combustion de forme allongée. L'équation empirique proposée par Hottel et Sarofim, 1967, tient compte d'une température radiative effective T_{7R} comparativement à une température de sortie des gaz T_{7S} .

L'équation empirique exprimée en terme des variables du modèle est:

$$T_{7R} = \left(1 - \frac{1}{d} \right) \eta_{TT} (T_{FA} - T_E) + T_{7S} \quad (3.62)$$

L'expression η_{TT} représente l'efficacité totale de transfert de chaleur des gaz vers le métal et les réfractaires. En effet, nous devons tenir compte d'une conduction de la chaleur apparaissant dans les réfractaires. L'équation ci-haut, proposée par Hottel et Sarofim, considère la présence de réfractaires parfaitement réfléchissants (la conduction dans le mur équivaut à la convection). C'est pourquoi l'efficacité de transfert de chaleur ne tenait pas compte des réfractaires.

Le terme T_{FA} est la température de flamme adiabatique.

La valeur empirique de $4/3$ pour d est valable pour une chambre courte ou longue. De plus, les études antérieures sur les chaudières montrent la validité de cette valeur pour d (Hottel et Sarofim, 1967).

Nous ajoutons ainsi une équation auxiliaire pour la température radiative effective et de sortie des gaz.

3.3.3.2 Le modèle avec gradient axial de température dans les gaz

Considérons la chambre de combustion telle que montrée sur la figure 3.1. Les taux de transfert de chaleur vers le bain et les réfractaires sont évalués pour l'élément différentiel de surface dA .

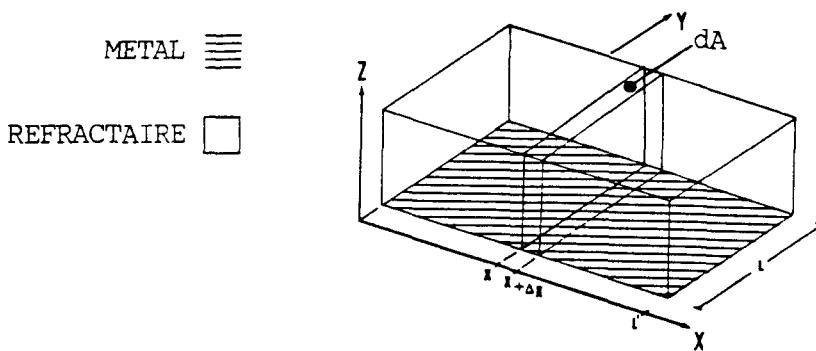


Figure 3.1: Représentation de l'élément différentiel de longueur dx dans la chambre de combustion

L'équation intégro-différentielle du taux de chauffage dans la chambre écrite pour l'élément différentiel de longueur dX est:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} U_7 = & Q_7 - \int_0^{L'} \left(h_D^C L (T_7(X) - T_D) + \frac{L\sigma}{A_D} \begin{pmatrix} \overrightarrow{GS}_D T_7^4(X) \\ -\overleftarrow{GS}_D T_D^4 \end{pmatrix} \right) dX \\ & - \int_0^{L'} \left(h_{EV}^C L (T_7(X) - T_{EV}) + \frac{L\sigma}{A_{EV}} \begin{pmatrix} \overrightarrow{GS}_{EV} T_7^4(X) \\ -\overleftarrow{GS}_{EV} T_{EV}^4 \end{pmatrix} \right) dX \quad (3.63) \end{aligned}$$

Les hypothèses admises sont:

- la variation de température axiale de la surface du bain et des réfractaires est négligeable

$$\text{et } \begin{aligned} T_D &\neq f(X) \\ T_{EV} &\neq g(X) \end{aligned} \quad 0 \leq X \leq L' \quad (3.64)$$

- le gradient de température des gaz est linéaire de l'entrée à la sortie

$$T_7(X) = \frac{-(T_{FA} - T_{TS})}{L'} X + T_{FA} \quad (3.65)$$

$$\text{où } 0 \leq X \leq L'$$

Le choix d'un gradient linéaire est fait pour des raisons de simplification. En effet, plusieurs études montrent que le profil de température axial pour une longue chambre est mieux représenté par un polynôme d'ordre 2 ou par une fonction exponentielle (Kocaeli et al, 1986, Selcuk et al, 1976, Hutchinson 1975, Dolezal, 1967, Gurwich et Blokh, 1956).

La distribution axiale de température stipule une valeur moyenne pour la section perpendiculaire à l'écoulement. Afin de mieux représenter la valeur moyenne de la température de flamme adiabatique \bar{T}_{FA} près du brûleur, une moyenne sur la section est faite. L'équation proposée est:

$$\bar{T}_{FA} = \frac{1}{\pi r_H^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_H} T(r) r dr d\theta \quad (3.66)$$

avec:

$$T(r) = \frac{-(T_{FA} - T_E)}{r_H} r + T_{FA} \quad (3.67)$$

où $0 \leq r \leq r_H$

L'expression r_H désigne le rayon hydraulique de la section. Après intégration, nous obtenons:

$$\bar{T}_{FA} \Big|_{\text{section}} = \frac{1}{3} T_{FA} + \frac{2}{3} T_E \quad (3.68)$$

Cette équation signifie qu'une pondération 1/3, 2/3, est faite respectivement pour la température de flamme adiabatique maximale et la température du pourtour prise comme celle des réfractaires.

L'appendice E présente l'expression de l'équation du bilan d'énergie en tenant compte d'un gradient de température dans les gaz de la chambre. Une équation auxiliaire est ajoutée pour la température moyenne des gaz dans la chambre. Les aires d'échange dirigé sont calculées sur la base de cette température moyenne des gaz T_7 .

$$T_7 = \frac{\bar{T}_{FA} + T_{7S}}{2} = \frac{1}{6} T_{FA} + \frac{1}{3} T_E + \frac{1}{2} T_{7S} \quad (3.69)$$

3.3.4 La conservation de la quantité de mouvement

La solution complète de l'écoulement dans la chambre demeure un sujet complexe et coûteux en temps d'ordinateur. Cette complexité augmente car nous avons à tenir compte à la fois de la turbulence et d'une combustion.

Une présentation détaillée des modèles d'écoulement 2-D et 3-D étudiés est donnée dans Khalil, 1983.

Compte tenu des objectifs visés, la solution de cette équation n'est pas faite. Un profil d'écoulement frontal est supposé. Pour les modèles conçus pour la prédiction des taux de transfert de chaleur moyen dans la chambre de combustion, le profil d'écoulement n'a pas un effet assez important sur les taux obtenus pour qu'il soit nécessaire d'en tenir compte d'une façon rigoureuse (Palmer et Beer, 1974, Hottel et Sarofim, 1967).

De plus, l'expérience montre que, dans le cas d'un écoulement frontal couplé à une réaction de combustion considérée instantanée, le profil axial de température suit une décroissance monotone allant du brûleur vers la cheminée (Hottel et Sarofim, 1965, Sarofim, 1962).

Le module de la vitesse axiale moyenne d'écoulement sans recirculation est estimé par l'équation suivante:

$$\overline{V} = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{\dot{n}_i \overline{M}_i}{A}}{\sum_{i=1}^m \rho_i} \quad (3.70)$$

Les expressions \dot{n}_i , \bar{M}_i , ρ_i représentent respectivement, le débit molaire, la masse molaire et la masse volumique de l'espèce i s'écoulant dans la chambre de combustion.

Le terme A représente l'aire de la section perpendiculaire à l'écoulement, soit:

$$A = L_7 L_{7L} \quad (3.71)$$

Admettons que les gaz s'écoulant dans la chambre sont les produits de la combustion, l'air d'infiltration humide, l'azote de brassage et le chlore de fluxage. On trouve comme vitesse moyenne d'écoulement:

$$\bar{V} = \frac{1}{A} \left(\frac{\dot{n}_1 \bar{M}_{CO_2} + \dot{n}_2 \bar{M}_{H_2O} + \dot{n}_3 \bar{M}_{O_2} + \dot{n}_4 \bar{M}_{N_2} + \dot{n}_5 \bar{M}_{Cl_2}}{\rho_{CO_2} + \rho_{H_2O} + \rho_{O_2} + \rho_{N_2} + \rho_{Cl_2}} \right) \quad (3.72)$$

Les expressions des débits molaires \dot{n}_i ($i=1\text{à}5$) sont données plus tôt dans le texte.

A chaque changement d'opération du four, une nouvelle vitesse est calculée pour tenir compte de la variation des débits de gaz d'une opération à l'autre. Les expressions des masses volumiques sont proposées par Kreith et Black, 1980, Gokcen, 1975.

3.4 Le métal

Le domaine du métal est le volume occupé par le métal liquide et solide.

3.4.1 La conservation de l'énergie

La présence du phénomène de fusion du métal solide oblige à tenir compte du problème de changement de phase, aussi connu sous le nom de problème de Stefan.

Deux approches peuvent être utilisées. (1) la méthode des transformations de coordonnées (Gupta et Kumar, 1985), (2) la méthode de l'enthalpie (Tremblay, 1986, Pham, 1985, Civan et Sliepcevich, 1984). Nous utilisons la deuxième dans ce modèle. Les principaux avantages de cette méthode sont les suivants:

- i) Aucune condition particulière ne doit être satisfaite à la frontière de changement de phase.
- ii) Aucune recherche particulière n'est nécessaire pour déterminer la position de l'interface.
- iii) Les états ne sont pas considérés séparément. L'état est déterminé par l'enthalpie du métal.

iv) La masse volumique et la chaleur massique du métal sont considérées comme variables avec la température sans qu'on ait à déterminer ces variations, puisqu'elles sont implicites dans celles de l'enthalpie du métal.

Soit Ω une région dans l'espace Euclidien \mathbb{R}^3 . Supposons que l'interface mobile solide-liquide Γ puisse être décrite en termes d'une frontière régulière $F(x,t)$ définie comme suit (Elliot et Ockendon, 1982).

un interface

$$\Gamma = \{(X,t) \in \Omega \times (0,\tau) \mid F(X,t) = 0\}$$

le liquide

$$\Omega^+ = \{(X,t) \in \Omega \times (0,\tau) \mid F(X,t) > 0 \text{ et } T(X,t) \geq T_F\}$$

le solide

$$\Omega^- = \{(X,t) \in \Omega \times (0,\tau) \mid F(X,t) < 0 \text{ et } T(X,t) \leq T_F\}$$

et l'équation

$$\Omega^+ \cup \Gamma \cup \Omega^- = \Omega \times (0,\tau)$$

pour $0 \leq t \leq \tau$

Nous couplons les hypothèses suivantes à l'équation de conservation de l'énergie exprimée en termes des propriétés locales (éq. 3.4)

Hyp. 11: Le champ de vecteur vitesse est nul, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de termes de transport dans le métal liquide:

$$\vec{V} = 0 \quad \forall F(X, t) \quad (3.74)$$

Hyp. 12: Le flux massique total est nul:

$$\vec{j}_i = 0 \quad \forall F(X, t) \quad (3.75)$$

L'équation s'écrit:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \hat{U}) = -(\nabla \cdot \vec{q}) \quad (3.76)$$

Admettons que le flux d'énergie \vec{q} est uniquement dû à la conduction thermique représenté par l'équation (3.9).

De plus, admettons une équation d'énergie pour la phase solide (S) et liquide (l). On trouve comme équation de conservation écrite en termes de ρ , C , T :

$$\rho(T_S)C(T_S)\frac{\partial}{\partial t}T_S = (\nabla \cdot k(T_S)\nabla T_S) \quad (3.77)$$

pour $F(X, t) < 0$

$$\rho(T_l)C(T_l)\frac{\partial}{\partial t}T_l = (\nabla \cdot k(T_l)\nabla T_l) \quad (3.78)$$

pour $F(X, t) > 0$

Les phases, liquide et solide, sont séparées par l'interface Γ définie comme suit:

$$F(X, t) = 0 \quad (3.79)$$

Les conditions frontières de Stefan qui permettent de tenir compte du saut d'énergie entre les deux (2) phases, sont données par Ozisik, 1980:

$$T_S(X, t) = T_l(X, t) = T_F \quad \text{à } F(X, t) = 0 \quad (3.80)$$

et

$$k_S \nabla T_S \cdot \nabla F - k_l \nabla T_l \cdot \nabla F = -\rho L \frac{\partial}{\partial t} F \quad (3.81)$$

pour $F(X, t) = 0$

L'enthalpie volumique H de la phase solide est définie comme l'enthalpie sensible:

$$H(T) = \int_{T_F}^T \rho(T) C(T) dT \quad \text{pour } T < T_F \quad (3.82)$$

Pour la phase liquide, on ajoute l'enthalpie latente (Voller et Cross, 1981):

$$H(T) = \int_{T_F}^T \rho(T) C(T) dT + \rho L \quad \text{pour } T > T_F \quad (3.83)$$

Notons que l'enthalpie volumique n'est pas définie pour la température de fusion T_F .

De la règle de Leibniz sur la dérivation sous l'intégrale, on tire:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{dH}{dT} \frac{\partial T}{\partial t} = \rho(T) C(T) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.84)$$

La transformée de Kirchhoff de la conductivité thermique permet de tenir compte d'une variation de la conductivité thermique avec la température. Elle est définie ainsi (Elliot et Ockendon, 1982)

$$\theta(T) = \int_{T_F}^T k(T) dT \quad \forall T \quad (3.85)$$

Utilisant à nouveau la règle de Liebniz, le gradient de la transformée s'exprime par:

$$\nabla \theta = \frac{d\theta}{dT} \nabla T = k(T) \nabla T \quad (3.86)$$

Substituons les équations (3.84 et 3.85) dans les équations (3.77 et 3.78). Nous obtenons une seule équation d'énergie valable pour les deux (2) phases. Cette équation s'exprime comme suit:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \nabla^2 \theta \quad (3.87)$$

Les propriétés physiques ρ , C , k sont considérées variables en température dans l'équation ci-haut.

La solution de l'équation (3.87) est possible en connaissant les relations entre la température T , l'enthalpie volumique H et la transformée de Kirchhoff de la conductivité thermique θ .

Les propriétés ρ, C, k de l'aluminium (unités S.I.)

La chaleur massique C :

Tremblay, 1986 et Moses, 1978 proposent:

$$C(T) = 0.459T + 767, \quad 250 K \leq T \leq 933.15 K \quad (3.88)$$

$$C(T) = 1.09 \times 10^3, \quad 933.15 K \leq T \leq 1500 K \quad (3.89)$$

La conductivité thermique k :

Tremblay, 1986 et Touloukian, 1970 proposent:

$$k(T) = -8.65 \times 10^{-7} T^2 + 6.26 \times 10^{-4} T + 2.26 \quad (3.90)$$

pour $250 K \leq T \leq 933.15 K$

$$k(T) = -1.23 \times 10^{-7} T^2 + 5.89 \times 10^{-4} T + 0.465 \quad (3.91)$$

pour $933.15 K \leq T \leq 1500 K$

La masse volumique ρ :

Tremblay, 1986 et Touloukian, 1973 proposent:

$$\rho(T) = -2.19 \times 10^{-4} T^2 + 0.104T + 2666 \quad (3.92)$$

pour $250 K \leq T \leq 933.15 K$

$$\rho(T) = -0.3935T + 2756.8 \quad (3.93)$$

pour $933.15 K \leq T \leq 1500 K$

Les polynômes T(H), H(T) et θ(H), (Tremblay, 1986)

Pour l'enthalpie volumique les polynômes sont:

$$H(T) = -0.04T^3 + 652T^2 + 2.04 \times 10^6 T - 2.44 \times 10^9 \quad (3.94)$$

pour $250 K \leq T < 933.15 K$

$$H(T) = -214T^2 + 3 \times 10^6 T - 2.61 \times 10^9 + \rho L \quad (3.95)$$

pour $933.15 K \leq T \leq 1500 K$

La chaleur latente de fusion est:

$$\rho L = 9.53 \times 10^8 \text{ J/m}^3 \quad (3.96)$$

Pour la température les polynômes s'écrivent:

$$T(H) = 2.77 \times 10^{-27} H^3 - 2.01 \times 10^{-17} H^2 + 3.13 \times 10^{-7} H + 933 \quad (3.97)$$

pour $H < 0$

$$T(H) = 2.34 \times 10^{-27} H^3 + 2.563 \times 10^{-18} H^2 + 3.744 \times 10^{-7} H + 571.7 \quad (3.98)$$

pour $H > \rho L$

$$T(H) = 933.15 K, \quad \text{pour } 0 \leq H \leq \rho L \quad (3.99)$$

Finalement, pour la transformée de Kirchhoff de la conductivité thermique, nous avons les polynômes suivants:

$$\theta(H) = -8.938 \times 10^{-15} H^2 + 6.605 \times 10^{-5} H - 152 \quad (3.100)$$

pour $H < 0$

$$\theta(H) = 3.768 \times 10^{-15} H^2 + 2.773 \times 10^{-5} H - 2.978 \times 10^4 \quad (3.101)$$

pour $H > \rho L$

$$\theta(H) = 0, \quad \text{pour } 0 \leq H \leq \rho L \quad (3.102)$$

3.4.2 La conservation de la quantité de mouvement

La solution de l'équation n'est pas faite. En effet, nous admettons que la convection naturelle joue un rôle de seconde importance au niveau du bilan d'énergie.

Un modèle à deux (2) dimensions, tenant compte du terme de transport dans l'équation d'énergie, a montré que la convection naturelle peut accélérer jusqu'à un facteur deux (2) le temps de fonte d'un bloc solide (Tremblay, 1986).

Cependant, des tests faits sur différentes géométries et différentes températures de préchauffage du solide ont montré que cet effet de la convection naturelle peut être réduit considérablement dans le cas de géométries simples (se rapprochant de 1-D et avec des températures de préchauffage élevées), et le facteur 2 ci-haut mentionné, est réduit à 1.1, 1.2 (Simard, 1987).

Afin de tenir compte de la convection forcée lors d'un brassage à l'azote ou d'un fluxage au chlore, nous utilisons une fonction mathématique calibrée expérimentalement. Cette fonction simule le brassage forcé de la façon suivante:

L'énergie est redistribuée spatialement afin de diminuer le gradient de température avec le temps de brassage. L'appendice F présente l'algorithme de simulation du brassage ainsi que la fonction mathématique calibrée.

3.4.3 La conservation de la masse

La simulation débute avec une masse de liquide et/ou solide déterminée. L'équation est écrite en termes des propriétés globales. Admettons

la présence d'une seule espèce chimique soit l'aluminium. De plus, aucune production d'aluminium n'apparaît dans le four. Finalement, considérons qu'aucun transfert d'aluminium ne se fait vers les réfractaires du plancher.

L'équation devient:

$$\frac{\partial}{\partial t} M_6 = \dot{m}_6 \Big|_1 - \dot{m}_6 \Big|_2 \quad (3.103)$$

Les indices inférieurs 1 et 2 représentent l'entrée et la sortie de métal.

Les entrées sont le métal liquide ajouté durant l'introduction du métal en fusion et les métaux d'alliages ajoutés durant l'introduction des métaux d'alliages.

La sortie est l'écume produite lors de l'écumage du four. Nous admettons que les propriétés thermiques de l'écume sont celles de l'aluminium. Notons que les entrées et sorties sont traitées comme des événements ponctuels, à l'exception du métal en fusion pour lequel un algorithme existe afin de tenir compte de l'ajout d'une masse importante de métal pendant un temps déterminé. L'appendice G présente cet algorithme.

3.5 Le plancher, la voûte et les murs du four

Le plancher est constitué de la paroi multicouche inférieure du four qui débute à l'endroit du niveau de métal lorsque le four est plein. La

voûte et les murs du four sont pris comme une seule composante du four. Cette paroi débute à l'endroit du niveau de métal et englobe toute la partie supérieure du four.

3.5.1 Les propriétés physiques des parois équivalentes thermiquement

Chaque paroi multicoche est prise comme une seule couche de matériau aux propriétés équivalentes. Les propriétés équivalentes calculées sont exprimées par les équations suivantes:

Pour l'épaisseur équivalente du plancher ainsi que la voûte et les murs, on obtient:

$$L_{14} = L_2 + L_3 + L_4 + L_5 \quad (3.104)$$

$$L_{15} = L_{8M} + L_{9M} + L_{10M} + L_{11M} \quad (3.105)$$

L'indice inférieur (M) signifie les murs par opposition à la voûte (V). Notons que nous admettons que chaque paroi peut être composée au maximum de quatre (4) couches de matériaux différents.

Les masses équivalentes s'expriment par:

$$M_{14} = M_2 + M_3 + M_4 + M_5 \quad (3.106)$$

$$M_{15} = \sum_{k=8}^{11} M_{Mk} + \sum_{k=8}^{10} M_{Vk} \quad (3.107)$$

On remarque que la voûte n'est composée que de trois (3) couches de matériaux différents, comparativement à quatre (4) couches pour les murs.

La conductivité thermique de la couche équivalente, représentant le plancher, s'exprime comme suit:

$$k_{14} = \frac{\gamma_{14} L_{14}}{\left(\frac{L_2}{k_2} + \frac{L_3}{k_3} + \frac{L_4}{k_4} + \frac{L_5}{k_5} \right)} \quad (3.108)$$

On note la présence d'un facteur de correction γ_{14} qui peut permettre l'ajustement final de la conductivité thermique équivalente afin de tenir compte de l'état réel des matériaux, des résistances de contact et des infiltrations possibles du métal dans le plancher. La valeur de γ_{14} est calibrée en se basant sur l'observation expérimentale de la température extérieure du plancher.

La conductivité thermique équivalente des murs et de la voûte est calculée par l'équation:

$$k_{15} = \left(\frac{\gamma_{15} L_{15}}{A_F} \right) \left(\frac{R_{15M} + R_{15V}}{R_{15M} R_{15V}} \right) \quad (3.109)$$

avec les équations suivantes:

$$R_{15M} = \frac{\frac{L_{8M}}{k_{8M}} + \frac{L_{9M}}{k_{9M}} + \frac{L_{10M}}{k_{10M}} + \frac{L_{11M}}{k_{11M}}}{A_{FM}} \quad (3.110)$$

$$R_{15V} = \frac{\frac{L_{8V}}{k_{8V}} + \frac{L_{9V}}{k_{9V}} + \frac{L_{10V}}{k_{10V}}}{A_{FV}} \quad (3.111)$$

$$A_F = A_{FM} + A_{FV} \quad (3.112)$$

Les indices inférieurs FM et FV sont respectivement la surface extérieure des murs et de la voûte.

Les chaleurs massiques équivalentes sont évaluées à partir des équations suivantes:

$$C_{14} = \frac{\sum_{k=2}^5 C_k M_k}{M_{14}} \quad (3.113)$$

$$C_{15} = \frac{\sum_{k=8}^{11} C_{Mk} M_{Mk} + \sum_{l=8}^{10} C_{Vl} M_{Vl}}{M_{15}} \quad (3.114)$$

Le calcul des masses volumiques équivalentes est fait à l'aide des équations suivantes:

$$\rho_{14} = \frac{M_{14}}{(A_{14} L_{14})} \quad (3.115)$$

$$\rho_{15} = \frac{M_{15}}{(A_{15} L_{15})} \quad (3.116)$$

avec:

$$A_{14} = \frac{(A_B + A_C)}{2} \quad (3.117)$$

$$A_{15} = A_F \quad (3.118)$$

Finalement, les diffusivités thermiques équivalentes sont évaluées à partir de la définition de la diffusivité thermique soit:

$$\phi_{14} = \frac{k_{14}}{(\rho_{14} C_{14})} \quad (3.119)$$

$$\phi_{15} = \frac{k_{15}}{(\rho_{15} C_{15})} \quad (3.120)$$

Les valeurs spécifiques des propriétés physiques de chacune des couches de matériaux sont présentées à l'appendice H. Notons qu'elles sont prises comme variables avec la température.

Le fait de définir des parois thermiquement équivalentes, qui sont vues comme une seule surface plane vis-à-vis l'écoulement de la chaleur, permet d'adapter le modèle à différentes géométries de four tout en considérant des pertes à travers les parois.

3.5.2 La conservation de l'énergie

L'équation est écrite en termes des propriétés locales. C'est l'équation de diffusion de la chaleur (éq. de Fourier), sans source d'énergie:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T \quad (3.121)$$

Considérons deux (2) dimensions, soit le temps et une direction de propagation de la chaleur. L'équation s'écrit:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} \quad (3.122)$$

Les valeurs de ρ, C, k sont les valeurs équivalentes de la paroi calculées ci-dessus.

CHAPITRE 4

LES SOUS-MODELES

Un des buts poursuivis en modélisation mathématique consiste à représenter, le plus fidèlement possible, certains phénomènes régis par des lois physiques. C'est pourquoi l'évaluation des paramètres physiques, jugés de première importance, nécessite une attention particulière.

L'émissivité hémisphérique totale de surface du métal et celle des réfractaires, sont deux (2) paramètres de première importance. Ils régissent les taux de transfert d'énergie vers leur environnement. Ce sont ces mêmes taux de transfert d'énergie qui doivent retenir particulièrement notre attention, car ils traduisent directement un des buts visés lors de l'opération d'un four, soit le gain en énergie du métal.

4.1 Propriété relative à l'émetteur: l'émissivité

L'émissivité est une propriété spectrale et directionnelle pour une surface donnée. Dans la plupart des calculs d'ingénierie, on s'intéresse davantage aux propriétés directionnelles moyennes pour toutes les directions. On définit l'émissivité spectrale hémisphérique comme le rapport entre l'émittance de la surface à cette longueur d'onde et température, à celle du corps noir à cette même longueur d'onde et température:

L'intensité spectrale $I(\lambda, \theta, \phi, T)$ est représentée sur la figure 4.1.

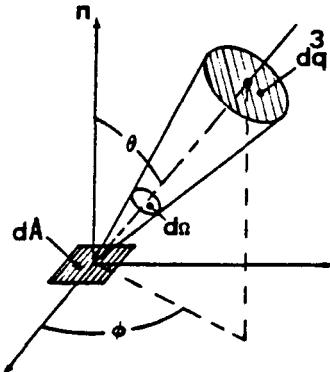


Figure 4.1: L'intensité spectrale de l'élément de surface dA

L'intensité spectrale $I(\lambda, \theta, \phi, T)$ est donnée par l'équation suivante:

$$I(\lambda, \theta, \phi, T) = \frac{d^3q}{dA \cos \theta d\Omega d\lambda} \quad (4.1)$$

On calcule l'émissivité hémisphérique totale avec l'équation suivante:

$$\epsilon(2\pi, t, T) = \frac{\int_0^\infty \epsilon(2\pi, \lambda, T) E_b(\lambda, T) d\lambda}{E_b(T)} \quad (4.2)$$

où

$$\epsilon(2\pi, \lambda, T) = \frac{E(\lambda, T)}{E_b(\lambda, T)} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} I(\lambda, \theta, \phi, T) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} I_b(\lambda, T) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi} \quad (4.3)$$

Rigoureusement, la connaissance de l'intensité en fonction de θ et ϕ est nécessaire pour l'évaluation de $\epsilon(2\pi, t, T)$ par l'équation 4.2. Cependant, dans le cas des surfaces diffuses (ex.: les réfractaires) l'intensité est fonction du cosinus de θ (Loi de Lambert). De plus, admettons une surface non-Lambertienne, il est possible dans la plupart des cas, de négliger la dépendance de l'intensité vis-à-vis de l'angle ϕ .

4.2 Les surfaces métalliques

L'approche complètement théorique pour la prédiction de l'émissivité hémisphérique totale d'une surface métallique plane, est connue pour les surfaces parfaitement réfléchissantes (sans couches d'oxyde mince ou impuretés d'autre sorte). Nous référons le lecteur à Touloukian, 1970 pour une revue complète des modèles existants, ainsi qu'aux approches utilisées. Essentiellement, on utilise la théorie de propagation d'une onde électromagnétique associée à la loi de Descartes pour la réfraction lorsqu'elle change de milieu de propagation. Ensuite, on utilise les définitions de la réflexion et on calcule les coefficients de réflexion ρ et de transmission τ . L'émissivité est alors déduite de la connaissance de ces deux (2) paramètres.

Finalement, les paramètres retenus pour l'expression des différentes émissivités sont la résistivité électrique du métal, ainsi que la température de surface.

Le cas idéal d'un métal est bien peu réaliste en ce qui concerne les fours de métal chaud. En réalité, des processus chimiques complexes d'oxydation apparaissent sur la surface exposée aux gaz de combustion.

De plus, l'agitation forcée du métal favorise la formation d'une écume épaisse. Typiquement, la surface du métal, pendant le chauffage et avant l'écumage du four, est divisée en une surface lisse d'oxyde mince située sous la flamme, ainsi qu'une surface d'écume épaisse plutôt près des bords du four.

La proportion relative de ces deux (2) surfaces dépend intimement des modes opératoires du four.

Dans ce modèle, c'est l'approche empirique qui est utilisée pour paramétriser l'émissivité de surface du métal.

Les valeurs proposées par les auteurs sont utilisées pour construire une régression linéaire simple mettant en évidence l'effet de la température pour l'aluminium solide et liquide, et de la couche mince d'oxyde pour l'aluminium liquide seulement.

Le tableau 4.1 présente les droites utilisées pour prédire l'émissivité normale totale de l'aluminium solide et liquide.

	1. Poli	$\epsilon(0,t) = 6.6 \times 10^{-5} T + 0.040$ ($73^\circ\text{C} < T < 367^\circ\text{C}$)	(TOLOUKIAN, 1970)
<u>Solide</u>	2. Faiblement oxydé	$\epsilon(0,t) = 2.0 \times 10^{-4} T + 0.0156$ ($199^\circ\text{C} < T < 599^\circ\text{C}$)	
	3. Fortement oxydé	$\epsilon(0,t) = 2.7 \times 10^{-4} T + 0.101$ ($93^\circ\text{C} < T < 499^\circ\text{C}$)	(HOTTEL et al., 1967)
	4. Oxyde d'aluminium	$\epsilon(0,t) = -9.4 \times 10^{-4} T + 1.150$ ($277^\circ\text{C} < T < 499^\circ\text{C}$)	
<u>Aluminium</u>			
<u>Liquide</u>	5. Mince couche d'oxyde d'épaisseur e	$\epsilon(0,t) = 6.6 \times 10^{-5} T + 3.1 \times 10^2 e + 0.106$ ($660^\circ\text{C} < T < 700^\circ\text{C}$) ($0 < e < 1 \times 10^{-3} \text{ m}$)	(THIBAULT, 1986) (TOLOUKIAN, 1970)

Tableau 4.1: Modèles empiriques pour la prédiction de l'émissivité normale totale de l'aluminium

Les travaux de Schmidt et Eckert, 1935 permettent de déduire l'émissivité hémisphérique à partir de la connaissance de l'émissivité normale. Pour les conducteurs thermiques, le tableau 4.2 montre les valeurs du rapport de l'émissivité hémisphérique à l'émissivité normale pour chaque valeur d'émissivité normale.

$\epsilon(0,t)$	$\epsilon(2\pi,t)/\epsilon(0,t)$
0	1,33
0,05	1,27
0,10	1,225
0,15	1,185
0,20	1,145
0,25	1,105
0,3	1,075
0,35	1,055

Tableau 4.2: Rapport entre l'émissivité hémisphérique et l'émissivité normale pour les surfaces métalliques

Il faut noter la faible plage de température investiguée dans le cas du métal liquide. C'est pourquoi la valeur prédictive par la relation est fréquemment une extrapolation.

Finalement, le tableau 4.3 montre les valeurs extrêmes obtenues avec la relation pour le métal liquide ainsi que les pourcentages d'erreur associés.

(e,T)	$\epsilon(e,T)$	ϵ_{exp}	% erreur
(0,700)	0.152	0.15	1.7
(0.5x10 ⁻³ , 710)	0.308	0.30	2.7

Tableau 4.3: Pourcentage d'erreurs associées à la prédiction de l'émissivité de surface du métal

4.3 Les surfaces réfractaires

L'approche théorique, pour la prédiction de l'émissivité hémisphérique d'une surface rugueuse, non-homogène et absorbante, demeure un sujet complexe et difficile à traiter.

Compte tenu des buts initiaux, c'est l'approche empirique qui est utilisée dans ce modèle. Le réfractaire considéré est composé principalement d'alumine Al_2O_3 et de silice SiO_2 .

Les résultats de Michaud, 1951 sont utilisés pour mettre en évidence l'effet de la dimension des grains notée μ , de la teneur en fer Fe_2O_3 notée $[\text{Fe}]$ et de la température, T . La relation à trois (3) variables obtenue est l'équation suivante:

$$\epsilon(\mu, [\text{Fe}], T) = 2.33 \times 10^{-3} \mu + 8.4 \times 10^{-2} [\text{Fe}] - 2.161 \times 10^{-4} T + 0.501 \quad (4.4)$$

Les limites d'application sont:

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq \mu \leq 100 \quad \mu\text{m} \\ 0 \leq [\text{Fe}] \leq 2.9 \quad \% \\ 1010^\circ\text{C} \leq T \leq 1565^\circ\text{C} \end{array} \right\} \quad (4.5)$$

La température de surface des réfractaires dans la chambre de combustion est fréquemment inférieure à 1010°C . Nous utilisons la relation en extrapolation. Cette relation est obtenue par le lissage de droite à partir des données provenant de Michaud, 1951 et tabulées par Hottel et Sarofim, 1967.

Les valeurs extrêmes obtenues avec la relation, ainsi que les pourcentages d'erreur associés sont présentés dans le tableau 4.4 qui suit.

$(\mu, [\text{Fe}], T)$	$\epsilon(\mu, [\text{Fe}], T)$	ϵ_{exp}	% erreur
(100, 2.9, 1010)	0,759	0,78	2.6
(10, 0.1, 1565)	0,194	0,18	8.2

Tableau 4.4: Pourcentage d'erreurs associées à la prédiction de l'émissivité de la surface des réfractaires

4.4 Algorithme pour les sous-modèles de l'émissivité

Pour le métal, la température de surface est calculée pour le pas de temps suivant. Si la température calculée est supérieure à la température de fusion, le modèle pour l'aluminium liquide est utilisé. Par contre, lorsque la température est inférieure à la température de fusion, un des quatre (4) modèles pour l'aluminium solide est utilisé. Le choix du modèle pour le solide constitue une entrée du simulateur.

Pour les réfractaires, un seul modèle est disponible. La température, au pas de temps suivant, est évaluée et utilisée dans la relation pour l'émissivité des réfractaires. Notons que les paramètres tels, l'épaisseur de la couche d'oxyde mince du métal e , la dimension des grains μ et la teneur en fer $[\text{Fe}]$ demeurent fixes pendant la simulation. Ils constituent des entrées initiales au modèle mathématique principal.

4.5 Les modes opératoires du four

L'exécution d'une fournée consiste en plusieurs opérations successives entre le chargement initial du métal et l'obtention de l'alliage désiré, répondant aux critères pour la coulée des lingots.

Les opérations considérées par le modèle constituent la fournée typique pratiquée fréquemment au centre de coulée visé par l'étude. Les modes opératoires simulés par le modèle sont:

- 0.n période de chargement du métal solide
- 1.n période de chauffage
- 2.n période d'attente
- 3.n période d'ajout du métal en fusion
- 4.n période de brassage forcé
- 5.n période d'ajout des métaux d'alliage
- 6.n période de fluxage
- 7.n période d'écumage

Le chiffre précédent chaque période p.n. est constitué de la période en question p (0 à 7), ainsi que du nombre d'apparitions de cette période dans la simulation n.

Toutes les durées des périodes sont spécifiées au début d'une simulation. Les seules périodes avec le brûleur ouvert sont les cycles de chauffage 1.n. Notons, que, pendant le transfert du métal en fusion, il

est possible d'ouvrir le brûleur pendant une durée variable inférieure ou égale à la durée du transfert. De plus, l'ouverture d'un nombre quelconque (entier ≤ 5) de portes peut avoir lieu pendant les périodes 4.n, 5.n, 6.n, 7.n. A ce moment, la durée d'ouverture des portes est variable et peut être inférieure ou égale à la durée totale de la période en question.

Voici les caractéristiques propres à chacune des périodes:

0.n - période de chargement du métal solide

Aucun calcul des taux de transfert de chaleur n'est fait pendant cette période. Sa durée est utilisée seulement pour l'estimation des taux de refonte et du temps total de la simulation.

1.n - période de chauffage

Au début de la simulation, le choix du profil de température des gaz est fait (voir 3.3.3.1 et 3.3.3.2). Pendant toutes les périodes de chauffage de la simulation, le même profil de température des gaz est utilisé.

2.n - période d'attente

Le four est en attente, c'est-à-dire qu'aucune manipulation n'apparaît sur le four. Cette période permet de tenir compte d'un délai entre deux opérations successives sur le four. Les taux de transfert d'énergie sont calculés.

3.n - période d'ajout de métal en fusion

Le brûleur peut être ouvert ou fermé pendant le transfert du métal en fusion. Notons que le transfert du métal s'effectue progressivement et proportionnellement.

L'algorithme de l'ajout du métal en fusion est présenté à l'appendice G.

4.n - période de brassage forcé

Le débit d'azote N_2 est spécifié. L'algorithme de brassage utilisé est présenté à l'appendice F.

5.n - période d'ajout des métaux d'alliage

Nous admettons que la masse des métaux d'alliage est négligeable et peut être négligée dans le calcul du bilan global d'énergie. Cette période peut être vue comme une attente avec la distinction qu'il est possible de considérer l'ouverture des portes du four.

6.n - période de fluxage

Elle est identique à la période 4.n. Cependant, on considère la présence du chlore Cl_2 plutôt que l'azote N_2 dans le bilan d'énergie des gaz.

7.n - période d'écumage

On admet le retrait d'une masse d'écume prise à la température de surface du métal et de même propriété que l'aluminium liquide. Cette masse participe au bilan d'énergie du métal du four.

4.5.1 Chronologie des périodes simulées

L'ordre retenu dans la succession des périodes est le suivant:

0.1 période de chargement du métal solide

1.1 préchauffage du solide

2.1 période d'attente avant le transfert du métal en fusion

3.1 période du transfert du métal en fusion

1.2 période de chauffage du métal solide et liquide

2.2 période d'attente avant le brassage préliminaire à l'azote

4.1 période du brassage forcé à l'azote

2.3 période d'attente après le brassage préliminaire à l'azote

1.3 période de chauffage avant la coulée

préparation du four

2.4 période d'attente avant l'ajout des métaux d'alliage

5.1 période d'ajout des métaux d'alliage.

6.1 et/ou 4.2 période de brassage à l'azote et/ou de fluxage au chlore

7.1 période d'écumage du four

2.5 période d'attente avant la coulée

Pour annuler une période quelconque, un délai très court (> 0) est spécifié (ex, 10 secondes). Une opération particulière, qui consiste à brasser à l'azote en continu, est possible pendant les périodes 3.1 et 1.2. Pour chacune de ces périodes en brassage continu, on spécifie le débit de l'azote de brassage et on utilise le même algorithme de brassage et la même fonction mathématique simulant le brassage.

4.5.2 Les critères d'arrêt de la simulation

Trois (3) possibilités sont retenues comme critères d'arrêt en opération normale du modèle. Premièrement, le temps total de la simulation, c'est-à-dire que chaque période est exécutée avec le délai prescrit. Deuxièmement, la température moyenne du métal liquide et troisièmement, la température à l'emplacement choisi pour le thermocouple de contrôle du brûleur.

Il faut noter que, pour les options (2) et (3), le solide doit être entièrement fondu pour appliquer la condition d'arrêt et poursuivre avec la préparation du four.

La préparation du four englobe les périodes 2.4, 5.1, 6.1 et/ou 4.2, 7.1 et 2.5.

CHAPITRE 5

RESOLUTION NUMERIQUE

Dans ce chapitre, nous présentons les différentes parties du four ainsi que les équations différentielles à solutionner. Par la suite, nous montrons la discréétisation numérique utilisée, les conditions initiales et aux limites.

Pour l'opérateur différentiel, la dérivation numérique centrale avant et arrière conventionnelle est utilisée. Pour l'intégration numérique, nous utilisons la méthode explicite d'Euler-Gauchy (James et al, 1977).

Compte tenu des objectifs de départ, le choix d'une méthode explicite pure s'avère approprié. Une étude comparative des méthodes numériques d'intégration est faite par Thibeault, 1985, pour l'équation de diffusion en transfert de chaleur. La méthode explicite pure consomme moins de temps d'ordinateur que les autres méthodes tout en donnant une bonne précision.

5.1 La chambre de combustion

5.1.1 L'équation d'énergie

L'équation (3.61) discréétisée par rapport au temps (ν), écrite en

termes de la température moyenne des gaz T_7 est:

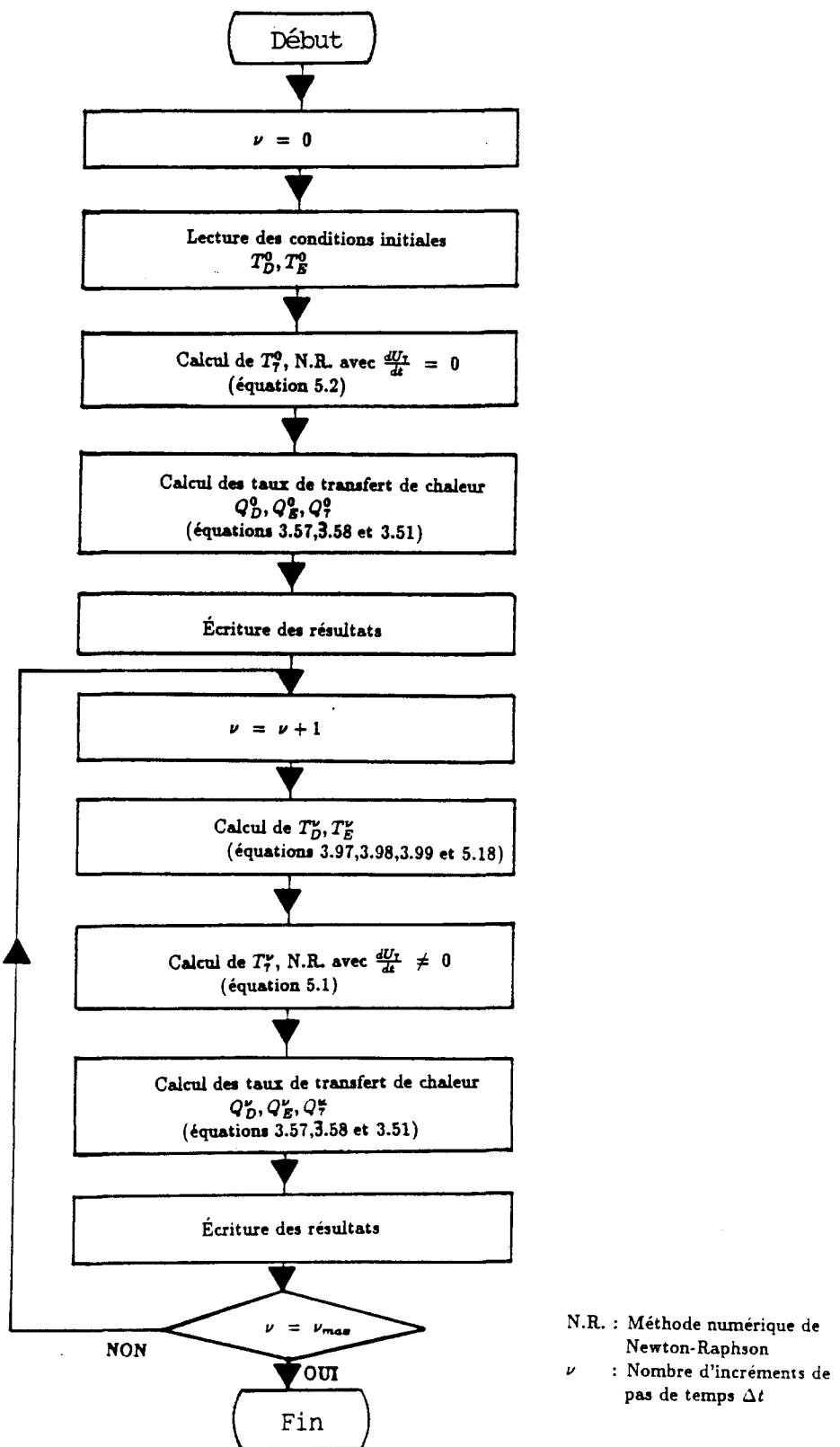
$$V_7 C_{V7} \frac{(T_7^{\nu+1} - T_7^\nu)}{\Delta t} = Q_7 (T_7^{\nu+1}, T_D^{\nu+1}, T_E^{\nu+1}) - \begin{pmatrix} Q_D (T_7^{\nu+1}, T_D^{\nu+1}, T_E^{\nu+1}) \\ + \\ Q_{EV} (T_7^{\nu+1}, T_D^{\nu+1}, T_E^{\nu+1}) \\ + \\ Q_{EP} (T_7^{\nu+1}, T_D^{\nu+1}, T_E^{\nu+1}) \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

L'équation ci-haut est implicite pour la variable $T_7^{\nu+1}$. Nous utilisons la méthode numérique de Newton-Raphson (Carnahan et al, 1969) couplée à la méthode de Gauss-Jordan pour trouver la valeur de $T_7^{\nu+1}$ qui vérifie l'équation.

La condition initiale T_7^0 est déterminée par l'utilisation de la même méthode en admettant un terme d'accumulation nul, soit:

$$\frac{d U_7}{dt} = V_7 C_{V7} \frac{(T_7^0 - T_7^{0-})}{\Delta t} = 0 \quad (5.2)$$

L'algorithme utilisé pour déterminer la température moyenne des gaz T_7 à chaque incrément de temps se présente comme suit:

Figure 5.1: Algorithme pour évaluer la température moyenne des gaz T_7

Le modèle avec gradient axial de température dans le gaz est solutionné pour la température de sortie des gaz T_{7S} . L'algorithme demeure valide; il s'agit simplement d'ajouter l'équation de la température moyenne des gaz (éq.3.69) à l'équation d'énergie.

Lorsque la correction, pour la température radiative effective des gaz T_{7R} est utilisée, l'algorithme s'applique à nouveau. A ce moment, on utilise l'équation (3.62) pour distinguer T_{7R} et T_{7S} .

5.2 Le métal

5.2.1 L'équation d'énergie

L'équation différentielle partielle à solutionner s'écrit:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \quad (5.3)$$

Sous une forme discrétisée dans l'espace (i) et dans le temps (ν), on trouve comme équation:

- dérivée centrale au noeud i

$$\frac{H_i^{\nu+1} - H_i^\nu}{\Delta t} = \frac{\theta_{i+1}^\nu - 2\theta_i^\nu + \theta_{i-1}^\nu}{\Delta X^2} \quad (5.4)$$

- dérivée avant au noeud i

$$\frac{H_i^{\nu+1} - H_i^\nu}{\Delta t} = \frac{\theta_{i+2}^\nu - 2\theta_{i+1}^\nu + \theta_i^\nu}{\Delta X^2} \quad (5.5)$$

- dérivée arrière au noeud i

$$\frac{H_i^{\nu+1} - H_i^\nu}{\Delta t} = \frac{2\theta_i^\nu - 5\theta_{i-1}^\nu + 4\theta_{i-2}^\nu - \theta_{i-3}^\nu}{\Delta X^2} \quad (5.6)$$

L'utilisation des dérivées avant et arrière est nécessaire à la surface du métal, ainsi qu'au fond à l'interface métal-plancher. Le transfert du métal en fusion est incrémental par couche de métal équivalente à la distance inter-nodale initiale. Cependant, la dernière couche de surface ajoutée n'a pas nécessairement une épaisseur égale à cette distance inter-nodale notée ΔX , compte tenu de la masse totale arbitraire de métal en fusion transférée. Pour les deux (2) premiers noeuds de surface, les équations qui tiennent compte de cette couche de surface d'épaisseur arbitraire ΔX_S s'écrivent:

$$\frac{H_1^{\nu+1} - H_1^\nu}{\Delta t} = \frac{\left(\frac{\theta_3^\nu - \theta_2^\nu}{\Delta X} - \frac{\theta_1^\nu - \theta_2^\nu}{\Delta X_S} \right)}{\left(\frac{\Delta X + \Delta X_S}{2} \right)} \quad (5.7)$$

$$\frac{H_2^{\nu+1} - H_2^\nu}{\Delta t} = \frac{H_1^{\nu+1} - H_1^\nu}{\Delta t} \quad (5.8)$$

La discréétisation dans l'espace est choisie de manière à admettre un noeud aux frontières supérieure et inférieure du métal. Pour les noeuds limites (de surface et interface du plancher), on utilise les équations (5.5 et 5.6) respectivement. Pour les autres noeuds, on utilise une dérivée centrale (éq. 5.4).

Au début de la simulation, toutes les températures nodales sont spécifiées; elles constituent la condition initiale.

Les conditions aux limites du type Neumann sont déterminées. Nous avons Q_D^ν et Q_{14}^ν (1), ce dernier représentant le taux dans le plancher,

près du métal, au premier noeud. L'algorithme pour la solution de l'équation d'énergie s'écrit:

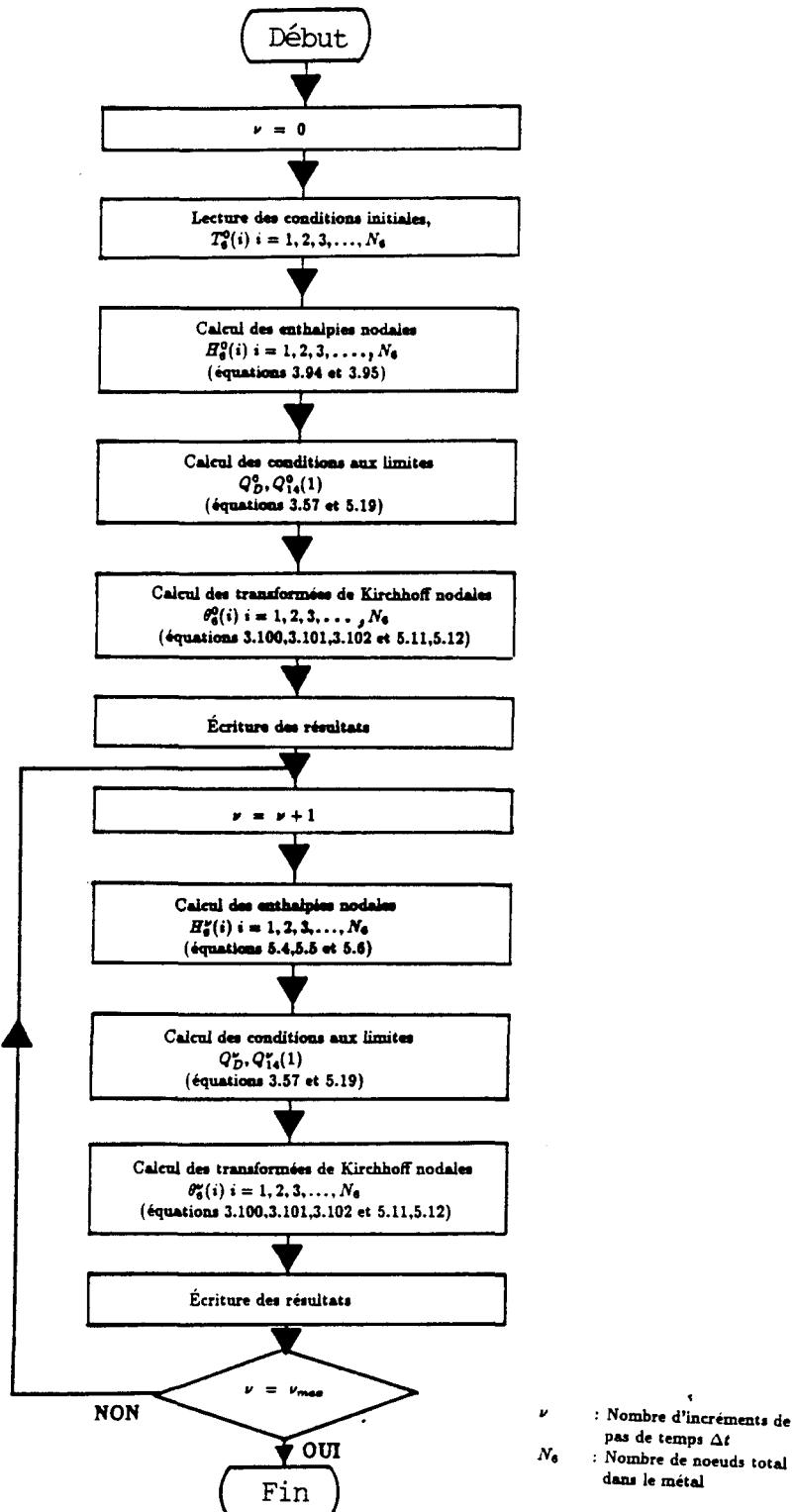


Figure 5.2: Algorithme pour la solution de l'équation d'énergie dans le métal

Le calcul de la transformée de Kirchhoff est fait par les polynômes (3.100, 3.101 et 3.102) pour le solide et liquide. Cependant, à la surface du métal et à l'interface du plancher, on fait apparaître les conditions aux limites dans la transformée.

En effet, de l'équation (3.86), on trouve:

$$A\nabla\theta = Ak(T)\nabla T = Q \quad (5.9)$$

Dans l'espace à une dimension, l'équation (5.9) s'écrit:

$$\frac{\partial\theta}{\partial X} = \frac{Q}{A} \quad (5.10)$$

L'équation (5.10), discrétisée et appliquée au noeud de surface et au noeud à l'interface métal-plancher s'écrit:

noeud i = 1

$$\frac{\theta_6^\nu(1) - \theta_6^\nu(2)}{\Delta X_S} = 1000 \frac{Q_D^{\nu-1}}{A_6} \quad (5.11)$$

noeud i = N₆

$$\frac{3\theta_6^\nu(N_6) - 4\theta_6^\nu(N_6 - 1) + \theta_6^\nu(N_6 - 2)}{2\Delta X} = -1000 \frac{Q_{14}^{\nu-1}(1)}{A_6} \quad (5.12)$$

Les équations (5.11 et 5.12) sont utilisées pour le calcul de θ₆^{v(1)} et θ₆^{v(N₆)}. Notons que le facteur 1000 de proportionnalité tient compte des unités propres à θ^v et Q^{v-1}.

De la connaissance des enthalpies $H_6^v(i)$ et transformées de Kirchhoff $\theta_6^v(i)$ nodales, on peut tirer les expressions des taux de transfert de chaleur $Q_6^v(j)$ inter-nodaux et températures $T_6^v(i)$ nodales. Notons que les températures et les taux de transfert de chaleur sont calculés à titre d'informations supplémentaires. Seule la température de surface $T_6^v(1) = T_D^v$ est utilisée pour le calcul du transfert de chaleur vers le métal Q_D^v .

Le calcul des taux de transfert de chaleur est fait à partir de l'équation (5.10). Sous une forme discrétisée dans l'espace et le temps, l'équation peut s'écrire:

Pour $j = 1$ jusqu'à $N_6 - 1$

$$Q_6^v(j) = \frac{A_6}{1000} \frac{(\theta_6^v(j+1) - \theta_6^v(j))}{\Delta X} \quad (5.13)$$

Les températures nodales sont déduites directement des polynômes enthalpiques $T_6^v(H_6^v)$ (éq. 3.97, 3.98, 3.99)

5.3 Le plancher, l'air sous le four et les fondations

L'équation différentielle partielle parabolique à solutionner est l'équation de diffusion de Fourier sans source d'énergie.

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T \quad (5.14)$$

À une dimension dans l'espace, l'équation s'écrit,

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} \quad (5.15)$$

De l'équation ci-haut écrite pour une conductivité thermique variable on trouve: $A \rho C \frac{\partial T}{\partial t} = A \frac{\partial (k \frac{\partial T}{\partial X})}{\partial X} = A \frac{\partial q}{\partial X}$ (5.16)

$$A\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial X} \quad (5.17)$$

$$M_i C \frac{(T_i^{\nu+1} - T_i^{\nu})}{\Delta t} = Q_i^{\nu} - Q_{i+1}^{\nu} \quad (5.18)$$

avec:

$$Q_i^{\nu} = \frac{k A}{\Delta X} (T_i^{\nu} - T_{i+1}^{\nu}) \quad (5.19)$$

$$M_i = \Delta X A \rho = \Delta V \rho \quad (5.20)$$

L'équation (5.18) est celle retenue pour la solution numérique de l'équation (5.14).

Au début de la simulation ($t=0$), comme condition initiale, nous spécifions toutes les températures nodales $T_{14}^0(i)$ ($i = 1, 2, 3 \dots N_{14}-1$). Nous admettons qu'à $t=0$ le plancher du four a atteint le régime établi. Ainsi une distribution linéaire des températures est admise entre la température à l'interface métal-plancher $T_{14}^0(1)$ et la température extérieure de la surface du plancher T_B^0 .

Initialement, nous tenons compte de la condition aux limites T_B^0 . La méthode numérique de Newton-Raphson est utilisée pour trouver la température de surface T_B^0 qui vérifie le bilan d'énergie de la dernière couche massique M_d en contact avec l'air. L'équation suivante, implicite pour T_B^0 , est solutionnée:

$$A_{14} k_{14} \frac{(T_{14}^0(N_{14}-1) - T_B^0)}{\Delta X} = Q_B^0(T_B^0, T_A^0, T_1^0) \quad (5.21)$$

$T_{14}^0(N_{14}-1)$ représente la température nodale en noeud précédent le noeud de surface où est mesurée T_B^0 .

Le taux de transfert de chaleur du plancher Q_B^ν , vers la fondation de béton et l'air, est constitué d'une partie radiative $Q_{B,R}^\nu$ et d'une partie convective $Q_{B,C}^\nu$. Les pertes du plancher par radiation sont représentées par l'équation obtenue pour l'échange radiatif d'une enceinte à deux surfaces grises, diffuses, remplies d'un gaz non-absorbant non-émetteur, soit l'équation suivante (Kreith et Black, 1980):

$$Q_{B,R}^\nu = \frac{E_{b_B}^\nu - E_{b_A}^\nu}{\left(\frac{1 - \varepsilon_B}{\varepsilon_B A_B} + \frac{1}{A_B F_{B-A}} + \frac{1 - \varepsilon_A}{\varepsilon_A A_A} \right)} \quad (5.22)$$

L'expression du taux de transfert de chaleur par convection naturelle du plancher vers l'air, $Q_{B,C}^\nu$, est basée sur la relation:

$$\overline{Nu}_f = \frac{\bar{h}_C L}{k_f} = C (Gr_f Pr_f)^n \quad (5.23)$$

\overline{Nu}_f représente le nombre de Nusselt pris à la température T_f . Dans les conditions normales d'opération du four étudié, le nombre de Rayleigh (Ra) pour l'air sous le four vaut approximativement:

$$4.1 \times 10^{11} \leq Ra \leq 7.2 \times 10^{11} \quad (5.24)$$

pour

$$40 C \leq T_f \leq 100 C$$

avec:

$$T_f = \frac{T_B + T_1}{2} \quad (5.25)$$

Le mode de transfert de chaleur par convection naturelle est dans le domaine turbulent ($Ra > 10^9$). Les valeurs de C et n de l'équation (5.21), proposées par Fujii et Imura, 1972, dans le cas d'une surface chaude horizontale dont le vecteur normal pointe vers le bas sont:

$$\begin{aligned} C &= 0.58 \\ n &= 1/5 \end{aligned}, \text{ pour } 10^5 \leq Ra \leq 10^{11} \quad (5.26)$$

Nous considérons le plancher du four comme horizontal. Afin de tenir compte de l'inclinaison d'une paroi par rapport à la verticale, Fujii et Imura, 1972, proposent pour une surface chaude dont le vecteur normal pointe vers le bas:

$$\overline{Nu}_f = 0.56 (Gr_f Pr_f \cos \psi)^{1/4} \quad (5.27)$$

Dans ce cas, la température du film T_f est définie:

$$T_f = \frac{3}{4} T_B + \frac{1}{4} T_1 \quad (5.28)$$

tandis que le coefficient de dilatation volumique β est évalué à la température T_β donnée par:

$$T_\beta = \frac{3}{4} T_1 + \frac{1}{4} T_B \quad (5.29)$$

Ces équations s'appliquent pour $\psi \leq 45^\circ$.

Des équations (5.23 et 5.26), on trouve l'expression du coefficient de transfert de chaleur moyen par convection du plancher vers l'air:

$$\bar{h}_{B,C} = 0.58 \frac{k_f}{L_B} (Gr_f Pr_f)^{1/5} \quad (5.30)$$

L'équation ci-haut, explicitée pour le nombre de Grashof et admettant un nombre de Prandtl égal à 0.71, peut s'écrire:

$$\bar{h}_{B,C} = \frac{0.54}{L_B^{2/5}} \left(k_f \left(\frac{g\beta}{\nu^2} \right)_f^{1/5} \right) (T_B - T_1)^{1/5} \quad (5.31)$$

Pour l'air à la pression atmosphérique, l'expression entre parenthèses évaluée pour une température de film de 40°C à 100°C , varie au maximum de 1%. La valeur moyenne retenue est:

$$\text{Moy} \left(k_f \left(\frac{g\beta}{\nu^2} \right)_f^{1/5} \right) \simeq 1.056 \quad (5.32)$$

pour

$$40^\circ\text{C} \leq T_f \leq 100^\circ\text{C}$$

L'expression obtenue, pour le taux de transfert de chaleur par convection du plancher vers l'air s'écrit:

$$Q_{B,C}^\nu = 0.57 \times 10^{-3} \frac{A_B}{L_B^{2/5}} (T_B^\nu - T_1^\nu)^{6/5} \quad (5.33)$$

Finalement, l'expression complète est:

$$Q_B^\nu = 0.57 \times 10^{-3} \frac{A_B}{L_B^{2/5}} (T_B^\nu - T_1^\nu)^{6/5} + \frac{E_{b_B}^\nu - E_{b_A}^\nu}{\left(\frac{1 - \varepsilon_B}{\varepsilon_B A_B} + \frac{1}{A_B F_{B-A}} + \frac{1 - \varepsilon_A}{\varepsilon_A A_A} \right)} \quad (5.34)$$

La longueur caractéristique L_B est prise comme la moyenne des longueurs des côtés de la surface du plancher.

Le taux de transfert de chaleur à la surface de la fondation de béton sous le four s'exprime comme suit:

$$Q_A^\nu = 0.57 \times 10^{-3} \frac{A_A}{L_A^{2/5}} (T_1^\nu - T_A^\nu)^{6/5} + Q_{B,R}^\nu \quad (5.35)$$

Nous supposons, dans l'équation ci-haute, que l'enceinte de béton entourant le plancher du four peut être vue comme une seule surface plane horizontale équivalente. L'aire de la surface horizontale équivalente A_A est l'aire de toute l'enceinte de béton. Notons que la partie radiative a comme expression exactement celle du plancher. En effet, nous considérons l'air sous le four comme transparent.

L'air sous le four est représenté par une seule température moyenne T_1 , vu qu'il y a présence de turbulence. L'équation du bilan d'énergie, appliquée à cette masse d'air en terme des propriétés globales, s'écrit:

$$M_1 C_{P_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} = Q_{B,C} - Q_{A,C} \quad (5.36)$$

L'équation ci-haut discrétisée dans le temps (ν) devient:

$$M_1 C_{P_1} \frac{T_1^{\nu+1} - T_1^\nu}{\Delta t} = Q_{B,C}^\nu - Q_{A,C}^\nu \quad (5.37)$$

Notons que seule la convection naturelle participe à l'accumulation d'énergie de cette masse d'air considérée emprisonnée sous le four.

Finalement, l'équation (5.18) est solutionnée pour la fondation de béton sous le four. Nous admettons une épaisseur équivalente de béton L_0 où apparaît un transfert de chaleur non-nul. Au-delà de cette couche équivalente, la température lointaine des fondations est considérée constante pour toute la durée de la simulation. L'équation de diffusion discrétisée et appliquée au niveau du béton s'écrit:

$$M_0 C_0 \frac{T_A^{\nu+1} - T_A^\nu}{\Delta t} = Q_A^\nu - Q_0^\nu \quad (5.38)$$

Le taux de transfert de chaleur inter-nodal Q_0^ν a comme expression:

$$Q_0^\nu = \frac{k_0 A_0}{L_0} (T_A^\nu - T_0) \quad (5.39)$$

T_0 est prise comme constante.

On se souvient que pour le plancher du four, les conditions aux limites sont du type Neumann. A l'interface métal-plancher, le taux de

transfert de chaleur imposé est $Q_6^V(N_6 - 1)$. A la surface extérieure du plancher on impose Q_B^V .

Pour l'air sous le four, les conditions aux limites sont du type Neumann. On impose les taux de transfert de chaleur Q_B^V et Q_A^V .

Finalement, pour la fondation de béton, les conditions aux limites sont mixtes (du type Cauchy). On impose un taux de transfert de chaleur à la surface Q_A^V et une température fixe T_0 à l'autre extrémité.

L'algorithme pour la solution numérique des équations précédentes pour le plancher du four, l'air et le béton sous le four se présente comme suit:

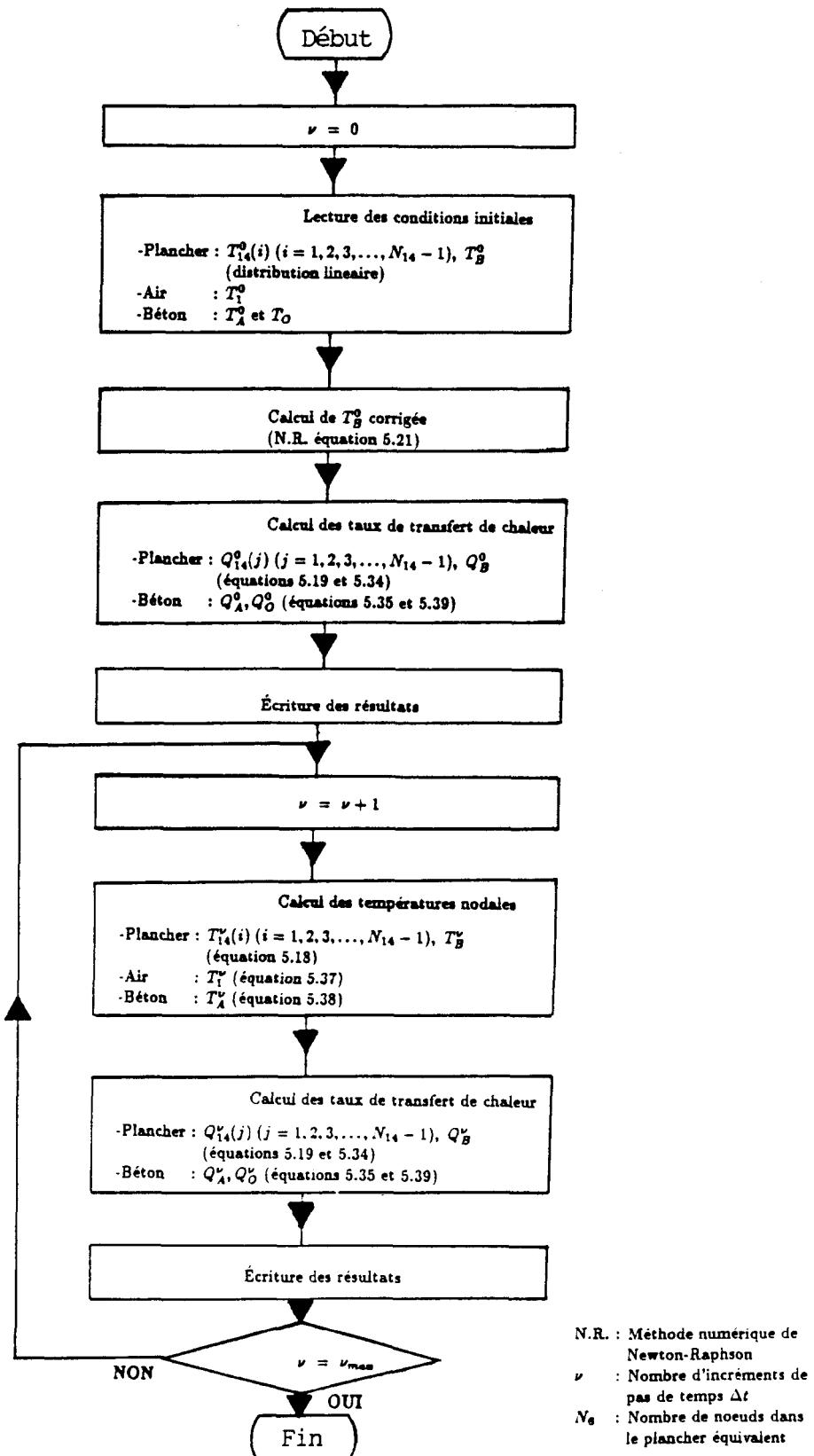


Figure 5.3: Algorithme pour évaluer les températures du plancher et sous le four T_{14}, T_B, T_1, T_A

5.4 Les murs et la voûte

L'approche utilisée est essentiellement la même que celle pour le plancher. L'équation différentielle partielle (5.14) doit être solutionnée. La discrétisation numérique spatiale (*i*) et temporelle (*v*) est représentée par l'équation (5.18). L'équation utilisée s'écrit:

$$M_i C_{15} \frac{T_{15}^{\nu+1}(i) - T_{15}^{\nu}(i)}{\Delta t} = Q_{15}^{\nu}(i) - Q_{15}^{\nu}(i+1) \quad (5.40)$$

Les expressions des taux de transfert de chaleur $Q_{15}^{\nu}(i)$, ainsi que des couches massiques M_i , sont les mêmes qu'auparavant (éq. 5.19 et 5.20).

Comme pour le plancher, nous utilisons la condition aux limites Q_F^0 pour déterminer la température T_F^0 vérifiant le bilan d'énergie de la dernière couche en contact avec l'air. L'équation suivante, implicite par la variable T_F^0 , est solutionnée avec la méthode numérique de Newton-Raphson au début de la simulation:

$$A_{15} k_{15} \frac{(T_{15}^0(N_{15}-1) - T_F^0)}{\Delta X} = Q_F^0(T_F^0, T_{12}, T_G) \quad (5.41)$$

$T_{15}^0(N_{15}-1)$ représente la température nodale au noeud précédent le noeud de température T_F^0 .

Le taux de transfert de chaleur des murs et de la voûte vers l'environnement Q_F^{ν} , se décompose en une partie radiative $Q_{F,R}^{\nu}$ et une partie

convective $Q_{F,C}^v$. Pour la partie radiative, nous utilisons l'approche simplifiée de l'échange radiatif entre un petit corps gris convexe (le four), vers une enceinte plus grande grise entourant le petit corps (la bâtie).

L'équation (5.22) s'applique en admettant que le rapport de la surface du corps à celle de l'enceinte tend vers zéro ($A_F/A_G \rightarrow 0$). On trouve l'expression qui suit:

$$Q_{F,R}^v = \sigma \epsilon_F A_F \left(T_F^4 - T_G^{-4} \right) \quad (5.42)$$

Pour la convection naturelle, on distingue la contribution des murs verticaux, $Q_{F,C,M}^v$, de celle de la voûte horizontale $Q_{F,C,V}^v$. En opération normale, le nombre de Rayleigh pour l'air ambiant entourant le four vaut approximativement:

$$5.2 \times 10^{11} \leq Ra \leq 9 \times 10^{11} \quad (5.43)$$

pour

$$38C \leq T_f \leq 88C$$

Le mode de transfert est dans le domaine turbulent. Pour la contribution des murs verticaux, les valeurs de C et n de l'équation (5.23), proposées par Warner et Arpac, 1968, sont:

$$\begin{aligned} C &= 0.10 \\ n &= 1/3 \end{aligned}, \text{ pour } 10^9 \leq Ra \leq 10^{13} \quad (5.44)$$

En appliquant le même raisonnement pour l'obtention de l'équation (5.30), on trouve:

$$Q_{F,C,M}^v = 1.10 \times 10^{-3} A_{F,M} (T_F^v - T_{12})^{4/3} \quad (5.45)$$

Pour la contribution de la voûte à la convection naturelle en régime turbulent, Fujii et Imura proposent les valeurs suivantes de C et n pour une surface horizontale dont le vecteur normal pointe vers le haut:

$$\begin{aligned} C &= 0.15 \\ n &= 1/3 \end{aligned}, \text{ pour } 8 \times 10^6 \leq Ra \leq 10^{11} \quad (5.46)$$

Par un raisonnement analogue, à l'obtention des équations (5.33 et 5.45), on trouve:

$$Q_{F,C,V}^v = 1.65 \times 10^{-3} A_{F,V} (T_F^v - T_{12})^{4/3} \quad (5.47)$$

Finalement, on trouve pour le taux de transfert de chaleur total Q_F^v , des murs et la voûte vers l'environnement:

$$\begin{aligned} Q_F^v &= (1.10 \times 10^{-3} A_{F,M} + 1.65 \times 10^{-3} A_{F,V}) (T_F^v - T_{12})^{4/3} \\ &\quad + \sigma \epsilon_F A_F (T_F^v - T_G)^4 \end{aligned} \quad (5.48)$$

On note que les températures de l'air T_{12} et des murs de l'usine T_G au voisinage du four sont prises comme constantes pendant toute la durée de la simulation.

Cela signifie que l'environnement du four est considéré comme un puits d'énergie parfait. Nous admettons que l'air ambiant est transparent.

Les conditions aux limites sont du type Neumann. En effet, on impose le taux de transfert de chaleur total vers la surface des réfractaires, $Q_{E,V}^v$ et les pertes atmosphériques du four par les surfaces extérieures Q_F^v .

L'algorithme pour la solution de l'équation de conduction (éq. 5.14 et 5.40) dans les réfractaires, constituant l'enceinte des gaz de combustion, se présente comme suit:

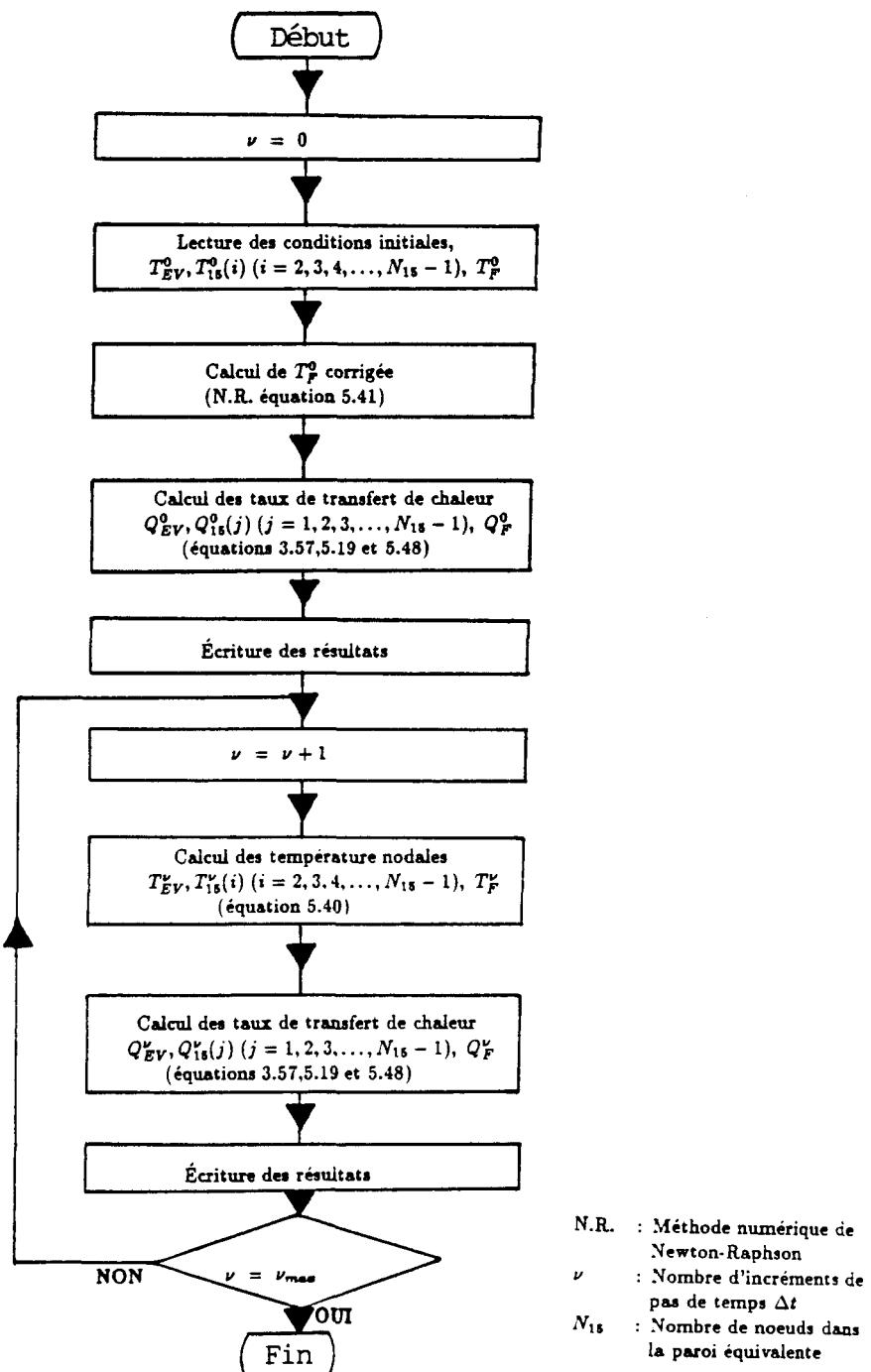


Figure 5.4: Algorithme pour évaluer les températures dans les réfractaires des murs et de la voûte T_E, T_{15}, T_F

5.5 Critère de convergence et stabilité numérique

Dans cette section, nous présentons le critère de convergence utilisé pour la méthode numérique de Newton-Raphson, suivi des conditions de stabilité numérique des équations algébriques explicites représentant l'équation différentielle partielle parabolique de diffusion de la chaleur.

Pour une présentation plus complète et une discussion de la consistance, convergence et stabilité des méthodes numériques, nous référons le lecteur aux ouvrages spécialisés. Pensons notamment à la définition de la stabilité dite de Von Neumann (Lapidus et Pinder, 1982). Une erreur initiale, représentée par une série de Fourier, est introduite. On étudie la croissance ou la diminution de cette erreur dans le temps.

Le critère de convergence utilisé pour la méthode numérique de Newton-Raphson est le suivant:

$$\frac{^i u_j^\nu - ^{i+1} u_j^\nu}{^i u_j^\nu} \leq \text{eps} \quad \text{pour } 10^{-6} \leq \text{eps} \leq 10^{-3} \quad (5.49)$$

L'indice supérieur gauche i représente l'itération considérée. En guise d'exemple, pour $\text{eps}=10^{-3}$, on admet qu'une variation de l'ordre du dixième de 1% est non significative. En moyenne, notons que u_i^ν est de l'ordre de 10^2 à 10^3 .

Dans le métal, nous utilisons la méthode de l'enthalpie pour la

solution de l'équation de diffusion de la chaleur. Ainsi, nous faisons usage de la formulation enthalpique H et de la transformée de Kirchhoff de la conductivité thermique θ , plutôt que la température T .

Néanmoins, nous utilisons l'approche de Kreith et Black, 1980, pour la stabilité numérique. La variable dépendante dans cette approche est la température T plutôt que les variables H et θ .

Pour la méthode explicite pure à une dimension dans l'espace, afin d'être en accord avec le premier principe de la thermodynamique, il faut satisfaire le critère suivant:

Aux noeuds centraux:

$$F_0 \leq 1/2 \quad (5.50)$$

Le nombre de Fourier est défini comme suit:

$$F_0 = \frac{\phi \Delta t}{(\Delta X)^2} \quad (5.51)$$

ϕ représente la diffusivité thermique définie à l'équation (3.119).

Pour les noeuds aux limites considérés non-adiabatiques, on définit un coefficient de transfert de chaleur global \bar{h}^g . Il est évalué comme suit à la limite j:

$$\bar{h}^g_j = \frac{Q_j}{A_j(T_\infty - T_j)} \quad (5.52)$$

T_∞ représente la température, à l'extérieur du domaine considéré, utilisée pour le calcul du taux de transfert de chaleur Q_j . On note que le coefficient \bar{h}_j^g inclut tous les modes de transfert contribuant à l'expression du Q_j . De plus, les nombres de Fourier et de Biot sont définis positifs dû à la convention adoptée pour le sens de l'écoulement de la chaleur. Le critère de stabilité numérique devient, en considérant un noeud limite j :

$$F_{0,j}(1 + Bi_j) \leq 1/2 \quad (5.53)$$

Le nombre de Biot est calculé comme suit:

$$Bi_j = \frac{\bar{h}_j^g \Delta X}{k_j} \quad (5.54)$$

Une fois la discrétisation spatiale déterminée (c'est-à-dire ΔX choisi), nous appliquons l'équation (5.53) comme critère de stabilité pour tout le domaine constituant du métal. Le critère tient compte de la condition aux limites de Neumann à la surface du métal. Il s'avère le plus sévère des critères admissibles à ce domaine. L'équation (5.53) écrite en terme de l'incrément de temps admissible Δt^{ADM} devient:

$$\Delta t_D^{ADM} = \frac{\Delta X_6^2}{2\phi_D \left(1 + \frac{\bar{h}_D^g \Delta X_6}{k_j} \right)} \quad (5.55)$$

Notons que pour une valeur nulle de \bar{h}_D^g , on retrouve le critère de stabilité pour les noeuds centraux (éq. 5.50).

Nous effectuons un raisonnement analogue pour les autres interfaces rencontrés, soit A,B,E,F. Nous trouvons:

- sous le four, à l'interface A (air-béton):

$$\Delta t_A^{ADM} = \frac{L_0^2}{2\phi_A \left(1 + \frac{\bar{h}_A^g L_0}{k_0} \right)} \quad (5.56)$$

- sous le four, à l'interface B (air-plancher du four):

$$\Delta t_B^{ADM} = \frac{\Delta X_{14}^2}{2\phi_B \left(1 + \frac{\bar{h}_B^g \Delta X_{14}}{k_{14}} \right)} \quad (5.57)$$

- à l'intérieur de la chambre de combustion à l'interface D (gaz-métal):

équation (5.55)

- à l'intérieur de la chambre de combustion à l'interface E (gaz-réfractaires):

$$\Delta t_E^{ADM} = \frac{\Delta X_{15}^2}{2\phi_E \left(1 + \frac{\bar{h}_E^g \Delta X_{15}}{k_{15}} \right)} \quad (5.58)$$

- à l'extérieur du four, à l'interface F (air ambiant-paroi du four):

$$\Delta t_F^{ADM} = \frac{\Delta X_{15}^2}{2\phi_F \left(1 + \frac{\bar{h}_F^g \Delta X_{15}}{k_{15}} \right)} \quad (5.59)$$

Après le calcul des cinq (5) incrément de temps admissibles aux interfaces, le choix final demeure le plus petit d'entre eux. Compte tenu du fait que les calculs des critères de stabilité sont basés sur les valeurs initiales au début de la simulation, le choix d'un incrément, plus petit que celui prévu par la théorie, est souhaitable.

La demie valeur de l'incrément théorique admissible permet de garder une marge de sécurité raisonnable.

CHAPITRE 6

RESULTATS

Dans ce chapitre, nous analysons les résultats obtenus avec le modèle.

Une validation du modèle est faite. Par la suite, nous effectuons d'autres simulations afin de prédire les avantages ou désavantages relatifs à certaines pratiques particulières rencontrées dans l'opération d'un four de ce type.

6.1 Validation du modèle

On peut résumer en cinq (5) étapes la procédure suivie pour l'utilisation du modèle. L'algorithme est le suivant:

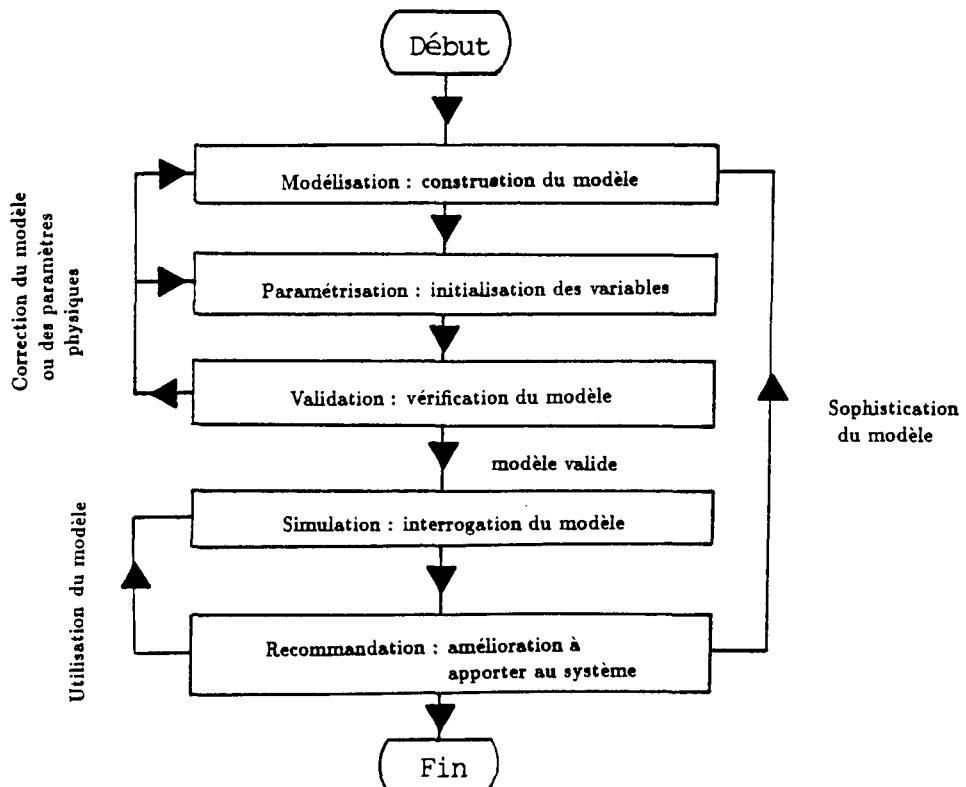


Figure 6.0: Algorithme de validation et d'utilisation du modèle

Pour la validation, nous utilisons les données disponibles recueillies lors d'une campagne de mesures effectuée sur le four de l'étude (Stevens et al, 1986).

La validation constitue une étape essentielle puisqu'elle permet d'identifier l'applicabilité et la fiabilité du modèle.

Les données expérimentales utilisées sont:

1- La température du thermocouple de contrôle du brûleur situé à quelques dizaines de centimètres sous la surface du métal.

2- Le gradient de température dans le métal liquide mesuré avant la préparation du four.

3- La température des gaz mesurée à l'entrée de la cheminée et à quatre (4) mètres plus haut dans la cheminée.

4- La température dans les réfractaires de la voûte à quelques centimètres de profondeur (3 à 10 cm).

5- Les températures de la surface extérieure du plancher distribuées dans l'axe du brûleur.

6- Les températures de la surface extérieure des murs distribuées sur tout le périmètre du four.

6.1.1 Initialisation des variables

La procédure détaillée pour l'initialisation d'une simulation est présentée à l'appendice I. Nous présentons dans cette section l'initialisation particulière pour la fournée utilisée pour la validation.

Les fichiers utilisés sont:

- **FOUR_A.DAT:** Il contient la géométrie et les propriétés physiques du four A de l'étude.
- **INIT_V.DAT:** Il contient les paramètres physiques caractérisant la simulation particulière de la validation V.
- **FACT_F_FOUR_A.DAT:** Il contient les facteurs de forme, surface vers surface du four A pour l'échange radiatif dans la chambre de combustion.
- **GAZ_REEL.DAT:** Il contient les coefficients utilisés pour le modèle du gaz réel (voir appendice B).
- **FOURNEE_V.DAT:** Il contient les détails particuliers pour la fournée simulée qui est utilisée pour la validation.

Les pages qui suivent présentent le listage des fichiers ci-haut.

FOUR_A.DAT

124.	AIRE EQUIVALENTE DE LA SURFACE DE BETON SOUS LE FOUR	(m ²)
94.7	AIRE EQUIVALENTE DE LA SURFACE DU PLANCHER SOUS LE FOUR	(m ²)
50.7	AIRE EQUIVALENTE DE LA SURFACE DU PLANCHER A L'INTERFACE METAL	(m ²)
39.1	AIRE EQUIVALENTE DE LA SURFACE DU METAL	(m ²)
75.7	AIRE EQUIVALENTE DE LA SURFACE DES REFRACTAIRES DANS LA CHAMBRE DE COMBUS.	(m ²)
53.9	AIRE EQUIVALENTE DE LA SURFACE EXTERIEURE DES MURS DU FOUR	(m ²)
50.7	AIRE EQUIVALENTE DE LA SURFACE EXTERIEURE DE LA VOUTE DU FOUR	(m ²)
11.5	LARGEUR EQUIVALENTE DE LA SURFACE DU BETON SOUS LE FOUR	(m)
9.44	LARGEUR EQUIVALENTE DU PLANCHER DU FOUR (PERPENDICULAIRE A L'AXE DU BRUL.)	(m)
10.69	LONGUEUR TOTALE DU FOUR (AXE DU BRULEUR)	(m)
1.65	HAUTEUR DES MURS DU FOUR (DU PLANCHER DE L'USINE AU SOMMET DU FOUR)	(m)
8.11	LONGUEUR MOYENNE DU COTE DE LA SURFACE DE LA VOUTE (LC+L7L)/2.	(m)
0.5	EPAISSEUR EQUIVALENTE DE LA COUCHE DE BETON SOUS LE FOUR	(m)
0.00635	EPAISSEUR DE LA COUCHE D'ACIER EXTERIEURE DU PLANCHER	(m)
0.00317	EPAISSEUR DU PAPIER ISOLANT 'FIBERFAX' DU PLANCHER	(m)
0.213	EPAISSEUR DE LA COUCHE DE 'PLICAST LWI-20' DU PLANCHER	(m)
0.331	EPAISSEUR DE LA COUCHE DE 'PLICAST AL-TUFF 3100 SPECIAL' DU PLANCHER	(m)
1.2	HAUTEUR INTERIEURE DE LA CHAMBRE DE COMBUSTION	(m)
3.76	LARGEUR INTERIEURE DE LA CHAMBRE DE COMBUSTION	(m)
0.276	EPAISSEUR DE LA COUCHE INTERIEURE DE 'PLICAST K-L MIX' DES MURS	(m)
0.216	EPAISSEUR DE LA COUCHE INTERIEURE DE 'PLICAST K-L MIX' DE LA VOUTE	(m)
0.076	EPAISSEUR DE LA COUCHE DE 'PLIVAFORM BOARD' DES MURS	(m)
0.071	EPAISSEUR DE LA COUCHE DE 'PLICAST VERILITE' DE LA VOUTE	(m)
0.076	EPAISSEUR DE LA COUCHE DE 'K FAC 19 BLOCK INSULATION' DES MURS	(m)
0.00635	EPAISSEUR DE LA COUCHE D'ACIER EXTERIEURE DE LA VOUTE	(m)
0.00635	EPAISSEUR DE LA COUCHE D'ACIER EXTERIEURE DES MURS	(m)
0.	COUCHE INEXISTANTE DANS LA VOUTE	(m)
0.95	EMISSIVITE HEMISPHERIQUE TOTALE DE LA COUCHE DE SURF. DU BETON SOUS LE FOUR	(NB)
0.5	EMISSIVITE HEMISPHERIQUE TOTALE DE LA COUCHE DE SURF. DU PLANCHER DU FOUR	(NB)
0.5	EMISSIVITE HEMISPHERIQUE TOTALE DE LA COUCHE DE SURF. DES MURS ET LA VOUTE	(NB)
0.95	EMISSIVITE HEMISPHERIQUE TOTALE DE LA COUCHE DE SURF. DES MURS DE L'USINE	(NB)
0.001047	CONDUTTIVITE THERMIQUE DU BETON SOUS LE FOUR	(kW/m°C)
1900.	MASSE VOLUMIQUE DU BETON SOUS LE FOUR	(kg/m ³)
0.84	CHALEUR MASSIQUE DU BETON SOUS LE FOUR	(kJ/kg°C)
15.4	MASSE D'AIR SOUS LE FOUR	(kg)
7.	COEFFICIENT POUR TENIR COMPTE DE L'ENTREE DES GAZ PAR LE BRULEUR (<16)	(NB)
1.	FACTEUR DE FORME POUR LA RADIATION DE LA SURFACE DE BETON VERS LE PLANCHER	(NB)

INIT_V.DAT

0.962	POURCENTAGE EN POIDS EN METHANE DANS LE GAZ	(%)
0.014	POURCENTAGE EN POIDS EN ETHANE DANS LE GAZ	(%)
0.	POURCENTAGE EN POIDS EN PROPANE DANS LE GAZ	(%)
0.	POURCENTAGE EN POIDS DU BUTANE DANS LE GAZ	(%)
0.	COEFFICIENT D'ABSORPTION DU GAZ CLAIR	(atm) ⁻¹
0.4201	COEFFICIENT D'ABSORPTION DU PREMIER GAZ GRIS	(atm) ⁻¹
6.516	COEFFICIENT D'ABSORPTION DU DEUXIEME GAZ GRIS	(atm) ⁻¹
131.9	COEFFICIENT D'ABSORPTION DU TROISIEME GAZ GRIS	(atm) ⁻¹
298.	TEMPERATURE MOYENNE D'ENTREE DU COMBUSTIBLE	(K)
298.	TEMPERATURE MOYENNE D'ENTREE DE L'AIR DE COMBUSTION	(K)
298.	TEMPERATURE MOYENNE D'ENTREE DE L'AIR D'INFILTRATION	(K)
0.	DEBIT DE L'OXYGENE O2 D'ENRICHISSEMENT	(kmol/s)
0.12	DEBIT DE L'AIR D'INFILTRATION (PENDANT LA PREPARATION AVEC PORTES OUVERTES)	(kmol/s)
0.	DEBIT DE L'AIR D'INFILTRATION (BRULEUR FERME ET PORTES FERMEEES)	(kmol/s)
1.	CONSTANTE UTILISEE POUR LA FONCTION MATHEMATIQUE DE BRASSAGE (0=<VAR<=1)	(NB)
-0.006	CONSTANTE UTILISEE POUR LA FONCTION MATHEMATIQUE DE BRASSAGE (0=<VAR<=1)	(NB)
0.3	CONSTANTE UTILISEE POUR LA FONCTION MATHEMATIQUE DE BRASSAGE (0=<VAR<=1)	(NB)
-3	NOEUD UTIL. COMME POSITION DE LA TEMP. DU THERMO. (N6/3+VAR,VOIR PROGRAMME)	(NB)
-2	NOEUD UTIL. COMME POSITION DE LA TEMP. DU THERMO. (N6/3+VAR,VOIR PROGRAMME)	(NB)
2	NOEUD UTIL. COMME POSITION DE LA TEMP. DES REFRACTAIRES DANS LA CHAMBRE	(NB)
0.001	HUMIDITE ABSOLUE	(NB)
1.	PRESSION MOYENNE DANS LA CHAMBRE DE COMBUSTION	(atm)
.9	CONSTANTE POUR LE CALCUL DE LA TEMP. ADIABATIQUE DE FLAMME (VOIR PROGRAMME)	(NB)
0.	CONSTANTE POUR LE CALCUL DE LA TEMP. ADIABATIQUE DE FLAMME (VOIR PROGRAMME)	(NB)
1.0	COEFFICIENT POUR LA CORRECTION DE LA CONDUC. THERMIQUE EQUIV. DU PLANCHER	(NB)
2.5	COEFFICIENT POUR LA CORREC. DE LA CONDUC. THERMIQUE EQUIV. DES MURS ET VOUTE	(NB)
.9	COEFF. POUR LA CORREC. DE L'EMISSIVITE HEMIS. TOTALE DE L'ALUM. LIQUIDE	(NB)
1.	COEFF. POUR LA CORREC. DE L'EMISSIVITE HEMIS. TOTALE DES REFRACTAIRES	(NB)

FACT_F_FOUR_A.DAT

```
0.     0.86   0.14
0.552 0.33   0.118
0.43   0.57   0.
```

FICHIER (CI-HAUT) DES FACTEURS DE FORME DU FOUR A

GAZ_Reel.DAT

```
0.59324E-00 -0.61741E-03 0.29248E-06 -0.45823E-10
-0.35664E-01 0.21502E-03 -0.13648E-06 0.24284E-10
0.12951E-00 0.54520E-04 -0.80049E-07 0.17813E-10
0.35739E-03 0.22122E-06 -0.26380E-09 0.45951E-13
0.51605E-03 -0.70037E-06 0.38680E-09 -0.70429E-13
0.15210E-03 -0.37750E-06 0.21019E-09 -0.36011E-13
-0.71313E-06 0.46181E-09 -0.70858E-13 0.38038E-17
0.12245E-06 0.99434E-10 -0.15598E-12 0.37664E-16
-0.13165E-06 0.20719E-09 -0.96720E-13 0.14807E-16
0.17806E-09 -0.11654E-12 0.19939E-16 -0.13486E-20
-0.37563E-10 -0.10109E-13 0.35273E-16 -0.89872E-20
-0.26872E-10 -0.34803E-13 0.14336E-16 -0.19754E-20
```

FICHIER (CI-HAUT) DES COEFFICIENTS POLYNOMIALES POUR LE MODELE DE GAZ REEL (MODELE DE SMITH)

FOURNEE_V.DAT

```
C
C
C          -----
C          FICHIER D'ENTREE POUR LE SIMULATEUR
C          DU FOUR DE METAL CHAUD
C
C
FOUR_A.DAT      FICHIER DU FOUR A (REGIME TRANSITOIRE)
INIT_V.DAT      FICHIER D'INITIALISATION DE LA SIMULATION
1200            TEMPS REQUIS POUR LE CHARGEMENT
15000           MASSE DE METAL LIQUIDE DU PIED RESTANT
685             TEMPERATURE DU METAL LIQUIDE DU PIED
8658            MASSE DES REBUTS SOLIDE
0.              POURCENTAGE DE VIDE DANS LE SOLIDE (POROSITE <.2 VOIR PROGRAMME)
22               TEMPERATURE DU METAL SOLIDE AJOUTEE
450              DEBIT DE COMBUSTIBLE AU BRULEUR POUR LE PRECHAUFFAGE
.07              EXCES D'AIR
3200             DUREE DU PRECHAUFFAGE
400              DUREE DU REPOS APRES LE PRECHAUFFAGE
48342            MASSE DE METAL EN FUSION AJOUTEE
769              TEMPERATURE DU METAL EN FUSION
1920             DUREE DU TRANSFERT DU METAL EN FUSION
0.              CHAUFFAGE DURANT LE TRANSFERT
450              DEBIT DE COMBUSTIBLE AU BRULEUR POUR LE CHAUFFAGE PENDANT LE TRANSFERT
.07              EXCES D'AIR
900              DUREE DU CHAUFFAGE PENDANT LE TRANSFERT
N                BRASSAGE EN CONTINU PENDANT LE TRANSFERT
N                BRASSAGE EN CONTINU PENDANT LE CHAUFFAGE DU METAL SOLIDE ET LIQUIDE
450              DEBIT DE COMBUST. AU BRULEUR PENDANT LE CHAUFF. DU METAL SOLIDE ET LIQUIDE
.07              EXCES D'AIR
3350             DUREE DU CHAUFFAGE DU METAL LIQUIDE ET SOLIDE
400              DUREE DU REPOS AVANT LE BRASSAGE PRELIMINAIRE
1270             DUREE DU BRASSAGE PRELIMINAIRE
.71              DEBIT D'AZOTE POUR LE BRASSAGE PRELIMINAIRE
25               TEMPERATURE DE L'AZOTE POUR LE BRASSAGE
1,120            NOMBRE ET DUREE D'OUVERTURE DES PORTES PENDANT LE BRASSAGE PRELIMINAIRE
60               DUREE DU REPOS APRES LE BRASSAGE PRELIMINAIRE
450              DEBIT DE COMBUSTIBLE POUR LE CHAUFFAGE AVANT LA COULEE
.07              EXCES D'AIR
3500             DUREE DU CHAUFFAGE AVANT LA COULEE
550              DUREE DU REPOS AVANT L'ADDITION DES METAUX D'ALLIAGE
4,450            NOMBRE ET DUREE D'OUVERTURE DES PORTES PENDANT L'ADDITION DES METAUX
1200            DUREE DU BRASSAGE A L'AZOTE PENDANT LA PREPARATION
.71              DEBIT D'AZOTE POUR LE BRASSAGE
2100            DUREE DU DEGAZAGE AU CHLORE PENDANT LA PREPARATION
.5               DEBIT DE CHLORE POUR LE DEGAZAGE
25               TEMPERATURE DES GAZ DE BRASSAGE ET DE DEGAZAGE
```

(s) (kg)
(C) (C)
(kg) (kg)
(FRACTION) (kg)
(C) (m³/h)
(FRACTION) (s)
(s) (s)
(kg) (kg)
(C) (s)
(s) (kg)
(O/N) (O/N)
(m³/h) (FRACTION)
(s) (s)
(O/N) (O/N)
(O/N) (O/N)
(m³/h) (FRACTION)
(s) (s)
(s) (s)
(s) (s)
(m³/min) (C)
(NB,s) (NB,s)
(s) (s)
(m³/h) (FRACTION)
(s) (s)
(s) (s)
(s) (s)
(m³/min) (s)
(s) (s)
(s) (s)
(m³/min) (C)

5,2100	NOMBRE ET DUREE D'OUVERTURE DES PORTES PENDANT LE BRASSAGE ET/OU LE DEGAZAGE(NB,s)
721	MASSE DE L'ECUME ENLEVEE (kg)
1200	DUREE DE L'ECUMAGE (s)
5,1200	NOMBRE ET DUREE D'OUVERTURE DES PORTES PENDANT L'ECUMAGE DU FOUR (NB,s)
300	DUREE DU REPOS APRES L'ECUMAGE (s)
5	NOMBRE DE NOEUDS DANS LES MURS ET LA VOUTE (N>OU=2)
12	NOMBRE DE NOEUDS DANS LE METAL (N>OU=4)
12	NOMBRE DE NOEUDS DANS LE PLANCHER (N>OU=2)
2000	NOMBRE MAXIMAL D'ITERATIONS POUR LA METHODE NUMERIQUE DE NEWTON-RAPHSON (NB)
.00001	CRITERE DE CONVERGENCE POUR LA METHODE NUMERIQUE DE NEWTON-RAPHSON (<1E-3) (NB)
0	CRITERE D'ARRET DE LA SIMULA. (0=AUCUN,1=TEMP. MOY. METAL,2=TEMP. THERMOC.) (NB)
760	TEMPERATURE DE REFERENCE POUR LE TAUX DE REFONTE DE L'USINE (C)
17	TEMPERATURE LOINTAINE DANS LES FONDATIONS DE L'USINE (C)
25,45	TEMPERATURE DE SURFACE DES MURS DU FOUR ET FONDATIONS DE L'USINE (BETON) (C)
80	TEMPERATURE MOYENNE EXTERIEURE DE LA VOUTE ET MURS DU FOUR (C)
800	TEMPERATURE MOYENNE INTERIEURE DES REFRACTAIRES DANS LA CHAMBRE DE COMBUS. (C)
1200	TEMPERATURE MOYENNE INITIALE DES GAZ DANS LA CHAMBRE (ESTIMEE) (C)
2	CORRECTION POUR LA TEMP. DES GAZ (0=AUCUN,1=HOTTEL,2=GRADIENT DANS LE GAZ) (C)
685	TEMPERATURE MOYENNE DES REFRACTAIRES A L'INTERFACE METAL (C)
80	TEMPERATURE MOYENNE DE SURFACE EXTERIEURE DU PLANCHER DU FOUR (C)
60,27	TEMPERATURE MOYENNE DE L'AIR AMBIANT SOUS LE FOUR ET DANS L'USINE (C)
2	MODELE D'EMISSION. HEMISPERIQUE TOTALE DU SOLIDE (1,2,3,4 VOIR LE PROGRAMME) (NB)
0.0	EPATTEUR MOYENNE DE LA COUCHE D'OXYDE DE SURFACE DU METAL LIQUIDE (<0.001 m)
.83	TENEUR EN Fe2O3 DES REFRACTAIRES DANS LA CHAMBRE DE COMBUSTION (< 2%)
100.	DIMENSION MOYENNE DES GRAINS DANS LES REFRACTAIRES DE LA CHAMBRE DE COMBUS. (< 200 MICRONS)
1	IMPRESSION DES TEMPERATURES (OUI=1,NON=0) (1/0)
1	IMPRESSION DES TAUX DE TRANSFERT DE CHALEUR (1/0)
1	IMPRESSION DES TAUX D'ACCUMULATION D'ENERGIE (1/0)
1	IMPRESSION DES ENERGIES ACCUMULEES (1/0)
1	IMPRESSION DES EFFICACITES ENERGETIQUES (1/0)
1	IMPRESSION DES FACTEURS PHYSIQUES (1/0)
1	IMPRESSION DES SORTIES GRAPHIQUES (1/0)
3.	INCREMENT DE TEMPS (HABITUUELLEMENT < 3 s) (s)
100	INTERVAL D'IMPRESSION DES RESULTATS (NOMBRE D'INCREMENT) (NB)

En guise de comparaison, la figure 6.1 présente le débit du combustible initialisé dans le fichier FOURNEE_V.DAT et le débit mesuré expérimentalement. La série de lettres figurant sur le graphique constitue la légende pour les cycles d'opération du four. Chaque cycle est représenté par un segment de droite d'une longueur proportionnelle à la durée. La légende est la suivante:

- A: période de préchauffage du métal solide et liquide
- B: période d'ajout du métal en fusion
- C: période de chauffage du liquide et solide
- D: période de brassage à l'azote
- E: période de chauffage avant la coulée
- F: période d'ajout des métaux d'alliage
- G: période de fluxage au chlore
- H: période d'écumage du four
- J: période d'attente

Notons, sur la figure 6.1, que le débit de combustible, initialisé pour la deuxième période de chauffage E pendant le transfert du métal en fusion, ne coïncide pas avec la mesure. Le modèle permet un chauffage, pendant le transfert du métal en fusion, qui commence obligatoirement au début de la période B. Pour chaque période de chauffage, la mesure du débit de combustible est prise aux intervalles de cinq (5) minutes. Par conséquent, il existe une incertitude maximale de dix (10) minutes sur la durée de chaque période.

Une autre entrée au modèle est le débit de l'air d'infiltration par les ouvertures entre les portes, aux endroits où la pression dans le four est négative (pression plus basse que la pression atmosphérique). Egale-ment, l'air d'infiltration par les portes ouvertes lors de la préparation du four. La figure 6.2 montre le débit total des gaz s'écoulant dans la cheminée, mesuré et calculé. Notons que, pendant les périodes de chauffage (A,C,E), les valeurs mesurées et calculées ne coïncident pas. Une étude plus approfondie montre que la valeur calculée est réaliste. Nous expliquons cet écart, entre les deux valeurs, par une mauvaise lecture expérimentale au niveau du four.

De plus, nous admettons pour cette simulation que l'air d'infiltra-tion vaut zéro pour tous les cycles avant la préparation. Pendant la préparation (F,G,H), nous admettons que le débit de l'air d'infiltration vaut approximativement 3.2 kg/s. Ce débit d'air entre par les portes ouvertes et sort par la cheminée. Finalement, les mesures expérimentales semblent indiquer la possibilité d'une ouverture momentanée d'une ou de plusieurs portes pendant la première période d'attente J et à la fin de la période d'ajout du métal en fusion B. Nous ne tenons pas en considération cette possibilité.

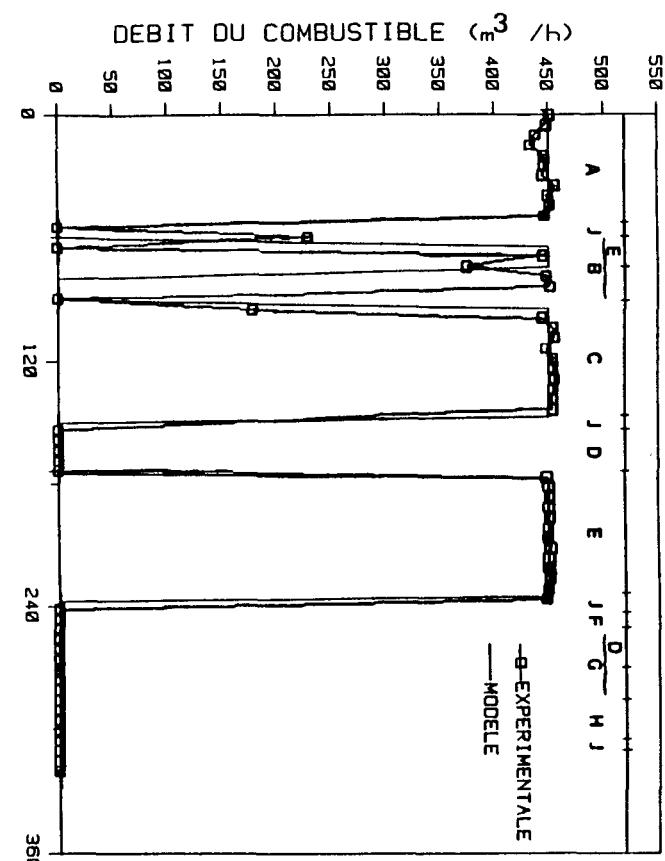


Figure 6.1: Graphique du débit du combustible versus le temps de la simulation

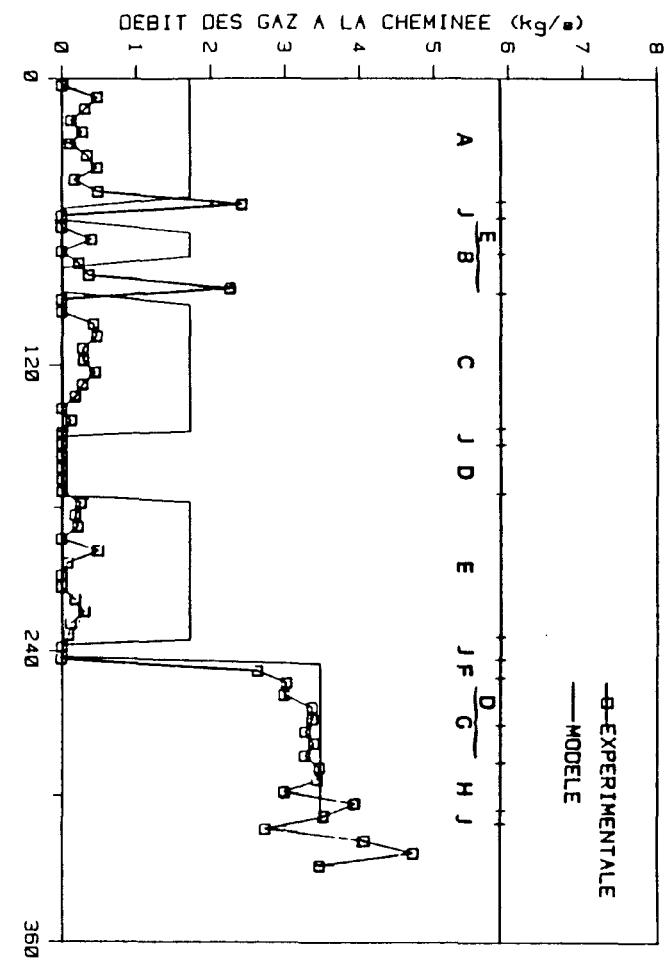


Figure 6.2: Graphique du débit total des gaz dans la cheminée versus le temps de la simulation

6.1.2 Résultats de la validation

La figure 6.3 présente la valeur expérimentale et calculée pour la température du métal, mesurée par le thermocouple de contrôle du brûleur situé approximativement à vingt (20) centimètres sous la surface du métal. Noter que la période de chargement du solide n'est pas représentée sur le graphique.

La mesure expérimentale débute approximativement à mi-chemin du cycle d'ajout du métal en fusion B. Pendant la période de chauffage C, la température calculée augmente, mais l'effet du chauffage apparaît une dizaine de minutes plus tard au niveau du thermocouple. Toujours pendant le cycle C, on observe un écart maximal de 20°C entre la température mesurée et calculée. Par la suite, l'écart diminue jusqu'à 10°C pour la période d'attente J qui suit le chauffage. Le brassage préliminaire D semble être efficace car la température du thermocouple chute de 40°C approximativement. On note que la chute de la température calculée est plus importante. Cela nous laisse penser qu'il est possible que le brassage préliminaire expérimental n'a pas complètement uniformisé la température du métal liquide. La coupure de la courbe pendant la descente de la température calculée lors du brassage n'a pas d'explication justifiée. Cela est probablement dû à la fonction mathématique de brassage.

A la fin de cette période de chauffage E, on remarque que les températures du métal mesurées et calculées augmentent pendant l'attente J, précédent l'ajout des métaux d'alliage F. Le thermocouple est en retard

d'approximativement huit (8) à dix (10) minutes sur le cycle du brûleur. On peut expliquer ce fait par le chauffage du métal venant des réfractaires de la chambre de combustion, et par la diffusion thermique du métal de surface plus chaud vers le métal au fond plus froid. Un contrôle plus sophistiqué du brûleur devrait tenir compte de ce délai dû à l'inertie thermique des réfractaires et de la couche supérieure du métal.

Le fluxage au chlore G s'effectue par la suite. Notons que le brassage fait décroître la température calculée de 15°C dès les premières minutes de brassage D. On peut imaginer que le métal liquide est bien uniformisé après cette chute rapide. On note que la fonction mathématique représentant le brassage donne de bons résultats pour reproduire cette chute rapide. La section de la courbe allant de F à H montre la perte d'énergie du métal lorsque les portes sont ouvertes. La chute de température expérimentale semble plus importante que celle mesurée.

Si nous estimons une incertitude de 10°C sur la mesure de température par le thermocouple, le modèle prédit une température à l'intérieur de l'incertitude plus des deux tiers (2/3) du temps.

La figure 6.4 présente le gradient de température mesuré et calculé avant la préparation du four. Notons que la comparaison ne peut être que qualitative puisque les profondeurs où se font les mesures expérimentales ont été estimées approximativement. Les courbes expérimentales et calculées sont en accord quant au profil de température obtenu.

En surface, on note une diminution du gradient dans les deux (2) cas. Par la suite, les courbes montrent que le gradient de température local diminue d'un point situé quelques centimètres sous la surface où il est maximal, jusqu'au fond du réservoir (il n'y a plus de métal solide à ce temps dans la simulation). Le modèle indique un gradient global, pour tout le métal, plus faible que celui mesuré. On trouve 66°C avec le modèle tandis que la mesure est plus près de 100°C.

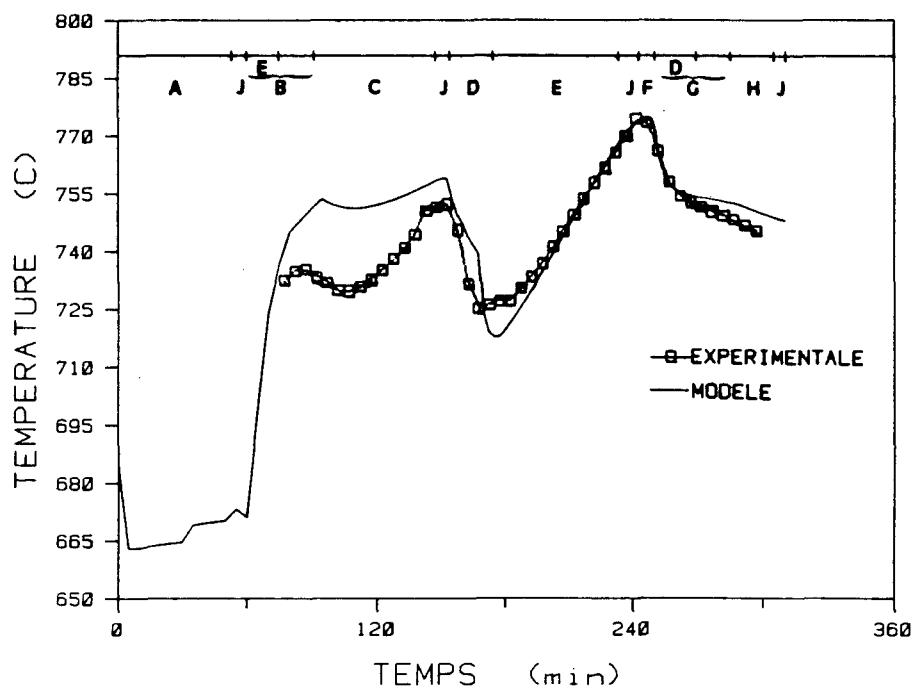


Figure 6.3: Graphique de la température du thermocouple dans le métal versus le temps de la simulation

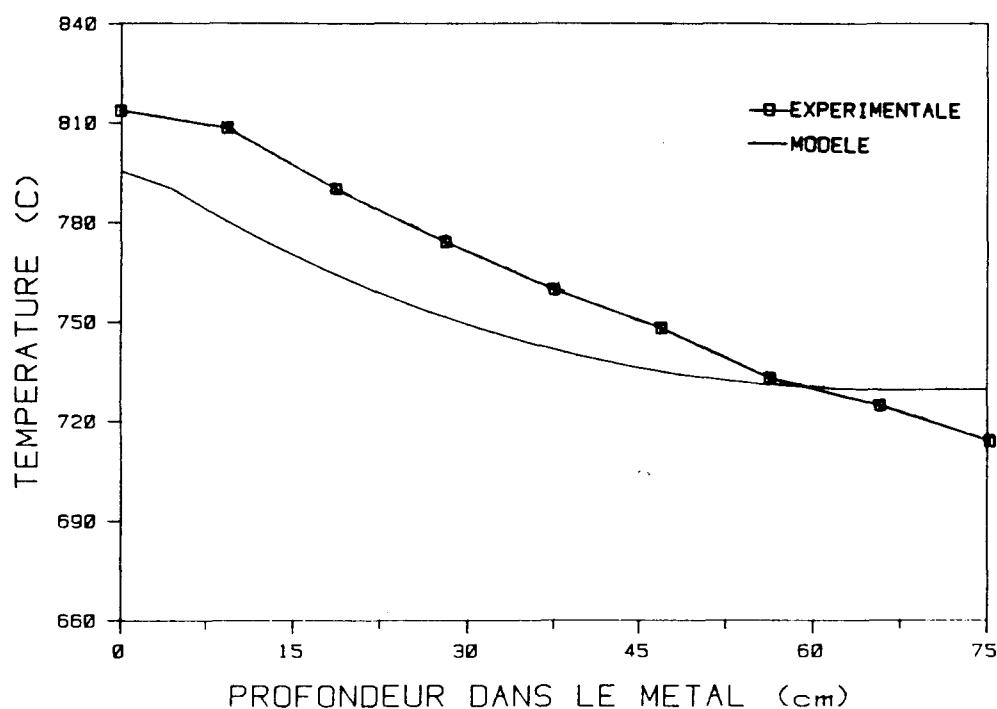


Figure 6.4: Graphique de la température dans le métal versus la profondeur

La figure 6.5 présente la température des gaz calculée dans la chambre à l'entrée de la cheminée. En guise de comparaison, la courbe expérimentale est la température des gaz mesurée dans la cheminée près de l'entrée. Compte tenu du fait que le point de mesure n'est pas le même que celui du calcul, cette comparaison est plutôt faite pour mettre en évidence la capacité du modèle à reproduire la forme en dents de scie de la température des gaz à la sortie de la chambre.

La mesure de la température des gaz chauds, tels ceux produits lors d'une combustion, n'est pas sans difficulté. On sait que la mesure par thermocouple est entachée d'une erreur, souvent appréciable, causée par le transfert de chaleur par convection et radiation vers la surface du thermocouple, ainsi que la conduction à travers la jonction. A cela s'ajoute l'erreur attribuée au délai ou temps de réponse de la jonction. L'estimation de l'erreur totale est fonction également de la géométrie du thermocouple et de la direction relative de l'écoulement des gaz vis-à-vis la jonction (écoulement parallèle ou perpendiculaire). Pour une étude détaillée de l'estimation de l'erreur, nous référons le lecteur à Moffat, 1982. Une technique moderne pour la mesure de la température d'une flamme consiste à étudier le spectre vibrationnel et rotationnel au point de mesure d'une population chimique de référence telle l'azote. L'analyse comparative de ce spectre expérimental avec une banque mise en ordinateur permet de déduire la température de l'espèce à ce point de mesure. La spectroscopie Raman cohérente anti-Stokes (Cars: Coherent Anti-Stokes Raman Spectroscopy) permet des mesures de température précises sans perturbation dans le milieu, jusqu'à une résolution tempo-

relle de dix (10) ns et spatiale de 0.1 mm^3 . Une étude comparative des techniques de mesure des températures montre que l'écart sur la mesure faite avec un thermocouple platine-platine (14% Rhodium) pour une flamme d'hydrogène-air, est approximativement de -100°C par rapport à une température Cars de référence inférieure à 1100°C (Antcliff et al, 1983). Dans cette expérience, le thermocouple indique systématiquement 100°C plus bas que la température Cars.

De plus, il est connu que la diminution de température des gaz dans la cheminée est en général rapide (Heiligenstadt, 1971). Pour tenir compte d'une diminution de la température des gaz, la courbe de température calculée est décalée de 100°C vers le bas. Cette correction de 100°C est basée sur l'estimation d'un gradient de température approximatif calculé à partir de la connaissance de la température des gaz à quatre (4) mètres plus haut dans la cheminée.

Si nous admettons une erreur systématique maximale de 100°C sur la mesure expérimentale, la température calculée et corrigée demeure supérieure de 100 à 150°C . Certaines explications de l'écart sont envisageables. La simplification de la chambre de combustion à une seule zone, pour la méthode de zones, ainsi que l'usage de la température radiative T_{7R} et de sortie des gaz T_{7S} , n'est pas tout à fait adéquat pour une bonne prédition de cette température de sortie T_{7S} . D'ailleurs, l'utilisation de la méthode de zones est entre autre pour mieux représenter le champ de température du gaz dans la chambre de l'entrée à la sortie.

La figure 6.6 présente la température mesurée et calculée dans les réfractaires de la voûte. La profondeur choisie pour le calcul de cette température par le modèle est de dix (10) centimètres à partir de la surface intérieure. On note que le profil de température calculé répond au cycle du brûleur A,C,E avec une amplitude légèrement supérieure à celle mesurée. La température expérimentale, comme celle mesurée, marque un retard de dix (10) à quinze (15) minutes par rapport à l'ouverture ou la fermeture du brûleur, dû à l'inertie thermique des réfractaires déjà mentionnée antérieurement. L'écart de température maximal vaut 50°C.

Si nous estimons l'erreur du thermocouple à 20°C, on constate que la température calculée est plus élevée à partir de la deuxième période de chauffage C, et continue de l'être jusqu'à la fin. On peut expliquer cet écart par le fait d'avoir considéré une paroi aux propriétés thermiquement équivalentes ou à un mauvais choix de l'emplacement pour le calcul de cette température, alors que le gradient de température dans la voûte est très élevé.

Compte tenu de l'allure générale de la courbe obtenue avec le modèle, il s'avère que l'hypothèse d'une paroi équivalente est intéressante au niveau de la simplification, et s'applique raisonnablement dans ce cas. On remarque que pendant la préparation du four, la baisse de la température prédite est plus rapide que celle mesurée.

En résumé, la température calculée oscille avec une amplitude plus grande en réponse au cycle du brûleur. Notons que la conductivité thermique effective choisie vaut 2.5 fois la valeur de celle proposée pour les matériaux neufs par le fournisseur. Cette valeur de 2.5 provient d'une calibration effectuée pour tenir compte de l'augmentation de la conductivité de la voûte due à l'usure et aux supports métalliques. Cette conductivité thermique plus élevée permet d'obtenir une température moyenne extérieure de près de 200°C.

Le fait d'augmenter la conductivité thermique équivalente diminue d'autant le nombre de Biot. Ainsi, on remarque une plus grande amplitude de l'oscillation de la température à l'intérieur des réfractaires, en réponse à l'oscillation de la condition à la limite qui est la température des gaz T_7 (brûleur ouvert, fermé).

De plus, le nombre de Biot calculé à l'interface gaz-réfractaire vaut approximativement:

$$B_i = \frac{hL}{k} \simeq \frac{40 \times 0.43}{1.5} \simeq 11.5 \quad (6.1)$$

La valeur trouvée est trop élevée pour appliquer raisonnablement la méthode de la capacitance groupée ($B_i \leq 0.1$) (Incropera et al, 1985). C'est pourquoi la solution de l'équation de diffusion de la chaleur doit être envisagée.

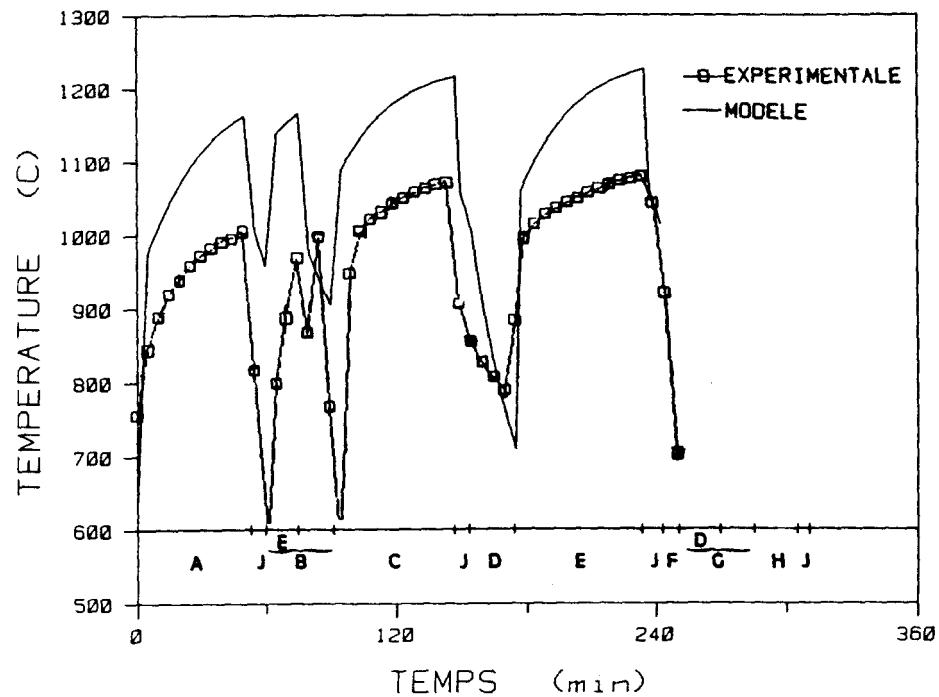


Figure 6.5: Graphique de la température des gaz à l'entrée de la cheminée versus le temps de la simulation

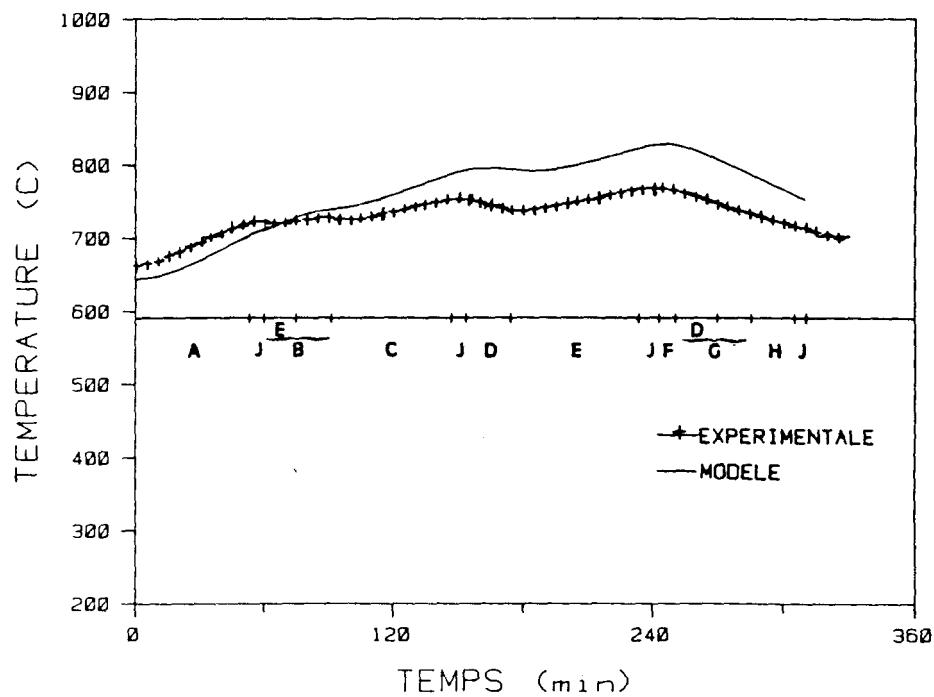


Figure 6.6: Graphique de la température dans les réfractaires versus le temps de la simulation

La figure suivante 6.7 montre la température moyenne calculée de la surface extérieure des murs et de la voûte du four. Les mesures prises avec un thermocouple de contact montrent que la moyenne des températures extérieures des murs est approximativement de 140°C.

Nous estimons que la température extérieure de la voûte seule est approximativement de 100°C plus élevée, c'est pourquoi nous obtenons une température calculée près de 190°C. Pour la dernière période de chauffage E, l'augmentation de la température est de 8°C approximativement, tandis que nous observons une variation de la température de surface calculée à l'autre extrémité de la paroi dans la chambre de 225°C.

On observe une augmentation moyenne constante de cette température. Pendant la préparation du four, on constate une chute rapide de la température calculée. Une estimation à première vue du taux de décroissance, montre que la température atteindra à nouveau la température initiale 3 à 4 heures plus tard. Ce délai correspond approximativement à celui nécessaire pour la coulée. On remarque alors que l'hypothèse du régime établi au début de la simulation pour les réfractaires de la chambre est réaliste et applicable dans ce cas.

La figure 6.8 présente la température de la surface extérieure du plancher mesurée et calculée. L'observation des mesures expérimentales révèle une température maximale pour un emplacement correspondant au deux tiers (2/3) du four à partir du brûleur. Pour les courbes expérimentales

ou celles calculées, il n'y a pas d'effet notable du cycle du brûleur. On remarque plutôt une augmentation régulière de cette température mesurée ou calculée. Dans le cas de la courbe prédictive par le modèle, l'augmentation est moins rapide. L'allure générale de la courbe montre que l'hypothèse du régime établi au niveau du plancher est applicable. Cette augmentation plus lente de la température calculée est explicable en partie par le fait que le modèle considère la présence du métal solide sur toute la surface exposée du plancher. En réalité, du métal liquide beaucoup plus chaud est en contact avec les réfractaires du plancher dès le début de la fournée, ce qui a comme effet d'accentuer le transfert de la chaleur vers le plancher.

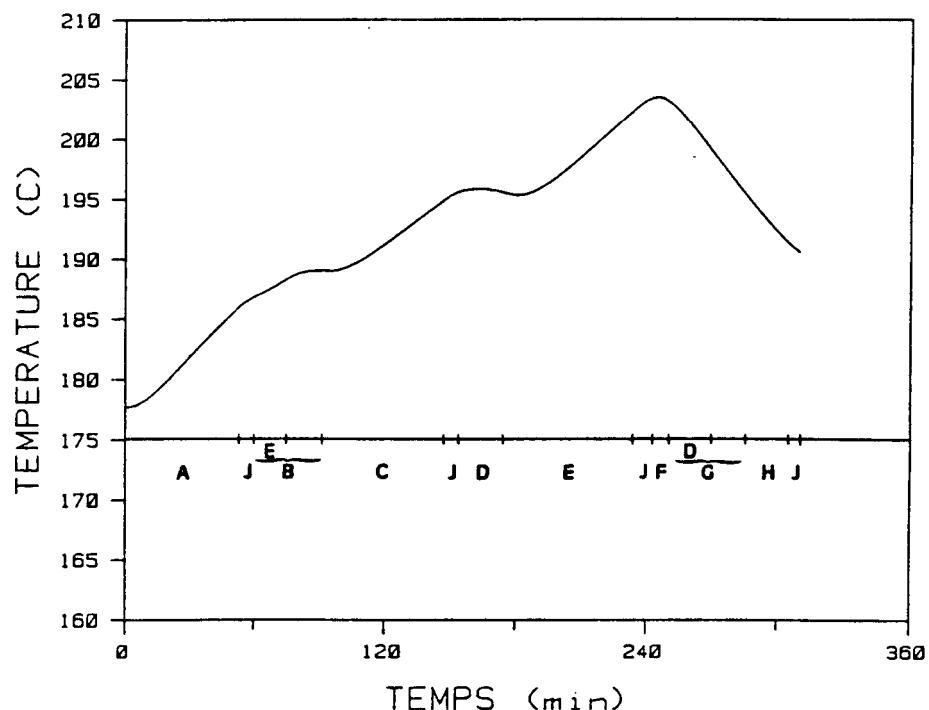


Figure 6.7: Graphique de la température moyenne extérieure de la voûte et des murs du four versus le temps de la simulation

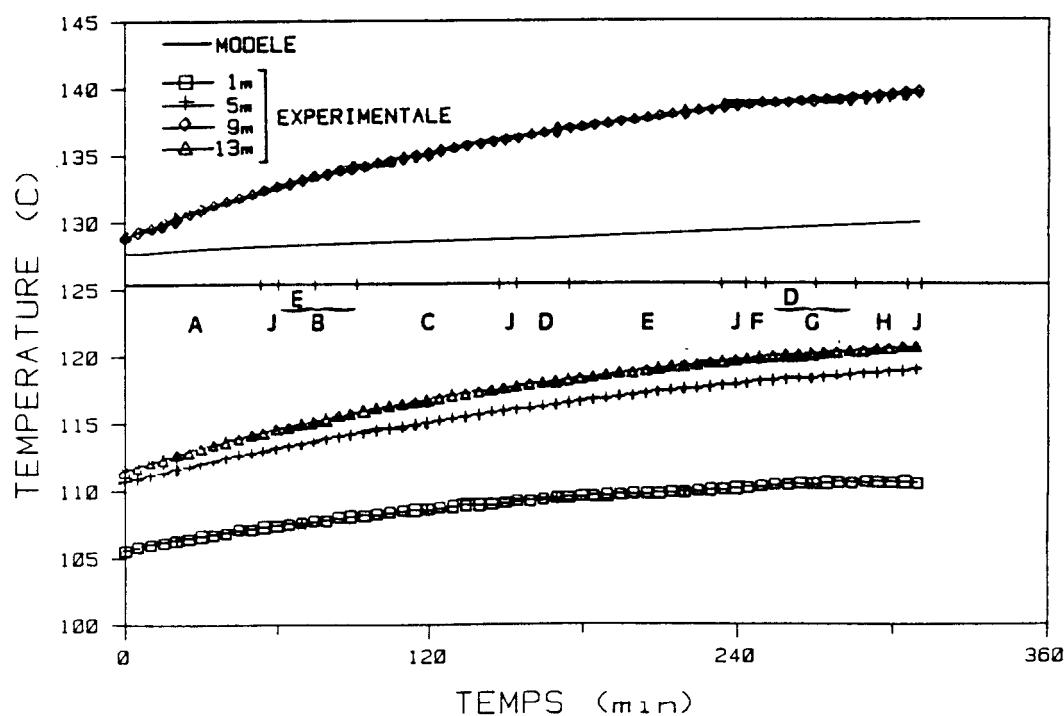


Figure 6.8: Graphique de la température moyenne extérieure du plancher du four versus le temps de la simulation

Les figures suivantes présentent les résultats obtenus avec le modèle pour cette validation. La figure 6.9 montre la courbe de la température moyenne du métal liquide au cours de la simulation. La première partie de la courbe, du début jusqu'au brassage préliminaire D, présente des irrégularités qui sont expliquées par la présence du métal solide.

En effet, pour chaque fusion ou solidification d'un noeud, le calcul de la température moyenne n'est plus fait sur la base du même nombre de noeuds de liquide, c'est pourquoi il y a une oscillation. Pour l'autre partie de la courbe comprise entre le brassage préliminaire et le repos après l'écumage du four, on remarque une évolution régulière de la température moyenne de tout le métal (il n'y a plus de solide à cette période). De plus, pendant le brassage D et le fluxage au chlore G, il n'y a pas de variations aléatoires indésirables de la température moyenne du liquide. Cela indique que la procédure utilisée pour simuler le brassage ne semble pas induire une erreur systématique sur la moyenne énergétique du métal liquide. Finalement, on observe une différence approximative de 25°C entre la température indiquée par le thermocouple en fin de chauffage et la température moyenne du métal liquide.

Ce décalage de quelques dizaines de degrés est dépendant des conditions d'opération. C'est pourquoi un contrôle plus sophistiqué du brûleur doit éviter cette incertitude au niveau de la température moyenne qui est la variable la plus révélatrice de l'état du métal.

Une alternative possible consiste à utiliser sur la même tige rigide deux (2) thermocouples distancés raisonnablement ($\approx L_6/3$). On calcule ainsi un gradient de température moyen dans le métal. Ensuite, sur la base de ce gradient, on évalue la température moyenne de tout le métal. Cette température calculée est utilisée pour un meilleur contrôle du brûleur. La figure 6.10 montre la comparaison entre la mesure habituelle à un thermocouple et la mesure à deux (2) thermocouples. Notons que les courbes de cette figure sont calculées avec le modèle.

On voit que l'estimation de la température moyenne par cette technique est plus représentative. On remarque que l'écart entre la mesure à un thermocouple et la température moyenne, augmente avec la progression du chauffage avant la coulée tandis que pour la technique à deux (2) thermocouples, l'écart diminue avec la progression du chauffage.

L'équation de prédiction de la température moyenne à partir de deux (2) thermocouples s'exprime comme suit:

$$\bar{T}_{6L} = \left(1 - \frac{L_6}{2L_{1,2}}\right) T_1 + \left(\frac{L_6}{2L_{1,2}}\right) T_2 \quad (6.2)$$

L_6 représente l'épaisseur moyenne du métal, $L_{1,2}$ est la distance (verticale) entre les thermocouples 1 et 2 sur la tige de mesure. T_1 est la température indiquée par un thermocouple près de la surface (0 à 10 cm), tandis que T_2 est celle indiquée par le thermocouple plus profond dans le métal (30 à 40 cm).

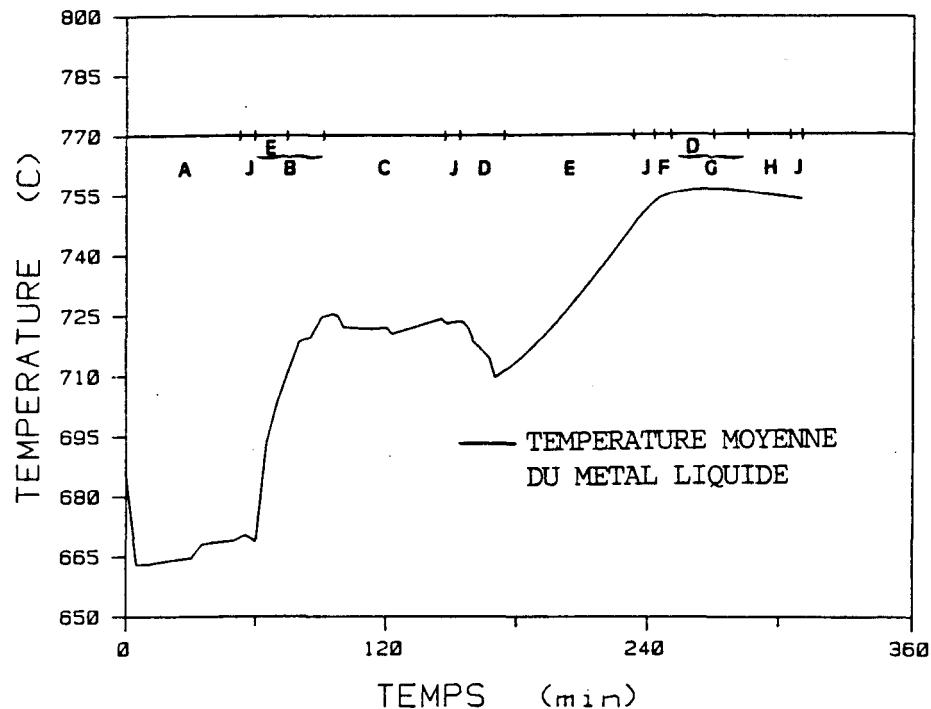


Figure 6.9: Graphique de la température moyenne du métal liquide versus le temps de la simulation

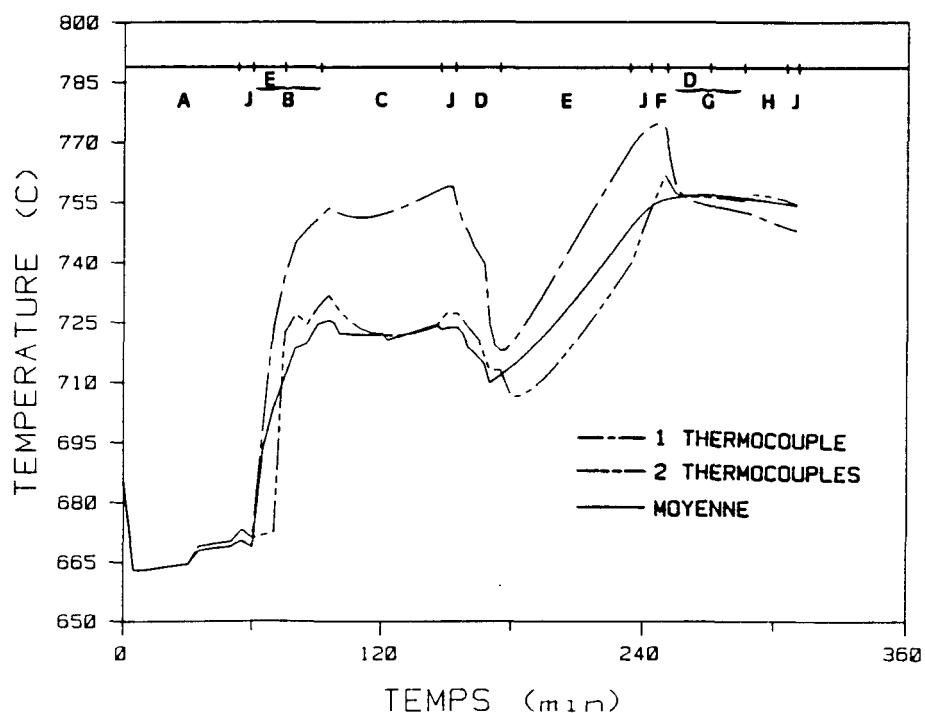


Figure 6.10: Graphique de la comparaison entre l'estimation de la température du métal à partir de un ou deux thermocouples versus le temps de la simulation

La figure 6.11 qui suit est utilisée pour comparer les températures de surface du métal et des réfractaires à celle des gaz à la sortie. En période de chauffage, les températures augmentent. On note que la température de surface du métal augmente approximativement de 80°C pour la dernière période de chauffage E, c'est une augmentation de 10% du début à la fin du chauffage. La température de surface des réfractaires suit l'évolution de la température des gaz avec un retard dû à l'inertie thermique tel que déjà mentionné. On remarque que pendant la préparation du four, la chute de température des gaz est importante comparée à une chute plus faible de la température de surface du métal. Cela est dû à l'ouverture des portes à l'air d'infiltration et à l'inertie thermique du métal qui est considérablement plus élevée que celle des gaz.

La figure 6.12 met en évidence les émissivités hémisphériques totales de surface du métal et des réfractaires.

Dans le cas du métal, on note la faible augmentation de l'émissivité pendant les périodes de chauffage A,C,E.

Le choix ou l'hypothèse d'une valeur constante pour toute la durée de la simulation est réaliste. Le modèle pour l'émissivité de l'aluminium peut alors être utilisé pour trouver la valeur constante la plus significative. Pour les réfractaires, les variations sont plus importantes, l'utilisation du modèle d'émissivité étant justifiée. Notons la variation en sens inverse de l'émissivité du métal et des réfractaires lorsque la température de surface augmente.

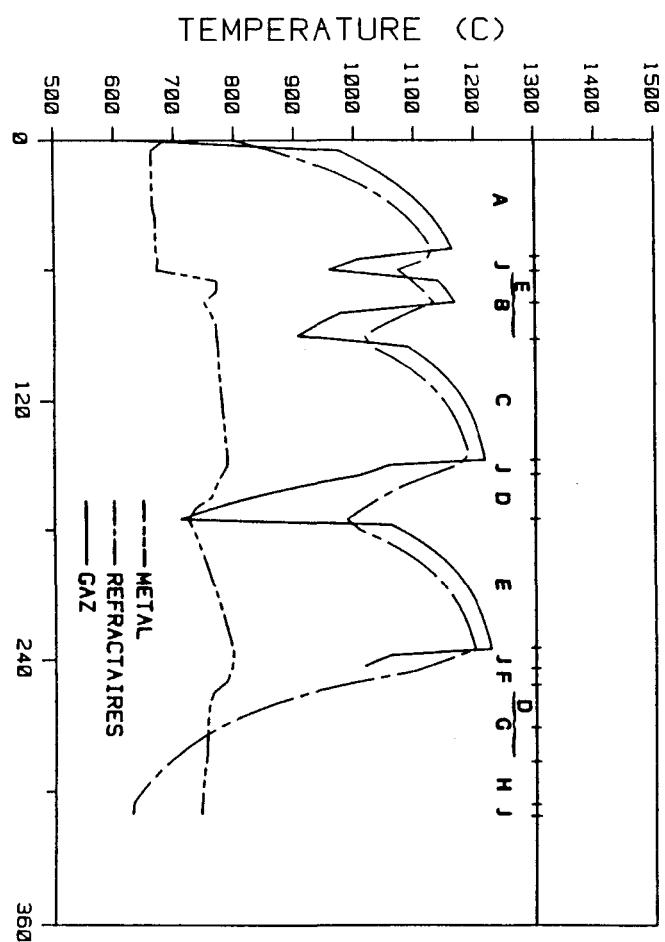


Figure 6.11: Graphique de la comparaison entre la température de surface du métal et des réfractaires à celle des gaz versus le temps de la simulation

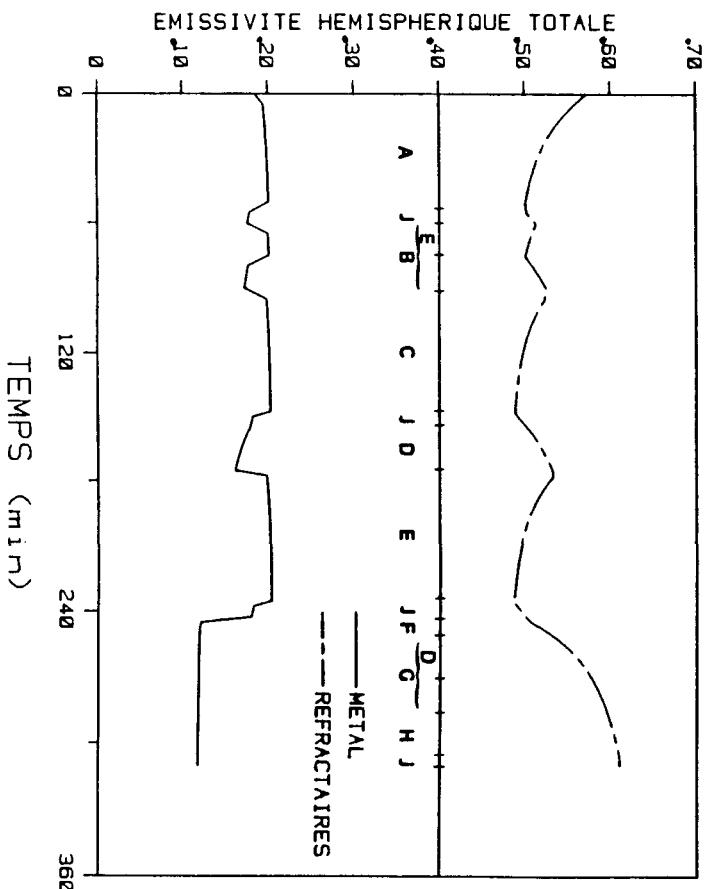


Figure 6.12: Graphique de l'émissivité hémisphérique totale de la surface du métal et des réfractaires versus le temps de la simulation

Les trois (3) figures suivantes 6.13, 6.14, 6.15 présentent les taux de transfert de chaleur calculés par le modèle vers les différentes composantes du four. La première figure 6.13 montre la puissance de chauffage libérée dans la chambre et celle perdue dans la cheminée avec les gaz chauds sortants. La troisième courbe est le pouvoir calorifique inférieur du combustible exprimé en terme d'une puissance (rapporté au débit du combustible). En période de chauffage, on observe qu'à mesure que le temps avance, l'énergie disponible dans le combustible est de moins en moins utilisée dans la chambre de combustion, au profit d'une perte plus grande dans la cheminée. On explique ce fait par l'augmentation de la température de surface à l'intérieur de la chambre, ce qui défavorise le transfert de chaleur net vers ces surfaces (y compris le métal).

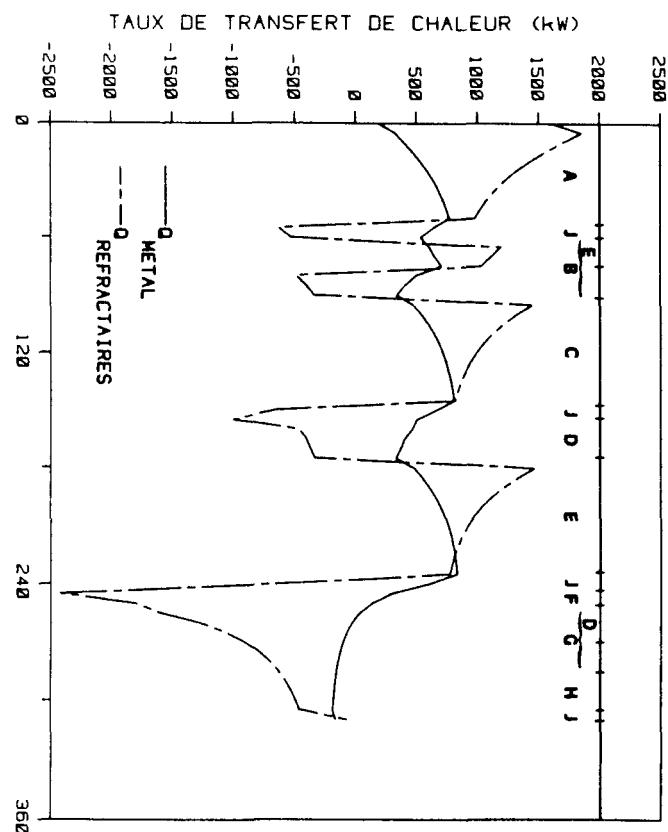
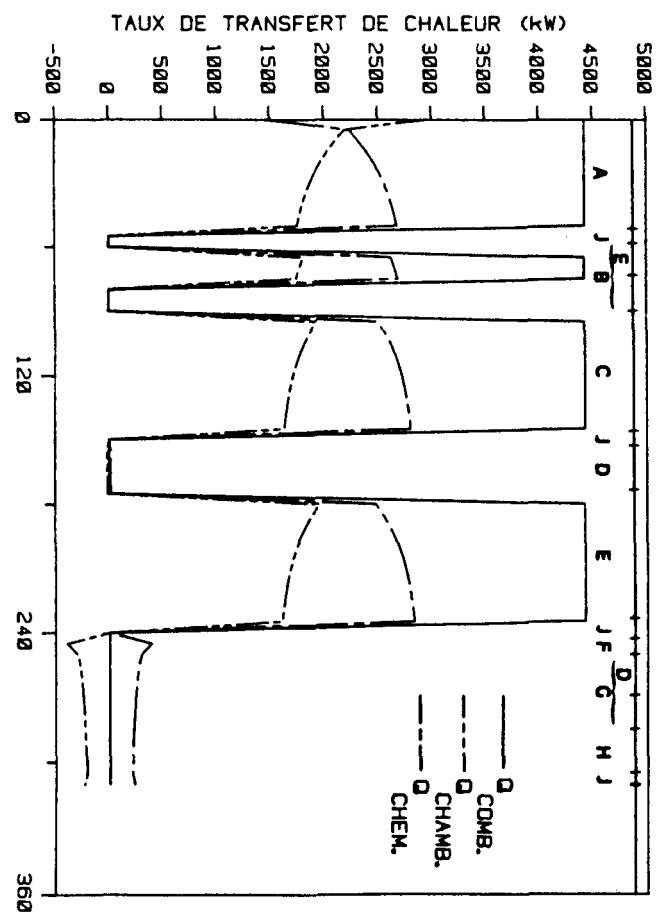
On observe qu'à la fin, pendant la préparation du four, la puissance de chauffage dans la chambre devient négative. On attribue ce fait à l'ouverture des portes et à l'air d'infiltration.

On observe sur la figure 6.14, les taux de transfert de chaleur vers le métal et les réfractaires dans la chambre. On constate une augmentation de moins en moins rapide de ce taux de transfert vers le métal en période de chauffage.

Toujours pour le taux de transfert de chaleur vers le métal, on voit qu'il est positif pendant toute la durée de la simulation pour devenir négatif vers la toute fin pendant la préparation du four. Dans le cas

des réfractaires, le calcul du taux de transfert de chaleur nous renseigne sur tous les modes de chauffage du métal. On constate que ce taux de transfert, vers les réfractaires, diminue au profit de celui vers le métal. Il est intéressant de noter qu'en périodes où le brûleur est fermé (D,J,F,G,H), ce sont les réfractaires de la chambre qui chauffent le métal par radiation. Cette puissance de chauffage des réfractaires vers le métal atteint des valeurs considérables pendant le brassage préliminaire.

Finalement, on remarque que pendant la préparation du four (F,G,H), les réfractaires sont refroidis à un taux très élevé (jusqu'à -2400 kW) en faible partie au profit du métal, et en grande partie dû à la perte par les portes ouvertes.



Sur la figure 6.15 sont présentées les pertes atmosphériques du four par les surfaces et les portes ouvertes. On observe que les pertes par les surfaces extérieures du plancher, des murs et de la voûte sont presque constantes pour toute la durée de la fournée. L'hypothèse souvent faite des pertes atmosphériques constantes est réaliste. Le plancher perd approximativement 40 kW tandis que la partie supérieure du four perd 225 kW.

L'intérêt principal de cette figure est au niveau des pertes lors de l'ouverture des portes. Pendant la préparation du four, on observe que l'ouverture des portes est néfaste à l'accumulation de l'énergie dans le four. L'observation à première vue des surfaces sous les courbes de la figure, nous dit que les pertes par les portes ouvertes valent approximativement les deux tiers ($\frac{2}{3}$) de toutes les pertes atmosphériques, excluant celles par la cheminée et celles par le retrait de l'écume. Notons que les pertes par les portes ouvertes ont un effet immédiat plus important au niveau des réfractaires. On sait cependant que ces mêmes réfractaires ont une participation active au chauffage du métal pendant les cycles où le brûleur est fermé.

En admettant la possibilité de refaire la même fournée en gardant toutes les portes fermées pour toute la durée de la simulation, on observe un gain en productivité de 2.7% en admettant une coulée de quatre (4) heures.

L'économie du combustible, pour une même température moyenne du métal atteinte à la fin de la préparation avec les portes fermées, est de

8.0%. On voit aisément que l'aspect énergétique à lui seul justifie le concept de l'opération à portes fermées.

La figure 6.16 présente les efficacités de combustion, de transfert de chaleur vers le métal et l'efficacité globale pour la durée de la simulation. L'efficacité de combustion est définie comme le rapport de la puissance de chauffage libérée dans la chambre sur le pouvoir calorifique inférieur de combustible, exprimé en terme d'une puissance, soit l'équation:

$$\eta_C^\nu = \frac{Q_7^\nu}{Q_{comb}^\nu} \quad (6.3)$$

L'efficacité de transfert de chaleur vers le métal est le rapport du taux de transfert de chaleur vers le métal sur la puissance libérée dans la chambre. Plus précisément:

$$\eta_T^\nu = \frac{Q_D^\nu - Q_C^\nu}{Q_7^\nu} \quad (6.4)$$

L'efficacité globale est le produit des deux (2) précédentes. On trouve comme équation:

$$\eta_g^\nu = \eta_C^\nu \eta_T^\nu = \frac{Q_D^\nu - Q_C^\nu}{Q_{comb}^\nu} \quad (6.5)$$

$\eta_C^\nu, \eta_T^\nu, \eta_g^\nu$ sont définies en période de chauffage seulement.

On observe que l'efficacité de combustion diminue avec l'avancement du temps de chauffage. Cela signifie entre autre que le four est de moins en moins efficace à utiliser l'énergie du combustible. Par contre, à l'inverse, l'efficacité de transfert de chaleur vers le métal augmente avec le temps du chauffage. Cette augmentation est attribuable à une

augmentation plus rapide de la température de surface des réfractaires et des gaz comparativement à celle du métal. L'augmentation plus rapide de la température des réfractaires s'explique en partie par le fait que la masse thermique est plus faible pour les réfractaires, comparativement à celle de l'aluminium liquide. Finalement, comme la croissance de l'efficacité de transfert de chaleur vers le métal est plus rapide que la décroissance de l'efficacité de combustion, on observe une efficacité globale qui augmente de moins en moins rapidement pour une période de chauffage.

Les pages qui suivent présentent le listage du fichier TABLE.DAT contenant un résumé de la simulation, ainsi que le bilan énergétique de la simulation. Le résumé présente un aperçu général de l'avancement de la simulation sur l'écran ordinateur. Le résumé est également écrit dans le fichier TABLE.DAT pour une référence future.

Sur l'écran d'ordinateur est écrit, à une fréquence choisie au préalable, le temps en cours de la simulation, le cycle, les températures dans le four, les taux de transfert de chaleur principaux et les efficacités lorsque le brûleur est en fonction.

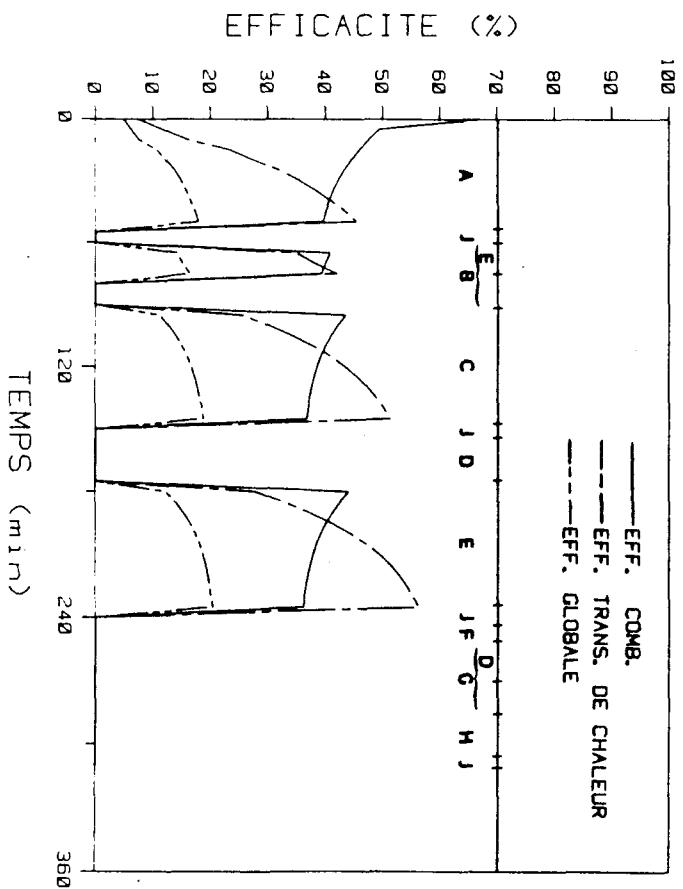


Figure 6.16: Graphique des efficacités énergétiques versus le temps de la simulation

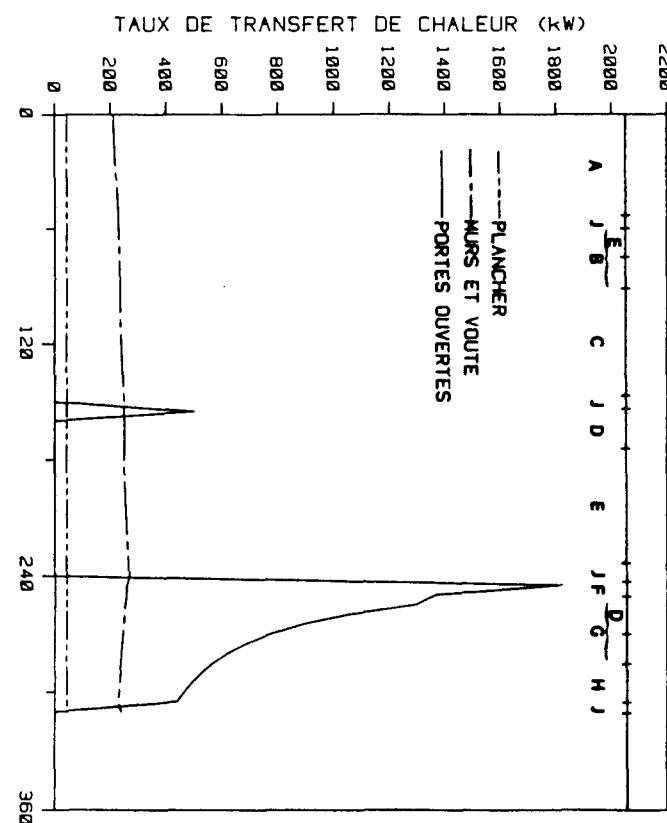


Figure 6.15: Graphique des pertes atmosphériques du four versus le temps de la simulation

A la fin du fichier TABLE.DAT est écrit le bilan énergétique calculé pour toute la durée de la simulation. Voici les équations utilisées pour les bilans des composantes du four.

Bilan pour les gaz de combustion

L'énergie disponible dans le combustible est estimée à partir de l'équation suivante:

$$E_{\text{comb}} = \int_0^{t_s} Q_{\text{comb}} dt \quad (6.6)$$

avec l'expression pour Q_{comb} :

$$Q_{\text{comb}} = \dot{n}_C (a \bar{M}_{CH_4} PC_{CH_4} + b \bar{M}_{C_2H_6} PC_{C_2H_6} + c \bar{M}_{C_3H_8} PC_{C_3H_8}) + \dot{n}_C (d \bar{M}_{C_4H_{10}} PC_{C_4H_{10}}) \quad (6.7)$$

L'expression PC_i représente le pouvoir calorifique inférieur du combustible i sur une base massique. L'intégration sur le temps est faite pour les périodes où le brûleur est ouvert. Notons que les PC_i sont calculés pour la température de référence. T° égale à 25°C .

L'énergie absorbée par le métal et les réfractaires et perdue par les portes ouvertes notée respectivement $E_{7,D}$, $E_{7,15}$ et $E_{7,P}$ s'exprime par les équations suivantes:

$$E_{7,D} = - \int_0^{t_s} Q_D dt \quad (6.8)$$

$$E_{7,15} = - \int_0^{t_s} Q_{EV} dt \quad (6.9)$$

$$E_{7,P} = - \int_0^{t_s} Q_{EP} dt \quad (6.10)$$

L'intégration sur le temps est faite pour toute la durée de la simulation.

L'énergie perdue par les gaz chauds s'écoulant dans la cheminée s'exprime comme suit:

$$E_{7,chem} = - \int_0^{t_s} Q_{chem} dt \quad (6.11)$$

avec pour l'expression de Q_{chem} :

$$Q_{chem} = \sum_{i=1}^P \left(\dot{n}_i \int_{T^0}^{T_{7s}} \bar{C}_{P_i}(T) dT \right) \quad (6.12)$$

La somme est effectuée pour tous les gaz circulant dans la cheminée soit, les produits de la combustion, l'azote pour le brassage, le chlore pour le fluxage et l'air d'infiltration.

L'énergie accumulée dans les gaz de combustion est estimée comme suit:

$$E_7 = E_{7s} - E_{7I} \quad (6.13)$$

L'état initial E_{7I} au début de la simulation est évalué comme suit:

$$E_{7I} = V_7 C_{V7} (T_7^0 - T^0) \quad (6.14)$$

L'état final E_{7F} s'exprime par l'équation:

$$E_{7F} = \int_0^{t_s} (Q_7 - Q_{EV} - Q_{EP} - Q_D) dt \quad (6.15)$$

L'expression T_7^0 représente la température moyenne des gaz dans la chambre à $t=0$. Notons que l'intégration sur le temps est faite pour toute la durée de la simulation.

La vérification du bilan énergétique s'effectue avec l'équation suivante:

$$\% \text{ erreur} = 100 \times \left(\frac{(E_{7,D} + E_{7,15} + E_{7,P} + E_{7,chem} + E_7) - E_{comb}}{E_{comb}} \right) \quad (6.16)$$

Bilan pour le métal

L'énergie contenue initialement ($t=0$) dans le métal liquide restant et le solide ajouté s'exprime par l'équation suivante:

$$E_{6I} = M_{6,P} \Delta H_{6,P} + M_{6,R} \Delta H_{6,R} \quad (6.17)$$

La masse liquide restante est notée $M_{6,P}$ tandis que celle du solide ajouté $M_{6,R}$. Les variations d'enthalpie $\Delta H_{6,i}$ sont calculées pour le métal liquide (P), et le solide (R), sur la base des polynômes enthalpiques (éq. 3.94, 3.95) exprimés sur une base massique.

L'énergie ajoutée par le métal en fusion est calculée par l'équation:

$$E_{6,F} = M_{6,F} \Delta H_{6,F} \quad (6.18)$$

La masse du métal en fusion est notée $M_{6,F}$, tandis que l'enthalpie du métal ajouté $\Delta H_{6,F}$.

L'énergie ajoutée au métal par le transfert de chaleur des gaz de combustion s'exprime par la valeur négative de $E_{7,D}$ (éq. 6.8).

$$E_{6,7} = -E_{7,D} \quad (6.19)$$

L'énergie enlevée par le retrait de l'écume lors de l'écumage du four vaut:

$$E_{6,E} = -M_{6,E} \Delta H_{6,E} \quad (6.20)$$

La masse de l'écume est notée $M_{6,E}$. La variation de l'enthalpie par rapport à la référence T° est exprimée sur la base de la température de surface du métal T_D au moment de l'écumage du four.

L'énergie perdue par conduction vers le plancher est calculée comme suit:

$$E_{6,14} = - \int_0^{t_s} Q_6(N_6 - 1) dt \quad (6.21)$$

$Q_6(N_6 - 1)$ est le taux de transfert de chaleur dans le métal à l'interface du plancher.

L'énergie accumulée dans le métal, pendant la simulation, est évaluée de deux (2) façons différentes en guise de vérification du bilan. La première évaluation est faite à partir des taux de transfert de chaleur, soit l'équation:

$$E_{6,M} = - \int_0^{t_s} (Q_D - Q_6(N_6 - 1)) dt + E_{6,E} - E_{6,I} \quad (6.22)$$

A la fin de la simulation, on évalue la température moyenne du métal liquide et du solide restant. Le calcul de l'énergie accumulée est basé sur l'enthalpie du métal à la fin de la simulation. On trouve l'équation suivante:

$$E_{6,C} = M_6 \left(\frac{L_6 L}{L_6} \Delta H_{6,L} + \frac{L_6 S}{L_6} \Delta H_{6,S} \right) - E_{6,I} \quad (6.23)$$

La masse totale à la fin s'exprime comme suit:

$$M_6 = M_{6,R} + M_{6,P} + M_{6,F} - M_{6,E} \quad (6.24)$$

La vérification du bilan énergétique pour le métal s'effectue avec l'équation suivante:

$$\% \text{ erreur} = 100 \times \left(\frac{E_{6,M} - E_{6,C}}{E_{6,C}} \right) \quad (6.25)$$

Bilan sur la voûte et les murs du four

L'énergie contenue dans les réfractaires au début de la simulation est estimée comme suit:

$$E_{15,I} = M_{15} C_{15} (T_{15}^0 - T^0) \quad (6.26)$$

L'énergie ajoutée aux réfractaires dans la chambre est la valeur négative de $E_{7,15}$ (éq.6.9)

$$E_{15,I} = -E_{7,15} \quad (6.27)$$

L'énergie perdue vers l'environnement s'exprime par l'équation:

$$E_{15,12} = - \int_0^{t_s} Q_F dt \quad (6.28)$$

L'intégration sur le temps est faite pour toute la durée de la simulation.

L'énergie accumulée dans les murs et la voûte pendant la simulation est donnée par l'équation:

$$E_{15} = E_{15,7} + E_{15,12} \quad (6.29)$$

Bilan sur le plancher du four

Comme pour la voûte et les murs, l'énergie contenue dans le plancher au début de la simulation s'exprime par:

$$E_{14,I} = M_{14} C_{14} (T_{14}^0 - T^0) \quad (6.30)$$

L'énergie ajoutée au plancher, par la conduction du métal, est la valeur négative de $E_{6,14}$ (éq.6.21).

$$E_{14,6} = -E_{6,14} \quad (6.31)$$

L'énergie perdue par le plancher sous le four s'exprime comme suit:

$$E_{14,1} = - \int_0^{t_s} Q_B dt \quad (6.32)$$

L'intégration sur le temps est faite pour toute la durée de la simulation.

Finalement, l'énergie accumulée dans le plancher pendant la simulation est estimée comme suit:

$$E_{14} = E_{14,6} + E_{14,1} \quad (6.33)$$

A la fin du bilan énergétique de la simulation sont écrites les efficacités moyennes de combustion, de transfert de chaleur vers le métal et globale. A la toute fin sont écrits les taux de refonte calculés. Les définitions des taux de refonte sont présentés plus loin dans le chapitre.

TABLE.DAT

TEMPS (s)	CYCLE TEMPERATURES (C)	TAUX DE TRANSFERT DE CHAL. (kW)												EFFICACITE (FRAC.)			
		TB	TC	TL1	TD	T7	TE	TF	QB	QD	QEV	QEP	QE	COMB.	TRAN.	GLOB.	
0.0	CHAU.	127.7	22.0	685.1	685.0	1221.5	800.0	177.7	44.4	188.9	1619.5	0.0	211.6	0.6681	0.0739	0.0494	
300.0	CHAU.	127.7	605.7	663.0	662.9	1391.9	866.5	177.9	43.1	326.6	1856.8	0.0	212.0	0.4942	-0.0241	-0.0119	
600.0	CHAU.	127.7	645.8	663.1	663.1	1409.6	922.9	178.4	43.0	400.3	1701.0	0.0	213.0	0.4756	0.1592	0.0757	
900.0	CHAU.	127.8	656.9	663.6	663.5	1425.4	970.0	179.1	43.0	470.3	1557.8	0.0	214.5	0.4590	0.2334	0.1071	
1200.0	CHAU.	127.9	659.1	664.0	663.9	1439.0	1008.8	179.9	43.1	534.4	1430.0	0.0	216.3	0.4445	0.2243	0.0997	
1500.0	CHAU.	127.9	660.1	664.3	664.3	1450.6	1040.6	180.9	43.1	591.6	1318.7	0.0	218.3	0.4322	0.3204	0.1385	
1800.0	CHAU.	128.0	660.1	664.7	664.6	1460.3	1066.5	181.8	43.1	641.3	1223.5	0.0	220.4	0.4218	0.3549	0.1497	
2100.0	CHAU.	128.1	660.1	664.9	665.0	1468.4	1087.5	182.8	43.1	680.7	1145.9	0.0	222.4	0.4131	0.3841	0.1587	
2400.0	CHAU.	128.1	660.1	665.1	665.5	1475.1	1104.6	183.8	43.1	716.7	1078.6	0.0	224.4	0.4060	0.4109	0.1668	
2700.0	CHAU.	128.1	660.1	665.3	665.9	1480.6	1118.5	184.7	43.1	746.9	1022.6	0.0	226.4	0.4001	0.4341	0.1737	
3000.0	CHAU.	128.2	660.1	665.5	670.2	1485.1	1129.8	185.3	43.2	772.2	976.0	0.0	228.3	0.3953	0.4539	0.1794	
3300.0	REPOS	128.2	660.1	664.9	673.2	1105.7	1120.8	186.4	43.2	829.9	628.2	0.0	230.0				
3600.0	REPOS	128.3	660.1	664.2	671.1	1057.8	1072.6	186.9	43.2	935.2	527.6	0.0	231.2				
3900.0	AJOUT	128.3	660.1	668.6	770.9	1473.2	1095.7	187.3	43.2	608.8	1195.0	0.0	232.1	0.4081	0.3494	0.1426	
4200.0	AJOUT	128.3	660.1	666.6	769.9	1480.8	1115.6	187.8	43.2	652.9	1114.2	0.0	233.2	0.3999	0.3815	0.1525	
4500.0	AJOUT	128.3	660.1	667.1	749.5	1487.1	1131.8	188.4	43.2	709.4	1029.2	0.0	234.4	0.3932	0.4205	0.1638	
4800.0	AJOUT	128.4	660.1	667.0	761.1	1075.4	1088.6	188.8	43.2	495.9	-488.4	0.0	235.4				
5100.0	AJOUT	128.4	660.1	665.7	769.5	1037.6	1049.5	189.0	43.2	407.4	-401.2	0.0	235.9				
5400.0	AJOUT	128.4	660.1	665.8	770.1	1005.4	1016.2	189.1	43.2	342.7	-337.6	0.0	235.9				
5700.0	CHAU.	128.5	660.1	665.6	773.0	1447.6	1027.9	189.0	43.2	473.1	1450.5	0.0	235.8	0.4354	0.2573	0.1120	
6000.0	CHAU.	128.5	660.1	661.1	773.7	1460.9	1063.7	189.2	43.2	540.2	1231.1	0.0	236.2	0.4212	0.3020	0.1272	
6300.0	CHAU.	128.5	660.1	664.7	774.7	1471.9	1092.4	189.6	43.2	598.0	1211.6	0.0	237.0	0.4094	0.3426	0.1403	
6600.0	CHAU.	128.5	660.1	664.8	775.9	1481.0	1115.4	190.1	43.1	646.5	1120.6	0.0	238.1	0.3997	0.3794	0.1512	
6900.0	CHAU.	128.5	660.1	664.8	777.4	1488.3	1133.8	190.6	43.1	686.5	1046.0	0.0	239.4	0.3918	0.4091	0.1609	
7200.0	CHAU.	128.6	660.1	664.7	779.0	1494.2	1148.4	191.3	43.1	719.2	985.3	0.0	240.8	0.3854	0.4251	0.1677	
7500.0	CHAU.	128.6	660.1	664.1	780.8	1499.0	1160.2	191.9	43.1	745.0	926.0	0.0	242.2	0.3803	0.4569	0.1737	
7800.0	CHAU.	128.6	660.1	664.3	782.5	1502.9	1169.6	192.6	43.1	767.3	896.0	0.0	243.7	0.3761	0.4749	0.1786	
8100.0	CHAU.	128.6	660.1	664.4	784.3	1506.1	1177.2	193.3	43.1	784.7	863.5	0.0	245.3	0.3726	0.4899	0.1826	
8400.0	CHAU.	128.7	660.1	664.3	786.0	1508.7	1183.5	194.0	43.1	798.0	836.9	0.0	246.8	0.3698	0.5024	0.1888	
8700.0	CHAU.	128.7	660.1	664.5	787.7	1510.9	1188.7	194.7	43.1	810.3	815.0	0.0	248.3	0.3674	0.5127	0.1964	
9000.0	REPOS	128.7	660.1	664.1	787.1	1155.4	1170.2	195.3	43.1	664.1	-654.8	0.0	249.8				
9300.0	BRAS.	128.7	660.1	669.3	776.9	1102.3	1121.1	195.7	43.1	498.8	-1000.3	502.3	248.1				
9600.0	BRAS.	128.7	660.1	667.0	768.2	1005.8	1076.0	195.8	43.1	463.2	-464.6	0.0	250.9				
9900.0	BRAS.	128.8	660.1	670.1	760.5	927.6	1042.0	195.8	43.1	401.3	-404.2	0.0	250.9				
10200.0	BRAS.	128.8	668.2	686.2	733.5	863.3	1012.2	195.7	43.1	369.1	-373.0	0.0	250.6				
10500.0	BRAS.	128.8	701.4	701.5	722.2	809.9	985.4	195.5	43.1	331.5	-336.2	0.0	250.2				
10800.0	CHAU.	128.9	706.2	706.3	731.3	1441.8	1007.7	195.3	43.1	481.6	1468.9	0.0	249.7	0.4415	0.2785	0.1229	
11100.0	CHAU.	128.9	708.6	738.4	1456.7	1048.5	195.4	43.1	549.1	1331.9	0.0	250.0	0.4257	0.3267	0.1391		
11400.0	CHAU.	128.9	710.4	710.5	745.0	1469.1	1081.6	195.8	43.1	608.4	1214.2	0.0	250.9	0.4124	0.3706	0.1528	
11700.0	CHAU.	129.0	712.1	712.1	751.1	1479.5	1108.2	196.4	43.1	658.6	1115.3	0.0	252.1	0.4013	0.4093	0.1643	
12000.0	CHAU.	129.0	713.8	713.8	757.5	1487.9	1129.5	197.0	43.1	700.2	1033.9	0.0	253.6	0.3922	0.4428	0.1737	
12300.0	CHAU.	129.1	715.5	715.6	763.5	1494.8	1146.6	197.8	43.1	724.0	967.5	0.0	255.3	0.3848	0.4711	0.1813	
12600.0	CHAU.	129.1	717.5	717.5	769.3	1500.4	1160.3	198.6	43.1	761.1	913.9	0.0	257.1	0.3788	0.4948	0.1874	
12900.0	CHAU.	129.1	719.6	719.6	775.0	1504.9	1171.3	199.4	43.2	782.7	870.7	0.0	259.0	0.3738	0.5143	0.1923	
13200.0	CHAU.	129.2	721.9	721.9	780.4	1508.7	1180.2	200.2	43.2	795.6	836.0	0.0	260.9	0.3698	0.5304	0.1962	
13500.0	CHAU.	129.2	724.4	724.4	785.6	1511.8	1187.5	201.0	43.2	812.9	808.0	0.0	262.7	0.3665	0.5437	0.1892	
13800.0	CHAU.	129.3	727.0	727.1	790.6	1514.3	1193.6	201.8	43.2	833.3	785.5	0.0	264.6	0.3637	0.5546	0.2017	
14100.0	CHAU.	129.3	729.9	729.9	795.4	1516.5	1198.6	202.6	43.2	831.3	767.1	0.0	266.4	0.3613	0.5637	0.2037	
14400.0	REPOS	129.3	732.9	732.9	794.8	1136.0	1151.2	203.2	43.2	607.5	-599.6	0.0	267.9				
14700.0	ADDI.	129.4	736.0	736.1	791.8	135.3	1097.3	203.5	43.2	293.7	-2422.6	1822.0	257.6				
15000.0	ADDI.	129.4	739.3	739.3	783.7	108.9	1001.1	203.2	43.2	137.0	-1801.2	1367.6	256.8				
15300.0	BRAS.	129.5	751.2	751.2	761.4	101.4	924.4	202.4	43.2	33.8	-1601.4	1295.4	252.3				
15600.0	BRAS.	129.5	758.0	758.0	755.4	97.8	863.3	201.4	43.2	-27.2	-1289.0	1056.9	250.1				
15900.0	BRAS.	129.5	760.3	760.4	753.3	95.0	815.6	200.3	43.2	-70.9	-1073.3	894.7	247.6				
16200.0	BRAS.	129.5	761.5	761.6	752.1	92.7	776.8	199.1	43.3	-102.4	-917.5	778.5	245.0				
16500.0	BRAS.	129.6	761.7	761.8	751.6	91.0	744.9	197.9	43.3	-126.1	-800.0	691.8	242.4				
16800.0	BRAS.	129.7	761.9	761.9	750.8	89.5	718.0	196.7	43.3	-144.3	-709.6	625.1	239.8				
17100.0	BRAS.	129.7	761.9	762.0	750.1	88.2	695.2	195.5	43.3	-158.4	-638.1	572.4	237.3				
17400.0	ECUM.	129.8	762.6	762.7	747.3	87.1	675.5	194.4	43.3	-167.6	-581.3	529.5	234.9				
17700.0	ECUM.	129.8	763.1	763.2	745.5	86.1	658.3	193.3	43.3	-175.8	-534.3	494.2	232.7				
18000.0	ECUM.	129.9	763.5	763.5	744.0	85.2	643.1	192.3	43.3	-182.6	-494.9	464.8	230.5				
18300.0	ECUM.	129.9	763.7	763.8	742.7	84.4	629.7	191.4	43.3	-188.4	-461.4	439.9	228.5				
18600.0	REPOS	129.9	763.9	763.9	742.2	90.9	627.7	190.6	43.4	-164.0	-69.1	0.0	239.3				

BILAN ENERGETIQUE DE LA SIMULATION

ENERGIE DISPONIBLE DANS LE COMBUSTIBLE (MJ) : 48434.9</div

BILAN POUR LE METAL :

ENERGIE CONTENUE DANS LE PIED ET LES REBUTS AU DEBUT DE LA SIMULATION (MJ) :	16358.5
ENERGIE AJOUTEE PAR LE METAL EN FUSION (MJ) :	57533.9
ENERGIE AJOUTEE PAR LES GAZ DE COMBUSTION (MJ) :	8682.6
ENERGIE ENLEVEE AVEC L'ECUME (MJ) :	-841.8
ENERGIE PERDUE VERS LE PLANCHER (MJ) :	-231.8
ENERGIE ACCUMULEE DANS LE METAL PENDANT LA SIMULATION (MODELE) (MJ) :	65143.0
ENERGIE ACCUMULEE DANS LE METAL PENDANT LA SIMULATION (CALCUL) (MJ) :	66396.5
ERREUR SUR LE BILAN (%) :	-1.888

BILAN D'ENERGIE SUR LA VOUTE ET LES MURS DU FOUR :

ENERGIE CONTENUE AU DEBUT DE LA SIMULATION (MJ) :	46752.9
ENERGIE AJOUTEE PAR LES GAZ DE COMBUSTION (MJ) :	6894.5
ENERGIE PERDUE VERS L'ENVIRONNEMENT (MJ) :	-4510.7
ENERGIE ACCUMULEE PENDANT LA SIMULATION (MJ) :	2383.9

BILAN D'ENERGIE SUR LE PLANCHER DU FOUR :

ENERGIE CONTENUE AU DEBUT DE LA SIMULATION (MJ) :	44498.0
ENERGIE AJOUTEE PAR LA CONDUCTION DU METAL (MJ) :	231.8
ENERGIE PERDUE VERS L'ENVIRONNEMENT (MJ) :	-807.2
ENERGIE ACCUMULEE PENDANT LA SIMULATION (MJ) :	-575.7

LES EFFICACITES MOYENNES POUR TOUT LE CYCLE

0.210	0.831	0.174
-------	-------	-------

MASSE DU SOLIDE RESTANT ET DU LIQUIDE (KG) : 0.0 72000.0

LE TEMPS TOTAL DE LA SIMULATION (s) : 18702.00

LE TAUX DE REFONTE GLOBAL (TEMPS TOTAL) (t/h) : 3.096

LE TAUX DE REFONTE (TEMPS DE CHAUFFAGE) (t/h) : 4.184

LE TAUX DE REFONTE DE L'USINE (760 C) (t/h) : 2.124

6.2 SIMULATIONS

Dans l'opération d'un four, différentes pratiques sont possibles. Les buts recherchés peuvent être l'augmentation de la productivité ou encore la réduction des coûts d'opération. Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus relatifs à deux (2) pratiques connues soit:

- 1) l'effet du brassage en continu à l'azote versus deux (2) courtes périodes de brassage.
- 2) l'effet de l'ajout du métal en fusion au début de la fournée versus l'ajout après une période de préchauffage du solide.

Le brassage en continu à l'azote consiste non seulement à prolonger la période de brassage, mais également de brasser pendant les périodes de chauffage. Le brassage en continu à l'azote a comme but d'accélérer la fusion du solide, de diminuer le gradient de température du métal pour augmenter le transfert de chaleur et d'augmenter, par le fait même, la productivité.

On définit trois (3) taux de refonte différents calculés par le modèle. Le taux de refonte basé sur le temps de chauffage théorique. Noté T_R^C , il est exprimé comme le rapport de la masse de solide à fondre sur le temps nécessaire avec le brûleur ouvert t^C , pour que le dernier noeud solide devienne liquide. L'expression s'écrit:

$$T_R^C = \frac{M_{6,S}}{t_C} \quad (6.34)$$

Le second taux de refonte basé sur le temps total t^T s'exprime de la même façon. L'expression est:

$$T_R^T = \frac{M_{6,S}}{t^T} \quad (6.35)$$

Finalement, on définit le taux de refonte de l'usine. On l'exprime comme le rapport de la masse à fondre sur le temps nécessaire pour amener le thermocouple à une température particulière (ex: 760 °C). L'expression utilisée est:

$$T_R^U = \frac{M_{6,S}}{t_U} \quad (6.36)$$

6.2.1 Effet du brassage en continu à l'azote

Afin d'évaluer l'effet du brassage en continu, nous effectuons deux (2) simulations en admettant que tous les paramètres physiques et opératoires sont identiques pour les deux (2) simulations, sauf en ce qui concerne la pratique du brassage en continu.

Le tableau 6.1 présente les simulations effectuées.

FOUR	Numéro des simulations	Description des simulations	Critère d'arrêt des simulations
A	1	Fournée conventionnelle avec la période de brassage préliminaire à l'azote	Température moyenne du métal liquide à 750°C
A	2	Fournée particulière avec le brassage en continu à l'azote sans le brassage préliminaire à l'azote	Même énergie transférée au métal que celle de la simulation 1

Tableau 6.1: Description des simulations 1 et 2

Les principaux résultats obtenus sont résumés dans le tableau 6.2 qui suit:

Paramètres étudiés	Simulation		Effet du brassage en continu		Remarques
	1	2	Gain %	Perte %	
Taux de refonte théorique T_R^C (t/h)	4.184	5.398	29.0		Accélère la fusion
Taux de refonte de l'usine T_R^U (t/h)	2.123	2.584	21.7		
Energie totale consommée (GJ)	49.09	48.15	1.9		Non-significatif
Temps total de la fournée incluant la coulée de 4h (min.)	554.	536.	3.3		Gain en productivité

Tableau 6.2: Résultats obtenus pour la simulation de l'effet du brassage en continu à l'azote

On remarque que la pratique du brassage en continu est avantageuse pour accélérer la fusion. En effet, le modèle prédit un gain de 29% sur le taux de refonte théorique.

Pour le taux de refonte de l'usine, le gain est plus faible mais néanmoins considérable. On explique cette augmentation de la fusion par l'augmentation de la température du liquide, près du solide, causée par le brassage et par une plus basse température de surface du métal liquide, accélérant ainsi le transfert de chaleur vers le métal.

De plus, le brassage en continu raccourcit le temps de la fournée. On trouve un gain de 18 minutes, soit 3.3%.

Cette réduction du temps est explicable en partie par le fait que nous avons éliminé la période de brassage préliminaire, mais elle est surtout le résultat d'un meilleur transfert de chaleur vers le métal déjà vu plus haut.

Par contre, au niveau de la réduction des coûts du combustible, les chiffres semblent être moins éloquents. Il s'agirait d'un gain de 1.9%.

6.2.2 Effet de l'ajout du métal en fusion au début de la fournée

Cette pratique consiste à ajouter, dès le début de la fournée, la masse de métal liquide venant d'un four de maintien. On chercherait par cette pratique à augmenter la fusion et la productivité. Le tableau 6.3 qui suit présente les simulations étudiées. Noter que la simulation

3 de ce tableau est la même que la simulation 2 du tableau précédent.

FOUR	Numéro des simulations	Description des simulations	Critère d'arrêt des simulations
A	3	Fournée particulière avec le brassage en continu et un préchauffage initial du solide	Température moyenne du métal liquide à 750 °C
A	4	Fournée particulière avec le brassage en continu et le transfert initial du métal en fusion	Même critère que ci-haut

Tableau 6.3: Description des simulations 3 et 4

Les principaux résultats obtenus avec le modèle sont résumés dans le tableau 6.4 suivant:

Paramètres étudiés	Simulation		Effet de l'ajout initial du métal en fusion		Remarques
	3	4	Gain %	Perte %	
Taux de refonte théorique T_R^C (t/h)	5.398	3.975		26.4	La fusion est ralentie
Taux de refonte de l'usine T_R^U (t/h)	2.584	2.669	3.3		
Energie totale consommée (GJ)	48.15	51.21		6.4	Plus coûteux en énergie
Temps total de la fournée incluant la coulée de 4h (min.)	536.	541.		1.1	Non significatif

Tableau 6.4: Résultats obtenus pour la simulation de l'effet de l'ajout du métal en fusion dès le début de la fournée

On remarque que le fait d'ajouter le métal en fusion dès le début de la fournée n'est pas avantageux. L'explication la plus plausible est que le métal liquide, ajouté au début, limite le transfert de chaleur vers le métal puisque la température de surface du métal T_D est en moyenne plus élevée dès le début de la fournée. On note que l'efficacité globale de la simulation 4 est plus basse de 1.1% comparativement à la simulation 3.

6.2.3 Recherche d'un débit de combustible optimal

Dans cette section, nous cherchons un débit de combustible au brûleur qui est optimal, en référence à un indice de performance bien adapté au mode opératoire d'un tel four. Au point de vue énergétique, c'est vers la recherche d'un taux de fusion maximal pour une consommation minimale que les efforts tendent à converger. L'indice de performance choisi à minimiser peut alors être défini comme le rapport de la consommation spécifique sur le taux de refonte théorique (Taborin, 1976). La relation ainsi obtenue pour l'indice de performance J_1 s'écrit:

$$J_1 = \frac{C_S}{T_R^C} = \frac{\left(\frac{\int_0^{t^C} \dot{n}_C dt}{M_{\theta,S}} \right)}{\left(\frac{M_{\theta,S}}{t^C} \right)} \quad (6.37)$$

L'intégration sur le temps est faite pour les périodes où le brûleur est ouvert.

Compte tenu du mode opératoire habituel, nous admettons un débit de combustible constant pour toute la durée d'une fournée. Par contre, le

débit de combustible varie entre les fournées étudiées. L'expression de l'indice de performance devient:

$$J_1 = \frac{C_s}{T_R^C} = \left(\frac{t^C \dot{n}_C}{M_{s,S}} \right) \left(\frac{t^C}{M_{s,S}} \right) = \frac{\dot{n}_C}{(T_R^C)^2} \quad (6.38)$$

L'indice est ainsi défini comme le rapport du débit de combustible sur le taux de refonte théorique au carré.

Afin de trouver le débit optimal, huit (8) simulations sont faites en gardant tous les paramètres physiques et opératoires constants sauf le débit du combustible qui varie de 150 m³/h. à 650 m³/h.

La figure 6.17 présente les résultats des huit (8) simulations. Trois (3) courbes sont présentées sur le graphique. La première présente la valeur calculée de l'indice de performance en fonction du débit de combustible. On remarque que l'indice passe par un minimum absolu dans la plage d'opération du brûleur. En effet, le débit de 300 m³/h apparaît comme la valeur optimale pour le four de l'étude en opération normale en regard à l'indice J₁.

La seconde courbe montre la consommation totale nécessaire pour atteindre la fusion de la masse solide de 8.66 tonnes considérée.

Notons l'augmentation constante de la consommation totale lorsque le débit augmente. Pour atteindre la fusion plus rapidement, il ne semble pas avantageux d'augmenter le débit de combustible au brûleur, puisque la fusion apparaît lors du brassage préliminaire.

Finalement, la troisième courbe présente le temps nécessaire pour atteindre la fusion complète. Le temps décroît lorsque le débit de combustible augmente uniquement de 0 à 350 m³/h. Le débit de 350 m³/h apparaît comme celui qui permet un transfert de chaleur suffisant, pendant le chauffage avant le brassage, pour que ce brassage permette d'atteindre la fusion.

En résumé, pour le four de l'étude, l'optimum de l'indice J_1 est atteint pour un débit de combustible compris entre 300 et 350 m³/h.

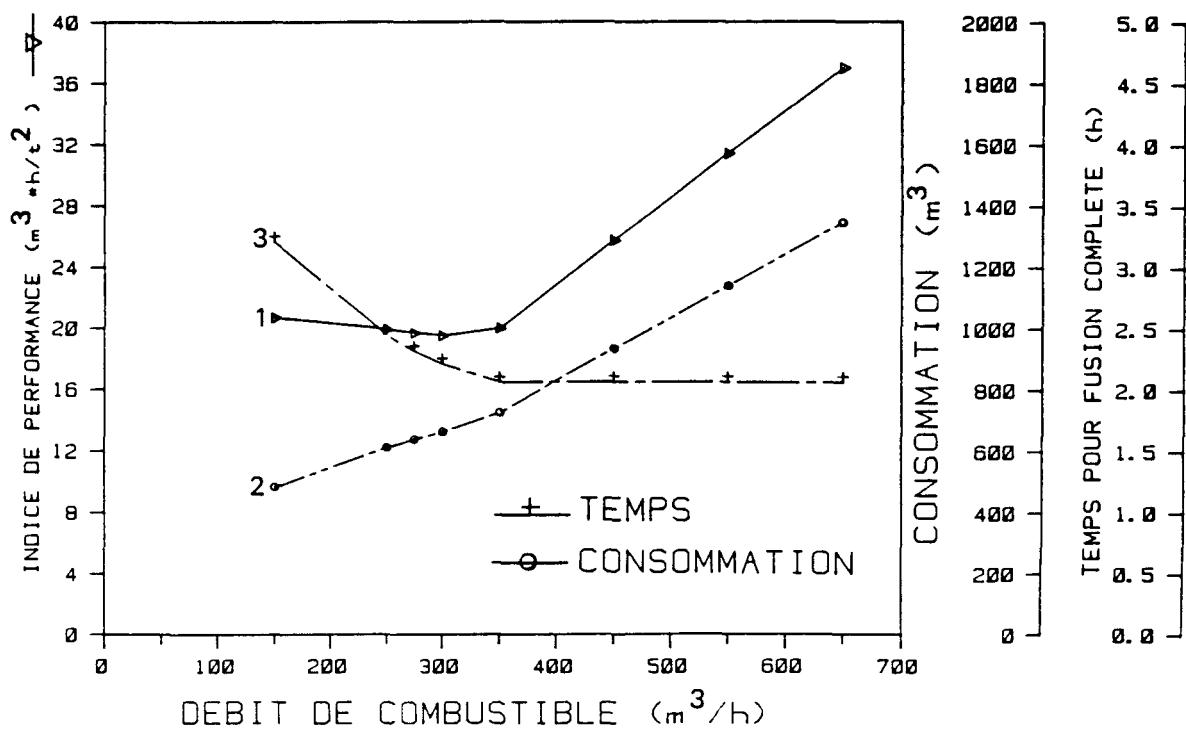


Figure 6.17: Graphique de la fonction de coût, de la consommation et du temps de la fusion versus le débit du combustible

6.3 Limites d'application du modèle

Il est évident que toutes les hypothèses simplificatrices, posées auparavant lors de l'élaboration du modèle, sont autant de limites qui réduisent la généralité.

Les principales limites du modèle sont:

- la solution de l'équation de diffusion de la chaleur est faite à une dimension dans l'espace pour le métal. Ainsi, on ne peut considérer la présence d'un bloc solide possédant une géométrie particulière.
- le terme de transport dans l'équation de diffusion n'est pas considéré pour le métal. On ne peut donc pas traiter et analyser l'effet de la convection naturelle sur la fonte du solide.
- la solution de l'équation de conservation de la quantité de mouvement n'est pas faite pour les gaz dans la chambre de combustion. On ne peut donc pas étudier l'effet de la recirculation des gaz sur la flamme et sur le transfert de chaleur vers le métal et les réfractaires.
- le fait de considérer une zone unique pour le calcul de l'échange d'énergie radiative par la méthode des zones, diminue la précision obtenue pour les taux de transfert de chaleur et pour le champ de température du gaz dans la chambre.

CONCLUSION

Une simulation numérique a été construite pour analyser le fonctionnement d'un four de maintien et de refonte d'aluminium. Compte tenu des objectifs initiaux, certaines simplifications ont été posées pour rendre le simulateur peu coûteux en temps d'ordinateur en vue d'une utilisation future.

Le modèle a été validé sur un four en opération. Les résultats prédicts comparés aux mesures ont démontré de façon raisonnable la fiabilité du modèle.

Les simulations successives ont montré que le modèle est capable d'analyser les effets de certaines pratiques particulières sur l'efficacité énergétique et la productivité, telles le brassage en continu à l'azote et l'ajout, dès le début de la fournée, du métal en fusion.

Il a été trouvé que le brassage en continu à l'azote permet d'augmenter de près de 30% le taux de refonte, et de près de 3.5% la productivité, tandis que l'ajout du métal en fusion, dès le début de la fournée, ne donne ni une économie d'énergie, ni un gain en productivité.

Une simulation de la fournée avec les portes fermées a aussi été faite, montrant un gain de 2.7% en productivité et une économie d'énergie de 8%.

Finalement, une fonction de coût a été définie afin de déterminer un débit optimal du combustible au brûleur.

Cette fonction de coût est définie comme le rapport de la consommation spécifique sur le taux de refonte. Le débit optimal trouvé se situe entre 300 et 350 m³/h pour le four de l'étude.

BIBLIOGRAPHIE

Antcliff, R.R. and Jarrett, O. - Comparison of CARS Combustion Temperatures With Standard Techniques ". - AIAA 18th Thermophysics Conference, Montreal, Canada, (June 1-3 1983), pp.45-57.

Armstrong, H.C. - "Characteristic Furnace Curves as an Aid to Fuel Control". - Engineer, vol. 144 (1927), p.445-447.

Beer, J.M. - "Radiation from Flames Furnaces". - In: Combustion Technology: Some Modern Developments. - New York: Academic Press 1974, pp.213-238.

Beer, J.M., Csorba, T. and Csaba, J. - J. Magy. Energiaagazdasag, vol.2 (1956), p.61 (Transl.: Ministry of Power (G.B) No. T. 179).

Behringer, H. - Communication Privée. - Pennsylvania: Brockway Glass Co., 1970.

Bird, R.B. - Transport Phenomena / by R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lighthfoot. - Toronto: John Wiley and Sons, 1960. - 780 p.

Boelter, L.M.K., Young, G., Iversen, H.W. - NACA TN (1948), p.1451.

Cannon, P. - The Calculation of Radiative Heat Flux in Furnace Enclosures Using the Monte Carlo Method. - M.Sc.E. Thesis in Chem. Eng., University of New Brunswick, Fredericton, N.B., Can. 1967.

Carlson, B.G. and Lathrop, K.D. - "Transport Theory - the Method of Discrete Ordinates". - In: Computing Methods in Reactor Physics / edited by Greenspan et al. - Gordon and Breach, 1968.

Carnahan, Brice - Applied Numerical Methods / by B. Carnahan, H.A. Luther and James O. Wilkes. - Toronto: John Wiley & Sons, 1969.

Chandrasekhar, S. - Radiative Transfer. - Dover, 1960.

Civan, F. and Sliepcevich, C.M. - "Efficient Numerical Solution for Enthalpy Formulation of Conduction Heat Transfer with Phase Change." - Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 27, no 8 (1984), pp.1428-1430.

Crowther, J. - "Preliminary Studies of Heat Transfer in Non-Ferrous Metal Research Association. Presented at the Int. Flame Res. Foundation's and Members Conf., IJmuiden (May 1971).

Csaki, F. - Modern Control Theories - Nonlinear, Optimal and Adaptive Systems. - Budapest: Akademia Kiado, 1972.

Davidson, B. - Newton Transport Theory. - Oxford: Clarendon Press,
1957.

Demarco, A.G. - A New Flux Method for the Calculation of Radiation Heat Transfer in Three Dimensioned Combustion Chambers. M.Sc.
Thesis, London University, England, 1974.

Demarco, A.G. and Lockwood, F.C. - "A New Flux Method for the Calculation of Radiation in Furnaces". - La Rivista dei Combustibili, vol. 29, fasc. 5-6 (1975), pp. 184-196.

Dolezal, R. - Large Boiler Furnaces - Amsterdam: Elsevier, 1967.

Edwards, D.K. - "Molecular Gas Band Radiation". - Advances in Heat Transfer, vol. 12 (1976), pp. 115-193.

Elliot, C.M. and Ockendon, J.R. - "Weak and Variational Methods for Moving Boundary Problems" In: Research Notes in Mathematics. - Pitman Advanced Publishing Program, 1982. - 213 p.

Essenhigh, R.H. and Tsai, Y.W. - "Furnace Analysis Applied to Operation and Design of Glass-Melting Tanks". - Glass Ind., vol. 50 (1969), p. 278, 333.

Evans, E.C. and Bailley, E.J. - "Blast Furnace Data and Their Correlation". - J. Iron Steel Inst., vol. 117 (1928), p. 53.

Fujii, T. and Imura, H. - Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol.15
(1972), p.755.

Gokcen, N.A. - Thermodynamics. - Hawthorne: Techscience, 1975 -
460p.

Gumz, W. - Kurzes Handbuch der Brennstoff und Feuerungs - Technik -
Berlin: Springer, 1962.

Gupta, R.S. and Kuman, A. - "Treatment of Multi-Dimensional Moving
Boundary Problems by Coordinate Transformation". - Int. J. of
Heat and Mass Transfer, vol.28, no 7 (1985), pp.1355-1366.

Gurwich, A.M. and Blokh, A.G. - Energomashinostroenie, vol.11
(1956).

Hawthorne, W.R., Weddell, D.S. and Hottel, H.C. - "Mixing and
Combustion in Turbulent Gas Jets". - Third International
Symposium on Combustion (1949), pp.266-287.

Heiligenstaedt, W., - Thermique Appliquée aux Fours Industriels -
Tomes I-II: - Paris: Dunod, 1971.

Hirschfelder, J.O. - The Molecular Theory of Gases and Liquids /
J.O. Hirschfelder, C.F. Curtis, R.B. Bird. - New Yord: Wiley
and Sons, 1954.

Hottel, H.C. - Fourth International Symposium on Combustion (1953),
p.97.

Hottel, H.C. - "The Melchett Lecture for 1960; Radiative Transfer in
Combustion Chambers". - J. Inst. Fuel, vol.34 (1961),
pp.220-234.

Hottel, H.C. - Notes on Furnaces and Furnace Measurements. -
Cambridge: M.I.T., 1987.

Hottel, H.C. - Notes on Heat Transfer in the Combustion Chamber of
a Furnace. - Cambridge: M.I.T., Dec. 1936.

Hottel, H.C. and Cohen, E.S. - "Radiant Heat Exchange in a
Gas-Filled Enclosure: Allowance for Nonuniformity of Gas
Temperature". - A.I.C.H.E Journal, vol.4, no1 (March 1958), pp.
3-14.

Hottel, H.C. and Sarofim, A.F. - "The Effect of Gas Flow Patterns on
Radiative Transfer in Cylindrical Furnaces". - Int. J. Heat
Mass Transfer, vol.8 (1965), pp.1153-1169.

Hottel, H.C. and Sarofim, A.F. Radiative Transfer. - Toronto: Mc-
Graw-Hill, 1967.

Hudson, J.G. - "Heat Transmission in Boilers". - Engineer, vol.70 (1890), pp.449-450, 483-484, 523-524.

Hutchinson, P., Khalil, E.E., Whitelaw, J.H. and Wigley, G. - "Influence of Burner Geometry on Small Scale Furnaces Performance". - Proc. 2nd European Symp. on Combustion (1975), p.675.

Incropera, F.P. - Introduction to Heat Transfer / by F.P. Incropera and D.P. Dewitt. - Toronto: John Wiley and Sons, 1985. - p.711.

James, M.L. - Applied Numerical Methods for Digital Computation / par M.L. James et al. - 2^e éd. - Harper and Row, 1977.

Jeans, J.H. - "The Equations of Radiative Transfer of Energy". - Monthly Notes, Royal Astron. Soc., vol.78 (1917), p.18.

Johnson, T.R. and Beer, J.M. - "Radiative Heat Transfer in Furnaces: Further Development of the Zone Method of Analysis". - Fourtheen International Symposium on Combustion (1972), pp. 639-649.

Khalil, E.E. - Modelling of Furnaces and Combustors. - Kent: Albacus Press, 1982. - p.260.

Kocaefe, Y.S. - Mathematical Modelling of the Interaction Between Flow and Radiative Transfer in Combustion Systems. - Thèse de maîtrise, University of New Brunswick, Chemical Engineering Department, 1982.

Kocaefe, Y.S., Charette, A., Bui, R.T, Stevens, W. - "Predicting Flame Heat Transfer in Melting Furnace". - Light Metals 1986.

Kouganoff, V. - Basic Methods in Transfer Problems. - Dover, 1963.

Kreith, F. and Black, W. Z. - Basic Heat Transfer. - New York: Harper & Row, c1980.

Kuester, J.L. and Mize, J.H. - Optimization Techniques with Fortran. - New York: McGraw-Hill, 1973.

Lailler, P. - "Performance Improvements in Aluminium Melting Furnaces". - Light Metal Age, vol. 41, no 9-10 (octobre 1983), pp.18,20,22-23.

Lapidus, L. - Numerical Solution of Partial Differential Equations in Science and Engineering / by L. Lapidus and G.F. Pinder. - Toronto: John Wiley and Sons, 1982. - p.677.

Lobo, W.E. and Evans, J.E. - "Heat Transfer in the Radiant Section of Petroleum Heaters". - Trans. ASME, vol.35 (1940), p.743.

Lockwood, F.C. and Spalding, D.B. - "Prediction of a Turbulent Duct Flow with Significant Radiation". - Proc. Thermodynamics Colloquium, Evian (1971).

Lowdermilk, W.H., Weiland, W.F., Livingood, J.N.B. - NACA RM E53J07 (1954).

Lowes, T.M., Bartelds, H. and Heap, M.P. - "Prediction of Radiant Heat Flux Distribution". - IFRF Doc. G02/a/26, (1973).

MacLellan, D.E. - Thermal Efficiency of Industrial Furnaces: a Study of the Effect of Firing Rate and Output (M.S. Thesis). - Pennsylvania State Univ., University Park, 1965.

McAdams, W.H. - In: Heat Transmission. - 3rd ed.
- New-York: McGraw-Hill, 1954, chap. 4.

Michaud, M. - Sc. D., Thèse Université de Paris, 1951.

Moffat, R.J. - "Gas Temperature Measurement". - In: Temperature - Its Measurement and Control in Science and Industry, vol.3 / edited by C.M. Herzfeld. - New York: Reinhold Publishing Corp., 1982.

Mooses, A.J. - The Practicing Scientist's Handbook. - Van Nostrand Reinhold, 1978.

Orrok, G.A. - "Radiation in Boiler Furnaces". - Trans. ASME, Vol.48,
no 3 (1926), p.218.

Ozisik, M.N. - Heat Conduction. - Toronto: Wiley and Sons, 1980. -
687 p.

Palmer, H.B. - Combustion Technology: Some Modern Developments /
edited by H.B. Palmer and J.M. Beer. - New York: Academic
Press, 1974. - 455 p.

Pham, Q.T. - "A Fast Unconditionally Stable Finite Difference Scheme
for Heat Conduction with Phase Change". - Int. J. of Heat and
Mass. Transfer, vol.28 (1985), pp.2079-2084.

Plibrico (Canada) Limitée. - Produits Réfractaires Monolithiques.
Dépliant publicitaire. - 17 p.

Press, W.H. - Numerical Recipes / W.H. Press, B.P. Flannery, S.A.
Teukolsky. - London: Cambridge University Press, 1986. - 818 p.

Richardson, D.E. - "Factors Affecting the Efficiency of a Lancashire
Boiler". - J. Inst. Fuel, vol.35 (1962), pp.290-295.

Sarjant, R.J. - "Fuel Economy in Melting and Reheating Furnaces". - J. Inst. Fuel, vol.10 (1937), pp.355-377.

Schmidt, E. and Eckert, E. - Forsch. Gebiete Ingenierw., vol.6 (1935), pp.175-183.

Selkuk, N., Siddall, R.G. and Beer, J.M. - "A Comparison of Mathematical Models of the Radiative Behaviour of a Large-Scale Experimental Furnace". - Proc. 16th International Symposium on Combustion (1976), p.53.

Siddal, R.G. - "Flux Methods for the Analysis of Radiant Heat Transfer". - Journal of Inst. of Fuel, vol.47 (1974), p.101.

Simard, G. - Communication Interne. - U.Q.A.C., 1987.

Smith, D.M. - "Computers in the Foundry Industry - a Report on a Recent BNF Conference". - Foundry Trade Journal, vol.146, no 3158 (15 March 1979), pp.561-562, 565-566, 568, 572-574.

Smith, T.F., Shen, Z.F., Friedman, J.N. - "Evaluation of Coefficients for the Weighted Sum of Gray Gases Model". - Transactions of the ASME, vol.104 (November 1982), pp.602-608.

Spriet, J.A. - Computer-Aided Modelling and Simulation / by J.A. Spriet and G.C. Van Steenkist. - London: Academic Press, 1982.
490 p.

Stambuleanu, A. - Flame Combustion Processes in Industry - Kent:
Abacus Press, 1976.

Stevens, W. - Effet d'Inclinaison du Brûleur et Brassage pendant la Fusion, Centre de Coulée no 5.- Jonquière: Alcan International Limitée, Novembre 1986 - Rapport interne.

Steward, F.R. and Cannon, P. - "The Calculation of Radiative Heat Flux in a Cylindrical Furnace using the Monte Carlo Method". - Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol.14 (1971), pp.245-262.

Steward, F.R. and Gürüz, H.K. - "Mathematical Simulation of an Industrial Boiler by the Zone Method of Analysis". - In: Heat Transer in Flames / edited by N.H. Afgan and J.M. Beer. - Washington: Scripta Book, 1974.

Steward, F.R. and Tennankore, K.N. - "Towards a Finite Difference Solution Coupled with the Zone Method for Radiative Transfer for a Cylindrial Combustion Chamber". - Journal of the Institute of Energy, (September 1979), pp.107-114.

Surugue, J. - Combustion / par J. Surugue et M. Barrère. - Paris: Librairie Polytechnique Béranger, 1963.

Taborin, H. - Revue de l'Aluminium, no 457 (1976), pp.572-584.

Taylor, P.B. and Foster, P.J. - "The Total Emissivities of Luminous
and Non-Luminous Flames". - Int. J. of Heat and Mass
Transfer, vol.17 (1974), pp.1591-1605.

Tennekes, H. and Lumley, J.L. - A First Course in Turbulence. -
Cambridge: MIT Press, 1972. - 300 p.

Thekdi, A.C. - Studies in Furnace Analysis: Influence of Flame
Emissivity on Furnace Performance (Ph. D. Thesis). -
Pennsylvania State Univ., University Park, 1971.

Thibault, J. - "Comparison of Nine Three-Dimensional Numerical
Methods for the Solution of the Heat Diffusion Equation". -
Numerical Heat Transfer, vol.8 (1985), pp.281-298.

Thibault, M.A. - Communication Privée, Alcan International Ltd
Jonquière, Québec, Can., 1986.

Traustel, S. - BWK, vol.10 (1958), p.8.

Thring, M.W. - The Science of Flames and Furnaces. - 2nd ed. - New
York: Wiley & Sons, 1962.

Thring, M.W. and Newby, M.P. - "Combustion Length of Enclosed
Turbulent Jet Flames". - Fourth International Symposium on
Combustion (1953). pp.789-796.

Thring, M.W. and Reber, J.W. - "The Effect of Output on the Thermal Efficiency of Heating Appliances". - J. Inst. Fuel, vol.18 (1945), p.12.

Touloukian, Y.S. - Thermal Conductivity: Metallic Elements and Alloys. - New York: IFI/Plenum, 1970.

Touloukian, Y.S. - Thermal Diffusivity. - New York: IFI/Plenum, 1973.

Touloukian, Y.S. - Thermal Radiative Properties / by Y.S. Touloukian and D.D. Dewitt. - New York: IFI/Plenum, 1970.

Tremblay, J. - Simulation d'un bain de métal en fusion avec convection naturelle. - M.Sc.A. Thèse en Sciences Appliquées, Université du Québec à Chicoutimi, Qué. 1986.

Trinks, W. - Industrial Furnaces, vol.I - New York: Wiley & Sons, 1951.

Van Wylen, G.V.- Thermodynamique Appliquée / G.V. Van Wylen, R.E. Sonntag, P. Desrochers. - Montréal: Editions du Renouveau Pédagogique, 1981. - 736 p.

Voller, V. and Cross, M. - "Accurate Solutions of Moving Boundary Problems Using the Enthalpy Method". - Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol.24 (1981), pp.545-556.

Warner, C.Y. and Arpaci, V.S. - Int. J. of Heat and Mass Transfer,
vol.11 (1968), p.397.

West, J.S. - "Convective Heating and Revised Controls Improve
Metters' Productivity and Efficiency". - Extrusion Productivity
Through Automation, vol.2 (24-26 April 1984), pp.227-233.

Whalen, P. - Solutions of the Transport Equations for Combustion
Systems Using the Monte Carlo Technique to Calculate Radiative
Fluxes. - M.Sc.E. Thesis in Chem. Eng., University of New
Brunswick, Fredericton, N.B., Can. 1972.

Wilson, D.W., Lobo, W.E. and Hottel, H.C. - "Heat Transmission in
Radiant Sections of Tube Shells". - Ind. Eng. Chem., vol.24
(1932), pp.486-493.

Wohl, K., Gazley, C. and Kapp, N. - "Diffusion Flames". - Third
International Symposium on Combustion (1949), pp.288-300.

Yu, H. - "A Graphical Method for Analyzing Aluminium Melting Furnace
Performance - Theoretical Aspects". - Light Metals 1980, (24-28
February 1980), pp.555-573.

Zuber, I and Konecny, V. - "Mathematical Model of Combustion
Chambers for Technical Applications". - Proc. 4th Symp. on
Flames and Industry: Predictive methods for Industrial Flames,
(1972).

APPENDICE A

EXPRESSION DETAILLEE DU TAUX DE LIBERATION DE CHALEUR
DANS LA CHAMBRE DE COMBUSTION Q₇

L'équation (3.51) peut s'écrire:

$$Q_7 = \sum_{i=1}^R r_i - \sum_{j=1}^P p_j \quad (A.1)$$

où $R = 11$ et $P = 5$

avec les entrées r_i

$$r_1 = \dot{n}_C a \left(\overline{h^0}_{f,CH_4} + \int_{T^0}^{T_{g1}} \overline{C}_{P,CH_4}(T) dT \right) \quad (\text{méthane}) \quad (A.2)$$

$$r_2 = \dot{n}_C b \left(\overline{h^0}_{f,C_2H_6} + \int_{T^0}^{T_{g1}} \overline{C}_{P,C_2H_6}(T) dT \right) \quad (\text{éthane}) \quad (A.3)$$

$$r_3 = \dot{n}_C c \left(\overline{h^0}_{f,C_3H_8} + \int_{T^0}^{T_{g1}} \overline{C}_{P,C_3H_8}(T) dT \right) \quad (\text{propane}) \quad (A.4)$$

$$r_4 = \dot{n}_C d \left(\overline{h^0}_{f,C_4H_{10}} + \int_{T^0}^{T_{g1}} \overline{C}_{P,C_4H_{10}}(T) dT \right) \quad (\text{butane}) \quad (A.5)$$

$$r_5 = \left(\dot{n}_C A' \left(1 + \alpha - \frac{\dot{n}_{O_2}}{\dot{n}_C A'} \right) + \dot{n}_{O_2} \right) \left(\overline{h^0}_{f,O_2} + \int_{T^0}^{T_{a1}} \overline{C}_{P,O_2}(T) dT \right) \quad (A.6)$$

(O_2 dans l'air de combustion et d'enrichissement)

$$r_6 = 0.21 \dot{n}_{air} \left(\overline{h^0}_{f,O_2} + \int_{T^0}^{T_{a1}} \overline{C}_{P,O_2}(T) dT \right) \quad (A.7)$$

(O_2 dans l'air d'infiltration)

$$r_7 = 3.76 \dot{n}_C A' \left(1 + \alpha - \frac{\dot{n}_{O_2}}{\dot{n}_C A'} \right) \left(\overline{h^0}_{f,N_2} + \int_{T^0}^{T_{a1}} \overline{C}_{P,N_2}(T) dT \right) \quad (A.8)$$

(N_2 dans l'air de combustion)

$$r_8 = 0.79 \dot{n}_{air} \left(\overline{h^0}_{f,N_2} + \int_{T^0}^{T_{ai}} C_{P,N_2}(T) dT \right) \quad (A.9)$$

(N_2 dans l'air d'infiltration)

$$r_9 = \dot{n}_{N_2} \left(\overline{h^0}_{f,N_2} + \int_{T^0}^{T_{N_2}} \overline{C}_{P,N_2}(T) dT \right) \quad (A.10)$$

(N_2 pour le brassage)

$$r_{10} = \dot{n}_{Cl_2} \left(\overline{h^0}_{f,Cl_2} + \int_{T^0}^{T_{Cl_2}} \overline{C}_{P,Cl_2}(T) dT \right) \quad (A.11)$$

(Cl_2 pour le fluxage)

$$r_{11} = \dot{n}_{H_2O} \left(\overline{h^0}_{f,H_2O} + \int_{T^0}^{T_{ai}} \overline{C}_{P,H_2O}(T) dT \right) \quad (A.12)$$

$\left(H_2O$ vapeur contenue dans l'air de combustion
et d'infiltration.

avec les sorties p_j

$$p_1 = \dot{n}_1 \left(\overline{h^0}_{f,CO_2} + \int_{T^0}^{T_{rs}} \overline{C}_{P,CO_2}(T) dT \right) \quad (CO_2) \quad (A.13)$$

$$p_2 = \dot{n}_2 \left(\overline{h^0}_{f,H_2O} + \int_{T^0}^{T_{rs}} \overline{C}_{P,H_2O}(T) dT \right) \quad (H_2O\text{ vapeur}) \quad (A.14)$$

$$p_3 = \dot{n}_3 \left(\overline{h^0}_{f,O_2} + \int_{T^0}^{T_{rs}} \overline{C}_{P,O_2}(T) dT \right) \quad (O_2) \quad (A.15)$$

$$p_4 = \dot{n}_4 \left(\overline{h^0}_{f,N_2} + \int_{T^0}^{T_{rs}} \overline{C}_{P,N_2}(T) dT \right) \quad (N_2) \quad (A.16)$$

$$p_5 = \dot{n}_5 \left(\overline{h^0}_{f,Cl_2} + \int_{T^0}^{T_{rs}} \overline{C}_{P,Cl_2}(T) dT \right) \quad (Cl_2) \quad (A.17)$$

Les expressions T_{gi} , T_{ai} , T_{aii} , T_{N_2} , T_{Cl_2} représentent respectivement la température moyenne d'entrée du combustible, de l'air de combustion, de l'air d'infiltration, de l'azote de brassage et du chlore pour le fluxage.

Les polynômes enthalpiques utilisés sur une base molaire pour les gaz ci-hauts s'écrivent:

Le méthane (Mooses, 1978, Van Wylen, 1981):

$$\overline{h^0}_{f,CH_4} + \int_{T_0}^T \overline{C}_{P,CH_4}(T) dT = 2.391 \times 10^{-2} T^2 + 23.61T + 19.228 \times 10^4 T^{-1} - 84683.5 \quad (A.18)$$

$$300 K \leq T \leq 1500 K$$

L'éthane (Mooses, 1978 et Van Wylen, 1981):

$$\begin{aligned} \overline{h^0}_{f,C_2H_6} + \int_{T_0}^T \overline{C}_{P,C_2H_6}(T) dT &= 1.82 \times 10^{-9} T^4 - 2.134 \times 10^{-5} T^3 \\ &\quad + 8.63 \times 10^{-2} T^2 + 6.895T - 93835.0 \end{aligned} \quad (A.19)$$

$$300 K \leq T \leq 1500 K$$

Le propane (Mooses, 1978 et Van Wylen, 1981):

$$\begin{aligned} \overline{h^0}_{f,C_3H_8} + \int_{T_0}^T \overline{C}_{P,C_3H_8}(T) dT &= 7.925 \times 10^{-9} T^4 - 5.23 \times 10^{-5} T^3 \\ &\quad + 1.52 \times 10^{-1} T^2 - 4.042T - 114016.1 \end{aligned} \quad (A.20)$$

$$300 K \leq T \leq 1500 K$$

Le butane (Mooses, 1978 et Van Wylen, 1981):

$$\begin{aligned} \overline{h^0}_{f,C_4H_{10}} + \int_{T_0}^T \overline{C}_{P,C_4H_{10}}(T) dT &= 8.725 \times 10^{-9} T^4 - 6.1 \times 10^{-5} T^3 \\ &\quad + 1.855 \times 10^{-1} T^2 + 3.954T - 142254.0 \end{aligned} \quad (A.21)$$

$$300 K \leq T \leq 1500 K$$

L'oxygène (Mooses, 1978):

$$\overline{h^0}_{f,O_2} + \int_{T_0}^T \overline{C}_{P,O_2}(T) dT = 2.09 \times 10^{-3} T^2 + 29.92T + 16.72 \times 10^4 T^{-1} - 9668.3 \quad (A.22)$$

$$298 K \leq T \leq 3000 K$$

L'azote (Mooses, 1978):

$$\begin{aligned} \overline{h^0}_{f,N_2} + \int_{T_0}^T \overline{C}_{P,N_2}(T) dT &= 1.881 \times 10^{-3} T^2 + 28.54T + 5.016 \times 10^4 T^{-1} \\ &\quad - 8849.1 \end{aligned} \quad (A.23)$$

$$298 K \leq T \leq 3000 K$$

Le chlore (Gocken, 1975):

$$\overline{h^0}_{f,Cl_2} + \int_{T_0}^T \overline{C}_{P,Cl_2}(T) dT = 1.274 \times 10^{-3} T^2 + 33.10T - 9976.9 \quad (A.24)$$

$$298 K \leq T \leq 2000 K$$

La vapeur d'eau (Mooses, 1978 et Van Wylen, 1981):

$$\overline{h^0}_{f,H_2O} + \int_{T_0}^T \overline{C}_{P,H_2O}(T) dT = 5.141 \times 10^{-3} T^2 + 30.51T - 251382.4 \quad (A.25)$$

$$298 K \leq T \leq 2750 K$$

Le gaz carbonique (Mooses, 1978 et Van Wylen, 1981):

$$\begin{aligned} \overline{h^0}_{f,CO_2} + \int_{T_0}^T \overline{C}_{P,CO_2}(T) dT &= 4.39 \times 10^{-3} T^2 + 44.18T + 8.61 \times 10^5 T^{-1} \\ &\quad - 409974.5 \end{aligned} \quad (A.26)$$

$$298 K \leq T \leq 2500 K$$

L'expression finale de Q_7 est obtenue en substituant les équations A.2 à A.26 dans l'équation A.1. La variable indépendante est la température moyenne de sortie des gaz de la chambre de combustion T_{7S} .

APPENDICE B
MODELE DU GAZ REEL

On peut classifier en quatre (4) catégories les types de modèle pour la prédiction des propriétés radiatives d'un gaz, telles l'émissivité et l'absorptivité. Les catégories sont:

- 1) modèles à bandes étroites ("narrow-band models")
- 2) modèles exponentiels à bandes larges ("exponential wide-band models")
- 3) modèles à une somme pondérée de gaz gris ("weighted sum of gray gases")
- 4) les tables et corrélations

Dans ce modèle, nous utilisons la représentation du gaz réel par une somme pondérée de trois (3) gaz gris et d'un gaz clair.

L'émissivité

Les coefficients de pondération $a_n(T_g)$ associés à chaque gaz gris peuvent être vus comme la fraction d'énergie du corps noir dans la région du spectre où le coefficient d'absorption k_n existe. Pour le premier gaz gris, $k_0=0$, pour tenir compte des fenêtres où il n'y a pas d'absorption.

Puisque l'émissivité totale augmente lorsque le produit pL augmente, on trouve qu'à la limite, la somme des coefficients égale 1. Les coefficients à trouver sont:

$$a_o(T_g) = 1 - \sum_{n=1}^N a_n(T_g) , \quad N = 3 \quad (B.1)$$

Les expressions polynomiales pour les coefficients $a_n(T_g)$ sont de la forme:

$$a_n(T_g) = 1 - \sum_{j=1}^J b_n^j T_g^{j-1} , \quad J = 3 \quad (B.2)$$

Pour trouver les coefficients polynomiaux b_n^j , la technique de Fletcher-Powel (Kuester et Mize, 1973) est utilisée pour un ajustement des courbes sur les valeurs expérimentales de l'émissivité $\epsilon_{\text{exp}}(T_g, pL)$. On cherche à minimiser la fonction objective $\phi(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ sans contraintes sur le domaine. Dans ce cas-ci, la fonction objective s'écrit:

$$\phi(T_g^q, (pL)^r) = \sum_q^Q \sum_r^R \left(\frac{\epsilon_{\text{exp}}(T_g^q, (pL)^r) - \epsilon(T_g^q, (pL)^r)}{\epsilon_{\text{exp}}(T_g^q, (pL)^r)} \right)^2 \quad (B.3)$$

La somme est faite sur r pour les valeurs de pL et sur q pour les valeurs des températures du gaz. Les valeurs trouvées pour un mélange dont le rapport $P_{H_2O}/PCO_2 = 2$ sont (Smith et al., 1982):

n	k_n	$b_n^1 \times 10^1$	$b_n^2 \times 10^4$	$b_n^3 \times 10^7$	$b_n^4 \times 10^{11}$
1	0.4201	6.508	-5.551	3.024	-5.353
2	6.516	-0.2504	6.112	-3.882	6.528
3	131.9	2.718	-3.118	1.221	-1.612

Tableau B.1: Coefficients pour le calcul de l'émissivité du gaz dans la chambre de combustion

L'absorptivité

Pour l'absorptivité, les coefficients de pondération $a'_n(T_g, T_s)$ sont fonction de la température de la source T_s . La même technique d'ajustement des courbes est utilisée. Les coefficients s'expriment ainsi:

$$a'_o(T_g, T_s) = 1 - \sum_{n=1}^N a'_n(T_g, T_s) \quad (B.4)$$

avec les polynômes:

$$a'_n(T_g, T_s) = \sum_{j=1}^J \left(\sum_{k=1}^K (c_n^{j,k} T_s^{k-1}) \right) T_g^{j-1} \quad , \quad J = 4 \text{ et } K = 4 \quad (B.5)$$

Pour le même mélange considéré, les coefficients c_n^{jk} sont (Smith et al., 1982):

n	j	1	2	k	3	4
1	1	0.59324 E-00	-0.61741 E-03	0.29248 E-05	-0.45823 E-10	
2	1	-0.35664 E-01	0.21502 E-03	-0.13648 E-06	0.24284 E-10	
3	1	0.12951 E-00	0.54520 E-04	-0.80049 E-07	0.17813 E-10	
1	2	0.35739 E-03	0.22122 E-06	-0.26380 E-09	0.45951 E-13	
2	2	0.51605 E-03	-0.70037 E-06	0.38680 E-09	-0.70429 E-13	
3	2	0.15210 E-03	-0.37750 E-06	0.21019 E-09	-0.36011 E-13	
1	3	-0.71313 E-06	0.46181 E-09	-0.70858 E-13	0.38038 E-17	
2	3	0.12245 E-06	0.99434 E-10	-0.15598 E-12	0.37664 E-16	
3	3	-0.13165 E-06	0.20719 E-09	-0.96720 E-13	0.14807 E-16	
1	4	0.17806 E-09	-0.11654 E-12	0.19939 E-16	-0.13486 E-20	
2	4	-0.57563 E-10	-0.10109 E-13	0.35273 E-16	-0.89872 E-20	
3	4	0.26672 E-10	-0.34803 E-13	0.14336 E-16	-0.19754 E-20	

Tableau B.2: Coefficients pour le calcul de l'absorptivité du gaz dans la chambre de combustion

APPENDICE C

ALGORITHME POUR L'OUVERTURE DES PORTES

Dans la chambre de combustion, nous admettons une enceinte à trois (3) surfaces grises A_D , A_{EV} , A_{EP} . On calcule les facteurs de forme F pour chacune des paires de surface.

L'algorithme pour le calcul des aires d'échange total est le suivant:

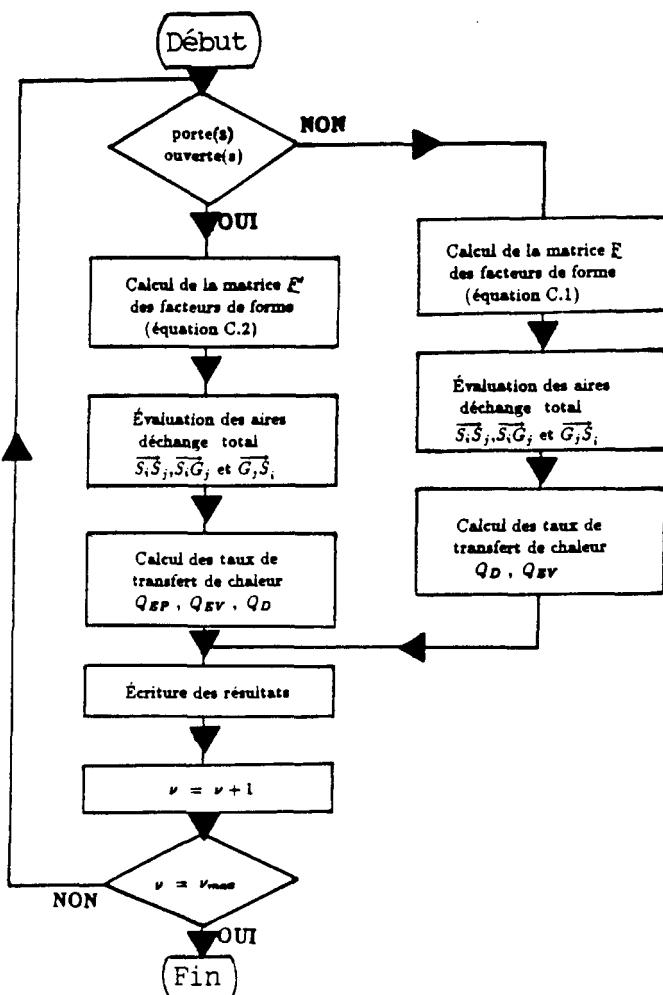


Figure C.1: Algorithme pour tenir compte de l'ouverture des portes du four sur le bilan énergétique

Lorsque les portes sont fermées, la troisième surface est l'aire intérieure des portes, prise à la température T_E et à l'émissivité ϵ_E . Pour le four de l'étude, on trouve la matrice \underline{F} suivante:

$$\underline{F} = \begin{pmatrix} 0 & 0.86 & 0.14 \\ 0.552 & 0.33 & 0.118 \\ 0.43 & 0.57 & 0 \end{pmatrix} \quad (C.1)$$

Lorsqu'il y a ouverture de une ou plusieurs portes, on doit calculer à nouveau les facteurs de forme. La troisième surface (les portes) est prise à la température $T_3 = T_g$ et à une émissivité $\epsilon_3 = 0.99$. L'expression de la matrice \underline{F}' des facteurs de formes s'écrit:

$$\underline{F}' = \begin{pmatrix} 0 & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & 0 \end{pmatrix} \quad (C.2)$$

avec:

$$F_{13} = \begin{cases} 0.039 & \text{si une porte ouverte} \\ 0.055 & \text{si deux portes ouvertes} \\ 0.086 & \text{si trois portes ouvertes} \\ 0.099 & \text{si quatre portes ouvertes} \\ 0.14 & \text{si cinq portes ouvertes} \end{cases} \quad (C.3)$$

$$F_{12} = 1 - F_{13} \quad (C.4)$$

$$F_{31} = \frac{A_D}{A_{EP}} F_{13} \quad (C.5)$$

$$F_{32} = 1 - F_{31} \quad (C.6)$$

$$F_{21} = \frac{A_D}{A_{EV}} F_{12} \quad (C.7)$$

$$F_{23} = \frac{A_{EP}}{A_{EV}} F_{32} \quad (C.8)$$

$$F_{22} = 1 - F_{21} - F_{23} \quad (C.9)$$

Les aires des portes A_{EP} et des réfractaires A_{EV} sont calculées à partir du nombre de portes ouvertes. La surface extérieure des murs du four A_{FM} est corrigée pour tenir compte de l'ouverture d'une ou de plusieurs portes.

APPENDICE D

EXPRESSION DES COEFFICIENTS DE TRANSFERT DE CHALEUR

PAR CONVECTION DES GAZ VERS LE METAL h_D^C ET LES REFRACTAIRES h_{EV}^C

On utilise l'analyse dimensionnelle pour le calcul du nombre de Nusselt pour un conduit rectangulaire. L'équation proposée par Lowdermilk et al., 1954, pour une différence de température importante entre le gaz et les parois en écoulement turbulent, s'écrit:

$$Nu_f = 0.023(Re)_f^{0.8}(Pr)_f^{0.4} \quad (D.1)$$

Le nombre de Reynolds est évalué à la température du film donnée par:

$$T_f = \frac{T_7 + T_{paroi}}{2} \quad (D.2)$$

En opération normale, le nombre de Reynolds pour les gaz s'écoulant dans la chambre vaut approximativement:

$$\begin{aligned} & 2750 \leq Re \leq 7500 \\ \text{pour } & 1000 C \geq T_7 \geq 400 C \\ & 250 \frac{m^3}{h} \leq \dot{m}_c \leq 450 \frac{m^3}{h} \end{aligned} \quad (D.3)$$

On note que l'écoulement est dans la région de transition entre le régime laminaire et turbulent.

L'équation (D.1) explicitée pour le coefficient de transfert de chaleur par convection s'exprime comme suit:

$$h = 23 \times 10^{-6} \frac{\bar{V}^{0.8}}{D_H^{0.2}} \left(k \left(\frac{\rho}{\mu} \right)^{0.8} Pr^{0.4} \right)_f \quad (D.4)$$

Pour tenir compte de l'entrée du combustible et du comburant par le brûleur, Boelter et al., 1948 proposent une correction pour le coefficient de transfert de chaleur. L'équation proposée s'écrit:

$$\bar{h} = \left(1 + F_1 \frac{D_H}{L_C} \right) h \quad (D.5)$$

D_H représente le diamètre hydraulique calculé comme suit:

$$D_H = \frac{4A}{p} = \frac{4(L_7 L_{7,L})}{2(L_7 + L_{7,L})} \quad (D.6)$$

p , représente le périmètre de la section de la chambre de combustion, perpendiculaire à l'écoulement, ayant une aire notée A.

F_1 est le facteur de correction pour l'entrée par l'orifice du brûleur. Le tableau D.1 suivant présente les valeurs proposées par Boelter et al., 1948. Notons que la correction est applicable pour $L_C/D_H > 5$. Pour le four de l'étude, on trouve:

$$\frac{L_C}{D_H} \simeq \frac{10.76 \text{ m}}{1.81 \text{ m}} = 5.94 \quad (D.7)$$

ENTREE	F_1
—	0.7
— GRILLE —	1.2
— LONG COURT —	~3
— COURT LONG —	1.4
—	~5
—	~7
— 6.5 cm ² —	~16
— 14.5 cm ² —	~7

Tableau D.1: Facteur d'entrée F_1 , utilisable avec l'équation D.5

L'expression corrigée pour le coefficient de transfert de chaleur s'écrit:

$$\bar{h} = 23 \times 10^{-6} \left(1 + F_1 \frac{D_H}{L_C} \right) \frac{\bar{V}^{0.8}}{D_H^{0.2}} \left(k \left(\frac{\rho}{\mu} \right)^{0.8} Pr^{0.4} \right)_f \quad (D.8)$$

L'expression entre parathèses évaluée pour l'air à la température du film T_f , vaut approximativement (Kreith et Black, 1980):

$$\left(k \left(\frac{\rho}{\mu} \right)^{0.8} Pr^{0.4} \right)_f \simeq C_1 \exp \left(C_2 \frac{(T_f + T_{paroi})}{2} \right) \quad (D.9)$$

avec:

$$C_1 = 189.1 \quad \left[\frac{kW s^{0.8}}{m^{2.6} C} \right] \quad (D.10)$$

$$C_2 = 8.66 \times 10^{-4} \quad [C^{-1}] \quad (D.11)$$

Finalement, on trouve les expressions suivantes pour les coefficients cherchés:

$$h_D^C = 23 \times 10^{-6} \left(1 + F_1 \frac{D_H}{L_C} \right) \frac{\bar{V}^{0.8}}{D_H^{0.2}} \left(189.1 \exp \left(8.66 \times 10^{-4} \frac{(T_f + T_D)}{2} \right) \right) \quad (D.12)$$

$$h_{EV}^C = 23 \times 10^{-6} \left(1 + F_1 \frac{D_H}{L_C} \right) \frac{\bar{V}^{0.8}}{D_H^{0.2}} \left(189.1 \exp \left(8.66 \times 10^{-4} \frac{(T_7 + T_E)}{2} \right) \right) \quad (D.13)$$

pour $300 K \leq T_f \leq 1273 K$

On note que les équations (D.12 et D.13) tiennent compte des propriétés variables en température, pour le gaz qui est considéré comme ayant les mêmes propriétés que l'air à la même température.

APPENDICE E

EXPRESSION DU TAUX DE LIBERATION DE LA CHALEUR
 DANS LA CHAMBRE DE COMBUSTION Q_7 EN SUPPOSANT UN GRADIENT
 DE TEMPERATURE DANS LE GAZ

Pour un élément de longueur dX , l'expression de $Q_{g=0}$ uniquement due à la contribution des gaz, s'écrit:

$$Q_{g=0} = \int_0^L \left(h_D^C L_{7,L} (T_7(X) - T_D) + \frac{\sigma L_{7,L}}{A_D} \left(\overrightarrow{GS}_D T_7^4(X) - \overleftarrow{GS}_D T_D^4 \right) \right) dX \quad (E.1)$$

En admettant un gradient de température linéaire (éq. 3.65) l'intégration pour toute la longueur de la chambre conduit à l'équation suivante:

$$Q_{g=0} = A_D h_D^C \left(\frac{T_{FA}}{2} + \frac{T_{7S}}{2} - T_D \right) + \sigma \overrightarrow{GS}_D \left(\frac{T_{FA}^5 - T_{7S}^5}{5(T_{FA} - T_{7S})} \right) - \sigma \overleftarrow{GS}_D T_D^4 \quad (E.2)$$

De manière analogue, on trouve pour les réfractaires:

$$\begin{aligned} Q_{g=\epsilon} = A_E h_E^C \left(\frac{T_{FA}}{2} + \frac{T_{7S}}{2} - T_{EV} \right) + \sigma \left(\overrightarrow{GS}_{EV} + \overrightarrow{GS}_{EP} \right) \left(\frac{T_{FA}^5 - T_{7S}^5}{5(T_{FA} - T_{7S})} \right) \\ - \sigma \left(\overleftarrow{GS}_{EV} + \overleftarrow{GS}_{EP} \right) T_{EV}^4 \end{aligned} \quad (E.3)$$

L'équation (3.63), qui représente un bilan d'énergie pour les gaz, peut s'écrire:

$$Q_7 - Q_{g=0} - Q_{g=\epsilon} = \frac{dU_7}{dt} \quad (E.4)$$

L'équation auxiliaire est la suivante:

$$T_7 = \frac{T_{7S} + \overline{T}_{FA}}{2} \quad (E.5)$$

Les équations (E.4 et E.5) sont utilisées pour trouver les deux (2) inconnues T_7 et T_{7S} . L'expression détaillée de Q_7 est donnée à l'appendice A.

APPENDICE F

ALGORITHME POUR LE BRASSAGE DU METAL LIQUIDE

L'algorithme qui simule un brassage du métal est le suivant:

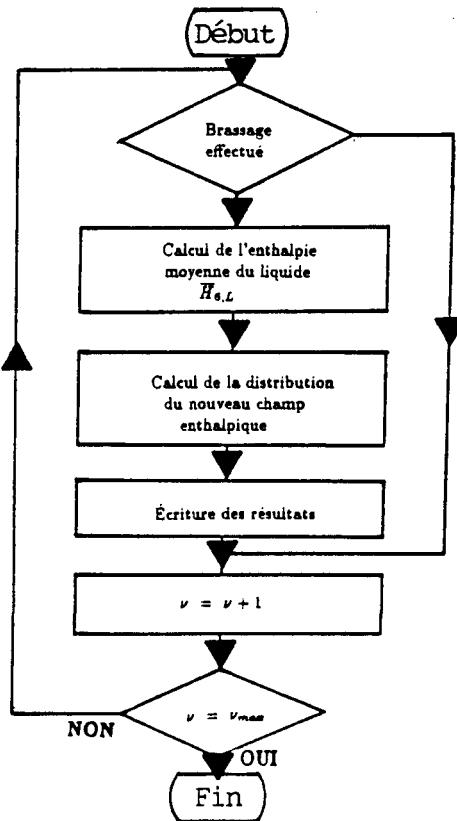


Figure F.1: Algorithme pour le brassage du métal liquide

L'enthalpie moyenne du métal liquide est évaluée par l'équation suivante:

$$\bar{H}_{6,L} = \Delta X_S \frac{(H_{6,L}(1) + H_{6,L}(2))}{2} + \frac{1}{(\Delta X_S + (N_{6,L} - 2)\Delta X)} \times \sum_{j=2}^{N_{6,L}-1} \Delta X \frac{(H_{6,L}(j) + H_{6,L}(j+1))}{2} \quad (F.1)$$

On tient compte de la distance inter-nodale de surface ΔX_S , puisque la dernière couche de métal ajoutée, lors du transfert du métal en fu-

sion, n'a pas nécessairement la même masse et épaisseur ΔX que les autres noeuds plus profonds.

La nouvelle distribution des enthalpies nodales $H_{6,L}^*(J)$ est donnée par les équations suivantes:

Le noeud de surface et du fond:

$$H_{6,L}^*(1) = \bar{H}_{6,L} + (H_{6,L}(2) - H_{6,L}(N_{6,L})) \left(C_3 (\dot{n}_{N_2})^{C_4} + \frac{1}{2} C_5 \right) \quad (F.2)$$

$$H_{6,L}^*(N_{6,L}) = \bar{H}_{6,L} - (H_{6,L}(2) - H_{6,L}(N_{6,L})) \left(C_3 (\dot{n}_{N_2})^{C_4} + \frac{1}{2} C_5 \right) \quad (F.3)$$

Les autres noeuds:

$$H_{6,L}^*(2) = H_{6,L}^*(1) - \frac{(\Delta X_S (H_{6,L}^*(1) - H_{6,L}^*(N_{6,L})))}{(\Delta X_S + (N_{6,L} - 2)\Delta X)} \quad (F.4)$$

$$H_{6,L}^*(j) = H_{6,L}^*(2) - \frac{(j-2)}{(N_{6,L}-2)} (H_{6,L}^*(2) - H_{6,L}^*(N_{6,L})) \quad (F.5)$$

pour $j = 3, 4, 5, \dots, N_{6,L}$

La validation expérimentale des équations (F.2 et F.3) montre que les valeurs suivantes pour les constantes C_3 , C_4 , C_5 sont adéquates:

$$C_3 = -0.006$$

$$C_4 = 0.3$$

$$C_5 = 1$$

La validation est faite à partir des données expérimentales.

La figure F.2 qui suit présente le comportement de la fonction mathématique de brassage pour différentes valeurs des constantes C_3 , C_4 et C_5 . On observe une variation de la pente entre les différentes courbes A, B, C, D. La courbe A simule un brassage moins efficace et moins rapide que la courbe D.

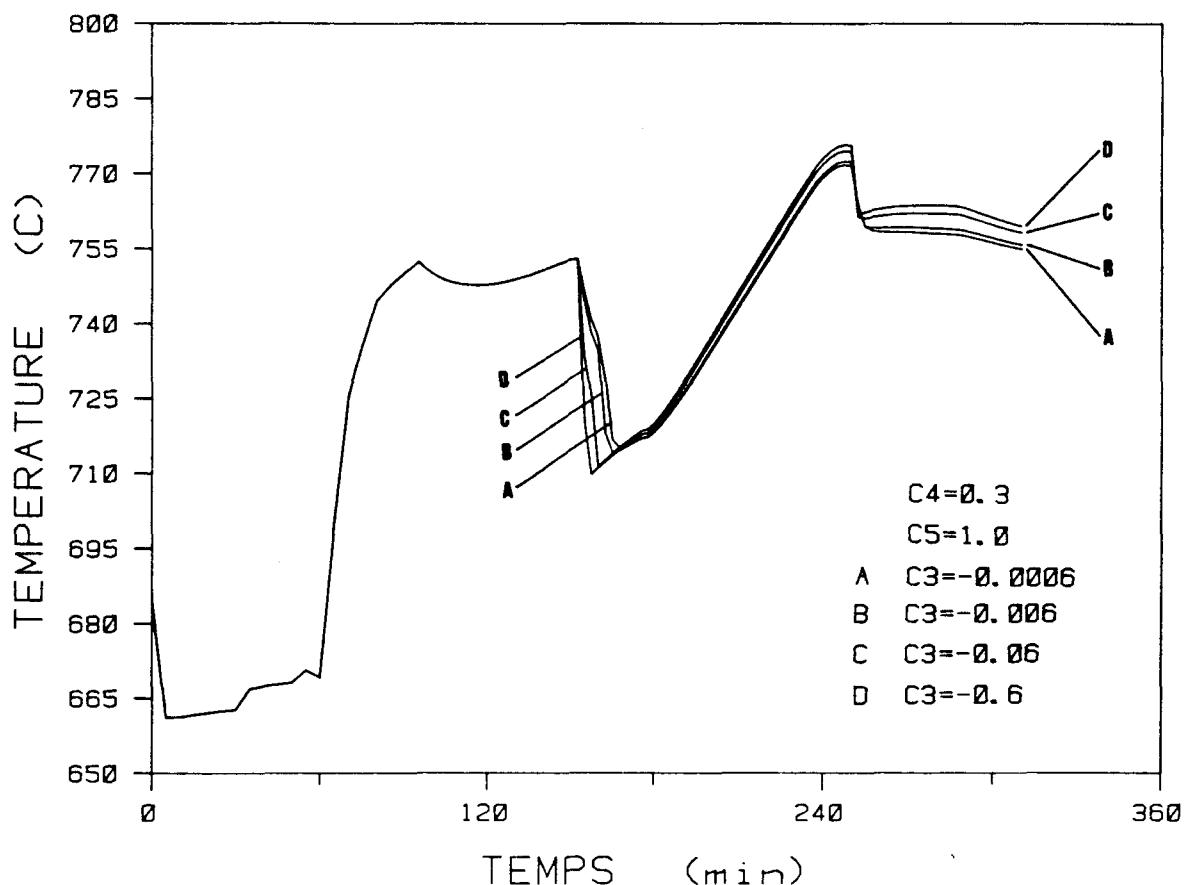


Figure F.2: Graphique de l'effet des constantes C_3 , C_4 , C_5 sur le brassage du métal liquide versus le temps de la simulation

APPENDICE G
ALGORITHME POUR L'AJOUT DU METAL EN FUSION

L'algorithme est le suivant:

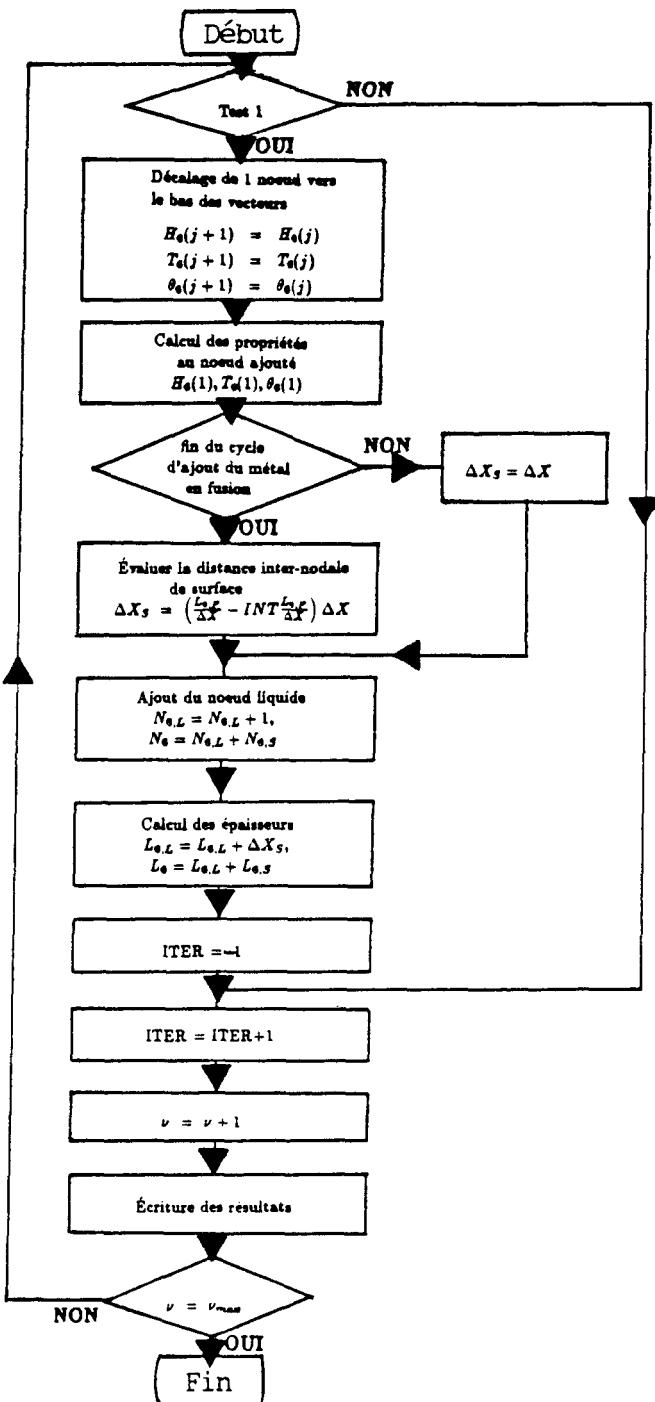


Figure G.1: Alogirithme pour l'ajout du métal en fusion

La condition 1 est celle qui permet d'entrer dans la procédure d'ajout du métal en fusion. On peut entrer de deux (2) manières. Premièrement, si le compteur d'incrément de temps ITER a atteint la valeur correspondant au transfert d'une couche complète de métal, la procédure est activée. La condition est la suivante:

$$\text{ITER} \geq \frac{t_T}{\Delta t} \frac{\Delta X}{L_{6,F}} \quad (G.1)$$

t_T représente la durée du transfert du métal en fusion. $L_{6,F}$ est l'épaisseur que représente le métal en fusion lorsque transféré dans le four.

Deuxièmement, si le délai du transfert du métal en fusion est écoulé et que la masse de métal qui reste à transférer a une couche plus épaisse que 1mm, on active la procédure pour la dernière fois. La condition est la suivante:

$$\left\{ \left(\left(\frac{L_{6,F}}{\Delta X} \right) - \text{INT} \left(\frac{L_{6,F}}{\Delta X} \right) \right) \Delta X > 0.001 \right\} \cap \{t_1 + t_T - \Delta t < t \leq t_1 + t_T\} \quad (G.2)$$

t_1 représente la somme des délais de tous les cycles précédents l'ajout du métal en fusion, tandis que t représente le temps présent de la simulation.

Finalement, la condition 1 est représentée comme suit:

$$\{\text{éq } G.1\} \cup \{\text{éq } G.2\} \quad (G.3)$$

APPENDICE H

LES PROPRIETES PHYSIQUES DES MATERIAUX

Le plancher du four (Plibrico, 1980):

Couche 2 , recouvrement extérieur en acier

$$\bar{k} = 45 \times 10^{-3} \quad \text{kW}/mC \quad (H.1)$$

$$\bar{C} = 460.55 \times 10^{-3} \quad \text{kJ/kgC} \quad (H.2)$$

$$\bar{\rho} = 7849.0 \quad \text{kg}/m^3 \quad (H.3)$$

Couche 3 , "Fiberfax 970J Paper"

$$\bar{k} = 47.1 \times 10^{-6} \quad \text{kW}/mC \quad (H.4)$$

$$\bar{C} = 1.13 \quad \text{kJ/kgC} \quad (H.5)$$

$$\bar{\rho} = 160.2 \quad \text{kg}/m^3 \quad (H.6)$$

Couche 4 , "Plicast LWI-20"

$$k(T) = 1.5662 \times 10^{-7}T + 1.765 \times 10^{-4} \quad \text{kW}/mC \quad (H.7)$$

$$\bar{C} = 921.1 \times 10^{-3} \quad \text{kJ/kgC} \quad (H.8)$$

$$\bar{\rho} = 961.1 \quad \text{kg}/m^3 \quad (H.9)$$

Couche 5 , "Plicast AL-Tuff 3100 Special"

$$k(T) = 3.2530 \times 10^{-7}T + 1.486 \times 10^{-3} \quad \text{kW}/mC \quad (H.10)$$

$$\bar{C} = 921.1 \times 10^{-3} \quad \text{kJ/kgC} \quad (H.11)$$

$$\bar{\rho} = 2466.8 \quad \text{kg}/m^3 \quad (H.12)$$

Les murs et la voûte (Plibrico, 1980)

Couche 8, Murs et voûte, "Plicast K-L Mix"

$$k(T) = 5.3012 \times 10^{-7}T + 3.474 \times 10^{-4} \quad \text{kW/mC} \quad (H.13)$$

$$\bar{C} = 921.1 \times 10^{-3} \quad \text{kJ/kgC} \quad (H.14)$$

$$\bar{\rho} = 2114.4 \quad \text{kg/m}^3 \quad (H.15)$$

Couche 9, Murs, "Plivaform Board"

$$k(T) = 2.0481 \times 10^{-7}T - 4.116 \times 10^{-5} \quad \text{kW/mC} \quad (H.16)$$

$$\bar{C} = 1.13 \quad \text{kJ/kgC} \quad (H.17)$$

$$\bar{\rho} = 309.2 \quad \text{kg/m}^3 \quad (H.18)$$

Voûte, "Plicast Virilite"

$$k(T) = 1.2972 \times 10^{-7}T + 7.485 \times 10^{-5} \quad \text{kW/mC} \quad (H.19)$$

$$\bar{C} = 921.1 \times 10^{-3} \quad \text{kJ/kgC} \quad (H.20)$$

$$\bar{\rho} = 400.5 \quad \text{kg/m}^3 \quad (H.21)$$

Couche 10, Murs, "K Fac 19 Block Insulation"

$$k(T) = 1.6216 \times 10^{-7}T + 3.486 \times 10^{-6} \quad \text{kW/mC} \quad (H.22)$$

$$\bar{C} = 921.1 \times 10^{-3} \quad \text{kJ/kgC} \quad (H.23)$$

$$\bar{\rho} = 288.3 \quad \text{kg/m}^3 \quad (H.24)$$

Voûte, revêtement extérieur en acier

(Voir couche 2)

Couche 11, Murs, revêtement extérieur en acier

(Voir couche 2)

APPENDICE I

PROCEDURE D'INITIALISATION D'UNE SIMULATION

Dans cet appendice, nous présentons les étapes à suivre pour débuter la simulation 1 sur le four A, ainsi que les fichiers utilisés. Finalement, nous présentons les fichiers créés lors de la simulation, qui contiennent tous les résultats disponibles pour l'analyse de la simulation.

Etapes	Instructions	Description
1	Mode éditeur de texte	Créer les fichiers (Voir chapitre 6) FOUR_A.DAT INIT_1.DAT FACT_F FOUR_A.DAT GAZ REEL.DAT FOURNEE_1.DAT
2	>WORK FOURNEE_1.DAT RESUL_1.DAT	Débute la simulation en assignation. Le fichier d'entrée est FOURNEE_1.DAT, les résultats détaillés sont écrits dans le fichier RESULT_1.DAT

Les fichiers créés, ainsi qu'une brève description du contenu, sont donnés ci-après.

Fichiers	Description
RESUL_1.DAT	Contient le maximum d'information relatif à la simulation. A la fin du fichier, on trouve les graphiques des paramètres utiles. A la fin de l'Appendice I, on retrouve un extrait du contenu du fichier RESUL_1.DAT.
RESUL_TAUX.DAT	Il contient les taux de transfert de chaleur suivant: Q _B , Q ₆ , Q ₆ (N -1), Q _D , Q ₇ , Q _{COMB} , Q _{CHEM} , Q _{EV} , Q _{EP} , Q _F . On exécute le programme FICHIER pour obtenir les neuf (9) fichiers distincts des taux de transfert ci-hauts.
RESUL_TEMP.DAT	Il contient les températures suivantes: T _(N) , T ₆ , T ₆ , T _D . Les fichiers distincts sont créés lors de l'exécution du programme FICHIER.
TB.DAT	Température moyenne extérieure du plancher du four.
T6_1.DAT	Température au thermocouple de contrôle à l'emplacement 1.
T6_2.DAT	Température au thermocouple de contrôle à l'emplacement 2.
T6M_L.DAT	Température moyenne du métal liquide.
T7.DAT	Température moyenne des gaz dans la chambre de combustion.
T7S.DAT	Température moyenne de sortie des gaz de la chambre.
T15.DAT	Température moyenne dans les réfractaires de la voûte à l'emplacement choisi.
TF.DAT	Température moyenne extérieure des murs et de la voûte du four.
ED.DAT	Emissivité hémisphérique totale de la surface du métal.
EE.DAT	Emissivité hémisphérique totale de la surface des réfractaires.
EMISSG.DAT	Emissivité et absorptivité des gaz dans la chambre.

Fichiers	Description
EMISS.DAT	Emissivité hémisphérique totale de la surface des réfractaires et du métal.
NC.DAT	Débit du combustible
N_CHEM.DAT	Débit total des gaz à la cheminée
HCDC.DAT	Coefficient de transfert de chaleur par convection des gaz vers le métal
HCDR.DAT	Coefficient de transfert de chaleur par radiation des gaz et les réfractaires vers le métal
HCEC.DAT	Coefficient de transfert de chaleur par convection des gaz vers les réfractaires
HCER.DAT	Coefficient de transfert de chaleur par radiation des gaz et du métal vers les réfractaires
CONDUC.DAT	Chaleur massique, masse volumique et conductivité thermique du plancher, les murs et la voûte
TABLE.DAT	Il contient un résumé de la simulation et un bilan énergétique à la fin

RESUL_1.DAT

```
#####
TEMPS DE SIMULATION (s) : 900.0000
LE CYCLE EN COURS : CHAUFFAGE DES REBUTS
LE NOMBRE DE PORTES OUVERTES : 0.000000E+00
POURCENTAGE DE TEMPS EFFECTUE DANS LE CYCLE : 28.12500
LE PAS DE TEMPS (s) : 3.000000

TEMPERATURES (C):
FONDATION : T0(2) TA TI
             : 17.0 45.2 83.2

PLANCHER : TB
             : 127.8 178.4 229.0 279.7 330.3 381.0 431.7 482.3 533.0 582.8 624.0 640.5

METAL SOLIDE : TC
               : 656.9 657.0 657.1 657.4 657.8 658.2 658.9 659.2 660.1 660.1

METAL LIQUIDE : TL1 TD
               : 663.5 663.5

GAZ DANS LA CHAMBRE : T7
               : 1425.4

GAZ A LA SORTIE : T7
               : 1143.9

VOUITE ET MURS DU FOUR : TEV TF
               : 970.0 652.0 489.1 333.3 179.1

AIR AMB. ET MURS USINE : T12 TG
               : 27.0 25.0
```

TAUX DE TRANSFERT DE CHALEUR (kW):

FONDATION	:	QG	QA										
		7.3	43.0										
PLANCHER	:	QB											
		43.0	43.8	43.9	43.9	43.9	43.9	43.9	43.9	43.9	43.2	35.8	Q14(1)
METAL LIQUIDE ET SOLIDE : Q6(M6-1)													28.5
		-3.7											
		45.8											
		92.9											
		136.3											
		174.7											
		249.9											
		123.4											
		572.2											
		0.0											
		466.4											
		469.6											
		QD	470.3										
GAZ DE COMB. :	QCOMB	Q7	QCHEM										
	4424.6	2030.7	2394.6										
VOUTE ET MURS :	QEV		QE										
	1557.8	483.8	248.0	237.0	234.7	214.5							
PLANCHER VOUTE ET MURS METAL LIQUIDE GAZ DANS LA CHAMBRE FOUR EN ENTIER													
-46.7	1343.3	474.0	2.7	1773.2									
T7AD, T7, T7S (C) = 1706.8 1425.4 1143.9													
PLANCHER VOUTE ET MURS METAL LIQUIDE GAZ DANS LA CHAMBRE FOUR EN ENTIER													
45260.1	48163.7	15881.9	74.8	109380.5									
DE COMBUSTION	DE TRANSFERT DE CHALEUR	GLOBALE											
0.459	0.333	0.107											
EMISSIVITE GLOBALE DU GAZ	: 0.261												
ABSORPT. DU GAZ POUR LES SURF. 1 A 3	: 0.467	0.366	0.366										
TAUX DE TRANS. DE CHAL.(PORTES OUVERTES)(kW)	: 0.0												
SGD(1),SGD(1),SGD(2),SGD(2),SGD(3),SGD(3)	: 0.2750	0.4541	4.9005	6.5703	0.9412	1.2616							
TEMPERATURE MOY. DU METAL LIQUIDE (C)	: 663.5												
TEMP. DU METAL AU NOEUD 6 (C)	: 658.3												
TEMP. DU METAL AU NOEUD 6 (C)	: 658.9												
LONG. DU SOLIDE ET LIQUIDE (m)	: 0.221	0.023											