

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MEMOIRE PRÉSENTÉ A  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI COMME  
EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE

PAR  
CLÉOPHACE AKITEGETSE

**APPROCHE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE  
POUR L'AMÉLIORATION D'UNE MÉTHODE DE  
MESURE DE LA FORCE D'ADHÉRENCE DE LA  
GLACE PAR L'UTILISATION DE FILMS  
PIEZOÉLÉCTRIQUES**

JUIN 2007



### **Mise en garde/Advice**

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.



## RÉSUMÉ

Les recherches menées au sein des chaires CIGELE et INGIVRE ont permis de développer une technique mécanique pour mesurer la force d'adhérence de la glace atmosphérique à l'aide d'un film de PVDF piézoélectrique disposé à l'interface glace/substrat. Le substrat est une poutre d'aluminium sur laquelle le film PVDF est collé et la glace atmosphérique déposée artificiellement à partir de gouttelettes d'eau surfondues. La poutre composite ainsi formée, dont une extrémité est encastrée sur un pot vibrant, est soumise à une flexion simple par une vibration obtenue grâce au pot vibrant. Les résultats préliminaires obtenus ont permis de démontrer la validité de la méthode ainsi que la sensibilité de la mesure aux différents matériaux et états de surface des poutres utilisées.

Cependant, la méthode proposée n'a pas été étalonnée. De plus, telle que proposée, la méthode ne permettait pas de vérifier l'influence de certains paramètres comme la vitesse d'application de la contrainte à l'interface ainsi que l'influence de l'épaisseur de glace. Dans ces conditions, une automatisation ainsi qu'un étalonnage de la méthode a été réalisée.

L'étalonnage de la méthode est basé sur le développement d'un modèle numérique par éléments finis de l'ensemble constitué de la poutre en aluminium et du film PVDF collé à la surface de cette dernière. Ainsi, un écart de 11,7% entre les résultats numériques et expérimentaux a été obtenu, ce qui est considéré comme acceptable étant donné que l'influence du collage du film PVDF sur la poutre n'a pas été prise en compte.

De plus, grâce à l'automatisation de la méthode, l'influence de la vitesse d'augmentation de l'amplitude de vibration sur la mesure a pu être réalisée. Les résultats obtenus avec trois vitesses différentes ont permis de démontrer que la méthode est indépendante de la vitesse à laquelle l'amplitude de la vibration est augmentée. La variation de cette dernière a pour seul effet de faire varier proportionnellement le temps de délamination. Cela n'est cependant pas le cas de l'épaisseur du dépôt de glace qui influence significativement la valeur de la mesure. Les tests expérimentaux, effectués avec trois épaisseurs pour une vitesse d'application de la contrainte constante, révèlent une forte dépendance de la mesure en fonction de l'épaisseur du dépôt de glace. Ainsi, la contrainte mesurée diminue avec l'augmentation de l'épaisseur du dépôt de glace jusqu'à s'annuler lors que l'axe neutre se situe à l'interface glace/substrat.

## ABSTRACT

Researches undertaken in CIGELE and INGIVRE made it possible to develop a mechanical technique for measuring interfacial bonding strength of atmospheric ice, using PVDF film sensors which are embedded at the ice/substrate interface. The substrate is an aluminium beam on which PVDF piezoelectric sensors are bonded. The composite beam, formed by an aluminium beam and a deposited ice layer, is submitted to sinusoidal stress at the interface by an electromagnetic shaker on which one end of the beam is clamped. The ice layer is deposited artificially on the aluminium beam from sprayed supercooled water droplets in order to simulate atmospheric icing on structures. The preliminary results showed the validity of the method as well as the sensitivity of measurement with materials and surface qualities of the beams used.

However, the method suggested had not been calibrated. Moreover, as proposed, the method did not make it possible to check the influence of certain parameters like the speed of the vibration amplitude and the ice thickness. Under these conditions, automation as well as a calibration of the method was carried out.

The calibration of the method is based on the development of a finite elements model of the aluminium beam and PVDF film bonded to the surface of the latter. An 12% variation between the numerical results and those resulting from the experiments was obtained. This variation is acceptable since bonding of the PVDF film on the aluminium beam and joining of conducting wires on the PVDF film were not taken into account.

Moreover, thanks to the automation, the influence of the increase speed of the vibration amplitude could be carried out. The results obtained with three different values made it possible to show that measurements do not depend on the increase speed of the amplitude, but debonding time varies proportionally to this latter. That is however not the case of ice thickness which influences the value of measurement significantly. The experimental tests, carried out with three thicknesses for a constant increase speed of the vibration amplitude reveal a strong dependence of measurement to the ice thickness. Thus, the measured stress decreases with the increase thickness and is zero with an ice thickness that makes the neutral axis position to be at the ice/substrate interface.

## REMERCIEMENTS

Cette recherche a été réalisée dans le cadre de la Chaire Industrielle sur le Givrage Atmosphérique des Équipements des Réseaux Électriques (CIGELE) CRSNG/Hydro-Québec/UQAC.

Je tiens à exprimer ma gratitude envers le Professeur Masoud Farzaneh, titulaire des chaires CIGELE et INGIVRE, d'abord pour m'avoir permis d'intégrer son équipe, ensuite pour avoir dirigé mes travaux de recherche et enfin pour tout le soutien dont j'ai pu bénéficier de sa part.

J'adresse des remerciements qui viennent du fond du cœur au Professeur Christophe Volat, mon codirecteur, pour m'avoir donné de son temps, pour avoir suivi de très près mes travaux et pour m'avoir guidé tout au long de ceux-ci.

Je n'oublie pas de remercier le Professeur Jean Perron, directeur du LIMA, pour m'avoir permis de travailler en collaboration avec son équipe, pour avoir accepté de codiriger ces travaux de recherche et pour ses précieux conseils.

Je remercie sincèrement toute l'équipe de CIGELE/INGIVRE, pour le climat agréable qu'elle m'a offert et dans lequel elle m'a permis d'évoluer.

Mes remerciements vont aussi à mes amis et à ma famille pour leurs encouragements et leur soutien inestimable.

Enfin, merci à Gaëlle, avec qui je partage ma vie, pour toujours être là pour moi, pour sa compréhension, sa patience et son soutien.

## TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ.....	ii
ABSTRACT.....	iii
REMERCIEMENTS.....	iv
TABLE DES MATIÈRES .....	v
LISTE DES FIGURES .....	ix
LISTE DES TABLEAUX .....	xi
LISTE DES SIGLES ET SYMBOLES .....	xii
CHAPITRE I INTRODUCTION .....	1
I.1. Contexte général .....	2
I.2. Objectifs de la recherche.....	3
I.3. Méthodologie .....	6
CHAPITRE II REVUE DE LA LITTÉRATURE .....	7
II.1. Formation de la glace.....	8
II.2. Adhérence de la glace .....	9
II.2.1. Introduction.....	9
II.2.2. Mécanismes d'adhérence .....	10
II.3. Mesure de la force d'adhérence de la glace .....	12
II.3.1. Introduction.....	12
II.3.2. Essai de cisaillement à plat .....	13
II.3.3. Essai de traction pure.....	13
II.3.4. Différents types d'essais de cisaillement en torsion .....	14
II.3.5. Essais de pelage .....	14
II.3.6. Essais d'impact .....	14
II.3.7. Techniques de spallation par laser .....	15
II.3.8. Utilisation du microscope à force atomique .....	16

II.3.9. Détachement par traction électromagnétique .....	16
II.3.10. Technique de gonflement/décollement.....	16
II.3.11. Essais par scarification.....	17
II.3.12. Essai de cisaillement par torsion sur cylindre.....	18
II.3.13. Cisaillement axial d'un cylindre .....	18
II.3.14. Méthode du cône.....	18
II.3.15. Essais par modes combinés.....	18
II.3.16. Mesure par force centrifuge.....	19
II.3.17. Mesure par flexion d'une poutre.....	21
II.3.18. Conclusion .....	22
CHAPITRE III LA PIÉZOÉLECTRICITÉ .....	23
III.1.    Introduction.....	24
III.2.    Principes de la piézoélectricité .....	25
III.3.    Équations fondamentales de la piézoélectricité .....	26
III.4.    Coefficient de couplage piézoélectrique.....	29
III.5.    Les matériaux piézoélectriques.....	30
III.6.    Les films PVDF .....	32
III.7.    Domaines d'utilisation de la piézoélectricité en ingénierie .....	34
CHAPITRE IV ÉTUDE THÉORIQUE : POUTRE EN FLEXION .....	36
IV.1.    Introduction.....	37
IV.2.    Poutre en flexion .....	38
IV.2.1. Effort tranchant et moment fléchissant.....	38
IV.2.2. Contraintes dans une poutre en flexion.....	40
IV.2.3. Poutre hétérogène en flexion .....	44
IV.3.    Poutre en vibration.....	48
IV.4.    Conclusion .....	56
CHAPITRE V MONTAGE EXPÉRIMENTAL.....	57
V.1. Introduction.....	58
V.2. Formation de la glace en laboratoire.....	58
V.2.1. Système de refroidissement .....	59
V.2.2. Système de gicleurs .....	60
V.3. Système d'acquisition .....	60
V.3.1. Amplificateur de charges .....	61
V.3.2. Carte d'acquisition.....	65

V.3.3. Programme de contrôle .....	66
V.3.3.1. Présentation de LabVIEW .....	66
V.3.3.2. Face avant du programme .....	67
V.3.3.3. Les dessous du programme .....	69
V.4. Noyau du système de mesure .....	75
V.4.1. Pot vibrant .....	75
V.4.2. Poutre d'aluminium .....	75
V.4.3. Film PVDF .....	76
V.4.4. Mise en place et utilisation du film PVDF .....	77
<b>CHAPITRE VI ETALONNAGE : MODÈLISATION NUMÉRIQUE .....</b>	<b>79</b>
VI.1. Introduction .....	80
VI.2. La méthode des éléments finis (MEF) .....	81
VI.3. Modélisation de la poutre sans dépôt de glace par la MEF .....	82
VI.3.1. Équation d'équilibre : de la forme forte à la forme faible .....	82
VI.3.2. Discréétisation par éléments finis .....	83
VI.4. Modélisation du film piézoélectrique par la MEF .....	86
VI.5. Introduction de l'amortissement dans le modèle numérique .....	88
VI.5.1. Mesure par la méthode de décroissance logarithmique .....	88
VI.5.2. Amortissement de Rayleigh .....	90
VI.6. Méthodes de résolution temporelle .....	93
VI.6.1. Généralités .....	93
VI.6.2. Schéma d'Euler explicite .....	94
VI.6.3. Schéma d'Euler implicite .....	94
VI.6.4. Méthode de Runge-Kutta .....	95
VI.6.5. Méthode de Newmark .....	95
VI.6.6. La méthode de Hilbert, Hughes et Taylor .....	96
VI.7. Résultats de la modélisation numérique par éléments finis .....	97
VI.7.1. Présentation du logiciel Abaqus .....	97
VI.7.2. Caractéristiques des pièces à modéliser .....	98
VI.7.3. Le modèle .....	99
VI.7.4. Résultats et discussion .....	101
VI.8. Conclusion .....	106
<b>CHAPITRE VII RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX .....</b>	<b>108</b>
VII.1. Introduction .....	109
VII.2. Procédure d'expérimentation .....	109
VII.3. Étude de l'effet de la vitesse d'application de la contrainte .....	112

VII.4.	Influence de l'épaisseur de la glace .....	116
VII.5.	Discussion.....	119
VII.6.	Conclusion .....	127
CHAPITRE VIII CONCLUSIONS .....		128
VIII.1.	Conclusions générales.....	129
VIII.2.	Recommandations.....	132
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....		133

## LISTE DES FIGURES

Figure I.1 : Poutre recouverte de glace, fixée à un pot vibrant.....	4
Figure II.1 : Techniques de mesure de la force d'adhérence de la glace I.....	15
Figure II.2 : Techniques de mesure de la force d'adhérence de la glace II .....	17
Figure II.3: Mesure par force centrifuge.....	19
Figure II.4 : Techniques de mesure de la force d'adhérence de la glace III .....	20
Figure III.1 : Effets piézoélectriques .....	25
Figure III.2 : Corps centrosymétrique et corps non centrosymétrique .....	26
Figure III.3 : Coefficients de couplage piézoélectrique.....	29
Figure III.4 : Orientation des grains dans le cristal.....	31
Figure III.5 : Polymérisation du fluorure de vinylidène en polyfluorure de vinylidène.....	33
Figure IV.1 : Poutre homogène encastrée soumise à un chargement quelconque.....	38
Figure IV.2 : Diagramme du corps libre d'un élément de la poutre.....	39
Figure IV.3 : Éléments de la poutre.....	40
Figure IV.4 : Distribution des contraintes normales.....	41
Figure IV.5 : Diagramme de corps libre après la coupe longitudinale .....	42
Figure IV.6 : Distribution des contraintes de cisaillement .....	44
Figure IV.7 : Poutre encastrée et illustration des axes.....	48
Figure V.1 : Ensemble venturi-gicleurs.....	59
Figure V.2 : Banc d'essai.....	61
Figure V.3 : Circuit équivalent du film piézoélectrique .....	62
Figure V.4 : Circuit électronique d'interface .....	63
Figure V.5 : Face avant du programme de pilotage.....	68
Figure V.6 : Menu du module DAQ Assistant .....	69
Figure V.7 : Protection de la carte d'acquisition contre le dépassement .....	70
Figure V.8 : Calcul de la valeur de la contrainte à partir du signal du film de PVDF.....	72
Figure V.9 : Obtention de l'enveloppe de la courbe de contraintes .....	72
Figure V.10 : Affichage de l'enveloppe de la courbe de contraintes .....	73
Figure V.11 : Schéma fonctionnel .....	74

Figure V.12 : Poutre recouverte de glace .....	78
Figure VI.1 : Réponse-type à l'impulsion .....	89
Figure VI.2 : La poutre fixée sur un pot vibrant.....	98
Figure VI.3 : L'ensemble poutre/film PVDF.....	100
Figure VI.4 : Déformation selon le mode .....	103
Figure VI.5 : Contraintes de flexion obtenues expérimentalement .....	104
Figure VI.6 : Comparaison de la simulation aux données expérimentales.....	106
Figure VII.1 : Poutres sur leur support dans la chambre climatique .....	110
Figure VII.2 : Courbe typique enregistrée par le système d'acquisition.....	112
Figure VII.3 : Enveloppe du signal d'excitation du pot vibrant avec $X_p = 2/9$ V/s .....	113
Figure VII.4 : Enveloppe de la courbe de contraintes obtenue pour $X_p = 2/9$ V/s .....	114
Figure VII.5 : Enveloppe de la courbe de contraintes obtenue pour $X_p = 1/9$ V/s .....	114
Figure VII.6 : Enveloppe de la courbe de contraintes obtenue pour $X_p = 1/24$ V/s .....	115
Figure VII.7 : Évolution de la contrainte à l'interface obtenue pour une épaisseur de glace de 10 mm .....	118
Figure VII.8 : Évolution de la contrainte à l'interface obtenue pour une épaisseur de glace de 4 mm .....	118
Figure VII.9 : Évolution de la contrainte à l'interface obtenue pour une épaisseur de glace de 2.5 mm .....	119
Figure VII.10 : Position de l'axe neutre selon l'épaisseur de la glace.....	121
Figure VII.11 : Distribution de contraintes de flexion selon l'épaisseur de la glace.....	121
Figure VII.12 : Distributions des contraintes de cisaillement selon l'épaisseur de la glace	122
Figure VII.13 : Courbe de contraintes pour une épaisseur de glace de 13 mm .....	123

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau II.1 : Différents types de glace selon les conditions atmosphériques de formation..	9
Tableau III.1: Avantages et inconvénients de chaque famille de matériaux .....	31
Tableau III.2 : Comparaison des matériaux piézoélectriques [20] .....	32
Tableau V.1: Paramètres du film PVDF .....	76
Tableau V.2: Dimensions de la poutre et du film .....	78
Tableau VI.1 : Fréquences naturelles .....	101
Tableau VI.2: Comparaison des fréquences naturelles obtenues par la MEF et celles obtenues analytiquement.....	102
Tableau VI.3 : Contraintes maximales de flexion .....	105
Tableau VII.1 : Paramètres utilisées lors de l'accumulation de la glace .....	111
Tableau VII.2 : Mesures obtenues selon la vitesse d'application.....	116
Tableau VII.3 : Mesures obtenues en fonction de l'épaisseur de la glace.....	117
Tableau VII.4: Contraintes obtenues analytiquement.....	125

## LISTE DES SIGLES ET SYMBOLES

$[C^D]$  : Matrice de rigidité élastique du matériau à déplacement électrique nul.

$[d^\varphi]$  : Matrice de coefficients piézoélectriques exprimant la proportionnalité entre le déplacement électrique et la contrainte à potentiel électrique constant.

$[e^\varphi]$  : Matrice de coefficients piézoélectriques exprimant la proportionnalité entre le déplacement électrique et la déformation à potentiel électrique constant.

$[g^\varphi]$  : Matrice de coefficients piézoélectriques exprimant la proportionnalité entre le champ électrique et la contrainte à potentiel électrique nul.

$[H_u]$  : Tenseur d'élasticité

$[\varepsilon^\sigma]$  : Matrice des constantes diélectriques à contraintes nulles.

$\{D\}$  : Vecteur déplacement électrique

$\{E\}$  : Vecteur champ électrique

$\{S\}$  : Tenseur de déformations

$\{\sigma\}$  : Tenseur de contraintes

$\langle N \rangle$  : Fonctions d'interpolation

$\vec{f}$  : Forces externes incluant les forces d'inerties

$\vec{t}$  : Forces superficielles

$\vec{u}$  : Champ de déplacement

$\bar{y}$  : Position de l'axe neutre

$\delta \vec{v}$  : Champ de déplacements test

A : Aire transversale d'une poutre

b: épaisseur de la poutre

BaTiO<sub>3</sub> : Titanate de Baryum

C<sub>f</sub>: Capacité de rétroaction (amplificateur de charges)

CIGELE : Chaire industrielle CRSNG/Hydro-Québec/UQAC sur le givrage atmosphérique des équipements des réseaux électriques.

CRSNG : Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada

E : Module de Young

F : Force externe

f(t) : fonction du temps

g: accélération de la pesanteur

G : Module de cisaillement

g(x) : fonction de la position en x

I: Second moment de la section

IEEE: Institute of Electrical and Electronics Engineers

INGIVRE : Chairee de recherche du Canada, de niveau 1, en ingénierie du givrage des réseaux électriques.

k : Coefficient de couplage piézoélectrique

k<sub>amp</sub>: gain de l'amplificateur de charges

k<sub>n</sub> : le nombre d'onde

L : Longueur de la poutre d'aluminium

LabVIEW: Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench

$l_f$ : Largeur du film PVDF

$L_f$ : Longueur du film PVDF

LIMA : Laboratoire internationale de matériaux antigivre

LVDT: Linear Variable Differential Transformer

M: Moment

MEF : Méthode des éléments finis

P(VDF-TrFE) : Copolymère vinylidine difluoride / trifluoroéthylène

$p(x)$  : charge mécanique répartie

PID : un régulateur à action Proportionnelle - Intégrale – Dérivée

PVDF : Polyvinylidine difluoride

PZT : Plomb, Zirconate, Titanate

Q : premier moment d'une section

$q_s$  : densité superficiel de charges électriques

$q_v$  : densité volumique de charges électriques

R : Rayon de courbure d'une poutre en flexion

UQAC : Université du Québec à Chicoutimi

V : Effort tranchant

$V_{Amp}$  : Tension de sortie de l'amplificateur

VI: Virtual Instrument

w : Déplacement dans la direction de l'axe des z

$X_p$ : vitesse d'accroissement de l'amplitude de vibration

$\delta_{ij}$ : Symbole de Kronecker

$\rho$ : densité (masse volumique)

$\zeta$ : Coefficient d'amortissement

$\sigma_x$ : Contrainte de flexion

$\tau$ : Contrainte de cisaillement

$\nu$ : Coefficient de Poisson

$\varphi$ : Potentiel électrique

$\omega$ : pulsation

$\omega_d$ : pulsation du déplacement imposé par le pot vibrant

$\omega_n$ : pulsation naturelle

# **CHAPITRE I**

## **INTRODUCTION**

## I.1. Contexte général

Les accumulations de glace sur les équipements des réseaux électriques sont un réel problème pour les compagnies canadiennes de transport et de distribution de l'énergie électrique. Ce problème est surtout lié aux coûts engendrés par les bris mécaniques occasionnés lors d'événements extrêmes, comme l'a si bien démontré la tempête de verglas de 1998, ou simplement à ceux relatifs à la prévention des accumulations de glace. Afin d'accroître la fiabilité de leur réseau, les compagnies concernées par cette problématique ont tout intérêt à développer des méthodes efficaces de déglaçage ou de prévention des accumulations de glace sur les équipements des réseaux électriques. Cette recrudescence de l'intérêt porté à la protection des réseaux électriques face aux accumulations de glace sévères a donné lieu à l'émergence de toute une panoplie de nouvelles méthodes de déglaçage et de prévention plus ou moins efficaces. Une revue de la littérature démontre que la majorité des méthodes proposées provient principalement des domaines des lignes électriques aériennes et du transport aérien [1]. Cependant, cette revue révèle qu'il existe réellement un manque de techniques efficaces de prévention et de déglaçage, surtout applicables aux lignes aériennes de transport d'énergie électrique. Cette pénurie provient du fait que les contraintes d'applicabilité, qu'elles soient d'ordre électrique, thermique ou mécanique, sont difficiles à respecter [2]. Le développement de méthodes innovantes et efficaces de prévention des accumulations de glace sur les réseaux électriques ne peut qu'être bénéfique pour bien d'autres domaines.

Ce constat met en évidence la nécessité d'accroître les efforts de recherche dans ce domaine complexe qu'est la prévention des accumulations de glace. Cependant, cette étape ne peut être envisagée sans une connaissance approfondie des mécanismes d'adhérence de la glace sur divers matériaux qui englobent les forces mises en jeu à l'interface glace/matériaux, les paramètres environnementaux tels que la température de l'air et la grosseur des gouttelettes d'eau surfondues ainsi que l'épaisseur du dépôt de glace. Depuis quelques années, des techniques sophistiquées ont été développées afin d'étudier les propriétés mécaniques et adhésives de la glace océanique ou formée par simple congélation [3]. Cependant, très peu d'études se sont concentrées sur la glace atmosphérique formée à partir de gouttelettes d'eau surfondues.

## **I.2. Objectifs de la recherche**

Les recherches menées au sein des chaires CIGELE et INGIVRE ont permis de développer une nouvelle technique pour quantifier les contraintes mécaniques à l'interface entre la glace atmosphérique et une poutre d'aluminium [4-7]. Basée sur l'utilisation de films PVDF piézoélectriques disposés à l'interface glace/matériaux, cette méthode innovante permet de qualifier la force d'adhérence de la glace accumulée directement sur une poutre en aluminium dans des conditions proches de celles rencontrées en pratique, c'est-à-dire pour des contraintes dynamiques de flexion et de cisaillement appliquées simultanément à l'interface. De telles mesures sont actuellement très difficiles à réaliser avec les méthodes classiques.

Tel qu'illustrée à la figure 1, la glace est déposée sur une poutre dont une extrémité est fixée sur un pot vibrant tandis que l'autre extrémité est libre. En activant le pot vibrant à une certaine fréquence, la poutre recouverte de glace se met à vibrer. Un film de PVDF piézoélectrique posé à l'interface glace/poutre permet d'obtenir un signal électrique directement proportionnel aux contraintes qui s'y développent. L'amplitude de la vibration est augmentée graduellement jusqu'au détachement de la glace. Dans cette configuration, des contraintes à l'interface permettent de séparer la glace de la poutre. L'instant de détachement de la glace est repéré directement sur la réponse du film piézoélectrique. L'ordre de grandeur des contraintes change d'une façon notable dû au déplacement de l'axe neutre lorsque la glace se détache de l'ensemble, ce qui se traduit par une variation de la pente de la courbe amplitude/ temps de la réponse du film piézoélectrique.

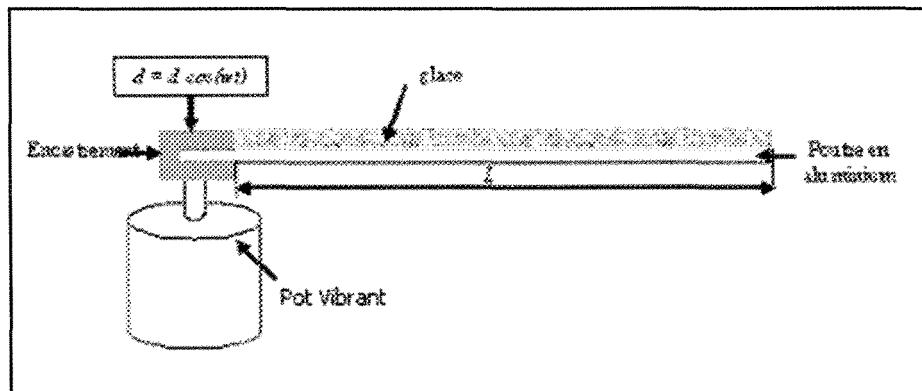


Figure I.1 : Poutre recouverte de glace, fixée à un pot vibrant

Les premiers résultats obtenus ont permis de démontrer la validité de la méthode ainsi que sa sensibilité aux différents matériaux et états de surface (rugosité) des poutres utilisées. Cependant, des améliorations notoires doivent être apportées afin d'optimiser la convivialité d'utilisation de cette méthode innovante de quantification de l'adhérence de la glace. Cela porte surtout sur l'automatisation de la méthode et sur son étalonnage, ce qui nécessitera une approche numérique par éléments finis. Ces améliorations permettront ainsi d'étudier l'influence de paramètres comme l'épaisseur de la couche de glace déposée sur la poutre ainsi que la durée et la vitesse d'application de la contrainte sur la mesure obtenue.

L'automatisation vise la mise en place d'un système de commande qui consiste en un ordinateur et un système d'acquisition adapté, piloté par un programme informatique. Ce système doit non seulement permettre une application contrôlée de la contrainte mécanique à l'interface de la poutre et de la glace, mais aussi permettre la lecture du signal généré par le film PVDF. L'obtention de ce signal permet à la fois de détecter l'instant de délamination et de mesurer la contrainte mécanique d'interface correspondante.

Afin d'effectuer un calibrage définitif, un modèle numérique par éléments finis doit être développé. Le modèle numérique doit permettre de faire une analyse en fréquence de la poutre seule, c'est-à-dire déterminer ses modes et ses fréquences naturelles, et d'évaluer le signal de réponse correspondant délivré par le film PVDF piézoélectrique.

### **I.3. Méthodologie**

Pour atteindre les objectifs de cette recherche, différentes étapes doivent être franchies :

- Revue bibliographique des différentes méthodes de mesure d'adhérence de la glace mises en place au courant des dernières années,
- Compréhension des principes de la piézoélectricité et de ses différentes applications,
- Développement d'un modèle numérique de la poutre et du film PVDF.
- Automatisation : une carte d'acquisition à plusieurs canaux permettant en même temps de générer un signal sinusoïdal et d'acquérir la réponse de l'élément piézoélectrique est utilisée. Dans cette optique un programme de commande automatique de la carte a été développé.
- Essais en laboratoire afin de vérifier l'effet de certains paramètres comme l'épaisseur de la glace et la vitesse de l'application des contraintes sur la validité des mesures.

## **CHAPITRE II**

# **REVUE DE LA LITTÉRATURE**

## II.1. Formation de la glace

Il est bien connu que la naissance, la croissance et la mort font le cycle de la vie d'un être vivant. Bien que la glace soit loin d'être vivante, ses processus de formation et d'évolution sur les structures suivent toujours les 3 phases [8], soient : l'accumulation, la persistance et le délestage. La phase d'accumulation est cette période où on observe une croissance rapide du dépôt de glace tandis que la phase de persistance est caractérisée par une croissance (ou décroissance) lente. La phase de délestage est comme son nom l'indique la phase où il y a une décroissance extrêmement rapide du dépôt due à des chutes de morceaux de glace de tailles plus ou moins importantes engendrées par divers mécanismes.

Contrairement aux êtres vivants, les trois phases du processus de formation et d'évolution de la glace ne se suivent pas toujours dans le même ordre. En effet, une ou plusieurs périodes de fonte peuvent survenir après une longue période de croissance, la phase de persistance se trouvant ainsi supprimée. Il est également possible qu'une phase de persistance suive la phase d'accumulation et se maintienne longtemps, sans que la fonte ne survienne [8].

Le type de glace est intimement lié aux conditions atmosphériques présentes lors de la formation du dépôt. Beaucoup de paramètres peuvent ainsi influencer le type de dépôt, il s'agit notamment de la température, la grosseur des gouttelettes, la vitesse du vent, etc.

Le tableau II.1 présente les conditions atmosphériques associées à la formation des différents types de glace que l'on retrouve dans des conditions naturelles [8].

**Tableau II.1 : Différents types de glace selon les conditions atmosphériques de formation**

Type de glace	Densité (g/cm <sup>3</sup> )	Adhérence	Aspect	Température de l'air (°c)	Vitesse du vent (m/s)
Verglas	0,8 à 0,9	forte	transparent	-4 à 0	0 à 10
Givre lourd	0,7 à 0,9	forte	opaque	-10 à -1	>10
Givre léger	≤ 0,6	moyenne	blanc	-20 à -1	<10

## II.2. Adhérence de la glace

### II.2.1. Introduction

L'adhérence représente, par définition, la liaison entre deux surfaces en contact ou encore la résistance à une sollicitation exercée suivant la surface de contact de deux corps solides. On la distingue de la cohésion qui correspond à l'attraction des molécules au sein d'un corps. Par exemple, lorsqu'un morceau de verre est immergé dans de l'eau, une petite quantité d'eau reste sur le verre lorsque l'on retire le verre de l'eau : c'est le phénomène d'adhérence.

Plusieurs mécanismes peuvent causer l'adhérence : lien mécanique, liaisons chimiques, interaction électrostatique, adsorption et diffusion. La compréhension des mécanismes d'adhérence est une étape importante pour tenter de mesurer la force d'adhérence de la glace. Ceci permet en effet de connaître les paramètres pouvant influencer la force d'adhérence pour ainsi en faire une bonne reconstitution en laboratoire.

### **II.2.2. Mécanismes d'adhérence**

- Interaction électrostatique : Interaction liée à l'existence d'un moment dipolaire dans une molécule. L'interaction électrostatique joue un rôle significatif dans l'adhérence de la glace. Elle résulte des molécules d'eau qui interagissent avec n'importe quel solide ayant une permittivité diélectrique différente de celle de la glace. De plus, plusieurs études ont démontré l'existence de charges à la surface de la glace [9].

- Liaisons chimiques : l'adhérence peut aussi être causée par des liaisons chimiques résultant de réactions entre les matériaux. Elles dépendent donc de la nature des matériaux en contact. L'influence de liaisons chimiques dans l'adhérence de la glace n'a pas encore suffisamment été bien étudiée [10].

Liens mécaniques : selon la forme et la rugosité des surfaces en contacts, l'adhérent peut s'accrocher mécaniquement au substrat [10]. En effet, les nombreux pores et irrégularités servent de support à l'adhérent augmentant ainsi la surface de contact. Les liens mécaniques influencent l'adhérence de la glace car l'eau surfondue pénètre dans les

zones poreuses des structures et occupe plus de volume en se solidifiant créant ainsi un effet d'ancrage avec le substrat.

- Adsorption : phénomène de surface par lequel des molécules de gaz ou de liquides se fixent sur les surfaces solides des adsorbants selon divers processus plus ou moins intenses. On distingue l'adsorption physique ou physisorption de l'adsorption chimique ou chimisorption. L'adsorption physique implique des liaisons faibles, du type forces de van der Waals. Les liaisons de van der Waals n'entrent pas dans le cadre des liaisons chimiques, en ce sens que les électrons restent sur leurs atomes respectifs. L'adsorption chimique, quant à elle, met en jeu des énergies de liaison importantes (liaison hydrogène, etc.) et s'accompagne d'une profonde modification de la répartition des charges électroniques des molécules adsorbées, les forces mises en jeu sont du même type que celles qui sont impliquées lors de la formation des liaisons chimiques. L'adhérence par adsorption exige des deux surfaces une très grande affinité chimique. Dans le cas de la glace (l'eau), l'adsorption peut être un des mécanismes qui causent son adhérence selon la nature du substrat (substance hydrophobe ou hydrophile). Victor F. Petrenko a étudié, dans ses travaux de recherches, l'adhérence de la glace selon le degré d'hydrophobicité du substrat [11]. Il a pu ainsi établir que les liaisons hydrogènes augmentaient de façon significative l'adhérence de la glace.

- Diffusion : les molécules de l'adhérent diffusent dans le substrat à travers la surface de contact et/ou inversement, éliminant ainsi l'interface [10]. Pour que ce

phénomène soit possible, il faut que les substances en contact possèdent une mobilité de chaîne assez importante et qu'elles soient mutuellement solubles. C'est un phénomène qui exige une longue période de contact et qui est favorisé par l'augmentation de la température.

## **II.3. Mesure de la force d'adhérence de la glace**

### **II.3.1. Introduction**

Différentes études ont été menées ces dernières années pour tenter de déterminer la force d'adhérence de la glace. Il en a résulté une panoplie de méthodes qui, théoriquement, pouvaient servir à mesurer la grandeur de cette force tant recherchée. Ces méthodes sont présentées dans les lignes qui suivent.

D'une manière générale, ces méthodes partent du principe que la force qui cause le détachement adhésif (qui diffère du détachement cohésif) de la glace de la structure où elle est déposée représente la force d'adhérence. La difficulté avec ce principe est que même en admettant qu'on puisse déterminer la force qui cause ce détachement, elle sera différente selon que ce dernier se produit en cisaillement, en traction/compression ou simultanément dans les deux modes.

### **II.3.2. Essai de cisaillement à plat [12]**

Deux blocs sont soumis à une traction parallèle au plan d'adhésion de la glace. C'est une configuration en sandwich qui permet l'application des contraintes symétriquement à un bloc central entouré de deux autres blocs et donc avec deux plans d'adhérence (figure II .1-a).

Deux configurations sont possibles:

- se servir de la glace comme bloc central : dans ce cas, la glace se détachera si on applique une tension mais résistera si on lui applique une compression.
- se servir de deux blocs de glace comme blocs latéraux: en d'autres termes, accumuler la glace sur les deux côtés du substrat.

Cette méthode exige d'appliquer un grand effort instantané pour pouvoir causer le détachement. Le problème, quand on doit appliquer un effort instantané, est que ce dernier peut être soit insuffisant soit trop grand pour détacher la glace, rendant ainsi difficile la détermination de la limite à partir de laquelle la glace peut se détacher.

### **II.3.3. Essai de traction pure [12]**

Deux blocs de part et d'autre d'un bloc de glace central sont tirés perpendiculairement au plan d'adhérence (figure II.1-b). Comme la glace est un matériau fragile et que la force de cohésion est souvent plus petite que la force d'adhérence, cette méthode de mesure peut causer la rupture de la glace avant son détachement. C'est aussi une méthode qui exige un grand effort instantané pour pouvoir causer le détachement.

#### **II.3.4. Différents types d'essais de cisaillement en torsion [12]**

Différentes méthodes sont proposées, entre autre, une méthode où la couche de glace est formée entre une plaque fixe et un disque plat ou un anneau. Ce dernier est ensuite soumis à un mouvement de rotation (figure II.1-c) tout en mesurant la force au détachement de la glace. Dans cette méthode, l'intensité de la force a une variation radiale; ce qui permet l'initiation des fissures sur les périphéries, permettant ainsi un détachement progressif.

#### **II.3.5. Essais de pelage [12]**

La glace est accumulée sur une base solide tandis qu'une extrémité libre d'une couche mince et flexible est écartée perpendiculairement (figure II.1-d). Cette méthode est adaptable pour les substrats moins épais et flexibles.

#### **II.3.6. Essais d'impact [13]**

Le système consiste en une barre semi cylindrique placée de telle sorte que la partie arrondie soit en contact avec la surface de la glace retenue fermement par une partie en U (figure II.2-a). Le poids dans le tube est monté à la hauteur voulue et est lâché sur la surface plate de la barre. L'opération est répétée jusqu'à ce que toute la glace se soit détachée. L'énergie d'impact est la somme de l'énergie de chaque impact. Dans cette méthode, un effort instantané est appliqué, ce qui provoque une contrainte pic plus grande que si on avait appliqué une charge de même amplitude mais plus lentement.

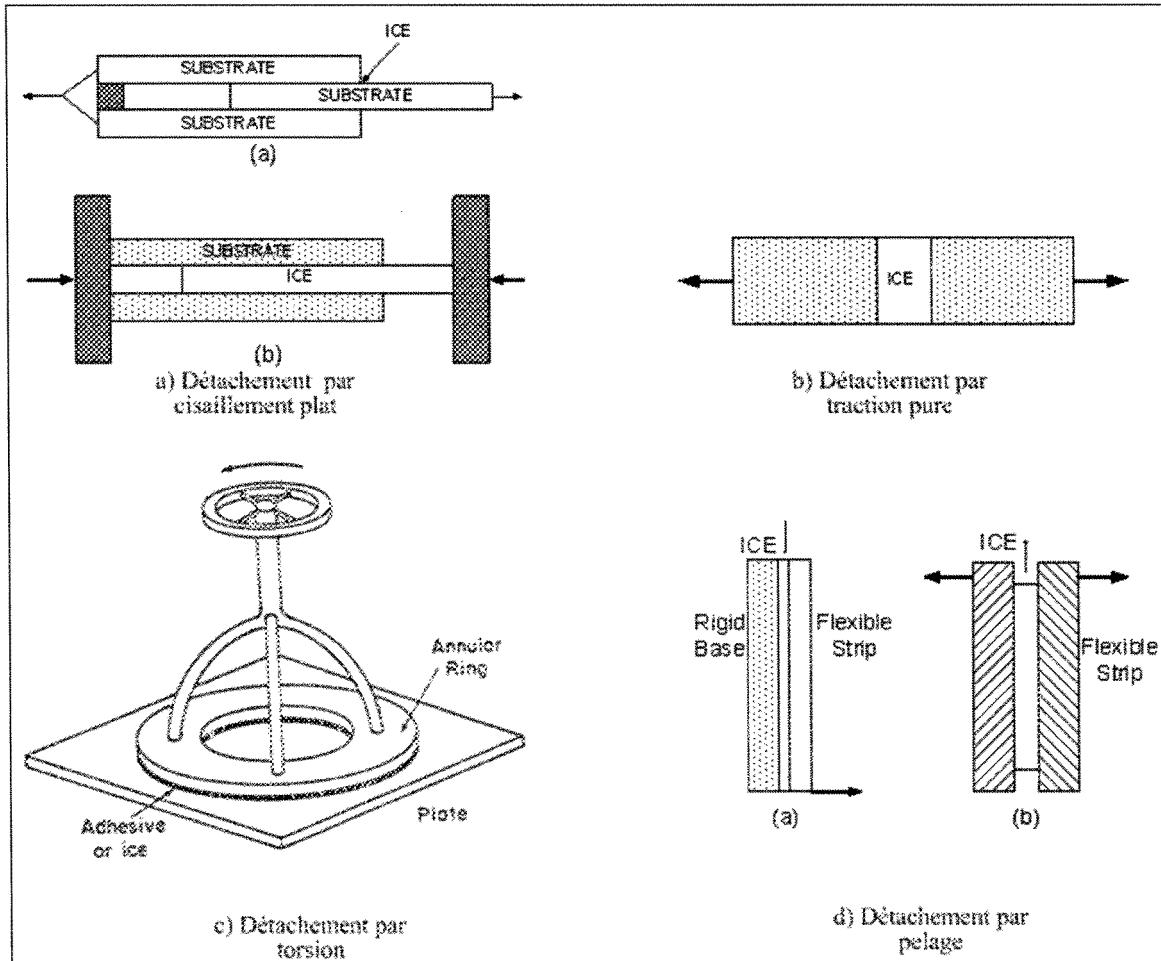


Figure II.1 : Techniques de mesure de la force d'adhérence de la glace I

### II.3.7. Techniques de spallation par laser [14]

Une contrainte impulsionnelle induite par laser passe à travers un disque dont la face avant est recouverte de glace (figure II.2-b). L'impulsion de compression est réfléchie à la surface du dépôt et se transforme en une onde de traction qui détache la glace de la structure lorsque l'amplitude de l'impulsion est suffisamment grande. La force à l'interface est calculée par simulation numérique par la méthode des différences finies de l'onde élastique.

### **II.3.8. Utilisation du microscope à force atomique [15]**

On détermine la force d'adhérence de chaque particule individuelle en utilisant un microscope à force atomique. La force d'adhérence est ensuite déterminée en faisant la moyenne de toutes les forces obtenues.

### **II.3.9. Détachement par traction électromagnétique [16]**

L'interaction entre un champ magnétique externe et un courant électrique circulant dans le recouvrement produit une force normale à l'interface (figure II.2-c) et permet ainsi de déterminer la force d'adhérence sans aucun besoin d'attachement mécanique. Cette technique n'est malheureusement pas applicable au cas de la glace parce que la chaleur générée par le passage du courant fait fondre la glace.

### **II.3.10. Technique de gonflement/décollement [12]**

Une pression d'air est appliquée au centre de l'interface glace/substrat, comme indiqué à la figure II.2-d, ce qui détache la partie supérieure (plus mince et plus flexible). Les forces sont incrémentales dans cette technique, ce qui permet de faire une série de mesures sur le même spécimen avec interruption de la pression et en notant la localisation d'initiation de détachement.

### II.3.11. Essais par scarification [17]

Une pointe de diamant est passée à travers la surface du dépôt. Une force verticale est appliquée graduellement à ce point jusqu'à ce que le dépôt tombe. Cette méthode s'est avérée non applicable aux dépôts de glace parce que cette dernière casserait avant de se détacher.

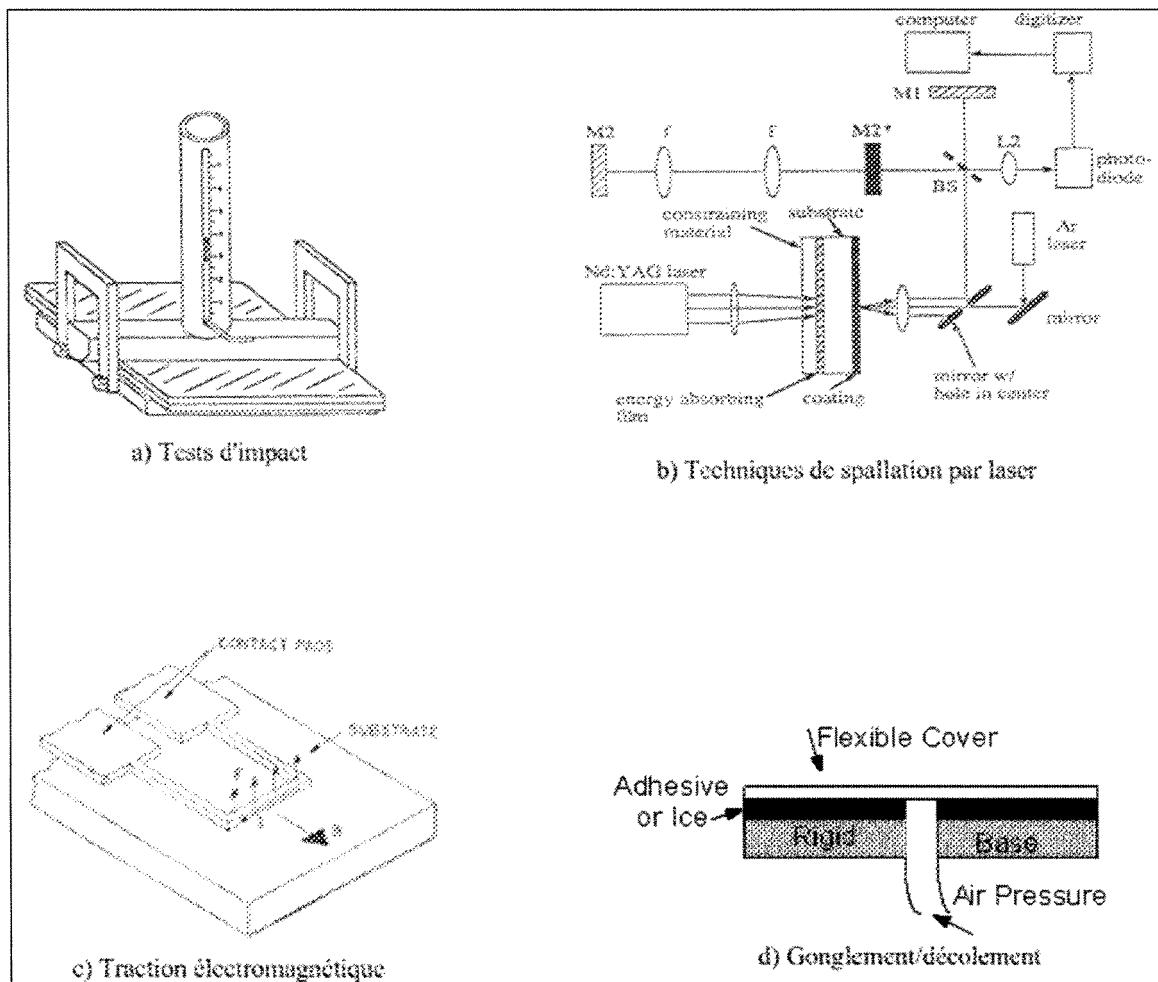


Figure II.2 : Techniques de mesure de la force d'adhérence de la glace II

### **II.3.12. Essai de cisaillement par torsion sur cylindre [12]**

La couche de glace est formée entre un cylindre creux et un noyau central comme illustrée à la figure II.4-a. On applique un couple à l'un des deux tout en mesurant l'amplitude du couple appliqué. Les contraintes sont donc uniformes et symétriques partout à l'interface, ce qui implique que la glace se détache en même temps en tout point.

### **II.3.13. Cisaillement axial d'un cylindre [12]**

La glace est formée entre un anneau et un noyau central (figure II.4-b). On exerce une traction et une compression alternativement à l'anneau, ce qui crée une contrainte de cisaillement purement axiale. La glace se détache en même temps en tout point.

### **II.3.14. Méthode du cône [12]**

Cette méthode est une généralisation des méthodes de cisaillement plat et de cisaillement par torsion présentées précédemment. En effet, cette méthode propose d'utiliser un cône dont l'angle peut varier de 0 à 90 degrés. Si l'angle est nul, on obtient le cisaillement plat et s'il est droit, on obtient le cisaillement par torsion. Dans la figure II.4-c,  $H_1$  représente l'application de contraintes axiales et  $H_2$  l'application de contraintes de cisaillement.

### **II.3.15. Essais par modes combinés [12]**

Il est possible de combiner différents modes, par exemple la traction et le cisaillement. Ceci peut être réalisé en appliquant une charge constante dans un mode et une

charge progressive dans l'autre. La combinaison fixe/variable de contraintes facilite l'initiation et la propagation des fissures à la rupture.

#### II.3.16. Mesure par force centrifuge [19]

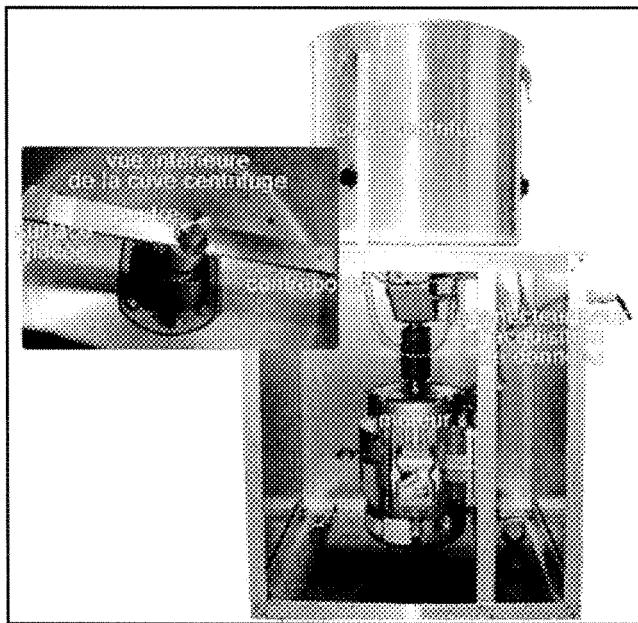


Figure II.3: Mesure par force centrifuge [19]

Développée au Laboratoire Internationale des Matériaux Antigivre (LIMA), cette technique de mesure consiste à accumuler la glace au bout d'une poutre qu'on place par la suite dans une centrifugeuse. La poutre est ensuite soumise à une accélération angulaire constante jusqu'au détachement de la glace. Le détachement de la glace est détecté par des capteurs piézoélectriques fixés aux parois de la centrifugeuse. Cette méthode a pour avantages d'être simple, répétitive, de permettre l'utilisation d'une forme de glace plus

représentative de la glace atmosphérique, d'être adaptable pour différentes formes de substrat. De plus, l'acquisition de données se fait en temps réel.

Un de ses désavantages est lié au fait que la glace est accumulée uniquement sur un bout du substrat, ce qui exige de protéger le reste de la poutre pour y éviter des accumulations. La contrainte de cisaillement est considérée distribuée uniformément sur toute l'interface glace/substrat, ce qui n'est pas réellement le cas bien que la dite surface soit petite.

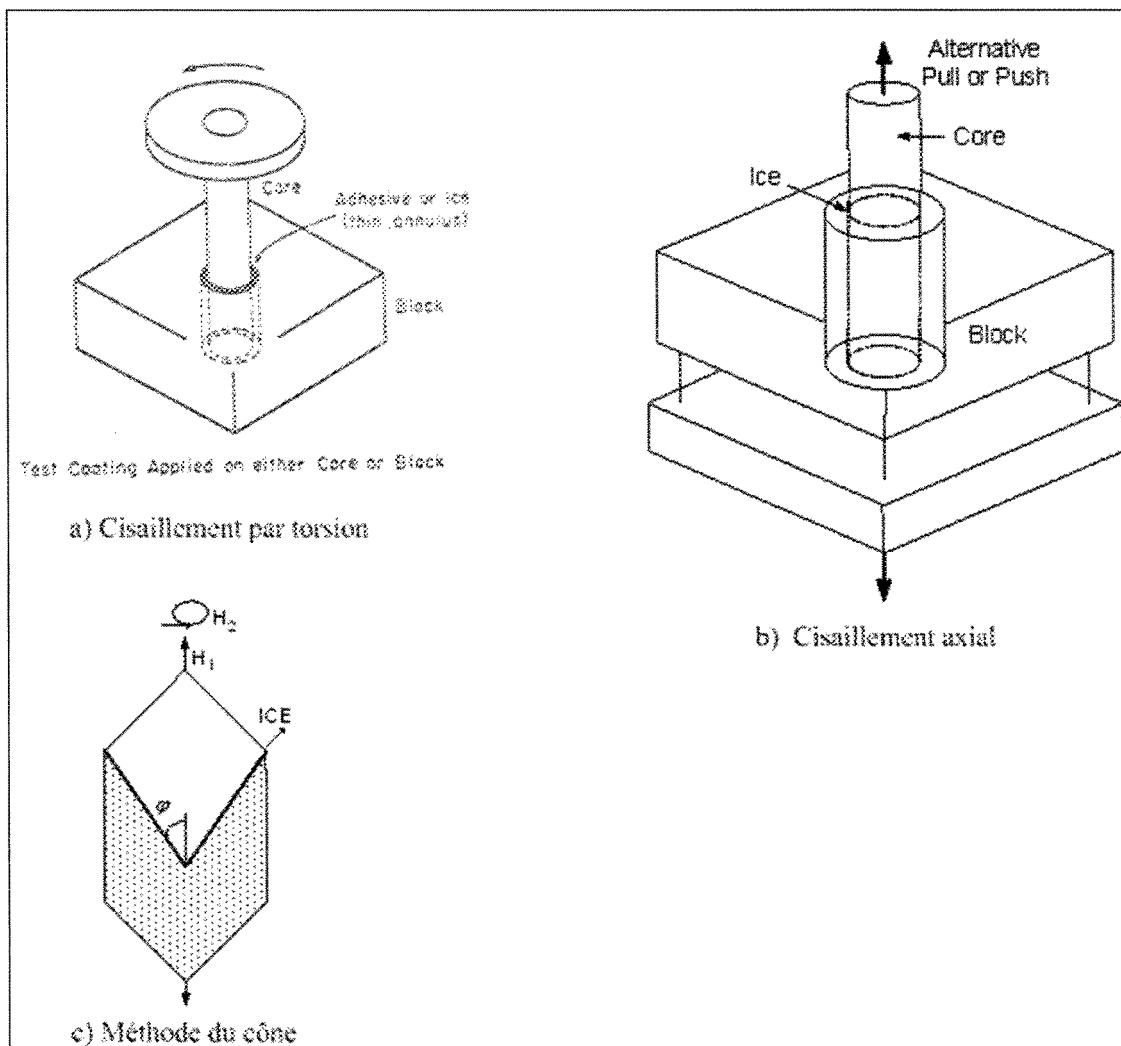


Figure II.4 : Techniques de mesure de la force d'adhérence de la glace III

### II.3.17. Mesure par flexion d'une poutre [19]

Cette méthode consiste à déposer de la glace atmosphérique sur une poutre qui est ensuite soumise à une flexion simple. L'épaisseur de la glace est sélectionnée de telle sorte que l'axe neutre de la poutre composite (aluminium + glace) obtenue soit à l'interface poutre/glace. Une extrémité de la poutre est ensuite fixée par encastrement tandis que l'autre extrémité est soumise à une force de flexion produite par un piston pneumatique. La poutre se trouve alors soumise à une flexion, se traduisant par des contraintes de cisaillement maximales à l'interface poutre/glace. Une jauge de déformations collée sur le côté non couvert de glace de la poutre est utilisée pour déterminer la déformation, et de là les contraintes de cisaillement à l'endroit de détachement de la glace. Deux capteurs de déplacements linéaires LVDT, l'un placé sur la glace, l'autre sur le côté nu de la poutre déterminent l'instant de détachement de la glace.

Les avantages de cette technique de mesure sont qu'aucun effort n'est appliqué directement sur la glace, pouvant causer des perturbations et que la force d'adhérence peut être mesurée même pour de minces couches de glace. Cependant, le principal inconvénient réside dans le fait de devoir ajuster précisément la position de l'axe neutre à l'interface glace/substrat. De plus, pour une épaisseur de glace à tester, un substrat d'épaisseur différente est nécessaire.

### **II.3.18. Conclusion**

La force d'adhérence de la glace sur un substrat est la force nécessaire pour la détacher de ce dernier. Ainsi, cette force peut être différente selon qu'elle est appliquée en traction, en compression ou en cisaillement, en plus de différer selon le type de glace. Cela rend les résultats expérimentaux obtenus souvent difficiles à comparer.

La plupart des méthodes décrites dans ce chapitre concernent la glace normale formée par simple congélation. Très peu sont applicables à la glace atmosphérique obtenue à partir de gouttelettes d'eau surfondues. D'autres se sont avérées tout simplement non applicables à la glace du fait qu'elles modifiaient les propriétés de cette dernière en cours d'expérimentations ou tout simplement qu'il était difficile d'obtenir une rupture adhésive.

C'est ainsi qu'au sein des chaires CIGELE et INGIVRE, une nouvelle méthode de mesure de l'adhérence de la glace a été mise au point. Cette méthode est basée sur l'utilisation d'une poutre d'aluminium sur laquelle est déposée une couche de glace avant de la soumettre à une vibration d'amplitude croissante. Un film PVDF piézoélectrique collé à l'interface glace/aluminium permet de détecter l'instant du détachement de la glace et ainsi déterminer la contrainte correspondante.

# **CHAPITRE III**

## **LA PIÉZOÉLECTRICITÉ**

### III.1. Introduction

Certains matériaux se polarisent lorsqu'ils sont soumis à des contraintes mécaniques. Ce phénomène a été observé expérimentalement, pour la première fois par Jaques et Pierre Curie en 1880. En effet, ces derniers découvrirent que certains cristaux développaient des charges négatives et positives sur certaines portions de leurs surfaces lorsqu'ils étaient compressés dans des directions particulières. Ces charges étaient proportionnelles à la pression exercée et disparaissent lorsque la pression cesse d'être exercée. Avant la fin de l'année 1881, les frères Curie vérifièrent et affirmèrent l'existence de l'effet inverse, c'est-à-dire, que ces mêmes cristaux, lorsque soumis à l'action d'un champ électrique, se déformaient. Le phénomène ainsi décrit porte le nom de « piézoélectricité ».

La piézoélectricité se rapproche beaucoup de l'électrostriction. L'électrostriction est un phénomène selon lequel tous les cristaux se déforment lorsqu'ils sont soumis à un champ électrique. Inversement, une modification mécanique des dimensions d'un cristal, par application de contraintes, pourra faire apparaître des moments dipolaires : mais ce phénomène n'existe que pour quelques cristaux tels que la somme des moments qui apparaissent ne soit pas nulle. C'est dans ce cas qu'on parle de piézoélectricité. Tandis que l'électrostriction n'est pas réversible, la piézoélectricité est caractérisée par une réciprocité de l'effet direct (application d'une déformation mécanique par application d'un champ

électrique) et l'effet inverse (apparition d'une polarisation par application de contraintes mécaniques) [20].

### III.2. Principes de la piézoélectricité

On peut définir la piézoélectricité comme la propriété que possèdent certains matériaux à se polariser sous l'effet de contraintes mécaniques et à se déformer sous l'effet d'un champ électrique [20]. Si une compression est appliquée à la place d'une traction, le signe de la polarité est inversé. De même, si les polarités du champ électrique appliqué changent de signe, le signe de la contrainte développée s'inverse aussi.

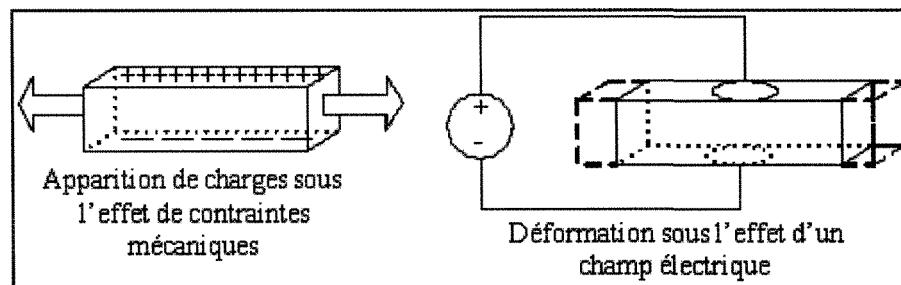


Figure III.1 : Effets piézoélectriques

Seuls les matériaux non conducteurs peuvent être piézoélectriques [20]. La piézoélectricité résulte de la création de dipôles internes au sein de chaque maille du cristal. Pour qu'il y ait apparition ou non de ces dipôles internes, les propriétés symétriques des cristaux sont fondamentales. En effet, tout cristal possédant un et un seul centre de symétrie ne peut être piézoélectrique.

En l'absence de centre de symétrie ou en présence de plusieurs, la redistribution des charges internes de chaque maille due aux contraintes mécaniques externes peut aboutir à une polarisation. La polarisation se fait selon un axe privilégié qu'on appelle « axe polaire ».

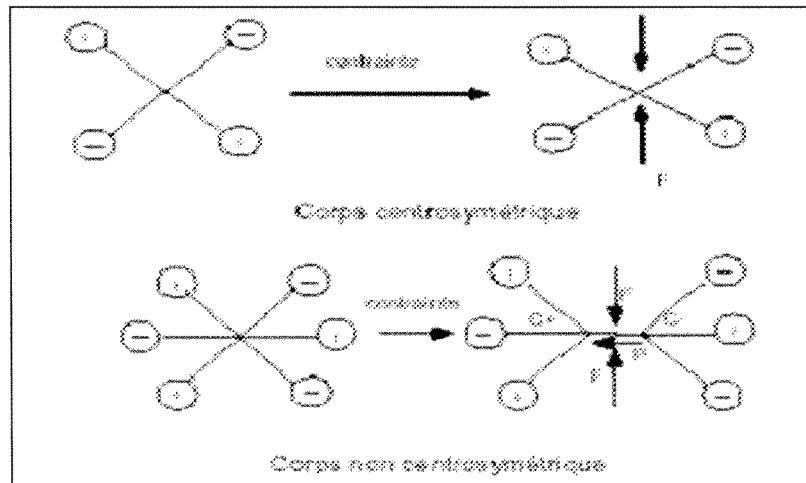


Figure III.2 : Corps centrosymétrique et corps non centrosymétrique [20]

### III.3. Équations fondamentales de la piézoélectricité

Les équations fondamentales de la piézoélectricité, qui permettent de relier les variables électriques aux variables mécaniques, sont toutes linéaires [20]. En plus des variables, on trouve dans ces équations des coefficients dont certains sont purement électriques, d'autres purement mécaniques et des coefficients piézoélectriques qui traduisent le couplage électromécanique.

Soit un matériau piézoélectrique placé dans un champ électrique  $\{E_0\}$  et soumis en même temps à une contrainte mécanique  $\{\sigma_0\}$ . Il se développe alors, dans le cristal, une polarisation et une contrainte mécanique. Dans ces conditions, les comportements mécanique et électrique de ce matériau piézoélectrique peuvent s'écrire comme suit [20]:

$$\begin{aligned}\{S\} &= \{S_0\} + [g^\varphi]^t \{D_0\} \\ \{E\} &= -[g^\varphi] \{\sigma_0\} + \{E_0\}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Selon les variables utilisées, ces équations prennent plusieurs formes :

$$\begin{aligned}\{S\} &= \{S_0\} + [d^\varphi]^t \{E_0\} \\ \{D\} &= [d^\varphi] \{\sigma_0\} + [\varepsilon^\sigma] \{E_0\}\end{aligned}\tag{3.2}$$

$$\begin{aligned}\{\sigma\} &= [C^D] \{S_0\} - [e^\varphi]^t \{E_0\} \\ \{D\} &= [e^\varphi] \{S_0\} + [\varepsilon^\sigma] \{E_0\}\end{aligned}\tag{3.3}$$

Avec  $\{\sigma\}$  : vecteur (6,1) de contraintes dans le matériau

$\{S\}$  : vecteur (6,1) de déformations du matériau

$\{D\}$  : vecteur (3,1) déplacement électrique

$\{E\}$  : vecteur (3,1) champ électrique

$[C^D]$  : matrice (6,6) de rigidité élastique du matériau à déplacement électrique nul.

$[\varepsilon^\sigma]$  : matrice (3,3) des constantes diélectriques du matériau à contraintes nulles.

$[g^\varphi]$  : matrice (3,6) de coefficients piézoélectriques exprimant la proportionnalité entre le champ électrique et la contrainte à potentiel électrique nul.

$[d^\varphi]$  : matrice (3,6) de coefficients piézoélectriques exprimant la proportionnalité entre le déplacement électrique et la contrainte à potentiel électrique constant.

$[e^\varphi]$  : matrice (3,6) de coefficients piézoélectriques exprimant la proportionnalité entre le déplacement électrique et la déformation à potentiel électrique constant.

De par les relations d'une part entre le vecteur champ électrique  $\{E\}$  et le vecteur déplacement électrique  $\{D\}$ , et entre le tenseur des déformations et celui des contraintes d'autre part, des relations simples entre les différents coefficients piézoélectriques peuvent être établies comme suit :

$$\begin{aligned} [d^\varphi] &= [\varepsilon^\sigma] [g^\varphi] \\ [e^\varphi] &= [d^\varphi] [C^D] \end{aligned} \tag{3.4}$$

### III.4. Coefficient de couplage piézoélectrique

Le coefficient de couplage indique, pour un matériau piézoélectrique, la qualité du transfert d'énergie entre le signal électrique émis par les électrodes et les ondes se propageant dans le matériau. Il varie selon la forme de l'échantillon et le mode de vibration provoquée. La figure III.3 donne l'expression de ces coefficients d'après le standard IEEE.

$$k^2 = \frac{\text{Energie mécanique transformée}}{\text{Énergie électrique fournie}} \quad (3.5)$$

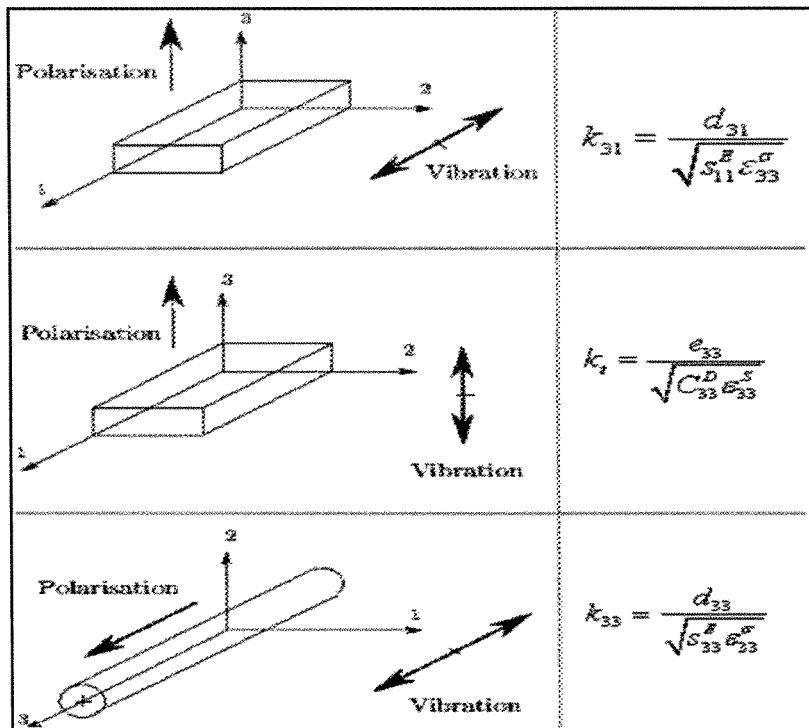


Figure III.3 : Coefficients de couplage piézoélectrique [21]

### III.5. Les matériaux piézoélectriques

On peut regrouper les matériaux piézoélectriques en quatre principales classes.

- Les cristaux dont les plus répandus sont le quartz, le niobate de lithium ( $\text{LiNbO}_3$ ) ou le tantalate de lithium ( $\text{LiTaO}_3$ ). Ces cristaux ont une piézoélectricité naturelle, c'est-à-dire qu'ils n'ont pas besoin d'intervention externe pour l'acquérir.
- Les céramiques : ce sont souvent des solutions binaires ou ternaires possédant une structure pérovskite. La céramique la plus connue et la plus répandue est sans aucun doute la céramique PZT (plomb, zirconate, titanate).
- Les polymères : certains polymères tel que le polyvinylidene difluoride (PVDF) et des copolymères tel que le P(VDF-TrFE) peuvent acquérir des propriétés piézoélectriques. Aujourd'hui, l'utilisation des polymères piézoélectriques est l'une des technologies les plus en croissance dans le monde avec plusieurs milliers de dollars de marché [22].
- Les composites : ils sont obtenus par mélange de différents matériaux piézoélectriques afin de tirer avantage des propriétés de chacun.

Les trois dernières classes de matériaux doivent subir une polarisation pour acquérir la piézoélectricité. La Figure III.4 présente une section de céramique piézoélectrique, qui se décompose en grains, eux-mêmes divisés en domaines. A l'état vierge, les domaines sont orientés aléatoirement, et la contribution des polarisations naturelles de chacun est en moyenne nulle. On réoriente les axes des grains dans le même sens par application d'un

champ électrique intense à haute température pendant tout le cycle de chauffage et de retour à la température ambiante. Toutefois, il existe une température au-delà de laquelle le matériau perd sa propriété piézoélectrique. Cette température limite est appelée « Température de Curie ».

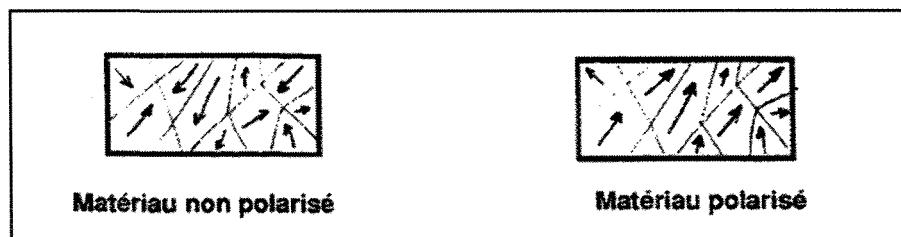


Figure III.4 : Orientation des grains dans le cristal [20]

Les avantages et les inconvénients de chacune des 4 classes de matériaux piézoélectriques sont résumés dans le tableau III.1.

Tableau III.1: Avantages et inconvénients de chaque famille de matériaux

	Avantages	Inconvénients
<b>Cristaux</b>	Résolution (aptitude à discriminer deux valeurs proches l'une de l'autre) très élevée	Leurs coûts de fabrication sont élevés, ils sont fragiles, difficiles à travailler et à adapter à une géométrie complexe
<b>Céramiques</b>	Ils sont usinables et faciles à transformer, offrent un très large éventail de performances	Ils doivent être polarisés pour acquérir la propriété piézoélectrique
<b>Polymères</b>	Immunité aux interférences électromagnétiques, résistance chimique, durabilité et bas prix	Ils doivent être polarisés pour acquérir la propriété piézoélectrique
<b>Composites</b>	Variables selon la composition	Variables selon la composition

D'autres propriétés peuvent être présentées comme avantages ou inconvénients selon l'application qu'on veut faire du matériau.

Les valeurs usuelles de certains paramètres sont présentées dans le tableau III.2.

**Tableau III.2 : Comparaison des matériaux piézoélectriques [20]**

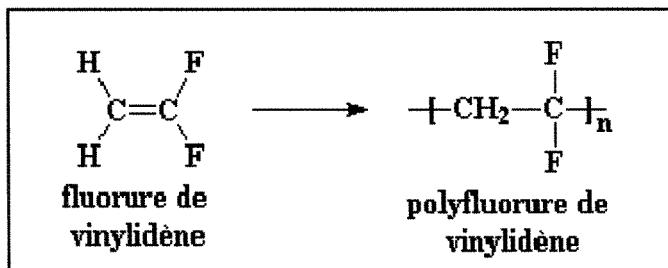
Propriété	Unités	PVDF	PZT	BaTiO <sub>3</sub>
Densité	10 <sup>3</sup> kg/m <sup>3</sup>	1,78	7,5	5,7
Permittivité relative	$\epsilon / \epsilon_0$	12	1,2	1,7
Constante d <sub>31</sub>	10 <sup>-12</sup> C/N	23	110	78
Constante g <sub>31</sub>	10 <sup>-3</sup> Vm/N	216	10	5
Constante k <sub>31</sub>	% à 1 kHz	12	30	21
Impédance Acoustique	10 <sup>6</sup> kg/m <sup>2</sup> -s	2,7	30	30

### III.6. Les films PVDF

Le PVDF, polyvinylidene difluoride, est un matériau ayant une très grande résistance électrique et une bonne résistance au feu. Il possède aussi une très bonne résistance chimique et aux rayons ultraviolets [22].

Le fluor est tellement électronégatif que le carbone qu'il attire beaucoup plus vers lui les électrons qu'ils partagent. Les groupes -CF<sub>2</sub>- de la chaîne vont être ainsi très polaire, avec une charge partiellement négative sur les atomes de fluor et une charge partiellement positive sur les atomes de carbone.

Le PVDF est fabriqué par polymérisation radicalaire vinylique du monomère fluorure de vinylidène [20].



**Figure III.5 : Polymérisation du fluorure de vinylidène en polyfluorure de vinylidène**

L'axe de polarisation est orienté de façon aléatoire au niveau local résultant en une polarisation quasi nulle au niveau global. Afin d'accroître sa propriété piézoélectrique, une feuille polyfluorure de vinylidène est d'abord étirée à une température en dessous du point de fusion. Ceci entraîne un réarrangement des unités cellulaires en plans parallèles réduisant considérablement l'épaisseur de la feuille, on parle de « phase bêta » polaire. La phase finale de fabrication consiste à soumettre le film à un champ électrique très important lui conférant ainsi un haut niveau de propriété piézoélectrique. Une mince couche de métal peut être déposée sur chacune des faces du film obtenu afin de servir d'électrodes.

Les films PVDF (et leurs copolymères) se sont avérés être d'excellents transducteurs électromécaniques [22]. Les films piézoélectriques sont habituellement fournis sous une forme typique de feuilles souples dont l'épaisseur s'étend de 9 à 110  $\mu\text{m}$

[23]. En raison de leur très faible épaisseur, une petite charge mécanique appliquée longitudinalement, le long du plan du film, se traduit par un effort très important à l'intérieur du matériau, la charge électrique obtenue étant proportionnelle à l'effort développé dans le matériau. De plus, leur souplesse permet une utilisation non conventionnelle pour des applications particulières telles que des transducteurs cylindriques par exemple.

### **III.7. Domaines d'utilisation de la piézoélectricité en ingénierie**

Les matériaux piézoélectriques sont présents dans plusieurs domaines en ingénierie. On les utilise comme capteurs, actuateurs ou transducteurs ultrasoniques. Ils sont très présents dans les structures dites «intelligentes» où ils sont utilisés pour contrôler les vibrations des systèmes [21-22] ou encore pour la détection et la suppression des changements de forme de ces structures [25].

Les matériaux piézoélectriques sont aussi utilisés pour la détection *in situ* et pour corriger les défauts introduits par l'usinage, les distorsions thermiques ou l'humidité dans les matériaux [26].

Des feuillets piézoélectriques sont parfois utilisés dans les systèmes électroniques pour servir de système de refroidissement [27]. Lorsque soumis à un champ électrique, les

feuilles de piézocéramiques induisent des vibrations dans la pièce, ce qui permet de créer un courant d'air nécessaire au refroidissement des circuits.

Enfin, la puissance électrique produite par les matériaux piézoélectriques soumis à des vibrations peut être récupérée afin de remplacer les batteries traditionnelles dans l'alimentation des dispositifs électroniques portatifs [28].

# **CHAPITRE IV**

## **ÉTUDE THÉORIQUE : POUTRE EN FLEXION**

## IV.1. Introduction

Comme il a été mentionné au chapitre II, la force d'adhérence de la glace sur un substrat est équivalente à l'effort qu'il faut fournir pour la détacher de ce dernier. Ainsi, cette force peut être différente selon le mode d'application de l'effort : traction (compression), cisaillement ou une combinaison des deux. Dans la revue des travaux antérieurs, on a pu voir qu'il existe un grand nombre de méthodes dont le principe est basé sur les trois modes mentionnés ci-haut.

Pour les besoins de cette étude il est nécessaire d'aborder les notions de base de la résistance des matériaux sur les poutres en flexion. Dans cette étude, les poutres sont toutes constituées de matériaux élastiques et de plus, elles satisfont aux hypothèses suivantes [29] :

- a) La poutre est droite avant le chargement.
- b) Le matériau est élastique et ses propriétés sont les mêmes en traction et en compression.
- c) Tous les éléments longitudinaux ont la même longueur et présentent une section transversale constante.
- d) La flexion se produit dans un seul plan qui coïncide avec un axe principal de la section.

## IV.2. Poutre en flexion

### IV.2.1. Effort tranchant et moment fléchissant

Soit la poutre représentée à la figure IV.1. Cette dernière est soumise à un chargement quelconque, noté  $p(x)$  (positif par convention), qui est distribué sur toute sa longueur. On considère maintenant un élément de la poutre de longueur  $dx$  situé à la distance  $x$  de l'encastrement (figure IV.2-a). Son diagramme du corps libre est représenté à la figure IV.2-b.

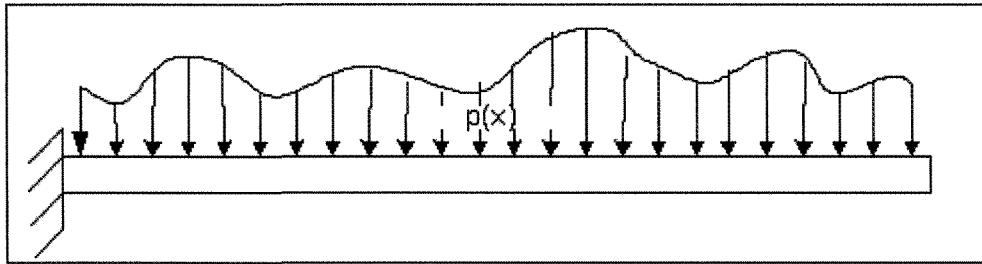


Figure IV.1 : Poutre homogène encastrée soumise à un chargement quelconque

L'équilibre des forces sur l'élément s'écrit :

$$V + dV - V + p(x)dx = 0 \quad (4.1)$$

Et donc

$$\frac{dV}{dx} = -p(x) \quad (4.2)$$

De même l'équilibre des moments s'écrit :

$$dM + Vdx + dV \frac{dx}{2} = 0 \quad (4.3)$$

En négligeant le second ordre dans l'équation (4.3), il reste :

$$\frac{dM}{dx} = -V \quad (4.4)$$

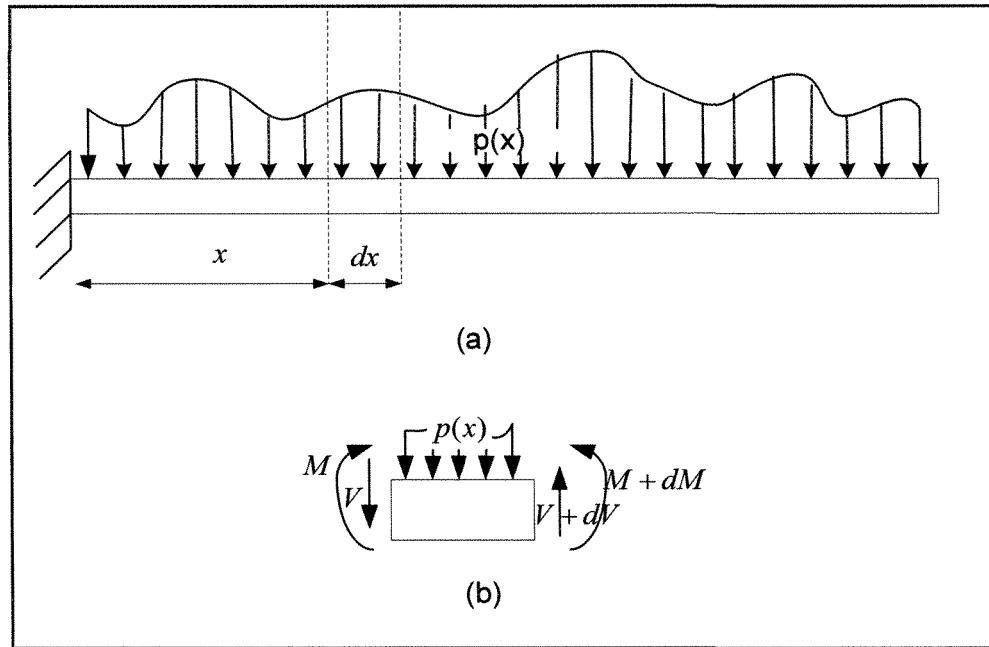


Figure IV.2 : Diagramme du corps libre d'un élément de la poutre

Lorsqu'une charge  $F$  concentrée s'exerce sur l'élément, l'effort tranchant varie d'une quantité  $F$  lorsqu'on dépasse le point d'application de la charge. En ce point, la pente du moment fléchissant  $\frac{dM}{dx}$  varie brusquement.

De même, lorsqu'un moment  $M$  s'exerce sur l'élément, le moment fléchissant varie d'une quantité  $M$  lorsqu'on dépasse le point d'application de la charge.

#### IV.2.2. Contraintes dans une poutre en flexion

On considère encore la poutre de la figure IV.1 pour en étudier les contraintes agissant sur sa section transversale.

La contrainte normale à la section transversale A (figure IV.3-a), en un point situé à une distance  $y$  de l'axe neutre, s'écrit [29] :

$$\sigma_x = -\frac{My}{I} \quad (4.5)$$

Avec  $I$  le moment d'inertie de la section par rapport à l'axe neutre et  $M$  le moment auquel elle est soumise.

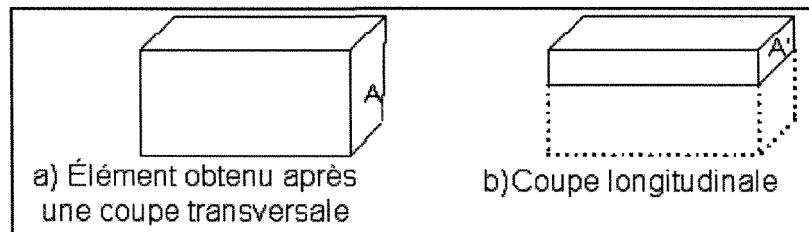


Figure IV.3 : Éléments de la poutre

La distribution des contraintes normales à la section ainsi obtenue est représentée à la figure IV.4. On peut montrer que la somme de toutes les contraintes sur la section est nulle :

$$\int_A \sigma_x dA = 0 \quad (4.6)$$

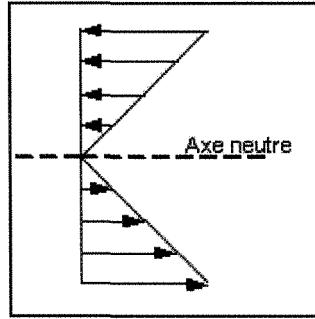


Figure IV.4 : Distribution des contraintes normales

Considérons maintenant un élément de la poutre décrit suivant la coupe longitudinale de la figure IV.3-b. Le diagramme du corps libre de l'élément ainsi obtenu est présenté à la figure IV.5. Comme la sommation des contraintes normales à la section  $A'$  n'est pas nulle; une force résultante est donc présente et peut s'exprimer comme suit :

$$F = \int_{A'} \sigma_x dA = - \int_{A'} \frac{My}{I} dA \quad (4.7)$$

De plus, les contraintes sur la face opposée n'équilibrivent pas cette résultante, étant donné que les moments sur les deux faces sont différents. Il y a donc une force  $\tau$  répartie sur la section de la coupe longitudinale pour équilibrer les forces horizontales.

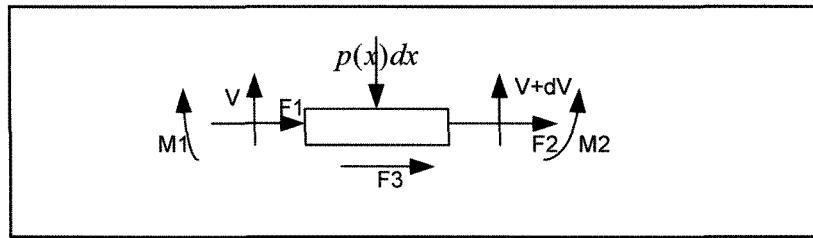


Figure IV.5 : Diagramme de corps libre après la coupe longitudinale

$$F_1 = \int_A \frac{M_1 y}{I} dA, \quad F_2 = - \int_A \frac{M_2 y}{I} dA \text{ et } M_2 = M_1 + dM$$

L'équilibre des forces selon l'axe horizontal s'écrit donc :

$$F_3 = \int_A \frac{y dM}{I} dA \quad (4.8)$$

Comme  $F_3$  est une force répartie sur la section de la coupe longitudinale, elle peut aussi s'exprimer selon l'équation (4.9) ci-dessous où  $b$  est l'épaisseur de la poutre :

$$F_3 = \tau b dx \quad (4.9)$$

De (4.8) et (4.9), on a :

$$\tau = \int_{A'} \frac{y}{Ib} \left( \frac{dM}{dx} \right) dA \quad (4.10)$$

Or, on a vu que  $\frac{dM}{dx} = V$ . L'équation (4.10) devient :

$$\tau = \frac{V}{Ib} \int_{A'} y dA$$

En posant  $Q = \int_{A'} y dA$ , on obtient :

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad (4.11)$$

Où  $\tau$  représente la contrainte de cisaillement qui apparaît à la section longitudinale lorsque la poutre est en flexion et  $Q$  est le premier moment de la section  $A'$ .

La variation des contraintes de cisaillement selon la position à laquelle on se trouve par rapport à l'axe neutre est présentée à la figure IV.6.

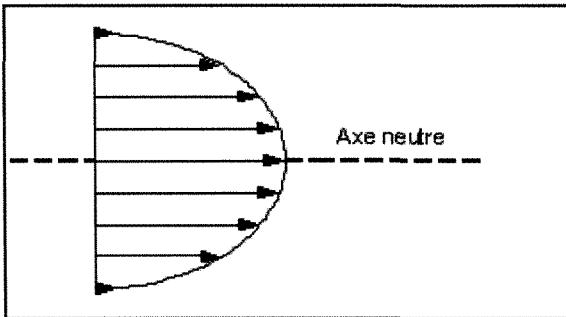


Figure IV.6 : Distribution des contraintes de cisaillement

#### IV.2.3. Poutre hétérogène en flexion

Jusqu'ici, on n'a considéré qu'une poutre homogène, c'est-à-dire composée d'un seul matériau. Qu'en est-il si plusieurs matériaux composent la poutre?

Pour répondre à cette question, on considère une poutre composée de deux matériaux a et b, ayant respectivement  $E_a$  et  $E_b$  pour modules de Young et  $G_a$  et  $G_b$  pour modules de cisaillement. Cette poutre est soumise aux mêmes conditions que celle décrite à la figure IV.2.

Il serait intéressant d'étudier la distribution des contraintes normales et des contraintes de cisaillement par rapport à l'axe neutre. Il est à noter avant tout que le calcul de la position de l'axe neutre est un peu plus complexe que dans le cas d'une poutre homogène. En effet, pour cette dernière, l'axe neutre passe par le centre géométrique de la section alors que ce n'est pas le cas pour une poutre hétérogène.

On sait que  $\sigma = SE$ , et donc dans le cas des matériaux  $a$  et  $b$ , on a respectivement :

$$\begin{aligned}\sigma_a &= S_a E_a \\ \sigma_b &= S_b E_b\end{aligned}\tag{4.12}$$

Afin de satisfaire la compatibilité géométrique, la déformation dans le matériau  $a$  et dans le matériau  $b$  à l'interface doit être la même. Ce qui se traduit par :

$$\frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_b}{E_b}\tag{4.13}$$

En réarrangeant l'équation (4.13), on obtient la forme suivante :

$$\sigma_b = \left( \frac{E_b}{E_a} \right) \sigma_a\tag{4.14}$$

Il y a donc, à l'interface, une discontinuité dans la distribution des contraintes. On peut constater, d'après l'équation (4.14), que lorsque  $E_a = E_b$ , on est ramené au cas d'une poutre homogène où  $\sigma_a = \sigma_b$ .

Afin de trouver la position de l'axe neutre, il faut réécrire l'équation d'équilibre (4.6) comme suit:

$$\int_A \sigma_x dA = \int_{Aa} \sigma_{xa} dA + \int_{Ab} \sigma_{xb} dA = 0 \quad (4.15)$$

Ce qui peut encore s'écrire :

$$\int_{Aa} S_x E_a dA + \int_{Ab} S_x E_b dA = 0 \quad (4.16)$$

Or

$$S_x = -\frac{y}{R} \quad (4.17)$$

Où  $R$  est le rayon de courbure de l'axe neutre [28].

Ainsi, l'équation (4.16) se réécrit comme suit :

$$E_a \int_{Aa} y dA + E_b \int_{Ab} y dA = 0 \quad (4.18)$$

En se rappelant que  $\int_A y dA = \bar{y}A$ , la relation (4.18) devient :

$$E_a A_a \bar{y}_a + E_b A_b \bar{y}_b = (E_a A_a + E_b A_b) \bar{y} = 0 \quad (4.19)$$

Il devient alors possible de calculer la position de l'axe neutre comme suit :

$$\bar{y} = \frac{E_a A_a \bar{y}_a + E_b A_b \bar{y}_b}{E_a A_a + E_b A_b} \quad (4.20)$$

L'équilibre des moments par rapport à l'axe des  $z$  permet d'obtenir :

$$\int_A \sigma_x y dA + M = -\frac{1}{R} \left[ \int_{Aa} E_a y^2 dA + \int_{Ab} E_a y^2 dA \right] + M = 0 \quad (4.21)$$

D'où

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{E_a I_a + E_b I_b} \quad (4.22)$$

Où  $I_a$  et  $I_b$  sont les moments d'inertie des sections  $A_a$  et  $A_b$  par rapport à l'axe des  $z$ .

Enfin, d'après les équations (4.5) et (4.22), on peut écrire :

$$\begin{aligned} \sigma_a &= \frac{-My}{I_a + \frac{E_b}{E_a} I_b} \\ \sigma_b &= \frac{-My}{I_b + \frac{E_a}{E_b} I_a} = \frac{E_a}{E_b} \sigma_a \end{aligned} \quad (4.23)$$

Les équations (4.20) et (4.23) indiquent qu'il suffit de remplacer l'aire  $A_b$  et son moment d'inertie  $I_b$  par une aire équivalente  $A_e$  et un moment d'inertie équivalent  $I_e$ , donnés par l'équation (4.24), pour pouvoir traiter la poutre hétérogène comme une poutre homogène constituée d'un seul matériau dont les propriétés mécaniques sont une combinaison des propriétés mécaniques des deux matériaux constitutifs.

$$\begin{aligned} A_e &= \frac{E_b}{E_a} A_b \\ I_e &= \frac{E_b}{E_a} I_b \end{aligned} \tag{4.24}$$

### IV.3. Poutre en vibration

Soit une poutre de section  $A$ , encastrée à une extrémité en  $x = 0$  comme montré à la figure IV.7. Cette poutre est en mouvement dans la direction de l'axe des  $z$  et subit un déplacement noté  $w(x, t)$ .

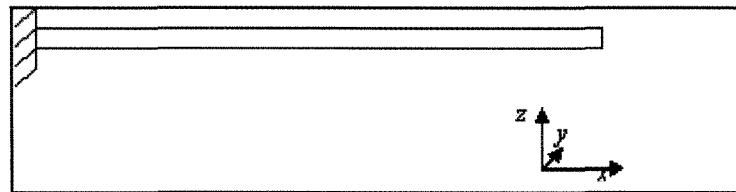


Figure IV.7 : Poutre encastrée et illustration des axes

La poutre est constituée d'un matériau ayant pour densité  $\rho$  et pour module de Young  $E$ .

À une distance  $x$  de l'encastrement, le chargement se calcule à l'aide de la deuxième loi de Newton :

$$p(x) = \rho A \left( g - \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \right) \quad (4.25)$$

L'insertion de l'équation (4.2) dans (4.25) donne :

$$\frac{dV}{dx} = -\rho A \left( g - \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \right) \quad (4.26)$$

En combinant les équations (4.4) avec (4.25), la forme suivante est obtenue :

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = \rho A \left( g - \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \right) \quad (4.27)$$

Partant de l'hypothèse d'une vibration inertie (la gravité crée un déplacement statique et la poutre vibre autour de sa nouvelle position statique), on peut écrire :

$$g \ll \left| \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \right| \quad (4.28),$$

Ainsi, l'équation (4.27) devient :

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -\rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (4.29)$$

Comme la déformation  $S$  est donnée par l'équation suivante :

$$S_x = -\frac{y}{R} \quad (4.30)$$

La contrainte de flexion peut s'exprimer :

$$\sigma_x = -E \frac{y}{R} \quad (4.31)$$

À partir de l'équation (4.31), le moment fléchissant peut être exprimé comme suit :

$$-M = \int_A \sigma_x y dA = - \int_A E \frac{y}{R} y dA$$

Ce qui donne :

$$M = \frac{EI}{R} \quad (4.32)$$

Où  $I$  est le moment d'inertie de la section transversale de la poutre.

Or, le rayon de courbure  $R$  s'exprime comme suit :

$$\frac{1}{R} = \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \quad (4.33)$$

La combinaison des équations (4.32) et (4.33) dans l'équation (4.29) donne :

$$\frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \frac{\rho A}{EI} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (4.34)$$

En supposant que  $w(x, t)$  peut être séparée en deux fonctions  $f(t)$  ne dépendant que du temps et en une variable  $g(x)$  ne dépendant que de la position dans l'espace tel que :

$$w(x, t) = f(t)g(x) \quad (4.35)$$

L'équation (4.33) s'écrit :

$$f(t) \frac{\partial^4 g(x)}{\partial x^4} + \frac{\rho A}{EI} g(x) \frac{\partial^2 f(t)}{\partial t^2} = 0 \quad (4.36)$$

En divisant l'équation (4.36) par  $\frac{\rho A}{EI} f(t)g(x)$ , on obtient :

$$\frac{EI}{\rho A} \frac{1}{g(x)} \frac{\partial^4 g(x)}{\partial x^4} = - \frac{1}{f(t)} \frac{\partial^2 f(t)}{\partial t^2} \quad (4.37)$$

Le premier membre de l'équation (4.37) ne dépendant pas du temps, le second membre doit être constant. De même, le second membre de cette équation ne dépendant pas de la position dans l'espace, le premier membre doit être constant. Par conséquent, l'équation (4.37) est valide puisque chaque membre est constant, confirmant ainsi la validité de la méthode de séparation des variables utilisée dans l'équation (4.35).

À partir de l'équation (4.34), deux équations sont obtenues :

$$\frac{\partial^4 g(x)}{\partial x^4} - k_n^4 g(x) = 0 \quad (a)$$

$$\frac{\partial^2 f(t)}{\partial t^2} + \omega^2 f(t) = 0 \quad (b) \quad (4.38)$$

Dans lesquelles :

$$\omega^2 = - \frac{1}{f(t)} \frac{\partial^2 f(t)}{\partial t^2} \quad (4.39)$$

$$k_n^4 = \frac{\omega^2 \rho A}{EI}$$

La solution générale de l'équation (4.38a) est de la forme :

$$g(x) = B_1 \cosh(k_n x) + B_2 \sinh(k_n x) + B_3 \cos(k_n x) + B_4 \sin(k_n x) \quad (4.40)$$

Où les constantes  $B_1, B_2, B_3$  et  $B_4$  se calculent à l'aide des conditions aux limites.

Dans la présente étude tel que décrit au chapitre II, la vibration induite à la poutre est générée par l'intermédiaire d'un pot vibrant sur lequel cette dernière est fixée. Le pot vibrant impose donc à l'extrémité encastrée un déplacement sinusoïdal donné par :

$$w(0, t) = W_0 \sin(\omega_d t) \quad (4.41)$$

La poutre étant libre à une extrémité et encastrée à une autre, les conditions aux limites s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned} g(0) &= W_0, \quad \left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{x=0} = 0 \\ \left. \frac{d^2 g(x)}{dx^2} \right|_{x=L} &= 0, \quad \left. \frac{d^3 g(x)}{dx^3} \right|_{x=L} = 0 \end{aligned} \quad (4.42)$$

L'application de ces conditions limites à la solution générale (4.40) permet d'obtenir les coefficients :

$$\begin{aligned}
 B_3 &= W_0 - B_1 \\
 B_4 &= -B_2 \\
 \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cosh(k_n L) + \cos(k_n L) & \sinh(k_n L) + \sin(k_n L) \\ \sinh(k_n L) - \sin(k_n L) & \cosh(k_n L) + \cos(k_n L) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} W_0 \cos(k_n L) \\ -W_0 \sin(k_n L) \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.43}$$

Comme la fonction  $f(t)$  ne dépend pas de  $x$ , elle est valide sur toute la longueur de la poutre. De l'équation (4.41), il est possible de déduire que :

$$f(t) = \sin(\omega_d t) \tag{4.44}$$

Et enfin :

$$\omega = \omega_d \tag{4.45}$$

Les fréquences naturelles sont obtenues en considérant la poutre en vibration libre, c'est-à-dire en l'absence d'excitation. Dans ce cas, afin de trouver la valeur des constantes de la solution générale (4.40), les conditions aux limites sont :

$$\begin{aligned}
 g(0) &= 0, \quad \left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{x=0} = 0 \\
 \left. \frac{d^2 g(x)}{dx^2} \right|_{x=L} &= 0, \quad \left. \frac{d^3 g(x)}{dx^3} \right|_{x=L} = 0
 \end{aligned} \tag{4.46}$$

Ce qui permet d'obtenir :

$$\begin{aligned} B_3 &= -B_1 \\ B_4 &= -B_2 \end{aligned} \quad (4.47)$$

Et

$$\begin{bmatrix} \cosh(k_n L) + \cos(k_n L) & \sinh(k_n L) + \sin(k_n L) \\ \sinh(k_n L) - \sin(k_n L) & \cosh(k_n L) + \cos(k_n L) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.48)$$

Le système (4.48) n'a de solution que si le déterminant de la matrice est nul. Ce qui se traduit par :

$$\cosh(k_n L) \cos(k_n L) + 1 = 0 \quad (4.49)$$

Les racines de l'équation (4.49), obtenues numériquement, permettent de déterminer les fréquences naturelles de la poutre :

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1.44\pi^2}{4L^4} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \\ \omega_n \ (n \geq 1) &= \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{4L^4} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \end{aligned} \quad (4.50)$$

#### IV.4. Conclusion

Une poutre en flexion voit se développer en son sein des contraintes. Certaines de ces contraintes tendent à l'étirer (ou la comprimer) tandis que d'autres tendent à faire glisser les surfaces longitudinales les unes sur les autres. Dans le cas particulier où la poutre est constituée de différents matériaux collés ou soudés ensemble, la mise en flexion peut aboutir à la séparation de ces derniers si les forces de cisaillement dépassent la force des liens entre les matériaux.

C'est à partir de ce principe mécanique qu'est née l'idée de développer la méthode de mesure d'adhérence faisant l'objet de cette étude en entraînant en vibration une poutre d'aluminium recouverte d'une couche de glace. La force d'inertie due à la vibration crée une charge répartie sur toute la longueur de la poutre, la mettant ainsi en flexion. Cette idée est d'autant plus intéressante qu'il est possible d'augmenter graduellement l'amplitude de la vibration, et par conséquent la charge répartie, jusqu'au détachement de la glace.

# **CHAPITRE V**

## **MONTAGE EXPÉRIMENTAL**

## **V.1. Introduction**

Plusieurs séries d'essais ont été nécessaires pour la réalisation des objectifs de ce projet qui s'insère dans le cadre des chaires de recherches CIGELE et INGIVRE. La chaire industrielle CRSNG / Hydro-Québec / UQAC sur le givrage atmosphérique des réseaux électriques (CIGELE) est dotée d'infrastructures pour la formation de la glace atmosphérique dont un laboratoire de simulation de précipitations givrantes comprenant une chambre climatique, un système de refroidissement et un système de gicleurs pour la production des gouttelettes d'eau. Ce chapitre est consacré à la description de ces infrastructures et d'autres équipements utilisés lors des expérimentations.

## **V.2. Formation de la glace en laboratoire**

Toutes les expériences ont été effectuées dans une des chambres climatiques du laboratoire de recherche sur le givrage (figure V.1). Cette dernière est une chambre froide de 8,2 mètres de hauteur, 6,2 mètres de largeur et 5,4 mètres de longueur. Elle est munie d'un système Venturi équipé de gicleurs permettant de simuler expérimentalement des accumulations de glace qui s'apparente le mieux à de la glace atmosphérique créée naturellement.



Figure V.1 : Ensemble venturi-gicleurs

### V.2.1. Système de refroidissement

La chambre est refroidie grâce à une unité frigorifique, installée au plafond, dont la capacité est de  $316.5 \text{ kJ/min}$ . Un toit diffuseur facilite l'échange de chaleur et uniformise la température. La température est maintenue par un contrôleur PID qui assure une précision de  $\pm 1^\circ\text{C}$ .

### **V.2.2. Système de gicleurs**

Le système de gicleurs est conçu de manière à produire des gouttelettes d'eau surfondues. Les gouttelettes sont formées dans la chambre froide à l'aide d'un ensemble de six gicleurs (figure V.1). Les gicleurs sont placés horizontalement l'un à côté de l'autre sur des supports tandis qu'un système mécanique leur assure un mouvement oscillatoire afin de produire une distribution plus uniforme des gouttelettes.

Les gouttelettes sont formées par la pulvérisation de l'eau sous pression et de l'air comprimé à travers les gicleurs. Le vent, produit en amont des gicleurs, entraîne les gouttelettes d'eau qui se refroidissent pendant leur trajet jusqu'à l'objet exposé. Pour accroître le degré de surfusion, l'eau alimentant les gicleurs est initialement refroidie à une température de 3°C.

### **V.3. Système d'acquisition**

Tel qu'illustré à la figure V.2, le banc d'essai est constitué d'un pot vibrant sur lequel est encastrée une poutre en aluminium recouverte d'une couche de glace. Le pot vibrant est activé grâce à un signal sinusoïdal produit par une carte d'acquisition par l'intermédiaire d'un amplificateur de puissance. Lorsque le pot vibrant est activé, la poutre composite (aluminium + glace) se met à vibrer à la fréquence du signal de commande. L'amplitude du signal est augmentée progressivement jusqu'à ce que la glace se détache de la poutre. Un film piézoélectrique collé à l'interface glace/aluminium voit alors apparaître à

sa surface des charges électriques dont la densité est proportionnelle à l'amplitude des vibrations (voir équation 3.2). Tout le système est contrôlé par un ordinateur muni d'une carte d'acquisition et piloté par un programme réalisé dans l'environnement LabVIEW.

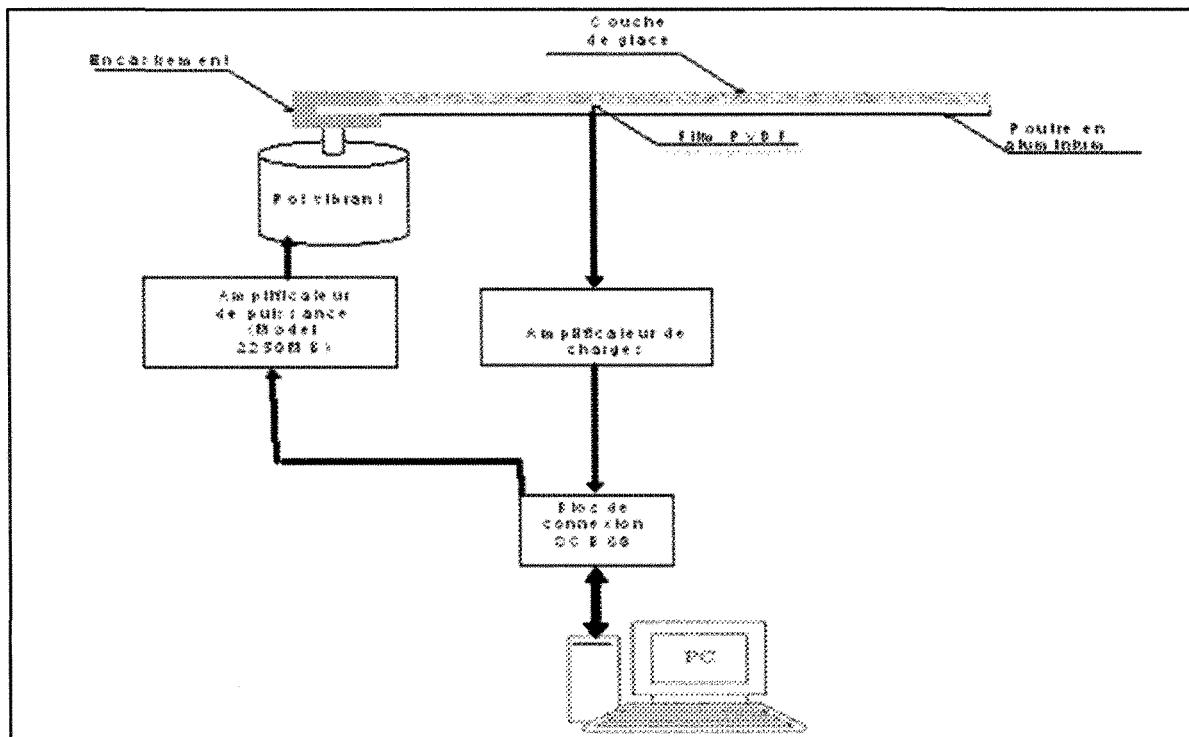


Figure V.2 : Banc d'essai

### V.3.1. Amplificateur de charges

Un circuit d'interface est nécessaire afin de conditionner le signal de réponse du film piézoélectrique pour éviter les pertes d'informations liées à la réponse en fréquence de ce dernier et aux problèmes d'adaptation d'impédance.

Afin de concevoir ce circuit d'interface, la première étape consiste à déterminer le circuit électrique équivalent du film PVDF. Ainsi, selon le fabricant du film [21], son circuit équivalent en mode capteur, comme c'est le cas ici, peut être représenté par une source de tension en série avec une capacité (figure V.3). La capacité du film est proportionnelle à sa permittivité et l'aire de sa surface et inversement proportionnelle à son épaisseur.

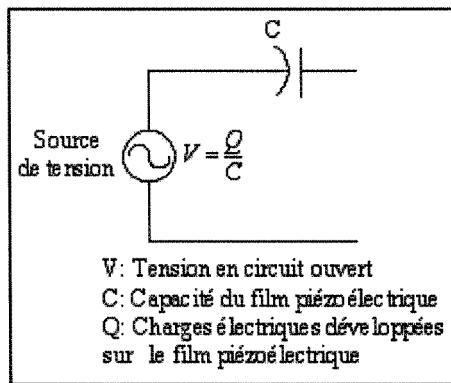


Figure V.3 : Circuit équivalent du film piézoélectrique

La capacité du film piézoélectrique peut être considérée comme une impédance de source. Cette impédance augmente lorsque la capacité du film et la fréquence d'opération diminuent. Il est donc important de bien choisir l'impédance d'entrée de l'interface pour minimiser l'effet de charge.

L'impédance d'entrée du circuit d'interface affecte aussi le temps de réponse du système. En effet la constante de temps  $\tau$  est directement proportionnelle à la capacité C et à l'impédance d'entrée  $Z_{in}$  (équation 5.1).

$$\tau = Z_{in} C \quad (5.1)$$

Plutôt que d'opérer en mode tension où le signal de sortie est intimement lié à la capacité du film et à l'impédance d'entrée de l'interface électronique, on a choisi d'opérer en mode charge, c'est-à-dire, d'aller recueillir les charges à la surface du film piézoélectrique et de les amplifier. La figure V.4 présente le circuit électronique de l'amplificateur de charge utilisé pour interfaçer le film PVDF à la carte d'acquisition.

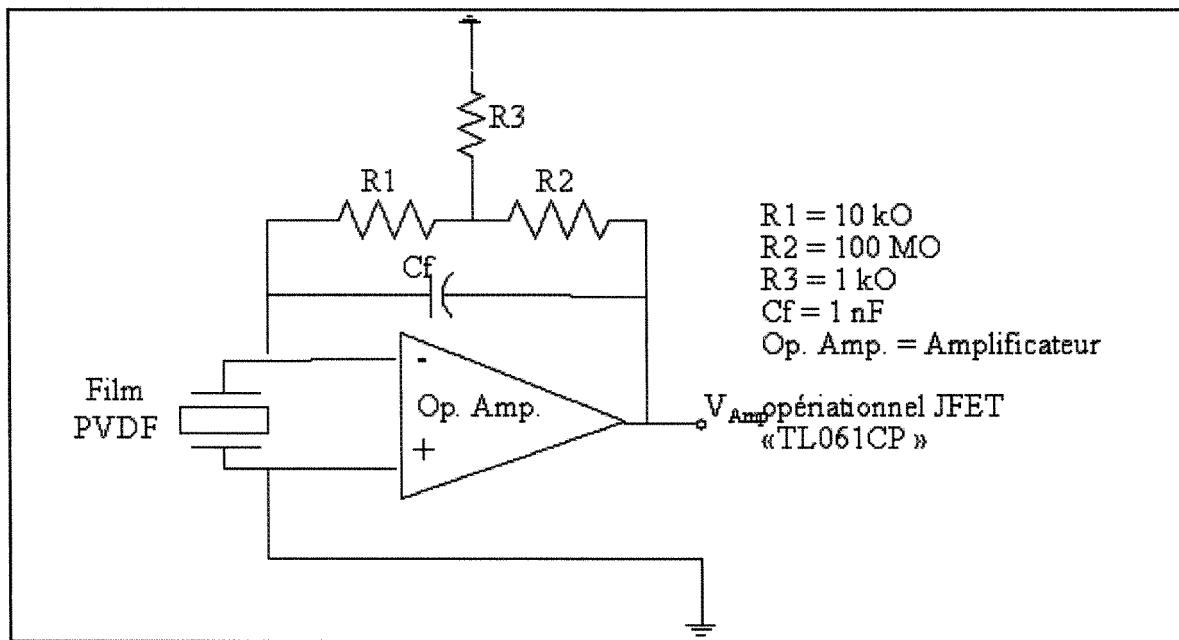


Figure V.4 : Circuit électronique d'interface

La tension obtenue à la sortie du circuit est directement proportionnelle à la quantité de charge générée par le film piézoélectrique :

$$V_{Amp} = -\frac{Q}{Cf} \quad (5.2)$$

La tension de sortie dépend uniquement de la capacité de rétroaction et non de la capacité d'entrée, ce qui élimine l'influence de la capacité du câblage. L'amplificateur de charge est un circuit à impédance d'entrée nulle, ce qui empêche la génération de tension aux bornes du film piézoélectrique. L'amplificateur de charge absorbe rapidement les charges générées par le film et élimine ainsi ses constantes de temps. De plus, le fait de travailler en mode charge permet de s'affranchir de l'influence de la capacité du film et des fils de connexion (câbles) ainsi que de toute tension parasitaire pouvant s'induire sur les câbles de liaison et qui pourraient modifier le signal délivré par le film PVDF. Enfin, il a été nécessaire d'utiliser un amplificateur opérationnel (de type JFET) ayant une grande impédance d'entrée et un faible courant de polarisation. Une grande impédance d'entrée empêche la charge de se décharger sur la capacité de rétroaction tandis qu'un faible courant de polarisation empêche cette dernière de se charger et de se décharger à des taux excessifs.

### V.3.2. Carte d'acquisition

Une carte d'acquisition multifonctions haute vitesse *M Series* de *National Instruments* « 6251 » a été utilisée pour générer le signal d'excitation du pot vibrant. Cette même carte est utilisée pour enregistrer le signal de réponse du film PVDF. C'est une carte ayant 16 entrées et 2 sorties analogiques d'une résolution de 16 bits chacun. Elle présente une vitesse d'échantillonnage pouvant aller jusqu'à 2.8 millions d'échantillons par seconde (2.8 MS/s).

La carte est pilotée par un programme LabVIEW. Le programme a été réalisé afin de permettre :

- une application contrôlée de la contrainte mécanique à l'interface de la poutre et de la glace,
- de mesurer automatiquement la force d'adhérence grâce à la lecture du signal généré par le film PVDF piézoélectrique qui permet à la fois de détecter l'instant de délamination et de mesurer la contrainte mécanique d'interface correspondante.

Pour ce faire, un programme de contrôle pour la carte a été développé. Ce programme est présenté plus en détails dans la section suivante.

### **V.3.3. Programme de contrôle**

#### **V.3.3.1. Présentation de LabVIEW**

LabVIEW est un logiciel de développement d'applications d'instrumentation, utilisé dans plusieurs domaines, particulièrement pour l'acquisition de données et le traitement de signal. Il permet de remplacer les différents instruments de mesure par un ordinateur muni d'une carte spécifique. LabVIEW intègre une panoplie complète d'outils de développement de programmes conventionnels, de sorte que l'on peut définir des points d'arrêts, animer l'exécution du programme en mettant en évidence le cheminement des données et exécuter pas à pas le programme. Le développement et la mise au point du programme s'en trouvent ainsi facilités.

Contrairement aux logiciels de programmation classiques qui sont basés sur des langages de texte dont la programmation consiste à écrire des lignes de codes, LabVIEW est basé sur une manipulation d'objets graphiques (langage G) pour créer des programmes sous forme de diagramme. Ces objets graphiques représentent à la fois les variables du programme, ainsi que des fonctions qui vont réaliser des actions portant sur ces variables.

Les modules réalisés sous LabVIEW s'appellent des instruments virtuels (VI). Les VIs ont une représentation et un fonctionnement semblables à ceux des instruments mais ils diffèrent de ces derniers par le fait qu'ils tirent leurs fonctionnalités de la programmation informatique. Le rôle d'un VI est d'acquérir des données issues par exemple de fichiers, du clavier ou encore de cartes électroniques d'Entrée/Sorties, de les analyser, et de les

présenter au travers d'interfaces homme-machine graphique. Dans LabVIEW, l'interface utilisateur permettant d'exploiter et de piloter le programme est appelée « face avant » tandis que le cœur du programme est assemblé dans la fenêtre « Diagramme ». C'est donc dans cette fenêtre qu'on assemble les différents modules graphiques (fonctions, variables) pour former un VI.

Un programme a donc été conçu pour contrôler la génération du signal de commande du pot vibrant ainsi que l'acquisition du signal de réponse du film piézoélectrique. Son schéma fonctionnel est présenté à la figure V.11.

### **V.3.3.2. Face avant du programme**

Comme indiqué dans la section précédente, la face avant représente l'interface utilisateur du programme. Pour ce fait, elle doit être bien complète de sorte à permettre à l'utilisateur non expérimenté de modifier certains paramètres. La figure V.5 présente l'interface utilisateur du programme de contrôle. Il comprend, en plus des éléments d'affichage de résultats, des boutons ou zones de saisie permettant de modifier les paramètres comme les propriétés du film piézoélectrique et le gain de l'amplificateur de charge advenant un changement de matériel.

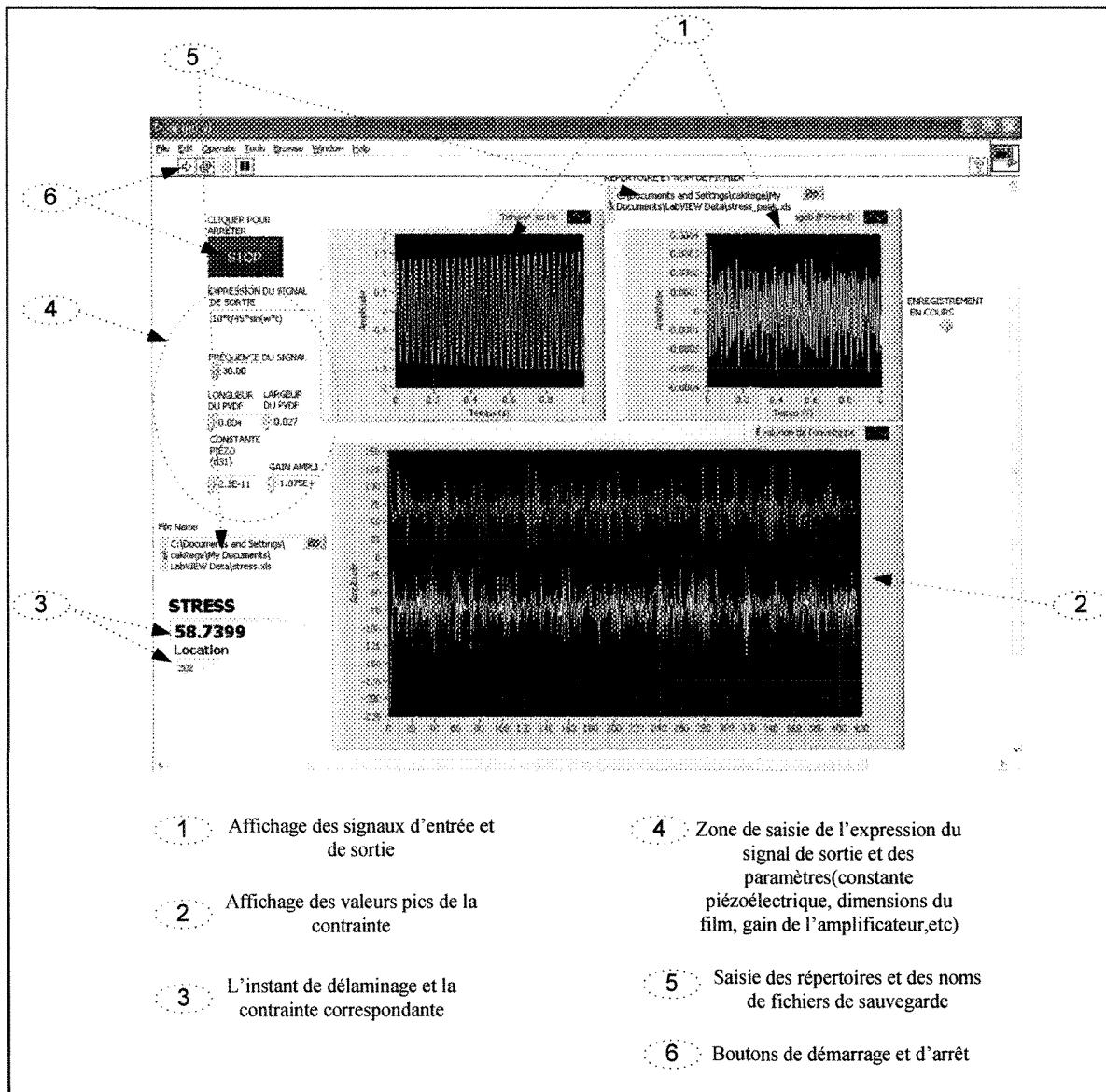


Figure V.5 : Face avant du programme de pilotage

### V.3.3.3. Les dessous du programme

L'acquisition et la génération des signaux sont fait par l'intermédiaire du module « DAQ Assistant ». Ce module permet de sélectionner l'action qu'on veut effectuer, à savoir générer ou acquérir (figure V.6)

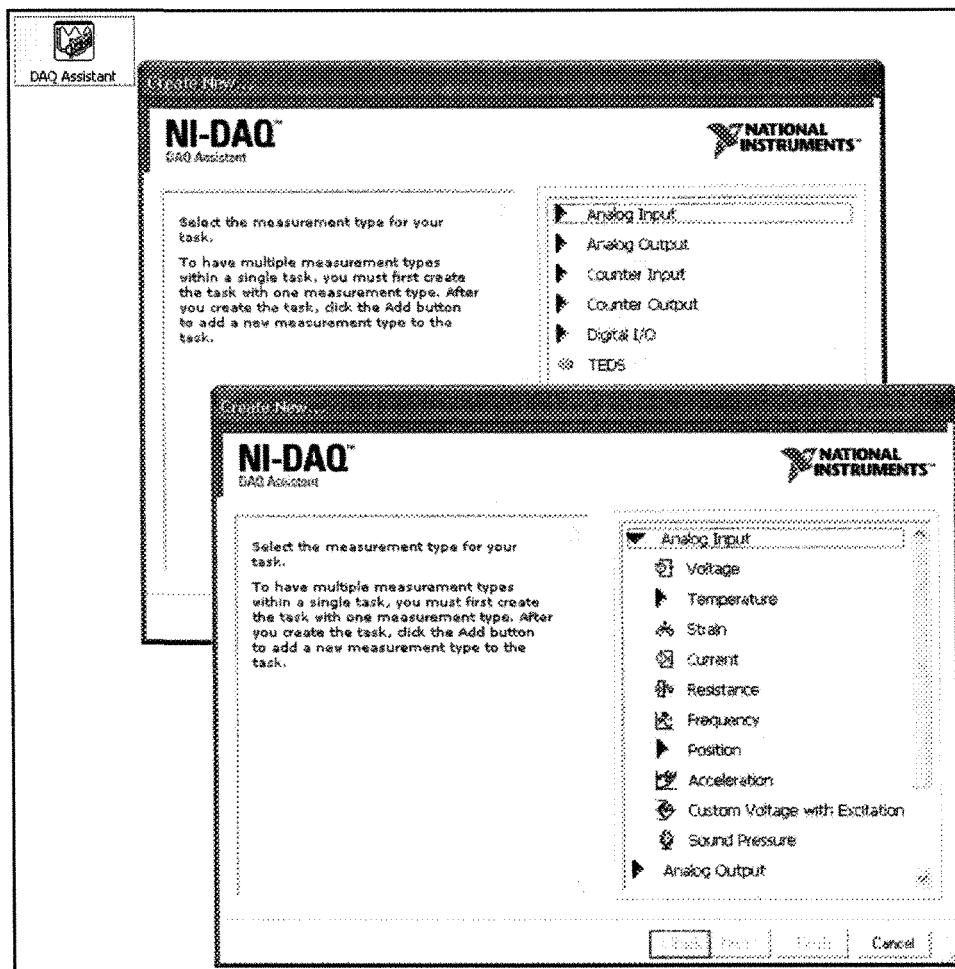


Figure V.6 : Menu du module DAQ Assistant

Afin de protéger la carte d'acquisition, les signaux d'entrée et de sortie ne doivent pas dépasser 10V. Si l'un ou l'autre dépasse cette valeur limite, le programme doit s'arrêter (figure V.7).

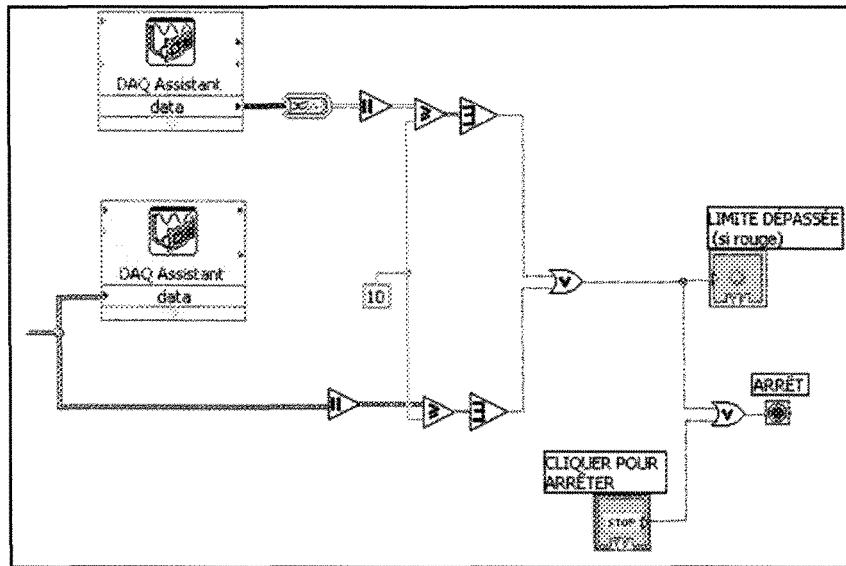


Figure V.7 : Protection de la carte d'acquisition contre le dépassement

Le signal de réponse du film PVDF piézoélectrique est une différence de potentiel obtenue après amplification des charges apparaissant sur les deux faces métallisées du film de PVDF. Afin d'obtenir la valeur de la contrainte à l'origine de cette différence de potentiel, on procède au calcul suivant (figure V.8):

- Une contrainte de flexion  $\sigma_{11}$  crée une densité de charges électriques d'après l'équation (3.2) présentée au chapitre III et donnée par:

$$D_3 = d_{31} * \sigma_{11} \quad (5.3)$$

- La différence de potentiel obtenue après amplification est :

$$V = k_{amp} * L_f * l_f * D_3 \quad (5.4)$$

- Ainsi la contrainte est obtenue :

$$\sigma_{11} = \frac{V}{k_{amp} * L_f * l_f * d_{31}} \quad (5.5)$$

Avec :

$\sigma_{11}$ : contrainte de flexion

$D_3$ : densité de charges

$V$ : tension lue par la carte d'acquisition

$d_{31}$ : constante piézoélectrique du film PVDF

$L_f, l_f$  : respectivement longueur et largeur du film PVDF

$k_{amp}$  : gain de l'amplificateur de charge

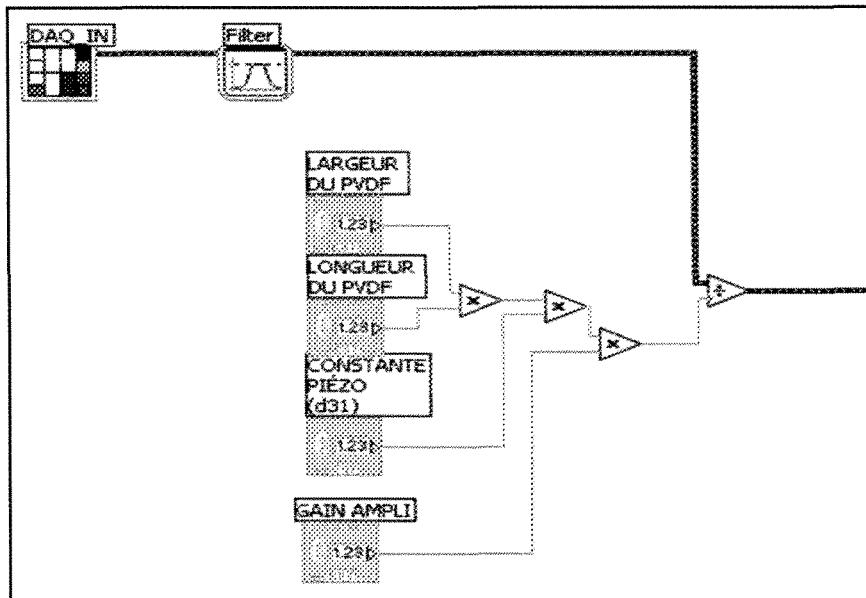


Figure V.8 : Calcul de la valeur de la contrainte à partir du signal du film de PVDF

Afin d'obtenir l'enveloppe de la courbe de contraintes en fonction du temps, un script Matlab est utilisé (figure V.9). Ce dernier détecte chaque passage à zéro de la courbe et calcule la plus grande ou la plus petite valeur atteinte selon qu'on passe du positif au négatif ou inversement. Les valeurs pics obtenues sont enregistrées dans un fichier de données et ne seront lues pour affichage que lorsque l'arrêt du programme est appelé.

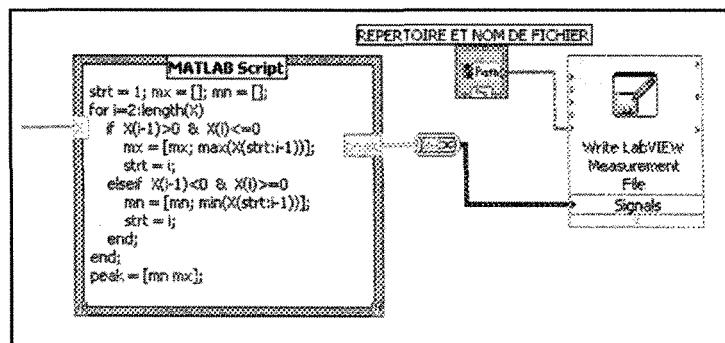


Figure V.9 : Obtention de l'enveloppe de la courbe de contraintes

Le contrôle est fait dans une boucle « tant que » conditionnée par une demande d'arrêt ou un dépassement de la tension limite. Un registre de décalage est utilisé afin qu'à la fin de la boucle il y ait lecture et affichage graphique automatique des courbes, enveloppes et courbes de contraintes calculées (figure V.10).

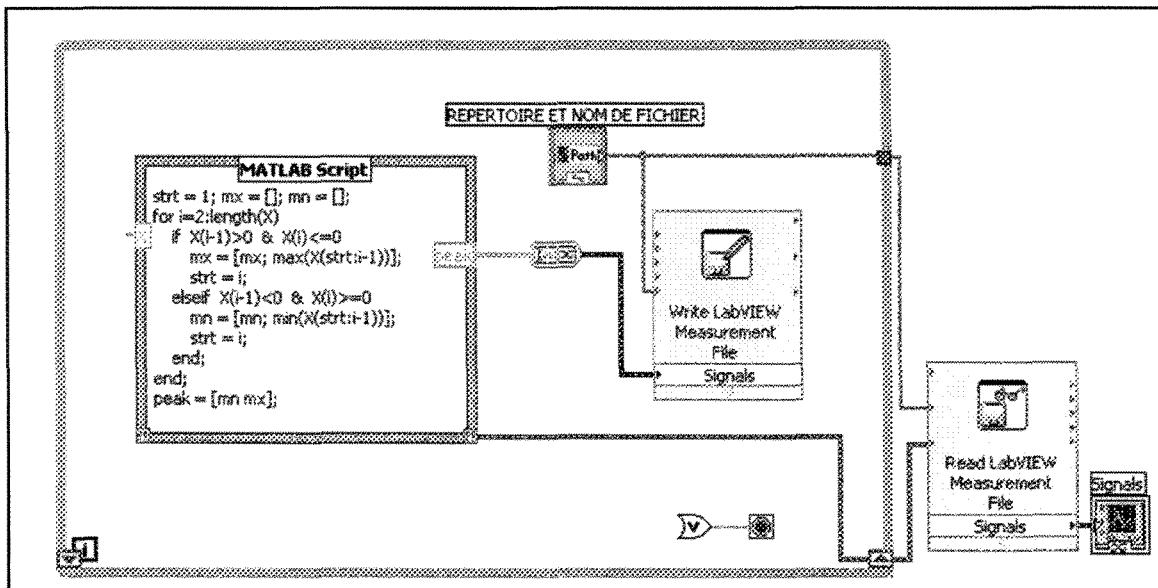


Figure V.10 : Affichage de l'enveloppe de la courbe de contraintes

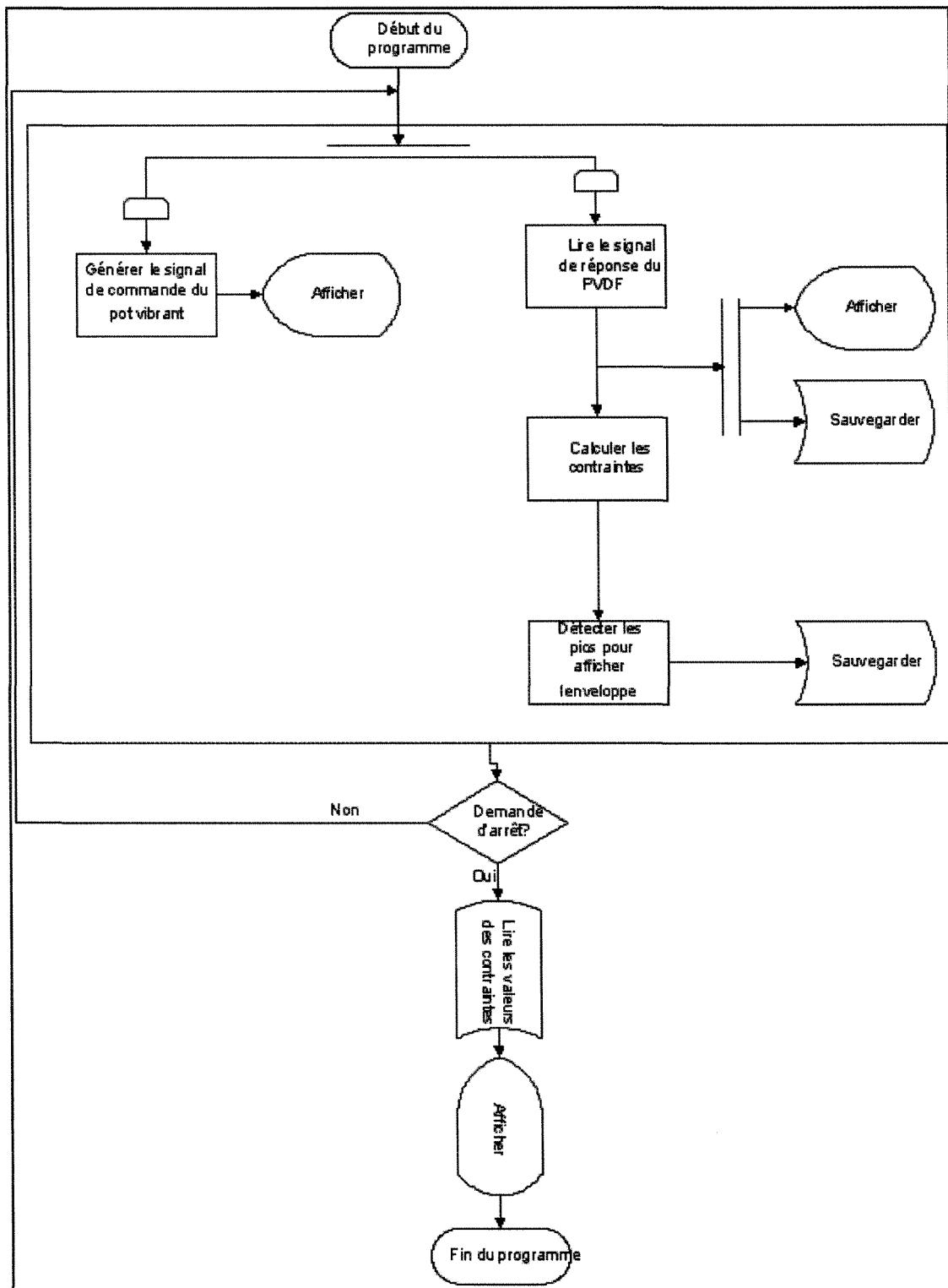


Figure V.11 : Schéma fonctionnel

## V.4. Noyau du système de mesure

### V.4.1. Pot vibrant

Un pot vibrant est un générateur de force ou un transducteur qui fournit une vibration, un choc ou une excitation modale pour les essais et analyses de structures. Les pots vibrants peuvent fonctionner selon plusieurs mécanismes. Les pots vibrants mécaniques utilisent un moteur ayant un arbre excentrique pour générer les vibrations tandis que les pots vibrants électrodynamiques utilisent un électroaimant pour créer la vibration. D'autres mécanismes sont aussi utilisés : il s'agit entre autre de systèmes hydrauliques, pneumatiques, etc. Des pots vibrants piézoélectriques appliquent une charge électrique et une tension sur un cristal ou un céramique pour induire une vibration. Le pot vibrant utilisé dans cette étude est un pot vibrant électrodynamique, de la compagnie « *MB electronics* » aujourd’hui rebaptisée « *MB dynamics* », excité à travers un amplificateur de puissance 2250MB de la même compagnie.

### V.4.2. Poutre d’aluminium

Pour les besoins de cette étude, des poutres d’aluminium « *Alcoa Alloy 6061-T6511* » ont été utilisées. Le choix du matériau aluminium n’est pas le fait du hasard. En effet, l’extérieur des conducteurs des lignes aériennes est fait de fils d’aluminium toronnés autour d’une âme réalisée de fils d’acier eux aussi toronnés. Les poutres utilisées ont un module de Young  $E$  de  $66.8 \text{ MPa}$ , un coefficient de Poisson  $\nu = 0.33$  et une masse

volumique  $\rho = 2712 \text{ kg/m}^3$ . Dans toutes les expériences qui ont été faites, les surfaces ont été préparées à l'aide de papier sablé no 400.

#### V.4.3. Film PVDF

Un film PVDF piézoélectrique très mince fournie par « *Measurement specialities Inc.* » a été utilisé pour mesurer la contrainte mécanique à l'interface poutre/glace. Il est très flexible, très léger, a une large gamme de fréquence d'opération ( $0.001 \text{ Hz} - 10^9 \text{ Hz}$ ), une faible impédance acoustique et une grande résistance mécanique. Chacune de deux surfaces du film PVDF est recouverte d'une mince couche de Ni-Cu servant d'électrode. Les principales caractéristiques du PVDF sont résumés dans le tableau V.1.

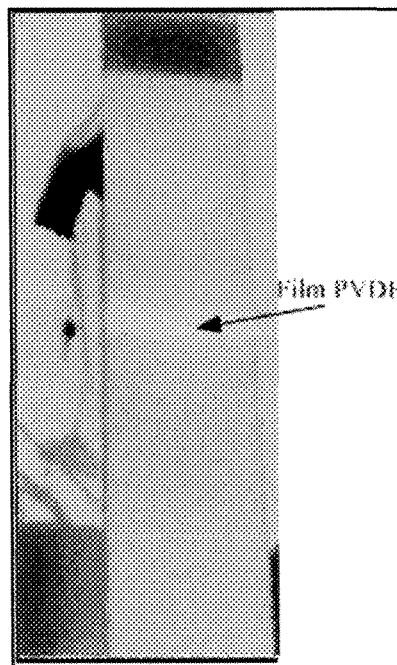
Tableau V.1: Paramètres du film PVDF

symbole	Nom du paramètre [Unité]	Valeur
t	Épaisseur [ $\mu\text{m}$ ]	28
$d_{31}$	Constante piézoélectrique liant la densité de charge à la contrainte [ $\frac{C/m^2}{N/m^2}$ ]	$23 \times 10^{-12}$
$d_{33}$		$-33 \times 10^{-12}$
C	Capacité [ $\text{pF/cm}^2$ ]	380
E	Module de Young [ $\text{Pa}$ ]	$4 \times 10^9$
$V_0$	Vitesse du son [ $\text{m/s}$ ]	$1.5 \times 10^3$
$\epsilon$	Permittivité [ $\text{F/m}$ ]	$107 \times 10^{-12}$
$\rho$	Masse volumique [ $\text{kg/m}^3$ ]	1780

#### **V.4.4. Mise en place et utilisation du film PVDF**

Afin de recueillir les charges électriques générées par le film, un fil conducteur est fixé sur chacune des deux surfaces électrodes du film PDVF. Pour ce faire, une colle conductrice époxy, modèle EE129-4, a été utilisée. Cette colle présente une très grande conductivité électrique (résistivité de  $3 \times 10^{-5} \Omega m$ ) et permet d'obtenir des liaisons mécaniques solides entre la surface et les fils conducteurs. Les fils conducteurs utilisés sont des fils magnétiques isolés qui sont généralement employés pour le bobinage des enroulements de transformateurs. Leur diamètre de 0.1 mm est faible, ce qui permet d'éviter de créer de contraintes sur le film PVDF lors des tests de validation.

Le film est collé à 3 cm de l'encastrement du pot vibrant en utilisant un mélange de résine époxy (RBC-3215) et de durcisseur (AB-530). Le mélange est fait dans les proportions 100% RBC – 75% AB. Après le collage, l'ensemble doit être ensuite cuit pendant 2 heures à une température de 65°C. La dernière opération consiste à isoler électriquement le film par l'application d'un vernis afin d'éviter les courts-circuits éventuels lorsque la glace est présente.



**Figure V.12 : Poutre recouverte de glace**

Le tableau V.2 résume les dimensions des poutres d'aluminium ainsi que celles du film PVDF.

**Tableau V.2: Dimensions de la poutre et du film**

	Longueur	Largeur	Épaisseur
Poutre d'aluminium	280 mm	25,4 mm	3,2 mm
Film de PVDF	4 mm	26 mm	0,0028 mm

# **CHAPITRE VI**

## **ÉTALONNAGE : MODÉLISATION NUMÉRIQUE**

## VI.1. Introduction

Afin d'étalonner le système de mesure, des essais à vide, c'est-à-dire avec la poutre d'aluminium seule, ont été réalisés. Ces essais consistent à mesurer expérimentalement la contrainte qui se développe à l'emplacement d'un film PVDF collé sur une poutre d'aluminium en vibration. Les résultats sont ensuite comparés aux valeurs obtenues à partir de calculs théoriques, c'est-à-dire par la résolution des équations différentielles d'équilibre présentées au chapitre IV.

Le chapitre IV explique en détail comment obtenir la solution analytique. Toutefois, le modèle analytique définit une poutre en une dimension uniquement. Il ne tient donc pas compte de la largeur et de l'épaisseur. A partir de ce modèle, il est impossible d'inclure le film de PVDF et de déterminer sa réponse. En effet, le signal de réponse du film de PVDF (piézoélectrique) dépend grandement de ses dimensions, comme exprimé par l'équation (5.3).

L'alternative au modèle analytique est un modèle numérique. Il existe plusieurs méthodes de modélisation numérique dont la plus connue et la plus utilisée est la méthode des éléments finis. La méthode des éléments finis peut être utilisée pour résoudre des problèmes en 3D, peut s'adapter facilement à n'importe quelle géométrie et permet de tenir compte des non linéarités présentes.

Tous ces avantages, ajoutés au fait qu'un grand nombre de logiciels de résolution par la méthode des éléments finis sont disponibles commercialement, expliquent le choix de cette méthode pour la modélisation de la poutre d'aluminium sur lequel est collé le film PVDF.

## **VI.2. La méthode des éléments finis (MEF)**

Partant de l'équation différentielle qui exprime l'équilibre en tout point (forme forte), la méthode des éléments finis résout un problème physique en discrétilisant le domaine de définition en plusieurs sous-domaines et en exprimant, par une équation intégrale, l'équilibre non pas en chaque point mais sur l'ensemble du sous-domaine (forme faible). La variable est par la suite exprimée à l'aide de ses valeurs aux nœuds par l'intermédiaire des fonctions d'interpolation.

La résolution par la méthode des éléments finis suit donc les étapes suivantes :

- 1) écrire la forme forte par l'expression de l'équation d'équilibre;
- 2) subdiviser le domaine de définition en plusieurs sous-domaines définis par des nœuds;
- 3) trouver la forme faible par intégration par partie de la forme forte ou par l'utilisation de principes physiques selon le problème posé;
- 4) discrétiliser la forme faible, c'est-à-dire exprimer la variable par ses valeurs aux nœuds et des fonctions d'interpolations;

- 5) assembler les équations obtenues sur chaque sous-domaine;
- 6) appliquer les conditions aux limites;
- 7) résoudre le système d'équations linéaires obtenu.

### VI.3. Modélisation de la poutre sans dépôt de glace par la MEF

#### VI.3.1. Équation d'équilibre : de la forme forte à la forme faible

Soit  $P$  un point quelconque appartenant à la poutre. L'équilibre en ce point et en tout temps est complètement défini par [28] :

$$\vec{\nabla} \cdot [\sigma] + \vec{f} = 0 \quad (6.1)$$

$$[\sigma] = [\sigma]^T \quad (6.2)$$

Où  $\vec{f}$  est le vecteur de forces externes appliquées au point  $P$ , incluant les forces d'inertie et  $[\sigma]$  est le tenseur de contraintes au point  $P$ .

L'équation (6.2) exige du tenseur des contraintes une symétrie. Une fois cette symétrie assurée, l'équation (6.1) peut représenter à elle seule l'équilibre des forces et des moments au point  $P$ .

La base de l'interpolation par éléments finis est de substituer l'équation (6.1) par une forme plus faible équivalente exprimant l'équilibre sur l'ensemble de la poutre.

Selon le principe du travail virtuel, lorsqu'on considère un champ de déplacement test  $\delta\vec{v}$ , le travail de toutes les forces internes d'une structure est compensé par le travail de toutes les forces externes (incluant les forces d'inertie) agissant sur la même structure :

$$\int_V [\sigma] : [\delta S] dV = \int_A \delta\vec{v} \cdot \vec{t} dA + \int_V \delta\vec{v} \cdot \vec{f} dV \quad (6.3)$$

L'équation (6.3) est la forme faible recherchée. La matrice  $[\delta S]$  représente les déformations correspondantes au déplacement test.

### VI.3.2. Discrétisation par éléments finis

La discrétisation par éléments finis revient à représenter toute variable en fonction de sa valeur aux différents nœuds et des fonctions d'interpolation associées.

Ainsi, pour le champ de déplacement, on écrit :

$$\vec{u} = \langle N \rangle \begin{bmatrix} \vec{u}^N \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Où  $N$  sont les fonctions d'interpolations et  $u^N$  sont les valeurs du champ aux nœuds.

On peut donc écrire:

$$\delta \vec{v} = [\delta \vec{v}^N] \langle N \rangle^T$$

$$[\delta S] = [\delta \vec{v}^N] [\beta_u]$$

La matrice  $[\beta_u]$  dépend de la position du nœud et des fonctions  $\langle N \rangle$  associées.

L'équation d'équilibre se ramène à la forme suivante :

$$\int_V [\beta_u] [\sigma] dV = \int_A \langle N \rangle \cdot \vec{t} dA + \int_V \langle N \rangle \cdot \vec{f} dV \quad (6.5)$$

Tel qu'expliqué dans la section précédente, les forces externes incluent les forces d'inerties, c'est-à-dire, si  $\vec{F}$  représente les forces externes appliquées à la poutre, on peut écrire :  $\vec{f} = \vec{F} - \rho \vec{u}$

Où  $\rho$  et  $\vec{u}$  sont respectivement la densité massique et la dérivée temporelle seconde du champ de déplacement au point considéré.

Ainsi l'approximation de l'équation d'équilibre s'écrit maintenant :

$$\int_V [\beta_u] [\sigma] dV = \int_A \langle N \rangle \vec{t} dA + \int_V \langle N \rangle \vec{F} dV - \int_V \langle N \rangle \rho \langle N \rangle^T dV [\vec{u}^N] \quad (6.6)$$

La relation permettant de relier la matrice des contraintes à celle des déformations est alors donnée par :

$$\sigma_{ij} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \sum_{k=1}^3 S_{kk} \delta_{ij} + \frac{E}{1+\nu} S_{ij} \quad (6.7)$$

Avec  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker.

On peut ainsi écrire que :  $[\sigma] = [H_u][S]$

Et comme  $[S] = [\beta_u][\vec{u}^N]$ , on a :

$$[\sigma] = [H_u][\beta_u][\vec{u}^N] \quad (6.8)$$

La forme faible discrétisée devient ainsi :

$$\int_V [\beta_u][H_u][\beta_u] dV [\vec{u}^N] + \int_V \langle N \rangle \rho \langle N \rangle^T dV [\vec{u}^N] = \int_A \langle N \rangle \vec{t} dA + \int_V \langle N \rangle \vec{F} dV \quad (6.9)$$

Dont la forme compacte est :

$$[K_{uu}][\vec{u}^N] + [M][\vec{\dot{u}}^N] = [Q_{uu}] \quad (6.10)$$

Avec  $[K_{uu}] = \int_V [\beta_u][H_u][\beta_u] dV$

$$[M] = \int_V \langle N \rangle \rho \langle N \rangle^T dV$$

$$[Q_{uu}] = \int_A \langle N \rangle \vec{t} dA + \int_V \langle N \rangle \vec{F} dV$$

$[H_u]$  : Tenseur d'élasticité

#### VI.4. Modélisation du film piézoélectrique par la MEF

L'équation d'équilibre mécanique (principe des travaux virtuels) s'écrit :

$$\int_V [\sigma] : [\delta S] dV = \int_A \delta \vec{v} \cdot \vec{t} dA + \int_V \delta \vec{v} \cdot \vec{f} dV \quad (6.11)$$

L'équation de conservation du flux électrique est donnée par :

$$\int_V \vec{D} \cdot \delta \vec{E} dV = \int_A q_s \delta \varphi dA + \int_V q_v \delta \varphi dV \quad (6.12)$$

Avec  $\vec{D}$  : Vecteur densité de flux électrique

$q_s$  : Densité superficielle de charges

$q_V$  : Densité volumique de charges

$\delta\varphi$  : Champ scalaire arbitraire continue sur le domaine

$$\delta\vec{E} = -\nabla\delta\varphi \quad (6.13)$$

Pour un élément piézoélectrique, il y a couplage entre le déplacement mécanique et le potentiel électrique. L'équilibre est complètement exprimé par les équations (6.11) et (6.12).

Afin de discréteriser ces équations, on pose :

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \langle N \rangle \left[ \vec{u}^N \right] \\ \varphi &= \langle N \rangle \left\{ \varphi^N \right\} \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\begin{aligned} [S] &= [\beta_u] \left[ \vec{u}^N \right] \\ \vec{E} &= -[\beta_\varphi] \left\{ \varphi^N \right\} \end{aligned} \quad (6.15)$$

En introduisant les équations (3.3) dans les équations (6.11) et (6.12), on peut représenter l'équilibre dans l'élément piézoélectrique par :

$$[M] \left[ \vec{u}^N \right] + [K_{uu}] \left[ \vec{u}^N \right] + [K_{\varphi u}] \left\{ \varphi^N \right\} = [Q_{uu}] \quad (6.16)$$

$$[K_{\varphi u}] \left[ \vec{u}^N \right] - [K_{\varphi\varphi}] \left\{ \varphi^N \right\} = -[Q_{\varphi\varphi}] \quad (6.17)$$

Avec

$$[K_{uu}] = \int_V [\beta_u] [H_u] [\beta_u] dV : \text{Matrice de rigidité (mécanique)}$$

$$[K_{\varphi\varphi}] = \int_V [\beta_\varphi] [\varepsilon_\varphi] [\beta_\varphi] dV : \text{Matrice de rigidité (diélectrique)}$$

$$[K_{\varphi u}] = \int_V [\beta_\varphi] [e^\varphi] [\beta_u] dV : \text{Matrice de couplage piézoélectrique.}$$

$$[Q_{uu}] = \int_A \langle N \rangle \vec{i} dA + \int_V \langle N \rangle \vec{F} dV : \text{Charge (mécanique)}$$

$$[Q_{\varphi\varphi}] = \int_V \langle N \rangle^T q_v dV + \int_S \langle N \rangle^T q_s dV : \text{Charge électrique}$$

## VI.5. Introduction de l'amortissement dans le modèle numérique

### VI.5.1. Mesure par la méthode de décroissance logarithmique

Il existe plusieurs méthodes pour la mesure de l'amortissement des structures. On se propose de décrire dans cette section la méthode de décroissance logarithmique.

La méthode de décroissance logarithmique consiste à enregistrer la réponse de la structure à l'impulsion. Sans amortissement, une structure soumise à l'effet de l'impulsion vibre indéfiniment. Le déplacement peut donc s'écrire selon l'équation suivante :

$$x = X_p \sin(\omega_n t) \tag{6.18}$$

Où  $X_p$  est le déplacement maximal au point considéré et  $\omega_n$  une fréquence naturelle de la structure.

Toutefois, le cas sans amortissement est un cas idéal et dans les cas pratiques, on obtient plutôt une sinusoïde amortie. Le déplacement s'exprime alors:

$$x = X_p e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_D t) \quad (6.19)$$

Avec

$\zeta$  : coefficient d'amortissement et  $\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$

Ainsi en enregistrant l'historique de la réponse de la structure à l'impulsion, on peut déterminer la valeur du coefficient d'amortissement.

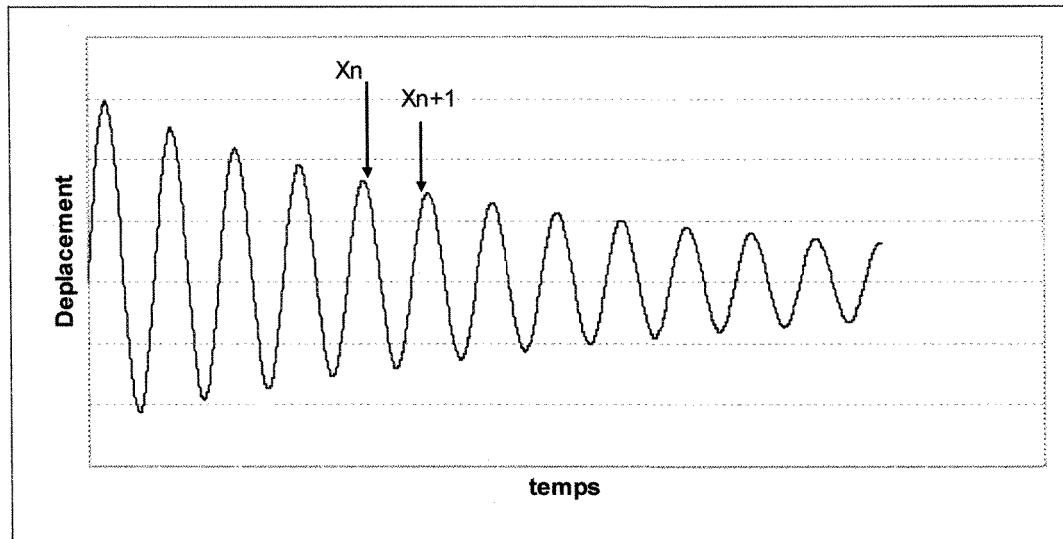


Figure VI.1 : Réponse-type à l'impulsion

$$\begin{aligned} x_n &= X_p e^{-\zeta \omega_n t_n} \\ x_{n+1} &= X_p e^{-\zeta \omega_n t_{n+1}} \end{aligned} \quad (6.20)$$

En effectuant le rapport entre  $x_n$  et  $x_{n+1}$ , et en remarquant que  $t_{n+1} - t_n = \frac{2\pi}{\omega_D}$ , il est possible d'écrire :

$$\ln\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right) = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (6.21)$$

Et enfin:

$$\zeta = \frac{\ln\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)}{\sqrt{4\pi^2 + \ln^2\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)}} \quad (6.22)$$

### VI.5.2. Amortissement de Rayleigh

En dynamiques des structures, l'amortissement joue un rôle important. Toutefois, dû au manque d'informations sur sa valeur, la meilleure façon de le traiter est d'approximer la valeur de l'amortissement par l'amortissement de Rayleigh. La définition de cet amortissement consiste à définir deux paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  de sorte à introduire à l'équation d'équilibre [30] une matrice d'amortissement  $[C]$  telle que :

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (6.23)$$

Où  $[M]$  est la matrice de masse et  $[K]$  la matrice de rigidité.

Pour un mode donné, l'amortissement s'exprime :

$$\zeta_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (6.24)$$

Où  $\omega_i$  est la fréquence naturelle associée au mode  $i$ .

La grande difficulté est de déterminer la valeur des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  réalistes qui représente au mieux l'amortissement d'un système, c'est-à-dire pour tous les modes, étant donné que le coefficient d'amortissement  $\zeta$  augmente avec la fréquence naturelle [30].

$$\zeta_i = \frac{\zeta_m - \zeta_1}{\omega_m - \omega_1} (\omega_i - \omega_1) + \zeta_1 \quad (6.25)$$

L'analyse de l'équation (6.24) met en évidence le fait que pour les systèmes n'ayant pas de fréquences naturelles très basses, le coefficient d'amortissement augmente linéairement avec la fréquence naturelle. Ainsi au lieu d'utiliser un coefficient d'amortissement constant, on peut commencer par une valeur plus faible pour le premier mode pour ensuite la faire accroître jusqu'à la valeur souhaitée [30].

Indrajit Chowdhury et Shambhu P. Dasgupta proposent une méthode pour obtenir les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  [30]. Si  $m$  est le nombre de modes significatifs du système, on choisit  $2,5m$  modes et on procède comme suit :

- 1) Sélectionner  $\zeta_1$ , le coefficient d'amortissement pour le premier mode;
- 2) Sélectionner  $\zeta_m$ , le coefficient d'amortissement pour le  $m^{\text{ième}}$  mode;
- 3) Pour les modes intermédiaires  $i$ , où  $1 < i < m$ , calculer  $\zeta_i$  à l'aide de (6.25);
- 4) Pour les modes  $i$ , où  $i$  est plus grand que  $m$ , calculer  $\zeta_i$  à l'aide de l'équation suivante:

$$\zeta_i = \frac{\zeta_m - \zeta_1}{\omega_m - \omega_1} (\omega_i - \omega_m) + \zeta_1 \quad (6.26)$$

- 5) Sélectionner une série de données  $\zeta_1$ ,  $\zeta_m$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_m$
- 6) A l'aide de cette série de données, calculer  $\beta$  comme suit:

$$\beta = \frac{2\zeta_1\omega_1 - 2\zeta_m\omega_m}{\omega_1^2 - \omega_m^2} \quad (6.27)$$

- 7) Afin d'obtenir la valeur de  $\alpha$ , substituer la valeur  $\beta$  dans l'expression:

$$2\zeta_1\omega_1 = \alpha + \beta\omega_1^2 \quad (6.28)$$

- 8) Sélectionner une autre série de données  $\zeta_1$ ,  $\zeta_{2.5m}$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_{2.5m}$  et obtenir, à partir de cette série,  $\alpha$  et  $\beta$  à l'aide des équations (6.27) et (6.28)
- 9) Enfin, faire une moyenne des  $\alpha$  et  $\beta$  obtenues dans les étapes précédentes.

## VI.6. Méthodes de résolution temporelle

### VI.6.1. Généralités

On se propose de résoudre l'équation dynamique de la forme suivante :

$$M\ddot{u} + F(u, \dot{u}, t) = 0 \quad (6.29)$$

Où  $u$  est une variable quelconque dépendant du temps  $t$ .

En l'absence d'une réponse analytique à l'équation, on utilise une relation de récurrence pour calculer à l'instant  $t + \Delta t$  l'état du système, représenté par  $u_{n+1}, \dot{u}_{n+1}$  et  $\ddot{u}_{n+1}$  où  $\Delta t$  est une très petite incrémentation de temps : le pas d'intégration.

Les schémas obtenus peuvent ainsi être :

- **explicites** : la solution à l'instant  $t + \Delta t$  dépend exclusivement des valeurs calculées aux instants précédents.
- **implicites** : la solution à l'instant  $t + \Delta t$  dépend non seulement des valeurs calculées aux instants précédents, mais aussi des valeurs au temps  $t + \Delta t$ .

### VI.6.2. Schéma d'Euler explicite

Dans cette méthode, on pose

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= u_n + \dot{u}_n \Delta t + \ddot{u}_n \frac{\Delta t^2}{2} \\ \dot{u}_{n+1} &= \dot{u}_n + \ddot{u}_n \Delta t \end{aligned} \tag{6.30}$$

La valeur de  $\ddot{u}_{n+1}$  est calculée peut être ensuite substituée dans l'équation (6.29) pour obtenir  $u_{n+1}$ .

### VI.6.3. Schéma d'Euler implicite

La base de cette méthode est d'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= u_n + \dot{u}_{n+1} \Delta t + \ddot{u}_{n+1} \frac{\Delta t^2}{2} \\ \dot{u}_{n+1} &= \dot{u}_n + \ddot{u}_{n+1} \Delta t \end{aligned} \tag{6.31}$$

La valeur de  $\ddot{u}_{n+1}$  est déterminée puis substituée dans l'équation (6.29) pour obtenir  $u_{n+1}$ .

#### VI.6.4. Méthode de Runge-Kutta

La valeur de la variable est obtenue par combinaison linéaire des valeurs intermédiaires dans l'intervalle de temps  $[t_n, t_{n+1}]$ . Afin de résoudre une équation par cette méthode, l'équation d'équilibre doit être réécrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{u} = f(t, u) \\ u(t_0) = u_0 \\ \dot{u}(t_0) = \dot{u}_0 \end{cases} \quad (6.32)$$

$$\begin{cases} k_1 = \Delta t f(t_n, u_n) \\ k_2 = \Delta t f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, u_n + \frac{k_1}{2}\right) \\ k_3 = \Delta t f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, u_n + \frac{k_2}{2}\right) \\ k_4 = \Delta t f(t_n + \Delta t, u_n + k_3) \\ u_{n+1} = u_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{cases} \quad (6.33)$$

#### VI.6.5. Méthode de Newmark

La méthode de Newmark consiste à contrôler le degré d'impliciticité à l'aide de deux paramètres  $\beta$  et  $\gamma$  comme suit :

$$\begin{aligned} u|_{n+1} &= u|_n + \Delta t \dot{u}|_n + \Delta t^2 \left( \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u}|_n + \beta \ddot{u}|_{n+1} \right) \\ \dot{u}|_{n+1} &= \dot{u}|_n + \Delta t \left( (1 - \gamma) \ddot{u}|_n + \gamma \ddot{u}|_{n+1} \right) \end{aligned} \quad (6.34)$$

Pour  $\beta = \frac{1}{4}$  et  $\gamma = \frac{1}{6}$ , le schéma correspond à une approximation linéaire de l'accélération sur  $\Delta t$ . Et pour  $\beta = \frac{1}{4}$  et  $\gamma = \frac{1}{2}$ , le schéma est inconditionnellement stable et correspond à une approximation constante de l'accélération égale à la valeur moyenne de l'accélération sur  $\Delta t$ .

#### VI.6.6. La méthode de Hilbert, Hughes et Taylor

Cette méthode utilise un paramètre  $\alpha$  permettant d'introduire un amortissement numérique pour supprimer les bruits numériques hautes fréquences introduits à chaque pas de temps.

Ainsi, en partant de l'équation d'équilibre de la forme :

$$M\ddot{u} + F(u, \dot{u}, t) = 0$$

Cette dernière se réécrit comme suit :

$$M\ddot{a}_{n+1} + (1-\alpha)(F(u_{n+1}, \dot{u}_{n+1}, t_{n+1}) - \alpha F(u_n, \dot{u}_n, t_n)) = 0 \quad (6.35)$$

La résolution peut être ensuite complétée par le schéma de Newmark pour les déplacements et les vitesses avec :  $\beta = \frac{1}{4}(1+\alpha)^2$ ,  $\gamma = \frac{1}{2} + \alpha$ , et  $0 \leq \alpha \leq \frac{1}{3}$

## **VI.7. Résultats de la modélisation numérique par éléments finis**

La modélisation a été possible grâce à l'utilisation d'un logiciel commercial de modélisation et simulation par éléments finis dénommé Abaqus.

### **VI.7.1. Présentation du logiciel Abaqus**

Abaqus est un logiciel de calcul par éléments finis. Il se présente sous forme d'ensemble comprenant 2 produits principaux : Abaqus/Standard qui est un solveur général utilisant un schéma d'intégration implicite et Abaqus/Explicit utilisant un schéma d'intégration explicite pour résoudre des problèmes dynamiques ou quasi-statiques non linéaires. Abaqus/Standard comprend des modules additionnels : ABAQUS/Aqua, ABAQUS/Design, et ABAQUS/Foundation. De plus, un environnement complet permettant de créer graphiquement des modèles, les soumettre à l'analyse et suivre en temps réel le résultat est inclus dans le logiciel : Abaqus/CAE. Un sous-ensemble de Abaqus/CAE, dénommé Abaqus/Viewer, est dédié au post-traitement uniquement.

Abaqus possède une impressionnante librairie permettant la modélisation d'un très grand nombre de matériaux tels les métaux, les plastiques, les caoutchoucs, les sols granulés, les roches, le béton armé, etc.

### VI.7.2. Caractéristiques des pièces à modéliser

Le modèle consiste en une poutre d'aluminium, de  $280mm$  de long,  $25,4mm$  de large et de  $3,2mm$  d'épaisseur. Ses caractéristiques mécaniques sont les suivantes :

$$E = 66,8 Gpa, \nu = 0,33 \text{ et } \rho = 2712 kg/m^3.$$

Cette poutre est libre à une extrémité tandis que l'autre extrémité est semi-encastree : déplacement impossible dans la direction des axes  $Ox$  et  $Oy$ , rotation impossible dans n'importe quel sens, déplacement possible dans la direction de l'axe  $Oz$ . Un film de PVDF piézoélectrique de  $4mm$  de long,  $25,4mm$  de large  $0,028mm$  d'épaisseur est collé sur la poutre à  $60mm$  du semi-encastrement. Les caractéristiques mécaniques et piézoélectriques du film sont les suivantes :

$$E = 4 Gpa, \nu = 0,33 \text{ et } \rho = 1780 kg/m^3$$

$$d_{31} = 23 \times 10^{-12} \text{ pC/N}, \quad d_{33} = -33 \times 10^{-12} \text{ pC/N}, \quad \varepsilon = 10,8 \text{ nF/m}$$

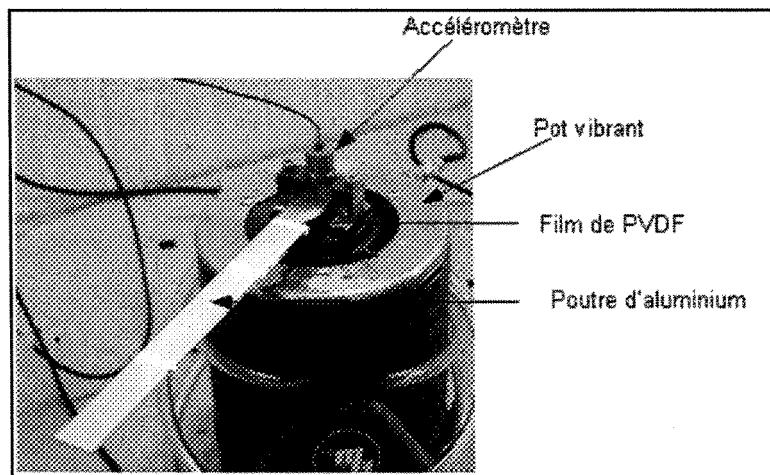


Figure VI.2 : La poutre fixée sur un pot vibrant

### VI.7.3. Le modèle

La poutre d'aluminium est modélisée par 270 éléments hexaédriques à 20 nœuds en milieu continu 3D (C3D20) tandis que le film de PVDF piézoélectrique est modélisé par 20 éléments hexaédriques à 20 nœuds, piézoélectriques (C3D20E). Le choix de ces éléments est dicté par un souci de convergence. En effet, avec des éléments de degrés inférieurs, la solution ne convergeait pas. Le même raisonnement a été utilisé dans le choix de la taille des éléments (et donc de leur nombre).

Un contact parfait entre la poutre d'aluminium et le film de PVDF est créé de sorte que leurs surfaces deviennent inséparables après avoir été mises en contact. Le contact est créé en définissant deux surfaces dont l'une est esclave (la surface du film) tandis que l'autre est maîtresse (surface de la poutre). Dans cette configuration, les degrés de liberté de la surface esclave sont supprimés pour être remplacés par les degrés de liberté de la surface maîtresse.

Un déplacement nul dans la direction de l'axe  $Ox$  et de l'axe des  $Oy$  est imposé à une extrémité de la poutre d'aluminium pour créer un semi-encastrement. Afin de modéliser l'effet du pot vibrant, une accélération sinusoïdale dans la direction de l'axe des  $z$  est imposée comme condition limite à l'extrémité semi-encastree de la poutre. Enfin, dans le but de fixer une référence électrique, un potentiel nul est assigné à la surface du film PVDF collée à la poutre d'aluminium.

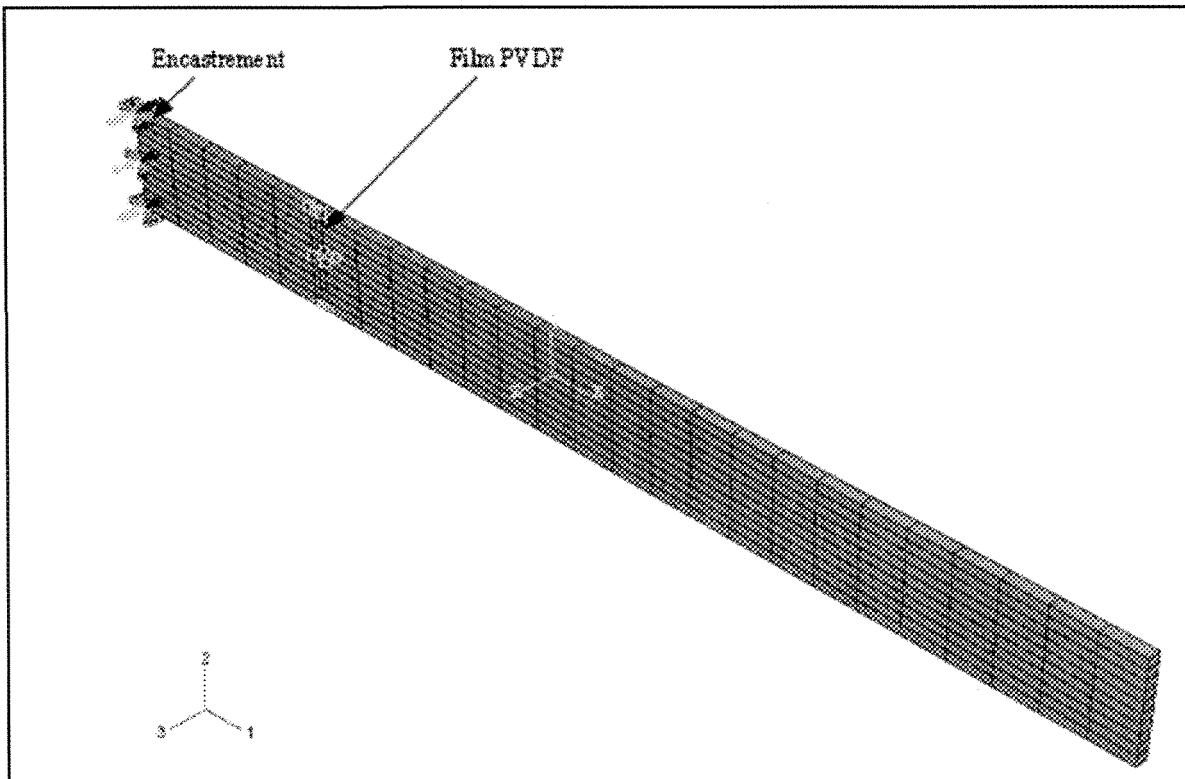


Figure VI.3 : L'ensemble poutre/film PVDF

La résolution se fait en 2 étapes :

- Extraction des fréquences naturelles de la structure : seules les 10 premières fréquences naturelles sont calculées en utilisant la technique des sous-espaces.
- Mis en vibration : la résolution est faite en utilisant l'analyse dynamique implicite. L'analyse dynamique implicite est basée sur l'utilisation de la méthode de Hilbert, Hughes et Taylor décrites précédemment.

#### VI.7.4. Résultats et discussion

Les 10 premières fréquences naturelles ainsi que les pourcentages correspondants de masse effective (pourcentage indiquant la participation relative du mode dans le comportement de la structure) sont présentées dans le tableau VI.1. Par les masses effectives, on constate que 4 des 10 fréquences présentées ne sont pas significatives parce qu'ayant des pourcentages de masse effective nuls.

Le tableau V.2 présente les fréquences significatives obtenues numériquement et celles obtenues par la méthode analytique décrite au chapitre IV (équations 4.46). Il n'y a pas d'écart important entre les valeurs de fréquences naturelles obtenues par la méthode des éléments finis et celles obtenues analytiquement. Cela démontre la validité du modèle numérique par éléments finis développé et qui représente ainsi fidèlement le système.

Tableau VI.1 : Fréquences naturelles

No Mode	Fréquence naturelle (Hz)	Masse effective
1	33,1	61%
2	207,7	19%
3	260,2	0%
4	582,2	6%
5	669,0	0%
6	1143,4	3%
7	1570,9	0%
8	1895,5	2%
9	2015,9	0%
10	2841,2	1%

**Tableau VI.2: Comparaison des fréquences naturelles obtenues par la MEF et celles obtenues analytiquement**

No Mode	Fréquence naturelle (Hz) (calculée par la MEF)	Fréquence naturelle (Hz) (calculée analytiquement)	Erreur relative (%)
1	33,1	33,1	0,0
2	207,7	206,7	0,5
3	582,2	574,1	1,4
4	1143,4	1125,2	1,6
5	1895,5	1860,1	1,9
6	2841,2	2778,6	2,3

La première fréquence naturelle est de 33,1 Hz. On constate que les quatre premiers modes, qui sont illustrés à la figure VI.4, totalisent à eux seuls 89% de la masse effective. Cela suggère que les 4 premiers modes sont assez significatifs pour représenter complètement le système.

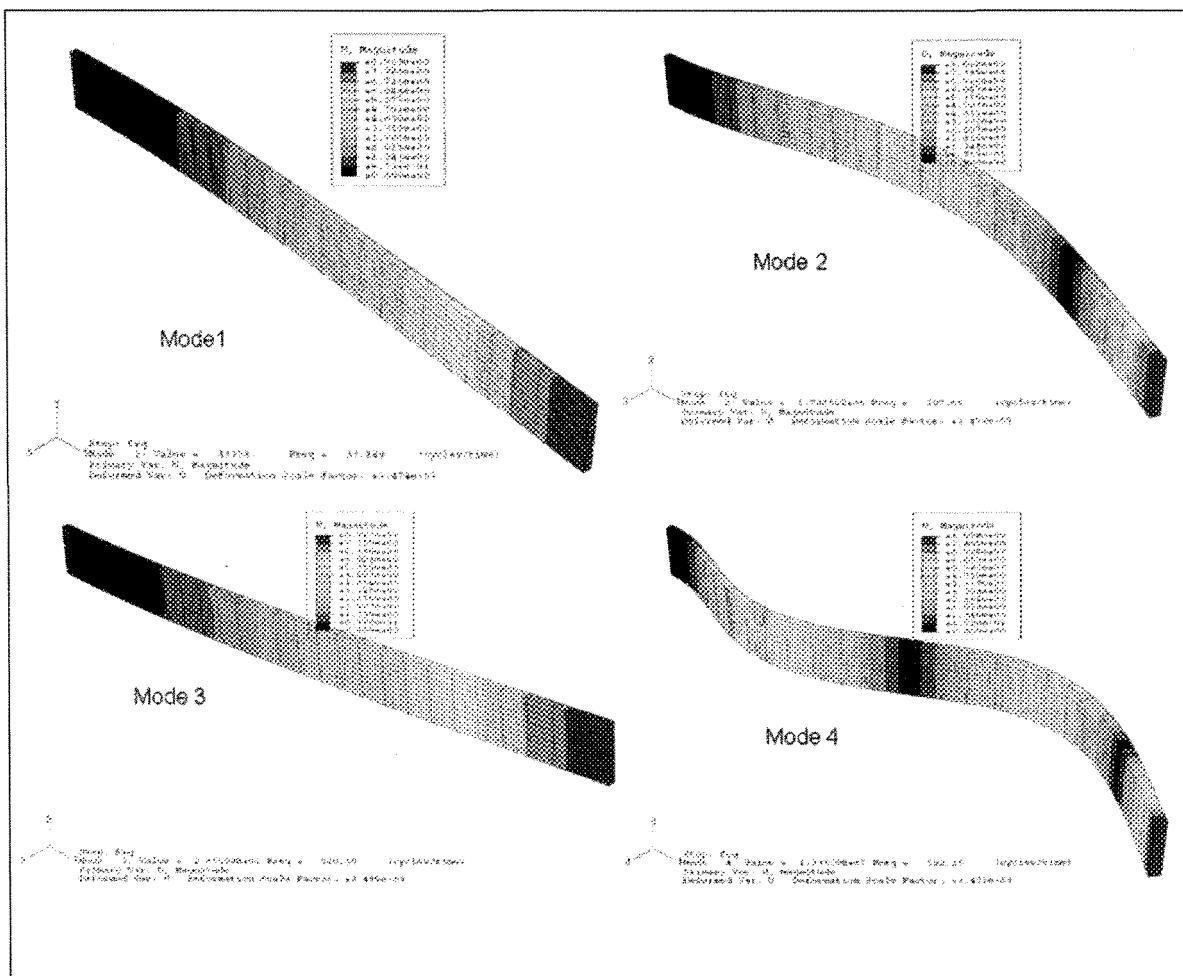


Figure VI.4 : Déformation selon le mode

Les résultats présentés ci-dessus permettent de déterminer les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  selon la procédure décrite dans la section VI.5.2.

Le coefficient d'amortissement mesuré avec la méthode de décroissance logarithmique décrite à la section VI.5.1 est de 0,020258. Ainsi les coefficients d'amortissement de Rayleigh obtenus sont :  $\alpha = 29,214$  et  $\beta = 8,892 \cdot 10^{-6}$

Ces coefficients sont très utiles pour modéliser la structure lorsqu'elle est soumise aux vibrations comme c'est le cas dans la présente étude.

Le but de la modélisation de la structure en vibration est de relever l'évolution temporelle des contraintes en un point donné afin de pouvoir valider les résultats expérimentaux.

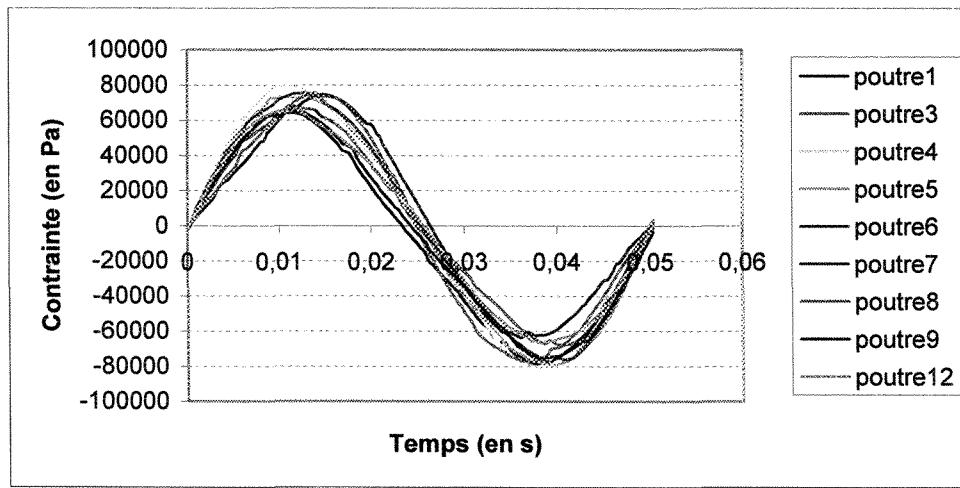


Figure VI.5 : Contraintes de flexion obtenues expérimentalement

La figure VI.5 présente les différentes courbes obtenues expérimentalement, c'est-à-dire mesurées à l'aide de films PVDF piézoélectriques, des contraintes de flexion lors de la vibration. Une comparaison entre la moyenne de ces résultats expérimentaux obtenus avec le film PVDF, présentés au tableau VI.3, et les résultats du modèle numérique est ensuite présentée à la figure VI.6. Dans les deux cas, la fréquence de vibration imposée est

de  $20\text{Hz}$ . La fréquence a été choisie de sorte à être suffisamment éloignée des fréquences naturelles pour minimiser l'effet de l'amortissement qui est très important à la résonance.

**Tableau VI.3 : Contraintes maximales de flexion**

	Contrainte maximale (Pa)
Poutre1	64182
Poutre2	66716
Poutre3	79871
Poutre4	73113
Poutre5	74923
Poutre6	74682
Poutre7	75526
Poutre8	65389
Poutre9	64786
<b>Moyenne</b>	<b>71021</b>
<b>Écart-type</b>	<b>5782</b>
<b>Simulation</b>	<b>80500</b>

$$\text{Erreur moyenne} = \frac{|71021 - 80500|}{80500} = 11,8\% \quad (6.36)$$

Ainsi, un écart de 11,8% est obtenu entre les résultats expérimentaux et numériques. Cela démontre que les mesures effectuées par le film PVDF sont valides et en accord avec la théorie. La différence entre les résultats expérimentaux et numériques est principalement attribuable au collage des films de PVDF sur la poutre d'aluminium, puisque ce dernier n'est pas pris en compte dans la modélisation. On peut aussi mentionner le contact entre les fils conducteurs et les films PVDF ou encore la dépendance à la température des coefficients piézoélectriques [22] qui peuvent affecter les mesures.

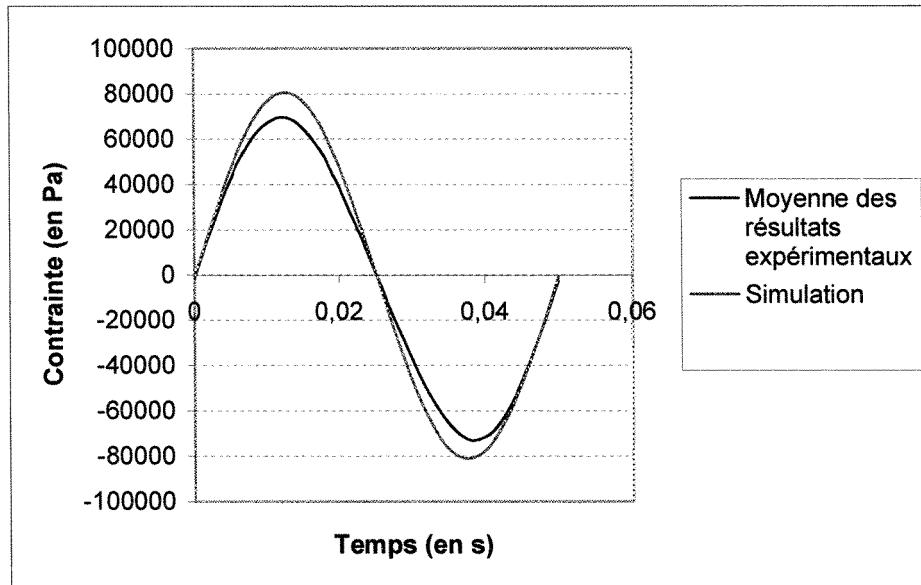


Figure VI.6 : Comparaison de la simulation aux données expérimentales

## VI.8. Conclusion

Ce chapitre a porté sur l'étalonnage de l'ensemble constitué de la poutre en aluminium et du film PVDF piézoélectrique collé à la surface de cette dernière basé sur le développement d'un modèle numérique par éléments finis de l'ensemble constitué de la poutre en aluminium et du film PVDF piézoélectrique collé à la surface de cette dernière. Cette modélisation a été rendue possible grâce à l'utilisation du logiciel commercial de modélisation ABAQUS. La comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux a permis de faire un étalonnage définitif du nouveau système de mesure. Les résultats du modèle numérique permettent d'affirmer que le système utilisé permet bel et bien d'assurer la mesure de contraintes qui se développent à l'emplacement du film PVDF.

Les techniques pour la mise en place du système : préparation de films PVDF, mis en place d'électrodes, collage des films sur la poutre d'aluminium, sont, si utilisées avec soin, efficaces.

# **CHAPITRE VII**

## **RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX**

## **VII.1. Introduction**

La validité de la méthode de mesure dont il est question dans cette étude ainsi que la sensibilité de la mesure à la rugosité des surfaces hôtes de l'accumulation ont été vérifiées dans une étude antérieure [7]. Dans cette partie, l'influence de deux paramètres importants a été étudiée : il s'agit de l'épaisseur de la glace et la vitesse d'application de la contrainte à l'interface glace /matériaux. Cette étude a été rendue possible grâce à l'automatisation du banc de mesure, tel que présenté au chapitre 5.

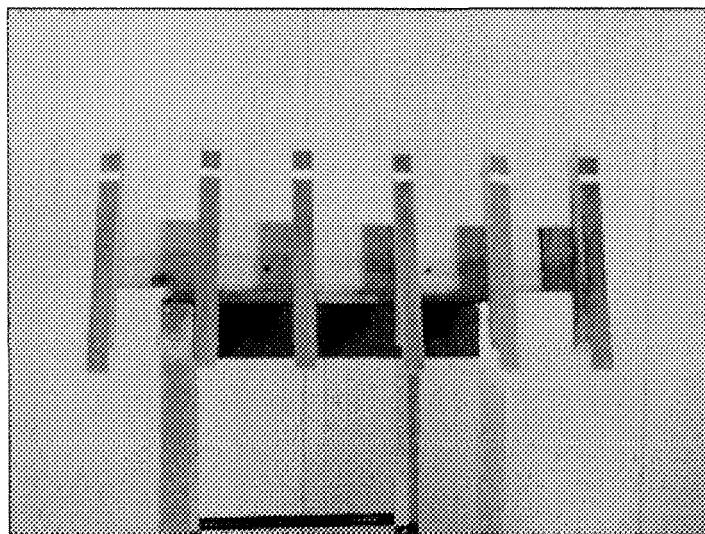
## **VII.2. Procédure d'expérimentation**

La procédure expérimentale se déroule selon les étapes suivantes :

1. Les poutres sont déposées sur un support en bois et maintenues immobiles à l'aide d'un papier collant en prenant bien soin de couvrir la partie, de chaque poutre, qui sera fixée au pot vibrant. Ainsi le papier collant joue un double rôle : d'abord maintenir chaque poutre sur le support, ensuite faciliter le décollement de la glace de la partie de la poutre qui sera encastrée.
2. Les poutres sur le support sont placées dans la chambre climatique avec un angle constant de  $47^\circ$  par rapport à l'horizontal (figure VII.1).

3. La température de la chambre climatique est abaissée et maintenue à  $-12^{\circ}\text{C}$ .

Lorsque la chambre climatique atteint la température désirée, un temps d'attente d'environ 20 minutes est nécessaire avant de commencer l'accumulation dans le but de s'assurer que les poutres soient portées à la même température que la chambre.



**Figure VII.1 : Poutres sur leur support dans la chambre climatique**

4. Le système de gicleurs est mis en marche. Ce dernier permet de créer des gouttelettes d'eau surfondues, qui une fois en contact avec la surface des poutres, forment la glace. Le réglage de différents paramètres est résumé dans le tableau VII.1.

5. Une fois que l'épaisseur de la glace souhaitée est obtenue, l'accumulation est arrêtée tout en gardant le système de refroidissement en marche puisque les tests d'adhérence sont effectués à la même température de  $-12^{\circ}\text{C}$ . La poutre composite ainsi obtenue est alors refroidie pendant environ 15 minutes avant le début des mesures.

6. Chaque poutre est ensuite retirée de son support pour être fixée au pot vibrant. Dans le même temps, les fils reliés aux faces électrodes du PVDF sont connectés au système d'acquisition.

**Tableau VII.1 : Paramètres utilisées lors de l'accumulation de la glace**

Paramètres	Valeur
Température de la pièce	-12 ( $\pm 0,2$ )°C
Température de l'eau	4°C
Diamètre moyen des gouttelettes d'eau	80 $\mu$ m
Taux de précipitation	18 mm/heure
Vitesse du vent	3,3 m/s
Pression de l'eau	80 psi

La poutre composite (aluminium + glace) est excité à une fréquence de 30Hz avec une amplitude croissante jusqu'à l'obtention du détachement de la glace. La contrainte correspondante à l'instant de détachement est obtenue en observant la courbe de contraintes mesurées par le film PVDF.

Ainsi l'instant où le délaminate atteint le film PVDF correspond à une discontinuité significative dans l'évolution temporelle de la contrainte à l'interface. Une courbe typique de l'évolution de la contrainte mesurée par le film PVDF à l'interface poutre/glace est présentée à la figure VII.2. Il s'agit en fait de la courbe enveloppe de la contrainte mesurée par le PVDF. En d'autres termes, cette courbe représente l'évolution

des valeurs maximales et minimales (valeurs crêtes) de la contrainte en fonction du temps.

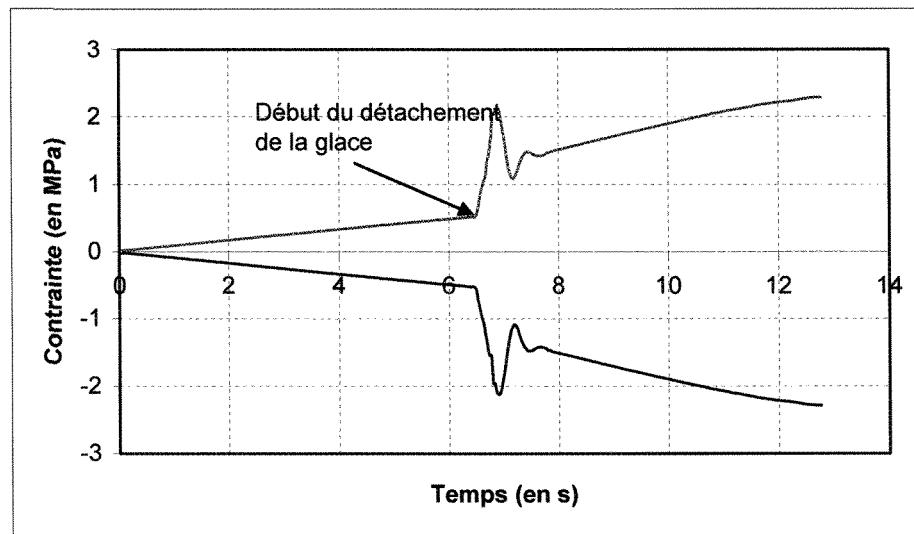


Figure VII.2 : Courbe typique enregistrée par le système d'acquisition

### VII.3. Étude de l'effet de la vitesse d'application de la contrainte

La vitesse d'application de la contrainte est équivalente à la vitesse avec laquelle l'amplitude du signal d'excitation du pot vibrant augmente. Si ce signal se désigne par  $x(t)$  (en V) s'exprimant comme  $x(t) = X_p t \sin(\omega t)$  où  $t$  représente le temps, alors la vitesse est représentée par le paramètre  $X_p$  [V/s]. La figure VII.3 illustre l'enveloppe de ce signal lorsque  $X_p = 2/9$  V/s.

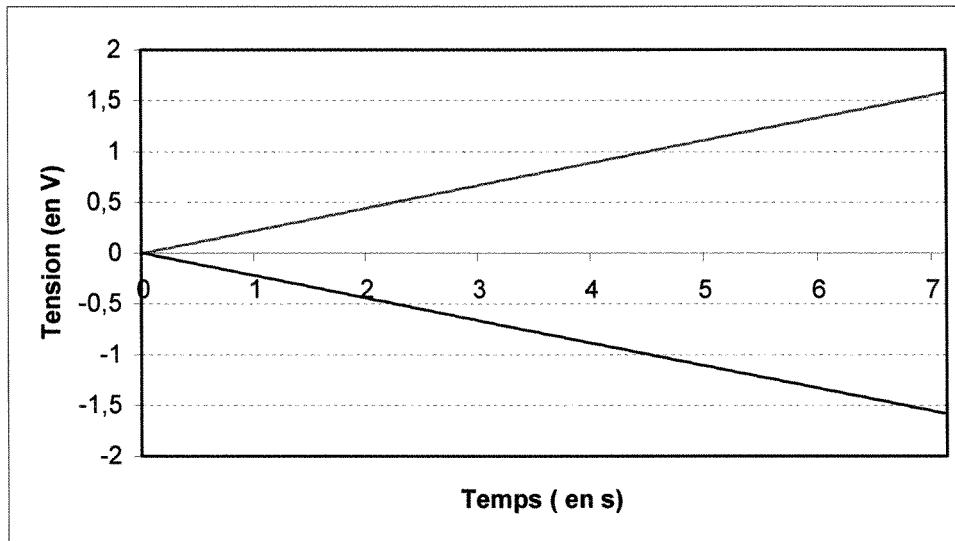


Figure VII.3 : Enveloppe du signal d'excitation du pot vibrant avec  $X_p = 2/9$  V/s

Afin d'étudier l'influence que peut avoir le paramètre  $X_p$  sur la mesure, trois valeurs ont été testées en prenant soin de garder tous les autres paramètres constants. Les mesures obtenues sont présentées dans le tableau VII.2. Les expériences ont été réalisées en gardant l'épaisseur de la glace constante à  $4mm$ . Seule la vitesse d'application de la contrainte (paramètre  $X_p$ ) est variable. Les figures VII.4, VII.5 et VII.6 illustrent l'évolution de contraintes obtenues respectivement pour une valeur de  $X_p$  égale à  $\frac{2}{9}$  V/s,  $\frac{1}{9}$  V/s et  $\frac{1}{24}$  V/s.

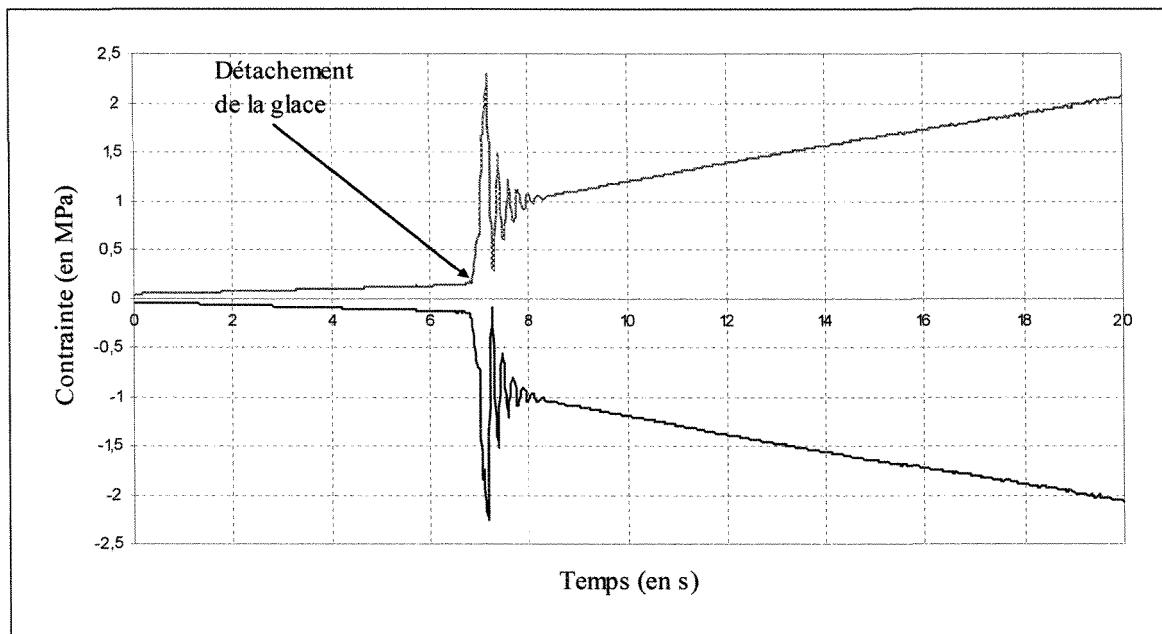


Figure VII.4 : Enveloppe de la courbe de contraintes obtenue pour  $X_p = 2/9$  V/s

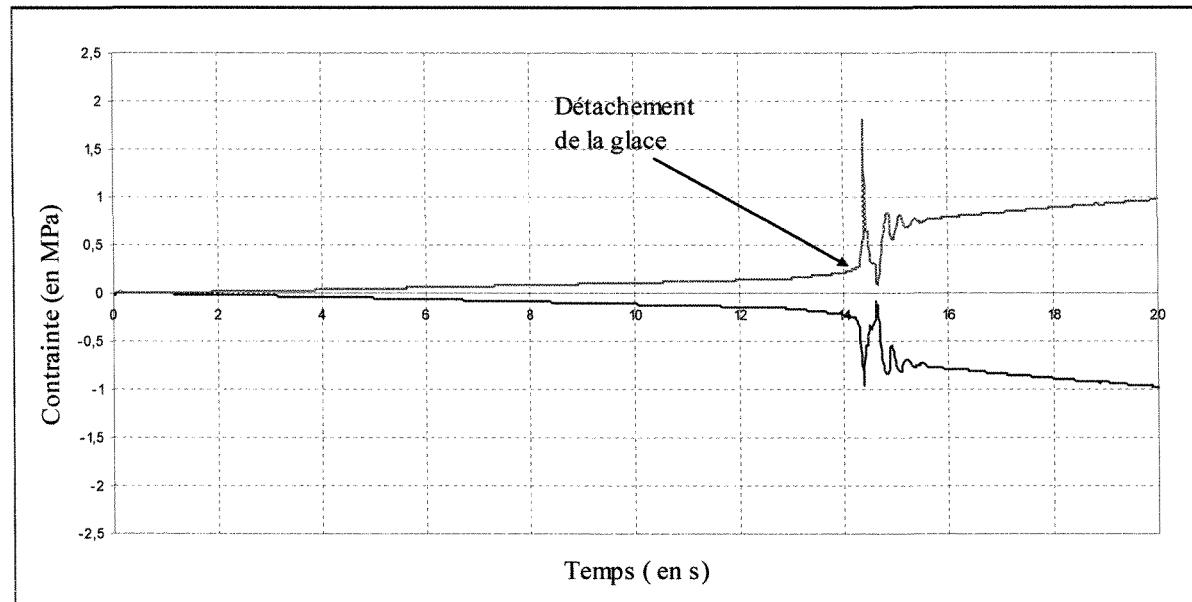


Figure VII.5 : Enveloppe de la courbe de contraintes obtenue pour  $X_p = 1/9$  V/s

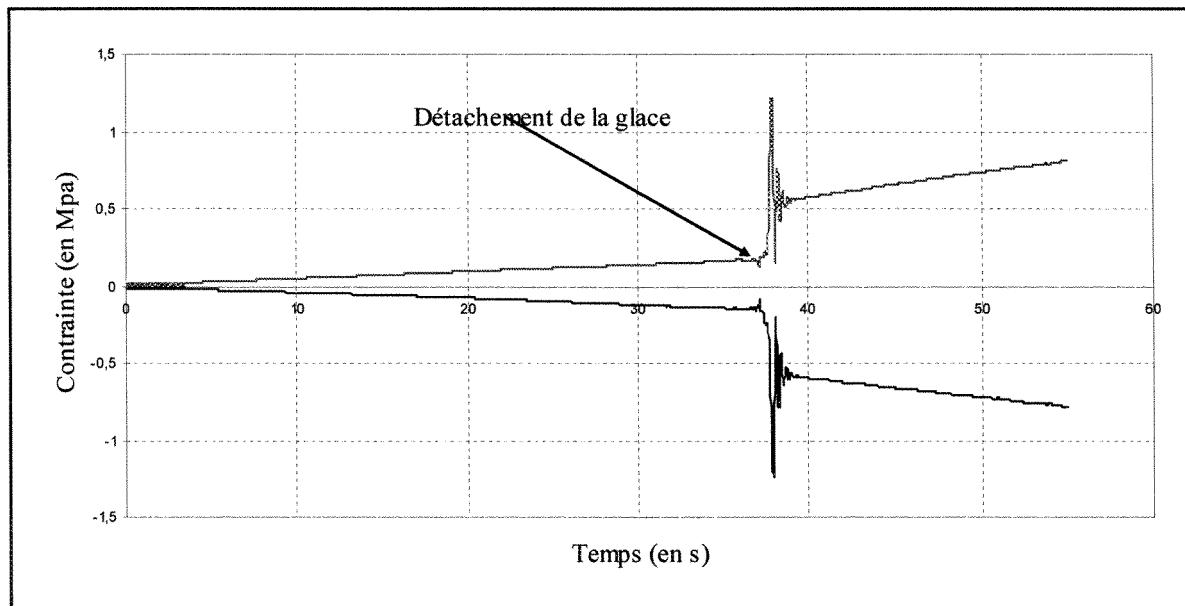


Figure VII.6 : Enveloppe de la courbe de contraintes obtenue pour  $X_p = 1/24 \text{ V/s}$

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau VII.2. De par ces résultats, la contrainte correspondant à l'instant de début du déclaminage se situe autour d'une moyenne de  $189088 \text{ Pa}$  pour toutes les vitesses d'accroissement d'amplitude considérées ( $1/9$ ,  $2/9$  et  $1/24$ ). Par ailleurs, ces résultats révèlent que lorsque la vitesse d'accroissement d'amplitude est divisée par 2 et 5,4, le temps de début du déclaminage est multiplié par ces mêmes facteurs. Il existe donc une relation directe entre ces deux paramètres.

Ainsi, la mesure obtenue par la méthode utilisant un film PVDF collé sur une poutre en vibration ne dépend pas de la vitesse d'accroissement de l'amplitude de vibration. En d'autres termes, la vitesse avec laquelle l'amplitude de la vibration est augmentée n'affecte en rien les résultats de la mesure.

**Tableau VII.2 : Mesures obtenues selon la vitesse d'application**

	$(X_p = \frac{2}{9} \text{ V/s})$ Contrainte [Pa]	$(X_p = \frac{1}{9} \text{ V/s})$ Contrainte [Pa]	$(X_p = \frac{1}{24} \text{ V/s})$ Contrainte [Pa]
Poutre 1	191347	191525	191172
Poutre 2	193038	193187	193347
Poutre 3	174832	176298	176627
Poutre 4	181403	182395	184281
Poutre 5	172975	168344	169286
Poutre 6	211863	211459	212600
Poutre 7	173674	170395	168678
Poutre 8	217383	222601	213644
Poutre 9	183973	181654	185645
Poutre 10	190954	194123	193935
<b>Moyenne</b>	<b>189145</b>	<b>189198</b>	<b>188921</b>
<b>Ecart-type</b>	<b>15380</b>	<b>17368.52</b>	<b>15636</b>
			<b>189088</b>

#### **VII.4. Influence de l'épaisseur de la glace**

Le but de cet exercice est d'étudier l'influence de l'épaisseur de la glace sur la mesure et de pouvoir affirmer si l'épaisseur peut constituer une limitation à la méthode utilisée. Pour ce faire, trois séries de 10 expériences utilisant une épaisseur de glace différente ont été effectuées soient 2.5 mm, 4 mm et 10 mm .

Les épaisseurs de glace ont été obtenues suivant les paramètres expérimentaux décrits dans le tableau VII.1 et les tests d'adhérence ont été réalisés avec la même vitesse d'application de la contrainte soit  $X_p = \frac{2}{9} \text{ V/s}$ . Les valeurs obtenues sont

résumées dans le tableau VII.3 et les enregistrements de l'évolution des contraintes d'interface sont présentés aux figures VII.7, VII.8 et VII.9 respectivement pour des épaisseurs de glace de 10mm, 4mm et 2,5 mm.

Les valeurs de la contrainte d'interface ainsi obtenues pour les épaisseurs de 2,5 mm, 4 mm et 10 mm de glace sont respectivement de  $532,8(\pm 19,0) kPa$ ,  $189,2(\pm 13,1) kPa$  et  $82,8(\pm 6,3) kPa$  (niveau de confiance de 95%).

**Tableau VII.3 : Mesures obtenues en fonction de l'épaisseur de la glace**

	(épaisseur = 2.5mm) Contrainte [Pa]	(épaisseur = 4mm) Contrainte [Pa]	(épaisseur = 10mm) Contrainte [Pa]
Poutre 1	543964	191347	83868
Poutre 2	559268	193038	87192
Poutre 3	534285	174832	63748
Poutre 4	561304	181403	85235
Poutre 5	548612	172975	84873
Poutre 6	529297	211863	85404
Poutre 7	492945	173674	77846
Poutre 8	537109	217383	81931
Poutre 9	507132	183973	90155
Poutre 10	514620	190954	87414
<b>Moyenne</b>	<b>532853</b>	<b>189145</b>	<b>82767</b>
<b>Ecart-type</b>	<b>22356</b>	<b>15379</b>	<b>7461</b>

Les résultats présentés au tableau VII.3 démontrent clairement que les mesures d'adhérence obtenues avec la méthode développée varient avec l'épaisseur du dépôt de glace. Ce dernier apparaît donc être un paramètre très influent dans la mesure de la force d'adhérence avec la méthode faisant l'objet de cette étude. La raison majeure de la

dépendance de la mesure en fonction de l'épaisseur du dépôt de glace est présentée dans la section suivante.

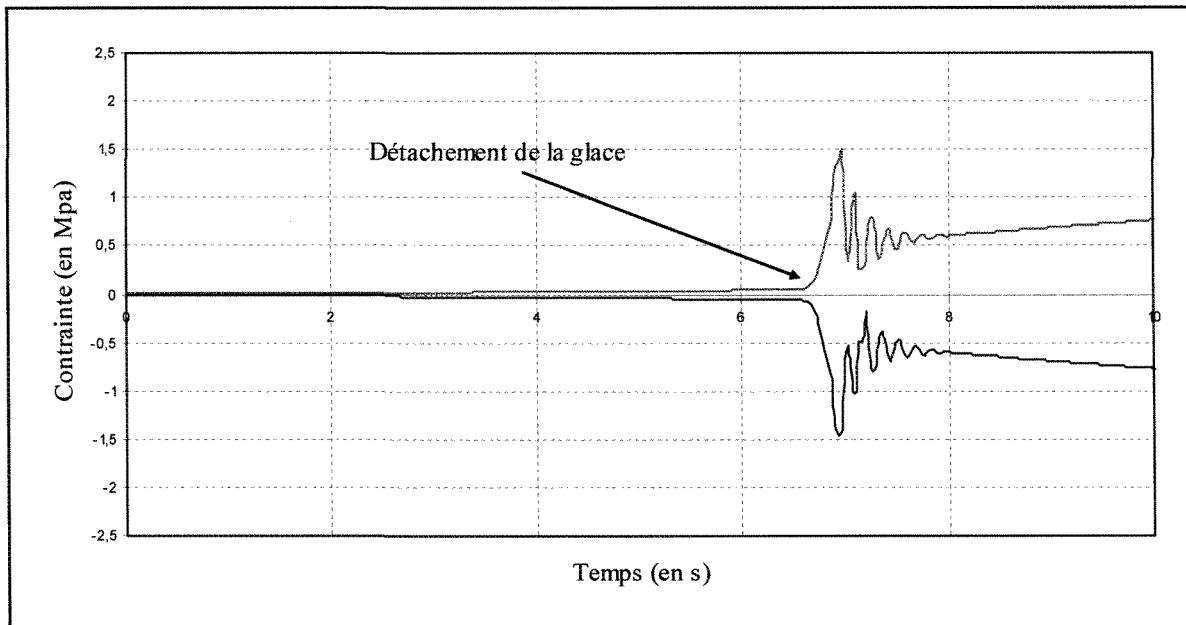


Figure VII.7 : Évolution de la contrainte à l'interface obtenue pour une épaisseur de glace de 10 mm

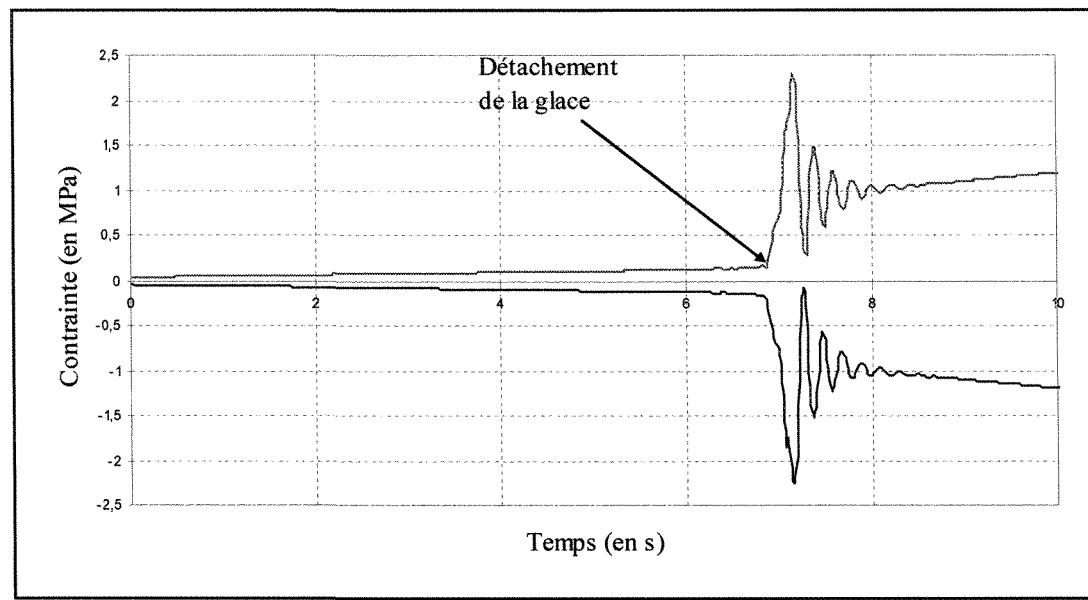


Figure VII.8 : Évolution de la contrainte à l'interface obtenue pour une épaisseur de glace de 4 mm

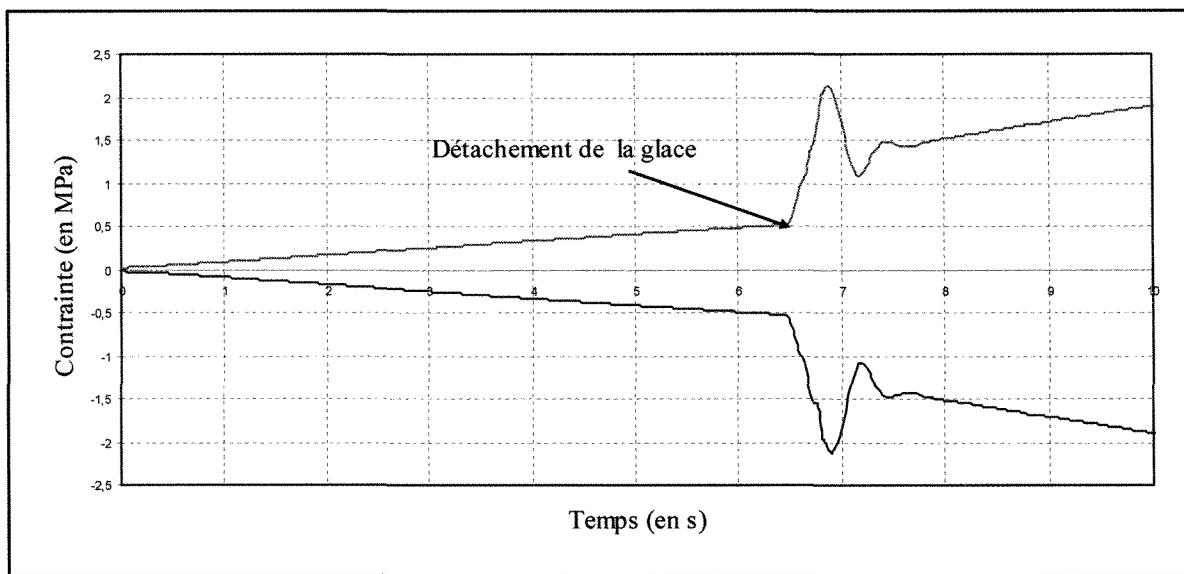


Figure VII.9 : Évolution de la contrainte à l'interface obtenue pour une épaisseur de glace de 2.5 mm

### VII.5. Discussion

Selon la théorie présentée au chapitre IV, les contraintes qui tentent de faire glisser les plans les uns sur les autres sont des forces de cisaillement. Dans le cas de la poutre d'aluminium recouverte d'un dépôt de glace mise en vibration, le détachement de la glace survient lorsque les contraintes de cisaillement à l'interface dépassent la force d'adhérence en cisaillement de la glace : la valeur recherchée est donc une force d'adhérence en cisaillement.

Or il a été établi au chapitre V, par le biais de l'équation 5.4, que la contrainte mesurée était une contrainte de flexion. Cela signifie que la méthode de mesure, basée

sur l'utilisation d'un film PVDF à l'interface glace/matériau, ne permet que de mesurer la contrainte de flexion correspondante à l'instant de déclaminage.

La position de l'axe neutre dans le cas d'une poutre composite (glace/aluminium dans notre cas) est calculée comme suit (équation 4.20):

$$\bar{y} = \frac{E_{al}A_{al}\bar{y}_{al} + E_{gl}A_{gl}\bar{y}_{gl}}{E_{al}A_{al} + E_{gl}A_{gl}} \quad (7.1)$$

Où les indices *al* et *gl* font respectivement référence à l'aluminium et à la glace,  $\bar{y}$  est la coordonnée de l'axe neutre, *E* le module de Young et *A* l'aire de la section transversale.

Ainsi pour des couches de glace de 2,5 mm, 4 mm et 10 mm d'épaisseur, l'axe neutre se situe respectivement à 1,7mm, 1,8mm et 2,6mm de la face non recouverte de glace tel qu'illustre à la figure VII.10. On constate que, dans les 3 cas présentés à la figure VII.10, l'axe neutre se situe dans la partie en aluminium de la poutre composite et qu'il se rapproche de l'interface quand l'épaisseur de la glace augmente jusqu'à une valeur de 13,1mm où il se situera à l'interface.

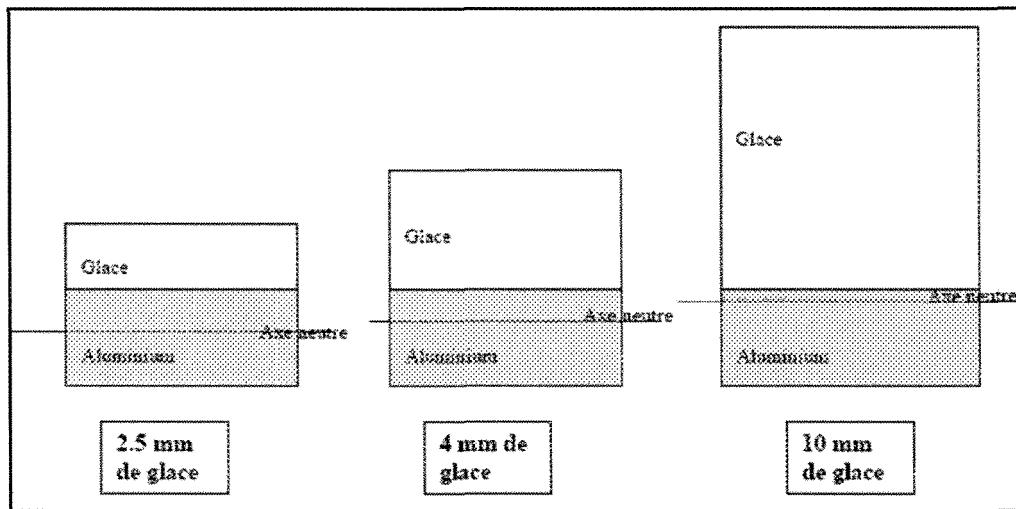


Figure VII.10 : Position de l'axe neutre selon l'épaisseur de la glace

Toujours selon l'étude théorique du chapitre IV et tel que présenté à la figure VII.11, la contrainte de flexion varie linéairement, à l'intérieur du même matériau, jusqu'à s'annuler à l'axe neutre. Par ailleurs, comme le montre la figure VII.12, les contraintes de cisaillement sont maximales à l'axe neutre, et nulles aux frontières.

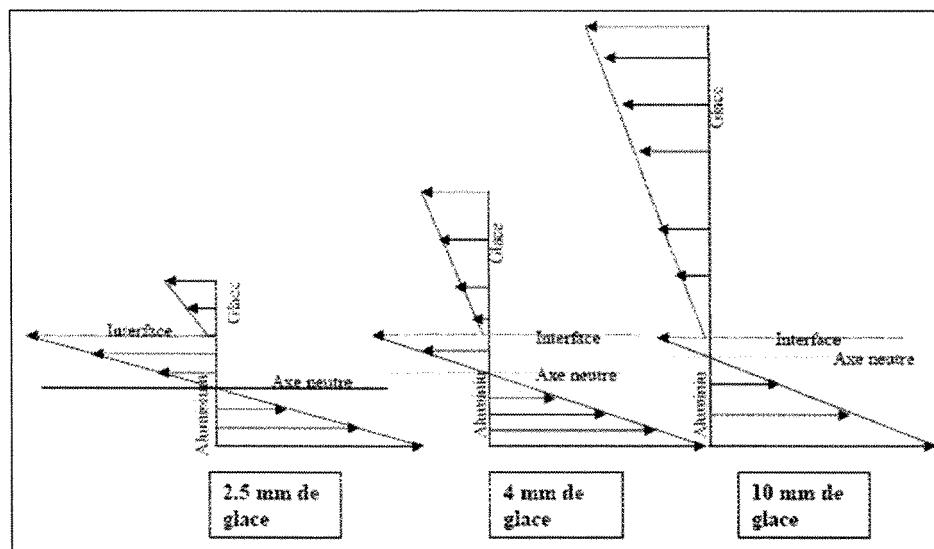


Figure VII.11 : Distribution de contraintes de flexion selon l'épaisseur de la glace

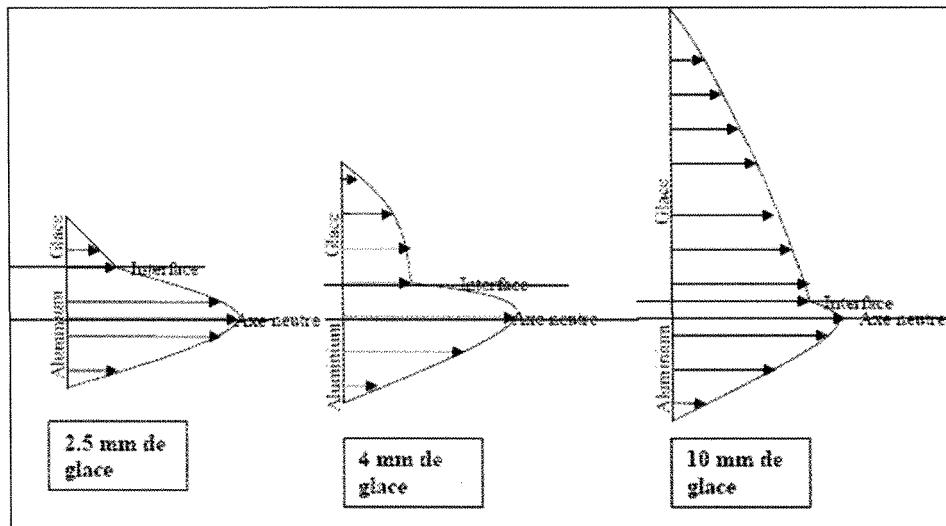


Figure VII.12 : Distributions des contraintes de cisaillement selon l'épaisseur de la glace

Ainsi, les figures VII.10 et VII.11 illustrent bien le fait que les contraintes de flexion à l'interface, à l'instant du déclassement, diminuent lorsque l'épaisseur de la glace augmente pour finalement s'annuler pour une épaisseur critique de 13 mm. Cela est effectivement confirmé par 10 tests expérimentaux effectués, dans les conditions environnementales décrites au tableau VII.1., pour l'épaisseur critique de 13 mm. En effet, pour cette épaisseur, la valeur de contrainte mesurée par le film PVDF est nulle, comme le montre les résultats de la figure VII.13. Ce qui confirme donc que la contrainte mesurée par le PVDF n'est autre que la contrainte de flexion correspondant à l'instant de déclassement, et non une combinaison des contraintes de flexion et cisaillement comme on aurait été porté à le croire.

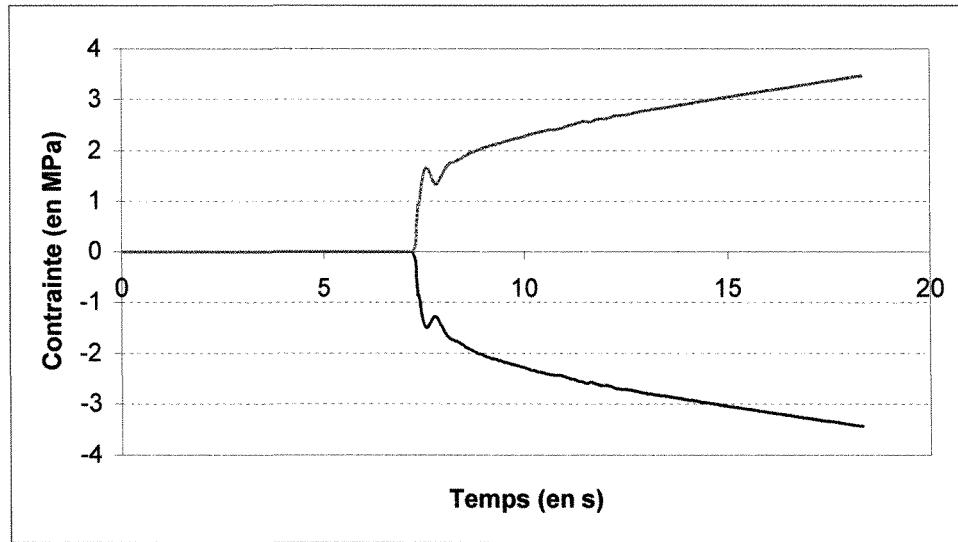


Figure VII.13 : Courbe de contraintes pour une épaisseur de glace de 13 mm

Pour s'en convaincre, le déplacement du pot vibrant correspondant à l'instant de délaminaison a été enregistré dans les 3 cas. Des déplacements de 0,7mm, 0,8mm et 1mm ont été enregistrées pour les épaisseurs respectives de 2,5mm, 4mm et 10mm de glace. Ces déplacements sont ensuite utilisés dans le modèle analytique pour obtenir le déplacement en tout point de la poutre grâce aux équations 4.41 et 4.42 (chapitre IV).

$$g(x) = B_1 \cosh(k_n x) + B_2 \sinh(k_n x) + B_3 \cos(k_n x) + B_4 \sin(k_n x)$$

$$B_3 = W_0 - B_1$$

$$B_4 = -B_2$$

$$\begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(k_n L) + \cos(k_n L) & \sinh(k_n L) + \sin(k_n L) \\ \sinh(k_n L) - \sin(k_n L) & \cosh(k_n L) + \cos(k_n L) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} W_0 \cos(k_n L) \\ -W_0 \sin(k_n L) \end{Bmatrix}$$

$W_0$  est le déplacement du pot vibrant et  $g(x)$  est le facteur indépendant du temps dans l'expression du déplacement. (Pour les autres symboles, cf. section IV.3.)

L'expression complète du déplacement est  $w(x) = g(x) \sin(\omega_d t)$ . Cette expression du déplacement permet de calculer la force d'inertie qui est la seule charge agissant sur la poutre. Ainsi la force d'inertie en tout point et en tout temps s'exprime :

$$p(x, t) = \rho A \omega_d^2 w(x, t) \quad (7.2)$$

Et la force exercée par le pot vibrant sur la poutre est :

$$F_R(t) = - \int_0^L p(x, t) dx \quad (7.3)$$

L'effort tranchant est ensuite obtenu comme suit :

$$V(x, t) = - \int_0^x p(x, t) dx - F_R \quad (7.4)$$

Le moment exercé au semi-encastrement est quant à lui obtenu par :

$$M_R(t) = - \int_0^L V(x, t) dx \quad (7.5)$$

Ce qui permet d'exprimer le moment fléchissant comme suit :

$$M(x, t) = - \int_0^x V(x) dx - M_R \quad (7.6)$$

Or, selon les équations 4.5 et 4.11, les contraintes de flexion et de cisaillement sont obtenues respectivement par :

$$\sigma_x = \frac{My}{I} \text{ et } \tau_{xy} = \frac{VQ}{Ib} \quad (7.7)$$

Où  $I$  est le second moment de la section transversale,  $Q$  le premier moment de la section longitudinale et  $b$  la largeur de la poutre.

En utilisant toutes ces relations, les contraintes de flexion et de cisaillement obtenues à l'interface au moment du déclassement sont présentées dans le tableau VII.4.

**Tableau VII.4: Contraintes obtenues analytiquement**

Épaisseur de la glace	Contraintes de flexion (PVDF) <sup>1</sup>	Contraintes de flexion calculées	Contraintes de cisaillement
2,5mm	11,9 MPa	10,8 MPa	-0,32 MPa
4mm	4,2 MPa	5,0 MPa	-0,34 MPa
10mm	1,8 MPa	1,6 MPa	-0,37 MPa

<sup>1</sup> Le film de PVDF n'est pas considéré dans le modèle analytique. Les contraintes de flexion présentées sont à l'interface mais dans la partie aluminium de la poutre. C'est pour cette raison qu'une transformation sur les contraintes obtenues par le PVDF a été nécessaire afin de tenir compte de la discontinuité à l'interface aluminium/PVDF selon l'équation 4.17

Les résultats du tableau VII.4 viennent non seulement confirmer que les contraintes de la mesure sont les contraintes de flexion mais confirme aussi la validité de l'étalonnage qui a été fait au chapitre VI et permet de déterminer les contraintes de cisaillement correspondant à l'instant de déclamination. Celles-là même qui sont à l'origine du détachement de la glace.

Ainsi, les contraintes causant le déclamination sont de l'ordre de 0,32 MPa, 0,34 MPa et 0,37 MPa pour respectivement 2,5mm, 4mm et 10mm d'épaisseur de glace. La valeur de cette contrainte ne semble pas beaucoup varier avec l'épaisseur de la glace. Toutefois, la méthode utilisée étant indirecte, combinant des résultats analytiques à des équations analytiques, un grand nombre d'essais pour différentes épaisseurs est recommandé pour pouvoir déterminer s'il y a une corrélation entre l'épaisseur de dépôt de glace et la contrainte causant le détachement de celui-ci.

## VII.6. Conclusion

Les expériences effectuées ont permis d'étudier l'influence de l'épaisseur du dépôt de glace et de la vitesse d'application de la contrainte à l'interface glace/matériau sur la mesure obtenue par l'utilisation de la méthode proposée. Ainsi, il a été constaté que la vitesse avec laquelle l'amplitude de la vibration est augmentée n'a pas d'influence sur la mesure. L'étude de l'influence de l'épaisseur du dépôt de glace a permis de révéler une limitation de la méthode de mesure. Ainsi, la mesure obtenue ne représente pas la contrainte causant le détachement de la glace mais représente seulement la contrainte de flexion correspondant à l'instant de délamination. La force d'adhérence a été calculée en utilisant une méthode indirecte dans chaque cas. Les résultats ne permettent pas de conclure de l'existence ou non d'une corrélation entre la force d'adhérence et l'épaisseur du dépôt de glace. Par ailleurs, ces calculs ont été faits en considérant une poutre composite, constituée d'aluminium et de glace, encastrée à une extrémité. Ce qui n'est pas réellement le cas puisque dans le cas réel, seul l'aluminium est encastré.

# **CHAPITRE VIII**

## **CONCLUSIONS**

### **VIII.1. Conclusions générales**

Cette étude porte sur l'amélioration d'une méthode de mesure d'adhérence de la glace par l'utilisation d'un film PVDF, méthode mise au point lors d'une étude antérieure [7]. Pour ce faire, la méthode proposée devait subir un étalonnage et être automatisée dans le but d'étudier l'influence de certains paramètres sur les mesures obtenues.

L'étalonnage a été fait en développant un modèle numérique de la poutre d'aluminium et du film PVDF par la méthode des éléments finis. Cette modélisation a été rendue possible grâce à l'utilisation du logiciel de modélisation par éléments finis ABAQUS. Un écart de 11,7% a été obtenu entre les résultats expérimentaux et les résultats de la modélisation numérique par éléments finis. Il est fort probable que cet écart soit principalement dû au collage du film PVDF sur la poutre d'aluminium et à la sensibilité des constantes piézoélectriques du PVDF à la température. La comparaison des résultats obtenus par la méthode des éléments finis avec les résultats expérimentaux ont permis de confirmer la justesse de la méthode utilisée dans la préparation des poutres d'aluminium dans l'utilisation des films PVDF.

L'automatisation de la méthode s'est faite par l'utilisation d'une carte d'acquisition multicanaux permettant non seulement de fournir le signal d'excitation du système de mesure mais aussi d'acquérir le signal de réponse délivré par le film PVDF. Une partie importante de l'automatisation a été consacrée au développement du programme de

contrôle de la carte. Ce programme a été réalisé dans l'environnement LabVIEW et a ainsi permis de mettre en place une interface utilisateur convivial permettant d'appliquer d'une façon contrôlée les contraintes à l'interface glace/matériau, de visualiser le signal de réponse du film PDVF et de déterminer directement la contrainte correspondante à l'instant du détachement de la glace.

Dans la phase expérimentale, l'influence de la vitesse d'application des contraintes et celle de l'épaisseur du dépôt de glace ont été étudiées. Dans tous les cas, le délamינage obtenu semblait être adhésif. Il a été constaté que la vitesse d'application des contraintes avait peu d'incidence sur la mesure. Cela n'est cependant pas le cas de l'épaisseur du dépôt de glace qui influence significativement la valeur de la mesure. Ainsi, il a été démontré que la contrainte mesurée par le PVDF à l'interface diminue avec l'augmentation de l'épaisseur du dépôt de glace. L'étude de l'influence de l'épaisseur de la glace a ainsi permis de mettre à jour une limitation importante de la méthode de mesure. C'est en effet à partir de cette étude qu'il a été constaté que la méthode ne permet pas de déterminer directement la force d'adhérence de la glace. Elle permet seulement de qualifier l'adhérence en déterminant la contrainte de flexion correspondant à l'instant de délamינage. Cependant, un calcul indirect, à partir de cette contrainte de flexion, peut permettre de déterminer la contrainte de cisaillement, qui correspond à la force d'adhérence de la glace. Toutefois, les résultats de ce calcul n'ont pas permis de tirer des conclusions définitives sur la corrélation entre la force d'adhérence et l'épaisseur du dépôt de glace.

La méthode ainsi développée et améliorée reste valide pour mener des études comparatives entre divers matériaux. Dans ce cas, il est important de respecter les règles suivantes :

1. Les substrats doivent avoir la même longueur ainsi que la même épaisseur
2. Les films PVDF doivent être de même dimensions et collés à la même distance de l'encastrement sur tous les substrats.
3. La glace doit être accumulée sur tous les substrats dans les mêmes conditions
4. L'épaisseur de la glace doit être maintenue constante dans tous les cas et doit préférablement être comprise entre 4 et 10 mm.

En conclusion la nouvelle méthode permet de comparer l'adhérence de la glace sur différentes structures mais de manière indirecte en déterminant l'instant de déclamination et la contrainte de flexion équivalente appliquée à l'interface. Il faut ensuite faire appel à un calcul analytique pour déterminer la contrainte de cisaillement équivalente à l'origine du détachement de la glace.

## **VIII.2. Recommandations**

Tel que présenté au chapitre VII, la méthode, dans son état actuel, permet seulement de déterminer l'instant de délaminage et la contrainte de flexion correspondante. La possibilité d'utiliser des films piézoélectriques pouvant détecter les contraintes de cisaillement, seules forces qui causent le délaminage dans la présente méthode, devra être étudiée. Cette amélioration permettrait d'utiliser la méthode pour quantifier la force d'adhérence, ce qui n'est pas le cas aujourd'hui.

Lors des expérimentations, plusieurs essais ont dû être interrompus suite à quelques problèmes rencontrés reliés à des courts-circuits survenus, soit entre les électrodes du film PVDF, soit dus aux mauvais contacts entre le film PVDF et les fils collecteurs. Malgré le fait que les méthodes utilisées au laboratoire permettent de pallier à ces problèmes, il serait intéressant de chercher des méthodes plus efficaces, ou si possible, d'acheter du fournisseur des films prêts à l'utilisation, c'est-à-dire déjà isolés et dont les contacts avec les fils collecteurs seraient déjà en place.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] CEA, "De-Icing Techniques Before, During, and Following Ice Storms ", mars 2002
- [2] C. Volat, M. Farzaneh et A. Leblond, "De-icing/Anti-icing Techniques for Power Lines: Current Methods and Future Direction", Position paper soumis à IWAIS XI, Montréal, juin 2005.
- [3] B. Pittenger, D. J. Cook, R. Slaughterbeck and S. C. Fain, "Investigation of ice-solid interfaces by force microscopy : plastic flow and adhesive forces", J. Vac. Sci. Techno. A16(3), pp. 1832-1837, May/June 1998.
- [4] M. Javan-Mashmool, C. Volat et M. Farzaneh, "A New Approach for Measuring Ice Adhesion at Ice/Material Interface", 62<sup>st</sup> Eastern Snow Conference ,Waterloo, Ontario, Ca, 7-10 juin 2005.
- [5] M. Javan-Mashmool, C. Volat et M. Farzaneh, "A Theoretical Model for Measuring Stress Induced by a Vibrating load at Ice/Material Interface", IWAIS XI, Montréal, juin 2005.
- [6] M. Javan-Mashmool, C. Volat et M. Farzaneh, "A New Method for Measuring Ice Adhesion Strength at Ice/Substrate Interface", Journal of Hydrological Processes, octobre 2005. (accepté pour publication)
- [7] M. Javan-Mashmool, "Theoretical and experimental investigations for measuring interfacial bonding strength between ice and substrate", Mémoire de maîtrise, UQAC, novembre 2005.

- [8] C. Volat, "Modélisation physique et numérique par la méthode des éléments finis de frontière de la distribution du potentiel et du champ électrique le long d'un isolateur standard de poste 735 KV recouvert de glace", Thèse de doctorat, UQAC, 2002
- [9] I.A. Ryzhkin and V. F. Petrenko, "Physical mechanisms responsible for ice adhesion", J. Phys. Chem., Hanover, New Hampshire, June 1997
- [10] C. Laforte, "Étude de l'adhérence de la glace sur des solides à caractère glaciophobe", Mémoire de maîtrise, UQAC, 2001.
- [11] V.F. Petrenko and S. Peng, "Reduction of ice adhesion to metal by using self-assembling monolayers (SAMs)", NRC Research Press Web site, <http://cjp.nrc.ca/>, April 2003
- [12] J. M. Sayward, "Seeking low ice adhesion", US Army Regions Research and Engineering Laboratory, New Hampshire, Special Report AD-A071-040, 1979
- [13] Crutch, V. K., and Hartely, R.A., 1992, "Adhesion of Ice to Coatings and the Performance of Ice release Coatings", journal of Coatings Technology, 64, pp.41-53.
- [14] Archer P. Gupta V., "Measurement and control of Ice Adhesion to Aluminum 6061 Alloy", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 46, No. 10, pp. 1745-1771, 1998.

- [15] Padeletti, G., Pergolin, S., Montesperelli, M., Alessandro, A. D., Campoli, F., and Maltese, P., 2000, "Evaluation of Structural and Adhesive Properties of Nylon 6 and PTFE Alignment Films by Means of Atomic Force Microscopy", *Applied Physics*, A.71,pp. 571-576
- [16] Krongelb, S., 1978, "Electromagnetic Tensile Adhesion Tests Methods", In Adhesion Measurements of Thin Films, Thick Films and Bulk Coatings, K.L., Mittal, ed., ASTM, Philadelphia , PA, pp. 107-121
- [17] Ahn, J., Mittal, K.L., and McQueen, R.H., 1978, "Hardness and Adhesion of Filmed Structures as Determined by the Scratch Techniques", In: Adhesion Measurement of Thin Films, Thick Films and Bulk Coatings, K.L., mittal, ed., ASTM, Philadelphia, PA., pp. 134-157
- [18] C. Laforte and A. Beisswenger, "Icephobic Material Centrifuge Adhesion Test ", IWAIS XI, Montréal, juin 2005.
- [19] C. Blackburn, C. Laforte and J. L. Laforte, "Apparatus for measuring the adhesion force of a thin sheet on a substrate", IWAIS IX, Chester, U.K, June 2000.
- [20] S. Le dren, "Élaboration de couches épaisses piézoélectriques déposées sur substrats pour des applications microtechniques", Thèse de doctorat, INSEA, Lyon, septembre 2000.

- [21] Daihua Wang, Jianshen Liu, Degao Zhou and Shanglian Huang, Using PVDF piezoelectric film sensors for in situ measurement of stayed-cable tension of cable-stayed bridges, *Smart Mater. Struct.* **8** (1999) 554–559.
- [22] Measurement Specialties Inc., Piezo sensors films technical manual
- [23] K. S. C. KUANG, S. T. QUEK, W. J. CANTWELL, Use of polymer-based sensors for monitoring the static and dynamic response of a cantilever composite beam, *JOURNAL OF MATERIALS SCIENCE* **39** (2004) 3839 – 3843
- [24] Juhi Khanna, Modeling and control of smart cantilever beam, Indian Institute of Technology, Mumbai 2004.
- [25] Mohsen Dadfarnia, Nader Jalili, Zeyu Liu, Darren M. Dawson, An observer-based piezoelectric control of flexible Cartesian robot arms: theory and experiment, *Control Engineering practice* (2003)
- [26] Su-Huan Chen, Guo-Feng Yao and Cheng Huang, “A new intelligent thin-shell element”, *Smart Mater. Struct.* **9** (2000) 10–18.
- [27] Mannur J Sundaresan, Anindya Ghoshal and Mark J Schulz, “A continuous sensor for damage detection in bars”, *Smart Mater. Struct.* **11** (2002) 475–488
- [28] Ju Hyun Yoo, Jae Il Hong, Wenwn Cao , “Piezoelectric ceramic bimorph coupled to thin metal plate as cooling fan for electronic devices”, *Sensors and Actuators* **79** 2000.8–12

- [29] A. Bazergui, T. Bui-Quoc, A. Biron, G. McIntyre et C. Laberge, “Résistance des matériaux”, 2<sup>ème</sup> édition, Éditions de l’École Polytechnique de Montréal, Montréal, Québec, Canada, 1993
- [30] Indrajit Chowdhury and Shambhu P. Dasgupta, “Computation of Rayleigh Damping Coefficients for Large Systems”, The Electronic Journal of Geotechnical Engineering, Volume 8, Bundle 8C.