





**Spatialisation de l'hétérogénéité d'un aquifère par l'analyse des vitesses de transfert de pression lors d'un essai de pompage**

**Par**

**Daouda Méité**

**Sous la direction de Romain Chesnaux, Silvain Rafini et Anouck Ferroud**

**Thèse présentée à l'Université du Québec à Chicoutimi dans le cadre d'un programme offert conjointement avec l'Université du Québec à Montréal en vue de l'obtention du grade de Philosophiæ Doctor (Ph. D.) en Sciences de la Terre et de l'atmosphère**

Jury :

Julien Walter, Professeur, Ph.D., UQAC, Président du Jury

Éric Rosa, Professeur, Ph.D., UQAT, Membre externe

Ali Saeidi, Professeur, Ph.D., UQAC, Membre interne

Romain Chesnaux, Professeur, Ph.D., UQAC, Directeur

Silvain Rafini, Professeur, Ph.D., UQAM, Co-Directeur

Anouck Ferroud, Ph.D., UQAC, Co-Directeur

Réal Daigneault, Professeur, Ph.D., UQAC, Directeur de département

Québec, Canada

© Daouda Méité, 2022

## RÉSUMÉ

Modéliser les aquifères afin de prédire leurs comportements hydrodynamiques est crucial pour une gestion durable et intégrée de la ressource en eau souterraine. Cela passe inéluctablement par la détermination des propriétés hydrauliques (conductivité hydraulique  $K$ , coefficient d'emmagasinement spécifique  $S_s$ ) ainsi que la caractérisation des modèles conceptuels qui reflètent leurs géométries. Cette tâche s'avère complexe et difficile surtout quand il s'agit d'aquifères hétérogènes constitués d'objets hydrauliques discrets (ou hétérogénéité discrète) capables de modifier significativement l'hydrodynamique des aquifères (ex. failles, fractures, connexions hydrauliques, frontières de recharge, frontières imperméables), et dont la spatialisation est nécessaire pour une meilleure représentation des écoulements.

L'approche privilégiée dans cette thèse pour localiser les objets hydrauliques discrets est basée sur : i) l'interprétation des essais de pompage à débits constants à partir du modèle analytique GRF (*Generalized Radial Flow*) et ii) l'application de l'équation du rayon d'influence. Le modèle GRF permet un diagnostic plus juste et rigoureux de l'hétérogénéité discrète des aquifères exploités en se basant sur le concept de la dimension d'écoulement  $n$ , paramètre permettant de caractériser de manière quantitative la réponse hydraulique macroscopique des aquifères. Une fois diagnostiquée, la distance de l'hétérogénéité discrète par rapport au puits de pompage est déterminée à partir de l'équation du rayon d'influence qui lie la distance  $r$  parcourue par le front de pression et le temps  $t$  écoulé, soit :  $r \sim \sqrt{t}$ . La forme explicite de cette dernière est étroitement dépendante de la conceptualisation du front de pression. En effet, lors d'un essai de pompage, le front de pression est théoriquement défini comme la limite fictive séparant la zone perturbée par le pompage et celle non encore perturbée. Cependant, aucun consensus de la part des auteurs n'a été atteint sur la conceptualisation physique et quantitative de cette limite fictive. L'origine de ce manque de consensus est examinée dans cette thèse. Il ressort qu'en définissant le front de pression selon le critère du rabattement nul, il est impossible de caractériser l'équation du rayon d'influence à l'aide des modèles analytiques de Theis (1935) et Barker (1988). Ceci amène les auteurs à conceptualiser le front de pression selon différentes approches, aboutissant à différentes équations du rayon d'influence, ce qui crée de la confusion. Ces différentes approches sont revues de manière exhaustive dans cette thèse tout en mettant en avant les différents modèles conceptuels étudiés.

Ensuite, une approche générale permettant de caractériser analytiquement l'équation du rayon d'influence en fonction de la dimension d'écoulement  $n$  est proposée dans cette thèse. Les cas des dimensions d'écoulement entières  $n = 1, 2, 3$  correspondant respectivement aux régimes d'écoulement linéaire, radial et sphérique sont investigués. L'approche considère le front de pression en tout instant  $t$  lors du pompage, comme le lieu où le rabattement atteint la valeur critique  $s_c$ , valeur en dessous de laquelle aucune perturbation due à l'essai de pompage n'est détectable. Cela nécessite la considération du débit de pompage  $Q$ , de la conductivité hydraulique  $K$  et/ou (ou non) de l'épaisseur de l'aquifère  $b$  dans la caractérisation de l'équation du rayon d'influence. La présente approche requiert également la prise en compte et l'application d'un facteur  $\gamma$  à l'équation du rayon d'influence de sorte que cette dernière prenne la forme générale  $r \sim \sqrt{t}^\gamma$  où  $\gamma$  est un nombre réel dont la valeur dépend des paramètres  $Q$ ,  $K$ ,  $b$ ,  $s_c$  et  $n$ . Ces résultats sont par la suite vérifiés numériquement à l'aide de simulations numériques, puis expérimentalement par le biais du modèle réduit d'aquifère disponible à l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC).

De plus, l'applicabilité de l'approche proposée à la localisation d'objets hydrauliques discrets est vérifiée numériquement, le but étant d'évaluer la précision avec laquelle les distances sont estimées à partir de l'équation du rayon d'influence. Un guide pratique est fourni à cet effet, qui résume en cinq étapes la procédure à suivre pour calculer les distances des objets hydrauliques. Les précisions sont satisfaisantes avec des erreurs d'estimation de  $-2.05\%$  pour  $n = 1$ ,  $-3.84\%$  pour  $n = 2$  et  $2.89\%$  pour  $n = 3$ .

Enfin, cette thèse étudie l'impact de l'hétérogénéité diffuse sur la réponse hydraulique macroscopique des aquifères. L'hétérogénéité des aquifères est qualifiée de diffuse lorsque la taille des variations des propriétés hydrauliques (en particulier la conductivité hydraulique  $K$ ) est faible devant l'échelle d'investigation. Dans ce cas, la variabilité spatiale de  $K$  est ramenée à une fonction de distribution statistique caractérisée par une moyenne  $\bar{X}$  et une variance  $\sigma^2$  :  $\ln K \sim N(\bar{X}, \sigma^2)$ . Le but de l'étude est d'analyser spécifiquement l'influence de la variance sur la réponse hydraulique des aquifères. Le cas particulier du régime d'écoulement radial ( $n = 2$ ) est traité. Il ressort que l'hétérogénéité diffuse influence la réponse hydraulique des aquifères dans les temps courts alors que dans les temps longs, l'influence s'atténue et les aquifères hétérogènes réagissent comme des milieux homogènes. Aussi, plus la variance est élevée, plus l'influence est importante, ce qui permet de proposer un moyen de délimiter physiquement autour du puits de pompage l'étendue de la zone où l'influence de l'hétérogénéité diffuse se manifeste en fonction de la variance.

Les résultats de ce projet pourraient être appliqués à divers domaines. Par exemple, la localisation dans l'espace des objets hydrauliques discrets pourrait permettre de définir plus précisément la géométrie des aquifères, d'établir adéquatement leurs modèles conceptuels et ainsi de modéliser et prédire leurs comportements hydrodynamiques. Le concept du rayon d'influence est utile dans la délimitation des périmètres de protection des zones de captage, dans la conception de réseaux de puits d'exploitation, dans l'assèchement et la protection des fondations d'ouvrages civils.

## TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ .....	ii
TABLE DES MATIÈRES .....	iv
LISTE DES TABLEAUX .....	viii
LISTE DES FIGURES .....	ix
DÉDICACE .....	xiv
REMERCIEMENTS .....	xv
INTRODUCTION .....	1
LISTE DE RÉFÉRENCES .....	12
CHAPITRE 1 .....	17
GÉNÉRALITÉS SUR LA CARACTÉRISATION HYDRAULIQUE DES AQUIFÈRES .....	17
1.1    MODÈLE CONCEPTUEL, DÉFINITION ET IMPORTANCE .....	17
1.2    ÉQUATION DE DIFFUSIVITÉ .....	20
1.2.1    LOI DE DARCY .....	20
1.2.2    ÉQUATION DE CONTINUITÉ .....	23
1.2.3    ÉQUATION D'ÉTAT FLUIDE-SOLIDE .....	25
1.3    MODÉLISATION DES FLUX EN MILIEUX CONTINUS, HOMOGENES, ISOTROPES ..	26
1.3.1    MODÈLE ANALYTIQUE DE THEIS (1935) .....	26
1.3.2    APPROXIMATION DE COOPER-JACOB (1946) .....	30
1.3.3    QUELQUES LIMITES DES MODÈLES CONVENTIONNELS RADIAUX .....	32
1.4    MODÉLISATION DES FLUX EN MILIEUX CONTINUS, HOMOGENES, ANISOTROPES .....	36
1.5    MODÉLISATION DES FLUX EN MILIEUX HÉTÉROGÈNES .....	39
1.5.1    APPROCHE DU MODÈLE CONTINU ÉQUIVALENT .....	40
1.5.2    APPROCHE DISCRÈTE .....	53
1.6    LA DETECTION DES OBJETS HYDRAULIQUES DISCRÈTS EN ESSAIS DE POMPAGE : LES OUTILS D'INTERPRETATION AVANCÉS .....	56
1.6.1    LA DÉRIVÉE LOGARITHMIQUE : ORIGINE .....	56
1.6.2    LES GRAPHIQUES DIAGNOSTIQUES OU « DIAGNOSTIC PLOT » .....	57
1.7    DÉRIVÉE LOGARITHMIQUE, SÉQUENCES DE RÉGIMES D'ÉCOULEMENT ET PROBLÉMATIQUE GÉNÉRALE DE LA SPATIALISATION DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DISCRÈTE .....	60
1.8    TECHNIQUES DE SPATIALISATION DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DISCRÈTE BASÉES SUR L'HYDRODYNAMIQUE DES AQUIFÈRES .....	63
1.8.1    SPATIALISATION DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DISCRÈTE À PARTIR DES DIAGRAMMES NORMALISÉS .....	63
1.8.2    SPATIALISATION DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DISCRÈTE À PARTIR DE LA MÉTHODE D'INTERSECTION .....	68

1.8.3	SPATIALISATION DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DISCRÈTE À PARTIR DE LA MÉTHODE DU RAYON D'INFLUENCE .....	70
	LISTE DE RÉFÉRENCES.....	73
	CHAPITRE 2 .....	79
	REVIEW OF PETROLEUM AND HYDROGEOLOGY EQUATIONS FOR CHARACTERIZING THE PRESSURE FRONT DIFFUSION DURING PUMPING TESTS.....	79
2.1	ABSTRACT .....	80
2.2	INTRODUCTION.....	81
2.3	BACKGROUND.....	87
2.4	LITERATURE REVIEW OF DIFFERENT APPROACHES USED TO CHARACTERIZE THE DIFFUSION EQUATION .....	90
2.4.1	THE COOPER JACOB APPROXIMATION (CJA) (1946) APPROACH .....	90
2.4.2	THE RELATIVE CRITICAL DRAWDOWN (RCD) APPROACH .....	93
2.4.3	THE DRAWDOWN LOG-RADIUS DERIVATIVE (DLRD) APPROACH .....	94
2.4.4	THE RELATIVE CRITICAL FLOW (RCF) APPROACH.....	95
2.4.5	THE MAXIMUM DRAWDOWN RATE (MDR) APPROACH.....	97
2.4.6	THE MAXIMUM DRAWDOWN (MD) APPROACH FOR AN IMPULSE TEST .....	98
2.4.7	THE DEVIATION TIME (DT) APPROACH.....	99
2.4.8	DEVELOPING A NEW APPROACH: THE DRAWDOWN LOG-TIME DERIVATIVE (DLTD) APPROACH .....	102
2.5	DISCUSSION AND CONCLUSIONS.....	108
	REFERENCES.....	111
	CHAPITRE 3 .....	116
	CHARACTERIZING THE RADIUS OF INFLUENCE DURING PUMPING TESTS USING THE ABSOLUTE CRITICAL DRAWDOWN CRITERION: CASES OF INTEGER FLOW DIMENSIONS .....	116
3.1	ABSTRACT .....	117
3.2	INTRODUCTION.....	118
3.3	THEORY OF THE GENERALIZED RADIAL FLOW (GRF) MODEL .....	124
3.4	CHARACTERIZATION OF THE RADIUS OF INFLUENCE EQUATION IN LINEAR, RADIAL, AND SPHERICAL FLOW REGIME CONTEXTS.....	127
3.4.1	CHARACTERIZING THE RADIUS OF INFLUENCE FOR A LINEAR FLOW REGIME (n = 1) .....	128
3.4.2	CHARACTERIZING THE RADIUS OF INFLUENCE FOR THE RADIAL FLOW REGIME (n = 2).....	134
3.4.3	CHARACTERIZING THE RADIUS OF INFLUENCE FOR THE SPHERICAL FLOW REGIME (n = 3).....	137
3.5	VERIFICATION OF THE RADIUS OF INFLUENCE EQUATION BY MEANS OF NUMERICAL SIMULATION .....	141

3.5.1	PRESENTATION OF THE CONCEPTUAL MODELS .....	142
3.5.2	PRESENTATION OF THE HYDROGEOSPHERE NUMERICAL CODE .....	143
3.5.3	PRINCIPLE OF THE VERIFICATION .....	143
3.5.4	RESULTS OF THE NUMERICAL SIMULATIONS AND COMPARISON WITH THE ANALYTICAL OUTCOMES.....	144
3.6	DISCUSSIONS AND PERSPECTIVES .....	148
3.7	CONCLUSION .....	151
	REFERENCES.....	153
	CHAPITRE 4 .....	159
	CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DE L'ÉQUATION DU RAYON D'INFLUENCE À L'ÉCHELLE D'UNE MAQUETTE HYDROGÉOLOGIQUE .....	159
4.1	INTRODUCTION.....	160
4.2	DESCRIPTION PHYSIQUE DU MODÈLE RÉDUIT .....	160
4.3	FONCTIONNEMENT HYDRAULIQUE DU MODÈLE RÉDUIT .....	162
4.4	HYPOTHÈSES DE BASE DE L'ÉTUDE EXPÉRIMENTALE.....	163
4.5	ÉTUDE DE LA PROPAGATION DU FRONT DE PRESSION À TRAVERS UN RÉSEAU DE PIÉZOMÈTRES.....	163
4.6	INCERTITUDES SUR LES MESURES .....	167
4.7	RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS.....	168
4.7.1	REPRÉSENTATION DES CARTES PIÉZOMÉTRIQUES .....	168
4.7.2	ESTIMATION DES PROPRIÉTÉS HYDRAULIQUES (T, S) ET DU COEFFICIENT DE DIFFUSIVITÉ (D).....	170
4.7.3	DÉTERMINATION DES VALEURS DU COEFFICIENT $\alpha$ .....	171
4.8	COMPARAISON DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET ANALYTIQUES.....	175
4.9	IMPACT DU GRADIENT HYDRAULIQUE SUR LA PROPAGATION DU FRONT DE PRESSION.....	176
4.10	DISCUSSIONS ET CONCLUSION .....	178
	RÉFÉRENCES.....	180
	CHAPITRE 5 .....	181
	USING TRANSIENT HYDRAULIC TESTS AND THE RADIUS OF INFLUENCE EQUATION TO DETECT AND LOCATE HYDRAULIC OBJECTS IN AQUIFERS .....	181
5.1	ABSTRACT .....	182
5.2	INTRODUCTION.....	183
5.3	BACKGROUND.....	191
5.3.1	DETERMINING THE HYDRAULIC PROPERTIES K AND S <sub>s</sub> .....	192
5.3.2	DETERMINING THE COEFFICIENT $\alpha$ AND THE TIME EXPONENT $\gamma$ .....	200
5.4	GUIDELINE FOR APPLYING THE RADIUS OF INFLUENCE EQUATION TO CALCULATE THE DISTANCE OF A HYDRAULIC OBJECT .....	203

5.5	PRACTICAL APPLICATION OF THE RADIUS OF INFLUENCE.....	206
5.5.1	PRESENTATION OF THE NUMERICAL CODE HYDROGEOSPHERE .....	206
5.5.2	VERIFICATION OF THE RADIUS OF INFLUENCE IN HOMOGENEOUS, ISOTROPIC MEDIA .....	206
5.5.3	STUDY OF THE INFLUENCE OF RANDOM K FIELD HETEROGENEITY ON THE HYDRAULIC RESPONSES .....	213
5.6	CONCLUSION .....	219
	REFERENCES.....	222
	DISCUSSIONS ET PERSPECTIVES DE RECHERCHE .....	224
	CONCLUSION .....	232
	LISTE DE RÉFÉRENCES.....	234



## LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 1 : Summary of the relevant points of the different approaches.....	105
TABLEAU 2 : Standardization of the criteria used in the different methods. (the steps 1 to 5 indicate the operation used to standardize the criteria of the different approaches).....	107
TABLEAU 3 : Coordonnées (x, y), côtes des margelles zM et distances (par rapport au puits PC2) des puits et piézomètres connectés à la nappe captive.....	164
TABLEAU 4 : Récapitulatif des valeurs des propriétés hydrauliques de l'aquifère. ....	171
TABLEAU 5 : Récapitulatif des valeurs de la racine carree des temps de réaction de chaque piézomètre au passage de chaque front de pression. ....	172
TABLEAU 6 : Récapitulatif des valeurs des pentes des graphiques r vs. t et du coefficient $\alpha$ . ....	175
TABLEAU 7 : Récapitulatif des valeurs $\alpha$ obtenues analytiquement et experimentalement. ....	176
TABLEAU 8 : Influence du gradient hydraulique sur la propagation du front de pression : recapitulatif des pentes des graphiques r vs. t et des valeurs du coefficient $\alpha$ . ....	177
TABLEAU 9 : Summary of the verification of the radius of influence equation.....	211
TABLEAU 10 : Summary of the estimate of addh.....	218

## LISTE DES FIGURES

FIGURE 1: Présentation des réponses hydrauliques typiques de quelques modèles conceptuels : a) modèle rectangulaire fermé avec la source au centre ; b) modèle linéaire fermé avec la source au centre ; c) modèle rectangulaire fermé avec la source dans le coin perpendiculaire (90°) : les sources sont représentées par les point noirs ; d) modèle de theis ; e) modèle à double porosité ; f) modèle hétérogène confiné avec source plane verticale. ....	19
FIGURE 2: Illustration du dispositif expérimental de darcy : a) écoulement vertical descendant ; b) écoulement dans une direction quelconque. ....	23
FIGURE 3: Présentation des flux à la surface d'un volume de contrôle. ....	24
FIGURE 4 : Illustration du modèle conceptuel de theis (1935). ....	27
FIGURE 5 : a) Illustration de l'application de la méthode de theis ; b) et c) montrent respectivement l'influence de la conductivité hydraulique K et du coefficient d'emmagasinement spécifique Ss sur la fonction du rabattement. ....	30
FIGURE 6 : Représentation du rabattement en fonction du temps (a) et de la distance (b) dans une échelle semi-logarithmique. ....	31
FIGURE 7 : a) Illustration des formes circulaires d'équipotentiels dans les modèles conventionnels radiaux ; b) illustration du cône de rabattement prédit par le modèle de cooper-jacob (1946) dont l'extension peut être supérieure ou inférieure à celle prédite par le modèle de theis (1935) dépendamment de la précision de lecture. ....	32
FIGURE 8 : Quelques comportements hydrauliques types rencontrés en hydrogéologie : a) modèle de theis ; b) frontière linéaire infinie ; c) modèle GRF : dimension d'écoulement inférieure à 2 ; d) frontière de recharge linéaire ; e) leaky aquifer ; f) modèle GRF : dimension d'écoulement supérieure à 2. ....	34
FIGURE 9 : Tracé schématique des lignes d'écoulement radiales et non radiales dans divers modèles conceptuels : a) test entre deux obturateurs ; b) puits à pénétration partielle ; c) aquifère à substratum incliné ; d) modèle rectangulaire à source plane verticale ; e) modèle linéaire à source ponctuelle. Sur ces images, les numéros (1), (2) et (3) correspondent respectivement aux zones de flux linéaires, radiaux et sphériques. ....	35
FIGURE 10 : Illustration des formes d'équipotentiels elliptiques autour de la source. ....	39
FIGURE 11 : Position conceptuelle d'un volume élémentaire représentatif (ver) dans le domaine macroscopique. ....	41
FIGURE 12 : Illustration schématique des équipotentiels selon le modèle GRF. ....	46
FIGURE 13 : Fonction gamma incomplète pour différentes valeurs de dimensions d'écoulement. ....	49
FIGURE 14 : Signal de la dérivée logarithmique pour différentes valeurs de n. Les paramètres s <sub>D</sub> et t <sub>D</sub> sont respectivement les rabattement et temps adimensionnels. ....	51

FIGURE 15 : a) Modele conceptuel d'aquifere exploite (dans la matrice) a proximite d'une faille verticale conductrice ; b) representation schematique de l'evolution de la forme de l'equipotentielle frontale.....	55
FIGURE 16 : Variation des pourcentages d'erreurs sur T et S. ....	57
FIGURE 17 : Analyse de l'effet de l'emmagasinement du puits : a) courbe du rabattement ; b) courbe de la derivee-log. ....	59
FIGURE 18 : Utilisation du diagramme diagnostique pour choisir le modele adequat d'interpretation. ....	59
FIGURE 19 : Illustration de l'importance d'interpreter les donnees d'essais de pompage par l'approche combinee GRF/derivee-logarithmique.....	63
FIGURE 20 : Application des diagrammes normalises dans l'etude de l'homogeneite spatiale des dimensions d'ecoulement.....	66
FIGURE 21 : Application des diagrammes normalises a l'etude de l'homogeneite spatiale des dimensions d'ecoulement.....	67
FIGURE 22 : Representation schematique du modele conceptuel d'un puits a proximite d'une frontiere hydraulique lineaire (impermeable ou a charge constante). sur cette figure, on a : pr (puits reel), po (puits d'observation), pi (puits imaginaire), d (distance entre puits reel et frontiere hydraulique), rr (distance entre puits reel et puits d'observation), ri (distance entre puits imaginaire et puits d'observation).....	68
FIGURE 23 : Profils de rabattement. le parametre aR represente la pente de la droite de cooper-jacob : a) frontiere impermeable avec doublement de la pente ; b) frontiere de recharge avec annulation de la pente. ....	69
FIGURE 24 : Profils de la derivee logarithmique du rabattement : a) frontiere impermeable ; b) frontiere de recharge. ....	71
FIGURE 25 : Summary of published theoretical flow regimes and their associated flow dimensions n in bi-log scale of dlogs/dt vs. time.....	82
FIGURE 26 : Examples of flow geometries for integer flow dimensions: (a) one-dimensional flow within a plane ( $n = 1, v = 1/2$ ); and (b) two-dimensional flow within a cylinder (well) ( $n = 2, v = 0$ ); and (c) three-dimensional flow within a sphere ( $n = 3, v = -1/2$ ). ....	88
FIGURE 27 : Illustration of simulated drawdown curves predicted by theis and cj models at $r = 6$ m for a pumping test with $Q = 0.2$ m <sup>3</sup> /s, $T = 0.01$ m <sup>2</sup> /s and $S = 0.001$ . ....	92
FIGURE 28 : a) Comparison of $\alpha$ values from theis and cj models; b) representation of $\alpha$ estimation error of cj model compared to $\alpha$ estimation from theis model. ....	93
FIGURE 29 : Representation of the first and second derivatives of the drawdown solution predicted by theis' model versus time at the position $r = 6$ m, with $Q = 0.18$ m <sup>3</sup> /s, $T = 0.01$ m <sup>2</sup> /s and $S = 0.001$ . ....	98
FIGURE 30 : Example of hydraulic fracture in the center of a rectangular reservoir.....	101
FIGURE 31 : Representation of the drawdown solution for constant rate pumping test in a closed linear reservoir. ....	101

FIGURE 32 : a) Aquifer conceptual model with linear impermeable boundary; b) drawdown $s(r, t)$ and log-derivative $ds/d\ln t$ curves at the pumping well.....	104
FIGURE 33 : Illustration of the concepts of radius of influence and pressure front during a pumping test. in this figure, $h_0$ is the initial head and $b$ is the aquifer thickness.....	119
FIGURE 34 : Illustration of the definition of the pressure front according to the critical drawdown criterion $s_c$ .....	122
FIGURE 35 : Influence of the absolute critical drawdown criterion on the pressure front propagation during a pumping test. On the left and right sides, the pressure fronts are characterized respectively with criteria $s_{c1}$ and $s_{c2}$ such that $s_{c1} > s_{c2}$ . At each time step $t1$ and $t2$ , the distances traveled by the pressure fronts are higher with the criterion $s_{c2}$ i.e. $r(t1, s_{c2}) > r(t1, s_{c1})$ and $r(t2, s_{c2}) > r(t2, s_{c1})$ . ....	123
FIGURE 36 : Examples of flow geometries for integral dimensions: (a) one-dimensional flow from a plane ( $n = 1, v = 1/2$ ); (b) two-dimensional flow from a cylinder (well) ( $n = 2, v = 0$ ); and (c) three-dimensional flow from a sphere or point sink ( $n = 3, v = -1/2$ ).....	127
FIGURE 37: Summary of the algorithm for solving equation 3.8. ....	130
FIGURE 38 : Representation of the plots $r$ vs. $t$ for $\theta_L = 1$ and $\theta_L = 10$ (dimensionless).....	131
FIGURE 39 : Representation of the plots $dr/dt$ vs. $t$ for $\theta_L = 1$ and $\theta_L = 10$ (dimensionless). ....	132
FIGURE 40 : Representation of the coefficient $\alpha$ (a) and the time exponent $\gamma$ (b) as a function and the criterion $s_c$ respectively. On both figures, each curve corresponds to a value of the parameter $\theta_L$ . the flow regime is linear ( $n = 1$ ). ....	133
FIGURE 41 : Representation of the coefficient $\alpha$ as a function of the pressure front criterion $s_c$ and $\theta_R$ for the radial flow regime ( $n = 2$ ). ....	136
FIGURE 42 : Representation of the plots $r$ vs. $t$ for $\theta_S = 1$ and $\theta_S = 10$ (dimensionless).....	139
FIGURE 43 : Representation of the plots $dr/dt$ vs. $t$ for $\theta_S = 1$ and $\theta_S = 10$ (dimensionless). ....	140
FIGURE 44 : Representation of the coefficient $\alpha$ (a) and the time exponent $\gamma$ (b) as a function and the criterion $s_c$ respectively. on both figures, each curve corresponds to a value of the parameter $\theta_S$ . the flow regime is spherical ( $n = 3$ ).....	141
FIGURE 45 : Comparison of: (a) the coefficient $\alpha$ and (b) the time exponent $\gamma$ , between analytical and numerical approaches for the linear flow regime ( $n = 1$ ). ....	145
FIGURE 46 : Comparison of the coefficient $\alpha$ between analytical and numerical approaches for the radial flow regime ( $n = 2$ ). ....	145
FIGURE 47 : Comparison of: (a) the coefficient $\alpha$ and (b) the time exponent $\gamma$ , between analytical and numerical approaches for the spherical flow regime ( $n = 3$ ).....	146
FIGURE 48 : Illustration of the deviation between hydraulic head profiles from the analytical and numerical approaches (ex. linear flow regime/ $t = 887.44$ s) and the potential consequences on the pressure front position. ....	147
FIGURE 49 : Comparison of power law regressions between small (a) and high (b) values of $s_c$ (linear flow regime). ....	150

FIGURE 50 : Comparison of power law regressions between small (a) and high (b) values of $s_c$ (spherical flow regime). .....	150
FIGURE 51 : Coupe verticale du modèle d'aquifère réduit. les dimensions sont données en cm. la notation S.A.E. signifie : système d'adduction en eau. ....	162
FIGURE 52 : Vue en plan : positionnement des puits de pompage (PCi) et des piézomètres (PZCi) dans l'aquifère. le puits PC2 dans lequel seront effectués les pompages est marqué en rouge. ....	165
FIGURE 53 : a) Vue générale du modèle réduit ; b) présentation d'un piézomètre muni d'un ruban gradué (PZC12). ....	165
FIGURE 54 : Carte piézométrique indiquant la distribution de la charge hydraulique initiale ( $t = 0s$ ). ....	169
FIGURE 55 : Carte piézométrique indiquant la distribution de la charge hydraulique finale ( $t = 30 \text{ min}$ ). ....	169
FIGURE 56 : Profils de rabattements et dérivées logarithmiques du rabattement aux piézomètres : a) PZC6 et b) PZC7. ....	171
FIGURE 57 : Représentation des graphiques $r$ vs. $t$ pour chaque critère du front de pression. ....	173
FIGURE 58 : Représentation des graphiques $r$ vs. $t$ pour chaque critère du front de pression (excepté les données des piézomètres PZC4 et PZC12). ....	174
FIGURE 59 : Comparaison entre les valeurs de $\alpha$ obtenues analytiquement (meite et al. 2023a) et expérimentalement. ....	176
FIGURE 60 : Comparaison des valeurs du coefficient $\alpha$ entre l'amont et l'aval du puits PZC2 pour les expériences 1 et 2. ....	178
FIGURE 61 : Representation of the impermeable boundary using the image-well and the time of intersection method. ....	184
FIGURE 62 : Representation of the time of influence of an impermeable boundary. ....	188
FIGURE 63 : Examples of flow geometries for integral dimensions: (a) one dimensional flow from a plane ( $n = 1, v = 1/2$ ); (b) two-dimensional flow from a cylinder (well) ( $n = 2, v = 0$ ); and (c) three-dimensional flow from a sphere ( $n = 3, v = -1/2$ ). ....	194
FIGURE 64 : Linear flow regime ( $n = 1$ ); a) drawdown curve ( $s(r, t)$ vs. $t$ ) on an arithmetic scale; b) drawdown curve ( $s(r, t)$ vs. $t$ ) on an arithmetic scale. Figure b) exhibits a linear trend over the long term in which slope and the y-intercept allow for determining the hydraulic properties ( $K$ and $S_s$ ). ....	196
FIGURE 65 : Radial flow regime ( $n = 1$ ); a) drawdown curve ( $s(r, t)$ vs. $t$ ) on a log-log scale (theis, 1935); b) drawdown curve ( $s(r, t)$ vs. $t$ ) on a semi-log scale (cooper and jacob, 1946). Figure b) exhibits a linear trend over the long term in which slope and the y-intersect allow for determining the hydraulic properties ( $K$ and $S_s$ ). ....	198
FIGURE 66 : Spherical flow regime ( $n = 3$ ); a) drawdown curve ( $s(r, t)$ vs. $t$ ) along a log-log scale; b) drawdown curve ( $s(r, t)$ vs. $1/\sqrt{t}$ ) along an arithmetic scale. Figure b) exhibits a linear trend	

over a long period ( $1/\sqrt{t} \rightarrow 0$ ) in which slope and y-intersect allow for determining the hydraulic properties ( $K$ and $S_s$ ).....	199
FIGURE 67 : Illustration of the definition of the pressure front. ....	200
FIGURE 68 : Study of the linear flow regime ( $n = 1$ ) from barker's model; a) variation of the coefficient $\alpha$ vs. the criterion $s_c$ ; b) variation of the time exponent $\gamma$ vs. the criterion $s_c$ . On both figures, all curves correspond to different values of the parameter $\theta_L$ .....	202
FIGURE 69 : Study of the radial flow regime ( $n = 2$ ) from their' model; evolution of the coefficient $\alpha$ vs. the criteria $s_c$ and $\theta_R$ .....	202
FIGURE 70 : Study of the spherical flow regime ( $n = 3$ ) from barker's model; a) variation of the coefficient $\alpha$ vs. the criterion $s_c$ ; b) variation of the time exponent $\gamma$ vs. the criterion $s_c$ . on both figures, all curves correspond to different values of the parameter $\theta_s$ .....	203
FIGURE 71 : Summary of the steps for determining the distances of hydraulic objects. ....	205
FIGURE 72 : Geometry and size of the conceptual models for the linear, radial, and spherical flow regimes.....	208
FIGURE 73 : Representation of simulated drawdown and log-derivative time series responses for linear flow regime. ....	209
FIGURE 74 : Representation of simulated drawdown and log-derivative time series responses for radial flow regime. ....	210
FIGURE 75 : Representation of simulated drawdown and log-derivative time series responses for spherical flow regime.....	210
FIGURE 76 : Illustration of time of influence intervals (yellow bands) for sensitivity analyses. ....	213
FIGURE 77 : Estimated relative error $\varepsilon$ of distances estimates over the intervals of times of influence. ....	213
FIGURE 78 : Results of interpretating the simulated pumping test data for $\sigma^2(\ln K) = 0.01$ and $\sigma^2(\ln K) = 0.1$ ; (a) the log-derivative curves and (b) the drawdown curves. ....	217
FIGURE 79 : Mapping of the area of disturbance of the diffuse heterogeneity for $\sigma^2(\ln K) = 0.01$ and $\sigma^2(\ln K) = 0.1$ .....	219

## DÉDICACE

*« ... On a tous quelqu'un qui nous manque,  
Quelqu'un à qui l'on pense,  
Quelqu'un qu'on aimerait revoir,  
Et le serrer dans nos bras,  
Revivre tous ces bons moments où tout était parfait,  
Mais désormais l'aimé n'est plus là,  
Ouhhh !!! ça fait mal... ».*

Ourfa Le Loup feat Serra (Cœur Blessé)

## REMERCIEMENTS

Si cette thèse affleure en surface et voit le jour, elle est sans doute le fruit des réflexions profondes et de la collaboration de plusieurs personnes qui ont contribué de près ou de loin à sa réalisation. C'est le moment de leur dire : « merci » afin de leur traduire mes sincères gratitude. Je m'excuse auprès de toutes celles et tous ceux dont les noms ne seront pas mentionnés. Mes remerciements leur sont tout de même adressés.

Je tiens d'abord à remercier mon comité de supervision constitué par Romain Chesnaux (Directeur), Silvain Rafini (Co-directeur) et Anouck Ferroud (Co-directrice) pour la confiance qu'ils m'ont accordée en me confiant ce projet de thèse. Grâce à eux, j'ai pu me lancer dans cette aventure et atteindre l'un de mes objectifs phares de carrière : celui d'avoir le grade de docteur. Je les remercie également pour le travail académique qu'ils ont mené sans cesse durant ces années passées ensemble, pour les conseils prodigués, pour le soutien moral, qui m'ont permis de progresser et d'améliorer mes aptitudes en recherche. Durant le parcours d'étudiant au doctorat, il y a des hauts et des bas. Grâce à eux, j'ai pu me relever à chaque fois que le moral était bas.

De façon particulière, je remercie Romain Chesnaux et Josée Kaufmann pour leurs invitations au chalet (à Longue-rive) et à la cabane (à Godbout). Ces moments passés avec eux ont été très riches en valeurs car j'ai appris à aimer les activités telles que ramasser les champignons, cueillir le thé du Labrador, cueillir les bleuets, la pêche, la randonnée en forêt. Je remercie Silvain Rafini pour son accueil chaleureux chez lui à Montréal. Ce séjour passé avec lui en compagnie de ses filles Lili et Rose a été très bénéfique pour la réussite de mon examen d'anglais. Je remercie Anouck Ferroud, Grégory Coelho et Amira Fortin pour les soupers organisés à la collocation baptisée 3A. Ces moments de partage m'ont permis de découvrir de nouvelles recettes culinaires (le tajine marocain). Je les remercie aussi pour les matchs de volley-ball auxquels nous avons pris part et aussi pour la sortie à la Via Ferrata de l'Anse-St-Jean où étant suspendu entre les roches, les cordes et le vide à près de 300 m d'altitude, j'ai appris à me faire confiance.

Mes remerciements vont aussi à l'endroit de Julien Walter (professeur à l'UQAC) pour ses conseils et les moments de réflexions critiques que nous avons eu ensemble sur mon projet de doctorat. Je le remercie également de m'avoir fait confiance en me confiant la responsabilité de conduire les travaux dirigés d'hydrogéologie au Baccalauréat. Ces années passées au côté des étudiants m'ont permises d'améliorer mes aptitudes en pédagogie. Je le remercie de m'avoir fait confiance en me prêtant son livre d'hydrogéochimie que j'ai confisqué le premier jour à son bureau.

Je continue en remerciant Brayden McNeill (Responsable technique des ventes et du marketing de Aquanty Inc.) et Vinicius Ferreira Boico (Docteur en Hydrogéologie de l'Université Laval, Qc) pour leur soutien technique apporté sur l'utilisation du logiciel *HydroGeoSphere*. Leur soutien a été d'une importance capitale et m'a permis d'effectuer les simulations numériques en implémentant le modèle d'hétérogénéité diffuse dans le logiciel *HydroGeoSphere*.

J'adresser mes sincères gratitude à l'ensemble des membres du groupe de recherche R2eau (<https://recherche.uqac.ca/r2eau/>), spécifiquement à Alain Rouleau (Professeur émérite de l'UQAC), et à Ali Saeidi (Professeur en Géomécanique de l'UQAC) pour leurs encadrements, leurs implications dans la valorisation des travaux de recherche des étudiants. Toutes les présentations ainsi que les connaissances partagées dans le cadre des activités du groupe de recherche ont été très bénéfiques. Merci également à l'ensemble des membres de l'équipe du projet PACES (Programme d'Acquisition des Connaissances sur les Eaux Souterraines), spécifiquement à Mélanie Lambert (Professionnelle de recherche en géomatique). Je la remercie de m'avoir impliqué dans le processus de renseignement de la base données du projet et aussi pour son aide apportée lors de la production des différentes cartes du site d'étude que je devais joindre à mon rapport de devis de recherche. Je remercie également David Noël et Maryse Doucet, technicien(ne) de travaux pratiques,



pour leur assistance lors de la réalisation des travaux en laboratoire tant dans le cadre de mon projet de doctorat que dans le cadre du cours d'hydrogéologie dispensé au niveau Baccalauréat.

Je termine en remerciant Attoumane Abi, Chaima Miled, Adoubi Vincent de Paul Adombi, Othniel Glodie Dominique Ngombe, mes compagnons de tous les jours. Je les remercie pour le partage de connaissances, pour le soutien moral, pour les activités réalisées ensemble.

## INTRODUCTION

Fetter (1988) rapporte dans son livre que « *l'eau est l'élixir de la vie; sans elle aucune vie n'est possible* ». Cette phrase si courte en longueur, mais très grande dans le sens, montre l'aspect vital que représente la ressource en eau pour l'ensemble des êtres vivants sur terre. Certains iront même à la qualifier « d'or bleu » (Chang 2013, Barlow and Clarke 2017) par analogie avec « l'or noir », terme générique utilisé pour qualifier le pétrole. En effet, les eaux souterraines auxquelles nous nous intéressons particulièrement constituent environ 96% des eaux douces non gelées. Elles fournissent la moitié de l'eau potable mondiale et contribuent à 43% des eaux destinées à l'irrigation (Siebert et al. 2010, Smith et al. 2016, Elshall et al. 2020). Au Canada, 30% de la population s'alimentent à partir des eaux souterraines (CCA 2009). En ce qui concerne la province du Québec en particulier, c'est 20% de la population sur 90% du territoire habité (Boisvert et al. 2008, Larocque et al. 2018, MDDELCC 2018). Cependant, avec une démographie croissante, une industrialisation galopante, une agriculture moderne très diversifiée et des changements climatiques qui s'accroissent d'année en année, de fortes incertitudes s'installent autour de la disponibilité et de la qualité de la précieuse ressource. Les enjeux liés à ces incertitudes s'incrustent inévitablement dans les débats sociaux en vue d'optimiser l'exploitation de la ressource, de mieux la gérer de façon durable et intégrée pour nous et pour les générations futures. Cela passe inéluctablement par la caractérisation des aquifères, réservoirs souterrains où est stockée la ressource.

Caractériser les aquifères afin de mieux gérer la ressource en eau souterraine a toujours été l'un des défis majeurs des hydrogéologues. Cela revient à déterminer les propriétés hydrauliques, à savoir la conductivité hydraulique  $K$  qui traduit l'aptitude de l'aquifère à laisser circuler l'eau et le coefficient d'emmagasinement spécifique  $S_s$  qui reflète sa capacité de stockage. Ces deux paramètres démontrent une importance capitale dans : la délimitation des périmètres de protection (Bear and Jacobs 1965, Todd and Mays 1980, 2004, Grubb 1993, Karanta 2002, Paradis et al. 2007), la prédiction du transport de contaminants

(Carrera 1993, Eggleston and Rojstaczer 1998) et l'estimation de la recharge des aquifères (Scanlon and Cook 2002, Huet 2015). Les essais hydrauliques transitoires (pompage, injection) constituent l'une des méthodes d'investigation directes les plus couramment utilisées par les hydrogéologues pour estimer les propriétés hydrauliques (Renard et al. 2009). Ces essais consistent à provoquer une perturbation de la charge hydraulique dans un puits (source) soit par injection ou abstraction d'eau et à mesurer la variation spatiotemporelle du niveau piézométrique à travers un réseau d'ouvrages d'observations appelés piézomètres. L'interprétation des données issues de ces essais transitoires nécessite l'application de modèles analytiques ou numériques établis par les auteurs sur la base de modèles conceptuels théoriques (Renard et al. 2009).

En 1935, Theis révolutionne le domaine de l'interprétation des essais de pompage/injection en proposant une solution particulière transitoire à l'équation de diffusivité par analogie avec la diffusion thermique dans un milieu poreux. Le principe de la méthode de Theis se base sur le calage graphique d'une courbe théorique (type-curve matching/fitting method) avec les séries de données temporelles de rabattement dans une échelle bilogarithmique pour déterminer les propriétés hydrauliques. Cooper and Jacob (1946) proposent une approche simplifiée basée sur la partie asymptotique de la courbe théorique de Theis qui adopte une allure linéaire dans une échelle semi-logarithmique pour les temps longs ou pour les distances courtes. La facilité d'obtenir la pente et l'ordonnée à l'origine de cette allure linéaire procure à l'approche de Cooper and Jacob (1946) l'avantage d'estimer les propriétés hydrauliques plus aisément. Ces deux solutions dites conventionnelles sont basées sur un modèle conceptuel idéalisé qui stipule que les essais de pompage/injection s'effectuent à débits constants, les aquifères sont captifs, infinis, parfaitement homogènes, isotropes, produisant un régime d'écoulement radial autour du puits. Or, en réalité les aquifères sont, dans la plupart des cas, de nature hétérogène du fait des processus naturels aléatoires de leur mise en place (dépôts sédimentaires, déformations mécaniques des roches). Ceci limite l'applicabilité des modèles conventionnels theissiens à la résolution de problèmes liés aux

milieux hétérogènes où l'on observe une forte ségrégation des écoulements c.-à-d. les chemins d'écoulement sont discontinus, variés, complexes et les régimes d'écoulement ne sont pas systématiquement radiaux (Hsieh 1998, Ludvigson et al. 2004, Lemieux et al. 2005). L'application des modèles conventionnels à ces milieux hétérogènes pourrait ainsi conduire à une estimation erronée des propriétés hydrauliques, voir une mauvaise caractérisation des aquifères.

Ces insuffisances liées aux modèles conventionnels nécessitent de définir convenablement la géométrie réelle des structures hydrauliques hétérogènes afin de mieux prédire les chemins d'écoulement empruntés (Thorbjarnarson et al. 1998, Gierczak et al. 2005, Rafini 2008). Or, une définition plus claire de l'hétérogénéité est difficile à établir puisqu'elle dépend de l'échelle d'investigation. De ce fait, la caractérisation du milieu hétérogène a été abordée selon plusieurs approches. D'une part, l'écoulement peut être moyenné sur un ensemble volumétrique appelé volume élémentaire représentatif (VER) qui définit l'échelle critique au-delà de laquelle les caractéristiques de l'hétérogénéité demeurent invariantes. Ainsi, le comportement macroscopique du milieu hétérogène peut être modélisé à travers un modèle d'homogénéité statistique paramétré (euclidien ou fractal), favorisant une représentation stochastique des écoulements dans un continuum équivalent (Acuna and Yortsos 1995, Leveinen 2000, Le Borgne et al. 2004). Ce type de représentation est appliqué dans les milieux caractérisés par une variabilité spatiale des caractéristiques hydrauliques où il semble difficile, voire impossible de décrire de manière explicite l'hétérogénéité au moyen d'observations conséquentes et coûteuses. L'hétérogénéité y est rapportée à une fonction de distribution spatiale, et non discrète, ce qui est typiquement valide lorsque la dimension de l'hétérogénéité est significativement plus petite que l'échelle d'investigation. C'est le cas pour certaines formations granulaires composées de différents types de matériaux, ou des formations fracturées avec des familles de fractures de dimensions, d'orientations et d'ouvertures variables (Abi et al. 2022). D'autre part, l'hétérogénéité peut être constituée de structures étendues à l'échelle du domaine d'écoulement, en nombre limité, ayant la

particularité de modifier l'hydrodynamique des aquifères de manière significative. C'est le cas des failles, karsts, plans de stratification, frontières hydrauliques, zones de connexions hydrauliques, zones de contact entre formations de caractéristiques différentes. Ce type d'hétérogénéité est représenté par des objets discrets 1D, 2D ou 3D, géométriquement et hydrauliquement indépendants, interagissant avec le milieu environnant, au sein desquelles les écoulements sont explicitement représentés de manière déterministe (Abbaszadeh and Cinco-Ley 1995, Rafini and Larocque 2009, 2012). Ces deux types de représentation de l'hétérogénéité seront considérés dans le cadre de cette thèse avec une approche basée sur l'analyse hydrodynamique et spatiotemporelle des essais de pompage pour les caractériser.

En 1952, l'interprétation des essais de pompage connaît une progression avec l'avènement du concept de dérivée logarithmique. En effet, conscient du fait que les propriétés hydrauliques du milieu ne sont pas constantes et varient dans le temps (c.-à-d. en fonction de la durée du pompage), Chow (1952) propose pour la première fois une analyse basée sur l'application de la dérivée logarithmique du rabattement ( $ds/d\log t$ ) afin de quantifier les erreurs d'estimation des propriétés hydrauliques à partir des solutions conventionnelles de Theis et Cooper-Jacob. Pour lui, la connaissance ainsi que la prise en compte de ces erreurs améliorent l'estimation des propriétés hydrauliques à partir de ces modèles théoriques.

Le signal de la dérivée logarithmique du rabattement est plus sensible aux petites variations hydrodynamiques en comparaison au signal simple du rabattement, favorisant ainsi un diagnostic plus élaboré et juste (Bourdet et al. 1989, Mattar 1997, Renard et al. 2009, Ferroud 2018). La représentation de la courbe de  $ds/d\log t$  dans une échelle bi-log permet de détecter des allures linéaires du signal de pentes  $v$  non nécessairement égales à zéro en référence aux modèles conventionnels radiaux (Theis 1935, Cooper and Jacob 1946). Ces pentes ne sont que la manifestation de différents régimes d'écoulement temporairement stables, détectables dans les ouvrages d'observation. Le signal peut donc être décomposé en une succession de pentes ou séquences temporelles de régimes d'écoulement stables. Ces

séquences de régimes d'écoulement sont le reflet de différents contextes hydrodynamiques rencontrés par l'écoulement provoqué à la source, ce qui pourrait donner l'impression de faire un scan du contenu du milieu hétérogène (Ferroud et al. 2018c). L'approche séquentielle du signal de la dérivée-log combinée à la représentation du rabattement, connue sous le nom de "*diagnostic plot*", constitue une amélioration notable de l'interprétation des essais de pompage, qui auparavant étaient limités à la stricte quantification des propriétés hydrauliques. Il est possible à travers ces outils d'aller plus loin et d'investiguer le comportement hydraulique de l'aquifère au fur et à mesure que celui-ci est traversé par l'écoulement en observant dans un premier temps, le ou les régimes d'écoulement induits par un essai de pompage et en détectant ainsi des objets hydrauliques macroscopiques (structures géologiques) ayant une influence sensible sur la réponse globale du milieu. L'analyse des séquences de régime d'écoulement permet de choisir le modèle analytique qui convient le mieux pour interpréter les essais de pompage et estimer les propriétés hydrauliques des aquifères.

Bien que l'approche des séquences de régimes d'écoulement ait des avantages incontestables, celle-ci se heurte cependant à l'incapacité d'interpréter certains signaux hydrauliques à partir des modèles analytiques conventionnels. Ceci amène Barker (1988) à mettre au point un modèle analytique permettant de décrire des comportements hydrauliques non radiaux. Pour cela, il introduit le concept de « dimension d'écoulement » noté  $n$  qui caractérise de manière quantitative la réponse hydraulique macroscopique du milieu hétérogène. Le paramètre  $n$  (adimensionnel) reflète la géométrie des lignes d'écoulements ou des équipotentiels dans le milieu équivalent supposé homogène, isotrope. Le modèle de Barker intitulé *Generalized Radial Flow* (GRF) a pour but de généraliser l'interprétation des essais de pompage en combinant à la fois les pentes de la dérivée logarithmique  $v$  (adimensionnel) et la dimension d'écoulement  $n$  (Équation 1) et ainsi, caractériser les modèles conceptuels des aquifères.

$$n = 2(1 - v) \tag{1}$$

Plusieurs auteurs ont rapporté l'efficacité du modèle GRF à reproduire les comportements transitoires observés en milieux discontinus (Acuna and Yortsos 1995, Leveinen et al. 1998, Kuusela-Lahtinen et al. 2003, Walker and Roberts 2003, Le Borgne et al. 2004, Lods and Gouze 2004). Toutefois, même si ce modèle offre une analyse mathématique intéressante des écoulements discontinus, l'interprétation physique des signaux non radiaux ainsi que les conditions géométriques et hydrauliques associées demeurent énigmatiques dans la plupart des cas. Par ailleurs, l'introduction du paramètre de la dimension d'écoulement à connotation physiquement abstraite dans la formulation mathématique du modèle GRF lui confère un caractère non conventionnel (Leveinen 2000, Rafini 2008).

#### ✓ PROBLÉMATIQUE GÉNÉRALE

La problématique générale que cette thèse tente de résoudre est liée à la détection et à la localisation spatiale autour de la source, d'une hétérogénéité macroscopique discrète, essentiellement des objets hydrauliques (failles, chenaux, formations géologiques quelconques, limites de domaines hydrauliques, frontières ou connexions hydrauliques partielles ou totales), après les avoir détectés par leurs influences sur le signal temporel de la dérivée logarithmique du rabattement. La spatialisation des objets hydrauliques présente un enjeu crucial en modélisation des aquifères en ce sens qu'elle permet de définir la géométrie des aquifères (positionnement des frontières hydrauliques), et aussi d'optimiser la délimitation des périmètres de protection. Or, très peu de techniques basées sur l'interprétation des données de pompage existent pour déterminer la position des objets hydrauliques.

Une approche consiste à procéder par des diagrammes de normalisation d'un jeu de données de rabattements obtenus à travers un réseau de piézomètres (Rafini 2008). En effet, étant donné que la réponse hydraulique enregistrée dans un piézomètre dépend non seulement de la distance  $r_0$  qui sépare ce dernier de la source (distance puits – piézomètre), mais aussi de la nature du milieu séparant les deux ouvrages (milieu caractérisé par sa

dimension d'écoulement  $n$ ), l'approche de normalisation consiste à éliminer l'effet de la distance  $r_0$  sur le signal hydraulique. En procédant ainsi, la normalisation des données revient d'une part, à rechercher une homogénéité spatiale des dimensions d'écoulement et d'autre part, à discriminer et regrouper par familles les piézomètres dont les réponses hydrauliques présentent une similarité. Par exemple, Leveinen et al. (1998) rapportent à travers une étude de cas, que la dimension d'écoulement est hétérogène et varie significativement selon que le puits d'observation est situé dans une faille directement connectée à la source, dans une faille non connectée ou indirectement connectée à la source, ou encore dans la matrice. Ainsi, les distinctions entre réponses hydrauliques de familles de piézomètres pourraient être interprétées comme étant le résultat de l'influence d'objets hydrauliques potentiels. Cependant, même si l'approche de la normalisation procure un fort potentiel diagnostique, celle-ci ne permet pas de déterminer la position exacte des objets hydrauliques.

En outre, Bourdarot (1998) rapporte deux approches dont l'une est basée sur l'intersection de deux portions linéaires de la courbe du rabattement, connue sous le nom de « méthode d'intersection » et l'autre est basée sur la dynamique de propagation de pression dénommée « méthode du rayon d'influence ». Les deux approches exploitent les ruptures de pentes des courbes de rabattements ou de dérivées logarithmiques pour localiser les objets hydrauliques. D'abord, la méthode d'intersection est une approche indirecte car celle-ci est basée sur le principe du puits image pour résoudre un système d'équations propre à un modèle conceptuel donné pour déterminer la distance « puits – objet hydraulique ». Le principe du puits image consiste à i) remplacer l'objet hydraulique par un puits imaginaire situé à la symétrie du puits réel par rapport à l'objet, ii) déterminer analytiquement ou graphiquement le temps d'intersection entre deux portions linéaires de la courbe du rabattement (la première reflétant l'action de l'aquifère et la seconde correspondant à l'effet de l'objet hydraulique), ce qui permet d'estimer la distance « puits – objet hydraulique ». La méthode d'intersection a largement été utilisée dans la littérature pour localiser les objets discrets, notamment les frontières hydrauliques linéaires imperméables et à charges constantes (Horner 1951, Dolan



et al. 1957, Jones 1962, Davis and Hawkins 1963). En revanche, la méthode du rayon d'influence est une approche directe qui permet de convertir directement le temps critique de détection de l'influence d'un objet hydraulique en distance à partir de l'équation du rayon d'influence (Équation 2). En effet, lors d'un essai de pompage, la perturbation de la charge hydraulique provoquée à la source (rabattement  $s(r, t)$ ) se propage au sein du milieu poreux avec le temps (Chesnaux 2018). Le rabattement est plus important à la source et diminue au fur et à mesure qu'on s'en éloigne. En tout instant  $t$ , le rayon d'influence noté  $r$  se définit comme la distance maximale comptée depuis le puits de pompage, le long de laquelle l'influence du pompage se fait ressentir c.-à-d. où il est possible de détecter et de mesurer un rabattement. En d'autres termes, au-delà du rayon d'influence, toute perturbation générée par le pompage est négligée ( $s(r, t) \approx 0$ ) car celle-ci est considérée trop faible pour être détectée. L'interface théorique entre la zone perturbée par le pompage (qui se rapporte au rayon d'influence) et celle non perturbée, est appelée « front de pression » ou « équipotentielle frontale ». Le temps mis par le front de pression pour franchir une hétérogénéité discrète quelconque est appelé « temps d'influence » noté  $t_i$ , détectable sur la courbe de la dérivée logarithmique par un changement de régime d'écoulement. Ce temps peut ainsi être converti directement en distance en appliquant l'équation du rayon d'influence. L'approche du rayon d'influence basée sur le principe de transfert de pression est celle qui sera privilégiée cette thèse.

L'équation du rayon d'influence est une relation de proportionnalité entre la distance parcourue par le front de pression et le temps écoulé dont la forme générale est donnée comme suit (Équation 2):

$$r^2 \sim t^\gamma \tag{2}$$

Où  $r$  est la distance parcourue [L],  $t$  est le temps écoulé [T] et  $\gamma$  est un nombre réel appelé « exposant du temps » dont la valeur définit le régime de propagation du front de

pression. Par exemple, la valeur  $\gamma = 1$  correspond au régime « normal » où  $r$  évolue proportionnellement à  $\sqrt{t}$ , ce qui se produit dans les milieux continus, homogènes, isotropes, favorisant des régimes d'écoulement associés aux dimensions d'écoulement à valeurs entières ( $n = 1, 2, 3$ ). En revanche, lorsque  $\gamma \neq 1$  le régime de propagation du front de pression est qualifié d'« anormal ». Selon Chang and Yortsos (1990), Acuna and Yortsos (1995), ce régime anormal est dû à un ralentissement propre aux objets fractals caractérisés par des dimensions non entières. Plusieurs travaux ont témoigné l'existence des dimensions fractionnaires dans les milieux fracturés naturels (Cinco-Ley et al. 1978, Abbaszadeh and Cinco-Ley 1995, Leveinen et al. 1998, Leveinen 2000, Kuusela-Lahtinen et al. 2003, Le Borgne et al. 2004, Lods and Gouze 2004, Bernard et al. 2006). D'autres auteurs attribuent plutôt ces dimensions d'écoulement fractionnaires à l'interaction entre des objets hydrauliques à dimensions entières différentes (exemple : une faille 2D dans une matrice conductrice 3D) (Doe 1991, Rafini and Larocque 2009, 2012). L'étude de la signification de ces dimensions d'écoulement fractionnaires est hors de portée du cadre réservé à cette thèse. Aussi, la présente étude s'intéressera essentiellement aux dimensions d'écoulement à valeurs entières ( $n = 1, 2, 3$ ) qui se produisent en régime normal.

La forme spécifique de l'équation du rayon d'influence en régime de propagation normal est donnée comme suit (Équation 3) :

$$r = \alpha \sqrt{\frac{K}{S_s}} \sqrt{t} \quad (3)$$

Où  $K$  [ $L/T$ ] et  $S_s$  [ $L^{-1}$ ] sont les propriétés hydrauliques et  $\alpha$  (adimensionnel) un coefficient à nombre réel. Dans l'équation 3, les propriétés hydrauliques  $K$  et  $S_s$  sont généralement déterminées par des modèles conceptuels basés sur des hypothèses hydrauliques et géométriques spécifiques (Dupuit 1863, Theis 1935, Cooper and Jacob 1946, Hantush 1959, Gringarten and Ramey 1973, Horne and Temeng 1982). Cependant, aucun

consensus n'a été atteint dans la littérature sur la meilleure façon de déterminer le coefficient  $\alpha$ . En effet, ce manque de consensus s'explique par le fait que les différentes approches proposées par les auteurs pour définir le front de pression produisent différentes valeurs du coefficient  $\alpha$  (Alabert 1989, Bourdet 2002, Taheri and Shadizadeh 2005, Hossain et al. 2007). Un tel manque de consensus entraîne i) des incertitudes sur l'estimation de  $\alpha$ , ii) une inefficacité de l'application de l'approche directe (approche du rayon d'influence), iii) des incertitudes dans la localisation des objets hydrauliques, ce qui interpelle directement la communauté des hydrogéologues.

#### ✓ OBJECTIF GÉNÉRAL

Cette thèse se fixe pour objectif général d'améliorer la localisation des objets hydrauliques macroscopiques (failles, frontières imperméables, frontières de recharge, etc.) à partir de la méthode directe basée sur l'application de l'équation du rayon d'influence. L'intérêt de la thèse porte en l'occurrence sur la proposition d'une méthode générale permettant d'estimer convenablement les paramètres clés de l'équation du rayon d'influence (Équation 3) lorsque les conditions d'écoulement favorisent les valeurs entières de dimensions d'écoulement  $n$  ( $n = 1, 2, 3$ ).

#### ✓ STRUCTURE DE LA THÈSE

Le contenu de cette thèse est organisé en cinq chapitres. Le chapitre 1 fait office de revue de littérature présentant quelques généralités sur la caractérisation des aquifères. Plus particulièrement, différents modèles analytiques, numériques, ainsi que différents outils avancés d'analyse et d'interprétation d'essais de pompage y sont présentés. Le chapitre 2 traite de la compréhension de la divergence des auteurs sur la caractérisation de l'équation du rayon d'influence. En effet, plusieurs conceptualisations du front de pression ont été proposées par les auteurs, pour lequel il n'existe pas de formulation mathématique exacte, ce qui génère

un grand nombre d'approches et une certaine confusion. L'objet de ce second chapitre est de faire une revue exhaustive de ces approches et d'introduire une méthode unificatrice. Le chapitre 3 est consacré au développement analytique d'une approche générale pour caractériser l'équation du rayon d'influence en supposant un milieu homogène, isotrope. Cette approche est basée sur la définition du front de pression selon le critère général du rabattement critique c.-à-d. la valeur du rabattement en dessous de laquelle aucune perturbation due au pompage n'est détectable. Il s'agit d'un paramètre original, non intrinsèque, variable selon la précision du système de mesure. Les implications d'une telle approche sur l'expression de l'équation du rayon d'influence sont discutées. Les résultats obtenus analytiquement sont vérifiés par la simulation numérique. Le chapitre 4 porte sur la caractérisation de l'équation du rayon d'influence de manière expérimentale à partir de la maquette hydrogéologique disponible à l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC). Le but de cette étude est de confronter les résultats obtenus expérimentalement à ceux obtenus théoriquement dans le chapitre 3 et ainsi valider l'approche développée à l'échelle du mini-aquifère. Le chapitre 5 est réservé à l'application pratique de l'équation du rayon d'influence obtenue par la méthode générale développée dans le chapitre 3 pour localiser les objets hydrauliques en particulier une faille imperméable. Le but est de vérifier l'applicabilité et l'efficacité de l'approche d'une part dans un contexte d'aquifère homogène, isotrope et d'autre part, dans un contexte d'aquifère hétérogène supposé statistiquement homogène. Ce deuxième cas a pour intérêt d'évaluer l'effet des paramètres de distributions statistiques (en particulier la variance  $\sigma^2$ ) sur le signal de la dérivée logarithmique du rabattement.

Les chapitres 2, 3 et 5 font l'objet de publications scientifiques et de ce fait, sont présentés dans cette thèse sous formes d'articles. L'article 1 (voir chapitre 2) est publié dans la revue *Geosciences*. Les versions soumettables des articles 2 (voir chapitre 3) et 3 (voir chapitre 5) sont disponibles au moment du dépôt de la thèse. Les revues visées pour ces deux articles sont respectivement *Journal of Hydrology* et *Hydrological processes*.

## LISTE DE RÉFÉRENCES

- Abbaszadeh, M., and Cinco-Ley, H. 1995. Pressure-transient behavior in a reservoir with a finite-conductivity fault. *SPE Formation Evaluation*, **10**: 26–32. OnePetro.
- Abi, A., Walter, J., Saeidi, A., and Chesnaux, R. 2022. A cluster-based multiparametric similarity test for the compartmentalization of crystalline rocks into structural domains. *Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology*,.
- Acuna, J.A., and Yortsos, Y.C. 1995. Application of fractal geometry to the study of networks of fractures and their pressure transient. *Water Resour. Res.*, **31**: 527–540. doi:<https://doi.org/10.1029/94WR02260>.
- Alabert, F.G. 1989. Constraining description of randomly heterogeneous reservoirs to pressure test data: a Monte Carlo study. Society of Petroleum Engineers. <https://doi.org/10.2118/19600-MS>, SPE 19600 64th Annual Technical Conference and Exhibition. San Antonio, Texas., pp. 207–221.
- Barker, J.A. 1988. A generalized radial flow model for hydraulic tests in fractured rock. *Water Resources Research*, **24**: 1796–1804. doi:<https://doi.org/10.1029/WR024i010p01796>.
- Barlow, M., and Clarke, T. 2017. *Blue gold: The battle against corporate theft of the world's water*. Routledge.
- Bear, J., and Jacobs, M. 1965. On the movement of water bodies injected into aquifers. *Journal of Hydrology*, **3**: 37–57. Elsevier.
- Bernard, S., Delay, F., and Porel, G. 2006. A new method of data inversion for the identification of fractal characteristics and homogenization scale from hydraulic pumping tests in fractured aquifers. *Journal of hydrology*, **328**: 647–658. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2006.01.008>.
- Boisvert, É., Bourque, E., Cloutier, V., Kirkwood, D., Lauziere, K., Lefebvre, R., Martel, R., Michaud, Y., Nastev, M., Ouellet, M., and others. 2008. Guide méthodologique pour la caractérisation régionale des aquifères en roches sédimentaires fracturées. Ministère du Développement durable, de l'Environnement et des Parcs. INRS-ETE, rapport de recherche R-981,.
- Bourdarot, G. 1998. *Well testing: Interpretation methods*. Editions Technip Paris, France.
- Bourdet, D. 2002. *Well test analysis: the use of advanced interpretation models*. Elsevier, New York, NY, USA, 426 pp.
- Bourdet, D., Ayoub, J.A., and Pirard, Y.M. 1989. Use of pressure derivative in well test interpretation. *SPE Formation Evaluation*, **4**: 293–302.
- Carrera, J. 1993. An overview of uncertainties in modelling groundwater solute transport. *Journal of contaminant hydrology*, **13**: 23–48. Elsevier.
- CCA, (Council of Canadian Academies). 2009. *The sustainable management of groundwater in Canada*. Expert Panel on Groundwater, Report to the Government of Canada, Council of Canadian Academies, Ottawa, 270 pp.

- Chang, G.G. 2013. Blue gold: the coming water wars. *World Affs.*, **176**: 93. HeinOnline.
- Chang, J., and Yortsos, Y.C. 1990. Pressure transient analysis of fractal reservoirs. *SPE Formation Evaluation*, **5**: 31–38. doi:<https://doi.org/10.2118/18170-PA>.
- Chesnaux, R. 2018. Avoiding confusion between pressure front pulse displacement and groundwater displacement: Illustration with the pumping test in a confined aquifer. *Hydrological Processes*, **32**: 3689–3694. doi:<https://doi.org/10.1002/hyp.13279>.
- Chow, V.T. 1952. On the determination of transmissibility and storage coefficients from pumping test data. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, **33**: 397–404. doi:<https://doi.org/10.1029/TR033i003p00397>.
- Cinco-Ley, H., Samaniego, V., and Dominguez, A. 1978. Transient pressure behavior for a well with a finite-conductivity vertical fracture. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **18**: 253–264. doi:<https://doi.org/10.2118/6014-PA>.
- Cooper, J.H.H., and Jacob, C.E. 1946. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-field history. *Eos Transactions American Geophysical Union*, **27**: 526–534. doi:<https://doi.org/10.1029/TR027i004p00526>.
- Davis, E.G., and Hawkins, M.F. 1963. Linear fluid-barrier detection by well pressure measurements (includes associated discussion and reply). *Journal of Petroleum Technology*, **15**: 1,077-1,079.
- Doe, T.W. 1991. Fractional dimension analysis of constant-pressure well tests. *Society of Petroleum Engineers*, Paper No. SPE-22702-MS, Dallas, Texas, USA. pp. 461–467.
- Dolan, J.P., Einarsen, C.A., and Hill, G.A. 1957. Special applications of drill-stem test pressure data.
- Dupuit, J.E. 1863. *Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables avec des considérations relatives au régime des grandes eaux, au débouché à leur donner, et à la marche des des alluvions dans les rivières à fond mobile*. Dunod, éditeur.
- Eggleston, J., and Rojstaczer, S. 1998. Identification of large-scale hydraulic conductivity trends and the influence of trends on contaminant transport. *Water Resources Research*, **34**: 2155–2168. Wiley Online Library.
- Elshall, A.S., Arik, A.D., El-Kadi, A.I., Pierce, S., Ye, M., Burnett, K.M., Wada, C.A., Bremer, L.L., and Chun, G. 2020. Groundwater sustainability: A review of the interactions between science and policy. *Environmental Research Letters*, **15**: 093004. IOP Publishing.
- Ferroud, A. 2018. *Analyse des dimensions d'écoulement et caractérisation hydrodynamique des aquifères complexes: du pompage à l'interprétation diagnostique*. PhD, Thèse, Université du Québec à Chicoutimi.
- Ferroud, A., Rafini, S., and Chesnaux, R. 2018. Using flow dimension sequences to interpret non-uniform aquifers with constant-rate pumping-tests: a review. *Journal of Hydrology X*, **2**: 100003. doi:<https://doi.org/10.1016/j.hydroa.2018.100003>.
- Fetter, C. 1988. *Applied hydrogeology*. In 2nd edition. Merrill Publishing Company, Columbus, Ohio, 592.

- Gierczak, R., Devlin, J., and Rudolph, D. 2005. Combined use of field and laboratory testing to predict preferred flow paths in an heterogeneous aquifer. *Journal of contaminant hydrology*, **82**: 75–98. Elsevier.
- Gringarten, A.C., and Ramey, J.H. 1973. The use of source and Green's functions in solving unsteady-flow problems in reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **13**: 285–296. doi:<https://doi.org/10.2118/3818-PA>.
- Grubb, S. 1993. Analytical model for estimation of steady-state capture zones of pumping wells in confined and unconfined aquifers. *Groundwater*, **31**: 27–32. Wiley Online Library.
- Hantush, M.S. 1959. Analysis of data from pumping wells near a river. *Journal of Geophysical Research*, **64**: 1921–1932.
- Horne, R.N., and Temeng, K.O. 1982. Recognition and location of pinchout boundaries by pressure transient analysis. *Journal of Petroleum Technology*, **34**: 517–519. doi:<https://doi.org/10.2118/9905-PA>.
- Horner, D.R. 1951. Pressure build-up in wells. World Petroleum Congress. Paper No. WPC-4135, The Hague, the Netherlands.
- Hossain, M.E., Tamim, M., and Rahman, N.M.A. 2007. Effects of criterion values on estimation of the radius of drainage and stabilization time. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, **46**: 24–30. doi:<https://doi.org/10.2118/07-03-01>.
- Hsieh, P.A. 1998. Scale effects in fluid flow through fractured geologic media.
- Huet, M. 2015. Comparaison de méthodes d'estimation de la recharge des aquifères: exemple de la région Charlevoix-Haute-Côte-Nord. PhD Thesis, Université du Québec à Chicoutimi.
- Jones, P. 1962. Reservoir limit test on gas wells. *Journal of Petroleum Technology*, **14**: 613–619. doi:<https://doi.org/10.2118/24-PA>.
- Karanta, G. 2002. Étude comparative de méthodes de détermination de périmètres de protection autour des ouvrages de captage dans les aquifères captifs fracturés du sud-ouest du Québec. PhD Thesis, Université du Québec, Institut national de la recherche scientifique.
- Kuusela-Lahtinen, A., Niemi, A., and Luukkonen, A. 2003. Flow dimension as an indicator of hydraulic behavior in site characterization of fractured rock. *Groundwater*, **41**: 333–341. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.2003.tb02602.x>.
- Larocque, M., Cloutier, V., Levison, J., and Rosa, E. 2018. Results from the Quebec groundwater knowledge acquisition program. Taylor & Francis.
- Le Borgne, T., Bour, O., De Dreuzy, J.R., Davy, P., and Touchard, F. 2004. Equivalent mean flow models for fractured aquifers: Insights from a pumping tests scaling interpretation. *Water Resources Research*, **40**.
- Lemieux, J.-M., Therrien, R., and Kirkwood, D. 2005. Small scale study of groundwater flow in a fractured carbonate-rock aquifer at the St-Eustache quarry, Québec, Canada. *Hydrogeology Journal*, **14**: 603–612. Springer.

- Leveinen, J. 2000. Composite model with fractional flow dimensions for well test analysis in fractured rocks. *Journal of hydrology*, **234**: 116–141.
- Leveinen, J., Rönkä, E., Tikkanen, J., and Karro, E. 1998. Fractional flow dimensions and hydraulic properties of a fracture-zone aquifer, Leppävirta, Finland. *Hydrogeology Journal*, **6**: 327–340. Springer.
- Lods, G., and Gouze, P. 2004. WTFM, software for well test analysis in fractured media combining fractional flow with double porosity and leakance approaches. *Computers & Geosciences*, **30**: 937–947.
- Ludvigson, J.-E., Levén, J., and Jönsson, S. 2004. Forsmark Site Investigation: Single-hole Injection Tests in Borehole KFM01A. SKB.
- Mattar, L. 1997. Derivative analysis without type curves. *In Annual Technical Meeting, OnePetro*.
- MDDELCC, (Ministère du Développement durable, de l'Environnement et de la Lutte contre les changements climatiques). 2018. Programme d'acquisition de connaissances sur les eaux souterraines. <http://www.mddelcc.gouv.qc.ca/eau/souterraines/programmes/acquisition-connaissance.htm> (accessed March, 2018).
- Paradis, D., Martel, R., Karanta, G., Lefebvre, R., Michaud, Y., Therrien, R., and Nastev, M. 2007. Comparative study of methods for WHPA delineation. *Groundwater*, **45**: 158–167. Wiley Online Library.
- Rafini, S. 2008. Comportement hydraulique des milieux faillés. Phd, Université du Québec à Montreal.
- Rafini, S., and Larocque, M. 2009. Insights from numerical modeling on the hydrodynamics of non-radial flow in faulted media. *Advances in water resources*, **32**: 1170–1179. doi:<https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2009.03.009>.
- Rafini, S., and Larocque, M. 2012. Numerical modeling of the hydraulic signatures of horizontal and inclined faults. *Hydrogeology Journal*, **20**: 337–350.
- Renard, P., Glenz, D., and Mejias, M. 2009. Understanding diagnostic plots for well-test interpretation. *Hydrogeology Journal*, **17**: 589–600. Springer.
- Scanlon, B.R., and Cook, P.G. 2002. Theme issue on groundwater recharge. *Hydrogeology Journal*, **10**: 3. Springer Nature BV.
- Siebert, S., Burke, J., Faures, J.-M., Frenken, K., Hoogeveen, J., Döll, P., and Portmann, F.T. 2010. Groundwater use for irrigation—a global inventory. *Hydrology and earth system sciences*, **14**: 1863–1880. Copernicus GmbH.
- Smith, M., Cross, K., Paden, M., and Laban, P. 2016. Spring—Managing groundwater sustainably. IUCN, Gland, Switzerland,.
- Taheri, A., and Shadizadeh, S.R. 2005. Investigation of well drainage geometries in one of the Iranian south oil fields. Petroleum Society of Canada. Paper No. PETSOC-2005-028. doi: <https://doi.org/10.2118/2005-028>, Calgary, Alberta.
- Theis, C.V. 1935. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage. *Eos, Transactions*



American Geophysical Union, **16**: 519–524.  
doi:<https://doi.org/10.1029/TR016i002p00519>.

Thorbjarnarson, K., Huntley, D., and McCarty, J. 1998. Absolute hydraulic conductivity estimates from aquifer pumping and tracer tests in a stratified aquifer. *Groundwater*, **36**: 87–97. Wiley Online Library.

Todd, D.K., and Mays, L.W. 2004. *Groundwater hydrology*. In 3rd Ed. John Wiley & Sons.

Todd, D.K., and Mays, L.W.I. 1980. *Groundwater Hydrology*. John Willey & Sons.

Walker, D.D., and Roberts, R.M. 2003. Flow dimensions corresponding to hydrogeologic conditions. *Water Resources Research*, **39**. Wiley Online Library.

## CHAPITRE 1

### GÉNÉRALITÉS SUR LA CARACTÉRISATION HYDRAULIQUE DES AQUIFÈRES

#### 1.1 MODÈLE CONCEPTUEL, DÉFINITION ET IMPORTANCE

La caractérisation d'un aquifère requiert un ensemble d'opérations visant à déterminer ses propriétés hydrauliques (conductivité hydraulique  $K$ , coefficient d'emmagasinement spécifique  $S_s$ ) qui assurent respectivement la circulation et le stockage de la ressource hydrique. Ces paramètres sont pour la plupart du temps estimés suite à l'interprétation des données d'essais hydrauliques transitoires (pompage, injection). Cela nécessite au préalable :

- i) de définir un modèle conceptuel, puis
- ii) de quantifier les paramètres clés relatifs au modèle.

Un modèle conceptuel correspond à la représentation de la réalité du terrain, dans laquelle seront définis les différents types de structures hydrauliques présentes, qui contribuent au fonctionnement d'un système hydraulique. En d'autres termes, il s'agit de donner au milieu une géométrie spécifique tout en identifiant les différentes composantes de par leurs natures, leurs dispositions sur le terrain les unes par rapport aux autres, les interactions entre ces composantes, de manière à être concordant avec le comportement réel du système observé sur le terrain. En effet, le choix d'un modèle conceptuel non adapté au problème réel investigué pourrait conduire à une évaluation erronée des paramètres représentatifs des conditions d'écoulement (Michalski and Britton 1997, Andrews et al. 2002). C'est la raison pour laquelle l'élaboration du modèle conceptuel d'un système hydraulique devrait succéder à un travail minutieux de collecte d'informations à partir de méthodes d'investigation directes ou indirectes. Par exemple, les campagnes de prospections géologiques permettent d'analyser les échantillons de roches ou de carottes de forages afin d'identifier la nature des formations géologiques en place. Aussi, les campagnes de géophysique permettent d'interpréter les structures en présence à partir des données électriques, magnétiques, électromagnétiques, diagraphiques. On peut également citer les analyses géochimiques pour la qualité des eaux

(Michalski and Britton 1997) ; les tests de traçage pour identifier les chemins d'écoulements dans les aquifères discontinus ainsi que le temps de séjour (Gierczak et al. 2005) ; les tests d'interférences dans le cas des formations fracturées (Lemieux et al. 2005) et bien d'autres. L'interprétation de ces investigations à l'échelle locale ou régionale permet ainsi d'élaborer des coupes, des cartes, et aussi d'identifier des axes majeurs de circulation du fluide (Bruehl et al. 1999, Babiker and Gudmundsson 2004) et donc avoir une idée plus ou moins approchée du modèle conceptuel qui décrit au mieux le fonctionnement du système hydraulique. Un modèle conceptuel peut être représenté par exemple par : un modèle radial (Theis, Cooper-Jacob) ; un modèle linéaire à source verticale plane (Gringarten and Ramey 1973) ; un modèle hétérogène multicouches (Chabart 1995) ; un modèle fracturé à comportement fractal (Chang and Yortsos 1990, Acuna and Yortsos 1995) ; un modèle fracturé ou faillé avec fractures ou failles discrètes verticales ou inclinées (Rafini and Larocque 2009, 2012) ; un modèle à double porosité (Freeze 1979, Moench 1984) ; un modèle à substratum incliné (Ferroud et al. 2019) ; un modèle fermé à frontières imperméables (Bourdarot 1998) etc. La mise en œuvre de toutes ces investigations susmentionnées ou tout simplement une combinaison de certaines d'entre elles engendre un appareillage considérable et parfois coûteux. De ce fait, l'approche privilégiée dans cette thèse s'inscrit dans la continuité des travaux portant directement sur l'analyse de la signature hydraulique des aquifères en régime transitoire afin de définir un modèle conceptuel adéquat.

La définition du modèle conceptuel permet ainsi de choisir adéquatement parmi les modèles analytiques ou numériques existants, celui qui représente ou qui approxime au mieux les conditions hydrauliques du système (Bourdarot 1998) pour évaluer les propriétés hydrauliques. Quelques modèles classiques ainsi que leurs comportements typiques associés sont présentés sur la figure 1. Le choix d'un modèle conceptuel détermine ainsi la nature des paramètres clés à quantifier. Par exemple, l'épaisseur de la couche dans le cas d'un modèle theissien ; l'épaisseur de la faille, sa distance par rapport à la source dans le cas d'un modèle faille-matrice ; l'exposant de diffusion anormale et la dimension fractale dans le cas d'un

modèle fractal ; la porosité faille-matrice dans le cas d'un modèle à double porosité etc. La connaissance de tels paramètres permet ainsi d'interpréter les réponses hydrauliques transitoires des aquifères engendrées soit par pompage ou injection et alors déterminer les propriétés hydrauliques de ces derniers.

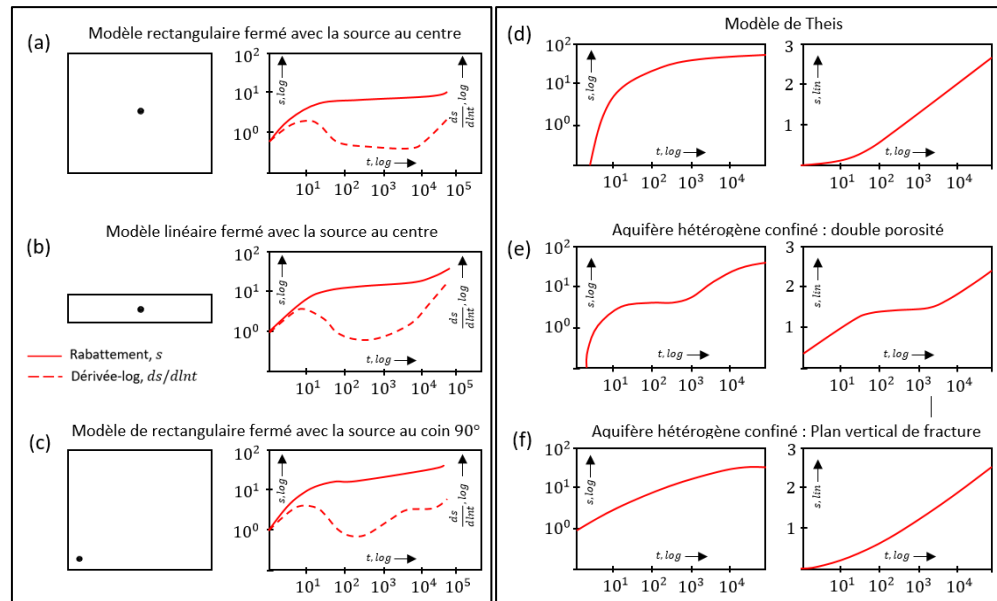


Figure 1: Présentation des réponses hydrauliques typiques de quelques modèles conceptuels : a) modèle rectangulaire fermé avec la source au centre ; b) modèle linéaire fermé avec la source au centre ; c) modèle rectangulaire fermé avec la source dans le coin perpendiculaire (90°) : les sources sont représentées par les point noirs ; d) modèle de Theis ; e) modèle à double porosité ; f) modèle hétérogène confiné avec source plane verticale.

Sources : a), b) et c) redessinés à partir de Bourdarot (1998) ; d), e) et f) redessinés à partir de Verweij (1995) cité par Rafini (2008).

Il convient toutefois de noter que les modèles analytiques/numériques, afin de faciliter leur élaboration, sont parfois basés sur certaines hypothèses simplificatrices qui ont tendance à idéaliser les aquifères tant au niveau de leurs géométries qu'au niveau de la nature des différentes formations ou entités géologiques qui les constituent. Entre la simplicité des modèles analytiques/numériques théoriques d'un côté et la complexité de la nature réelle des aquifères de l'autre côté (aquifères fracturés, faillés, hétérogènes en termes de conductivité hydraulique et/ou de connectivité de fractures, karstiques, à géométries variables), les

hydrogéologues praticiens sont confrontés de manière récurrente à un problème d'inadéquation, qui rend souvent l'interprétation des essais transitoires une tâche difficile et délicate, induisant des erreurs et imprécisions dans l'estimation des propriétés hydrauliques. Certains de ces modèles analytiques/numériques supposent des milieux homogènes, isotropes (Theis, Cooper-Jacob), tandis que d'autres, quand bien même considèrent que les milieux sont hétérogènes, procèdent par une homogénéisation de l'hétérogénéité (Hubbert 1956, Bear 1972, Eaton 2006) ou représentent l'hétérogénéité de manière discrète et idéale (Rafini and Larocque 2009, 2012). Tous ces modèles analytiques/numériques découlent de la résolution de l'équation de diffusivité. Les sections suivantes seront consacrées à la présentation de l'équation de diffusivité ainsi que quelques modèles analytiques, numériques et quelques techniques avancées d'interprétation d'essai de pompage.

## **1.2. ÉQUATION DE DIFFUSIVITÉ**

L'une des équations les plus importantes en hydrogéologie est l'équation de diffusivité qui permet de représenter l'écoulement d'un fluide à travers un milieu poreux. C'est de cette équation que découlent la plupart des modèles analytiques/numériques en hydrogéologie (Bourdet et al. 1983). Celle-ci s'obtient par la combinaison de trois équations : i) la loi de Darcy, ii) l'équation de continuité ou conservation de masse et iii) l'équation d'état fluide-solide.

### **1.2.1 LOI DE DARCY**

C'est à la suite de ses travaux de recherches expérimentales sur l'écoulement de l'eau à travers des massifs de sable, dans des conduites et dans des canaux à surface libre, que Henry Philibert Gaspard Darcy publia en 1856 son célèbre livre « Les fontaines publiques de la ville de Dijon » (Darcy 1856) dont l'appendice D contient l'énoncé de la loi qui aujourd'hui porte son nom (Marle 2006). Il s'agit d'une loi essentielle à la description mathématique de l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux par analogie avec la loi d'Ohm dans la

conduction de l'électricité, ou la loi de Fourier dans la conduction de la chaleur (Hubbert 1956). L'expérience de Darcy, initialement établie pour un écoulement uniforme vertical descendant (figure 2-a), a permis de mettre en évidence une relation de proportionnalité entre le débit spécifique encore appelé flux de Darcy ( $w$ ) et le gradient hydraulique ( $\Delta h/\Delta l$ ) (Équation 1.1). Le coefficient de proportionnalité est la conductivité hydraulique  $K$  qui dépend à la fois de la nature du fluide (sa viscosité dynamique  $\mu$  et sa masse volumique  $\rho$ ) et de celle du matériau (sa perméabilité intrinsèque  $k$ ).

$$w = -K \frac{\Delta h}{\Delta l} \text{ avec } K = \frac{\rho g}{\mu} k \text{ et } w = \frac{Q}{A} \quad (1.1)$$

Où  $w$  est le flux de Darcy [ $L/T$ ],  $K$  est la conductivité hydraulique [ $L/T$ ],  $k$  est la perméabilité intrinsèque [ $L^2$ ],  $\Delta h$  est la variation de la charge hydraulique [ $L$ ],  $\Delta l$  est la variation de la distance [ $L$ ],  $\rho$  est la masse volumique [ $M/L^3$ ],  $\mu$  est la viscosité dynamique [ $M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$ ],  $g$  est l'accélération de la pesanteur [ $L/T^2$ ],  $Q$  est le débit d'écoulement [ $L^3/T$ ],  $A$  est la surface d'écoulement [ $L^2$ ].

Ce résultat a par la suite suscité énormément de questions portant non seulement sur la validité de la loi de Darcy dans un cadre général d'écoulement par exemple pour un écoulement vertical ascendant, horizontal, multidirectionnel, mais aussi sur le lien entre  $K$  et la rugosité, la forme des pores. En d'autres termes, le questionnement adressait la possibilité d'élaborer une expression physique incorporant adéquatement toutes ces variables. C'est donc suite à une répétition de l'expérience de Darcy dans des directions variées d'écoulement (figure 2-b) qu'il a été prouvé que la loi de Darcy demeure invariante, quelle que soit la direction d'écoulement dans le champ de gravité terrestre : pour un écoulement à débit volumétrique unitaire constant  $q$ , la valeur de la différence de charge  $\Delta h$  reste constante dans toutes les directions (Hubbert 1956). La forme généralisée de l'équation 1.1 pour un écoulement multidirectionnel où  $K$  pourrait avoir un caractère tensoriel est (Équation 1.2).

$$\vec{w} = -\bar{K} \cdot \overrightarrow{grad}h, \quad \bar{K} = \frac{\rho g}{\mu} \bar{k} \quad (1.2)$$

$$\bar{k} = \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{pmatrix}$$

Où  $\vec{w}$  est le vecteur champ de vitesse  $[L/T]$ ,  $\overrightarrow{grad}$  est l'opérateur *gradient*,  $\bar{K}$  et  $\bar{k}$  sont respectivement les tenseurs de la conductivité hydraulique  $[L/T]$  et de la perméabilité intrinsèque  $[L^2]$ . Les termes  $k_{ij}$ ,  $i, j = x, y, z$  sont les éléments du tenseur de perméabilité  $\bar{k}$  indiquant l'écoulement dans la direction  $i$  engendré par un gradient hydraulique orienté dans la direction  $j$ . Le tenseur  $\bar{k}$  est la variable qui prend en compte la forme et la rugosité des pores selon la relation  $k = \chi \phi^2$  avec  $\chi$  le facteur de forme [adimensionnel] et  $\phi$  le diamètre moyen des grains  $[L]$ .

L'équation de Darcy présente plusieurs limites (Marle 2006, Govindarajan 2019) qui sont prises en compte par les solutions analytiques/numériques basées sur la résolution de l'équation de diffusivité. Par exemple, la loi de Darcy suppose un écoulement macroscopique moyenné sur un ensemble poreux homogène, isotrope, dans lequel l'écoulement est laminaire, à la différence des équations de Navier-Stokes adaptées à la description des écoulements à l'échelle microscopique. L'équation de Darcy ne peut donc être appliquée à l'échelle des pores (échelle microscopique) caractérisée par un domaine hétérogène où les champs de vitesses et les trajectoires des particules fluides sont complexes, variables continuellement et presque impossibles à mesurer (Narsilio et al. 2009, Govindarajan 2019).

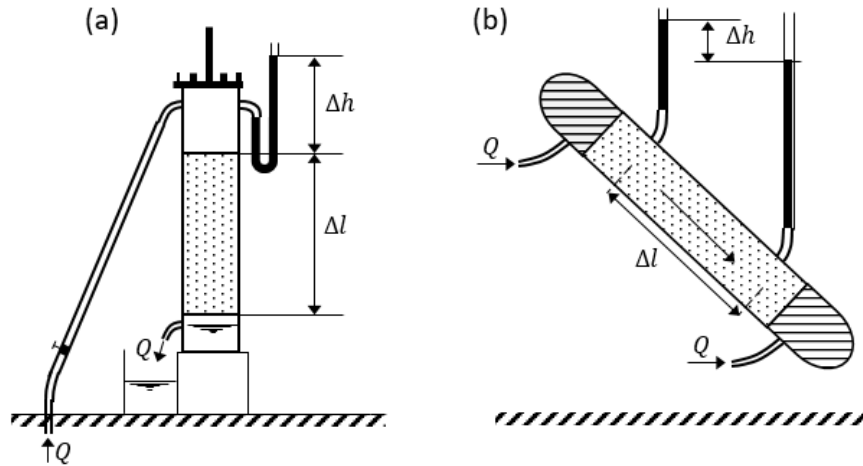


Figure 2: Illustration du dispositif expérimental de Darcy : a) écoulement vertical descendant ; b) écoulement dans une direction quelconque.

Source : a) redessiné à partir de Delleur (2006) et b) redessiné à partir de Hubbert (1956).

### 1.2.2 ÉQUATION DE CONTINUITÉ

L'établissement de l'équation de continuité se base sur le principe fondamental de conservation de la matière énoncé pour la première fois par le chimiste Antoine Laurent Lavoisier : « rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme ». En effet, l'équation de continuité exprime la conservation de masse lors de l'écoulement d'un fluide à travers un volume de contrôle ou volume infinitésimal fermé fixe  $dV$  (figure 3). En d'autres termes, sur une variation de temps élémentaire  $dt$ , la variation de la masse  $dm$  de fluide contenu dans le volume élémentaire  $dV$  est égale à la somme algébrique des flux massiques spécifiques  $d(\rho w)$  traversant la surface du volume de contrôle considéré. À l'échelle microscopique (soit dans le milieu continu fluide ou solide), l'équation de continuité dans le repère d'Euler est donnée par la relation suivante (Équation 1.3).

$$\operatorname{div}(\rho_i \vec{w}) + \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \rho q = 0 \quad (1.3)$$



Où l'indice  $i$  représente soit la phase solide ou liquide,  $q$  est le débit d'écoulement par unité de volume de fluide prélevé  $[T^{-1}]$ . Cependant, du fait de la coexistence des deux phases dans le milieu poreux, l'élaboration de l'équation de continuité à l'échelle macroscopique se fait en introduisant la notion de porosité ponctuelle  $\omega$  qui rend compte de la fraction de vide par rapport au volume de contrôle. Le passage de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique se fait de deux manières : soit par intégration dans l'espace ou par une définition probabiliste à partir de l'espérance mathématique des grandeurs  $w$ ,  $\rho$  et  $\omega$  au point  $P(x, y, z)$  de l'espace considéré, pour l'ensemble des réalisations possibles du milieu (De Marsily 1986, 2004). Peu importe le type de transformation utilisé, l'équation de continuité se définit à l'échelle macroscopique de la manière suivante (Équation 1.4) :

$$\operatorname{div}(\rho \vec{w}) + \frac{\partial(\omega \rho)}{\partial t} + \rho q = 0 \quad (1.4)$$

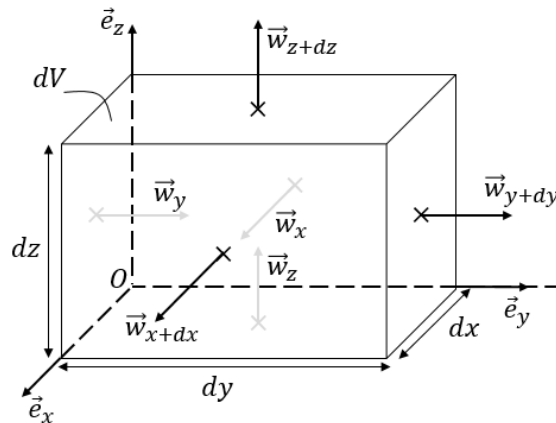


Figure 3: Présentation des flux à la surface d'un volume de contrôle.

### 1.2.3 ÉQUATION D'ÉTAT FLUIDE-SOLIDE

Dans le milieu poreux où résident à la fois solide et liquide, la libération de l'eau du stockage dans des conditions de diminution de charge hydraulique  $h$  se produit par deux mécanismes : (1) la compaction de l'aquifère causée par l'augmentation de la contrainte effective, et (2) l'expansion de l'eau causée par la diminution de la pression interstitielle  $p$ . Le premier de ces mécanismes est contrôlé par la compressibilité de l'aquifère  $\bar{\alpha}$  tandis que le second est contrôlé par la compressibilité du fluide  $\bar{\beta}$  (généralement négligeable pour l'eau) tel que :

$$\bar{\alpha} = \frac{3(1 - 2\vartheta)}{E} \quad \text{et} \quad \bar{\beta} = -\frac{1}{V_p} \left( \frac{\partial V_p}{\partial p} \right)_T \quad (1.5)$$

Où  $\bar{\alpha}$  et  $\bar{\beta}$  sont respectivement les coefficients de compressibilité volumétriques des phases solides et liquides  $[M^{-1}.L.T^2]$ ,  $V_p$  est le volume des pores  $[L^3]$ ,  $p$  est la pression interstitielle  $[M.L^{-1}.T^{-2}]$ ,  $\bar{T}$  est la température  $[O]$ ,  $E$  est le module d'Young  $[M.L^{-1}.T^{-2}]$ ,  $\vartheta$  est le coefficient de poisson [-].

En combinant les équations de Darcy (Équation 1.2), de conservation de masse (Équation 1.4) et d'état fluide – solide (Équation 1.5), l'équation de diffusivité peut alors s'écrire en coordonnées cartésiennes (Équation 1.6). La résolution de cette équation passe nécessairement par la définition préalable d'hypothèses relatives aux conditions d'écoulement ou aux modèles conceptuels.

$$\text{div}[\bar{K} \cdot \overrightarrow{\text{grad}h}] = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{avec} \quad S_s = \rho g (\bar{\alpha} + \omega \bar{\beta}) \quad (1.6)$$

### 1.3 MODÉLISATION DES FLUX EN MILIEUX CONTINUS, HOMOGENES, ISOTROPES

#### 1.3.1 MODÈLE ANALYTIQUE DE THEIS (1935)

Theis propose pour la première fois en 1935 une solution transitoire particulière de l'équation de diffusivité (Équation 1.6) pour un écoulement provoqué soit par pompage ou par injection de fluide à débit constant dans un aquifère confiné (Delleur 2006). Ci-dessous sont listées quelques hypothèses de validité de la solution de Theis.

- L'aquifère est à nappe captive sans réalimentation, constitué d'un seul type de matériau homogène, horizontal avec une extension latérale infinie et une épaisseur  $b$  constante sur toute la zone d'influence (figure 4).
- Les propriétés hydrauliques sont homogènes (c.-à-d. les valeurs macroscopiques de  $K$  et  $S_s$  demeurent identiques partout dans l'aquifère) et isotropes (c.-à-d. en tout point donné de l'aquifère, les valeurs de  $K$  et  $S_s$  sont identiques dans toutes les directions de l'espace).
- Le puits est de construction parfaite avec un rayon infinitésimal (faible capacité d'emmagasinement). Ainsi, l'eau libérée provient uniquement du stockage de l'aquifère.
- Le puits pénètre totalement l'aquifère, ce qui provoque un écoulement horizontal radial et orienté vers le puits lors de l'essai.
- L'écoulement à l'échelle macroscopique vérifie la loi de Darcy.

Ces hypothèses permettent d'écrire l'équation de diffusivité (Équation 1.6) en coordonnées radiales de la façon suivante (Équation 1.7) :

$$\frac{K}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial h}{\partial r} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{avec} \quad S_s = \rho g (\bar{\alpha} + \omega \bar{\beta}) \quad (1.7)$$

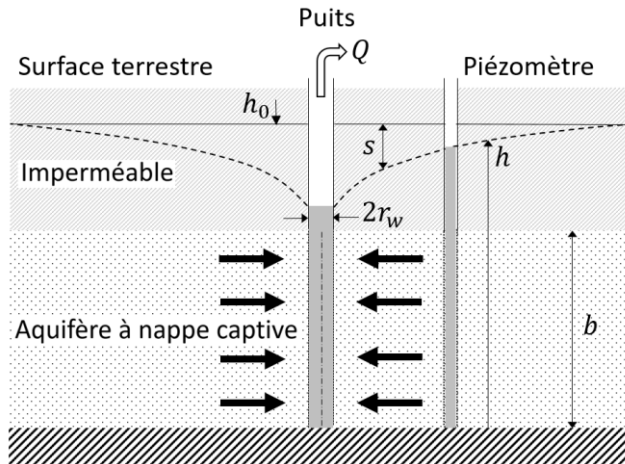


Figure 4 : Illustration du modèle conceptuel de Theis (1935).

Les conditions aux limites internes à la source et externes (relatives au milieu) ainsi que les conditions initiales considérées par Theis pour résoudre l'équation 1.7 sont données :

- Le débit de pompage/injection est constant :

$$Q = \begin{cases} 0, & t = 0 \\ \text{constant}, & t > 0 \end{cases}$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial s}{\partial r} = -\frac{Q}{2\pi K b}, \quad t \geq 0$$

Le débit  $Q$  est considéré positif en pompage et négatif en injection.

- La charge hydraulique initiale  $h_0$  est constante partout avant l'essai ( $h(r, 0) = h_0$ ). Cela implique une surface piézométrique horizontale avec un gradient hydraulique nul. Ainsi, toute variation spatiotemporelle de la charge hydraulique est due uniquement qu'au pompage/injection.

- En tout instant  $t$  pendant le pompage ou l'injection, la charge hydraulique est constante à l'infini ( $h(\infty, t) = h_0$ ).

La solution de Theis (1935) s'écrit (Équation 1.8) :

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} W(u), \text{ avec } s(r, t) = h_0 - h(r, t), W(u) = E_1(u) \text{ et } u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (1.8)$$

Où  $s(r, t)$  [L] est le rabattement à une distance  $r$  quelconque par rapport au puits de pompage/injection ( $r = r_w$  avec  $r_w$  le rayon du puits si l'observation est effectuée dans le puits de pompage/injection) ;  $T[L^2/T]$  la transmissivité  $T = Kb$  ;  $S[ ]$  le coefficient d'emmagasinement de l'aquifère  $S = S_s b$  et  $t[T]$  le temps écoulé.  $W(u)$  est fonction du puits, égale à la fonction exponentielle intégrale  $E_1(u)$  dont l'expression est donnée par l'équation 1.9 et dont la représentation graphique est donnée à la figure 5-a.

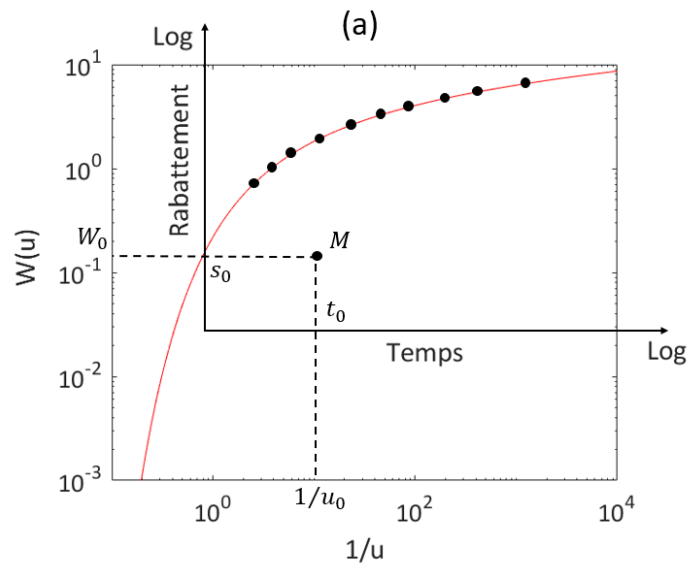
$$E_1(u) = \int_u^{\infty} \frac{e^{-\tau}}{\tau} d\tau \quad (1.9)$$

Où  $\tau$  est la variable d'intégration. La solution de Theis (Équation 1.8) montre une relation de proportionnalité entre le rabattement  $s(r, t)$  et la fonction  $W(u)$  et dont le coefficient de proportionnalité est  $\frac{Q}{4\pi T}$ . Ainsi, le rabattement mesuré lors d'un essai transitoire est normalement proportionnel au débit de pompage/injection. De ce fait, les rabattements seront plus importants d'autant plus que le débit de pompage est élevé. De plus, l'unicité de la fonction  $W(u)$  entraîne une superposition des courbes  $W(u)$  vs.  $1/u$  et  $s(r, t)$  vs.  $t/r^2$  quelles que soient les propriétés hydrauliques de l'aquifère testé. La détermination des propriétés hydrauliques du milieu avec l'approche de Theis se fait donc par résolution graphique c.-à-d. par calage vertical et horizontal de la courbe de rabattement, ce qui permet de déterminer les paramètres  $W_0, s_0, t_0, u_0$  qui sont les coordonnées du « *match-point M* » dans les deux repères

(figure 5-a). Les expressions de la conductivité hydraulique et du coefficient d'emmagasinement spécifique sont respectivement données par les équations 1.10 et 1.11. Aussi, les figures 5-b,c montrent respectivement les influences de  $K$  et  $S_s$  sur le rabattement. Les figures 5-b et 5-c montrent respectivement que les valeurs élevées de conductivité hydraulique et de coefficient d'emmagasinement spécifique induisent une augmentation moins rapide des rabattements dans le temps.

$$K = \frac{Q}{4\pi b} \frac{W_0}{s_0} \quad (1.10)$$

$$S_s = \frac{4K}{r^2} t_0 u_0 \quad (1.11)$$



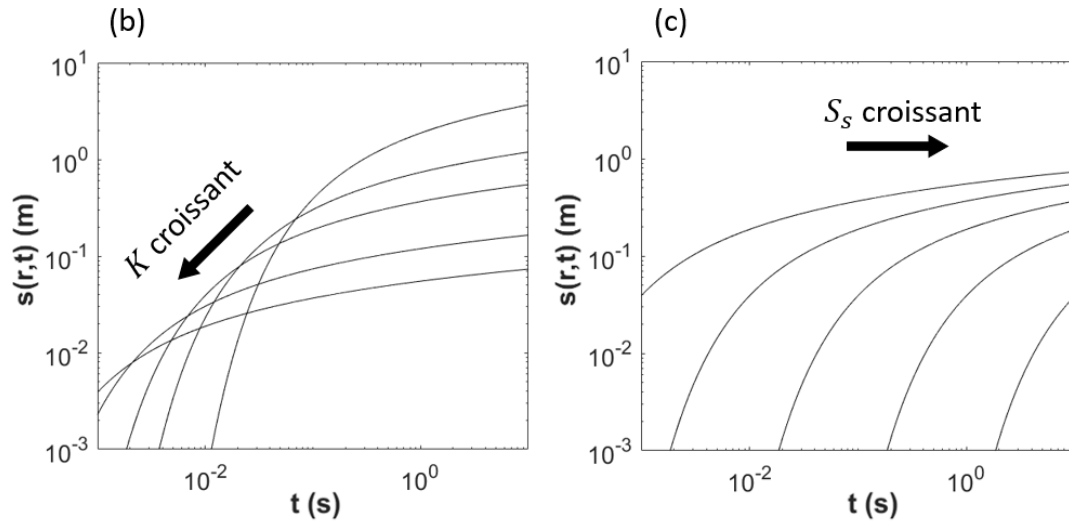


Figure 5 : a) Illustration de l'application de la méthode de Theis ; b) et c) montrent respectivement l'influence de la conductivité hydraulique  $K$  et du coefficient d'emmagasinement spécifique  $S_s$  sur la fonction du rabattement.

### 1.3.2 APPROXIMATION DE COOPER-JACOB (1946)

L'approche de Theis étant relativement laborieuse et présentant des incertitudes de mesures graphiques, Copper and Jacob (1946) proposent une simplification en supposant les mêmes hypothèses de base du modèle de Theis et en approximant la fonction du puits  $W(u)$  par son développement en séries entières (Équation 1.12) :

$$W(u) = -\bar{\gamma} - \ln(u) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-u)^m}{m \cdot m!} \quad (1.12)$$

Où  $\bar{\gamma}$  est la constante d'Euler ( $\bar{\gamma} = 0.577216$ ). Cette approche est valable pour les valeurs de  $u$  inférieures à une valeur critique  $u_c$  ( $u < u_c$ ), ce qui permettrait de négliger le terme de sommation devant les deux premiers termes ( $-\bar{\gamma} - \ln(u)$ ). Certains manuels d'hydrogéologie estiment  $u_c$  à 0.01; 0.02 ou 0.05. La solution de Copper and Jacob (1946) s'écrit (Équation 1.13) :

$$\begin{aligned}
s(r, t) &= \frac{Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt}{r^2 S}\right) = \frac{Q}{4\pi T} \ln(t) + \frac{Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25T}{r^2 S}\right) \\
&= -\frac{Q}{2\pi T} \ln(r) + \frac{Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt}{S}\right)
\end{aligned}
\tag{1.13}$$

L'approximation de Copper and Jacob (1946) est ainsi valable pour les temps longs ( $t > \frac{r^2 S}{4Tu_c}$ ) ou les distances courtes ( $r < \sqrt{\frac{4Tu_c}{S}}$ ) où les séries temporelles  $s(r, t)$  vs.  $t$  et spatiales  $s(r, t)$  vs.  $r$  – ce dernier cas est rarement employé – prennent la forme d'une droite dans une échelle semi-logarithmique comme le démontre l'équation 1.13. Les figures 6-a,b représentent deux séries de données (temporelle et spatiale) du rabattement de Copper and Jacob (1946).

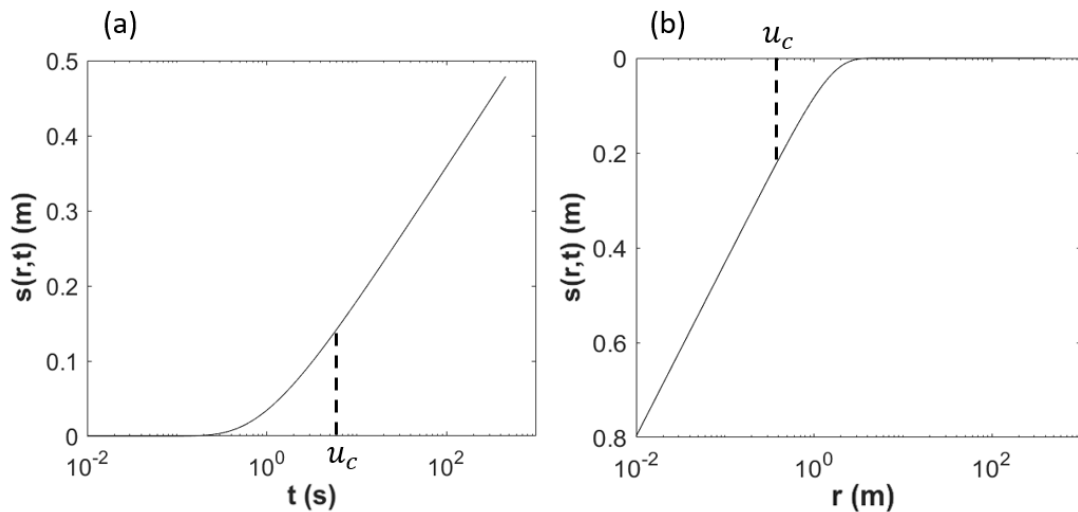


Figure 6 : Représentation du rabattement en fonction du temps (a) et de la distance (b) dans une échelle semi-logarithmique.

N.B. Les deux solutions qui prônent un régime d'écoulement radial avec des équipotentielles de formes circulaires autour du puits (figure 7-a), se basent sur les mêmes hypothèses énoncées précédemment, ce qui les rend très idéalistes. En particulier, l'approche de Cooper-Jacob est plus simple à utiliser et permet de déterminer les propriétés hydrauliques de l'aquifère à partir d'une régression linéaire, tandis que le calage par la méthode de Theis pourrait induire plus d'incertitudes de lecture (Chow 1952). Toutefois, nonobstant les avantages de l'approche de Cooper-Jacob, le choix de la bonne pente reste en pratique un



challenge majeur pour les praticiens surtout lorsque les données sont bruitées et ne présentent pas de tendances linéaires stables. Dans les milieux hétérogènes, les méthodes de Theis et Cooper-Jacob pourraient aboutir à différentes valeurs des propriétés hydrauliques (Butler 1990). Encore, le domaine de validité de la solution de Cooper-Jacob ( $u < u_c$ ) ne permet pas de suivre l'évolution réelle du cône de rabattement car celle-ci se base sur une approximation de la solution de Theis (figure 7-b).

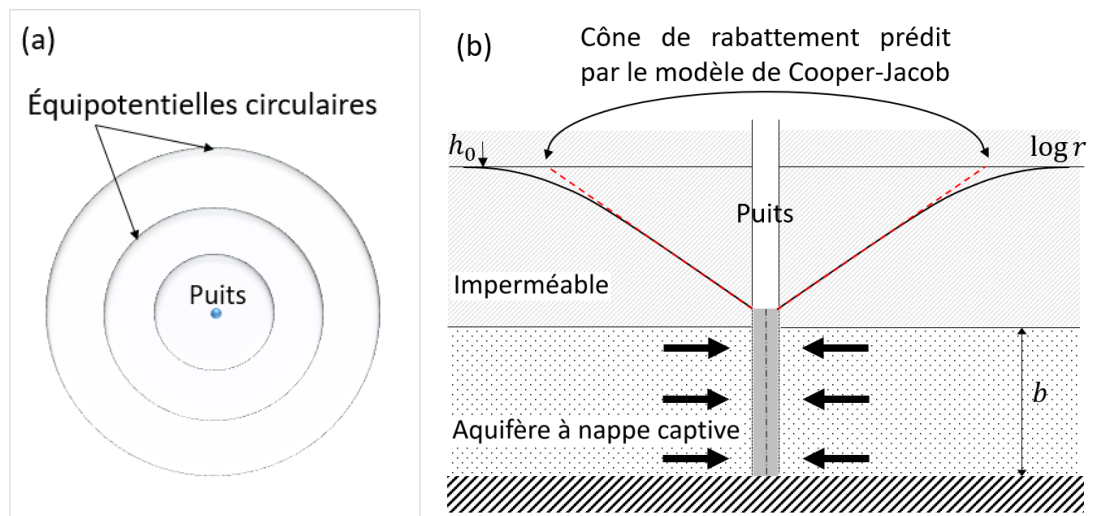


Figure 7 : a) Illustration des formes circulaires d'équipotentiels dans les modèles conventionnels radiaux ; b) Illustration du cône de rabattement prédit par le modèle de Cooper-Jacob (1946) dont l'extension peut être supérieure ou inférieure à celle prédite par le modèle de Theis (1935) dépendamment de la précision de lecture.

### 1.3.3 QUELQUES LIMITES DES MODÈLES CONVENTIONNELS RADIAUX

Les modèles conventionnels radiaux (Theis, Cooper-Jacob) sont très utilisés par les hydrogéologues praticiens pour interpréter les données d'essais de pompage. Cela est tout à fait cohérent avec l'apparition fréquente du comportement radial dans le milieu naturel tel que rapporté par certains auteurs à travers des études statistiques (Rafini 2008, Ferroud et al. 2018a). Cependant, force est de constater une manifestation significative des comportements hydrauliques non radiaux dans certains contextes géologiques (Ferroud et al. 2018b), limitant

ainsi l'application des modèles conventionnels radiaux à ces contextes. Ci-dessous, quelques points sont énumérés pour étayer les limites des modèles conventionnels.

- Les modèles conventionnels imposent une limite infinie aux aquifères alors qu'en réalité, tous les aquifères sont de dimensions finies et délimités par des frontières hydrauliques naturelles de natures variées (imperméables, à charges constantes, et bien d'autres types). Ces frontières ou objets hydrauliques sont capables d'influencer l'hydrodynamique des aquifères lorsqu'ils sont présents dans le rayon d'influence d'un essai de pompage. Dans de tels contextes, les modèles conventionnels (Theis, Cooper-Jacob) ne sont valables que dans les temps relativement moyens, c.-à-d. avant que le front de pression n'atteigne les frontières. Par exemple, une analyse comparée des images de la figure 8 permet de mettre en évidence certains comportements hydrodynamiques visuellement similaires, pourtant obtenus dans différents contextes hydrogéologiques. Or, même si les courbes de rabattement laissent paraître un comportement initial semblable à celui du modèle de Theis (figure 8-a), on observe soit une augmentation (figures 8-b,c) ou une stabilisation (figures 8-d,e,f) du rabattement dans les temps longs. Les dérivées logarithmiques quant à elles, affichent des comportements tout à fait différents, ce qui confirme la variabilité des contextes géologiques. Les différences des courbes par rapport au modèle de Theis décrédibilisent l'idée de l'existence d'un modèle unique infini permettant de décrire les comportements complets observés sur le terrain (Renard et al. 2009).

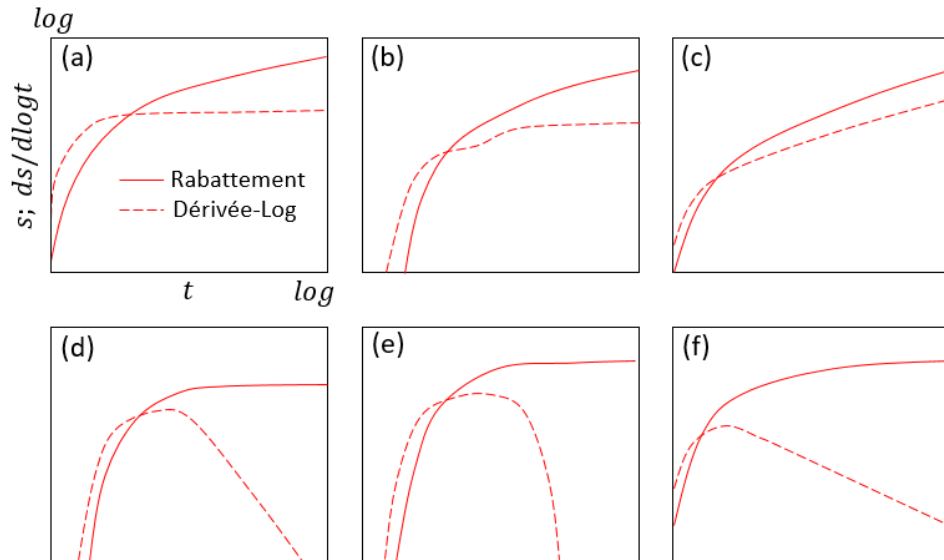


Figure 8 : Quelques comportements hydrauliques types rencontrés en hydrogéologie : a) modèle de Theis ; b) frontière linéaire infinie ; c) modèle GRF : dimension d'écoulement inférieure à 2 ; d) frontière de recharge linéaire ; e) leaky aquifer ; f) modèle GRF : dimension d'écoulement supérieure à 2.

Source : Images redessinées à partir de Renard et al. (2009).

- La méthode de Cooper-Jacob est certes simple à utiliser pour déterminer les propriétés hydrauliques des aquifères, cependant celle-ci se base sur une partie de l'information c.-à-d. uniquement sur les données relatives aux temps longs. Bien que l'utilisation d'une partie seulement de la courbe de rabattement soit justifiée lorsque l'aquifère est homogène, cependant, dans le cas d'un aquifère hétérogène, l'application de l'approche de Cooper-Jacob pourrait conduire à ignorer une bonne partie de l'information (Copty et al. 2011).
- Dans les milieux fracturés, où l'écoulement s'effectue de manière très localisée à travers des structures discrètes (ou discontinuités), l'écoulement pourrait être non radial si la taille des discontinuités est grande devant l'échelle d'investigation. Dans de tels contextes, l'application des modèles conventionnels theissiens pourrait ainsi conduire à des erreurs d'interprétation.

- L'hypothèse d'un écoulement horizontal, radial, orienté vers le puits ne peut être validée dans les cas suivants : 1) la source est très locale, de dimension réduite par rapport à l'épaisseur de l'aquifère (figure 9-a) (NRC 1996) ; le puits est à pénétration partielle (figure 9-b) (Wang et al. 2013) ; le puits est à pénétration totale dans un aquifère à substratum incliné (figure 9-c) (Ferroud et al. 2018c). Dans ces situations particulières, le régime radial primaire est de très courte durée, mais les surfaces des équipotentielles se modifient et deviennent sphériques rapidement ou dans le moyen, long terme. 2) la source est plane dans un aquifère rectangulaire (figure 9-d) (Gringarten and Ramey 1973) ; la source est linéaire dans une faille (figure 9-e) (Ferroud et al. 2018c). Dans ces cas, les surfaces d'équipotentielles sont constantes et le régime d'écoulement est linéaire.

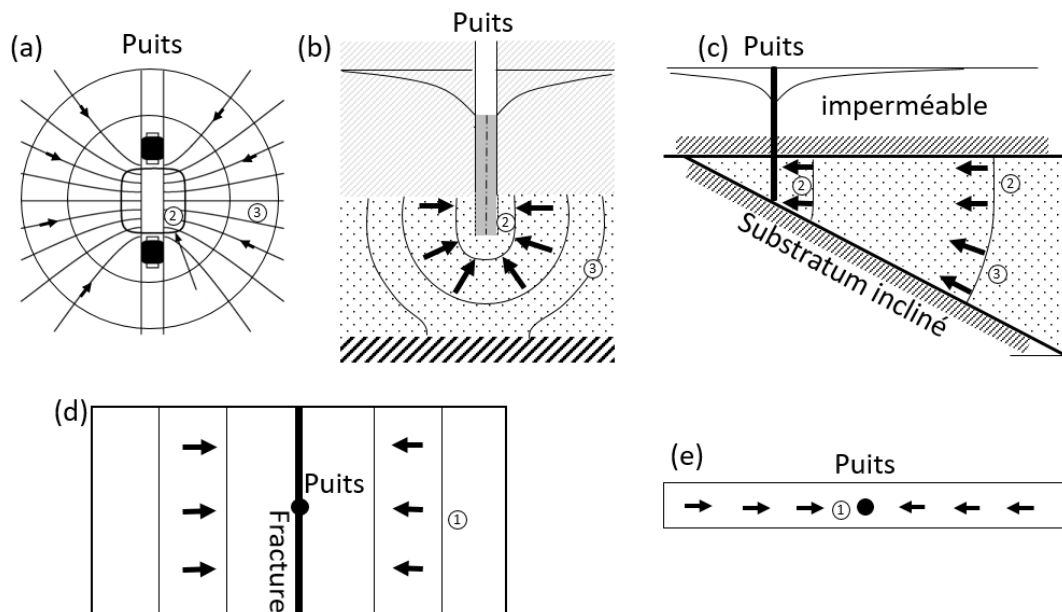


Figure 9 : Tracé schématique des lignes d'écoulement radiales et non radiales dans divers modèles conceptuels : a) test entre deux obturateurs ; b) puits à pénétration partielle ; c) aquifère à substratum incliné ; d) modèle rectangulaire à source plane verticale ; e) modèle linéaire à source ponctuelle. Sur ces images, les numéros (1), (2) et (3) correspondent respectivement aux zones de flux linéaires, radiaux et sphériques.

Sources : a) redessiné à partir de NRC (1996) cité par Rafini (2008) ; c) redessiné à partir de Ferroud et al. (2018b), d) redessiné à partir de Gringarten and Ramey (1973).

#### 1.4 MODÉLISATION DES FLUX EN MILIEUX CONTINUS, HOMOGENES, ANISOTROPES

Face à l'incapacité des modèles conventionnels radiaux (Theis, Cooper-Jacob) à reproduire l'écoulement dans les systèmes non radiaux, Papadopoulos (1965) propose une solution analytique qui suppose un milieu poreux continu, homogène, anisotrope (Reed 1980). L'anisotropie du milieu confère à la transmissivité une forme tensorielle. L'écoulement étant supposé horizontal, le tenseur de transmissivité est donné par l'équation 1.14. À l'exception du critère d'anisotropie du milieu, l'approche proposée par Papadopoulos (1965) se base sur les mêmes hypothèses du modèle de Theis évoquées précédemment.

$$\bar{T} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & 0 \\ T_{yx} & T_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad T_{xy} = T_{yx} \quad (1.14)$$

Où les éléments  $T_{ij}$ ,  $i, j = x, y, z$  sont les composantes du tenseur de transmissivité  $\bar{T}$ .

L'équation de diffusivité ainsi exprimée en coordonnées cartésiennes dans le repère général ( $Oxy$ ) dont l'origine coïncide avec la source est la suivante (Équation 1.15).

$$\text{div}[\bar{K} \cdot \overrightarrow{\text{grad}h}] = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad \rightarrow \quad T_{xx} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + 2T_{xy} \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + T_{yy} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1.15)$$

Où  $\text{div}$  est l'opérateur mathématique du divergent. Les conditions initiales ainsi que celles aux limites permettant de résoudre l'équation 1.15 sont les suivantes (Équation 1.16) :

$$\begin{aligned} h(x, y, t = 0) &= h_0 \\ h(\pm\infty, y, t) &= h_0 \\ h(x, \pm\infty, t) &= h_0 \end{aligned} \quad (1.16)$$

La solution de Papadopulos (1965) s'écrit comme suit (Équation 1.17).

$$s(x, y, t) = h_0 - h(x, y, t) = \frac{Q}{4\pi \sqrt{T_{xx}T_{yy} - T_{xy}^2}} W(u_{xy}) \quad (1.17)$$

$$u_{xy} = \frac{S}{4t} \left( \frac{T_{xx}y^2 + T_{yy}x^2 - 2T_{xy}xy}{T_{xx}T_{yy} - T_{xy}^2} \right)$$

L'application de la solution proposée par Papadopulos (1965) nécessite l'observation du rabattement dans au moins trois puits d'observation ayant pour coordonnées  $(x_i, y_i)_{i=1,2,3}$  dans le plan. La détermination des composantes du tenseur  $\bar{T}$  ainsi que le coefficient d'emmagasinement  $S$  (supposé constant) se fait par un calage graphique de chacune des séries de données de rabattement enregistrées  $(s \text{ vs. } t)_{i=1,2,3}$  avec la courbe type de Theis ( $W(u) \text{ vs. } 1/u$ ). En effet, avec le principe du « *match-point* », chaque calage permet de déterminer les couples  $(u_{0,i}, W_{0,i})_{i=1,2,3}$  et  $(s_{0,i}, t_{0,i})_{i=1,2,3}$  qui serviront à : i) déterminer la transmissivité équivalente  $T_{eq}$ , ii) déterminer le triplet  $(ST_{xx}, ST_{yy}, ST_{xy})$ , iii) déterminer le coefficient d'emmagasinement  $S$  ainsi que les composantes du tenseur  $\bar{T}$ .

- Détermination de la transmissivité équivalente  $T_{eq}$  :

La transmissivité équivalente est déterminée à partir de l'équation 1.18 :

$$T_{eq} = T_{xx}T_{yy} - T_{xy}^2 = \text{moyenne} \left[ \left( \frac{Q}{4\pi} \frac{W_{0,i}}{s_{0,i}} \right)^2 \right], \quad i = 1,2,3 \quad (1.18)$$

- Détermination du triplet  $(ST_{xx}, ST_{yy}, ST_{xy})$  :

La détermination du triplet  $(ST_{xx}, ST_{yy}, ST_{xy})$  se fait par la résolution du système d'équations suivant (Équation 1.19) qui découle de l'expression du paramètre  $u_{xy}$  dans l'équation 1.17.

$$y_i^2(ST_{xx}) + x_i^2(ST_{yy}) - 2x_i y_i(ST_{xy}) = 4u_{0,i}t_{0,i}T_{eq}, \quad i = 1,2,3 \quad (1.19)$$

- Détermination du coefficient d'emmagasinement  $S$  et des composantes du tenseur  $\bar{T}$  :

La valeur du coefficient d'emmagasinement  $S$  est déterminée selon l'équation 1.20 en se servant des valeurs du triplet  $(ST_{xx}, ST_{yy}, ST_{xy})$  et de la transmissivité équivalente  $T_{eq}$ . La connaissance du coefficient d'emmagasinement  $S$  permet de déterminer le triplet  $(T_{xx}, T_{yy}, T_{xy})$ .

$$S = \sqrt{\frac{(ST_{xx})(ST_{yy}) - (ST_{xy})^2}{T_{eq}}} \quad (1.20)$$

Si le couple  $(\epsilon, \tau)$  forme le repère dont les axes coïncident avec les directions principales du tenseur de transmissivité, alors les éléments principaux du tenseur (transmissivité majeure  $T_{\epsilon\epsilon}$  et transmissivité mineure  $T_{\tau\tau}$ ) ainsi que l'angle de rotation  $\Psi$  sont exprimés par les équations suivantes (Équation 1.21) :

$$\begin{aligned} T_{\epsilon\epsilon} &= \frac{1}{2} \left[ T_{xx} + T_{yy} + \sqrt{(T_{xx} - T_{yy})^2 + 4T_{xy}^2} \right] \\ T_{\tau\tau} &= \frac{1}{2} \left[ T_{xx} + T_{yy} - \sqrt{(T_{xx} - T_{yy})^2 + 4T_{xy}^2} \right] \\ \Psi &= \arctan \left( \frac{T_{xx} - T_{yy}}{T_{xy}} \right) \end{aligned} \quad (1.21)$$

Ces résultats montrent que les équipotentiels admettent une forme elliptique autour de la source et dont les petits et grands axes sont orientés respectivement dans les directions des axes mineurs et majeurs du tenseur de transmissivité (figure 10). Sur cette figure, les notations  $Pz_i$  avec  $i = 1, 2, 3$  représentent les points d'observation.

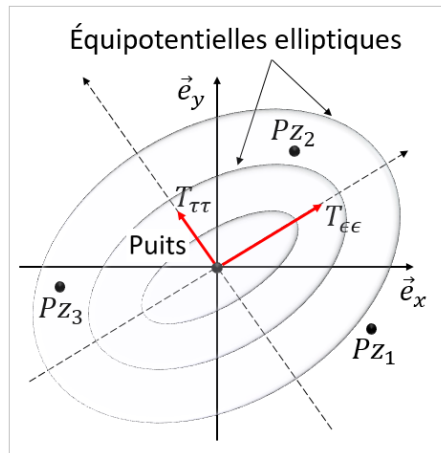


Figure 10 : Illustration des formes d'équipotentiels elliptiques autour de la source.

### 1.5 MODÉLISATION DES FLUX EN MILIEUX HÉTÉROGÈNES

La mise en place des formations aquifères se fait par des processus géologiques naturels : dépôts de sédiments dans les aquifères granulaires ou déformations et altérations des roches dans les aquifères fracturés (Freeze 1975). Ces processus induisent une variabilité spatiale des propriétés hydrauliques des aquifères (conductivité hydraulique  $K$ , coefficient d'emmagasinement  $S_s$ ) du fait de la présence de matériaux de natures ou de granulométries différentes (aquifères granulaires), ou encore du fait de la présence de structures discrètes (fissures, fractures, failles, cavités etc.) dans les roches (aquifères fracturés). Ces formations hétérogènes sont parfois caractérisées par des comportements hydrauliques complexes avec des flux discontinus, des lignes d'écoulements variées et des formes d'équipotentiels irrégulières autour de la source. L'une des questions importantes qui se posent lorsqu'on considère l'écoulement d'un fluide à travers une formation hétérogène est de savoir si l'hétérogénéité se comporte ou non sur le plan hydrodynamique comme un milieu poreux homogène idéal (Papadopoulos 1965, Long et al. 1982). Dans ce type de contexte, l'hétérogénéité pourrait être représentée de deux manières : i) selon l'approche du continuum équivalent où l'écoulement est moyenné sur un ensemble volumétrique impliquant une réponse hydraulique uniforme et ii) selon l'approche discrète où l'écoulement dans les



structures discrètes est représenté explicitement induisant des ruptures dans l'organisation des lignes de courant. Ces deux types de représentation seront abordées dans la présente section.

## **1.5.1 APPROCHE DU MODÈLE CONTINU ÉQUIVALENT**

### **1.5.1.1 VOLUME ÉLÉMENTAIRE REPRÉSENTATIF (VER)**

Le développement théorique de l'approche du continuum équivalent repose sur la représentation du milieu hétérogène par un milieu poreux continu homogène qui aurait un tenseur théorique équivalent de conductivité hydraulique uniforme sur l'ensemble du domaine d'étude. Le continuum équivalent repose ainsi sur un écoulement moyenné à l'échelle macroscopique sur un ensemble volumétrique appelé volume élémentaire représentatif (VER). La construction d'un modèle continu impose certaines restrictions sur la taille du VER (Bachmat and Bear 1987, Bear and Bachmat 1991) qu'il faut déterminer convenablement en fonction de la nature de l'étude et aussi du contexte lithologique et tectonique (Clauser 1992, Schulze-Makuch and Cherkauer 1997, Schulze-Makuch et al. 1999). En effet, le VER marque l'échelle critique d'observation (VER minimal), au-delà de laquelle la conductivité hydraulique ne dépend plus de l'espace (figure 11). Au-delà de ce volume, le comportement du milieu réel s'apparente à celui d'un milieu poreux idéal (Hubbert 1956) et les équations décrivant l'écoulement d'un fluide en milieux homogènes sont valables (Bear 1972, Eaton 2006). Le VER doit aussi être inférieur (VER maximal) à l'échelle des variations majeures de la conductivité hydraulique (Brown et al. 2000, Anderson et al. 2015) (figure 11). Des indications sur la taille du VER ont été fournies par certains auteurs. En effet, il est de l'ordre du mètre cube pour le milieu granulaire (Wang et al. 2002, Min et al. 2004) et son diamètre varie de l'ordre hectométrique à kilométrique pour le milieu fracturé (Rafini 2008).

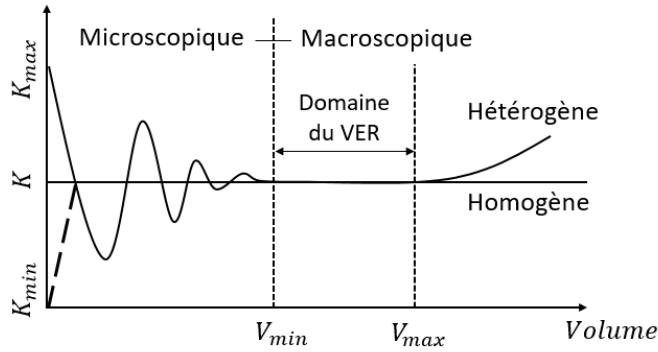


Figure 11 : Position conceptuelle d'un volume élémentaire représentatif (VER) dans le domaine macroscopique.

Source : Image redessinée à partir de Bear (1972) et Eaton (2006).

### 1.5.1.2 CONTINUUM ÉQUIVALENT : L'APPROCHE STOCHASTIQUE

Dans certains milieux hétérogènes où la taille de l'hétérogénéité est très petite devant l'échelle d'investigation, il devient difficile voire impossible de décrire analytiquement ou numériquement l'hétérogénéité de manière déterministe avec exactitude (Alabert 1989). Dans de tels contextes, l'une des méthodes utilisées pour décrire l'hétérogénéité est l'approche stochastique ou probabiliste, caractérisée par la propriété selon laquelle un ensemble donné de circonstances ne conduit pas toujours au même résultat (de sorte qu'il n'y ait pas de régularité déterministe), mais à des résultats différents de telle sorte qu'il y ait une régularité statistique (Robin et al. 1993). Cela permet d'attribuer un caractère aléatoire aux propriétés hydrauliques et de ce fait, représenter leur variabilité spatiale à l'aide d'une fonction de distribution statistique (Gelhar 1993, Copty et al. 2006). Le problème se limite à la description statistique de la conductivité hydraulique et du coefficient d'emmagasinement dans les aquifères granulaires (Herweijer and Young 1991, Schad and Teutsch 1994), cependant dans les aquifères fracturés, il faut aussi décrire la distribution spatiale i) des longueurs de fractures, ii) de leurs orientations, iii) de leurs densités, et iv) de leurs positions (Chang and Yortsos 1990, Acuna and Yortsos 1995).

Les règles de probabilité qui s'appliquent sont telles qu'elles permettent de générer synthétiquement une architecture géologique et/ou des valeurs de propriétés hydrauliques qui imitent certaines caractéristiques de la réalité (Robin et al. 1993). L'approche stochastique marque une absence de relation univoque entre le milieu réel et les modèles théoriques car plusieurs réalisations pourront décrire globalement le même comportement du milieu réel. La synthèse d'un modèle théorique caractérisé par un champ aléatoire requiert de prime abord d'identifier la loi statistique qui décrit la propriété hydraulique du milieu, puis de déterminer ses différents paramètres tels que la moyenne  $\bar{X}$ , l'écart-type  $\sigma$ , la variance  $\sigma^2$ , la fonction d'autocorrélation  $\beta(x_1, x_2)$  qui traduit le degré de continuité spatiale entre deux variables  $x_1$  et  $x_2$  (Rafini 2008). Il existe diverses techniques de simulation stochastique permettant de modéliser les variations complexes des propriétés spatiales (Long et al. 1982, Chiles 1989, Alabert 1989). Ces techniques permettent de générer de multiples modèles de réservoir à partir des paramètres statistiques quantitatifs de la variabilité spatiale des propriétés modélisées. Les paramètres de la loi statistique sont en effet déterminés sur une population d'échantillons réels de taille généralement réduite pour contraindre les modèles théoriques à représenter significativement le milieu réel. Ainsi, en supposant que le champ aléatoire obéit aux critères de stationnarité et d'ergodicité (Ganoulis 1985), alors il est possible de générer un nombre conséquent de valeurs de la variable aléatoire pour modéliser le milieu. Le milieu théorique ainsi synthétisé est considéré comme géostatistiquement équivalent au milieu réel.

La conductivité hydraulique est généralement considérée comme une variable aléatoire qui suit une distribution log-normale dans la nature  $K \sim \log N$  (Coptly et al. 2006), ce qui permet d'écrire que  $Y = \ln K$  suit une distribution normale  $Y \sim N(\bar{X}, \sigma^2)$ , tandis que le coefficient d'emmagasinement varie très peu et est considéré comme constant. Ainsi, pour un champ aléatoire constitué de  $N$  valeurs de conductivités hydrauliques, la moyenne géométrique s'exprime de la façon suivante (Équation 1.22) :

$$K_g = e^{\bar{X}} = \left( \prod_{i=1}^N K_i \right)^{\frac{1}{N}} \quad \text{avec} \quad \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln K_i \quad (1.22)$$

Dans les milieux hétérogènes supposés statistiquement homogènes, les réponses hydrauliques observées en simulations numériques montrent une dépendance aux paramètres statistiques de la distribution, notamment la variance (Meier et al. 1998, Copty and Findikakis 2003a, 2004, Copty et al. 2006). Aussi, Meier et al. (1998), Copty and Findikakis (2003) montrent que l'influence de l'hétérogénéité sur la réponse hydraulique se fait ressentir dans les temps courts tandis que dans les temps longs, l'effet de l'hétérogénéité s'atténue et le modèle réagit comme un modèle homogène. Cela est dû au fait que la surface du front de pression devient suffisamment grande devant la taille de l'hétérogénéité pour que l'écoulement soit moyenné. Le modèle à flux radial uniforme de Cooper-Jacob demeure ainsi applicable dans les temps longs pour les milieux hétérogènes en deux dimensions (Meier et al. 1998). La conductivité hydraulique équivalente alors obtenue est sensiblement égale à la moyenne géométrique des conductivités entrées dans le modèle hétérogène synthétique (Rafini 2008). Par ailleurs, les valeurs de conductivités hydrauliques estimées avec l'approche de Cooper-Jacob dans les piézomètres repartis autour du puits de pompage montrent une homogénéité spatiale tandis que celles du coefficient d'emmagasinement affichent une forte variabilité du fait de l'existence d'une multiplicité de chemins d'écoulement potentiels au sein du milieu hétérogène, dont l'influence sur l'écoulement est importante aux alentours de la source.

### 1.5.1.3 LE MODÈLE DE BARKER

#### ✓ Généralisation de l'écoulement

L'idée pour Barker (1988) de généraliser l'écoulement aux comportements hydrauliques non radiaux vient de l'incapacité à analyser les données de tests de packer réalisés dans la mine de Stripa en Suède à partir des modèles classiques 1D (densité de

fractures très faible, distribution anisotrope),  $2D$  (cas particulier de Theis déjà présenté) et  $3D$  (densité élevée, distribution isotrope), avec ou sans double porosité. Les termes  $1D$ ,  $2D$ , et  $3D$  ramènent à la géométrie des équipotentielles frontales autour du puits lorsque ces dernières traversent le milieu. La question qui se pose est comment intégrer à travers un modèle analytique unique tous les modèles analytiques qui traitent séparément les écoulements à dimensions différentes ? Ce problème amène Barker à généraliser l'écoulement à travers son modèle intitulé « *Generalized Radial Flow* » (GRF) en introduisant le concept de « *dimension d'écoulement* » noté  $n$ . Ce paramètre qui est un nombre réel compris entre 0 et 4, traduit de manière quantitative la réponse hydraulique macroscopique du milieu hétérogène. En d'autres termes, une valeur donnée de  $n$  décrit la manière dont réagit un aquifère lors d'un essai de pompage, plus précisément l'évolution du rabattement en fonction du temps. Ainsi, le modèle GRF permet de décrire mathématiquement l'écoulement dans les milieux à comportements radiaux et non radiaux. Les hypothèses du modèle de Barker sont résumées comme suit :

- L'écoulement est de dimension  $n$  à partir de la source dans un milieu uniforme, homogène, isotrope de conductivité hydraulique  $K$  et de coefficient d'emmagasinement spécifique  $S_s$ .
- La source d'où l'écoulement est produit est une sphère (au sens généralisé du terme) de dimension  $n$  projeté dans les trois dimensions de l'espace. Par exemple, une source cylindrique est une sphère  $2D$  (un cercle) projetée dans l'espace.
- L'écoulement obéit à la loi de Darcy.
- La source a un effet skin infinitésimal caractérisé par le facteur  $s_{sw}$ , c'est-à-dire la perte de charge à la surface de la source est proportionnelle au facteur  $s_{sw}$  et le flux à travers cette dernière.

- Tout piézomètre localisé dans le système aquifère a un rayon et une capacité de stockage négligeables.
- Les distances seront considérées de manière radiale autour de la source. Cela permet de négliger l'effet de la tortuosité des chemins d'écoulement. L'interprétation de cette hypothèse est que l'écoulement est moyenné sur un ensemble volumétrique et de ce fait, n'est pas défini à l'échelle des pores.

En effet, pendant l'écoulement, le profil de charge hydraulique peut être discrétisé en une infinité d'équipotentiels localisées chacune à une distance  $r$  donnée par rapport à la source. Pour élaborer l'équation de diffusivité généralisée, Barker (1988) établit un bilan massique entre deux équipotentiels voisines situées respectivement aux distances  $r$  et  $r + dr$  avec  $dr$  très petit (figure 12). Ces équipotentiels sont la projection d'une sphère (au sens généralisé du terme) de dimension  $n$  dans l'espace et par conséquent ont des surfaces actives (surfaces qui contribuent effectivement à l'écoulement) qui s'expriment de la manière suivante (Équation 1.23) :

$$A_n(r) = \alpha_n r^{n-1} b^{3-n} \quad \text{avec} \quad \alpha_n = 2\pi^{n/2} / \Gamma(n/2) \quad (1.23)$$

Où  $\alpha_n$  est la surface unitaire et  $b^{3-n}$  est l'extension de la surface sur laquelle est intégrée  $\alpha_n$  pour obtenir la surface totale active.

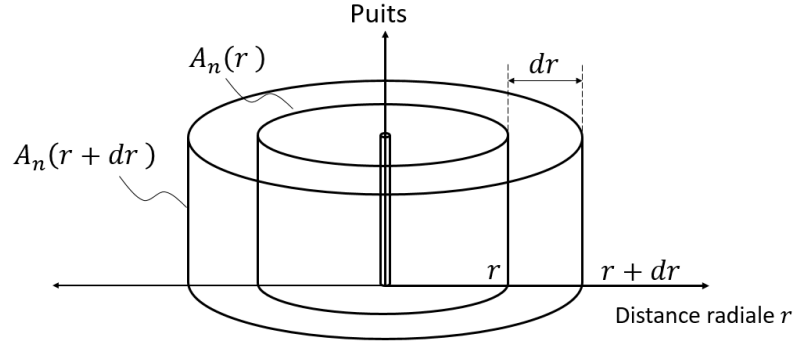


Figure 12 : Illustration schématique des équipotentiels selon le modèle GRF.

Le volume occupé par l'espace annulaire entre les surfaces d'équipotentiels lorsque  $\Delta r$  est très petit est donné par la formule suivante (Équation 1.24) :

$$dV = A_n(r) \cdot dr = \alpha_n r^{n-1} b^{3-n} \cdot dr \quad (1.24)$$

Ainsi, la quantité d'eau larguée suite à une baisse de charge hydraulique  $\Delta h$  pendant un espace de temps élémentaire  $dt$  est donnée par l'expression suivante (Équation 1.25) :

$$dV_e = dV \cdot dh \cdot S_s = \alpha_n r^{n-1} b^{3-n} \cdot dr \cdot dh \cdot S_s \quad (1.25)$$

Soit  $dV_e(r)$  et  $dV_e(r + dr)$  les quantités respectives de fluide traversant les surfaces en  $r$  et en  $r + dr$  pendant  $dt$ . La loi de Darcy permet d'écrire l'équation 1.26 :

$$dV_e(r) = K \cdot A_n(r) \cdot \frac{\partial}{\partial r} h(r, t) \cdot dt \quad (1.26)$$

$$dV_e(r + dr) = K \cdot A_n(r + dr) \cdot \frac{\partial}{\partial r} h(r + dr, t) \cdot dt$$

La variation totale de volume de fluide  $dV_e$  pendant  $dt$  est donc donnée par l'expression suivante (Équation 1.27) :

$$\begin{aligned}
dV_e &= dV_e(r + dr) - dV_e(r) \\
&= K \cdot dt \cdot \left[ A_n(r + dr) \cdot \frac{\partial}{\partial r} h(r + dr, t) - A_n(r) \cdot \frac{\partial}{\partial r} h(r, t) \right]
\end{aligned}
\tag{1.27}$$

En remplaçant  $A_n(r + dr)$  et  $A_n(r)$  par leurs expressions dans l'équation 1.27, alors on obtient l'équation 1.28 :

$$\begin{aligned}
dV_e &= K \cdot dt \cdot \alpha_n \cdot b^{3-n} \left[ (r + dr)^{n-1} \cdot \frac{\partial}{\partial r} h(r + dr, t) - r^{n-1} \cdot \frac{\partial}{\partial r} h(r, t) \right] \\
&= K \cdot dt \cdot \alpha_n \cdot b^{3-n} \cdot dr \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^{n-1} \cdot \frac{\partial}{\partial r} h(r, t) \right) \right]
\end{aligned}
\tag{1.28}$$

En intégrant l'équation 1.25 dans l'équation 1.28, on obtient l'équation de diffusivité généralisée (Équation 1.29) :

$$S_s \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{K}{r^{n-1}} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^{n-1} \frac{\partial h}{\partial r} \right)
\tag{1.29}$$

Les conditions aux limites émises pour résoudre cette équation sont les suivantes :

- Le débit de pompage/injection est constant.
- Les aquifères sont à nappes captives et non réalimentés.
- La charge hydraulique initiale ( $h_0$ ) est constante partout avant l'essai ( $h(r, 0) = h_0$ ). Cela implique une surface piézométrique initiale horizontale avec un gradient hydraulique nul. Ainsi, toute variation spatiotemporelle de la charge hydraulique est due uniquement qu'au pompage/injection.



- En tout instant  $t$  pendant le pompage ou l'injection, la charge hydraulique est constante à l'infini ( $h(\infty, t) = h_0$ ).

La solution à l'équation 1.29 ainsi proposée par Barker (1988) s'écrit de la manière suivante (Équation 1.30). Il s'agit de la généralisation de la solution proposée par Theis à tout type de dimension d'écoulement (entière et non entière). La solution s'affranchit des conditions restrictives d'écoulement notamment sur les formes cylindriques des équipotentielles.

$$s(r, t) = h_0 - h(r, t) = \frac{Qr^{2v}}{4\pi^{1-v}Kb^{3-n}}\Gamma(-v, u), \quad v = 1 - \frac{n}{2}, \quad u = \frac{r^2S_s}{4Kt} \quad (1.30)$$

Où  $\Gamma(a, u)$  est la fonction Gamma incomplète définie par l'équation 1.31 :

$$\Gamma(a, u) = \int_u^\infty \tau^{a-1}e^{-\tau}d\tau \quad (1.31)$$

Où  $\tau$  est la variable d'intégration. Par exemple, pour les cas particuliers de dimensions d'écoulement entières ( $n = 1, 2, 3$ ), les solutions de rabattement s'écrivent comme suit (Équations 1.32, 1.33, 1.34) :

$$s(r, t) = \frac{Q}{2\sqrt{\pi}Kb^2}r\left(\frac{e^{-u}}{\sqrt{u}} - \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} \sqrt{u}\right), \quad n = 1 \quad (1.32)$$

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi Kb}E_1(u), \quad n = 2 \quad (1.33)$$

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi Kr}\operatorname{erfc} \sqrt{u}, \quad n = 3 \quad (1.34)$$

La figure 13 montre l'allure de la fonction gamma incomplète pour différentes valeurs de dimensions d'écoulement. On remarque que les valeurs de  $n$  influencent fortement l'allure de la fonction gamma surtout dans les temps longs ( $t \rightarrow \infty$ ) ou dans les environs de la source

( $r \rightarrow 0$ ). Par analogie avec la méthode de calage proposée par Theis, l'équation 1.30 montre que d'une manière générale, pour déterminer les propriétés hydrauliques de l'aquifère, le calage devrait être fait entre la série de données temporelles mesurées ( $s(r, t)$  vs.  $t$ ) et la fonction ( $r^{2v}\Gamma(-v, u)$  vs.  $1/u$ ).

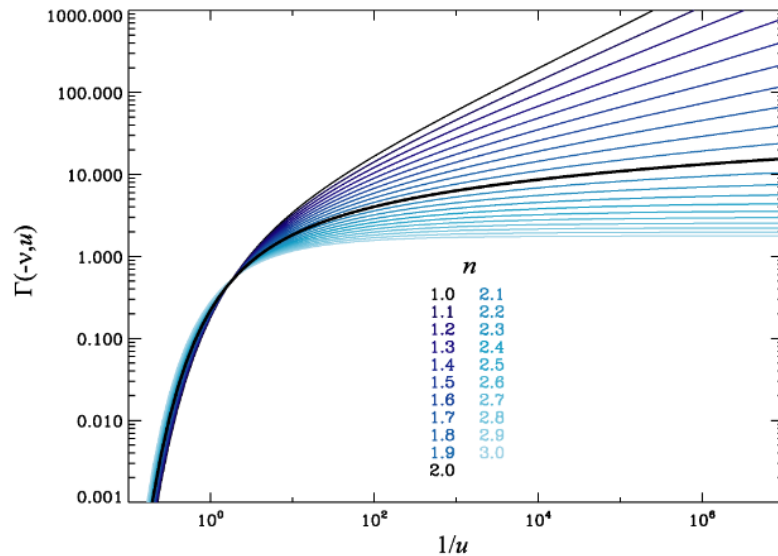


Figure 13 : Fonction gamma incomplète pour différentes valeurs de dimensions d'écoulement.

Source : Rafini (2008).

- ✓ **Dérivée logarithmique de la solution de Barker, signification des paramètres  $v$  et  $n$**

Si on remplace la fonction gamma incomplète par son développement en série entière (Équation 1.35) dans l'équation du rabattement (Équation 1.30), cette dernière peut se réécrire de la façon suivante (Équation 1.36).

$$\Gamma(a, u) = \int_u^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt = \Gamma(a) - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m u^{a+m}}{m! (a+m)} \quad (1.35)$$

Où  $\Gamma(a, u)$  est la fonction gamma incomplète et  $\Gamma(a)$  est la fonction gamma complète qui est une constante car ne dépend pas de variable temporelle  $u$ .

$$s(r, t) = \frac{Qr^{2v}}{4\pi^{1-v}Kb^{3-n}} \left[ \Gamma(-v) - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m u^{m-v}}{m!(m-v)} \right], \quad v = 1 - \frac{n}{2}, \quad u = \frac{r^2 S_s}{4Kt} \quad (1.36)$$

La dérivée logarithmique du rabatement qu'on obtient à partir de l'équation 1.36 est donnée par l'équation 1.37 :

$$\frac{\partial s(r, t)}{\partial \ln t} = \frac{Q}{4\pi^{1-v}Kb^{3-n}} \left( \frac{4K}{S_s} \right)^v t^v e^{-u} \quad (1.37)$$

L'équation 1.37 montre que la dérivée logarithmique du rabatement admet une forme asymptotique à cause de la fonction  $t^v e^{-u}$  qui tend vers  $t^v$  dans les temps longs et tend vers 0 dans les temps courts. La forme asymptotique de la dérivée logarithmique du rabatement dans les temps longs c.-à-d. lorsque  $u \rightarrow 0$  est donnée par l'équation 1.38.

$$\frac{\partial s(r, t)}{\partial \ln t} = \frac{Q}{4\pi^{1-v}Kb^{3-n}} \left( \frac{4K}{S_s} \right)^v t^v \quad (1.38)$$

En appliquant le logarithme népérien sur chaque membre de l'égalité dans l'équation 1.38, l'on obtient de l'équation 1.39 :

$$\ln \left( \frac{\partial s(r, t)}{\partial \ln t} \right) = \ln \left( \frac{Q}{4\pi^{1-v}Kb^{3-n}} \left( \frac{4K}{S_s} \right)^v \right) + v \ln t \quad (1.39)$$

D'une part, l'équation 1.38 montre que la représentation de la courbe de la dérivée logarithmique du rabatement en fonction du temps  $t$  dans une échelle arithmétique obéit à une fonction puissance du temps dont l'exposant est  $v$ . D'autre part, l'équation 1.39 montre que la représentation de la courbe de la dérivée logarithmique du rabatement en fonction du

temps dans une échelle bilogarithmique obéit à une régression linéaire de pente  $v$ . Ce deuxième cas est plus facile à exploiter car il est plus simple de rechercher la pente d'une régression linéaire. Selon Walker and Roberts (2003), on a :

$$v = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d}{d \ln t} \left( \ln \left( \frac{ds(r, t)}{d \ln t} \right) \right) \quad (1.40)$$

Ainsi, la connaissance de la pente  $v$  permet de déduire la valeur de la dimension d'écoulement à partir de la relation  $n = 2(1 - v)$  déjà énoncée en introduction (Équation 1). Le paramètre de la dimension d'écoulement n'est rien d'autre qu'une traduction de manière quantitative de la réaction de l'aquifère au pompage. Il est obtenu par calage graphique sur la courbe de la dérivée logarithmique du rabattement représentée dans une échelle log-log. La figure 14 illustre la forme de la courbe de la dérivée logarithmique du rabattement pour différentes valeurs de dimensions d'écoulement.

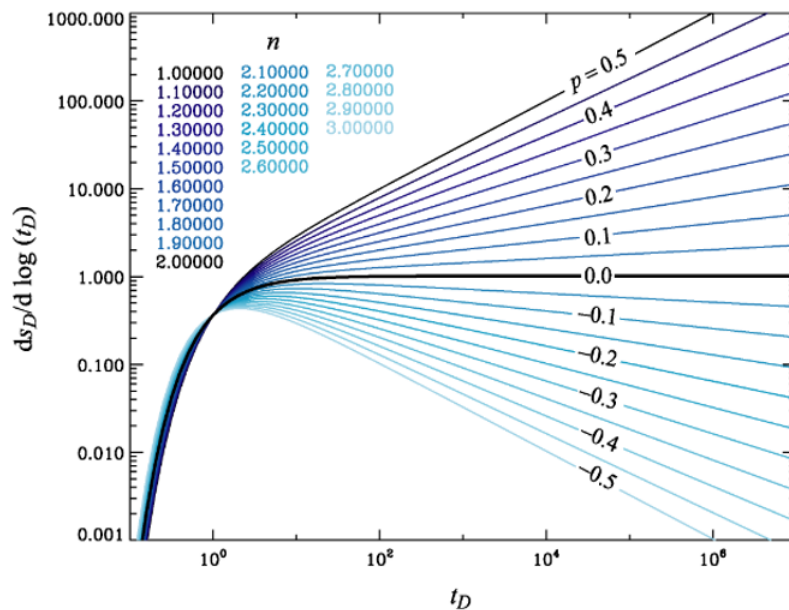


Figure 14 : Signal de la dérivée logarithmique pour différentes valeurs de  $n$ . Les paramètres  $s_D$  et  $t_D$  sont respectivement les rabattements et temps adimensionnels.

Source : Rafini (2008)

✓ **Détermination des propriétés hydrauliques à partir du modèle GRF**

Les propriétés hydrauliques pourront être déterminées une fois la nature du régime d'écoulement identifiée. Le cas particulier du régime d'écoulement radial (Theis et Cooper-Jacob) a déjà été présenté. Dans les autres cas de régime d'écoulement ( $v \neq 0$ ), on peut considérer la forme asymptotique de la fonction du rabattement définie comme suit pour  $t \rightarrow \infty$  (Équation 1.41).

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi^{1-v}Kb^{3-nv}} \left[ \left( \frac{4Kt}{S_s} \right)^v - r^{2v}\Gamma(1-v) \right], \quad v \neq 0 \quad (1.41)$$

Posons :

$$\theta_G = \frac{Q}{4\pi^{1-v}Kb^{3-nv}} \quad (v \neq 0) \quad \text{et} \quad D = \frac{K}{S_s} \quad (1.42)$$

$$\theta_G = \frac{Q}{4\pi Kb} \quad (v = 0) \quad (1.43)$$

Où  $D$  est la diffusivité de l'aquifère et  $\theta_G$  est une propriété hydraulique particulière dont la signification sera donnée plus tard dans les chapitres 3 et 5 en fonction du régime d'écoulement. L'indice "G" est utilisé pour désigner le terme « général ». Le paramètre  $\theta_G$  sera adapté aux cas particuliers de régimes d'écoulement linéaire, radial et sphérique. En introduisant  $\theta_G$  et  $D$  dans l'équation 1.41, l'on obtient l'équation 1.44 :

$$s(r, t) = \theta_G(4D)^v t^v - \theta_G r^{2v} \Gamma(1-v) \quad (1.44)$$

Cette équation est sous la forme :  $s(r, t) = Ct^v + C'$  avec :

$$C = \theta_G(4D)^v \quad ; \quad C' = -\theta_G r^{2v} \Gamma(1-v) \quad (1.45)$$

L'équation 1.44 montre que la série temporelle  $s(r, t)$  vs.  $t^v$  est une droite de pente  $C$  et d'ordonnée à l'origine  $C'$ , dont les signes dépendent de celui du paramètre  $v$ . La connaissance des deux coefficients  $C$  et  $C'$  ainsi que le régime d'écoulement permet de déterminer le paramètre  $\theta_G$  (Équation 1.46), la conductivité hydraulique  $K$  (Équation 1.47) ainsi que le coefficient d'emmagasinement spécifique  $S_s$  (Équation 1.48).

$$\theta_G = \frac{-C'}{r^{2v}\Gamma(1-v)}, \quad v \neq 0 \quad (1.46)$$

$$K = \frac{Q}{4\pi^{1-v}\nu\theta_G b^{3-n}}, \quad v \neq 0 \quad (1.47)$$

$$S_s = 4K \left( \frac{C}{\theta_G} \right)^{-\frac{1}{v}}, \quad v \neq 0 \quad (1.48)$$

### 1.5.2 APPROCHE DISCRÈTE

Dans certains aquifères hétérogènes fracturés où la taille des fractures est non négligeable devant l'échelle investiguée, l'approche du milieu continu équivalent n'est pas adaptée pour décrire l'écoulement au sein du réseau de fracture et de ce fait, l'écoulement ne peut être moyenné sur un ensemble volumétrique continu (Abelin et al. 1991). Ceci conduit au développement de nouvelles approches de modélisation basées sur la représentation explicite du réseau de fractures. Les fractures sont ainsi représentées comme des entités discrètes, en interaction avec la matrice environnante. L'approche discrète permet une description plus détaillée et plus réaliste de l'interaction matrice/fracture puisqu'elle tient compte de l'écoulement dans les structures hydrauliques individuelles (Mourzenko et al. 2011). La construction d'un modèle discret se heurte cependant à des difficultés majeures liées à la définition des paramètres géométriques des fractures (position, longueur, orientation, pendage, ouverture, connectivité, densité) ainsi que leurs propriétés hydrauliques (Rouleau 1985, Rouleau and Gale 1987, Rafini 2008). La détermination de ces paramètres géométriques est parfois difficile et nécessite des observations conséquentes sur le terrain, ce qui entrainerait

des coûts élevés, voire même une impossibilité logistique. Par ailleurs, ces paramètres géométriques peuvent être déterminés au laboratoire sur des échantillons de petites tailles. Cependant, les résultats ponctuels sont difficilement extensibles vers un modèle général facilement utilisable en modélisation de réservoirs (Rafini 2008). Aussi, même si la géométrie des discontinuités est bien connue, rien ne permet de prédire que celle-ci correspond réellement à la géométrie des écoulements (NRC 1996). Cela nécessite d'autres modèles d'écoulement qui permettraient de discriminer les éléments du réseau qui contribuent significativement aux écoulements (Kolditz and Clauser 1998) et ainsi caractériser le comportement hydraulique du système ainsi formé. L'une des approches consisterait à définir les paramètres géométriques des fractures qui contribuent activement à l'écoulement du système de manière stochastique selon des fonctions de distributions statistiques et des algorithmes DFN (discrete fracture network) (Maryška et al. 2005, Meyer and Bazan 2011, Fang et al. 2022). Une autre consisterait à analyser les conditions d'écoulement en considérant les fractures comme des unités indépendantes du point de vue hydrodynamique, en nombre limité, de tailles relativement grandes, avec des géométries extrêmement simples (Mourzenko et al. 2011). C'est ce type d'hétérogénéité discrète auquel nous nous intéresserons en général dans cette thèse. On peut citer le modèle à fracture verticale avec conductivité hydraulique finie (Cinco-Ley et al. 1978), le modèle à fracture verticale avec conductivité hydraulique infinie (Gringarten et al. 1974), le modèle à fracture horizontale avec puits partiellement pénétrant (Gringarten et Ramey 1974), le modèle à fracture inclinée (Rafini et Larocque 2012). En effet, chacun de ces modèles développe un comportement hydraulique particulier lors des tests hydrauliques transitoires, lesquels ne seront pas examinés dans cette section. En revanche, pour justifier notre approche, un intérêt particulier sera porté sur le modèle d'aquifère exploité à débit constant par un puits de pompage à proximité d'une faille verticale à conductivité hydraulique finie étudié par Rafini et Larocque (2009) (figure 15-a).

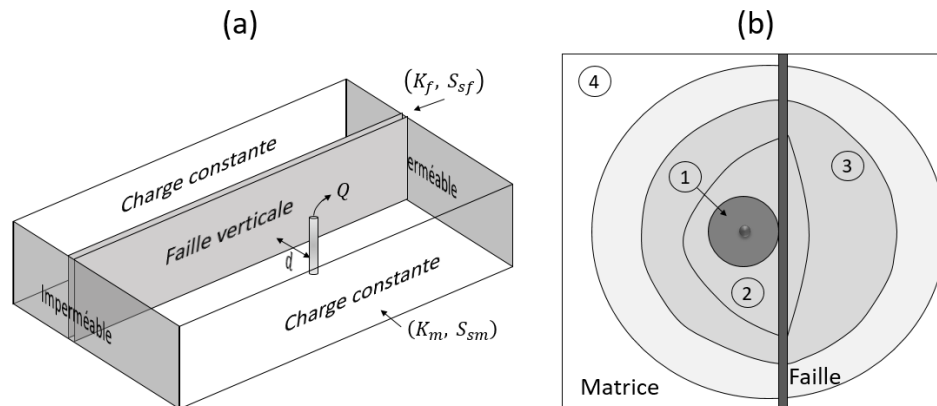


Figure 15 : a) modèle conceptuel d'aquifère exploité (dans la matrice) à proximité d'une faille verticale conductrice ; b) Représentation schématique de l'évolution de la forme de l'équipotentielle frontale.

Source : Redessiné à partir de Rafini et Larocque (2009)

Dans ce modèle, la faille (2D) est localisée au centre de la matrice (3D), à une distance  $d$  du puits de pompage. Les simulations montrent une évolution en quatre étapes de la série temporelle de dérivée logarithmique du rabattement. Ces étapes successives identifiées sont numérotées et représentées schématiquement par des régions de propagation du front de pression sur la figure 15-b. La première correspond à un écoulement radial précoce ( $n = 2$ ) qui apparaît avant que le front de pression n'atteigne la faille. La seconde reflète une zone de transition caractérisée par une ovalisation de la forme de l'équipotentielle frontale le long de la faille du fait de la prédominance de la propagation du front de pression à travers cette dernière. La dimension d'écoulement ainsi obtenue est égale à 3.7. La troisième étape se traduit par une contribution plus importante de la matrice à l'écoulement. Ainsi, le front de pression se propage plus vite dans la matrice et ce dernier est ralenti le long de la faille. Cette étape est caractérisée par une dimension d'écoulement  $n = 1.5$ . La quatrième étape correspond à un écoulement radial tardif ( $n = 2$ ), qui apparaît après que la surface investiguée par le front de pression devienne très grande devant la dimension de la faille, atténuant ainsi l'effet du ralentissement. La séquence de dimension d'écoulement  $2 - 3.7 - 1.5 - 2$  est typique à ce modèle conceptuel à faille verticale conductrice à proximité de la source. L'apparition de la dimension



d'écoulement fractionnaire  $n = 1.5$  dans la séquence s'explique par le ralentissement de la propagation du front de pression dans faille conductrice (Rafini and Larocque 2009), ce qui pourrait être exploité comme un outil diagnostique pour identifier la présence d'une telle discontinuité dans une zone d'investigation. Une amélioration des connaissances dans ce domaine est nécessaire afin de mieux interpréter la réponse hydraulique des aquifères discontinus.

## **1.6. LA DETECTION DES OBJETS HYDRAULIQUES DISCRÈTS EN ESSAIS DE POMPAGE : LES OUTILS D'INTERPRETATION AVANCÉS**

### **1.6.1 LA DÉRIVÉE LOGARITHMIQUE : ORIGINE**

L'idée initiale d'utiliser l'approche de la dérivée logarithmique du rabattement ( $ds/d\log t$ ) telle que proposée par Chow (1952) était de répondre à l'inefficacité des solutions conventionnelles (Theis, Cooper-Jacob) en matière d'interprétation des essais de pompage peu importe la durée de l'essai de pompage. En effet, lorsqu'on représente le rabattement prédit par le modèle de Theis dans une échelle semi-logarithmique telle que suggéré par Cooper-Jacob, on observe une évolution progressive du rabattement dans les temps courts ( $u > 0.01$ ) avant de tendre vers une droite dans les temps longs ( $u < 0.01$ ). L'approche développée par Chow (1952) est de permettre l'estimation des propriétés hydrauliques  $T$  et  $S$  à partir de n'importe quelle section de la série temporelle. En introduisant la notion de la dérivée logarithmique, qui exprime la pente de courbe du rabattement dans l'échelle semi-logarithmique, il est possible d'estimer les propriétés hydrauliques à partir de la tangente en n'importe quel point de la courbe. Pour cela, il est nécessaire de connaître l'erreur associée pour éliminer les incertitudes sur l'estimation de  $T$  et  $S$ . Les pourcentages d'erreurs sur  $T$  et  $S$  sont représentés sur la figure 16 avec en abscisses les valeurs de la fonction  $F(u)$  définie par l'équation 1.49 dans laquelle  $W(u)$  la fonction de Theis. On peut remarquer que pour les grandes valeurs de  $F(u)$ , correspondant au domaine où le paramètre  $u$  est très petit ( $u < 0.01$ ),

les erreurs sur  $T$  et  $S$  tendent vers zéro et donc l'application de la méthode de Cooper-Jacob est valable. Cependant, il est possible d'estimer convenablement les valeurs de  $T$  et  $S$  dans les temps courts ( $u > 0.01$ ) en connaissant les erreurs associées. Ainsi, l'approche développée par Chow (1952) sera considérée comme une avancée significative dans l'interprétation des essais de pompage.

$$F(u) = \frac{s(r, t)}{\frac{\partial s}{\partial \log t}} = \frac{W(u)}{2.3} e^u \quad (1.49)$$

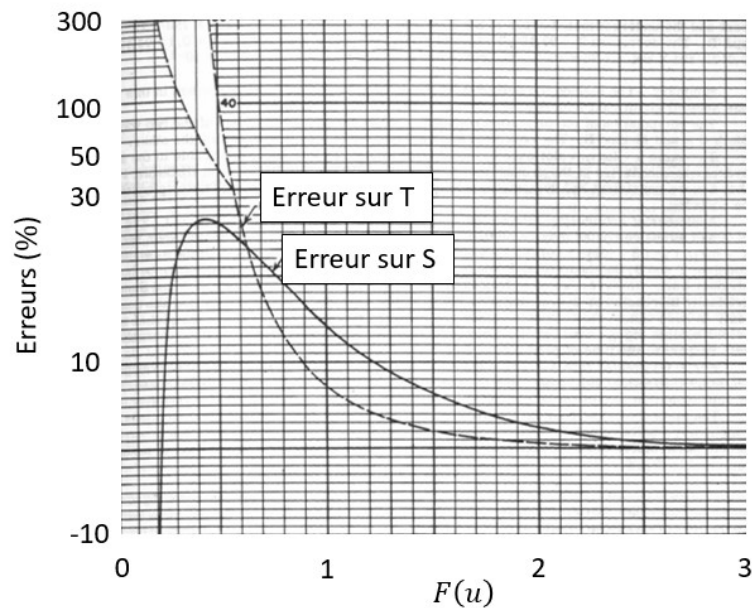


Figure 16 : Variation des pourcentages d'erreurs sur  $T$  et  $S$ .

Source : Redessiné à partir de Chow (1952).

### 1.6.2 LES GRAPHIQUES DIAGNOSTIQUES OU « DIAGNOSTIC PLOT »

Suite aux travaux menés par Chow (1952), certains auteurs ont amélioré l'usage du concept de la dérivée logarithmique dans l'interprétation des données de pompage. En effet, entre les années 1935 et 1980, différents modèles conceptuels ont été développés par les

auteurs pour caractériser les aquifères non theissiens (e.g. aquifères avec frontières, double porosité, fracture horizontale, fracture verticale etc.) (Bourdet et al. 1989, Renard et al. 2009). Chacun de ces modèles conceptuels requiert une technique d'analyse et d'interprétation particulière (Kruseman et al. 1970). C'est ainsi qu'en 1983, Bourdet et al. (1983) ont proposé pour la première fois une technique unifiée plus générale de diagnostic connue sous le nom de « *diagnostic plot* », combinant à la fois la représentation du rabattement et de sa dérivée logarithmique sur le même graphe dans une échelle log-log. Celle-ci procure plusieurs avantages au nombre desquels figurent : i) la précision dans l'interprétation des données en raison de la sensibilité de la dérivée logarithmique aux variations subtiles de la forme de la courbe du rabattement, ii) la facilité de détecter des comportements difficiles à observer sur la courbe du rabattement seule, iii) la facilité de sélection d'un modèle conceptuel adéquat, iv) la rapidité d'estimation des paramètres des modèles sélectionnés dans certains cas particuliers (Renard et al. 2009). D'autres auteurs ont par la suite proposé d'autres méthodologies d'interprétation tant dans le domaine pétrolier qu'en hydrogéologie, mais toutes ces méthodes sont basées sur l'utilisation du principe du « *diagnostic plot* » ou approche diagnostique (Hamm and Bidaux 1996, Beauheim et al. 2004, Delay et al. 2004). Le principe de l'approche diagnostique est en effet de diagnostiquer certains comportements linéaires de la courbe de la dérivée logarithmique, caractéristiques du comportement hydrodynamique de l'aquifère. Chaque pente caractéristique notée  $v$  reflète un régime d'écoulement qui se produit au sein de l'aquifère lors de l'essai de pompage. Par exemple, une pente unitaire ( $v = 1$ ) traduit l'influence de l'emménagement du puits; une pente nulle ( $v = 0$ ) traduit le comportement d'un aquifère theissien aussi appelé régime d'écoulement radial. Ces propos sont corroborés par Bourdet et al. (1983) qui parviennent à détecter l'effet du puits plus clairement sur la courbe de la dérivée logarithmique (courbe en rouge sur la figure 17-b), ce qui n'est pas le cas sur la simple courbe du rabattement (figure 17-a). Aussi, en se servant de l'approche diagnostique (figure 18-a), Renard et al. (2009) arrivent à choisir le modèle adéquat qui caractérise au mieux la réponse hydraulique d'un aquifère (figure 18-b).

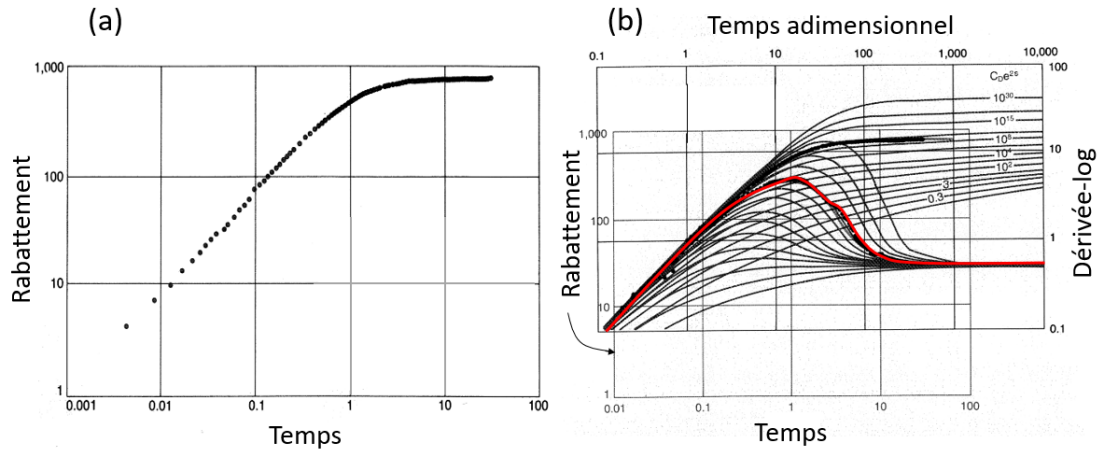


Figure 17 : Analyse de l'effet de l'emmagasinement du puits : a) courbe du rabattement simple ; b) courbe de la dérivée-log.

Source : Bourdet et al. (1983).

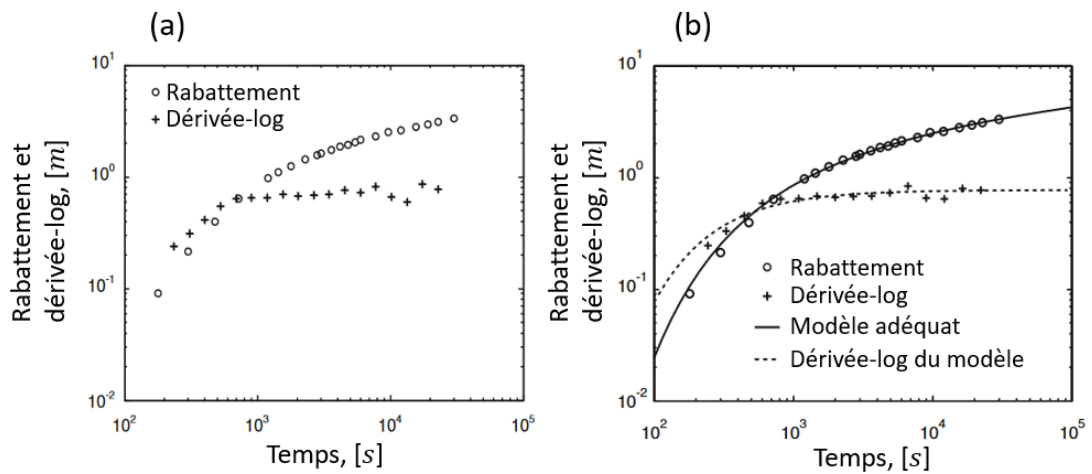


Figure 18 : Utilisation du diagramme diagnostic pour choisir le modèle adéquat d'interprétation.

Source : Renard et al. (2009). Numéro de licence : 5511430465975 (Date : 17-03-2023).

Nonobstant les avantages procurés par l'approche diagnostique, il s'avère que la sensibilité du signal de la dérivée logarithmique du rabattement aux petites variations pourrait avoir un effet négatif sur la qualité de la représentation des données, ce qui pourrait conduire à un diagnostic inadéquat de l'aquifère exploité. En effet, l'expression de la dérivée-log du rabattement prédit par le modèle de Theis est donnée par l'équation 1.50.

$$\frac{\partial s(r, t)}{\partial \ln t} = t \frac{\partial s(r, t)}{\partial t} \quad (1.50)$$

Cette équation montre une relation de proportionnalité entre les dérivées logarithmiques et premières du rabattement et dont le coefficient de proportionnalité est le temps  $t$ . Ceci implique que si les données de rabattement aux pas de temps voisins  $t_i$  et  $t_{i+1}$  sont entachées par des erreurs de mesures, alors ces dernières seront amplifiées dans les temps longs, brouillant ainsi la qualité du diagnostic par la courbe de la dérivée-log. Les erreurs de mesures peuvent être d'origines diverses c.-à-d. causées par les variations de la pression atmosphérique, les variations de débit de pompage, l'exploitation de l'aquifère dans le milieu environnant, l'imprécision des appareils de mesure, les erreurs humaines etc. De ce fait, les données devront être mesurées avec précaution sur le terrain pendant l'essai de pompage (rabattement, débit de pompage) et devront subir un prétraitement à partir d'algorithmes de déconvolution (Birsoy and Summers 1980, Bourdet et al. 1989). Enfin, l'interprétation des données nécessitera toujours un examen critique de la géologie locale et des conditions d'écoulement afin de fournir des résultats significatifs (Renard et al. 2009).

### **1.7. DÉRIVÉE LOGARITHMIQUE, SÉQUENCES DE RÉGIMES D'ÉCOULEMENT ET PROBLÉMATIQUE GÉNÉRALE DE LA SPATIALISATION DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DISCRÈTE**

La caractérisation des structures géologiques ainsi que la géométrie des aquifères reste un sujet majeur dans le domaine de l'hydrogéologie pour une meilleure gestion de la ressource en eau. Le sujet devient d'autant plus préoccupant quand il s'agit d'aquifères en milieux fracturés hétérogènes en raison de la complexité des structures d'écoulements, dont il est important de définir pour prédire les trajectoires des écoulements. Ainsi, bon nombre d'études scientifiques appliquées ont porté sur la recherche de modèles conceptuels dans plusieurs contextes d'aquifères. Par exemple, les études réalisées par Bennett et al. (2022), Ghiglieri et al. (2010), Chacha et al. (2018) visaient à délimiter la structure d'un aquifère sur

les flancs du Mont Meru au Nord de la Tanzanie à l'aide de coupes transversales litho-hydrostratigraphiques. Aussi, Andrade (2014) et Chandra et al. (2010) ont procédé à des études de délimitation d'aquifères fracturés à l'aide d'analyses numériques des données de résistivité dans des terrains granitiques en Inde. Par ailleurs, une étude a été entreprise par Nastev et al. (2008) pour le développement d'un modèle hydrogéologique dans les grès de Potsdam, dans le sud-ouest du Québec, Canada. On peut également citer les travaux Dewandel et al. (2006) qui ont porté sur la caractérisation de la structure et des propriétés hydrodynamiques du profil d'altération d'une zone granitique dans le bassin versant de Maheshwaram, état de l'Andhra Pradesh, en Inde. Toutes ces études démontrent l'intérêt de caractériser les modèles conceptuels des différents aquifères investigués. La question qui se pose est comment caractériser convenablement d'une manière générale les modèles conceptuels d'aquifères discontinus par la simple analyse des données d'essais de pompage ?

En effet, certains travaux pionniers ont montré qu'en se basant sur le principe du modèle GRF, il est possible d'observer des séquences de dimensions d'écoulement lors de l'interprétation des essais de pompage. Ces séquences de dimensions d'écoulement traduisent que le front de pression rencontre différents contextes géologiques lors de sa propagation au sein de l'aquifère. Certaines de ces séquences qui reflètent les comportements théoriques prédits par des modèles conceptuels ont été bien documentées dans la littérature. Ferroud et al. (2018c) font une compilation des différentes séquences de dimensions d'écoulement fréquemment interprétées ainsi que les modèles conceptuels associés, lesquels ne seront pas présentés dans cette section. Par ailleurs, la qualité de l'analyse hydrodynamique et la précision de l'estimation des propriétés hydrauliques d'un aquifère dépendent de la pertinence de la sélection d'un modèle conceptuel approprié pour interpréter les signatures des tests de pompage. Ceci est corroboré par Ferroud et al. (2018a) à travers la figure 19. Cette image illustre l'interprétation d'un essai de pompage à débit constant réalisé dans un aquifère de roche carbonatée de Chasy à Sainte-Anne des Plaines (Charlevoix, Québec, Canada). Sur les figures 19-a,b, est représentée la même série de données

(rabattement en échelle semi-log dans la partie supérieure et dérivée logarithmique du rabattement dans la partie inférieure en échelle log-log), mais interprétée différemment. En effet, la figure 19-a montre un diagnostic erroné de l'ensemble de la série de données à partir de l'approche de Cooper-Jacob basée sur une évolution linéaire de la courbe du rabattement en échelle semi-log. Cependant, en scindant la série de données en différents segments et en les interprétant selon le modèle GRF c.-à-d. en considérant que l'écoulement n'est pas obligatoirement radial sur toute la durée du pompage, alors l'on aboutit à une interprétation plus juste avec d'abord un régime d'écoulement bilinéaire ( $n = 1.5$ ) probablement causé par la présence d'une faille conductrice (Rafini and Larocque 2009, 2012), puis un écoulement radial ( $n = 2$ ) (figure 19-b). Cette séquence de dimensions d'écoulement permet d'avoir une idée du modèle conceptuel qui décrit au mieux l'aquifère exploité, même si la validation de ce dernier devra inclure des observations sur le terrain.

La question qui se pose est, même si la dérivée logarithmique du rabattement combinée à l'analyse séquentielle des dimensions d'écoulement permet de mieux diagnostiquer les modèles conceptuels des aquifères (détecter des objets hydrauliques discrets), cependant celles-ci ne permettent pas de localiser dans l'espace les potentiels objets hydrauliques discrets. Cela nécessite des investigations qui permettraient d'exploiter les ruptures de pentes observées sur les réponses hydrauliques des aquifères ( $ds/dlnt$ ), leurs temps d'apparition et aussi les trajectoires de propagation du front de pression, ce qui sera examiné dans cette thèse.

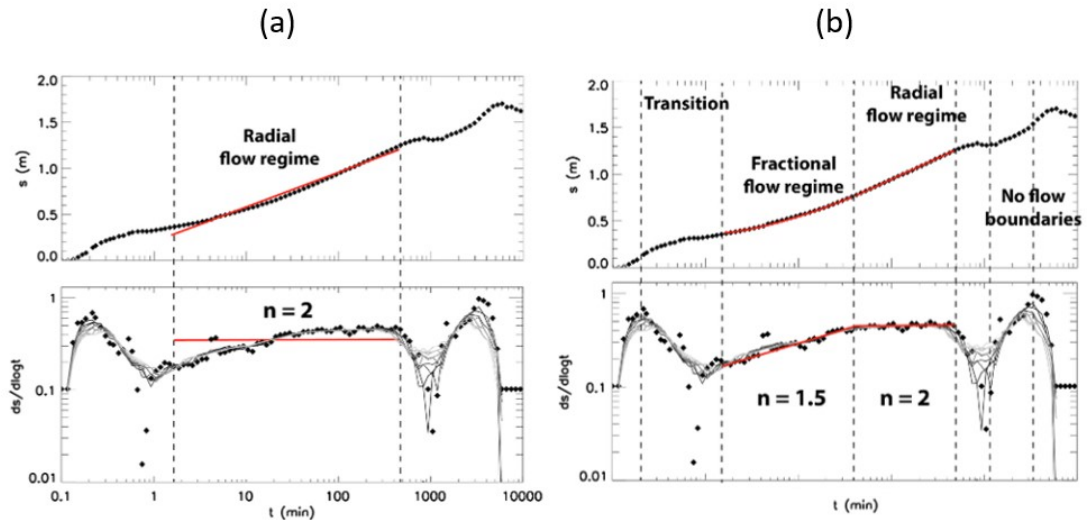


Figure 19 : Illustration de l'importance d'interpréter les données d'essais de pompage par l'approche combinée GRF/dérivée-logarithmique.

Source : Ferroud et al. (2018a). Numéro de licence : 5506951472044 (Date : 13-03-2023).

## 1.8. TECHNIQUES DE SPATIALISATION DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DISCRÈTE BASÉES SUR L'HYDRODYNAMIQUE DES AQUIFÈRES

### 1.8.1 SPATIALISATION DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DISCRÈTE À PARTIR DES DIAGRAMMES NORMALISÉS

Lors d'un test de pompage, la perturbation engendrée par le pompage se propage dans le milieu poreux et atteint des distances considérables. La variation du niveau piézométrique est alors mesurée à la fois dans le puits de pompage et dans les ouvrages d'observations (piézomètres) localisés autour du puits. Les réponses hydrauliques enregistrées dans l'ensemble des ouvrages d'observation sont influencées non seulement par la géologie du milieu (en référence aux séquences temporelles de dimensions d'écoulement  $n$ ) mais aussi par la distance  $r$  qui sépare chacun des piézomètres du puits de pompage (en référence à l'amplitude des rabattements mesurés). Ces deux variables (nature géologique des formations et distance) vont jouer un rôle important dans la distribution spatiotemporelle de la charge hydraulique. L'approche des diagrammes normalisés est une méthode d'analyse



qui consiste à diagnostiquer la réponse hydraulique de l'aquifère à travers les ouvrages d'observation en éliminant l'effet de la variable spatiale  $r$  et en ramenant le problème à la seule recherche de l'homogénéité spatiale de la dimension d'écoulement. Le fondement analytique de l'approche est détaillé ci-dessous.

Considérons un aquifère exploité par un pompage à débit constant  $Q$  et dont la signature hydraulique est homogène, caractérisée par la dimension d'écoulement  $n$ . Rappelons l'équation de la partie asymptotique du rabattement prédit par le modèle GRF (Équation 1.44) déjà énoncée dans la section 1.5.1.3. En divisant chaque membre de l'égalité par  $r_0^{2v}$  (avec  $r_0$  la distance d'observation), puis en réorganisant l'ensemble, l'on obtient l'expression suivante (Équation 1.51).

$$\frac{s(r_0, t)}{r_0^{2v}} = C_1 \left( \frac{t}{r_0^2} \right)^v + C_2, \quad \text{avec } C_1 = \frac{\theta_G (4D)^v}{r_0^{2v}}, \quad C_2 = -\theta_G \Gamma(1-v) \text{ et } v \neq 0 \quad (1.51)$$

Dans cette équation,  $s(r_0, t)/r_0^{2v}$  et  $t/r_0^2$  sont respectivement le rabattement réduit et le temps réduit. Aussi,  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes. La dérivée logarithmique du rabattement réduit est donnée par l'équation 1.52.

$$\frac{d}{d \ln t} \left( \frac{s(r_0, t)}{r_0^{2v}} \right) = C_1 v \left( \frac{t}{r_0^2} \right)^v \quad (1.52)$$

En appliquant le logarithme népérien à chaque membre de l'égalité, l'on obtient l'expression suivante (Équation 1.53).

$$\ln \left[ \frac{d}{d \ln t} \left( \frac{s(r_0, t)}{r_0^{2v}} \right) \right] = \ln(C_1 v) + v \ln \left( \frac{t}{r_0^2} \right) \quad \text{avec } v = 1 - \frac{n}{2} \quad (1.53)$$

L'équation 1.53 montre que, si les dérivées logarithmiques des rabattements réduits obtenus dans les piézomètres sont représentées en fonction des temps réduits dans une échelle bilogarithmique, alors celles-ci s'aligneront selon une droite unique de pente  $v$ . Cela constitue ainsi une approche intéressante pour diagnostiquer l'homogénéité spatiale de la réponse hydraulique de l'aquifère (en terme de dimension d'écoulement). La pente  $v$  est déterminée soit par calage ou par optimisation par rapport à une droite théorique. Ces propos sont illustrés par les deux exemples cités ci-dessous.

**Exemple 1** : application du principe des diagrammes normalisés aux données issues de pompages dans la localité de Montée Barette (figure 20). Source : Rafini (2008). Le pompage a lieu dans le puits P3-90 avec un rayon  $r = 0.15 \text{ m}$ . Les données sont mesurées à la fois dans le puits et dans les piézomètres P2-90 ( $r = 3.17 \text{ m}$ ), P1-90 ( $r = 49.67 \text{ m}$ ), P2-88 ( $r = 784.32 \text{ m}$ ), P1-88 ( $r = 1110.25 \text{ m}$ ), St-Anne1 ( $r = 1715.77 \text{ m}$ ) et St-Anne2 ( $r = 1923.6 \text{ m}$ ). Les distances associées aux piézomètres correspondent aux distances qui les séparent du puits de pompage.

Il apparaît que les données normalisées s'organisent en deux groupes cohérents entre eux. D'une part, les piézomètres P2-88, P1-88, St-Anne1 et St-Anne2 qui sont les plus éloignés affichent des comportements hydrauliques différents de ceux plus proches du puits de pompage : P3-90, P2-90 et P1-90. Cette ségrégation permet ainsi de mettre en évidence la présence d'une potentielle hétérogénéité discrète entre ces deux groupes de piézomètres qu'il faudra ensuite investiguer. Par ailleurs, lorsqu'on focalise l'analyse sur les piézomètres rapprochés P3-90, P2-90 et P1-90, il apparaît que les dérivées logarithmiques des rabattements normalisés s'alignent autour de deux valeurs de dimensions d'écoulement stables dans le temps. Dans les temps courts, l'alignement des données se fait autour de la valeur  $n \approx 2.3$  tandis que dans les temps longs, l'alignement apparaît autour de  $n \approx 1.3$ . Cette séquence temporelle pourrait-elle signifier que le front de pression franchit un objet hydraulique discret au bout d'un certain temps de pompage de sorte à provoquer le passage de la

dimension d'écoulement de  $n \approx 2.3$  à  $n \approx 1.3$  ? Les piézomètres les plus éloignés sont-ils en effet influencés par ce potentiel objet hydraulique qui aurait une influence tellement importante sur l'hydrodynamique de l'aquifère de sorte à ce qu'il modifierait et différencierait les réponses hydrauliques des piézomètres éloignés par rapport aux piézomètres proches du puits de pompage ? Répondre à cette question nécessiterait d'autres investigations sur le terrain.

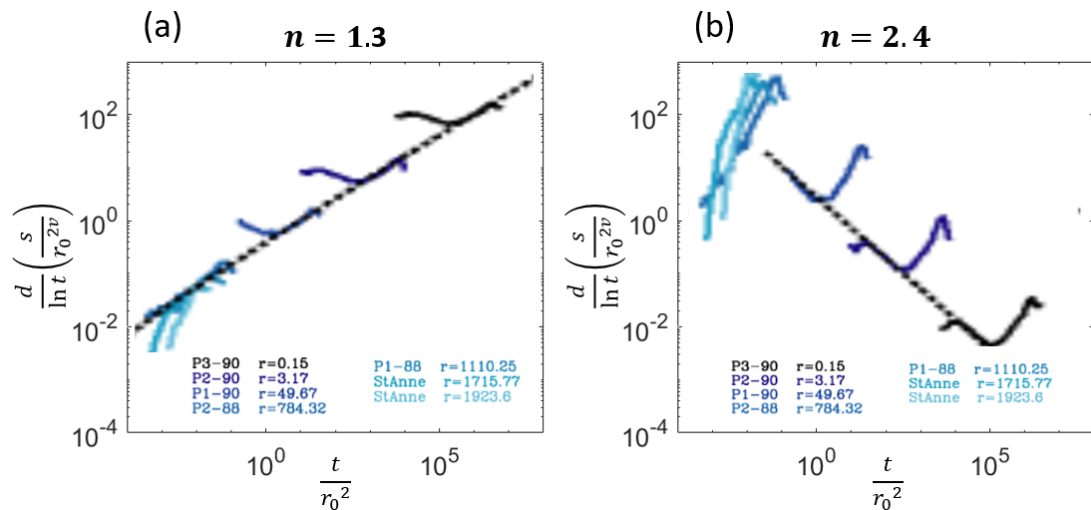


Figure 20 : Application des diagrammes normalisés dans l'étude de l'homogénéité spatiale des dimensions d'écoulement.

Source : Rafini (2008).

**Exemple 2 :** application du principe des diagrammes normalisés aux données de pompages issues des rapports de consultants de la municipalité de Saint-Lin-Laurentides (figure 21). Source : travaux personnels (sujet spécial automne 2018). L'essai de pompage a lieu dans le puits PCG et les observations sont effectuées à la fois dans le puits et dans les piézomètres immatriculés PZ-1, PZ-2, PZ24, PZ-Dp, PCG04, PZDp004.

Sur la figure 21-a, on constate que le choix arbitraire de la valeur  $n = 3.2$  ne permet pas d'avoir un alignement de l'ensemble des séries de données, même si individuellement, les données suivent des tendances linéaires parallèles entre elles. Ce parallélisme montre en effet qu'il existe bien une homogénéité des réponses hydrauliques observées dans les différents

piézomètres, cependant la valeur  $n = 3.2$  ne reflète pas la dimension d'écoulement du milieu, mais au contraire la valeur  $n \approx 1.2$ . Toutefois, rien ne permet à ce stade d'avancer des conclusions sur les conditions géologiques et hydrogéologiques à la base de cette dimension d'écoulement fractionnaire.

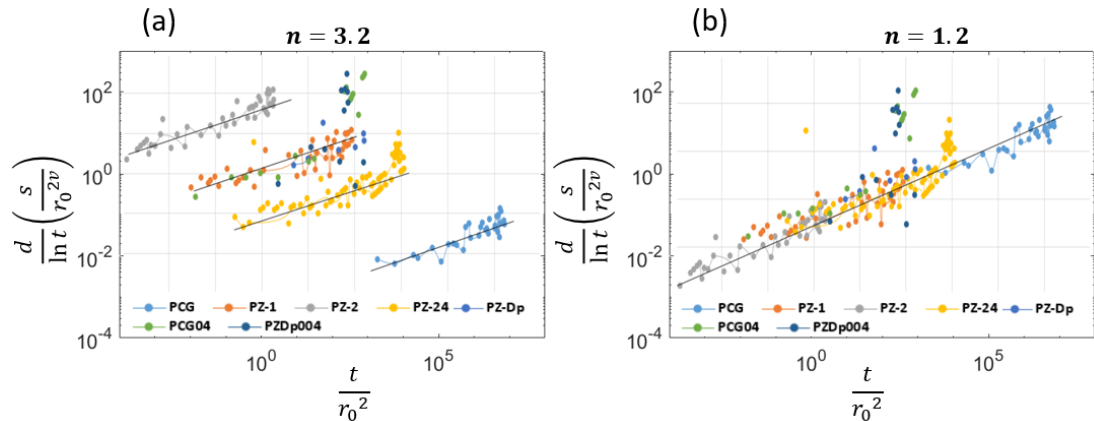


Figure 21 : Application des diagrammes normalisés à l'étude de l'homogénéité spatiale des dimensions d'écoulement.

Source : Travaux personnels (sujet spécial automne 2018).

Il ressort que cette façon d'analyser les tendances générales des dérivées logarithmiques des rabattements normalisés permet de mener un diagnostic plus rapide et plus efficace de l'homogénéité (ou de l'hétérogénéité) du milieu par le regroupement des piézomètres en familles (en termes de similarités de réponses hydrauliques). Cependant, malgré ces avantages mentionnés, l'approche des diagrammes normalisés ne permet pas de localiser avec exactitude la position des potentiels objets hydrauliques discrets. Cela nécessite de recourir à d'autres méthodes dont les plus connues sont : l'approche de l'intersection basée sur le principe du puits image et l'approche basée sur la dynamique de propagation de l'onde de pression. Ces deux approches seront présentées dans les sections suivantes.

### 1.8.2 SPATIALISATION DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DISCRÈTE À PARTIR DE LA MÉTHODE D'INTERSECTION

L'approche d'intersection connue sous le nom de puits-image est largement utilisée dans le domaine pétrolier et en hydrogéologie pour localiser les discontinuités en particulier les frontières hydrauliques linéaires (frontières imperméables, frontières à charges constantes). Elle permet de prédire les réponses caractéristiques du modèle de Cooper-Jacob en présence de ces frontières linéaires. L'approche admet le principe de superposition qui consiste à additionner les effets produits par différentes sources (en particulier le puits de pompage et la frontière hydraulique) en un point d'observation donné de l'aquifère. Il s'agit d'une approche indirecte du fait qu'elle localise la frontière en modélisant son effet par l'action d'un puits imaginaire qui pompe (cas d'une frontière imperméable) ou qui injecte (cas d'une frontière de recharge) de l'eau dans l'aquifère. Le puits imaginaire est situé à la symétrie du puits réel par rapport à la frontière hydraulique. Ainsi, le problème d'un milieu semi-fini est ramené au problème d'un milieu infini (figure 22).

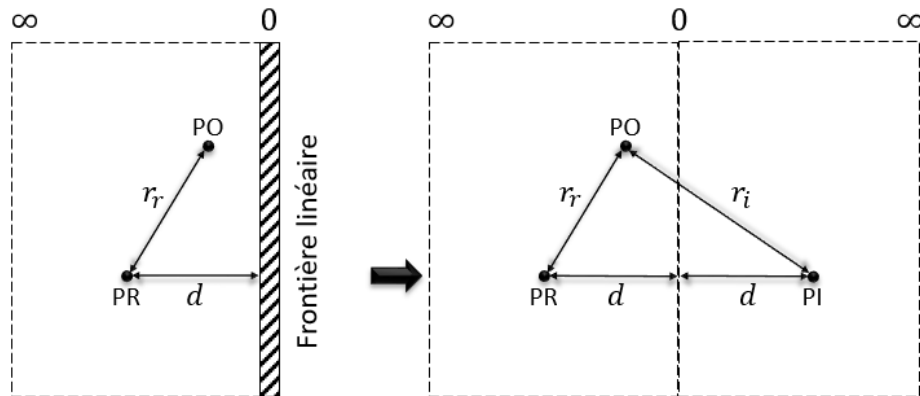


Figure 22 : Représentation schématique du modèle conceptuel d'un puits à proximité d'une frontière hydraulique linéaire (imperméable ou à charge constante). Sur cette figure, on a : PR (Puits réel), PO (Puits d'observation), PI (Puits imaginaire),  $d$  (distance entre puits réel et frontière hydraulique),  $r_r$  (distance entre puits réel et puits d'observation),  $r_i$  (distance entre puits imaginaire et puits d'observation).

Ainsi, en supposant que le milieu vérifie les hypothèses du modèle de Theis ou Cooper-Jacob, le rabattement total mesuré dans le puits d'observation est donné par la formule suivante (Équation 1.54).

$$s(r,t) = \frac{Q}{4\pi T} W(u_r) + \frac{(\pm Q)}{4\pi T} W(u_i) \text{ avec } u_r = \frac{r_r^2 S}{4Tt} \text{ et } u_i = \frac{r_i^2 S}{4Tt} \quad (1.54)$$

Dans l'équation 1.54, le débit est compté positif pour une frontière imperméable et négatif pour une frontière de recharge. Les figures 23-a et 23-b représentent la fonction de rabattement dans les deux cas respectifs. On note que sur chaque figure, les courbes présentent deux portions linéaires appelées droites de Cooper-Jacob. La première reflète le comportement naturel de l'aquifère et la deuxième traduit l'influence du puits imaginaire, indirectement celle de la frontière. Dans le cas de la frontière imperméable, on note un doublement de pente tandis que la pente devient nulle (droite horizontale) dans le cas de la frontière de recharge.

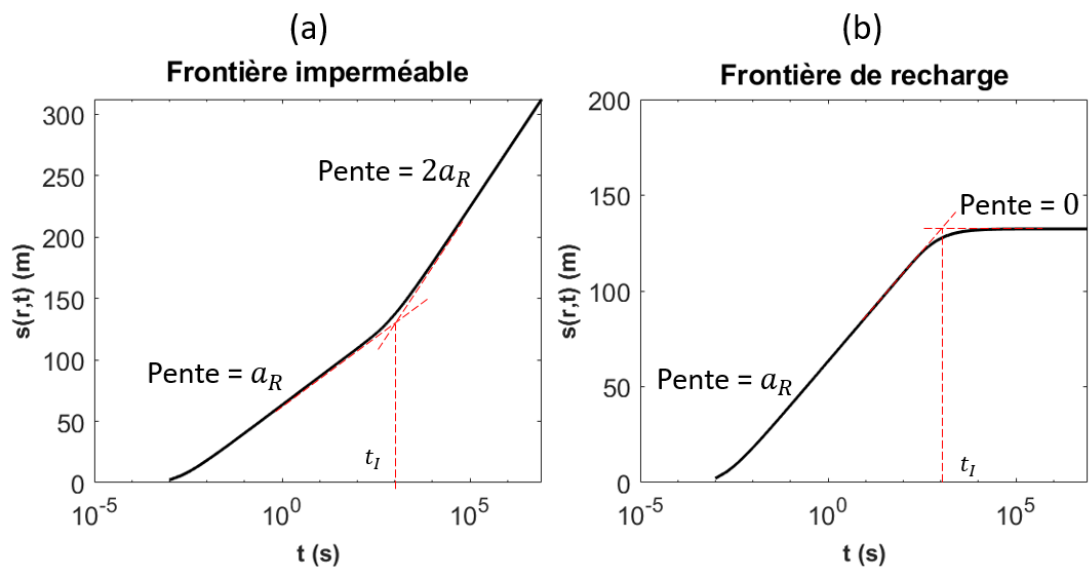


Figure 23 : Profils de rabattement. Le paramètre  $a_R$  représente la pente de la droite de Cooper-Jacob : a) frontière imperméable avec doublement de la pente ; b) frontière de recharge avec annulation de la pente.

L'approche du puits-image consiste donc à déterminer soit analytiquement ou graphiquement le temps correspondant à l'intersection des deux droites (temps d'intersection  $t_i$ ), puis à estimer la distance  $r_i$ . L'équation permettant d'estimer  $r_i$  est donnée ci-dessous (Équation 1.55). Celle-ci est valable tant pour la frontière imperméable que pour la frontière de recharge. Pour chaque point d'observation (PO), la ligne de niveau décrite par l'expression de  $r_i$  est un cercle centré en PO. De ce fait, l'approche nécessite au moins trois points d'observation pour localiser exactement la position du puits imaginaire et ensuite déterminer celle de la frontière en considérant que  $d$  est la moitié de la distance PR-PI (figure 22).

$$r_i = 1.5 \sqrt{\frac{T}{S}} \sqrt{t_i} \quad (1.55)$$

### 1.8.3 SPATIALISATION DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DISCRÈTE À PARTIR DE LA MÉTHODE DU RAYON D'INFLUENCE

A la différence de l'approche de l'intersection, l'analyse de la dynamique de propagation du front de pression ou approche du rayon d'influence considère explicitement l'effet de toute discontinuité ou hétérogénéité discrète sur la réponse hydraulique de l'aquifère pour déterminer sa position autour du puits. Il s'agit donc d'une approche directe qui ne nécessite pas la résolution d'un système d'équations basé sur un modèle conceptuel donné, mais elle permet plutôt de convertir directement le temps de détection de l'influence d'une discontinuité (temps déterminé sur le signal de la dérivée-log du rabattement) en distance en appliquant l'équation 2 déjà annoncée dans l'introduction et rappelée ci-dessous tout en conservant son numéro de citation. En effet, l'équation 2 caractérise le déplacement du front de pression dans du temps lors d'un essai de pompage. La formulation explicite de cette équation est intimement dépendante de la définition du front de pression.

$$r^2 \sim t^\gamma \quad (2)$$

Où  $t$  est le temps écoulé,  $r$  la distance parcourue par le front de pression et  $\gamma$  caractérise le régime de propagation qui dépendant de la nature du milieu traversé et donc de la dimension d'écoulement  $n$ . Le paramètre  $n$  caractérise la forme des équipotentielles frontales dans le milieu poreux. Ainsi, en supposant que la réponse hydraulique du milieu reste homogène dans le temps (traduisant une dimension d'écoulement constante), alors toute rupture de pente détectée sur le graphique de la dérivée logarithmique est interprétée comme étant provoquée par le franchissement d'une discontinuité par le front de pression. De ce fait, connaissant le temps auquel l'influence de la discontinuité est détectée (temps d'influence noté  $t_i$  sur la figure 24), il est possible d'estimer directement la distance de cette dernière par rapport au puits de pompage.

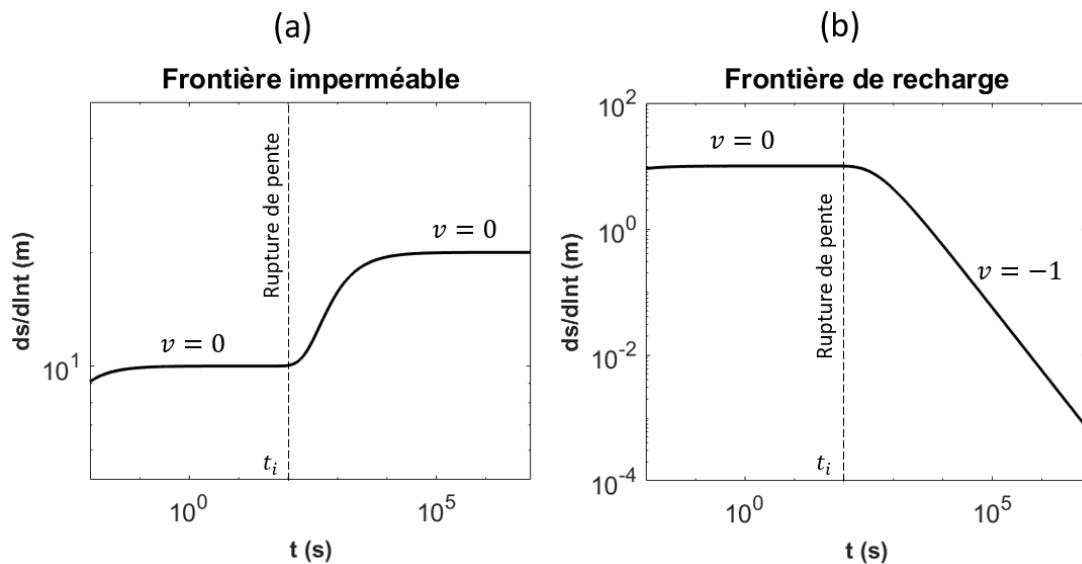


Figure 24 : Profils de la dérivée logarithmique du rabattement en échelle log-log : a) frontière imperméable ; b) frontière de recharge.

L'approche du rayon d'influence est plus versatile et permet de localiser toute discontinuité à partir du moment où celle-ci est capable d'influencer le signal hydraulique. De plus, la présente approche est plus générale car elle ne se limite pas qu'aux conditions d'application du modèle de Cooper-Jacob, mais elle prend en compte la nature de l'écoulement



c'est-à-dire le régime de propagation du front de pression ainsi que la dimension d'écoulement du milieu. Pour ces raisons, cette dernière sera privilégiée dans cette thèse.

Or, bien que l'approche du rayon d'influence ait l'avantage de localiser les objets hydrauliques discrets en prenant en compte la nature réelle des écoulements, la formulation de manière explicite de l'équation 2 fait l'objet de divergences de la part des auteurs du fait que ces derniers ont adoptés différentes conceptualisations du front de pression. La présente thèse vise de manière spécifique à proposer une approche générale permettant de caractériser l'équation du rayon d'influence en fonction de la dimension d'écoulement. Les cas particuliers des dimensions d'écoulement entières ( $n = 1, 2, 3$ ) seront investigués. Aussi, l'applicabilité de l'approche proposée à la localisation des objets hydrauliques sera vérifiée.

## LISTE DE RÉFÉRENCES

- Abelin, H., Birgersson, L., Moreno, L., Widén, H., Ågren, T., and Neretnieks, I. 1991. A large-scale flow and tracer experiment in granite: 2. Results and interpretation. *Water Resources Research*, **27**: 3119–3135. Wiley Online Library.
- Acuna, J.A., and Yortsos, Y.C. 1995. Application of fractal geometry to the study of networks of fractures and their pressure transient. *Water Resour. Res.*, **31**: 527–540. doi:<https://doi.org/10.1029/94WR02260>.
- Alabert, F.G. 1989. Constraining description of randomly heterogeneous reservoirs to pressure test data: a Monte Carlo study. Society of Petroleum Engineers. <https://doi.org/10.2118/19600-MS>, SPE 19600 64th Annual Technical Conference and Exhibition. San Antonio, Texas,. pp. 207–221.
- Anderson, M.P., Woessner, W.W., and Hunt, R.J. 2015. Applied groundwater modeling: simulation of flow and advective transport. Academic press.
- Andrade, R. 2014. Delineation of fractured aquifer using numerical analysis (factor) of resistivity data in a granite terrain. *International Journal of Geophysics*, **2014**. Hindawi.
- Andrews, R.E., Wunsch, D.R., and Dinger, J.S. 2002. Evaluation of the use of fracture-flow solutions to analyze aquifer test data collected from wells in the eastern kentucky coal field. National Ground Water Association, editor, *Fractured-Rock Aquifers*, **2002**: 119–123.
- Babiker, M., and Gudmundsson, A. 2004. The effects of dykes and faults on groundwater flow in an arid land: the Red Sea Hills, Sudan. *Journal of Hydrology*, **297**: 256–273. Elsevier.
- Bachmat, Y., and Bear, J. 1987. On the concept and size of a representative elementary volume (REV). *In Advances in transport phenomena in porous media*. Springer. pp. 3–20.
- Barker, J.A. 1988. A generalized radial flow model for hydraulic tests in fractured rock. *Water Resources Research*, **24**: 1796–1804. doi:<https://doi.org/10.1029/WR024i010p01796>.
- Bear, J. 1972. Dynamics of fluids in porous media. Courier Corporation.
- Bear, J., and Bachmat, Y. 1991. Introduction to modeling of transport phenomena in porous media. Springer Science & Business Media.
- Beauheim, R.L., Roberts, R.M., and Avis, J.D. 2004. Well testing in fractured media: flow dimensions and diagnostic plots. *Journal of Hydraulic Research*, **42**: 69–76.
- Bennett, G., Van Camp, M., Shemsanga, C., Kervyn, M., and Walraevens, K. 2022. Delineation of the aquifer structure and estimation of hydraulic properties on the flanks of Mount Meru, Northern Tanzania. *Journal of African Earth Sciences*, **196**: 104673. Elsevier.
- Birsoy, Y.K., and Summers, W. 1980. Determination of aquifer parameters from step tests and intermittent pumping data. *Ground Water;(United States)*, **18**.
- Bourdarot, G. 1998. Well testing: Interpretation methods. Editions Technip Paris, France.

- Bourdet, D., Ayoub, J.A., and Pirard, Y.M. 1989. Use of pressure derivative in well test interpretation. *SPE Formation Evaluation*, **4**: 293–302.
- Bourdet, D., Whittle, T.M., Douglas, A.A., and Pirard, Y.M. 1983. A new set of type curves simplifies well test analysis. *World oil*, **196**: 95–106.
- Brown, G., Hsieh, H., and Lucero, D.A. 2000. Evaluation of laboratory dolomite core sample size using representative elementary volume concepts. *Water Resources Research*, **36**: 1199–1207. Wiley Online Library.
- Bruel, T., Petit, J.-P., Massonnat, G., Guerin, R., and Nolf, J.-L. 1999. Relation entre écoulements et fractures ouvertes dans un système aquifère compartimenté par des failles et mise en évidence d'une double porosité de fractures. *Bulletin de la Société Géologique de France*, **170**: 401–412. Société Géologique de France.
- Butler, J.J. 1990. The role of pumping tests in site characterization: Some theoretical considerations. *Groundwater*, **28**: 394–402. Wiley Online Library.
- Chabart, M. 1995. La recharge de l'aquifère multicouche du Roussillon et les conséquences d'un éventuel changement climatique sur la gestion de la ressource en eau. PhD Thesis, Paris 6.
- Chacha, N., Njau, K.N., Lugomela, G.V., and Muzuka, A.N. 2018. Hydrogeochemical characteristics and spatial distribution of groundwater quality in Arusha well fields, Northern Tanzania. *Applied Water Science*, **8**: 1–23. Springer.
- Chandra, S., Dewandel, B., Dutta, S., and Ahmed, S. 2010. Geophysical model of geological discontinuities in a granitic aquifer: Analyzing small scale variability of electrical resistivity for groundwater occurrences. *Journal of Applied Geophysics*, **71**: 137–148. Elsevier.
- Chang, J., and Yortsos, Y.C. 1990. Pressure transient analysis of fractal reservoirs. *SPE Formation Evaluation*, **5**: 31–38. doi:<https://doi.org/10.2118/18170-PA>.
- Chiles, J.P. 1989. Modélisation géostatistique de réseaux de fractures. *In Geostatistics*. Springer. pp. 57–76.
- Chow, V.T. 1952. On the determination of transmissibility and storage coefficients from pumping test data. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, **33**: 397–404. doi:<https://doi.org/10.1029/TR033i003p00397>.
- Cinco-Ley, H., Samaniego, V., and Dominguez, A. 1978. Transient pressure behavior for a well with a finite-conductivity vertical fracture. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **18**: 253–264. doi:<https://doi.org/10.2118/6014-PA>.
- Clauser, C. 1992. Permeability of crystalline rocks. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, **73**: 233–238. Wiley Online Library.
- Coptý, N.K., and Findikakis, A.N. 2003. Statistical interpretation of transient radial flow in heterogeneous formations. *In Groundwater Quality Modeling and Management Under Uncertainty*. pp. 13–22.
- Coptý, N.K., and Findikakis, A.N. 2004. Stochastic analysis of pumping test drawdown data in heterogeneous geologic formations. *Journal of Hydraulic Research*, **42**: 59–67.

- Copt, N.K., Sarioglu, M.S., and Findikakis, A.N. 2006. Equivalent transmissivity of heterogeneous leaky aquifers for steady state radial flow. *Water resources research*, **42**. Wiley Online Library.
- Copt, N.K., Trinchero, P., and Sanchez-Vila, X. 2011. Inferring spatial distribution of the radially integrated transmissivity from pumping tests in heterogeneous confined aquifers. *Water Resources Research*, **47**. Wiley Online Library.
- Darcy, H. 1856. *Les fontaines publiques de la ville de Dijon: exposition et application...* Victor Dalmont.
- De Marsily, G. 1986. *Quantitative hydrogeology*. Paris School of Mines, Fontainebleau.
- De Marsily, G. 2004. *Cours d'hydrogeology*.
- Delay, F., Porel, G., and Bernard, S. 2004. Analytical 2D model to invert hydraulic pumping tests in fractured rocks with fractal behavior. *Geophysical research letters*, **31**. Wiley Online Library.
- Delleur, J.W. 2006. *The handbook of groundwater engineering*. CRC press.
- Dewandel, B., Lachassagne, P., Wyns, R., Maréchal, J.-C., and Krishnamurthy, N. 2006. A generalized 3-D geological and hydrogeological conceptual model of granite aquifers controlled by single or multiphase weathering. *Journal of hydrology*, **330**: 260–284. Elsevier.
- Eaton, T.T. 2006. On the importance of geological heterogeneity for flow simulation. *Sedimentary Geology*, **184**: 187–201. Elsevier.
- Fang, H., Zhu, J., Qiu, J., Su, Y., and Xia, D. 2022. Laminar and turbulent groundwater flows in confined two-and three-dimensional discrete fracture networks. *Engineering Geology*, **308**: 106824. Elsevier.
- Ferroud, A., Chesnaux, R., and Rafini, S. 2018a. Well interpretation from flow dimension analysis: The learnings of a multi-context field database. *Journal of hydrology*, **556**: 449–474.
- Ferroud, A., Chesnaux, R., and Rafini, S. 2018b. Insights on pumping well interpretation from flow dimension analysis: The learnings of a multi-context field database. *Journal of hydrology*, **556**: 449–474. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.10.008>.
- Ferroud, A., Chesnaux, R., and Rafini, S. 2019. Drawdown log-derived analysis for interpreting constant-rate pumping tests in inclined substratum aquifers. *Hydrogeology Journal*, **27**: 2279–2297.
- Ferroud, A., Rafini, S., and Chesnaux, R. 2018c. Using flow dimension sequences to interpret non-uniform aquifers with constant-rate pumping-tests: a review. *Journal of Hydrology X*, **2**: 100003. doi:<https://doi.org/10.1016/j.hydroa.2018.100003>.
- Freeze, R.A. 1975. A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media. *Water resources research*, **11**: 725–741. Wiley Online Library.
- Freeze, Ra. 1979. and, and AJohn Cherry. *Groundwater*. edited by John A Cherry. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

- Ganoulis, J. 1985. Application of stochastic methods to the study of aquifer systems. Unesco.
- Gelhar, L.W. 1993. Stochastic subsurface hydrology. 643 pp., Prentice-Hall, Upper Saddle River, N. J.
- Ghiglieri, G., Balia, R., Oggiano, G., and Pittalis, D. 2010. Prospecting for safe (low fluoride) groundwater in the Eastern African Rift: the Arumeru District (Northern Tanzania). *Hydrology and Earth System Sciences*, **14**: 1081–1091. Copernicus GmbH.
- Gierczak, R., Devlin, J., and Rudolph, D. 2005. Combined use of field and laboratory testing to predict preferred flow paths in an heterogeneous aquifer. *Journal of contaminant hydrology*, **82**: 75–98. Elsevier.
- Govindarajan, S.K. 2019. An overview on extension and limitations of macroscopic Darcy's law for a single and multi-phase fluid flow through a porous medium. *International Journal of Mining Science (IJMS) Volume*, **5**: 1–21.
- Gringarten, A.C., and Ramey, H.J. 1974. Unsteady-state pressure distributions created by a well with a single horizontal fracture, partial penetration, or restricted entry. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **14**: 413–426.
- Gringarten, A.C., Ramey, H.J., and Raghavan, R. 1974. Unsteady-state pressure distributions created by a well with a single infinite-conductivity vertical fracture. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **14**: 347–360.
- Gringarten, A.C., and Ramey, J.H. 1973. The use of source and Green's functions in solving unsteady-flow problems in reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **13**: 285–296. doi:<https://doi.org/10.2118/3818-PA>.
- Hamm, S.-Y., and Bidaux, P. 1996. Dual-porosity fractal models for transient flow analysis in fissured rocks. *Water resources research*, **32**: 2733–2745. Wiley Online Library.
- Herweijer, J., and Young, S. 1991. Use of detailed sedimentological information for the assessment of aquifer tests and tracer tests in a shallow fluvial aquifer. *In Proceedings of the 5th Annual Canadian/American Conference on Hydrogeology: Parameter Identification and Estimation for Aquifer and Reservoir Characterization*, Natl. Water Well Assoc., Dublin, Ohio.
- Hubbert, M.K. 1956. Darcy's law and the field equations of the flow of underground fluids. *Transactions of the AIME*, **207**: 222–239. OnePetro.
- Kolditz, O., and Clauser, C. 1998. Numerical simulation of flow and heat transfer in fractured crystalline rocks: application to the hot dry rock site in Rosemanowes (UK). *Geothermics*, **27**: 1–23. Elsevier.
- Kruseman, G.P., De Ridder, N.A., and Verweij, J.M. 1970. Analysis and evaluation of pumping test data. International institute for land reclamation and improvement The Netherlands.
- Lemieux, J.-M., Therrien, R., and Kirkwood, D. 2005. Small scale study of groundwater flow in a fractured carbonate-rock aquifer at the St-Eustache quarry, Québec, Canada. *Hydrogeology Journal*, **14**: 603–612. Springer.

- Long, J.C., Remer, J., Wilson, C., and Witherspoon, P. 1982. Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures. *Water resources research*, **18**: 645–658. Wiley Online Library.
- Marle, C. 2006. Henry Darcy et les écoulements de fluides en milieu poreux. *Oil & Gas Science and Technology-Revue de l'IFP*, **61**: 599–609. EDP Sciences.
- Maryška, J., Severýn, O., and Vohralík, M. 2005. Numerical simulation of fracture flow with a mixed-hybrid FEM stochastic discrete fracture network model. *Computational Geosciences*, **8**: 217–234. Springer.
- Meier, P.M., Carrera, J., and Sánchez-Vila, X. 1998. An evaluation of Jacob's method for the interpretation of pumping tests in heterogeneous formations. *Water Resources Research*, **34**: 1011–1025.
- Meyer, B.R., and Bazan, L.W. 2011. A discrete fracture network model for hydraulically induced fractures-theory, parametric and case studies. *In* SPE hydraulic fracturing technology conference. OnePetro.
- Michalski, A., and Britton, R. 1997. The role of bedding fractures in the hydrogeology of sedimentary bedrock—evidence from the Newark Basin, New Jersey. *Groundwater*, **35**: 318–327. Wiley Online Library.
- Min, K.-B., Jing, L., and Stephansson, O. 2004. Determining the equivalent permeability tensor for fractured rock masses using a stochastic REV approach: method and application to the field data from Sellafeld, UK. *Hydrogeology Journal*, **12**: 497–510. Springer.
- Moench, A.F. 1984. Double-porosity models for a fissured groundwater reservoir with fracture skin. *Water Resources Research*, **20**: 831–846. Wiley Online Library.
- Mourzenko, V.V., Bogdanov, I., Thovert, J.-F., and Adler, P.M. 2011. Three-dimensional numerical simulation of single-phase transient compressible flows and well-tests in fractured formations. *Mathematics and Computers in Simulation*, **81**: 2270–2281. Elsevier.
- Narsilio, G.A., Buzzi, O., Fityus, S., Yun, T.S., and Smith, D.W. 2009. Upscaling of Navier–Stokes equations in porous media: Theoretical, numerical and experimental approach. *Computers and Geotechnics*, **36**: 1200–1206. Elsevier.
- Nastev, M., Morin, R., Godin, R., and Rouleau, A. 2008. Developing conceptual hydrogeological model for Potsdam sandstones in southwestern Quebec, Canada. *Hydrogeology Journal*, **16**: 373–388. Springer.
- NRC, N.R.C. (NRC). 1996. *Rock fractures and fluid flow: contemporary understanding and applications*. National Academies Press.
- Papadopoulos, I.S. 1965. Nonsteady flow to a well in an infinite anisotropic aquifer.
- Rafini, S. 2008. *Comportement hydraulique des milieux faillés*. Phd, Université du Québec à Montreal.
- Rafini, S., and Larocque, M. 2009. Insights from numerical modeling on the hydrodynamics of non-radial flow in faulted media. *Advances in water resources*, **32**: 1170–1179. doi:<https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2009.03.009>.

- Rafini, S., and Larocque, M. 2012. Numerical modeling of the hydraulic signatures of horizontal and inclined faults. *Hydrogeology Journal*, **20**: 337–350.
- Reed, J. 1980. Type curves for selected problems of flow to wells in confined aquifers. US Government Printing Office Washington, DC.
- Renard, P., Glenz, D., and Mejias, M. 2009. Understanding diagnostic plots for well-test interpretation. *Hydrogeology Journal*, **17**: 589–600. Springer.
- Robin, M.J.L., Gutjahr, A.L., Sudicky, E.A., and Wilson, J.L. 1993. Cross-correlated random field generation with the direct Fourier transform method. *Water Resources Research*, **29**: 2385–2397.
- Rouleau, A. 1985. Statistical characterization and numerical simulation of a fracture system-application to groundwater flow in the stripa granite.
- Rouleau, A., and Gale, J. 1987. Stochastic discrete fracture simulation of groundwater flow into an underground excavation in granite. *In International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. Elsevier. pp. 99–112.
- Schad, H., and Teutsch, G. 1994. Effects of the investigation scale on pumping test results in heterogeneous porous aquifers. *Journal of Hydrology*, **159**: 61–77. Elsevier.
- Schulze-Makuch, D., Carlson, D.A., Cherkauer, D.S., and Malik, P. 1999. Scale dependency of hydraulic conductivity in heterogeneous media. *Groundwater*, **37**: 904–919. Wiley Online Library.
- Schulze-Makuch, D., and Cherkauer, D.S. 1997. Method developed for extrapolating scale behavior. Wiley Online Library.
- Verweij, J. 1995. Analysis of pumping test data from hard rock aquifers. TNO.
- Walker, D.D., and Roberts, R.M. 2003. Flow dimensions corresponding to hydrogeologic conditions. *Water Resources Research*, **39**. Wiley Online Library.
- Wang, J., Feng, B., Guo, T., Wu, L., Lou, R., and Zhou, Z. 2013. Using partial penetrating wells and curtains to lower the water level of confined aquifer of gravel. *Engineering geology*, **161**: 16–25. Elsevier.
- Wang, M., Kulatilake, P., Um, J., and Narvaiz, J. 2002. Estimation of REV size and three-dimensional hydraulic conductivity tensor for a fractured rock mass through a single well packer test and discrete fracture fluid flow modeling. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **39**: 887–904. Elsevier.

## CHAPITRE 2

### REVIEW OF PETROLEUM AND HYDROGEOLOGY EQUATIONS FOR CHARACTERIZING THE PRESSURE FRONT DIFFUSION DURING PUMPING TESTS

Le chapitre 2 de cette thèse est présenté sous forme d'article de recherche. Il vise à dresser un état des lieux des différentes approches développées par les auteurs pour définir le front de pression pour lequel il n'existe pas de formulation mathématique exacte. Les différentes équations du rayon d'influence qui découlent des critères du front de pression adoptés par les auteurs sont également énumérées tout en spécifiant les modèles conceptuels associés. Aussi, l'article introduit une méthode unificatrice des différentes approches révisées, ce qui permet de les comparer les unes avec les autres. Le présent article a été publié dans la revue *Geosciences* de la maison d'édition MDPI.

N.B. : Il est porté à la connaissance des lecteurs que dans ce chapitre, le terme « diffusion » utilisé réfère à la propagation du front de pression. En effet, l'article avait déjà fait l'objet de publication avant qu'une révision de la terminologie ait été adoptée en comité de supervision de la thèse.



Review

Daouda Méité \*, Silvain Rafini, Romain Chesnaux and Anouck Ferroud

Département des Sciences Appliquées, Université du Québec à Chicoutimi, 555, Boulevard de l'Université Chicoutimi, Saguenay, QC G7H 2B1, Canada;

silvainrafini@gmail.com (S.R.); romain\_chesnaux@uqac.ca (R.C.); anouck.ferroud1@uqac.ca (A.F.)

\* Correspondence: daouda.meite1@uqac.ca; Tel.: +1-418-490-1003

## 2.1 ABSTRACT

In hydrogeology, the pressure front diffusion equation is crucial for the interpretation of pumping tests. It describes the displacement around the pumping well of the pressure front generated by a hydraulic disturbance, such as pumping or injection. This equation serves to physically locate the hydraulic objects (the recharge boundary, impermeable boundary, fault, hydraulic connection) that are able to influence the hydrodynamic behaviour of aquifers during a transient hydraulic test. However, several authors who have attempted to characterize this equation have come up with different expressions because the pressure front has been defined according to different approaches. This paper first clarifies the origin of the divergence between authors before reviewing seven approaches used to characterize the diffusion equation. In addition, a new approach is proposed, which is more practical and which defines the pressure front using the logarithmic derivative of the drawdown. Finally, all these reviewed approaches, plus the new one, are unified into a single general approach that defines the pressure front according to a general criterion, which is the critical drawdown, noted as  $s_c$ . To do this, the pressure front criteria of each existing approach, including the new one, were converted into

equivalent critical drawdowns. The ultimate goal of this study is to enable hydrogeologists to use all these approaches correctly in order to improve the accuracy of the interpretation of pumping test data for the better characterization of the geometry of aquifers.

**Keywords:** aquifer; pumping test; pressure front; diffusion regime; diffusion equation

## 2.2 INTRODUCTION

Groundwater management requires the appropriate characterization of hydraulic properties (transmissivity  $T$  and storage coefficient  $S$ ) governing aquifer hydrodynamics (Bridge and Hyndman 2004, Illman et al. 2010, Maliva 2016, Shishaye et al. 2019). Constant-rate pumping tests (or aquifer pumping tests) are the most common and routine direct investigations used by practitioners (Kabala 1993, Gernand and Heidtman 1997, Vouillamoz et al. 2008). They consist of creating a disturbance of the groundwater piezometric head in the vicinity of the well and measuring the transient variation of the piezometric head as a function of the time and distance from the pumping well.

The habitual interpretation of the time-series datasets relies on conventional flow models that assume a homogeneous, isotropic, two-dimensional domain and confined conditions, in which a radial flow regime occurs (Theis 1935, Cooper and Jacob 1946). The term “flow regime” refers to a specific form of the aquifer’s hydraulic response to pumping. Although conventional flow models have their uses, they have been proven to be inaccurate in numerous applications where aquifers have non-uniform and/or discontinuous properties, thereby, leading to inaccurate interpretations (Le Borgne et al. 2004, Bernard et al. 2006, Rafini and Larocque 2009, Rafini et al. 2017, Ferroud et al. 2018b).

Several field investigation studies have reported that the flow regimes occurring in real media are actually much more complex and diversified than what is modeled by the simple

radial flow regime (Leveinen 2000, Kuusela-Lahtinen et al. 2003, Lods and Gouze 2004, Maréchal et al. 2004a, Audouin et al. 2008, Verbovšek 2009, Odling et al. 2013, Ferroud et al. 2018b). To overcome this issue, some pioneering publications (Chow 1952, Tiab and Kumar 1980, Bourdet et al. 1983, Barker 1988, Renard et al. 2009) have improved the interpretation of transient hydraulic tests by introducing a diagnostic plot approach that typically combines the logarithmic derivative of the drawdown ( $ds/dlnt$ ) as reported by Bourdet et al. (1983) and the flow dimension parameter ( $n$ ) conceptualized by Barker (1988).

This type of analysis makes it possible to achieve a more realistic representation of various specific natural conditions, due to its greater sensitivity to variations of the aquifer's hydrodynamics (Issaka and Ambastha 1999). The flow dimension  $n$  ( $n \in [0; 4]$ ) is a parameter that characterizes a linear log-derivative response, such that  $n = 2(1 - \nu)$  where  $\nu$  is the slope of  $ds/dlnt$  on a bi-log plot (Beauheim and Roberts 1998, Bowman et al. 2012, Ferroud et al. 2018c). Figure 25 below summarizes the published theoretical flow dimensions and their associated flow regimes.

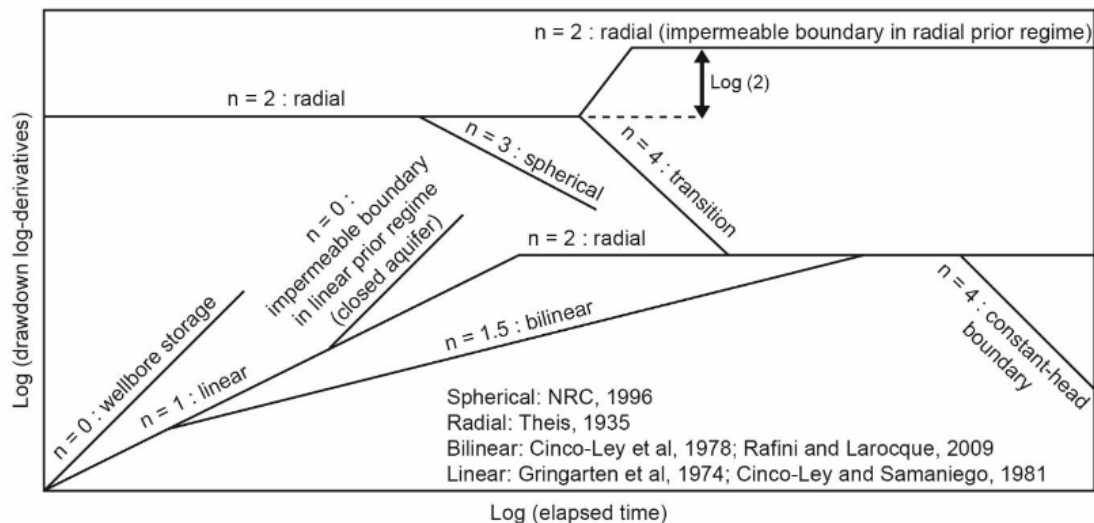


Figure 25 : Summary of published theoretical flow regimes and their associated flow dimensions  $n$  in bi-log scale of  $dlogs/dt$  vs. time.

Source: redrawn from Ferroud et al. (2018c).

Any change in the flow dimension during a transient hydraulic test reflects a change in the hydrodynamic conditions that control the shape of the pressure front pulse diffusing through the aquifer (Barker 1988, Doe 1991, Ferroud et al. 2018c, Chesnaux 2018). The pressure front pulse is theoretically considered as the moving limit between the zones that are and are not influenced during a pumping test (Chesnaux 2018). In some cases, the changes in the flow dimension may reflect the attainment of discrete hydraulic heterogeneities (or hydraulic objects) by the pressure front pulse, such as hydraulic boundaries, faults or connections to another aquifer (Ferroud et al. 2018b, 2018c).

A sequence of flow dimensions  $n$  may then provide information on the geometry of the aquifer as it is scanned by the pressure front pulse propagating around the well during pumping. The modelling of the aquifer geometry ultimately requires the spatial location of hydraulic objects that successively alter the flow dimension. This points out the necessity of determining the distances of these objects within the aquifer.

The diffusion equation (Equation 2.1) links the distance traveled by the pressure front pulse from the source to the elapsed time (Rafini and Larocque 2012). Assessing this equation is necessary for any spatial location of hydraulic objects within the aquifer (Muskat 1937, Jones 1962, Lee 1982, Rahman et al. 2008). The time it takes for any hydraulic object to impact the drawdown response at the source and potentially alter the flow dimension is referred to as the time of influence (Horner 1951, Jones 1962, Bresciani et al. 2020a). The knowledge of this parameter, as well as the diffusion equation (Equation 2.1) in its explicit form, makes it possible to determine the distances of the objects from the source (pumping well) if several observation wells are available.

$$\langle r^2 \rangle \propto t^\gamma \tag{2.1}$$

where  $r$  is the distance traveled by the pressure front [L],  $t$  is the time [T] and  $\gamma$  is a real constant depending on the flow regime.

The time exponent  $\gamma$  is a key parameter in the characterization of the diffusion equation because it defines the diffusion regime. A normal diffusive regime corresponds to  $\gamma = 1$  while an abnormal diffusive regime refers to  $\gamma \neq 1$  (Chang and Yortsos 1990, Acuna and Yortsos 1995, Rafini and Larocque 2009, 2012).

In the first instance, the normal diffusion regime implies that the distance  $r$  is proportional to  $\sqrt{t}$  ( $r \propto \sqrt{t}$ ) (Acuna and Yortsos 1995, Cello et al. 2009). This may relate to a continuous, homogeneous and isotropic medium (Chang and Yortsos 1990, Acuna and Yortsos 1995, Rafini and Larocque 2009, 2012). Moreover, the normal diffusion regime is also produced in heterogeneous aquifers where the heterogeneity is diffuse and follows a homogeneous Euclidian statistical scheme (ex. Log-normal) (Brixel et al. 2020). In contrast, the abnormal diffusion regime is produced in fractured aquifers with a fractal geometry (Chang and Yortsos 1990, Acuna and Yortsos 1995, Bernard et al. 2006) or relates to the transient hydraulic interactions between Euclidian hydraulic objects and non-equal topological dimensions—typically a fault within a conductive matrix (Rafini and Larocque 2009, 2012). In both cases, the abnormal regime induces a slowdown of diffusion; hence,  $\gamma < 1$ .

The explicit characterization of equation 2.1 requires an understanding of the relationship between the diffusion regime and the flow regime - in other words, between the parameters  $\gamma$  and  $n$ . Conceptual flow models published by authors suggest that, as a general rule, flow regimes with integer flow dimensions ( $n = 1, 2, 3$ ) pertain to normal diffusion ( $\gamma = 1$ ), while non-integer flow dimension regimes are caused by abnormal diffusion ( $\gamma < 1$ ) (Chang and Yortsos 1990, Acuna and Yortsos 1995, Bernard et al. 2006).

Indeed, the abnormal diffusive regime was initially attributed to fractal geometry models to explain non-integer flow dimensions (Barker 1988, Chang and Yortsos 1990, Acuna and Yortsos 1995, Walker et al. 2006). However, in nature, non-integer flow dimensions have been observed outside the hypotheses of the fractal medium (Nicol et al. 1996, Hardacre and Cowie 2003, de Dreuzy et al. 2004 p. 20004, de Dreuzy and Davy 2007, Ferroud et al. 2018c). In other perspectives, Doe (1991), Rafini and Larocque (2009) extended the interpretation of fractional  $n$  values to the concept of non-fractal geometries (Ferroud et al. 2018c).

Particularly, Rafini and Larocque (2009) numerically demonstrated that  $n = 1.5$  was generated by an aquifer crosscut by a single leaky fault, which is non-fractal by definition. This fractional flow response corresponds to the specific abnormal diffusion regime  $\gamma = 0.25$ . Finally, abnormal diffusion and corollary fractional flow regimes remain as unconventional models and are beyond the scope of this review paper. This article focuses on characterizing the diffusion equation in normal diffusion and associated integer dimension flow regimes.

Integer flow dimensions  $n = 1, 2, 3$ , respectively refer to linear, radial and spherical flow regimes (Barker 1988, Beauheim and Roberts 1998, Giese et al. 2017, Ferroud et al. 2018c). The explicit form of the diffusion equation in these conditions is given by equation 2.2 in which  $T$  is the transmissivity [ $L^2/T$ ],  $S$  is the ideal storage coefficient of the aquifer [dimensionless],  $\alpha$  is the diffusion coefficient [dimensionless] (Lee 1982, Datta-Gupta et al. 2011, Craig and Jackson 2017, Chesnaux 2018). For groundwater radial flow, the transmissivity  $T$  and the storage coefficient  $S$  of the aquifer are:  $T = Kb$  and  $S = S_s b$ , where  $K$  is the hydraulic conductivity [ $L/T$ ],  $S_s$  is the specific storage coefficient [ $L^{-1}$ ] and  $b$  is the aquifer thickness [ $L$ ].

$$r = \alpha \sqrt{\frac{T}{S} t} \tag{2.2}$$

In equation 2.2, the hydraulic properties  $T$  and  $S$  are typically determined by conceptual models that are based on specific hydraulic and geometric assumptions (Theis 1935, Cooper and Jacob 1946, Gringarten and Ramey 1973, Horne and Temeng 1982, Ferroud et al. 2018c). However, consensus has not been reached in the literature on how to best determine the diffusion coefficient  $\alpha$ . Indeed, the different approaches proposed by different authors to define the pressure front pulse produce divergent values of  $\alpha$  (Alabert 1989, Bourdet 2002, Taheri and Shadizadeh 2005, Hossain et al. 2007). Such a lack of agreement causes uncertainties in the interpretation of transient test results, particularly in regards to the location of hydraulic objects, which directly challenges the hydrogeologist community.

Bresciani et al. (2020a) recently performed a review in which they offer a practical guide to assist hydrogeologists in choosing the suitable operational definition of the diffusion equation depending on the practical context. The objective of this study is to first investigate the origin of the problem related to the characterisation of the diffusion equation, which has led to different values of the diffusion coefficient  $\alpha$ . Then, seven approaches used by various authors to characterize the diffusion equation are reviewed and discussed with an emphasis on the conceptual flow models and the quantitative factors influencing the differences in value of the diffusion coefficient  $\alpha$ .

A new approach for characterizing the diffusion equation is developed, and it is more practical and based on the drawdown log-derivative function. Finally, all reviewed approaches plus the new one are unified by a single approach, which defines the pressure front according to a general criterion, which is the critical drawdown  $s_c$ . To do this, the pressure front criteria of each existing approach, including the new one, are converted into equivalent critical drawdowns. The reader is forewarned that all equations presented in this article are converted into the metric unit system and may, therefore, appear in a different form than in the original publication.

## 2.3 BACKGROUND

The current section aims to investigate the origin of the divergence between authors in characterizing the diffusion equation, which led to different values of the coefficient  $\alpha$ . To reach this goal, the Generalized Radial Flow model (GRF) proposed by Barker (1988) is considered. The theory underlying the GRF model is first reviewed.

Barker (1988) developed the GRF model in a context where conventional models (Theis 1935, Cooper and Jacob 1946) were not suitable for interpreting the complex hydraulic responses of aquifers. The GRF is a mathematical model that includes a comprehensive set of equations describing groundwater piezometric head changes during all of the commonly employed forms of hydraulic testing (Barker 1988). Flow is generalized by introducing the parameter of flow dimension  $n$ , which describes the flow regime or the nature of the flow that occurs in the aquifer during a pumping test. In addition, the GRF model is based on the flow regime concept, which has proven to be versatile and efficient in reproducing natural flow behaviours in various contexts of aquifer media, including integer and non-integer flow dimension regimes (Barker 1988, Rafini and Larocque 2012, Ferroud et al. 2018c, 2018b, 2019).

The basic assumptions of the GRF model are as follows: (1) Flow is radial, occurring in a homogeneous, isotropic and confined medium from a single source and filling an  $n$ -dimensional space. (2) Flow obeys Darcy's law. (3) The source is an  $n$ -dimensional sphere of radius  $r_w$  and storage capacity  $s_w$ . (4) The source has infinitesimal skin. (5) Any piezometers in the medium have negligible size and storage capacity (Barker 1988).

The generalized flow equations are developed using a system of  $n$ -dimensional spherical surfaces centered on a common point that represents the source or the well (Doe 1991). The areas  $A_n$  of these surfaces vary with distance  $r$  from the source according to



equation 2.3, in which  $a_n$  is the area of a unit sphere in  $n$ -dimension (Barker 1988). For instance, in the linear flow regime ( $n = 1$ ), the equipotential surfaces are constants while in radial ( $n = 2$ ) and spherical ( $n = 3$ ) flow regimes,  $A_n$  is proportional to  $r$  and  $r^2$ , respectively (figure 26).

$$A_n(r) = a_n r^{n-1} \quad \text{with} \quad a_n = \frac{2\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2)} \quad (2.3)$$

where  $\Gamma(x)$  is the gamma function of argument  $x$  and  $n$  is the flow dimension.

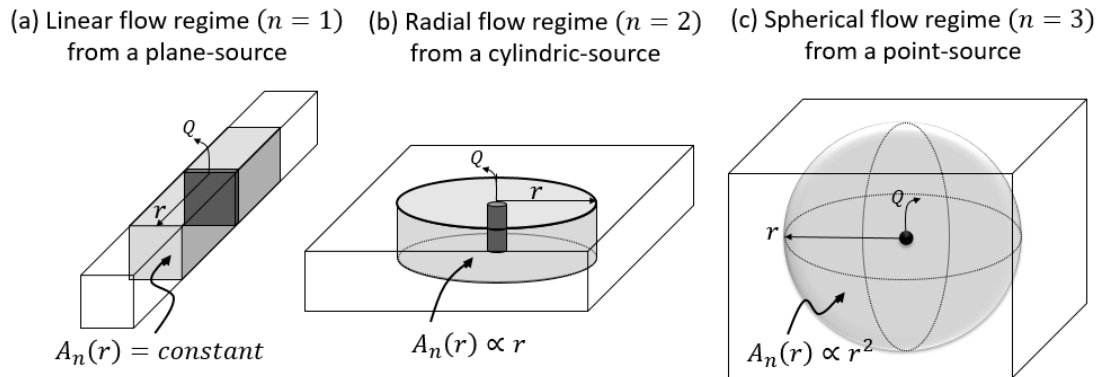


Figure 26 : Examples of flow geometries for integer flow dimensions: (a) one-dimensional flow within a plane ( $n = 1$ ,  $v = 1/2$ ); and (b) two-dimensional flow within a cylinder (well) ( $n = 2$ ,  $v = 0$ ); and (c) three-dimensional flow within a sphere ( $n = 3$ ,  $v = -1/2$ ).

Applying the principle of conservation of mass (Equation 2.4) between the regions bounded by two equipotential surfaces, which have radii  $r$  and  $r + dr$ , and then assuming that the flow obeys Darcy's law (Equation 2.5), Barker obtained the generalized flow equation (Equation 2.6). In this equation,  $K$  is the hydraulic conductivity [ $L/T$ ],  $S_s$  is the specific storage coefficient of the aquifer [ $L^{-1}$ ],  $h$  is the hydraulic piezometric head [ $L$ ],  $r$  is the distance [ $L$ ] and  $t$  is the time [ $T$ ].

$$\Delta V = q\Delta t, \text{ with } \Delta V = S_s b^{3-n} a_n r^{n-1} \Delta r \Delta h \quad (2.4)$$

$$q = Kb^{3-n} a_n \left[ (r + \Delta r)^{n-1} \frac{\partial h(r + \Delta r, t)}{\partial r} - r^{n-1} \frac{\partial h(r, t)}{\partial r} \right] \quad (2.5)$$

$$S_s \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{K}{r^{n-1}} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^{n-1} \frac{\partial h}{\partial r} \right) \quad (2.6)$$

The boundary conditions assumed to solve equation 2.6 are: the well has an infinitesimal radius in which a constant flow-rate pumping test occurs; the flow region is infinite; a zero drawdown is assumed at infinite distance from the source ( $s(\infty, t) = 0$ ); and a zero drawdown is assumed as initial boundary condition ( $s(r, 0) = 0$ ).

The general drawdown solution obtained by solving equation 2.6 is given by equation 2.7. In this equation,  $s(r, t)$  is the drawdown predicted at any distance  $r$ , and at any time  $t$ ,  $Q$  is the pumping flow rate [ $L^3/T$ ],  $\Gamma$  is the incomplete gamma function. In the particular case of the Theis radial flow conceptual model ( $n = 2$ ), the  $\Gamma$  function is equal to the well function  $W$  or the exponential integral function  $E_1$ .

$$s(r, t) = \frac{Qr^{2v}}{4\pi^{1-v} Kb^{3-n}} \Gamma(-v, u) \text{ with } u = \frac{r^2 S_s}{4Kt} \text{ and } v = 1 - \frac{n}{2}, v < 1 \quad (2.7)$$

As the pressure front is theoretically considered as the moving limit between the zones that are and are not influenced during a pumping test, then the characterization of the diffusion equation requires solving the equation  $s(r, t) = 0$ , which leads to:

$$r^{2v} = 0, \quad v \neq 0 \quad (2.8)$$

Or

$$\Gamma(-v, u) = 0 \quad (2.9)$$

Equations 2.8 and 2.9 have two meanings: i) an instantaneous pressure front diffusion, i.e., the disturbance created at the source is instantly felt everywhere throughout the aquifer, even at infinite distances, or ii) the pressure front stays at the source and does not move during the entire duration of the pumping test.

Both solutions are not physically based, which means that the analytical characterization of the diffusion equation is a theoretical deadlock. This dilemma poses a challenge to researchers regarding their ability to conceptualize the pressure front. Authors have resorted to setting a given threshold of detectability of the pressure front, according to different conceptual models and approaches. This has resulted in a variety of values of the diffusion coefficient  $\alpha$  values, thereby, leading to quantitative bias in the interpretation of aquifers.

## **2.4 LITERATURE REVIEW OF DIFFERENT APPROACHES USED TO CHARACTERIZE THE DIFFUSION EQUATION**

The purpose of this section is to present different approaches that characterize the diffusion equation according to specific pressure front criteria. Conceptual models associated to the different approaches are also outlined. Indeed, seven different methods used by various authors to characterize the diffusion equation in the normal diffusion regime are reviewed, and a new method is proposed.

### **2.4.1 THE COOPER JACOB APPROXIMATION (CJA) (1946) APPROACH**

The approach based on the CJA considers the pressure front as the limit beyond which the drawdown is zero. The aquifer conceptual model of this approach derives from that of Theis, which assumes a two-dimensional groundwater flow occurring in a homogenous, isotropic medium of constant thickness with an infinite extension and the source has

infinitesimal radius. The drawdown solution  $s_{CJ}(r, t)$  proposed by Cooper and Jacob (1946) (Equation 2.10) results from approximating the Theis well function to a straight line for large dimensionless time. Chapuis (2007) stated that the Cooper–Jacob approximation is tolerable for  $u < 0.01$ ; indeed, critical values equal to 0.02 and 0.05 are commonly practiced in hydrogeology applications (Ferris et al. 1962, Todd and Mays 1980, 2004).

Thus, taking equation 2.10 and solving  $s_{CJ}(r, t) = 0$  leads to equation 2.11, in which the diffusion coefficient value is 1.5.

$$s_{CJ}(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt}{r^2 S}\right) \quad (2.10)$$

$$r = 1.5 \sqrt{\frac{T}{S} t} \quad (2.11)$$

The advantage of the CJA approach is that it allows characterizing the diffusion equation by simply solving the equation  $s_{CJ}(r, t) = 0$ . In addition, the fact that  $\alpha = 1.5$  is a constant is easier to implement by practitioners when calculating the radius of influence or the distance of hydraulic objects. This value is also recommended by some hydrogeology manual (Chapuis 2007). However, the CJA approach is arbitrary because the value  $\alpha = 1.5$  induces an interpretation error of the pressure front. When the drawdown predicted by the CJ model is zero at the time  $t_0$  (figure 27), the drawdown predicted by the Theis model is equal to the critical value  $\varepsilon_{Theis-CJ}$  given by equation 2.12.

This critical value, herein referred to as the pressure front interpretation error  $\varepsilon_{Theis-CJ}$ , is proportional to  $Q/T$  (in meters) and consequently becomes higher for low transmissive aquifers or high pumping rate hydraulic tests. The CJA approach also implicitly involves a greater error in the estimation of  $\alpha$ , in the sense that, if the pressure front is defined using the Theis drawdown model according to a variable critical drawdown criterion  $s_c$  (which depends

on pressure measurement systems), the obtained  $\alpha$  value given by equation 2.13 might be higher or lesser than 1.5, which refers to the CJ model (figure 28-a). The error of estimation of  $\alpha$  with the CJ model, compared to that obtained with the Theis model ( $\Delta\alpha_{Theis-CJ}$ ), is displayed in figure 28-b for different values of  $Q/T$ .

The minimum and maximum values of  $Q/T$  are, respectively,  $10^{-5}$  m and  $10^5$  m and are determined according to typical pumping test data obtained from communal and individual water-producing wells.

$$\varepsilon_{Theis-CJ} = s_{Theis}(r, t_0) = \frac{Q}{4\pi T} E_1(0.5625) = \frac{Q}{T} * 0.03903 \quad (2.12)$$

$$\alpha = 2 \sqrt{E_1^{-1}\left(\frac{4\pi T}{Q} s_c\right)} \quad (2.13)$$

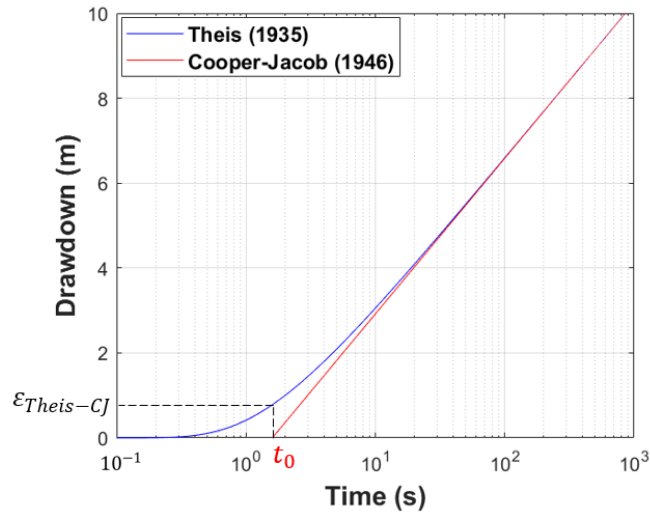


Figure 27 : Illustration of simulated drawdown curves predicted by Theis and CJ models at  $r = 6$  m for a pumping test with  $Q = 0.2$  m<sup>3</sup>/s,  $T = 0.01$  m<sup>2</sup>/s and  $S = 0.001$ .

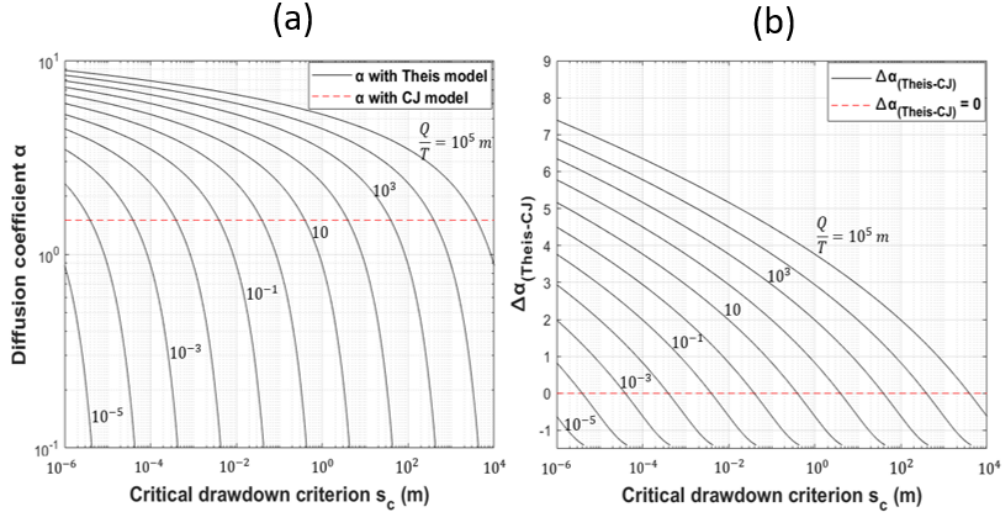


Figure 28 : a) Comparison of  $\alpha$  values from Theis and CJ models; b) Representation of  $\alpha$  estimation error of CJ model compared to  $\alpha$  estimation from Theis model.

#### 2.4.2 THE RELATIVE CRITICAL DRAWDOWN (RCD) APPROACH

The RCD approach is a method to characterize the diffusion equation that considers the pressure front criterion as the drawdown critical threshold ( $s_c$ ), under which no disturbance generated by the pumping test is measurable. This criterion  $s_c$  is quantified relative to the maximum drawdown at the pumping well  $s(r_w, \Delta t)$  according to equation 2.14 in which,  $f$  is the relative factor ( $f \in ]0; 1[$ ),  $\Delta t$  is the total elapsed time of the pumping test and  $r_w$  is the well radius (Bird et al. 1960, Bresciani et al. 2020a). Assuming the radial groundwater flow regime occurring under the Theis assumptions, the drawdown equation used to characterize the diffusion equation is given by equation 2.15. Then, combining equations 2.14 and 2.15 leads to equation 2.16 (Bresciani et al. 2020a).

$$s_c = f \cdot s(r_w, \Delta t) \quad (2.14)$$

$$s_{\text{Theis}}(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} E_1(u), \quad u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (2.15)$$

$$r = \alpha \sqrt{\frac{T}{S} t} \quad \text{with} \quad \alpha = 2 \sqrt{E_1^{-1}(f \cdot E_1(u_w))} \quad \text{and} \quad u_w = \frac{r_w^2 S}{4T\Delta t} \quad (2.16)$$

Equation 2.16 shows that the diffusion coefficient  $\alpha$  value depends on the pressure front relative factor  $f$ . Practically, Aguilera (2006), Johnson (1988) and Bourdarot (1998), without providing any additional details, stated that Jones (1962) defined the pressure front according to a relative factor of 1% and obtained equation 2.18. Moreover, Hossain et al. (2007) quantified the pressure front relative factor at 0.0000016%, and they obtained equation 2.17.

$$r = 8.11 \sqrt{\frac{T}{S} t} \quad (2.17)$$

$$r = 4 \sqrt{\frac{T}{S} t} \quad (2.18)$$

The RCD approach makes it possible to characterize the diffusion equation both analytically and numerically. It is an exact approach because the diffusion coefficient  $\alpha$  value is not constant and depends on the relative factor  $f$ , the aquifer hydraulic properties ( $T$  and  $S$ ), the total elapsed time  $\Delta t$  and the well radius  $r_w$ . This gives the advantage of adapting the estimate of the diffusion coefficient value to the conditions under which the pumping test is conducted.

However, due to the fact that aquifer hydraulic properties could vary by several orders of magnitude depending on the nature of formations, the value of the diffusion coefficient could also vary widely. To ensure a certain stability of the diffusion coefficient value, the pressure front relative factor  $f$  must also vary by several orders of magnitude, thus, leading to unrealistic definition of the pressure front in some practical cases.

### 2.4.3 THE DRAWDOWN LOG-RADIUS DERIVATIVE (DLRD) APPROACH

This approach characterizes the diffusion equation based on the drawdown log-radius derivative function equation 2.19. The pressure front is defined at any distance where

drawdown log-radius derivative profile reaches the absolute critical threshold noted  $\delta$  such that  $\delta \in \left[-\frac{Q}{2\pi T}; 0\right]$ . Then, taking equation 2.19 and solving  $ds/d\ln r = \delta$  leads to equation 2.20.

$$\frac{ds_{Theis}(r, t)}{d\ln(r)} = -\frac{Q}{2\pi T} e^{-\frac{r^2 S}{4Tt}} \quad (2.19)$$

$$r = \alpha \sqrt{\frac{T}{S} t} \quad \text{with } \alpha = 2 \sqrt{-\ln\left(\frac{-2\pi T}{Q} \delta\right)} \quad \text{and } -\frac{Q}{2\pi T} < \delta < 0 \quad \text{and } \delta \text{ in meter} \quad (2.20)$$

Equation 2.20 shows that the diffusion coefficient  $\alpha$  depends on the pressure front criterion  $\delta$ , the pumping rate  $Q$  and the aquifer transmissivity  $T$ , which give the advantage of the DLRD approach to adapt the value of the diffusion coefficient to the conditions under which the pumping test is conducted. For instance, Rahman et al. (2013) proceeded by numerical simulations to determine the diffusion equation 2.21. They arbitrarily estimated the pressure front criterion at  $|\delta| = 1$  psi (or  $|\delta| = 6894.76/\rho g$  in meters).

$$r = 2.5495 \sqrt{\frac{T}{S} t} \quad (2.21)$$

Although the DLRD approach has the advantage of better determining the value of the diffusion coefficient, it is not easy to put it into practice in a real pumping test case where drawdown time series data are recorded. Moreover, this approach is also subject to uncertainties in the definition of the pressure front as it is the case for the RCD approach, because the pumping rate  $Q$ , as well as the aquifer transmissivity  $T$  could widely vary in reality.

#### 2.4.4 THE RELATIVE CRITICAL FLOW (RCF) APPROACH

The RCF approach consists in defining the pressure front relatively to the fluid flow rate within the aquifer. During a pumping test, the propagation of the pressure disturbance induces a groundwater flow rate  $q(r, t)$  (the Darcy's velocity) into the aquifer, which is



analytically expressed by equation 2.22 assuming the Theis conceptual model. This flow rate decreases as a function of the radial distance  $r$  from the pumping well. The RCF approach considers the pressure front criterion as the flow rate critical threshold ( $q_c$ ), under which no flow is measurable. The value of the criterion  $q_c$  is quantified according to the pumping flow rate  $Q$  at the source (Equation 2.23). In this equation,  $f$  is the relative factor such that  $f \in ]0; 1[$ . Then, combining equations 2.22 and 2.23 leads to equation 2.24.

$$q(r, t) = Qe^{-\frac{r^2 S}{4Tt}} \quad (2.22)$$

$$q_c = f \cdot Q \quad (2.23)$$

$$r = \alpha \sqrt{\frac{T}{S} t} \quad \text{with} \quad \alpha = 2\sqrt{-\ln(f)}, \quad f \in ]0; 1[ \quad (2.24)$$

The diffusion coefficient  $\alpha$  in equation 2.24 depends only on the relative factor  $f$ . For instance, Tek et al. (1957) used the RCF approach to characterize the diffusion equation. They arbitrarily defined the pressure front according to a relative factor of 1%, leading to the following result:

$$r = 4.29 \sqrt{\frac{T}{S} t} \quad (2.25)$$

The fact that the diffusion coefficient from the RCF approach depends only on the relative factor  $f$  makes this approach less restrictive than the RCD and DLRD approaches. As a result, using the RCF approach to calculate the distance of hydraulic objects may induce errors as this approach does not take into account the aquifer properties, the flow rate  $Q$ . In addition, the RCF approach is not easy to apply in the real-world context of a pumping test because it is not common to measure the fluid flow into the aquifer during transient hydraulic tests.

#### 2.4.5 THE MAXIMUM DRAWDOWN RATE (MDR) APPROACH

The maximum drawdown rate approach consists of characterizing the diffusion equation using the drawdown derivative function ( $ds/dt$ ). This approach considers the pressure front as the pic of the  $ds/dt$  function (Bourdarot 1998). In other words, it finds the moment at which the second derivative of the drawdown function is zero ( $d^2s/dt^2 = 0$ ) as illustrated on figure 29. Assuming classic constant flow pumping test occurring in an aquifer formation that verifies the Theis hypothesis, the second derivative of the drawdown function  $\frac{d^2s_{Theis}(r,t)}{dt^2}$  is given by equation 2.26. Then, taking equation 2.26 and setting it equal to zero leads to obtaining equation 2.27.

$$\frac{d^2s_{Theis}(r,t)}{dt^2} = \frac{Q}{4\pi T} (u - 1) \frac{e^{-u}}{t^2} \quad \text{with} \quad u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (2.26)$$

$$r = 2 \sqrt{\frac{T}{S} t} \quad (2.27)$$

The MDR approach gives a physical meaning to the pressure front, which is the peak of the  $ds/dt$  curve. Then, the diffusion coefficient that is obtained is a constant ( $\alpha = 2$ ) and does not depend on any parameter, such as the flow rate, the hydraulic properties, which makes the MDR approach subject to uncertainties. In other words, the fact that  $\alpha$  is constant could induce some error of estimation of the radius of influence or the distances of hydraulic objects.

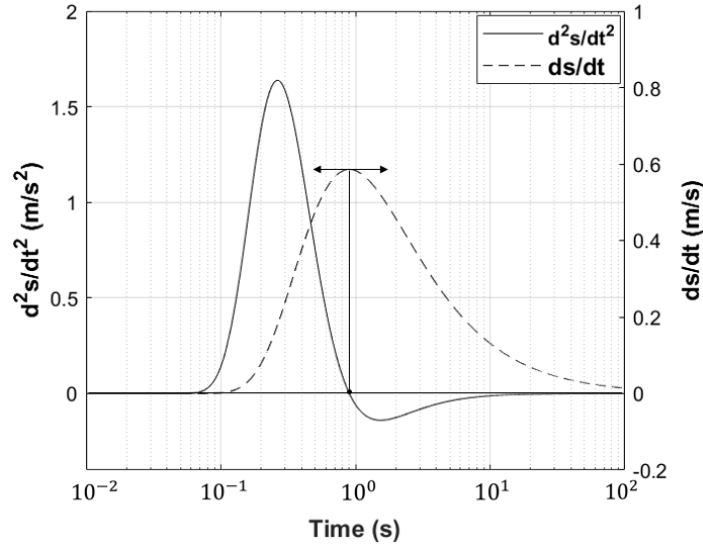


Figure 29 : Representation of the first and second derivatives of the drawdown solution predicted by Theis' model versus time at the position  $r = 6$  m, with  $Q = 0.18 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $T = 0.01 \text{ m}^2/\text{s}$  and  $S = 0.001$ .

#### 2.4.6 THE MAXIMUM DRAWDOWN (MD) APPROACH FOR AN IMPULSE TEST

The maximum drawdown (MD) approach uses the same principle as the maximum drawdown rate (MDR) method except that the MD approach directly relies on the drawdown function. Indeed, this approach considers the pressure front as the pic of the drawdown function for an impulse test. In other words, it determines the time at which the first derivative function of the drawdown is zero. To apply this approach, Lee (1982) conceptualized a homogeneous and isotropic line source model with an infinite lateral extension. The drawdown solution  $(s(r, t)_{GR})$  corresponding to these hypotheses for a pulse test is given by equation 2.28 as proposed by Gringarten and Ramey (1973).

$$s(r, t)_{GR} = \frac{S}{4\pi T t} \exp\left(-\frac{r^2 S}{4T t}\right) \quad (2.28)$$

Equation 2.28 is similar to the first derivative of the drawdown solution predicted by the Theis model, which implies a long-time pumping test (LTPT). The relationship between both equations is given by equation 2.29. This similarity is explained by the fact that a long-time constant flow rate pumping test (Theis hypothesis) is considered as an extension of a flow pulse test in the same conceptual model; thus, the drawdown produced by a LTPT is an integral of that produced by a pulse test (Todd and Mays 1980, Nicol et al. 1996).

Therefore, solving the diffusion problem with the flow pulse test by applying the maximum drawdown approach, i.e.,  $ds(r, t)_{GR}/dt = 0$  (Lee 1982), is equivalent to taking the second derivative of the Theis drawdown solution and setting it equal to zero ( $d^2s(r, t)_{Theis}/dt^2 = 0$ ), as presented in the previous section (Section 2.4.5). Both approaches lead to the same result (see equation 2.27). Therefore, the MD approach could be subject to the same uncertainties related to the MDR approach as stated in the previous section.

$$s(r, t)_{GR} = \frac{S}{Q} * \frac{ds(r, t)_{Theis}}{dt} \quad (2.29)$$

#### 2.4.7 THE DEVIATION TIME (DT) APPROACH

The concept of deviation time was introduced by Wattenbarger et al. (1998) to refer to the time of influence of a hydraulic object in order to characterize its distance from the source during a transient hydraulic test. The time of influence is considered as the moment in time when a change in flow regime is judged significant enough to be detected on the drawdown signal. Wattenbarger et al. (1998) simulated a long-time constant flow transient test in a vertical hydraulically fractured well whose fracture extends all the way to the lateral boundaries. The well is in the center of a rectangular drainage area as illustrated in figure 30.

The flow regime that occurs is linear. The normalized drawdown solutions is given by equation 2.30. Representing this equation on a bi-logarithmic scale shows a half-slope linear flow reflecting the natural behaviour of the aquifer, followed by a deviation illustrating the contribution of external boundaries to the aquifer hydrodynamics (figure 31). Wattenbarger et al. (1998) make a graphical approximation by stating that the deviation appears at  $t_{Dye} = 0.5$  without providing details on the precision with which the pressure front is read. Taking the expression of the parameter  $t_{Dye}$ , and setting it equal to 0.5 leads to equation 2.31.

$$\chi^{-1} s_{wD \text{ constant-flow}} = \frac{1}{\rho g} \left[ \frac{\pi}{2} \left[ \frac{1}{3} + t_{Dye} \right] - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n^2} \right) \exp[-n^2 \pi^2 t_{Dye}] \right] \quad (2.30)$$

Where

$$\chi = \frac{y_e}{x_f}, \quad t_{Dxf} = \frac{0.00633kt}{\phi \mu c_t x_f^2}, \quad s_{wD}(r_w, t) = \frac{kb}{141.2qB\mu} s(r_w, t), \quad t_{Dye} = \frac{0.00633kt}{\phi \mu c_t y_e^2}$$

$$r = 1.42 \sqrt{\frac{T}{S} t_{ehs}} \quad (2.31)$$

where  $t_{ehs}$  is considered by Wattenbarger et al. (1998) as the time corresponding to the end of the half-slope (*ehs*) regime (figure 31).

The value of the diffusion coefficient ( $\alpha = 1.42$ ) obtained by the DT approach for a constant flow rate is constant. This value depends on the accuracy with which Wattenbarger et al. (1998) identified the value of the deviation time  $t_{Dye}$ . However, these authors did not provide details about this accuracy. Therefore, the DT approach may be subject to uncertainties in its application for the localisation of hydraulic objects.

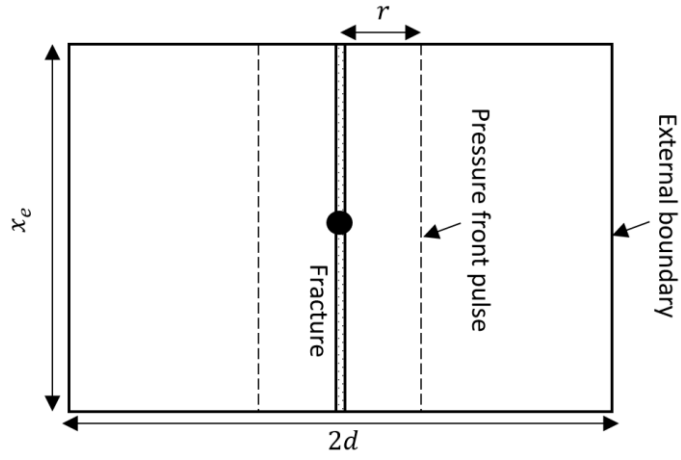


Figure 30 : Example of hydraulic fracture in the center of a rectangular reservoir.

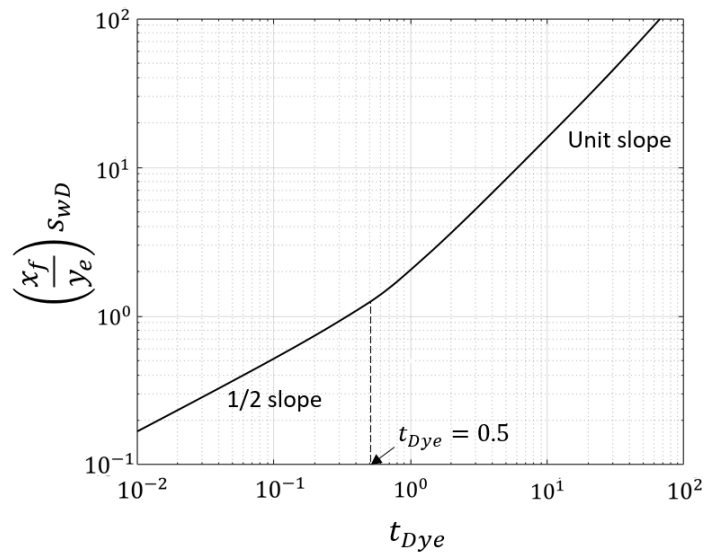


Figure 31 : Representation of the drawdown solution for constant rate pumping test in a closed linear reservoir.

Source: redrawn from Wattenbarger et al. (1998).

#### 2.4.8 DEVELOPING A NEW APPROACH: THE DRAWDOWN LOG-TIME DERIVATIVE (DLTD) APPROACH

In addition to the methods presented in the previous Review section, a novel approach is proposed in this study to characterize the diffusion equation. We show that this new approach produces a more realistic diffusion coefficient value. The assumptions related to the Theis model are considered, i.e., the flow is two-dimensional and horizontal, occurring in a homogenous, isotropic medium of constant thickness with an infinite extension, and the source has an infinitesimal radius.

The DLTD approach is similar to the Wattenbarger approach and is applied to the Theis conceptual model, where the flow regime is radial. The objective is to characterise the diffusion equation from the influence of a hydraulic boundary—in our case, an impermeable boundary located at a distance  $d$  from the source. The purpose of the approach is to determine the time of influence  $t_i$  of the impermeable boundary on the drawdown log-derivative curve recorded at the pumping well. For this purpose, the “image-well” theory is applied, which considers an imaginary well to be located twice as far from the pumped well as the impermeable boundary (figure 32-a). The principle of the DLTD approach is first to determine the expressions of both the total drawdown produced into the real well  $s_t(r_w, t)$  and its log-time derivative  $ds_t(r_w, t)/d\ln(t)$ .

Indeed, the total drawdown produced in the real well (Equation 2.32) is the sum of that produced by the real well itself  $s(r_w, t)$  and that produced by the imaginary well located at the distance  $(2d)$  from the real well  $s(2d, t)$ . Thus, the expression of the log-time derivative  $ds_t(r_w, t)/d\ln(t)$  is given by equation 2.33.

$$s_t(r_w, t) = \frac{Q}{4\pi T} [W(u_w) + W(u_{2d})] \text{ with } u_w = \frac{r_w^2 S}{4Tt} \text{ and } u_{2d} = \frac{(2d)^2 S}{4Tt} \quad (2.32)$$

$$\frac{ds_t(r_w, t)}{d\ln(t)} = \frac{Q}{4\pi T} \left[ \frac{d}{d\ln(t)} W(u_w) + \frac{d}{d\ln(t)} W(u_{2d}) \right] \quad (2.33)$$

Both drawdown and log-time derivative signals are represented in figure 32-b. The time of influence ( $t_i$ ) can be defined as the time at which the influence of the impermeable boundary starts to be felt in the real well. Then, in long time periods before the influence of the impermeable boundary is felt in the real well ( $t < t_i$ ), the natural behaviour of the aquifer dominates; thus, the term  $e^{-\frac{(2d)^2 S}{4Tt}}$  becomes negligible and  $e^{-\frac{r_w^2 S}{4Tt}} \rightarrow 1$ .

Therefore, equation 2.33 simplifies to equation 2.34, which illustrates the first plateau of the log-time derivative curve corresponding to the value  $Q/(4\pi T)$  in figure 32-b. The value  $Q/4\pi T$  corresponds to the slope of the Cooper–Jacob drawdown straight line in semi-logarithmic scale.

In very long time periods, after the influence of the impermeable boundary is felt in the real well ( $t \gg t_i$ ),  $e^{-\frac{r_w^2 S}{4Tt}} \rightarrow 1$  and  $e^{-\frac{(2d)^2 S}{4Tt}} \rightarrow 1$ , then equation 2.33 simplifies to equation 2.35, which corroborates the second plateau corresponding to the value  $Q/(2\pi T)$ . This value is equal to two times the Cooper–Jacob slope.

$$\frac{ds_t(r_w, t)}{d\ln(t)} \rightarrow \frac{Q}{4\pi T}; \quad t < t_i \quad (2.34)$$

$$\frac{ds_t(r_w, t)}{d\ln(t)} \rightarrow \frac{Q}{2\pi T}; \quad t \gg t_i \quad (2.35)$$

The time of influence  $t_i$  of the impermeable boundary reflects the time at which a deviation from the natural behaviour of the aquifer is observed on the log-time derivative curve. This time of influence depends on the accuracy with which the deviation is interpreted. Indeed, if we consider the absolute criterion  $\psi$  (deviation of the  $ds/d\ln t$  curve with respect to the first



plateau), it is then possible to characterise the distance of the impermeable boundary (given by Equation 2.36) by solving  $\left(\frac{ds_t}{d\ln t}\right)_{t=t_i} = \frac{Q}{4\pi T} + \psi$  (figure 32-b).

$$d = \alpha \sqrt{\frac{T}{S} t_i} \text{ with } \alpha = \sqrt{-\ln\left(\frac{4\pi T}{Q} \psi\right)} \text{ and } 0 < \psi < \frac{Q}{4\pi T} \quad (2.36)$$

The diffusion coefficient obtained with the DLTD approach depends on both the criterion  $\psi$  at which the time of influence of the hydraulic boundary is determined, the aquifer transmissivity  $T$  and the pumping flow rate  $Q$ . The knowledge of these parameters makes it possible to accurately determine the location of a hydraulic object using equation 2.36. This approach is simpler and more practical, as it is based directly on the drawdown logarithmic derivative curve, which is usually employed by hydrogeologists to interpret pumping test data. However, due to the noise of the real pumping test data, the application of the DLTD approach to locate hydraulic objects may be subject to uncertainties.

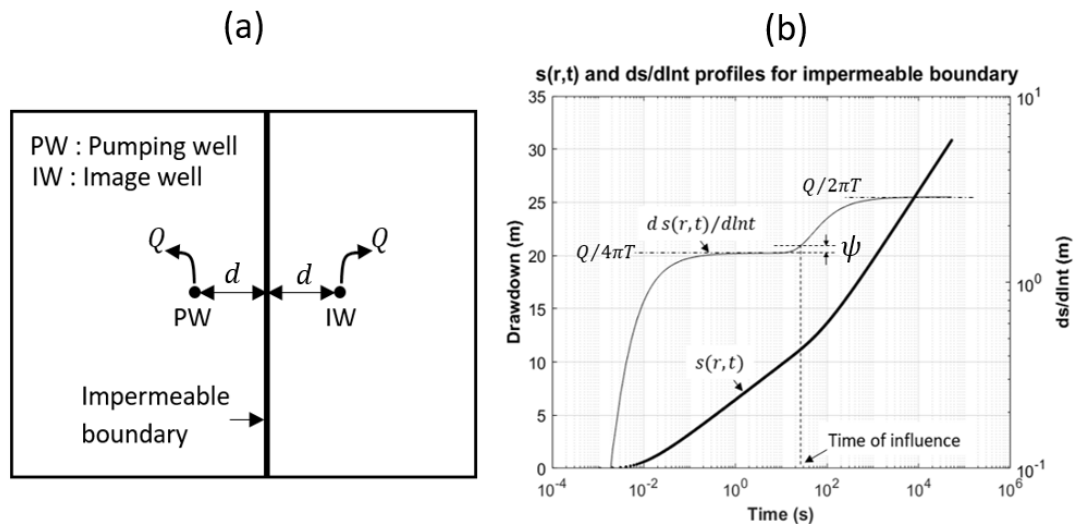


Figure 32 : a) Aquifer conceptual model with linear impermeable boundary; b) Drawdown  $s(r,t)$  and log-derivative  $ds/d\ln t$  curves at the pumping well.

Finally, the highlights of the seven approaches revised from the literature as well as the one developed in this paper are summarized in Table 1. For each approach, the pressure front criterion, the general expression of the diffusion coefficient  $\alpha$ , the specific pressure front criterion (if applicable), the different values of  $\alpha$ , the hydraulic test conditions, the flow regime and the names of the authors are mentioned. The approaches appear in the same order as they were discussed in the main body of the article.

Tableau 1 : Summary of the relevant points of the different approaches.

Approaches and Definition of the Pressure Front	Pressure Front General Criteria and/or Expression of the Diffusion Coefficient $\alpha$	Pressure Front Specific Criteria	Value of $\alpha$	Hydraulic Test Condition	Flow Regimes	Authors
<p>The Cooper Jacob Approximation (CJA) Approach:</p> <p>For any position <math>r</math>, the pressure front corresponds to the time when the drawdown predicted by the CJ model is zero.</p>	$s(r, t)_{CJ} = 0$ $s(r, t)_{CJ} = \frac{Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{2.25Tt}{r^2 S}\right)$	$s_c = 0$	1.5	Constant flow rate drawdown test	Radial	(Cooper and Jacob 1946)
<p>The Relative Critical Drawdown (RCD) Approach:</p> <p>At any time <math>t</math>, the pressure front is defined at the position <math>r</math>, where the drawdown reaches a certain percentage <math>x</math> of the total drawdown at the source.</p>	$s_c = f \cdot s(r_w, \Delta t)$ $\alpha = 2\sqrt{E_1^{-1}(f \cdot E_1(u_w))}$	$f = 1\%$	4	Constant flow rate drawdown test	Radial	(Jones 1962)
		$f = 1.6 \cdot 10^{-6}\%$	8.11	Constant flow rate drawdown test	Radial	(Hossain et al. 2007)
<p>The Drawdown Log-Radius Derivative (DLRD) Approach:</p> <p>At any time <math>t</math>, the pressure front is defined at the distance <math>r</math>, where the drawdown log-radius derivative reaches the absolute criterion <math>\delta</math>.</p>	$\frac{ds}{d\ln(r)} = \delta$ $\alpha = 2\sqrt{-\ln\left(\frac{-2\pi T}{Q} \delta\right)}$ <p>with <math>-\frac{Q}{2\pi T} &lt; \delta &lt; 0</math></p>	$ \delta  = 1 \text{ psi}$	2.5495	Constant flow rate drawdown test	Radial	(Rahman et al. 2013)

<p>The Relative Critical Flow (RCF) Approach:</p> <p>At any time <math>t</math>, the pressure front is defined at the distance <math>r</math>, where the fluid flow reaches a certain percentage of the pumping flow rate at the source.</p>	$q(r, t) = f \cdot Q$ $\alpha = 2\sqrt{-\ln(f)}$	$f = 1\%$	4.29	Constant flow rate drawdown test	Radial	(Tek et al. 1957)
<p>The Maximum Drawdown Rate (MDR) Approach:</p> <p>At any distance <math>r</math> the pressure front is defined at the time <math>t</math> when the pressure variation rate is maximum.</p>	$\frac{d^2s(r, t)}{dt^2} = 0$	$\frac{d^2s(r, t)}{dt^2} = 0$	2	Constant flow rate drawdown test	Radial	(Bourdarot 1998)
<p>The Maximum Drawdown (MD) Approach:</p> <p>At any distance <math>r</math> the pressure front is defined at the time <math>t</math> when the pressure disturbance is maximum.</p>	$\frac{ds(r, t)}{dt} = 0$	$\frac{ds(r, t)}{dt} = 0$	2	Flow impulse test (injection)	Radial	(Lee 1982)
<p>The Deviation Time (DT) Approach:</p> <p>The pressure front is defined at the dimensionless time when a deviation is observed on the normalized drawdown curve.</p>	Starting of the deviation	$t_{Dye} = 0.5$	1.414	Constant flow rate drawdown test	Linear	(Wattenbarger et al. 1998)
<p>The Drawdown Log-Time Derivative (DLTD) Approach:</p> <p>The pressure front is defined at the time when the deviation on the drawdown log-derivative curve reaches the absolute criterion <math>\sigma</math>.</p>	$\frac{ds}{d\ln(t)} = \psi$ $\alpha = 2\sqrt{-\ln\left(\frac{4\pi T}{Q}\psi\right)}$ $0 < \psi < \frac{Q}{4\pi T}$			Constant flow rate drawdown test	Radial	This work

In the end, all approaches summarised in Table 1 are based on the definition of the pressure front from theoretical criteria that use mathematical tools often difficult to access for practising hydrogeologists (DLRD, MDR and MD approaches). Sometimes these pressure front criteria are based on theoretical quantities that are difficult to measure in the field, such as the critical flow rate  $q_c$  (the RCF approach). These different theoretical criteria make it difficult to implement the different approaches developed in real contexts of pumping test interpretation excepted those based on the critical drawdown values (CJA and RCD approaches) and the absolute criterion of the drawdown logarithmic derivative (the DLTD approach).

For this reason, we decided to convert all criteria into terms of critical drawdowns excepted the deviation time (DT) approach as it is based on a graphic determination of the parameter  $t_{Dye}$ . In other words, it is a matter of determining the equivalent critical drawdown value  $s_{ceq}$  of each criterion. The different steps, as well as the results of this standardization, are summarized in Table 2.

Tableau 2 : Standardization of the criteria used in the different methods. (The steps 1 to 5 indicate the operation used to standardize the criteria of the different approaches).

Approaches	Initial Criteria		Equivalent Critical Drawdown Criteria	Authors
Standardization Step 1:  Summary of different approaches	Standardization Step 2:  Determining the expression of the pressure front criteria	Standardization Step 3:  Combining the pressure front criteria in step 1 and their expressions given in step 2 leads to obtaining the expression of the parameter $u$	Standardization Step 4:  Introducing the expression of the parameter $u$ into the drawdown solution leads to the equivalent critical drawdown criterion	
The Cooper Jacob Approximation (CJA) Approach	$s(r, t)_{CJ} = \frac{Q}{4\pi T} \ln\left(\frac{0.5625}{u}\right)$  with $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$	$s(r, t)_{CJ} = 0 \rightarrow u = 0.5625$	$s(u) = \frac{Q}{4\pi T} E_1(u)$  $s_{ceq} = \frac{Q}{T} 0.03903$	(Cooper and Jacob 1946)

The relative critical drawdown (RCD) Approach	$s_c = f \cdot \frac{Q}{4\pi T} E_1\left(\frac{r_w^2 S}{4T\Delta t}\right)$ with $0 < f < 1$	$s(r, t) = s_c \rightarrow$ $u = E_1^{-1}\left(f \cdot E_1\left(\frac{r_w^2 S}{4T\Delta t}\right)\right)$	$s(u) = \frac{Q}{4\pi T} E_1(u)$ $s_{c_{eq}} = 0.07958 f \frac{Q}{T} E_1\left(\frac{r_w^2 S}{4T\Delta t}\right)$	(Jones 1962, Hossain et al. 2007, Nobakht and Clarkson 2012)
The Drawdown Log-Radius Derivative (DLRD) Approach	$\frac{ds}{d\ln(r)} = -\frac{Q}{2\pi T} e^{-u}$ with $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$	$\frac{ds}{d\ln(r)} = \delta \rightarrow$ $u = -\ln\left(-\frac{2\pi T}{Q} \delta\right)$ with $-\frac{Q}{2\pi T} < \delta < 0$	$s(u) = \frac{Q}{4\pi T} E_1(u)$ $s_{c_{eq}} = 0.07958 \frac{Q}{T} E_1\left(\ln\left(-\frac{Q}{2\pi T \delta}\right)\right)$	(Rahman et al. 2013)
The Relative Critical Flow (RCF) Approach	$f = e^{-u}$ with $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$	$f = e^{-u} \rightarrow$ $u = -\ln(x)$ with $0 < f < 1$	$s(u) = \frac{Q}{4\pi T} E_1(u)$ $s_{c_{eq}} = 0.07958 \frac{Q}{T} E_1\left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)$	(Tek et al. 1957)
The Maximum Drawdown Rate (MDR) Approach	$\frac{d^2 s(r, t)}{dt^2} = \frac{Q}{4\pi T} (u-1) \frac{e^{-u}}{t^2}$ with $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$	$\frac{d^2 s(r, t)}{dt^2} = 0 \rightarrow$ $u = 1$	$s(u) = \frac{Q}{4\pi T} E_1(u)$ $s_{c_{eq}} = \frac{Q}{4\pi T} E_1(1) = 0.0176 \frac{Q}{T}$	(Bourdarot 1998)
The Maximum Drawdown (MD) Approach	$\frac{ds(r, t)}{dt} = \frac{S}{4\pi T} (u-1) \frac{e^{-u}}{t^2}$ with $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$	$\frac{ds(r, t)}{dt} = 0 \rightarrow$ $u = 1$	$s(u) = \frac{S}{4\pi T t} \exp(-u)$ $s_{c_{eq}} = \frac{1}{\pi e r^2} = \frac{0.117}{r^2}$	(Lee 1982)
The Drawdown Log-Time Derivative (DLTD) Approach	$\frac{ds}{d\ln(t)} = \frac{Q}{4\pi T} e^{-u}$ with $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$	$\frac{ds}{d\ln(t)} = \psi \rightarrow$ $u = -\ln\left(\frac{4\pi T}{Q} \psi\right)$ with $0 < \psi < \frac{Q}{4\pi T}$	$s(u) = \frac{Q}{4\pi T} E_1(u)$ $s_{c_{eq}} = 0.07958 \frac{Q}{T} E_1\left(\ln\left(\frac{Q}{4\pi T \psi}\right)\right)$	This work

## 2.5 DISCUSSION AND CONCLUSIONS

The diffusion equation is important in hydrogeology to locate hydraulic objects (around the pumping well) that can modify the hydrodynamics of aquifers. The objective of this paper is to review seven approaches developed by many authors to characterize the diffusion

equation. The majority of these approaches characterize the diffusion equation directly according to a critical detectability criterion of the pressure front pulse, except for the approach of Wattenbarger et al. (1998), which is based on the analytic resolution of conceptual flow problems involving a change in flow conditions due to a distant hydraulic object.

In addition to the seven approaches, a new one was developed in this article (the DLTD approach). This is similar to the Wattenbarger approach but adapted to the conceptual model of radial flow. The newly developed approach has the advantage of being both practical and rigorous. On the one hand, it is based on the logarithmic derivative curve usually used by practitioners for the interpretation of pumping tests.

On the other hand, the resulting diffusion coefficient considers the pressure front criterion  $\psi$ , the aquifer transmissivity  $T$  and the pumping flow rate  $Q$ , which is also the case of the RCD, DLRD and RCF approaches. It is worth remembering that the procedure for characterizing the diffusion equation from the Wattenbarger approach is indeed identical to that of the approach developed in this paper (the DLTD approach). However, it remains arbitrary and open to errors of interpretation as the authors do not mention the accuracy at which the pressure front is defined.

In addition, some approaches result in constant values of the diffusion coefficient. These approaches are subject to errors of interpretation, especially when applied to the calculation of distances of hydraulic objects, as they do not take into account certain variables ( $Q$ ,  $T$ ) that may affect the estimation of distances. This is the case for the CJA, MD and MDR approaches.

All the approaches presented in this review paper are subject to uncertainties in their application depending on the parameters taken into account in the estimation of the diffusion coefficient  $\alpha$ . Moreover, their application is strictly limited to the particular contexts of the flow

regimes for which they were developed, i.e., the radial flow regime for most of them except for the DT approach, which corresponds to the linear regime.

Furthermore, all approaches are standardized, i.e., the criteria on which these approaches are based on are expressed in terms of critical drawdowns in order to compare them on the basis of the accuracy of the pressure front interpretation. However, in general, it appears that the equivalent critical drawdowns of certain approaches involve only the flow rate  $Q$  and the transmissivity  $T$ . This is the case for the MDR and CJA approaches. Based on these criteria, the MDR approach can be said to be more accurate than the CJA approach. The other approaches involve other variables that make them non-comparable.

This scientific contribution, which consisted of rewriting the criteria for all approaches in terms of the critical drawdown, will allow the characterization of the diffusion equation to be studied more generally in the future. These future works will, therefore, serve to facilitate and more precisely determine the value of the diffusion coefficient and enable more appropriate use of the diffusion equation in the spatial interpretation of hydraulic objects.

**Author Contributions:** In the realization of this work, D.M. conducted the entire process of setting up the literature review. S.R., R.C. and A.F. reviewed, assisted and made proposals for improving the content of this work. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

**Funding:** The authors acknowledge the financial support of the Natural Sciences and Engineering Research Council (NSERC-federal funding) of Canada in the framework of the Individual Discovery Grant Program held by Prof. Romain Chesnaux. .

**Institutional Review Board Statement:** Not applicable.

**Conflicts of Interest:** The authors declare that they have no known competing financial interest or personal relationships that could appear to influence the work reported in this paper.

## REFERENCES

- Acuna, J.A., and Yortsos, Y.C. 1995. Application of fractal geometry to the study of networks of fractures and their pressure transient. *Water Resour. Res.*, **31**: 527–540. doi:<https://doi.org/10.1029/94WR02260>.
- Aguilera, R. 2006. Radius and linear distance of investigation and interconnected pore volume in naturally fractured reservoirs. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, **45**: 72–77. doi:<https://doi.org/10.2118/187077-MS>.
- Alabert, F.G. 1989. Constraining description of randomly heterogeneous reservoirs to pressure test data: a Monte Carlo study. Society of Petroleum Engineers. <https://doi.org/10.2118/19600-MS>, SPE 19600 64th Annual Technical Conference and Exhibition. San Antonio, Texas,. pp. 207–221.
- Audouin, O., Bodin, J., Porel, G., and Bourbiaux, B. 2008. Flowpath structure in a limestone aquifer: multi-borehole logging investigations at the hydrogeological experimental site of Poitiers, France. *Hydrogeology Journal*, **16**: 939–950. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2012.05.069>.
- Barker, J.A. 1988. A generalized radial flow model for hydraulic tests in fractured rock. *Water Resources Research*, **24**: 1796–1804. doi:<https://doi.org/10.1029/WR024i010p01796>.
- Beauheim, R.L., and Roberts, R.M. 1998. Flow-dimension analysis of hydraulic tests to characterize water-conducting features.
- Bernard, S., Delay, F., and Porel, G. 2006. A new method of data inversion for the identification of fractal characteristics and homogenization scale from hydraulic pumping tests in fractured aquifers. *Journal of hydrology*, **328**: 647–658. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2006.01.008>.
- Bird, R.B., Stewart, W.E., and Lightfoot, E.N. 1960. *Transport Phenomena* John. Department of Chemical Engineering, University of Wisconsin: Madison, WI, USA; John Wiley&Sons, Inc.: New York, NY, USA; London, UK,.
- Bourdarot, G. 1998. *Well testing: Interpretation methods*. Editions Technip Paris, France.
- Bourdet, D. 2002. *Well test analysis: the use of advanced interpretation models*. Elsevier, New York, NY, USA, 426 pp.
- Bourdet, D., Whittle, T.M., Douglas, A.A., and Pirard, Y.M. 1983. A new set of type curves simplifies well test analysis. *World oil*, **196**: 95–106.
- Bowman, D.O., Roberts, R.M., and Holt, R.M. 2012. Generalized radial flow in synthetic flow systems. *Groundwater*, **51**: 768–774. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.2012.01014.x>.
- Bresciani, E., Shandilya, R.N., Kang, P.K., and Lee, S. 2020. Well radius of influence and radius of investigation: What exactly are they and how to estimate them? *Journal of hydrology*, **583**: 124646. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2020.124646>.
- Bridge, J.S., and Hyndman, D.W. 2004. *Aquifer characterization*. SEPM Special Publication, vol. 80. Society for Sedimentary Geology, Tulsa, OK,: 172 pp.



- Brixel, B., Klepikova, M., Lei, Q., Roques, C., Jalali, M.R., Krietsch, H., and Loew, S. 2020. Tracking fluid flow in shallow crustal fault zones: 2. Insights from cross-hole forced flow experiments in damage zones. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **125**. doi:<https://doi.org/10.1029/2019JB019108>.
- Cello, P.A., Walker, D.D., Valocchi, A.J., and Loftis, B. 2009. Flow dimension and anomalous diffusion of aquifer tests in fracture networks. *Vadose Zone Journal*, **8**: 258–268.
- Chang, J., and Yortsos, Y.C. 1990. Pressure transient analysis of fractal reservoirs. *SPE Formation Evaluation*, **5**: 31–38. doi:<https://doi.org/10.2118/18170-PA>.
- Chapuis, R.P. 2007. Guide des essais de pompage et leurs interprétations [Guide to pumping tests and their interpretation]. Gov. of Quebec, Quebec City.,: 55 pp.
- Chesnaux, R. 2018. Avoiding confusion between pressure front pulse displacement and groundwater displacement: Illustration with the pumping test in a confined aquifer. *Hydrological Processes*, **32**: 3689–3694. doi:<https://doi.org/10.1002/hyp.13279>.
- Chow, V.T. 1952. On the determination of transmissibility and storage coefficients from pumping test data. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, **33**: 397–404. doi:<https://doi.org/10.1029/TR033i003p00397>.
- Cooper, J.H.H., and Jacob, C.E. 1946. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-field history. *Eos Transactions American Geophysical Union*, **27**: 526–534. doi:<https://doi.org/10.1029/TR027i004p00526>.
- Craig, D.P., and Jackson, R.A. 2017. Calculating the Volume of Reservoir Investigated During a Fracture-Injection/Falloff Test DFIT. Society of Petroleum Engineers, Paper No. SPE-184820-MS. doi: <https://doi.org/10.2118/184820-MS>, The Woodlands, Texas, USA.
- Datta-Gupta, A., Xie, J., Gupta, N., King, M.J., and Lee, W.J. 2011. Radius of investigation and its generalization to unconventional reservoirs. *Journal of Petroleum Technology*, **63**: 52–55. doi:<https://doi.org/10.2118/0711-0052-JPT>.
- Doe, T.W. 1991. Fractional dimension analysis of constant-pressure well tests. Society of Petroleum Engineers, Paper No. SPE-22702-MS, Dallas, Texas, USA. pp. 461–467.
- de Dreuzy, J.-R., and Davy, P. 2007. Relation between fractional flow models and fractal or long-range 2-D permeability fields. *Water Resources Research*, **43**. doi:<https://doi.org/10.1029/2006WR005236>.
- de Dreuzy, J.-R., Davy, P., Erhel, J., and de Brémond d'Ars, J. 2004. Anomalous diffusion exponents in continuous two-dimensional multifractal media. *Physical Review E*, **70**: 016306. doi:<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.70.016306>.
- Ferris, J.G., Knowles, D.B., Brown, R.H., and Stallman, R.W. 1962. Theory of aquifer tests. US Geological Survey Denver, Colorado.
- Ferroud, A., Chesnaux, R., and Rafini, S. 2018a. Insights on pumping well interpretation from flow dimension analysis: The learnings of a multi-context field database. *Journal of hydrology*, **556**: 449–474. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.10.008>.

- Ferroud, A., Chesnaux, R., and Rafini, S. 2019. Drawdown log-derived analysis for interpreting constant-rate pumping tests in inclined substratum aquifers. *Hydrogeology Journal*, **27**: 2279–2297.
- Ferroud, A., Rafini, S., and Chesnaux, R. 2018b. Using flow dimension sequences to interpret non-uniform aquifers with constant-rate pumping-tests: a review. *Journal of Hydrology X*, **2**: 100003. doi:<https://doi.org/10.1016/j.hydroa.2018.100003>.
- Gernand, J.D., and Heidtman, J.P. 1997. Detailed pumping test to characterize a fractured bedrock aquifer. *Groundwater*, **35**: 632–637. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.1997.tb00128.x>.
- Giese, M., Reimann, T., Liedl, R., Maréchal, J.-C., and Sauter, M. 2017. Application of the flow dimension concept for numerical drawdown data analyses in mixed-flow karst systems. *Hydrogeology Journal*, **25**: 799–811.
- Gringarten, A.C., and Ramey, J.H. 1973. The use of source and Green's functions in solving unsteady-flow problems in reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **13**: 285–296. doi:<https://doi.org/10.2118/3818-PA>.
- Hardacre, K.M., and Cowie, P.A. 2003. Variability in fault size scaling due to rock strength heterogeneity: a finite element investigation. *Journal of structural geology*, **25**: 1735–1750. doi:[https://doi.org/10.1016/S0191-8141\(02\)00205-5](https://doi.org/10.1016/S0191-8141(02)00205-5).
- Horne, R.N., and Temeng, K.O. 1982. Recognition and location of pinchout boundaries by pressure transient analysis. *Journal of Petroleum Technology*, **34**: 517–519. doi:<https://doi.org/10.2118/9905-PA>.
- Horner, D.R. 1951. Pressure build-up in wells. World Petroleum Congress. Paper No. WPC-4135, The Hague, the Netherlands.
- Hossain, M.E., Tamim, M., and Rahman, N.M.A. 2007. Effects of criterion values on estimation of the radius of drainage and stabilization time. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, **46**: 24–30. doi:<https://doi.org/10.2118/07-03-01>.
- Illman, W.A., Zhu, J., Craig, A.J., and Yin, D. 2010. Comparison of aquifer characterization approaches through steady state groundwater model validation: A controlled laboratory sandbox study. *Water Resources Research*, **46**. doi:<https://doi.org/10.1029/2009WR007745>.
- Issaka, M.B., and Ambastha, A.K. 1999. A generalized pressure derivative analysis for composite reservoirs. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, **38**. doi:<https://doi.org/10.2118/99-13-57>.
- Johnson, P.W. 1988. The Relationship Between Radius of Drainage and Cumulative Production (includes associated papers 18561 and 18601). *SPE Formation Evaluation*, **3**: 267–270. doi:<https://doi.org/10.2118/16035-PA>.
- Jones, P. 1962. Reservoir limit test on gas wells. *Journal of Petroleum Technology*, **14**: 613–619. doi:<https://doi.org/10.2118/24-PA>.
- Kabala, Z.J. 1993. The dipole flow test: A new single-borehole test for aquifer characterization. *Water Resources Research*, **29**: 99–107. doi:<https://doi.org/10.1029/92WR01820>.

- Kuusela-Lahtinen, A., Niemi, A., and Luukkonen, A. 2003. Flow dimension as an indicator of hydraulic behavior in site characterization of fractured rock. *Groundwater*, **41**: 333–341. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.2003.tb02602.x>.
- Le Borgne, T., Bour, O., De Dreuzy, J.R., Davy, P., and Touchard, F. 2004. Equivalent mean flow models for fractured aquifers: Insights from a pumping tests scaling interpretation. *Water Resources Research*, **40**.
- Lee, J. 1982. Well testing. Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas, Texas, 159 pp.
- Leveinen, J. 2000. Composite model with fractional flow dimensions for well test analysis in fractured rocks. *Journal of hydrology*, **234**: 116–141.
- Lods, G., and Gouze, P. 2004. WTFM, software for well test analysis in fractured media combining fractional flow with double porosity and leakance approaches. *Computers & Geosciences*, **30**: 937–947.
- Maliva, R.G. 2016. Aquifer characterization techniques. Springer International Publishing Switzerland.
- Maréchal, J.-C., Dewandel, B., and Subrahmanyam, K. 2004. Use of hydraulic tests at different scales to characterize fracture network properties in the weathered-fractured layer of a hard rock aquifer. *Water Resources Research*, **40**. doi:<https://doi.org/10.1029/2004WR003137>.
- Muskat, M. 1937. *The Flow Of Homogeneous Fluids Through Porous Media: Analogies With Other Physical Problems*. New York: McGraw-Hill, Incorporated.,.
- Nicol, A., Walsh, J.J., Watterson, J., and Gillespie, P.A. 1996. Fault size distributions—are they really power-law? *Journal of structural geology*, **18**: 191–197. doi:[https://doi.org/10.1016/S0191-8141\(96\)80044-7](https://doi.org/10.1016/S0191-8141(96)80044-7).
- Nobakht, M., and Clarkson, C.R. 2012. A new analytical method for analyzing linear flow in tight/shale gas reservoirs: constant-flowing-pressure boundary condition. *SPE Reservoir Evaluation Engineering*, **15**: 370–384. doi:<https://doi.org/10.2118/143989-PA>.
- Odling, N.E., West, L.J., Hartmann, S., and Kilpatrick, A. 2013. Fractional flow in fractured chalk; a flow and tracer test revisited. *Journal of contaminant hydrology*, **147**: 96–111.
- Rafini, S., Chesnaux, R., and Ferroud, A. 2017. A numerical investigation of pumping-test responses from contiguous aquifers. *Hydrogeology Journal*, **25**: 877–894.
- Rafini, S., and Larocque, M. 2009. Insights from numerical modeling on the hydrodynamics of non-radial flow in faulted media. *Advances in water resources*, **32**: 1170–1179. doi:<https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2009.03.009>.
- Rafini, S., and Larocque, M. 2012. Numerical modeling of the hydraulic signatures of horizontal and inclined faults. *Hydrogeology Journal*, **20**: 337–350.
- Rahman, N.M., Akresh, B., and Saud, A. 2013. Profiling Pressure-Derivative Values-A New, Innovative Way to Estimate the Radii of Investigation in Heterogeneous Reservoir Systems. Society of Petroleum Engineers. Paper No. SPE-164217-MS. doi:<https://doi.org/10.2118/164217-MS>, Manama, Bahrain.

- Rahman, N.M.A., Pooladi-Darvish, M., Santo, M.S., and Mattar, L. 2008. Use of PITA for Estimating Key Reservoir Parameters. *J Can Pet Technol* 47 (08). Paper No. PETSOC-08-08-24. doi: <https://doi.org/10.2118/08-08-24>.
- Renard, P., Glenz, D., and Mejias, M. 2009. Understanding diagnostic plots for well-test interpretation. *Hydrogeology Journal*, **17**: 589–600. Springer.
- Shishaye, H.A., Tait, D.R., Befus, K.M., and Maher, D.T. 2019. An integrated approach for aquifer characterization and groundwater productivity evaluation in the Lake Haramaya watershed, Ethiopia. *Hydrogeology Journal*, **27**: 2121–2136.
- Taheri, A., and Shadizadeh, S.R. 2005. Investigation of well drainage geometries in one of the Iranian south oil fields. Petroleum Society of Canada. Paper No. PETSOC-2005-028. doi: <https://doi.org/10.2118/2005-028>, Calgary, Alberta.
- Tek, M.R., Grove, M.L., and Poettmann, F.H. 1957. Method for Predicting the Back-Pressure Behavior of Low Permeability Natural Gas Wells. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **210**: 302–309. doi:<https://doi.org/10.2118/770-G>.
- Theis, C.V. 1935. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, **16**: 519–524. doi:<https://doi.org/10.1029/TR016i002p00519>.
- Tiab, D., and Kumar, A. 1980. Application of the pD'Function to Interference Analysis. *J Pet Technol*, **32**: 1465–1470. doi:<https://doi.org/10.2118/6053-PA>.
- Todd, D.K., and Mays, L.W. 2004. *Groundwater hydrology*. In 3rd Ed. John Wiley & Sons.
- Todd, D.K., and Mays, L.W.I. 1980. *Groundwater Hydrology*. John Willey & Sons.
- Verbovšek, T. 2009. Influences of aquifer properties on flow dimensions in dolomites. *Groundwater*, **47**: 660–668. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.2009.00577.x>.
- Vouillamoz, J.-M., Favreau, G., Massuel, S., Boucher, M., Nazoumou, Y., and Legchenko, A. 2008. Contribution of magnetic resonance sounding to aquifer characterization and recharge estimate in semiarid Niger. *Journal of Applied Geophysics*, **64**: 99–108. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2007.12.006>.
- Walker, D.D., Cello, P.A., Valocchi, A.J., and Loftis, B. 2006. Flow dimensions corresponding to stochastic models of heterogeneous transmissivity. *Geophysical research letters*, **33**. doi:<https://doi.org/10.1029/2006GL025695>.
- Wattenbarger, R.A., El-Banbi, A.H., Villegas, M.E., and Maggard, J.B. 1998. Production analysis of linear flow into fractured tight gas wells. Society of Petroleum Engineers. Paper No. SPE-39931-MS. doi: <https://doi.org/10.2118/39931-MS>, Denver, Colorado. doi:<https://doi.org/10.2118/39931-MS>.

### CHAPITRE 3

#### CHARACTERIZING THE RADIUS OF INFLUENCE DURING PUMPING TESTS USING THE ABSOLUTE CRITICAL DRAWDOWN CRITERION: CASES OF INTEGER FLOW DIMENSIONS

Cette section qui présente le chapitre 3 de la thèse est écrite sous forme d'article de recherche. Dans l'ordre de la rédaction, le présent article fait suite à celui présenté dans le chapitre 2. Il vise en effet à caractériser l'équation du rayon d'influence à travers une approche analytique en admettant qu'à tout instant  $t$  lors d'un essai de pompage, le front de pression se définit comme la distance maximale où le rabattement atteint sa valeur critique notée  $s_c$ . Ce critère reflète la valeur limite des rabattements mesurables et dépend de la précision des systèmes de mesure. L'étude est généralisée aux contextes de dimensions d'écoulement entières ( $n = 1,2,3$ ). Les résultats obtenus sont vérifiés numériquement à travers des simulations numériques dans des modèles conceptuels reflétant les dimensions d'écoulement spécifiées. La vérification consiste à comparer les résultats obtenus analytiquement et numériquement. Le présent article est soumis à la revue *Journal of Hydrology* de la maison d'édition Elsevier au moment du dépôt initial de la thèse.

Daouda Méité<sup>1\*</sup>, Romain Chesnaux<sup>1</sup>, Silvain Rafini<sup>1</sup>, Anouck Ferroud<sup>1</sup>

1. Département des Sciences Appliquées (DSA), Groupe de recherche R2Eau, Centre d'Études sur les Ressources Minérales, Université du Québec à Chicoutimi (UQAC), 555, Boulevard de l'Université, Chicoutimi, Saguenay, QC G7H 2B1, Canada

Email: romain\_chesnaux@uqac.ca; silvainrafini@gmail.com; anouck.ferroud1@uqac.ca

\*corresponding author – daouda.meite1@uqac.ca; Tel.: +1-418-490-1003

### 3.1 ABSTRACT

Determining the radius of influence  $r_0$  of wells during pumping tests is critical for the characterization of aquifers and the management of groundwater. However, because a convenient analytical interpretative framework is lacking, this is a very difficult task during routine investigations. Practicing hydrogeologists have resorted to using semi-empirical equations developed by certain authors. Most studies aiming to characterize the radius of influence are based on radial flow models. In this study, we propose to investigate, from an analytical standpoint, the radius of influence equation for integer flow dimensions ( $n = 1, 2, 3$ ), using both Barker's *generalized radial flow* model and Theis' radial flow model. The current approach may thus be considered valid for those hydrogeological contexts (fractured or granular aquifer media) that produce the specified flow dimension. The radius of influence is defined as the maximum distance from the pumping well at which the drawdown reaches its critical value of detectability: the absolute critical drawdown criterion  $s_c$ . The radius of influence is a theoretical, non-intrinsic and variable parameter that reflects the ability of drawdown recording systems to measure very small variations. Our investigations show that the radius of influence equation can be generalized as follows:  $r_0 = C\sqrt{t}^\gamma$  where the coefficients  $C$  and  $\gamma$  depend not only on the flow dimension parameter  $n$ , but also on the criterion  $s_c$ , the pumping flow rate  $Q$ , the hydraulic conductivity  $K$  and the aquifer thickness  $b$ . The specificities of the

radius of influence equation for each flow dimension are also discussed. Finally, results obtained from this analytical approach are verified against numerical simulations.

**Keywords:** radius of influence · pumping test · pressure front · flow dimension · drawdown.

### 3.2 INTRODUCTION

Groundwater management requires the appropriate characterization of aquifers, based on an understanding of the hydraulic properties governing their hydrodynamics (Bridge and Hyndman 2004, Illman et al. 2010, Maliva 2016, Shishaye et al. 2019) and their geometry. For this purpose, practitioners commonly use transient hydraulic tests (Kruseman et al. 1991, Kabala 1993, Gernand and Heidtman 1997), which create a pressure disturbance in a well source. They then measure the piezometric variation in time and space through a network of observation wells around the pumping well (Chapuis and Wendling 1991). The disturbance generated by a pumping test propagates outward from the pumping well over a distance called the “radius of action” ( Brillant 1962, Slider 1983, Chesnaux 2018) or the “radius of influence” (Muskat 1934, Jones 1962, Van Poolen 1964, Bresciani et al. 2020a, Bresciani et al. 2020b) noted “ $r_0$ ” in this article. Both terminologies are equivalent; the term “radius of influence” will be used in the current article. The theoretical moving limit of the radius of influence is considered as “the pressure front” (Chang and Yortsos 1990, Acuna and Yortsos 1995, Rafini and Larocque 2009, 2012, Chesnaux 2018). In other words, the pressure front is the interface separating two areas: one affected by the disturbance of pumping (where the drawdown at any distance is different from zero  $s(r, t) \neq 0$ ), and the other not affected by pumping (where the drawdown at any position is negligible or almost zero  $s(r, t) \approx 0$ ) (figure 33).

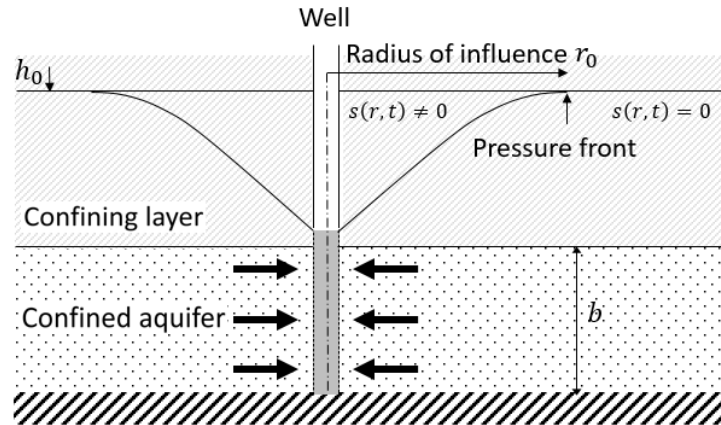


Figure 33 : Illustration of the concepts of radius of influence and pressure front during a pumping test. In this figure,  $h_0$  is the initial head and  $b$  is the aquifer thickness.

The concept of “radius of influence” is commonly used in the petroleum engineering literature, and is also important for a variety of applications in hydrogeology for groundwater management and aquifer–geometry modeling. For instance, it is used when planning pumping tests and designing multiple-well systems that require optimal well spacing (Bresciani et al. 2020a). It is also useful for groundwater dewatering programmes in the civil engineering and mining sectors (Yihdego and Drury 2016). In addition, the radius of influence is also useful for determining the location of hydraulic objects (e.g., faults, impermeable-recharge boundaries, and hydraulic connections) that could influence an aquifer’s hydrodynamics (Horner 1951, Ishteiwy and Van Poolen 1969, Behmanesh et al. 2015, Clarkson and Qanbari 2015).

Despite its importance, the radius of influence remains an ambiguous concept and a subject of debate between authors. Several works testify to the interest of various authors in characterizing the radius of influence (Bresciani et al. 2020a, Bresciani et al. 2020b, Zhai et al. 2021, Desens and Houben 2022, Louwyck et al. 2022). One of the problems authors have faced when characterizing the radius of influence is that most of the various analytical models that have been used (e.g. the finite Dupuit-Thiem model, the infinite Theis model), are not able to produce a physically and mathematically useful value of  $r_0$ . Another issue is related to the incapacity of data logger systems to measure groundwater levels with accuracy, or at values



almost equal to zero (Rau et al. 2019). The challenge of characterizing the radius of influence is evidenced by the varying opinions of the authors who have published on the subject. For instance, Louwyck et al. (2022) consider the practices for determining  $r_0$  as a "myth" and Zhai et al. (2021) has gone as far as to calling the radius of influence "a parameter with little scientific and practical significance that can easily be misleading."

The form of the equation commonly used to estimate the radius of influence of a well during a pumping test is as follows (Equation 3.1). The particular case of  $\alpha = 1.5$ , which derives from the Cooper-Jacob analytical model, is systematically used by most hydrogeologists (Le Borgne et al. 2006). Equation 3.1 shows a proportionality relationship between the distance  $r_0$  traveled by the pressure front and the square root of time ( $r_0 \propto \sqrt{t}$ ).

$$r_0 = \alpha \sqrt{\frac{K}{S_s}} \sqrt{t} \quad (3.1)$$

where  $r_0$  is the distance from the center of the well [L],  $\alpha$  is a coefficient (dimensionless),  $K$  is the hydraulic conductivity [L/T],  $S_s$  is the aquifer's specific storage coefficient [ $L^{-1}$ ], and  $t$  is the time [T].

The hydraulic properties  $K$  and  $S_s$  in equation 3.1 are typically determined by applying analytical solutions on hydraulic field test data, which are based on conceptual aquifer models having specific hydraulic and geometric assumptions (Dupuit 1863, Thiem 1906, Theis 1935, Cooper and Jacob 1946, Gringarten and Ramey 1973, Horne and Temeng 1982, Barker 1988, Ferroud et al. 2018c). Uncertainties remain in the determination of the coefficient  $\alpha$ , which can induce errors in the calculation of the radius of influence (Behmanesh et al. 2015, Yuan et al. 2019). For example, different values of the coefficient  $\alpha$  will lead to various estimates of the radius of influence. Several petroleum and hydrogeological studies have reported different

values for the coefficient  $\alpha$  (Johnson 1988, Alabert 1989, Bourdet 2002, Taheri and Shadizadeh 2005, Hossain et al. 2007, Kuchuk 2009, Bresciani et al. 2020a, Méité et al. 2022). Variations in the values of  $\alpha$  occur as different authors base themselves on differing methods to conceptualize the radius of influence or the pressure front. These debates arise from the fact that there is, as yet, no clear and universal definition of the radius of influence based on any analytical and numerical model that is unanimously accepted by the authors. According to Bresciani et al. (2020a), the divergences of opinion comes from the fact that the diffusivity equation implies that a disruption of the hydraulic head is felt instantaneously at an infinite distance from the source, even though the magnitude of the response rapidly decreases with distance. This property is a fundamental assumption used to derive the Theis solution (Theis 1935): drawdown is everywhere non-zero immediately after the pumping starts. However, in reality, a signal cannot propagate infinitely fast without contradicting fundamental physical principles (i.e., a signal cannot propagate faster than the speed of light) (Bresciani et al. 2020a). Consequently, authors have applied different approaches based on their own criteria for defining the pressure front (limit of the radius of influence) to characterize the value of the coefficient  $\alpha$ . Recent literature reviews have grouped and classified the various approaches used to define the radius of influence according to the nature of specific criteria of definition of the pressure front (Kuchuk 2009, Yuan et al. 2018, Bresciani et al. 2020a, Méité et al. 2022).

In this paper, we will consider the radius of influence as the maximum distance from a pumping well at which the influence of pumping remains significant (Bresciani et al. 2020a). In other words, because hydraulic head measurements have a finite resolution, beyond the radius of influence, the disturbance caused by pumping is considered negligible. The terms “significant” and “negligible” quantitatively refer to the capacity of a hydraulic head recording system to measure small drawdowns (or drawdowns almost equal to zero). This capacity is based on the resolution of the measurement device (e.g., pressure gauge) (Dragoni 1998, Kuchuk 2009), the natural fluctuations of groundwater due to tides, recharge, pumping into nearby wells as well as the systematic and random measurement errors involved in collecting

time-series information on hydraulic head at a given location (Rau et al. 2019). Therefore, the method for estimating the radius of influence consists in determining the distance from the center of the well at which drawdown is equal to a given threshold criterion: *the absolute critical drawdown criterion* noted  $s_c$  (Hsieh et al. 2007, Bresciani et al. 2020a, Méité et al. 2022) as illustrated in figure 34. Moreover, the absolute critical drawdown criterion  $s_c$  influences the speed of propagation of the pressure front during a pumping test. Indeed, the lower the value of  $s_c$ , the faster the pressure front propagates, as illustrated in figure 35. This means that, as soon as the pumping test starts, the minor disruptions generated by the pumping test propagate faster than the major disruptions. Moreover, if the disruption is so small that it tends toward zero ( $s_c \rightarrow 0$ ), then the propagation speed will become higher, such that it will tend toward the infinite value, which implies an instantaneous propagation.

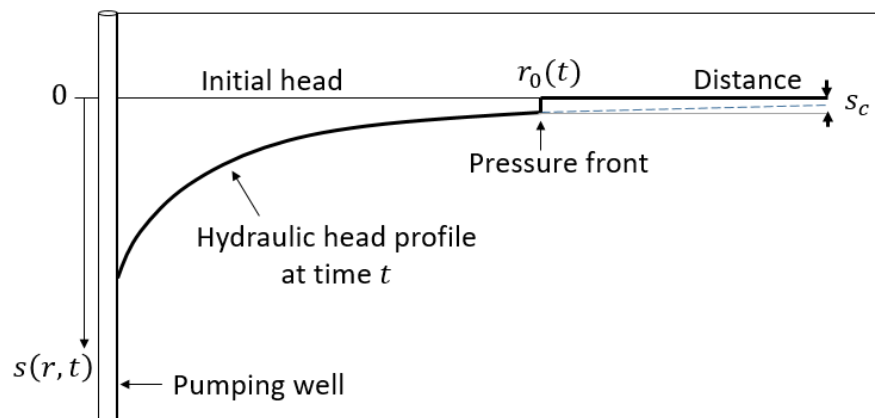


Figure 34 : Illustration of the definition of the pressure front according to the critical drawdown criterion  $s_c$ .

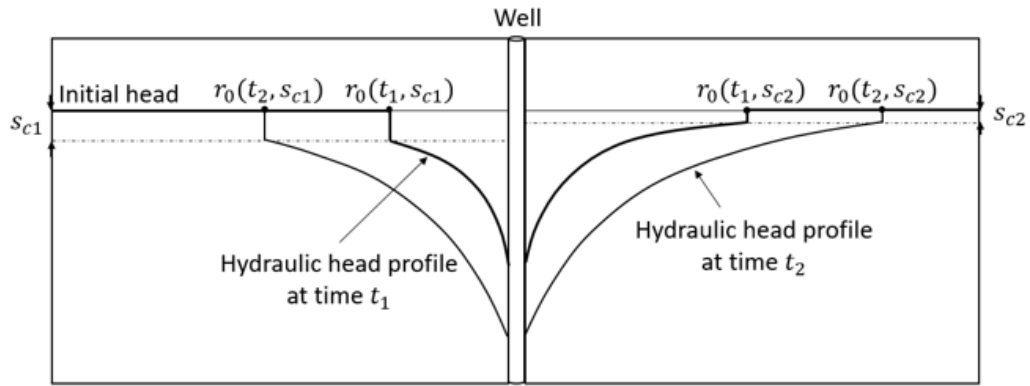


Figure 35 : Influence of the absolute critical drawdown criterion on the pressure front propagation during a pumping test. On the left and right sides, the pressure fronts are characterized respectively with criteria  $s_{c1}$  and  $s_{c2}$  such that  $s_{c1} > s_{c2}$ . At each time step  $t_1$  and  $t_2$ , the distances traveled by the pressure fronts are higher with the criterion  $s_{c2}$  i.e.  $r_0(t_1, s_{c2}) > r_0(t_1, s_{c1})$  and  $r_0(t_2, s_{c2}) > r_0(t_2, s_{c1})$ .

Several published equations for calculating the radius of influence are derived from the Theis radial flow model (Bresciani et al. 2020a, Méité et al. 2022), which assumes a radial flow regime around the well during a pumping test. But in reality the flow regime is not necessarily radial (Barker 1988, Rafini and Larocque 2009, 2012, Ferroud et al. 2018c, 2018b). Applying these equations to inappropriate flow contexts could therefore induce errors in estimating the radius of influence. Indeed, a number of field investigation studies have reported that the flow regimes occurring in real media are, in fact, much more diverse (Leveinen 2000, Kuusela-Lahtinen et al. 2003, Lods and Gouze 2004, Maréchal et al. 2004a, Audouin et al. 2008, Verbovšek 2009, Odling et al. 2013, Ferroud et al. 2018b). The concept of “flow regime” has been widely reported in the petroleum and hydrogeological scientific literature to refer to a specific form of transient drawdown response of an aquifer to pumping (Bourdet et al. 1983, Barker 1988, Doe 1991, Bourdarot 1998). However, the flow regime does not traduce the laminar versus turbulent flow conditions as defined by the Reynolds number (Ferroud et al. 2018a, 2018b). Barker (1988) generalized the flow equation throughout the *Generalized Radial Flow* model (GRF) by introducing the parameter  $n$  (the flow dimension) that quantitatively characterizes the macroscopic hydraulic response of aquifers (fractured or granular media). This parameter, which also refers to the flow regime, is not necessarily integral and must be

read by graphical fitting on the drawdown log-derivative time series data (Barker 1988, Ferroud et al. 2018b). Moreover, the flow dimension characterizes a linear log-derivative response, such that  $n = 2(1 - v)$ , where  $v$  is the slope of  $ds/d\ln t$  on a bilog plot (Bowman and Crawford 1961, Beauheim and Roberts 1998, Ferroud et al. 2018c). More details about the concepts of “flow regime” and “flow dimension,  $n$ ” will be given later in section 3.3.

The main contribution of this paper is to extend the study of the radius of influence, specifically the value of the coefficient  $\alpha$  to all integer values of flow dimension contexts; i.e., linear ( $n = 1$ ), radial ( $n = 2$ ), and spherical ( $n = 3$ ), based on *the absolute critical drawdown criterion* noted  $s_c$  to define the pressure front. Our methodology consists in first characterizing the coefficient  $\alpha$  analytically using both the drawdown equations proposed by Barker’s (1998) generalized radial flow model (GRF) for  $n = 1, 3$  and the Theis radial flow model for  $n = 2$ . The results obtained from the analytical approach are then verified numerically, i.e., the flow is simulated in the respective flow regime contexts, and the values of the target parameter  $\alpha$  are then determined and compared with those obtained by the analytical approach. This study formalizes the dependency between the parameter  $\alpha$  and the pressure front criterion  $s_c$  through either an explicit equation or graphical representation. Ultimately, this study aims to provide tools for hydrogeologists to improve estimates of the radius of influence around a pumping well during a constant-rate pumping test, depending on the flow regime context.

### **3.3 THEORY OF THE GENERALIZED RADIAL FLOW (GRF) MODEL**

This section aims to review the theory behind the GRF model. Barker developed the GRF model in a context where conventional models (Theis 1935, Cooper and Jacob 1946) were not suitable for interpreting the complex hydraulic responses of aquifers. This mathematical model produces a comprehensive set of equations that describe head changes during the commonly employed forms of hydraulic testing (Barker 1988). Flow in aquifers has been generalized by introducing the parameter of flow dimension  $n$ , which describes the flow

regime or the nature of the flow occurring within the aquifer. Moreover, the GRF model is based on the flow regime concept, which has proved versatile and effective in reproducing natural flow behavior in various contexts of aquifer media, including integer and non-integer flow dimension regimes (Barker 1988, Rafini and Larocque 2012, Ferroud et al. 2018b, 2018c, 2019).

The fundamental assumptions of the GRF model are 1) flow is radial, occurring within a homogeneous and isotropic medium from a single source, and fills an  $n$ -dimensional space; 2) flow obeys Darcy's law; 3) the well source is an  $n$ -dimensional sphere of radius  $r_w$  and storage capacity  $s_w$ ; 4) the source shows negligible wellbore skin effects; and 5) any piezometers in the medium have negligible size and storage capacity (Barker 1988).

The generalized flow equations are developed using a system of  $n$ -dimensional spherical surfaces centered on a common point representing the well-source. The areas  $A_n$  of these surfaces vary with distance  $r$  from the well-source according to equation 3.2, in which  $a_n$  is the area of a unit sphere in the  $n$ -dimension (Barker 1988). For instance, in the linear flow regime ( $n = 1$ ), the equipotential surfaces are constant, whereas in radial ( $n = 2$ ) and spherical ( $n = 3$ ) flow regimes,  $A_n$  is proportional to  $r$  and  $r^2$ , respectively (figure 36). Then, the parameter  $n$  reflects the rate by which the cross-flow area changes as a function of the distance from the well. As the pressure front extends outwards and reaches heterogeneities within the aquifer, it may be deformed in such a manner that the flow regime is modified, inducing changes in the flow dimension (Ferroud et al. 2018b).

$$A_n(r) = a_n r^{n-1} \quad \text{with} \quad a_n = \frac{2\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2)} \quad (3.2)$$

where  $\Gamma(x)$  is the gamma function of argument  $x$ , and  $n$  is the flow dimension.

Barker obtained the generalized flow equation (Equation 3.3) by applying the principle of conservation of mass between the region bounded by two equipotential surfaces, which have radii  $r$  and  $r + dr$ , and assuming that the flow obeys Darcy's law.

$$S_s \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{K}{r^{n-1}} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^{n-1} \frac{\partial h}{\partial r} \right) \quad (3.3)$$

where  $K$  is the hydraulic conductivity [ $L/T$ ],  $S_s$  is the specific storage coefficient [ $L^{-1}$ ], and  $h$  is the hydraulic head [ $L$ ].

The general drawdown solution obtained by solving equation 3.3 and assuming a constant flow-rate pumping test is given by equation 3.4. This equation is then applied to the linear, radial, and spherical flow conditions to characterize the radius of influence equation.

$$s(r, t) = \frac{Qr^{2v}}{4\pi^{1-v}Kb^{3-n}} \Gamma(-v, u), n = 2(1 - v), \quad v = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d}{d \ln t} \left( \ln \left( \frac{ds(r, t)}{d \ln t} \right) \right), \quad (3.4)$$

$$u = \frac{r^2 S_s}{4Kt}$$

where  $s(r, t)$  is the drawdown [ $L$ ],  $Q$  is the pumping flow rate ( $L^3/T$ ),  $b$  is the aquifer thickness [ $L$ ] and  $v$  is the slope of the drawdown log-derivative time series ( $v$  is read graphically).

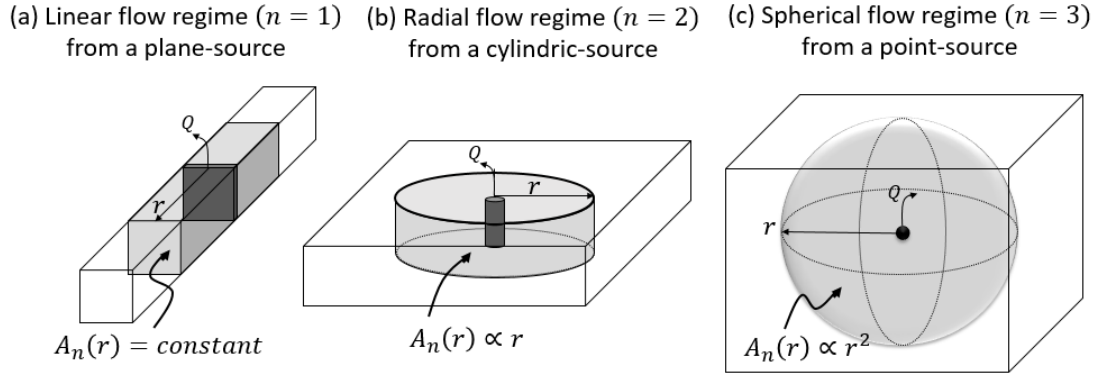


Figure 36 : Examples of flow geometries for integral dimensions: (a) one-dimensional flow from a plane ( $n = 1, v = \frac{1}{2}$ ); (b) two-dimensional flow from a cylinder (well) ( $n = 2, v = 0$ ); and (c) three-dimensional flow from a sphere or point sink ( $n = 3, v = -\frac{1}{2}$ ).

### 3.4 CHARACTERIZATION OF THE RADIUS OF INFLUENCE EQUATION IN LINEAR, RADIAL, AND SPHERICAL FLOW REGIME CONTEXTS

The purpose of this section is to analytically characterize the radius of influence equation, particularly the value of the coefficient  $\alpha$ , using the drawdown equation (Equation 3.4). As the pressure front is defined in this work according to the discrete absolute critical drawdown criterion  $s_c$ , characterizing the radius of influence  $r_0$  requires that the equation  $s(r_0, t) = s_c$  be solved. The specific contexts of linear ( $n = 1$ ), radial ( $n = 2$ ), and spherical ( $n = 3$ ) flow regimes will be considered. Solving the equation  $s(r_0, t) = s_c$  will make it possible to establish a relationship between  $r_0$  and  $\sqrt{t}$ . In addition, equation 3.1 as it stands implies that the derivative of  $r_0$  with respect to  $\sqrt{t}$  is a constant (equal to  $\alpha \sqrt{\frac{K}{S_s}}$ ) and does not depend on time (see equation 3.5). In other words, the representation of  $dr_0/d\sqrt{t}$  as a function of  $\sqrt{t}$  is a horizontal straight line in an arithmetic scale. This section will determine if the above property is verified for all the integer flow regimes.

$$r_0 = \alpha \sqrt{\frac{K}{S_s}} \sqrt{t} \rightarrow \frac{dr_0}{d\sqrt{t}} = \alpha \sqrt{\frac{K}{S_s}} \quad (3.5)$$



### 3.4.1 CHARACTERIZING THE RADIUS OF INFLUENCE FOR A LINEAR FLOW

#### REGIME ( $n = 1$ )

According to Barker's theory (Section 3.3), the linear flow regime occurs under flow conditions that lead to a constant crossflow section (equipotential surfaces). Although commonly interpreted as the response produced by a fracture, the linear regime can also occur in any channelized or narrow context (Gringarten 2008, Figueiredo et al. 2016, Ferroud et al. 2018c). For instance, the linear flow regime occurs regularly in elongated aquifers such as buried glacial valleys (Smit and Bregman 2012), an esker, i.e., a homogeneous isotropic aquifer laterally confined between two parallel impermeable or low-conductive boundaries in such a manner that the flow is restricted to a corridor (Escobar et al. 2004, Escobar and Montealegre 2006, 2007). Other geological contexts that produce the linear flow are reported in (Ferroud et al. 2018c).

The drawdown equation below (Equation 3.6) corresponding to the linear flow regime was first derived by (Miller 1962), as stated by Barker (1988). This equation corresponds to the particular case of the general solution of the GRF model (Equation 3.4) for  $n = 1$ . In the assumptions of the constant-flow-rate pumping test in a homogeneous, isotropic aquifer of constant thickness, the parameters  $Q$ ,  $K$ , and  $b$  are constant. Therefore, these parameters can be grouped into a single parameter  $\theta_L$ , such that  $\theta_L = \frac{Q}{2\sqrt{\pi}Kb^2}$  (dimensionless). The subscript  $L$  relates to a linear flow. Indeed, the parameter  $\theta_L$  is the particular case of  $\theta_G$  (already presented in Chapter 1, equation 1.42) corresponding to the linear flow. The grouping of the three constants ( $Q, K, b$ ) into a single variable thus allows a sensitivity analysis of these three constants on the value of the parameter  $\alpha$  by varying the single variable  $\theta_L$ . Note that in the linear flow regime, when the time series of drawdown data are plotted versus  $\sqrt{t}$  in an arithmetic scale, the drawdown equation approximates as a straight line at long times (Equation 3.7) (Barker 1988). The slope of this line that we note  $a_L [L/T^{0.5}]$  is equal to  $2\theta_L\sqrt{K/S_s}$ . In practice,

knowing the slope  $a_L$  [ $L/T^{0.5}$ ] from a linear regression leads to estimate the value of  $\theta_L$  such that  $\theta_L = a_L/2\sqrt{K/S_s}$ .

$$s(r, t) = \frac{Q}{2\sqrt{\pi}Kb^2} r \left( \frac{e^{-u}}{\sqrt{u}} - \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} \sqrt{u} \right) \text{ with } u = \frac{r^2 S_s}{4Kt} \quad (3.6)$$

$$s(r, t \rightarrow \infty) = 2\theta_L \sqrt{D} \sqrt{t} - \theta_L r \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} \sqrt{u} \quad (3.7)$$

where  $r$  is an arbitrary observation distance. Taking equation 3.6 and solving the equation  $s(r_0, t) = s_c$  allows us to obtain equation 3.8, which permits characterizing the radius of influence equation, i.e., isolating the parameter  $r_0$  and expressing it as a function of  $\sqrt{t}$ .

$$r_0 \left( \frac{e^{-u}}{\sqrt{u}} - \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} \sqrt{u} \right) - \frac{s_c}{\theta_L} = 0, \quad u = \frac{r_0^2 S_s}{4Kt}. \quad (3.8)$$

Equation 3.8 cannot be solved analytically and explicitly, instead by iteration. This method consists of fixing a value of  $t$  and then finding the value of  $r_0$  that best satisfies equation 3.8. Moreover, as the left side of equation 3.8 is a continuous and strictly decreasing function over the radius interval  $]0; +\infty[$ , for each discrete value of  $t_{k, k \in \mathbb{N}^*}$ , there is thus only one discrete solution  $r_{0_k} \in ]0; +\infty[$  that satisfies the equation 3.8. The value of  $r_{0_k}$  is determined by interpolation between two neighboring points. The radius of influence equation can then be characterized by determining a coupled set  $(r_{0_k}, t_k)$  by iteration and representing this on an  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$  graph. For this, a set of discrete values of the parameter  $\theta_L$  are directly set arbitrarily between  $10^{-2}$  and  $10^3$  (dimensionless) according to typical pumping test data from collective to individual water-producing wells:  $\theta_{L_i, (i=1, \dots, 6)} = \{10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10, 10^2, 10^3\}$ . However, the values of the criterion  $s_c$  are arbitrarily taken from  $10^{-4}$  to 0.5 (in meters) to cover a wide range of values:  $s_c = \{10^{-4}, 2 \cdot 10^{-4}, 3 \cdot 10^{-4}, \dots, 0.5\}$ . Values of  $s_c$  lower than  $10^{-3} m$  are certainly not realistic in terms of accurate pressure front measurements, but we theoretically considered these values only for the purpose of covering a wide range of values.

The algorithm used to solve equation 3.8 and thus characterize the radius of influence equation is summarized using five main steps (figure 37). (1) - select a value of the parameter  $\theta_L$  within the specified range values; (2) - for each value of  $\theta_L$ , vary the values of the pressure front criterion  $s_c$  over the specified range; (3) - select a time range value; (4) - for each time step, through a process of iteration, find the value of  $r_{0k}$  that best verifies equation 3.8. Steps 3 and 4 are repeated for all values of  $s_c$ , also for all values of  $\theta_L$ ; (5) - represent the graphs  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$ .

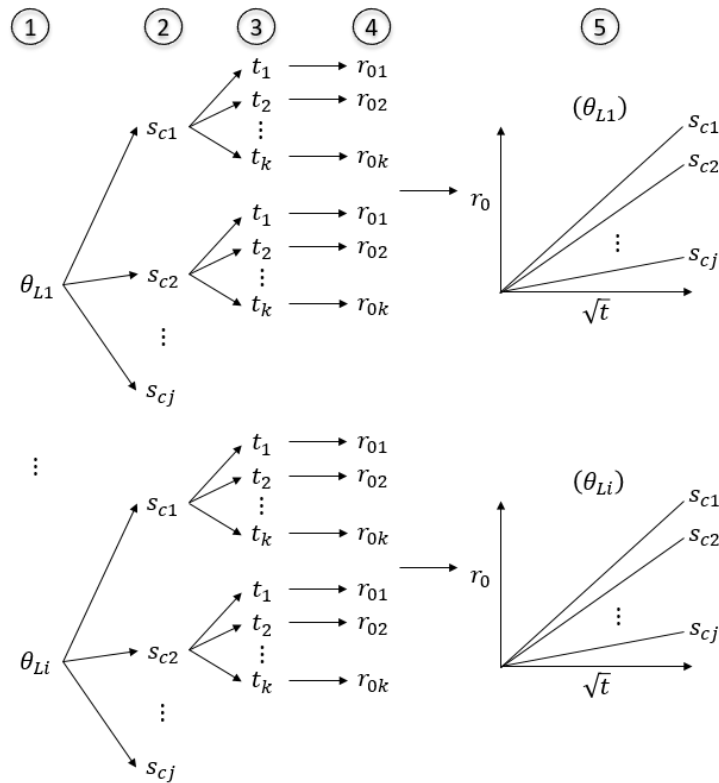


Figure 37: Summary of the algorithm for solving equation 3.8.

Multiple key points emerge from the process of characterizing the radius of influence equation for a linear flow regime.

- Representation of the graphics  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$  and  $(dr_0/d\sqrt{t})$  vs.  $\sqrt{t}$

Based on the representation of the plots  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$  and  $(dr_0/d\sqrt{t})$  vs.  $\sqrt{t}$ , we note that the linear relationship between  $r_0$  and  $\sqrt{t}$  as suggested by equation 3.1 is not necessarily verified for the linear flow regime. This is because the graphics  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$  plot as a power law function, not as straight lines; i.e.,  $r_0 \propto \sqrt{t}^\gamma$ , where  $\gamma$  is a real number. Moreover, the derivative curves  $(dr_0/d\sqrt{t})$  vs.  $\sqrt{t}$  do not plot as horizontal straight lines, which is contrary to that supposed by equation 3.5. In other words, the functions  $(dr_0/d\sqrt{t})$  are not constants for any value of  $\theta_L$  and  $s_c$ ; instead, they plot as increasing curves. These observations are illustrated in figures 38-a,b and figures 39-a,b below. Both figures are plotted for only  $\theta_L = 1$  and  $\theta_L = 10$  (dimensionless), respectively, for illustration purposes, because the observations made in these figures are also valid for the other values of  $\theta_L$  i.e.  $\theta_L = 10^{-2}, 10^{-1}, 10^2, 10^3$  (dimensionless). The new parameter  $\gamma$  that we call “time exponent” must then be considered and introduced in the study of the radius of influence for the linear flow regime ( $n = 1$ ).

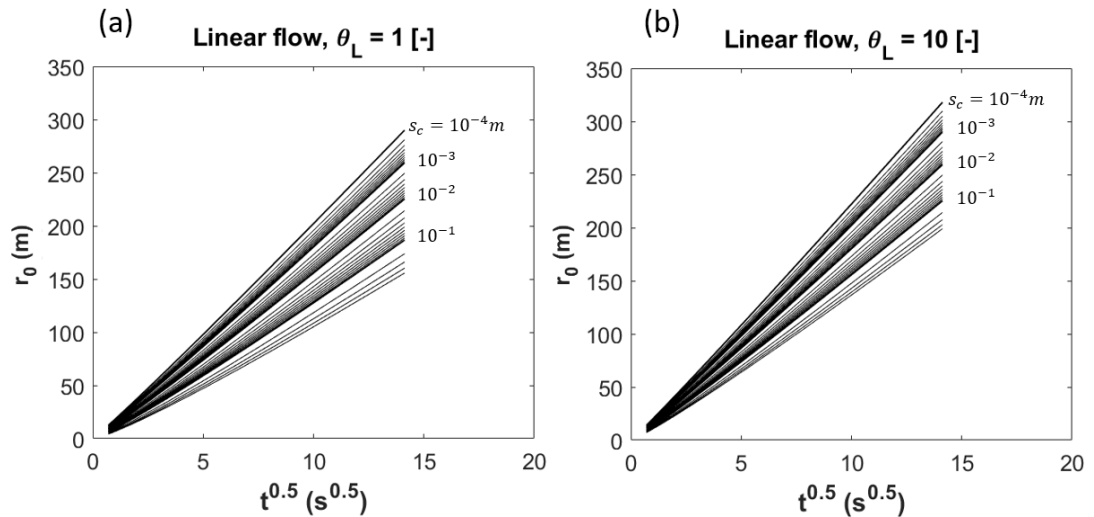


Figure 38 : Representation of the plots  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$  for  $\theta_L = 1$  and  $\theta_L = 10$  (dimensionless).

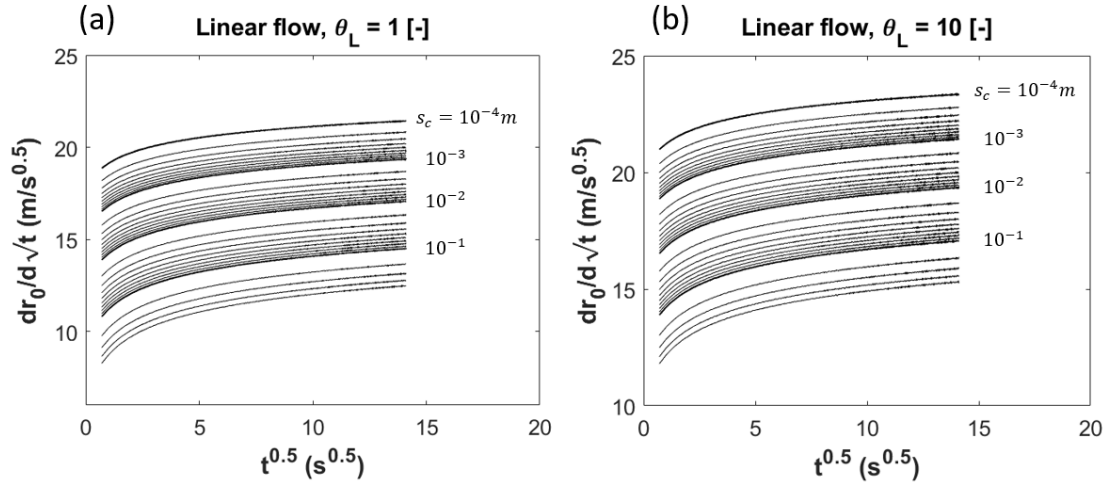


Figure 39 : Representation of the plots  $dr_0/d\sqrt{t}$  vs.  $\sqrt{t}$  for  $\theta_L = 1$  and  $\theta_L = 10$  (dimensionless).

- Representation of  $\alpha$  and  $\gamma$  as a function of  $s_c$  and  $\theta_L$

The above observations lead to the determination that, for a linear flow regime, the radius of influence equation takes the following form:  $r_0 = C\sqrt{t}^\gamma$  with  $C = \alpha \sqrt{\frac{K}{s_s}}$ . It follows that the knowledge of parameter  $C$  after applying a power law regression on the time series data  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$  makes it possible to determine the value of  $\alpha$ , such that:  $\alpha = C / \sqrt{\frac{K}{s_s}}$ . Hence, for each value of  $\theta_L$ , it is possible to empirically determine a set of values of  $\alpha$  and  $\gamma$  (by power-law regression), and then represent them as a function of the pressure front criterion  $s_c$ . Figures 40-a,b below represent the curves of the parameters  $\alpha$  and  $\gamma$  as a function of  $s_c$  for the different values of  $\theta_L$ ,  $\theta_L = 10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10, 10^2, 10^3$  (dimensionless).

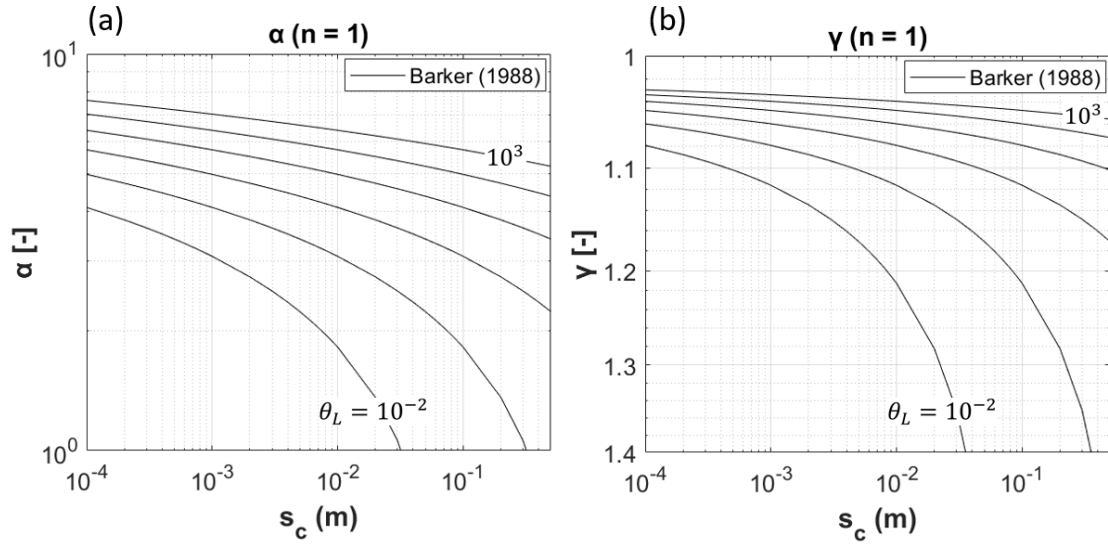


Figure 40 : Representation of the coefficient  $\alpha$  (a) and the time exponent  $\gamma$  (b) as a function and the criterion  $s_c$  respectively. On both figures, each curve corresponds to a value of the parameter  $\theta_L$ . The flow regime is linear ( $n = 1$ ).

On one hand, figure 40-a shows that the coefficient  $\alpha$  is inversely related to the pressure front criterion  $s_c$  while it is normally correlated with the parameter  $\theta_L$ . On the other hand, figure 40-b shows that the coefficient  $\gamma$  is normally correlated to the pressure front criterion  $s_c$ , which is inversely correlated with the parameter  $\theta_L$ . The variations of the parameters  $\alpha$  and  $\gamma$  as a function of  $s_c$  and  $\theta_L$  show how it is necessary to take into account these two parameters ( $\alpha$  and  $\gamma$ ) when estimating the radius of influence of a well for the linear flow regime. In addition, the parameter  $\theta_L$  depends on the pumping flow rate  $Q$ , the hydraulic conductivity  $K$ , and the aquifer thickness  $b$ ; the quality of these values may be affected by uncertainties during their determination. Therefore, practicing hydrogeologists must focus on the accuracy of determining these three parameters to accurately establish the radius of influence around the pumping well. Furthermore, the main particularity of the radius of influence equation for the linear flow regime is that the time exponent  $\gamma$  is strictly greater than one i.e. ( $\gamma > 1$ ) and tends toward the unit value ( $\gamma \rightarrow 1$ ) when the pressure front criterion is very small ( $s_c \rightarrow 0$ ) (figure 40-b).

### 3.4.2 CHARACTERIZING THE RADIUS OF INFLUENCE FOR THE RADIAL FLOW

#### REGIME ( $n = 2$ )

The radial flow regime is mainly attributed to the classic, ideal Theis conditions, which assume homogeneous, isotropic and infinite aquifers, where equipotential surfaces are cylindrical and concentric around the well. This flow regime assumes an evolution of equipotential surfaces (around the pumping well) proportional to the distance ( $A \propto r$ ) (Barker 1988). It is the most common flow regime observed in nature and the most commonly used regime to interpret pumping tests by practitioners, regardless of geological context (Bourdarot 1998, Bourdet 2002, Chapuis 2007, Rafini 2008, Ferroud et al. 2018b). For instance, the radial flow regime can occur in dense Euclidean fracture-network aquifers, and aquifers cross-cut by a horizontal or weakly inclined single conductive fault or fracture—before the front pulse reaches the top and bottom boundaries (Gringarten and Ramey 1974, Gringarten et al. 1974, Rafini and Larocque 2012). The radial flow regime has also been observed in heterogeneous media where heterogeneity is diffuse and follows a statistical law (e.g. log-normal) (Meier et al. 1998, Sánchez-Vila et al. 1999).

The drawdown equation corresponding to the particular case of the radial flow model (Theis 1935) is given by equation 3.9. Similar to the case of the linear flow regime, if the medium is homogeneous and isotropic with constant thickness and the flow rate is constant, then the parameters  $Q$ ,  $K$ ,  $b$  are constant. Thus, they are grouped into one parameter  $\theta_R$ , such that  $\theta_R = \frac{Q}{4\pi K b}$  (in meters). The subscript  $R$  relates to a radial flow regime. Indeed, the parameter  $\theta_R$  is the particular case of  $\theta_C$  (already presented in Chapter 1, equation 1.43) corresponding to the radial flow. In addition, varying the value of  $\theta_R$  makes it possible to conduct a sensitivity analysis of the parameters  $Q$ ,  $K$ ,  $b$  on the radius of influence. Practically,  $\theta_R$  directly represents the slope of the Cooper–Jacob drawdown straight line in the semi-log scale.

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi K b} W(u) \text{ with } W(u) = E_1(u) = \int_u^\infty \frac{e^{-\tau}}{\tau} d\tau \text{ and } u = \frac{r^2 S_s}{4Kt} \quad (3.9)$$

In equation 3.9,  $E_1$  is the exponential integral function,  $W$  is the Theis well function, and  $\tau$  is the integration variable. The radius of influence equation corresponding to the radial flow regime equation 3.10 is determined directly by considering equation 3.9 and solving the equation  $s(r_0, t) = s_c$ . Contrary to the case of the linear flow regime, the radius of influence of the radial flow regime is determined explicitly, not empirically by iteration. For this reason, the algorithm proposed for the linear flow section (figure 37) will not be used for the radial flow regime.

$$r_0 = \alpha \sqrt{\frac{K}{S_s} \sqrt{t}} \text{ with } \alpha = 2 \sqrt{E_1^{-1}\left(\frac{S_c}{\theta_R}\right)} \quad (3.10)$$

Equation 3.10 gives the explicit expression of the coefficient  $\alpha$  for  $n = 2$ . We note that  $\alpha$  depends on both  $\theta_R$  and  $s_c$ . Varying the values of  $\theta_R$  makes it possible to represent  $\alpha$  as a function of  $s_c$  (figure 41), as was done previously for the linear flow regime. The range of values of  $s_c$  and  $\theta_R$  are the same as those considered in the previous section, i.e.,  $s_c \in [10^{-4}; 0.5]$  (in meters), and  $\theta_R \in [10^{-2}; 10^3]$  (in meters). First, the main particularity of the radius of influence equation for the radial flow regime is that the distance  $r_0$  is always proportional to  $\sqrt{t}$ , i.e.,  $\gamma = 1$  for any value of the criterion  $s_c$  and  $\theta_R$ . Hence, only the coefficient  $\alpha$  must be determined accurately to characterize the radius of influence of a pumping well when the flow regime is radial ( $n = 2$ ). Secondly, the coefficient  $\alpha$  is positively related to the parameter  $\theta_R$  and inversely related to the criterion  $s_c$  (figure 41), which is consistent with the case of the linear flow regime. The fact that the parameter  $\theta_L$  depends on the pumping flow rate  $Q$ , the hydraulic conductivity  $K$ , and the aquifer thickness  $b$  shows that practicing hydrogeologists must focus on the accuracy of determining these three parameters to accurately establish the radius of influence around the pumping well.



Moreover, practitioners commonly use the value  $\alpha = 1.5$  for calculating the radius of influence of a pumping well (Chapuis 2007). This value is obtained using the Cooper-Jacob drawdown equation (Equation 3.11) (which derives from the Theis infinite model) and solving  $s(r, t) = 0$ . Such an equation supposes that the pressure front is defined according to a zero-drawdown criterion. This is possible because the Cooper-Jacob drawdown solution is not an asymptotical function, and therefore leads to a constant value of  $\alpha$ . The practice that consists in using the value  $\alpha = 1.5$  to calculate the radius of influence could be misleading at first, because it does not consider the parameters  $Q$ ,  $K$  and  $b$  as with the Theis model, and also because existing pressure measurement devices are limited in regards to their capacity to measure very small drawdown values (almost equal to zero). It is possible to estimate  $\alpha$  with the Theis model that is either higher or lower than 1.5, as illustrated in figure 41.

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi K b} \ln\left(\frac{2.25 K t}{r^2 S_s}\right) \quad (3.11)$$

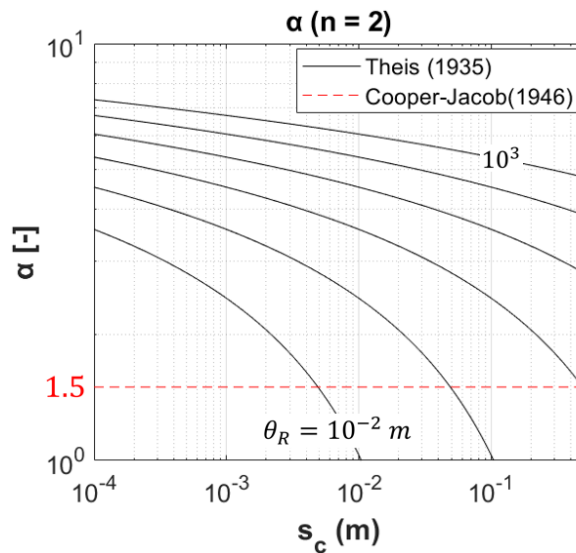


Figure 41 : Representation of the coefficient  $\alpha$  as a function of the pressure front criterion  $s_c$  and  $\theta_R$  for the radial flow regime ( $n = 2$ ).

### 3.4.3 CHARACTERIZING THE RADIUS OF INFLUENCE FOR THE SPHERICAL FLOW REGIME ( $n = 3$ )

The conceptual model attributed to the spherical flow regime refers to a point sink—the screen is significantly shorter than the aquifer’s thickness—that produces spherical equipotential surfaces which grow outward within the aquifer, such that ( $A \propto r^2$ ) (Barker 1988). Ferroud et al. (2018b) reported that the spherical flow regime could be observed (1) in thick granular systems or thick fractured media where the pumping well partially penetrates the aquifer; (2) during a packer test where the pumping well is considered as a point source (Moncada et al. 2005, Escobar et al. 2012); and (3) in a fractured aquifer where a well is pumping a partially penetrating (finite-extension) fracture (Dewandel et al. 2018). Moreover, Ferroud et al. (2019) showed that a spherical flow regime may also be produced in an aquifer that increases in thickness (inclined substratum).

This study assumes a point-source conceptual model in a thick homogeneous and isotropic medium, as proposed by (Barker 1988). Equation 3.12 gives the drawdown equation corresponding to the spherical flow regime. Similar to the two previous cases (linear and radial flow regimes), if a constant flow-rate pumping test is assumed in a homogeneous and isotropic aquifer, then the parameters  $Q$  and  $K$  are constant. Therefore, both parameters will be grouped into a single parameter  $\theta_S$ , such that  $\theta_S = \frac{Q}{4\pi K}$  (in square meters). The subscript  $S$  relates to a spherical flow. Indeed, the parameter  $\theta_L$  is the particular case of  $\theta_C$  (already presented in Chapter 1, equation 1.42) corresponding to the spherical flow.

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi K r} \operatorname{erfc} \sqrt{u} \quad \text{with } u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (3.12)$$

Note that, over long time periods, the equation 3.12 approximates to equation 3.13, which exhibits a straight line when the time series of drawdown data are plotted versus  $t^{-0.5}$  in

an arithmetic scale (Barker, 1988). The slope of this straight line, that we note  $a_s$ , ( $a_s < 0$ ), depends on the parameter  $\theta_s$ , such that  $a_s = -\theta_s / \sqrt{\frac{K}{S_s} \pi}$ . The knowledge of  $a_s$  as well as the hydraulic properties make it possible to determine the parameter  $\theta_s$ .

$$s(r, t \rightarrow \infty) = -\frac{\theta_s}{\sqrt{\frac{K}{S_s} \pi}} \frac{1}{\sqrt{t}} + \frac{\theta_s}{r} \quad (3.13)$$

where  $r$  is the observation distance. Taking equation 3.12 and solving the equation  $s(r_0, t) = s_c$  leads to equation 3.14, which allows characterizing the radius of influence equation, i.e., express the distance  $r_0$  as a function of  $\sqrt{t}$ . Equation 3.14 cannot be solved analytically and explicitly but rather by iteration, as for the case of the linear flow regime. Furthermore, the left side of equation 3.14 is a continuous and strictly decreasing function over the interval  $]0; +\infty[$ ; thus, for each discrete value  $t_k$ , there is only one solution  $r_{0k}$  that verifies equation 3.14. A coupled set  $(r_{0k}, t_k)$  can then be determined by iteration and be represented in an  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$  diagram. The algorithm used to solve equation 3.14 is exactly the same as that used in the linear flow regime (section 3.4.1), as summarized in figure 37; for this reason the iteration process will not be detailed again. Similar to the previous sections, the values of the parameter  $\theta_s$  will vary in the same range i.e. between  $10^{-2}$  and  $10^3$  (in square meters) that means:  $\theta_s = \{10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10, 10^2, 10^3\}$ , and those of the critical drawdown criterion  $s_c$  will keep the same range of values, i.e.,  $s_c \in [10^{-4}; 0.5]$  (in meters).

$$\frac{1}{r_0} \operatorname{erfc} \sqrt{u} - \frac{s_c}{\theta_s} = 0, \quad \text{with } u = \frac{r_0^2 S}{4Tt} \quad (3.14)$$

Note that multiple key points emerge from the characterization of the radius of influence equation for the spherical flow regime.

- Representation of the graphic  $r$  vs.  $\sqrt{t}$

Similar to the section on the linear flow regime, only the figures for  $\theta_S = 1$  and  $\theta_S = 10$  (in  $m^2$ ) are presented in this section for illustration purposes, as the observations made are valid for figures related to the other values of  $\theta_S$ . We note that the proportionality relationship  $r_0 \propto \sqrt{t}$  as suggested by equation 3.1 is not necessarily verified for the spherical flow regime; i.e., the graphs  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$  plot as power law function ( $r_0 \propto \sqrt{t}^\gamma$ , where  $\gamma$  is a real number that we call “time exponent”) rather than straight lines (figure 42-a,b). This means that the derivative of  $r_0$  with respect to  $\sqrt{t}$  i.e.  $dr_0/d\sqrt{t}$  is not constant for all the values of  $\theta_S$  and  $s_c$  (figures 43-a,b), in opposition to that suggested by equation 3.5. Moreover, the functions  $dr_0/d\sqrt{t}$  plot as decreasing curves, but not as horizontal straight lines. The new parameter  $\gamma$  must also be considered and introduced in the study of the radius of influence for the spherical flow regime ( $n = 3$ ).

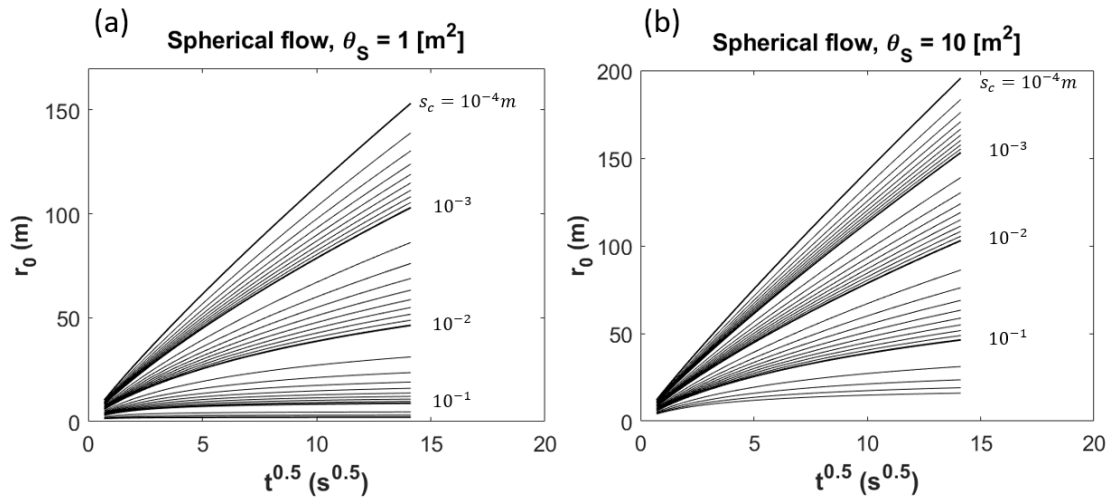


Figure 42 : Representation of the plots  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$  for  $\theta_S = 1$  and  $\theta_S = 10$  (in  $m^2$ ).

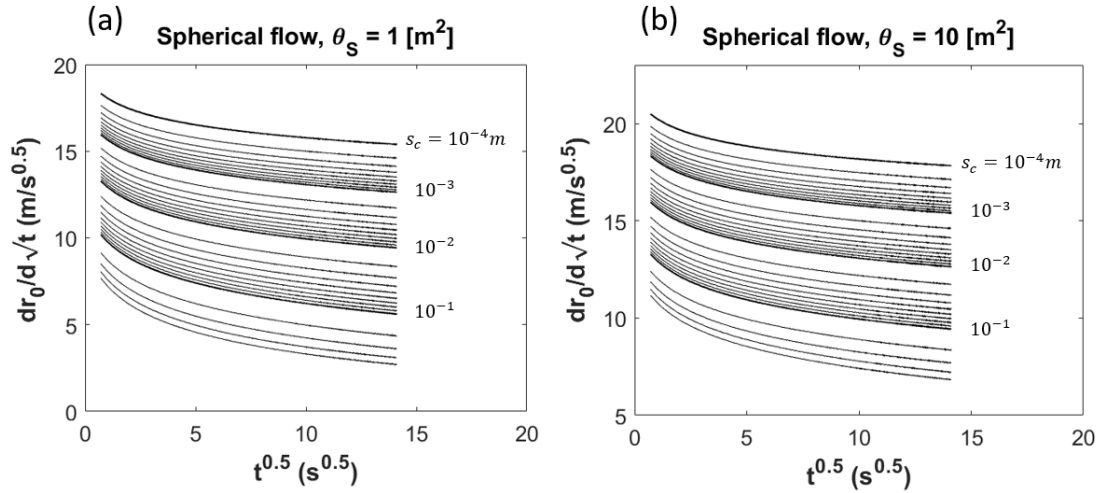


Figure 43 : Representation of the plots  $dr_0/d\sqrt{t}$  vs.  $\sqrt{t}$  for  $\theta_s = 1$  and  $\theta_s = 10$  (in  $m^2$ ).

- Representation of  $\alpha$  and  $\gamma$  as a function of  $s_c$  and  $\theta_s$

The above observations lead us to conclude that, similar to the linear flow regime i.e. ( $n = 1$ ), the radius of influence equation for the spherical flow regime ( $n = 3$ ) is in the following form  $r_0 = C\sqrt{t}^\gamma$  with  $C = \alpha \sqrt{\frac{K}{s_s}}$ . Knowledge of the parameter  $C$  after applying a power law regression on the time series data  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$  makes it possible to determine the value of  $\alpha$  such that:  $\alpha = C / \sqrt{\frac{K}{s_s}}$ . Hence, for each value of  $\theta_s$ , it is possible to empirically determine a set of values of  $\alpha$  and  $\gamma$  (by power-law regression), and then represent them as a function of the pressure front criterion  $s_c$ . Figures 44-a,b below represent the curves of the parameters  $\alpha$  and  $\gamma$  as a function of  $s_c$  for the different values of  $\theta_s$ ,  $\theta_s = 10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10, 10^2, 10^3$  (in  $m^2$ ).

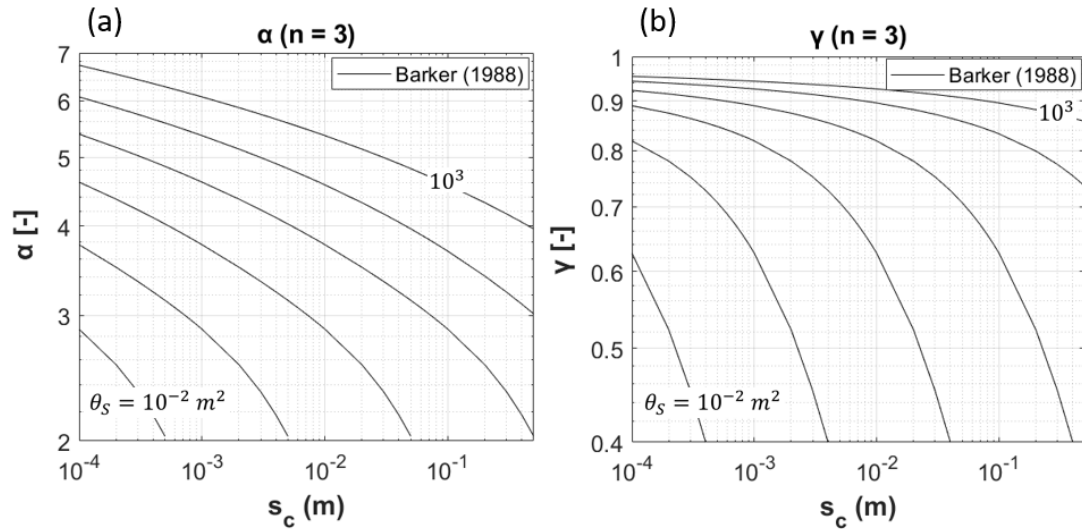


Figure 44 : Representation of the coefficient  $\alpha$  (a) and the time exponent  $\gamma$  (b) as a function and the criterion  $s_c$  respectively. On both figures, each curve corresponds to a value of the parameter  $\theta_s$ . The flow regime is spherical ( $n = 3$ ).

First, the figures 44-a,b shows that both the coefficient  $\alpha$  and the time exponent  $\gamma$  are inversely related to the pressure front criterion  $s_c$  while they are normally correlated to the parameter  $\theta_s$ . Similar to the linear flow regime, the variations of  $\alpha$  and  $\gamma$  as a function of  $s_c$  and  $\theta_s$  show how it is necessary to take these two parameters ( $\alpha$  and  $\gamma$ ) into account when estimating the radius of influence of a well for spherical flow regime ( $n = 3$ ). In addition, the fact that  $\theta_s$  depends on the pumping flow rate  $Q$  and the hydraulic conductivity  $K$  constrains practicing hydrogeologists to focus on the accuracy of determining these parameters to establish accurately the radius of influence around the pumping well. Particular to the spherical flow regime, the time exponent  $\gamma$  is strictly lower than one ( $\gamma < 1$ ) and tends toward the unit value ( $\gamma \rightarrow 1$ ) when the pressure front criterion is very small ( $s_c \rightarrow 0$ ) (figure 44-b).

### 3.5 VERIFICATION OF THE RADIUS OF INFLUENCE EQUATION BY MEANS OF NUMERICAL SIMULATION

The analytical approach we have previously proposed to characterise the radius of influence equation is based on the analytical drawdown solutions proposed by both Barker (for

$n = 1,3$ ), Theis and Cooper-Jacob (for  $n = 2$ ). However, the numerical approach is based on solving the diffusivity equation by iteration to simulate the flow in a conceptual model. The computational method (finite volume control, finite element, finite difference) for solving the diffusivity equation as well as the spatial–temporal discretization could have an impact on simulated hydraulic heads, and thus on the characterization of the radius of influence equation. Therefore, the objective of the numerical approach is to verify if the results of  $\alpha$  and  $\gamma$  that will be obtained agree with those obtained from the analytical simulations.

### 3.5.1 PRESENTATION OF THE CONCEPTUAL MODELS

Verification aims to characterize the radius of influence equations—in particular, the coefficient  $\alpha$  and/or the time exponent  $\gamma$ —in linear, radial, and spherical flow regimes through numerical simulations and then compare the outcomes with those obtained analytically in the respective flow regimes. To achieve this, constant flow pumping tests are simulated, and aquifers are assumed to be homogeneous, isotropic, and confined. The finite geometries of the various conceptual models are exactly similar to those illustrated in figures 36–a,b,c. As stated in section 3.3, figure 36-a shows an elongated model of constant thickness that favors flow in a single direction only such that equipotential surfaces are constant to produce a linear flow regime ( $n = 1$ ). Figure 36-b presents a square model that functions using Theis assumptions, i.e., a constant aquifer thickness in which the flow is horizontal in two dimensions. The equipotential surfaces have a cylindrical shape around the well to favor a radial flow regime ( $n = 2$ ) before they reach the boundaries. Finally, figure 36-c exhibits a cubic model with a point source that favors flow in three dimensions, such that equipotential surfaces are spherical to produce a spherical flow regime ( $n = 3$ ) before they reach the boundaries. The sizes of the different conceptual models are: ( $1000\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m}$ ) for the linear flow regime, ( $1000\text{ m} \times 1000\text{ m} \times 10\text{ m}$ ) for the radial flow regime and ( $1000\text{ m} \times 1000\text{ m} \times 1000\text{ m}$ ) for the spherical flow regime. For all models, the different specified sizes are arbitrarily chosen and a no-flow external boundary condition is assumed. The hydraulic conductivity and the specific storage

coefficient are identical in the three models:  $K = K_x = K_y = K_z = 10^{-3}$  m/s and  $S_s = 10^{-4}$  m<sup>-1</sup>. The initial hydraulic head is fixed at 100 m for all models. The spatial discretization considered in this work respects the blocks interactive instructions proposed by Therrien et al. (2010). In any direction of the space, the discretization scheme follows the following form:  $x_1, x_2, dx_{start}, xfac, dx_{max}$  (example given in  $x$ -direction), where  $x_1, x_2$  are the start and end  $x$ -coordinates,  $dx_{start}$  is the starting element size,  $xfac$  is the element size multiplication factor and  $dx_{max}$  is the maximum element size. Grid lines (i.e. elements) are generated along the  $x$ -axis from  $x_1$  to  $x_2$ , which grade up in size from  $dx_{start}$  to  $dx_{max}$ . Element sizes are increased steadily by a factor of  $xfac$ . The element size remains constant once it reaches  $dx_{max}$ . In our case, we used  $xfac = 1.05$ ;  $dx_{start} = 0.05m$ . The values of the other parameters depend on the model sizes in each flow regime case.

### 3.5.2 PRESENTATION OF THE HYDROGEOSPHERE NUMERICAL CODE

We use the *Hydrogeosphere* code developed by Université Laval and the University of Waterloo (Therrien et al. 2010). This code is based on the control volume finite element approach to discretize the partial derivative equations describing the 3-D transient flow. This code uses an implicit scheme that provides stability for various temporal and spatial sampling sizes. It provides a rigorous simulation capability that combines fully integrated modules in hydrology, water quality, groundwater flow, and transport into 3-D continuous or discrete domains (Rafini and Larocque 2009, Therrien et al. 2010, Ferroud et al. 2019).

### 3.5.3 PRINCIPLE OF THE VERIFICATION

Verification consists in characterizing the values of  $\alpha$  and/or  $\gamma$  as a function of criterion  $s_c$  from numerical simulations and comparing the results to those obtained with the analytical approach. As both parameters depend on  $\theta_L, \theta_R, \theta_S$  for linear, radial, and spherical flow regimes respectively, the verification will be conducted for a target value of these three



parameters. We arbitrarily chose to make the verification for  $\theta_L = 1$  (dimensionless),  $\theta_R = 1$  m, and  $\theta_S = 1$  m<sup>2</sup>. This means that the curves  $(\alpha, \gamma)$  vs.  $s_c$  that will be obtained using the numerical approach will be compared to those corresponding to the same target values of  $\theta_L$ ,  $\theta_R$ , and  $\theta_S$  in the analytical approach.

Furthermore, considering that  $\theta_L = Q/2\sqrt{\pi K}b^2$ ,  $\theta_R = Q/4\pi K b$ , and  $\theta_S = Q/4\pi K$  (see sections 3.4.1, 3.4.2, 3.4.3 respectively), if the hydraulic conductivity  $K$  and thickness  $b$  are known in the different conceptual models, then the only single variable that we must select adequately to reach the target values of  $\theta_L, \theta_R, \theta_S$  is the pumping flow rate  $Q$ . Therefore, the retained values of  $Q$  are:  $Q = 3.545 \times 10^{-3} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  for the linear flow regime,  $Q = 1.257 \times 10^{-1} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  for the radial flow regime, and  $Q = 1.257 \times 10^{-2} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  for the spherical flow regime. These flow rates, that do not necessarily represent realistic values (in reference to commonly practiced pumping tests), will be entered into the respective models as input data.

In addition, the algorithm used through the numerical approach to determine the values of parameters  $\alpha$  and  $\gamma$  is the same as that summarized in figure 37, except that only one value of  $\theta_L, \theta_R, \theta_S$  will be considered here.

#### **3.5.4 RESULTS OF THE NUMERICAL SIMULATIONS AND COMPARISON WITH THE ANALYTICAL OUTCOMES**

The results obtained from the numerical approach are compared to those obtained from the analytical approach. This comparison is carried out by representing the parameters  $\alpha$  and  $\gamma$  from both numerical and analytical approaches on the same plot (figures 45-a,b for the linear flow regime, figure 46 for the radial flow regime and figures 47-a,b for the spherical flow regime).

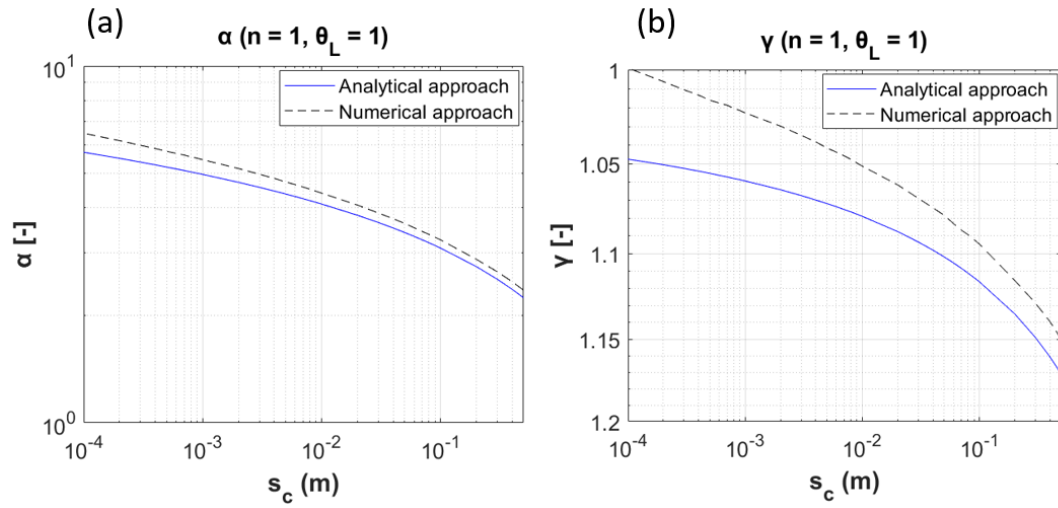


Figure 45 : Comparison of: (a) the coefficient  $\alpha$  and (b) the time exponent  $\gamma$ , between analytical and numerical approaches for the linear flow regime ( $n = 1$ ).

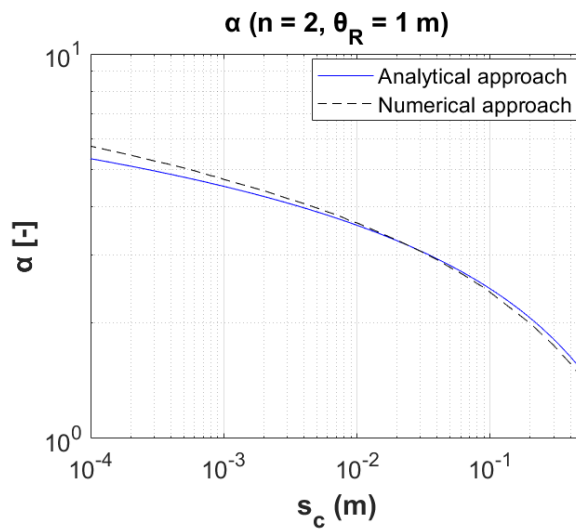


Figure 46 : Comparison of the coefficient  $\alpha$  between analytical and numerical approaches for the radial flow regime ( $n = 2$ ).

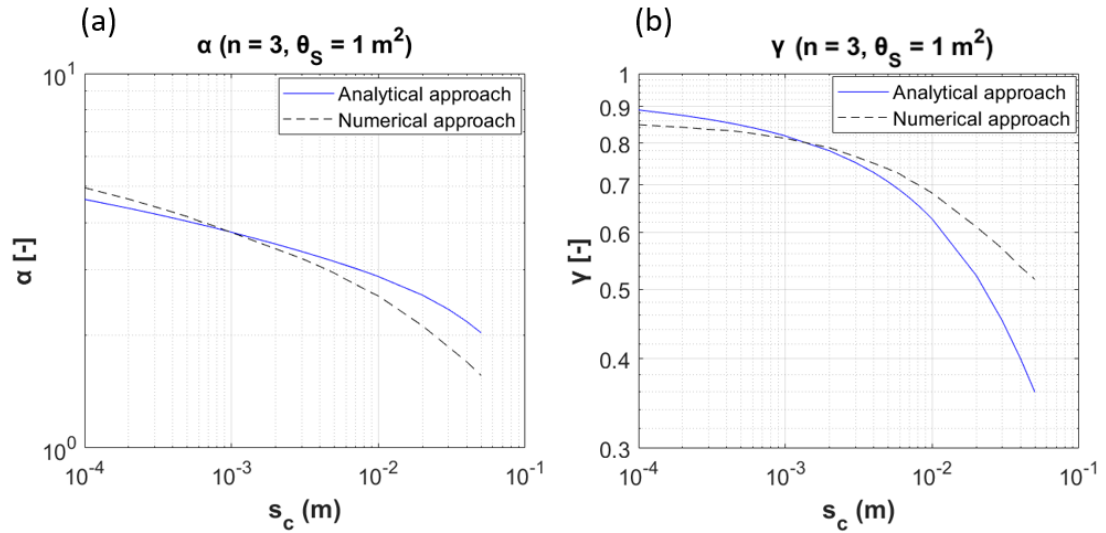


Figure 47 : Comparison of: (a) the coefficient  $\alpha$  and (b) the time exponent  $\gamma$ , between analytical and numerical approaches for the spherical flow regime ( $n = 3$ ).

The results of the numerical simulations show some differences compared to results of the analytical approach, as illustrated in the figures 45-a,b, 46, and 47-a,b. These differences could be related to two main points: (1)- the numerical simulation artifacts and (2)- the spatial discretization (mesh size) of the numerical models.

Firstly, the numerical artifacts are explained by the fact that the hydraulic head profiles obtained analytically using the drawdown equations (Theis, Barker) and numerically (from simulations) are not quite identical for a given conceptual model (linear, radial or spherical) and at a given time step, as illustrated in figure 48. Visually, both hydraulic profiles coincide; however, closer inspection shows a difference that becomes greater for large time steps. This difference causes the algorithms developed in this work to determine the pairs  $(r_{0k}, t_k)$  at each time step to produce different results for the analytical and numerical approaches ( $dr \neq 0$ ); thus, differences between the curves  $\alpha$  vs.  $s_c$  and  $\gamma$  vs.  $s_c$  are observed.

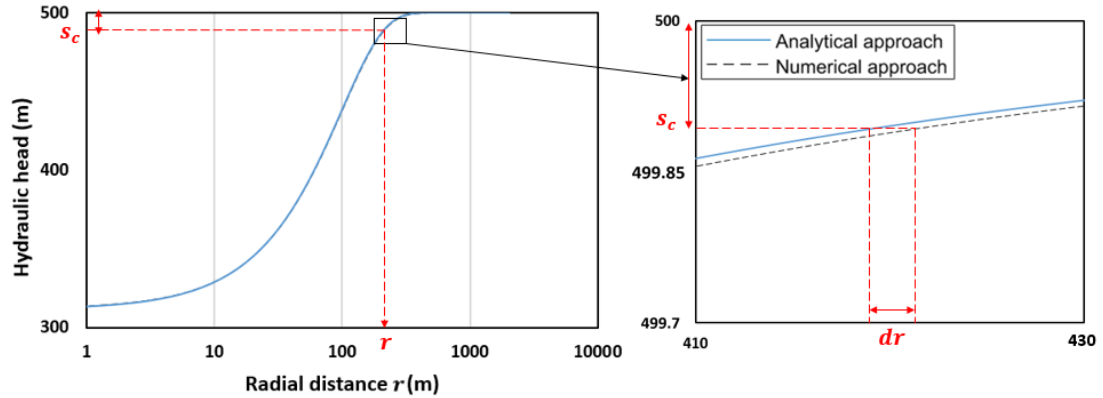


Figure 48 : Illustration of the deviation between hydraulic head profiles from the analytical and numerical approaches (Ex. linear flow regime/ $t = 887.44$  s) and the potential consequences on the pressure front position.

Secondly, the mesh size of the numerical model can have an impact on the quality of the interpolations performed to determine the discrete solutions  $r_{0k}$  at each discrete time step  $t_k$ . Indeed, the finer the mesh, the closer the nodes are to each other and the better the solutions  $r_{0k}$  are determined with less error. However, a highly refined mesh contains a large number of nodes and therefore requires very long computation time. For this reason, numerical models cannot be refined indefinitely. Note that the results presented above were obtained with a mesh size of  $dx_{max} = dy_{max} = 0.5$  m for the linear regime (figures 45-a,b),  $dx_{max} = dy_{max} = 1$  m for the radial regime (figure 46) and  $dx_{max} = dy_{max} = 5$  m for the spherical regime (figures 47-a,b), while for the analytical approach, the following mesh size was considered:  $dr_{max} = 0.00125$  m for the three flow regimes. Similarly to  $dx_{max}$  and  $dy_{max}$ , the parameter  $dr_{max}$  is the maximum spacing in any radial  $r$ -direction.

Even though results from the analytical and numerical approaches show some differences, it is notable that the curves  $\alpha$  and  $\gamma$  as a function of  $s_c$  show similar trends with both approaches, i.e., for all flow regimes, the coefficient  $\alpha$  is inversely correlated with the criterion  $s_c$ . Similarly, the time exponent  $\gamma$  is normally correlated with  $s_c$  in the linear flow regime ( $n = 1$ ), which is the opposite for the spherical flow regime ( $n = 3$ ). This agreement confirms

that calculating the radius of influence around the pumping well requires an accurate determination of both parameters  $\alpha$  and  $\gamma$ .

### 3.6 DISCUSSIONS AND PERSPECTIVES

In this study devoted to the development of the equation to characterize the radius of influence of a well during a pumping test, the definition of the pressure front is crucial. The nature of the criterion used to determine the pressure front, in effect, constrains the methodology used to determine the radius of influence. Specifically for this study, the pressure front has been considered at all times to be the location around the well where the drawdown reaches the absolute critical threshold  $s_c$ . The radius of influence is characterized by considering the drawdown equations and solving the equation  $s(r_0, t) = s_c$ , either analytically or numerically. By considering the drawdown equations proposed by Barker (1988) and Theis (1935), we were able to establish analytically a general form of the equation to calculate the radius of influence (Equation 3.15) that fits linear ( $n = 1$ ), radial ( $n = 2$ ) and spherical ( $n = 3$ ) flow regimes.

$$r_0 = \alpha \sqrt{\frac{K}{S_s}} \sqrt{t}^\gamma \quad (3.15)$$

In Equation 3.15, the parameters  $\alpha$  and  $\gamma$  are determined empirically by applying a power-law regression on time series  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$ . Their values depend on the absolute critical drawdown criterion  $s_c$ , the pumping flow rate  $Q$ , the hydraulic conductivity  $K$  and (in some cases) the aquifer thickness  $b$  depending on the flow regime. This study proposes a means for estimating the radius of influence and to adapt the estimation process depending on the type of flow regime, and also depending on the conditions under which the pumping test is carried out, by considering the accuracy of pressure measurement devices, the hydraulic properties of

the aquifers, the aquifer thickness and also the pumping flow rate. By taking all these parameters into account, the extent of the radius of influence can be adequately estimated.

Our study has some limitations that are important to highlight as perspectives for future research.

(1) We have mentioned that the values of the parameters  $\alpha$  and  $\gamma$  are determined empirically by applying a power-law regression on the time series  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$ , specifically in the case of linear and spherical flow regimes. However, the values of these two parameters, which we have plotted in figure 40-a,b (for a linear flow regime) and figure 44-a,b (for a spherical flow regime), should be considered with caution. Indeed, these values depend on the accuracy with which the solutions  $r_{0k}$  have been determined at each iteration, as explained in the algorithm summarized in figure 37. The accuracy of the values of  $r_{0k}$  could exert an influence on the power-law regression on graphics  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$ , then on the values of  $\alpha$  and  $\gamma$ . Moreover, the quality of the power law regression also depends on the values of the pressure front criterion  $s_c$ . This means that for a given value of  $\theta_L$  and  $\theta_S$ , the regression fits better on the data  $r_0$  vs.  $\sqrt{t}$  for lower values of  $s_c$  than for higher values, as illustrated in figures 49-a,b (linear flow regime) and in figures 50-a,b (spherical flow regime).

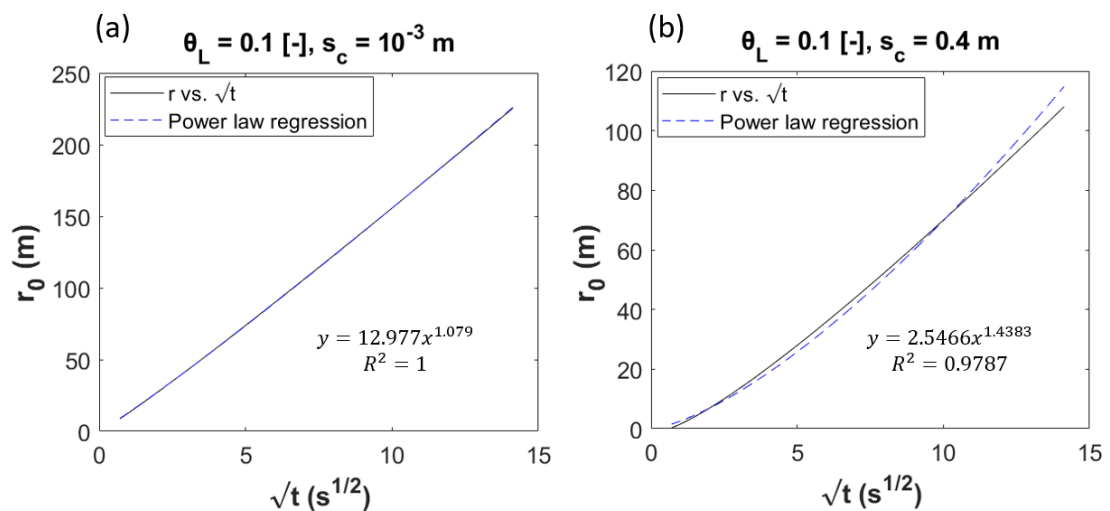


Figure 49 : Comparison of power-law regressions between (a) small and (b) high values of  $s_c$  (linear flow regime).

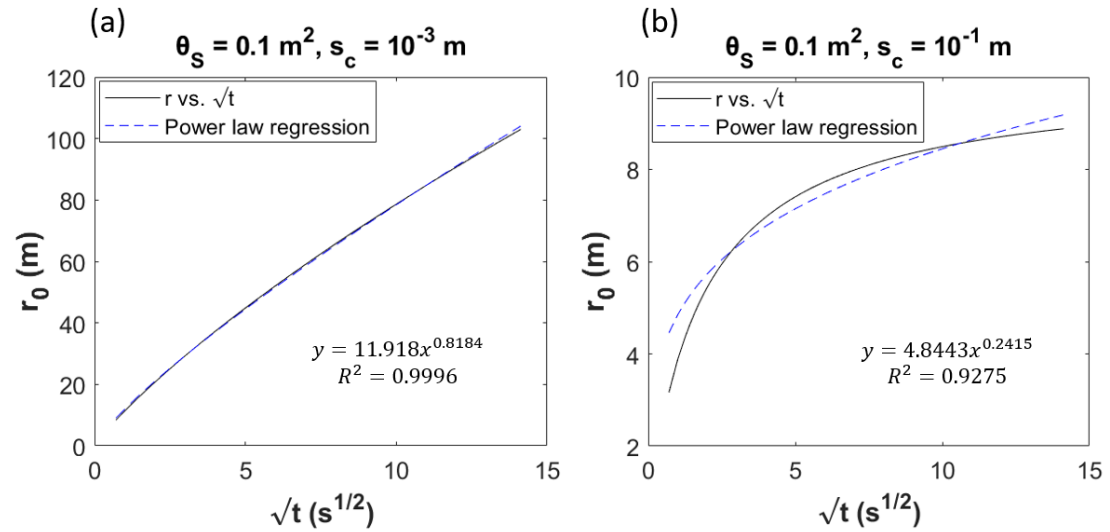


Figure 50 : Comparison of power-law regressions between (a) small and (b) high values of  $s_c$  (spherical flow regime).

Furthermore, the assumptions considered in this paper are simple and more restrictive, particularly regarding the nature of the material, the flow regime, the geometry of the source, and the conceptual model, which rises the points below.

(2) The material is assumed as homogeneous and isotropic, whereas in nature, aquifers are heterogeneous (Gutjahr 1989, Robin et al. 1993, Meier et al. 1998, Gui et al. 2000, Zhang and Pinder 2003, Datta-Gupta et al. 2011, Bárdossy and Hörning 2016). Therefore, it is essential to study the propagation of the pressure front within heterogeneous media to provide a more realistic representation of the radius of influence.

(3) The radius of influence equation is characterized for integer dimensional flow contexts only ( $n = 1,2,3$ ). This limits the scope of our results. However, several studies have shown that fractional flow dimensions are widespread in nature (Rafini and Larocque 2009,

Ferroud et al. 2018b, 2018c, 2019). This opens the possibility for future studies within various flow contexts, including fractional flow regimes.

(4) Only a single flow regime is assumed to occur during a pumping test. Therefore, our results do not account for flow contexts characterized by sequences of different flow regimes. In such contexts, how could the radius of influence be studied?

(5) The geometries of the considered conceptual models are somewhat regulars and simples (figure 36). Our results must be verified in more complex conceptual models (e.g. for wells that partially penetrate an aquifer and aquifers having an inclined substratum or that increase in thickness with depth).

(6) Estimating the radius of influence around the pumping well requires the interpretation of pumping test data. However, data from pumping tests are quite noisy, possibly affecting the interpretation of the radius of influence. This noise has various sources, including the aquifer's heterogeneity, the variation in atmospheric pressure, and human and/or instrumental measurement errors. Therefore, users must significantly reduce this noise and improve the signal-to-noise ratio of the drawdown log-derivative time series using existing smoothing algorithms before determining the radius of influence.

### **3.7 CONCLUSION**

The radius of influence of a pumping well has useful and diverse applications in hydrogeology. It is, however, very difficult to characterize, firstly because there is no clear and unanimously accepted definition, and secondly because most studies focusing on its characterization have considered only radial flow models, while flow regimes that occur during pumping tests are diversified and not necessarily radial. Our study proposed to analytically investigate the radius of influence equation for all integer flow dimension i.e., linear ( $n = 1$ ),



radial ( $n = 2$ ) and spherical ( $n = 3$ ), by considering the pressure front at any time as the maximum distance at which the drawdown reaches the absolute critical value  $s_c$ . Such a definition makes it possible to characterize the radius of influence equation explicitly only for the radial flow regime; however, for linear and spherical flow regimes, the radius of influence equation is characterized implicitly by iteration. Two parameters have emerged as essential to establish the radius of influence equation: a proportionality coefficient  $\alpha$  and a time exponent coefficient  $\gamma$ . Neither of these two parameters have a universal value; they must be determined accurately as a function of the flow regime ( $n = 1, 2, 3$ ), the pressure front criterion  $s_c$  (which depends on the capacity of data recording systems to measure very small pressure variations), the pumping flow rate  $Q$ , the aquifer's hydraulic conductivity  $K$  and thickness  $b$ . Particularly,  $\gamma > 1$  for a linear flow regime,  $\gamma = 1$  always for a radial flow regime and  $\gamma < 1$  for a spherical flow regime. However, for linear and spherical regimes,  $\gamma \rightarrow 1$  when the pressure front criterion is very small i.e.,  $s_c \rightarrow 0$ . All these outcomes allow practicing hydrogeologists to adequately estimate the radius of influence equation and potentially to locate hydraulic objects (faults, impermeable layers, recharge boundaries, hydraulic connections) in the space surrounding the well.

**Funding:** The authors acknowledge the financial support of the Natural Sciences and Engineering Research Council (NSERC-federal funding) of Canada in the framework of the Individual Discovery Grant Program held by Prof. Romain Chesnaux.

**CRedit authorship contribution statement:**

**Daouda Méité:** Conceptualization, Methodology, Software. **Romain Chesnaux:** Supervision, Conceptualization. **Silvain Rafini:** Supervision, Conceptualization. **Anouck Ferroud:** Supervision, Conceptualization.

**Declaration of Competing Interest:** The authors declare that they have no known competing financial interest or personal relationships that could appear to influence the work reported in this paper.

**Data availability** No data was used for the research described in the article.

## REFERENCES

- Acuna, J.A., and Yortsos, Y.C. 1995. Application of fractal geometry to the study of networks of fractures and their pressure transient. *Water Resour. Res.*, **31**: 527–540. doi:<https://doi.org/10.1029/94WR02260>.
- Alabert, F.G. 1989. Constraining description of randomly heterogeneous reservoirs to pressure test data: a Monte Carlo study. Society of Petroleum Engineers. <https://doi.org/10.2118/19600-MS>, SPE 19600 64th Annual Technical Conference and Exhibition. San Antonio, Texas, pp. 207–221.
- Audouin, O., Bodin, J., Porel, G., and Bourbiaux, B. 2008. Flowpath structure in a limestone aquifer: multi-borehole logging investigations at the hydrogeological experimental site of Poitiers, France. *Hydrogeology Journal*, **16**: 939–950. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2012.05.069>.
- Bárdossy, A., and Hörning, S. 2016. Gaussian and non-Gaussian inverse modeling of groundwater flow using copulas and random mixing. *Water Resources Research*, **52**: 4504–4526.
- Barker, J.A. 1988. A generalized radial flow model for hydraulic tests in fractured rock. *Water Resources Research*, **24**: 1796–1804. doi:<https://doi.org/10.1029/WR024i010p01796>.
- Beauheim, R.L., and Roberts, R.M. 1998. Flow-dimension analysis of hydraulic tests to characterize water-conducting features.
- Behmanesh, H., Clarkson, C.R., Tabatabaie, S.H., and Heidari Sureshjani, M. 2015. Impact of distance-of-investigation calculations on rate-transient analysis of unconventional gas and light-oil reservoirs: new formulations for linear flow. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, **54**: 509–519. doi:<https://doi.org/10.2118/178928-PA>.
- Bourdarot, G. 1998. Well testing: Interpretation methods. Editions Technip Paris, France.
- Bourdet, D. 2002. Well test analysis: the use of advanced interpretation models. Elsevier, New York, NY, USA, 426 pp.
- Bourdet, D., Whittle, T.M., Douglas, A.A., and Pirard, Y.M. 1983. A new set of type curves simplifies well test analysis. *World oil*, **196**: 95–106.
- Bowman, C.H., and Crawford, P.B. 1961. A Practical Method for Calculating the Transient Pressure Distribution in Linear Semi-infinite Water Driven Reservoirs Having Different Fluid and Rock Properties in Each Zone.
- Bresciani, E., Shandilya, R.N., Kang, P.K., and Lee, S. 2020a. Well radius of influence and radius of investigation: What exactly are they and how to estimate them? *Journal of hydrology*, **583**: 124646. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2020.124646>.
- Bresciani, E., Shandilya, R.N., Kang, P.K., and Lee, S. 2020b. Evolution of the radius of investigation during recovery tests. *Journal of Hydrology*, **590**: 125346. Elsevier.
- Bridge, J.S., and Hyndman, D.W. 2004. Aquifer characterization. SEPM Special Publication, vol. 80. Society for Sedimentary Geology, Tulsa, OK,; 172 pp.

- Chang, J., and Yortsos, Y.C. 1990. Pressure transient analysis of fractal reservoirs. *SPE Formation Evaluation*, **5**: 31–38. doi:<https://doi.org/10.2118/18170-PA>.
- Chapuis, R.P. 2007. Guide des essais de pompage et leurs interprétations [Guide to pumping tests and their interpretation]. Gov. of Quebec, Quebec City.,: 55 pp.
- Chapuis, R.P., and Wendling, G. 1991. Monitoring wells: measurement of permeability with minimal modification of groundwater. *Canadian Journal of Civil Engineering*, **18**: 871–875.
- Chesnaux, R. 2018. Avoiding confusion between pressure front pulse displacement and groundwater displacement: Illustration with the pumping test in a confined aquifer. *Hydrological Processes*, **32**: 3689–3694. doi:<https://doi.org/10.1002/hyp.13279>.
- Clarkson, C.R., and Qanbari, F. 2015. History-Matching and Forecasting Tight Gas Condensate and Oil Wells Using the Dynamic Drainage Area Concept. Society of Petroleum Engineers.
- Cooper, J.H.H., and Jacob, C.E. 1946. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-field history. *Eos Transactions American Geophysical Union*, **27**: 526–534. doi:<https://doi.org/10.1029/TR027i004p00526>.
- Datta-Gupta, A., Xie, J., Gupta, N., King, M.J., and Lee, W.J. 2011. Radius of investigation and its generalization to unconventional reservoirs. *Journal of Petroleum Technology*, **63**: 52–55. doi:<https://doi.org/10.2118/0711-0052-JPT>.
- Desens, A., and Houben, G.J. 2022. Beyond Sichardt—empirical equations for the determination of the radius of influence of a well.
- Dewandel, B., Lanini, S., Lachassagne, P., and Maréchal, J.-C. 2018. A generic analytical solution for modelling pumping tests in wells intersecting fractures. *Journal of hydrology*, **559**: 89–99.
- Doe, T.W. 1991. Fractional dimension analysis of constant-pressure well tests. Society of Petroleum Engineers, Paper No. SPE-22702-MS, Dallas, Texas, USA. pp. 461–467.
- Dragoni, W. 1998. Some considerations regarding the radius of influence of a pumping well. *Hydrogéologie (Orléans)*,: 21–25.
- Dupuit, J.E. 1863. Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables avec des considérations relatives au régime des grandes eaux, au débouché à leur donner, et à la marche des des alluvions dans les rivières à fond mobile. Dunod, éditeur.
- Escobar, F., and Montealegre, M. 2006. Effect of well stimulation on the skin factor in elongated reservoirs. *CT&F-Ciencia, Tecnología y Futuro*, **3**: 109–119.
- Escobar, F.-H., Corredor, C.-M., Gomez, B.-E., Cantillo, J.-H., and Prent, L.-A. 2012. Pressure and pressure derivative analysis for slanted and partially penetrating wells. *ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences*, **7**: 932–938.
- Escobar, F.-H., and Montealegre, M. 2007. A complementary conventional analysis for channelized reservoirs. *CT&F-Ciencia, Tecnología y Futuro*, **3**: 137–146.

- Escobar, F.H., Saavedra, N.F., Hernandez, C.M., Hernandez, Y.A., Pilataxi, J.F., and Pinto, D.A. 2004. Pressure and pressure derivative analysis for linear homogeneous reservoirs without using type-curve matching. OnePetro.
- Ferroud, A., Chesnaux, R., and Rafini, S. 2018a. Insights on pumping well interpretation from flow dimension analysis: The learnings of a multi-context field database. *Journal of hydrology*, **556**: 449–474. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.10.008>.
- Ferroud, A., Chesnaux, R., and Rafini, S. 2019. Drawdown log-derived analysis for interpreting constant-rate pumping tests in inclined substratum aquifers. *Hydrogeology Journal*, **27**: 2279–2297.
- Ferroud, A., Rafini, S., and Chesnaux, R. 2018b. Using flow dimension sequences to interpret non-uniform aquifers with constant-rate pumping-tests: a review. *Journal of Hydrology X*, **2**: 100003. doi:<https://doi.org/10.1016/j.hydroa.2018.100003>.
- Figueiredo, B., Tsang, C.-F., Niemi, A., and Lindgren, G. 2016. The state-of-art of sparse channel models and their applicability to performance assessment of radioactive waste repositories in fractured crystalline formations. *Hydrogeology Journal*, **24**: 1607–1622.
- Gernand, J.D., and Heidtman, J.P. 1997. Detailed pumping test to characterize a fractured bedrock aquifer. *Groundwater*, **35**: 632–637. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.1997.tb00128.x>.
- Gringarten, A.C. 2008. From straight lines to deconvolution: The evolution of the state of the art in well test analysis. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, **11**: 41–62.
- Gringarten, A.C., and Ramey, H.J. 1974. Unsteady-state pressure distributions created by a well with a single horizontal fracture, partial penetration, or restricted entry. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **14**: 413–426.
- Gringarten, A.C., Ramey, H.J., and Raghavan, R. 1974. Unsteady-state pressure distributions created by a well with a single infinite-conductivity vertical fracture. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **14**: 347–360.
- Gringarten, A.C., and Ramey, J.H. 1973. The use of source and Green's functions in solving unsteady-flow problems in reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **13**: 285–296. doi:<https://doi.org/10.2118/3818-PA>.
- Gui, S., Zhang, R., Turner, J.P., and Xue, X. 2000. Probabilistic slope stability analysis with stochastic soil hydraulic conductivity. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **126**: 1–9.
- Gutjahr, A.L. 1989. Fast Fourier transforms for random field generation. NM Tech. Proj. Rep. Contract 4-R58-2690 R,.
- Horne, R.N., and Temeng, K.O. 1982. Recognition and location of pinchout boundaries by pressure transient analysis. *Journal of Petroleum Technology*, **34**: 517–519. doi:<https://doi.org/10.2118/9905-PA>.
- Horner, D.R. 1951. Pressure build-up in wells. World Petroleum Congress. Paper No. WPC-4135, The Hague, the Netherlands.

- Hossain, M.E., Tamim, M., and Rahman, N.M.A. 2007. Effects of criterion values on estimation of the radius of drainage and stabilization time. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, **46**: 24–30. doi:<https://doi.org/10.2118/07-03-01>.
- Hsieh, B.-Z., Chilingar, G.V., and Lin, Z.-S. 2007. Propagation of radius of investigation from producing well. *Energy Sources, Part A*, **29**: 403–417.
- Illman, W.A., Zhu, J., Craig, A.J., and Yin, D. 2010. Comparison of aquifer characterization approaches through steady state groundwater model validation: A controlled laboratory sandbox study. *Water Resources Research*, **46**. doi:<https://doi.org/10.1029/2009WR007745>.
- Ishteiw, A.A., and Van Poolen, H.K. 1969. Radius-of-drainage equation for pressure build-up. *Society of Petroleum Engineers*,: 16.
- Johnson, P.W. 1988. The Relationship Between Radius of Drainage and Cumulative Production (includes associated papers 18561 and 18601). *SPE Formation Evaluation*, **3**: 267–270. doi:<https://doi.org/10.2118/16035-PA>.
- Kabala, Z.J. 1993. The dipole flow test: A new single-borehole test for aquifer characterization. *Water Resources Research*, **29**: 99–107. doi:<https://doi.org/10.1029/92WR01820>.
- Kruseman, G.P., De Ridder, N.A., and Verweij, J.M. 1991. Analysis and evaluation of pumping test data. *In* Second edition. International institute for land reclamation and improvement Wageningen, The ....
- Kuchuk, F.J. 2009. Radius of investigation for reserve estimation from pressure transient well tests. *SPE Middle East Oil and Gas Show and Conference*,.
- Kuusela-Lahtinen, A., Niemi, A., and Luukkonen, A. 2003. Flow dimension as an indicator of hydraulic behavior in site characterization of fractured rock. *Groundwater*, **41**: 333–341. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.2003.tb02602.x>.
- Le Borgne, T., Bour, O., Paillet, F., Caudal, J.-P., 2006. Assessment of preferential flow path connectivity and hydraulic properties at single-borehole and cross-borehole scales in a fractured aquifer. *J. Hydrol.* **328**, 347–359. Elsevier.
- Leveinen, J. 2000. Composite model with fractional flow dimensions for well test analysis in fractured rocks. *Journal of hydrology*, **234**: 116–141.
- Lods, G., and Gouze, P. 2004. WTFM, software for well test analysis in fractured media combining fractional flow with double porosity and leakance approaches. *Computers & Geosciences*, **30**: 937–947.
- Louwyck, A., Vandenbohede, A., Libbrecht, D., Van Camp, M., and Walraevens, K. 2022. The Radius of Influence Myth. *Water*, **14**: 149. MDPI.
- Maliva, R.G. 2016. *Aquifer characterization techniques*. Springer International Publishing Switzerland.
- Maréchal, J.-C., Dewandel, B., and Subrahmanyam, K. 2004. Use of hydraulic tests at different scales to characterize fracture network properties in the weathered-fractured layer of a hard rock aquifer. *Water Resources Research*, **40**. doi:<https://doi.org/10.1029/2004WR003137>.

- Meier, P.M., Carrera, J., and Sánchez-Vila, X. 1998. An evaluation of Jacob's method for the interpretation of pumping tests in heterogeneous formations. *Water Resources Research*, **34**: 1011–1025.
- Méité, D., Rafini, S., Chesnaux, R., and Ferroud, A. 2022. Review of Petroleum and Hydrogeology Equations for Characterizing the Pressure Front Diffusion during Pumping Tests. *Geosciences*, **12**. doi:10.3390/geosciences12050201.
- Miller, F.G. 1962. Theory of unsteady-state influx of water in linear reservoirs. *Journal of the Institute of Petroleum*, **48**: 365–379.
- Moncada, K., Tiab, D., Escobar, F.-H., Montealegre, M., Chacon, A., Zamora, R., and Nese, S.-L. 2005. Determination of vertical and horizontal permeabilities for vertical oil and gas wells with partial completion and partial penetration using pressure and pressure derivative plots without type-curve matching. *CT&F-Ciencia, Tecnología y Futuro*, **3**: 77–94.
- Odling, N.E., West, L.J., Hartmann, S., and Kilpatrick, A. 2013. Fractional flow in fractured chalk; a flow and tracer test revisited. *Journal of contaminant hydrology*, **147**: 96–111.
- Rafini, S. 2008. Comportement hydraulique des milieux faillés. Phd, Université du Québec à Montreal.
- Rafini, S., and Larocque, M. 2009. Insights from numerical modeling on the hydrodynamics of non-radial flow in faulted media. *Advances in water resources*, **32**: 1170–1179. doi:<https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2009.03.009>.
- Rafini, S., and Larocque, M. 2012. Numerical modeling of the hydraulic signatures of horizontal and inclined faults. *Hydrogeology Journal*, **20**: 337–350.
- Rau, G.C., Post, V.E., Shanafield, M., Krekeler, T., Banks, E.W., and Blum, P. 2019. Error in hydraulic head and gradient time-series measurements: a quantitative appraisal. *Hydrology and Earth System Sciences*, **23**: 3603–3629. Copernicus GmbH.
- Robin, M.J.L., Gutjahr, A.L., Sudicky, E.A., and Wilson, J.L. 1993. Cross-correlated random field generation with the direct Fourier transform method. *Water Resources Research*, **29**: 2385–2397.
- Sánchez-Vila, X., Meier, P.M., and Carrera, J. 1999. Pumping tests in heterogeneous aquifers: An analytical study of what can be obtained from their interpretation using Jacob's method. *Water Resources Research*, **35**: 943–952.
- Shishaye, H.A., Tait, D.R., Befus, K.M., and Maher, D.T. 2019. An integrated approach for aquifer characterization and groundwater productivity evaluation in the Lake Haramaya watershed, Ethiopia. *Hydrogeology Journal*, **27**: 2121–2136.
- Smit, F.W., Bregman, E.P., 2012. Buried glacial valleys as drinking water reservoirs. An assessment on function and risks in their role as drinking water reservoirs in the ice-marginal landscape of northern Europe. ENCORE Project Record.
- Taheri, A., and Shadizadeh, S.R. 2005. Investigation of well drainage geometries in one of the Iranian south oil fields. Petroleum Society of Canada. Paper No. PETSOC-2005-028. doi: <https://doi.org/10.2118/2005-028>, Calgary, Alberta.

- Theis, C.V. 1935. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, **16**: 519–524. doi:<https://doi.org/10.1029/TR016i002p00519>.
- Therrien, R., McLaren, R.G., Sudicky, E.A., and Panday, S.M. 2010. HydroGeoSphere: A three-dimensional numerical model describing fully-integrated subsurface and surface flow and solute transport. Groundwater Simulations Group, University of Waterloo, Waterloo, ON, **830**.
- Thiem, G. 1906. *Hydrologische Methoden*, Gebhardt, Leipzig. Germany.
- Verbovšek, T. 2009. Influences of aquifer properties on flow dimensions in dolomites. *Groundwater*, **47**: 660–668. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.2009.00577.x>.
- Yuan, B., Zhang, Z., and Clarkson, C.R. 2018. Distance-of-Investigation Could be Misused in Unconventional Heterogeneous Reservoirs with Non-Static Properties. Dallas, Texas, 24-26 September. SPE-191698-MS. <https://doi.org/10.2118/191698-MS>.
- Yuan, B., Zhang, Z., and Clarkson, C.R. 2019. Improved Distance-of-Investigation Model for Rate-Transient Analysis in a Heterogeneous Unconventional Reservoir With Nonstatic Properties. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **24**: 2362–2377.
- Zhai, Y., Cao, X., Jiang, Y., Sun, K., Hu, L., Teng, Y., Wang, J., and Li, J. 2021. Further discussion on the influence radius of a pumping well: A parameter with little scientific and practical significance that can easily be misleading. *Water*, **13**: 2050. MDPI.
- Zhang, Y., and Pinder, G. 2003. Latin hypercube lattice sample selection strategy for correlated random hydraulic conductivity fields. *Water Resources Research* **39**, 1226, <https://doi.org/10.1029/2002WR001822>, 8,.

## **CHAPITRE 4**

### **CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DE L'ÉQUATION DU RAYON D'INFLUENCE À L'ÉCHELLE D'UNE MAQUETTE HYDROGÉOLOGIQUE**

Cette section qui présente le chapitre 4 de la thèse ne fait pour l'instant pas office de publication scientifique et par conséquent, n'est pas écrite sous forme d'article de recherche. Elle vise plutôt à rendre compte des résultats des travaux expérimentaux menés sur la maquette hydrogéologique (aquifère réduit) de l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC) dans le but de caractériser l'équation du rayon d'influence. En effet, la maquette est dotée d'un réseau de puits et de piézomètres dans lesquels une série d'essais de pompage à débits constants sont réalisés afin de suivre la progression du front de pression. Les résultats obtenus à l'issue de ces travaux expérimentaux sont comparés à ceux obtenus analytiquement dans le chapitre précédent. Les différentes sources d'incertitudes liées à la réalisation de ces expériences sont également discutées.



## 4.1 INTRODUCTION

Le chapitre précédent a porté sur la caractérisation de l'équation du rayon d'influence à la fois analytiquement et numériquement en régime d'écoulement linéaire, radial et sphérique. Cette étude reste toutefois théorique et a besoin d'être validée expérimentalement. Cela demande de réaliser des essais de pompage dans des contextes géologiques bien particuliers, déterminés à l'avance, et qui produiraient des régimes d'écoulement linéaires, radiaux ou sphériques. Cependant, de telles investigations à grande échelle seraient coûteuses et nécessiteraient des moyens considérables. C'est la raison pour laquelle l'étude expérimentale qui fera l'objet de ce chapitre 4 sera menée à petite échelle sur la maquette hydrogéologique disponible à l'université du Québec à Chicoutimi (UQAC). Il s'agit d'un mini-aquifère ou modèle réduit construit dans un cadre d'apprentissage académique lors du projet de fin d'étude (PFE) de l'étudiante Yasmine Kabré en 2016. Le modèle réduit d'aquifère a l'avantage de reproduire des comportements hydrodynamiques réels à l'échelle du laboratoire.

L'objectif de cette étude expérimentale est d'étudier la propagation du front de pression ou équipotentielle frontale à travers un réseau de piézomètres dans un contexte réel d'aquifère captif. Plus spécifiquement, il s'agit de caractériser l'équation du rayon d'influence (déjà introduite dans les chapitres précédents) selon une approche expérimentale, pour des conditions d'écoulement spécifiques données et comparer les résultats à ceux obtenus analytiquement dans le chapitre 3.

## 4.2 DESCRIPTION PHYSIQUE DU MODÈLE RÉDUIT

Dans cette section, les données qui seront présentées proviennent de Kabré (2016). En effet, le modèle réduit d'aquifère est construit dans une cuve en béton armé de dimensions extérieures 458.6 cm × 268.1 cm × 142.3 cm et de dimensions intérieures 418.0 cm × 227.5 cm × 122.0 cm. Ces dimensions sont données sous la forme  $L \times l \times H$  où  $L$  est la

longueur,  $l$  est la largeur et  $H$  est la profondeur. Le modèle comprend trois couches réparties de haut en bas de la façon suivante (figure 51) :

- Un aquifère à nappe libre de formation sableuse de 60 cm d'épaisseur.
- Un aquitard de 15 cm d'épaisseur constitué d'un mélange de sable et de bentonite à 10%.
- Un aquifère à nappe captive de formation sableuse de 37 cm d'épaisseur. Dans cet aquifère, la nappe d'eau est confinée car surmontée par une formation imperméable (aquitard), l'isolant de tout échange hydraulique avec la nappe libre.

Ces trois couches sont réparties sur toute la largeur interne de la cuve en béton, cependant seule la couche en bentonite constituant l'aquitard s'étend sur toute la longueur interne de la cuve (418 cm). En revanche, les deux formations de sable constituant la nappe captive et la nappe libre sont réparties seulement sur une longueur de 348 cm, du fait de la présence de deux zones de distribution d'eau appelées « diffuseurs », mises en place suivant la largeur du bassin aux deux extrémités. Ces deux diffuseurs disposés sur 35 cm dans le sens de la longueur (figure 51) servent à l'équilibrage des charges hydrauliques imposées en amont et en aval du système tout en assurant une meilleure répartition de l'eau. Les diffuseurs sont constitués de sable grossier de silice. Les deux formations aquifères sont constituées du même type de matériau sableux avec une conductivité hydraulique moyenne  $K = 3.49 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$ . La granulométrie du matériau est variée et composée de 1% de sable grossier, 12% de sable moyen, 60% de sable fin, 24% de silt et 3% d'argile (Kabré 2016).

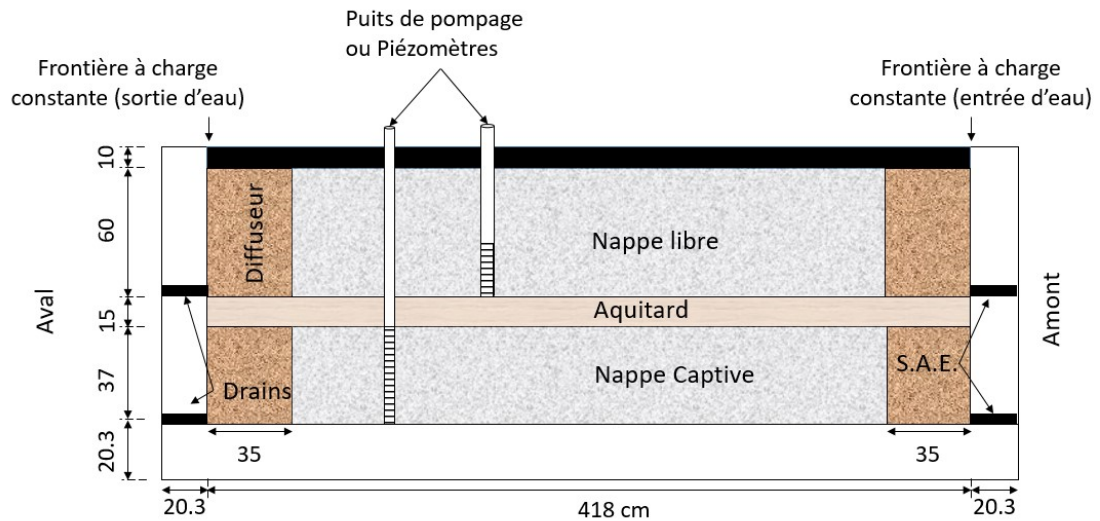


Figure 51 : Coupe verticale du modèle d'aquifère réduit. Les dimensions sont données en cm. La notation S.A.E. signifie : Système d'Adduction en Eau.

Source : Kabré (2016).

### 4.3 FONCTIONNEMENT HYDRAULIQUE DU MODÈLE RÉDUIT

Le système hydraulique du modèle réduit est tel que les deux formations aquifères sont bordées aux extrémités amont et aval par des limites à charges imposées (voir figure 51). Ces charges hydrauliques constantes aux extrémités sont contrôlées au total par quatre réservoirs cylindriques, dont deux au niveau de chaque aquifère. Pour chaque aquifère, un réservoir contrôle l'entrée d'eau (zone de recharge en amont) et l'autre contrôle la sortie d'eau (zone de décharge en aval). Chaque réservoir dispose d'un trop plein afin de maintenir la charge hydraulique à une valeur constante. La connexion hydraulique entre les réservoirs d'eau et les aquifères est gérée par un système de tuyaux horizontaux crépinés, posés dans des zones de sable grossier et directement connectés aux diffuseurs. De plus, les réservoirs chargés d'alimenter les aquifères en eau dans la partie amont sont connectés au système d'adduction en eau courante du laboratoire. Cependant, ceux chargés de récupérer l'eau à la sortie (partie avale) sont connectés à un drain (figure 51). La configuration actuelle du système

hydraulique est telle que dans chaque aquifère, une différence de charge est créée entre l'amont et l'aval, induisant un gradient hydraulique, afin d'assurer l'écoulement de l'eau au sein des deux aquifères.

#### **4.4 HYPOTHÈSES DE BASE DE L'ÉTUDE EXPÉRIMENTALE**

Au vu de l'objectif fixé qui est d'étudier la propagation du front de pression de manière expérimentale et de comparer les résultats à ceux obtenus analytiquement dans le chapitre 3, il convient de définir clairement les hypothèses de travail relatives au régime d'écoulement. En effet, l'intérêt de ce travail porte essentiellement sur la nappe captive supposée homogène, isotrope, disposée horizontalement avec une épaisseur constante sur l'ensemble de la surface du bassin délimité par deux frontières à charges constantes (en amont et en aval) et deux frontières latérales imperméables (figure 52) comme énoncé précédemment. Les dimensions longitudinales et transversales sont suffisamment grandes pour assurer une évolution cylindrique des surfaces d'équipotentiels avant que le front de pression n'atteigne les frontières. Cette nappe vérifie globalement les hypothèses du modèle theissien (Theis 1935), à l'exception de l'existence d'un gradient hydraulique non nul. De ce fait, l'étude expérimentale sera réservée exclusivement au régime d'écoulement radial ( $n = 2$ ) où la propagation du front de pression obéit au régime normal c.-à-d. :  $r \sim \sqrt{t}$  (Chang and Yortsos 1990, Acuna and Yortsos 1995, Rafini and Larocque 2009). De ce fait, il sera question de déterminer de manière spécifique la valeur du coefficient  $\alpha$  étant donné que la valeur de l'exposant du temps  $\gamma$  est supposée égale à 1 telle qu'introduite précédemment dans le chapitre 3 (Méité et al. 2023b).

#### **4.5 ÉTUDE DE LA PROPAGATION DU FRONT DE PRESSION À TRAVERS UN RÉSEAU DE PIÉZOMÈTRES**

La nappe captive dispose d'un réseau d'ouvrages dont 3 puits de pompage notés PC $i$  ( $i = 1,2,3$ ) de diamètres internes 4.0 cm et 16 piézomètres notés PZC $i$  ( $i = 1, \dots, 16$ ) de

diamètres internes 2.0 cm. La répartition de ces ouvrages (figure 52) permet de réaliser des essais de pompage et de suivre l'évolution du front de pression dans toutes les directions radiales du plan ( $xy$ ). Les coordonnées  $x$ ,  $y$  ainsi que les côtes des margelles  $z_M$  des différents puits et piézomètres sont récapitulées dans le tableau 3. Chaque ouvrage est équipé d'un ruban gradué flottant permettant de mesurer les variations du niveau d'eau dans le temps (figure 53). Dans le cadre de ce travail, le pompage sera réalisé à débit constant ( $Q = 6.42 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ ) dans le puits PC2 et la variation du niveau piézométrique sera enregistrée dans l'ensemble des ouvrages y compris le puits de pompage. Les distances radiales de chaque piézomètre par rapport au puits PC2 sont données dans le tableau 3.

Tableau 3 : Coordonnées ( $x, y$ ), côtes des margelles  $z_M$  et distances (par rapport au puits PC2) des puits et piézomètres connectés à la nappe captive.

Ouvrages	$x$ (cm)	$y$ (cm)	$z_M$ (cm)	Distances $r$ (m)
PC1 (Puits)	113.00	85.50	85.50	1.04
PC2 (Puits)	209.5	125.5	125.50	-
PC3 (Puits)	314.00	142.20	142.20	1.06
PZC1	65	28.8	28.80	1.74
PZC2	66.5	146.5	146.50	1.45
PZC3	104.7	213.6	213.60	1.37
PZC4	93.5	78.2	78.20	1.25
PZC5	170	21	21.00	1.12
PZC6	160	109.2	109.20	0.52
PZC7	182.5	158.5	158.50	0.43
PZC8	209.5	137.8	137.80	0.12
PZC9	248.5	206.6	206.60	0.9
PZC10	237.5	122.6	122.60	0.28
PZC11	234.5	68.7	68.70	0.62
PZC12	311.6	189.6	189.60	1.21
PZC13	325	134.4	134.40	1.16
PZC14	313.5	16	16.00	1.51
PZC15	349	81.6	81.60	1.46
PZC16	350	198.2	198.20	1.58

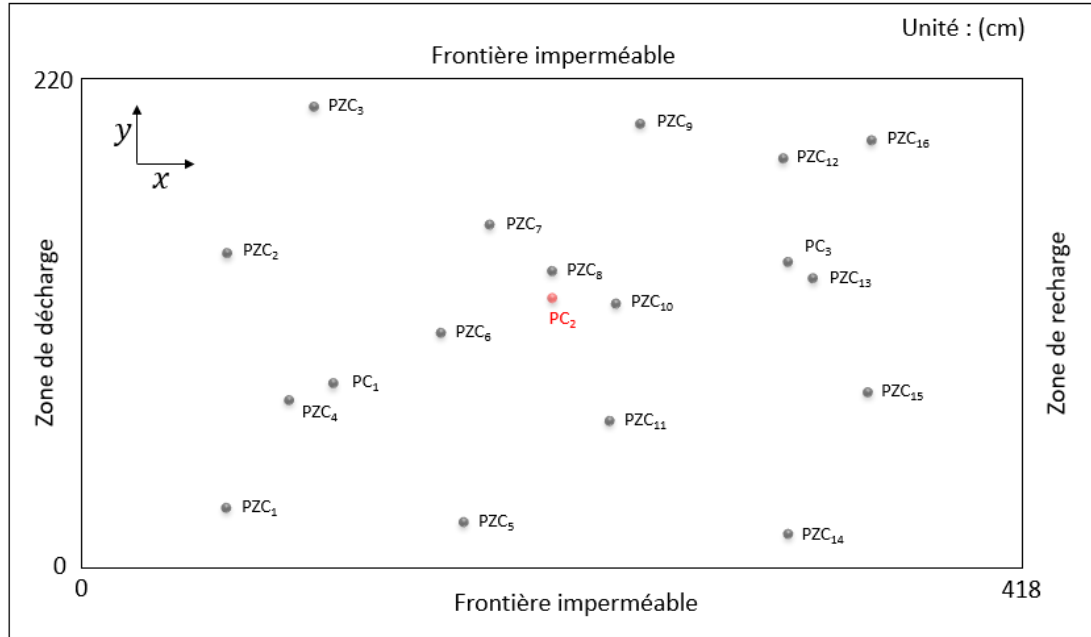


Figure 52 : Vue en plan : positionnement des puits de pompage (PCi) et des piézomètres (PZCi) dans l'aquifère. Le puits PC2 dans lequel seront effectués les pompages est marqué en rouge.

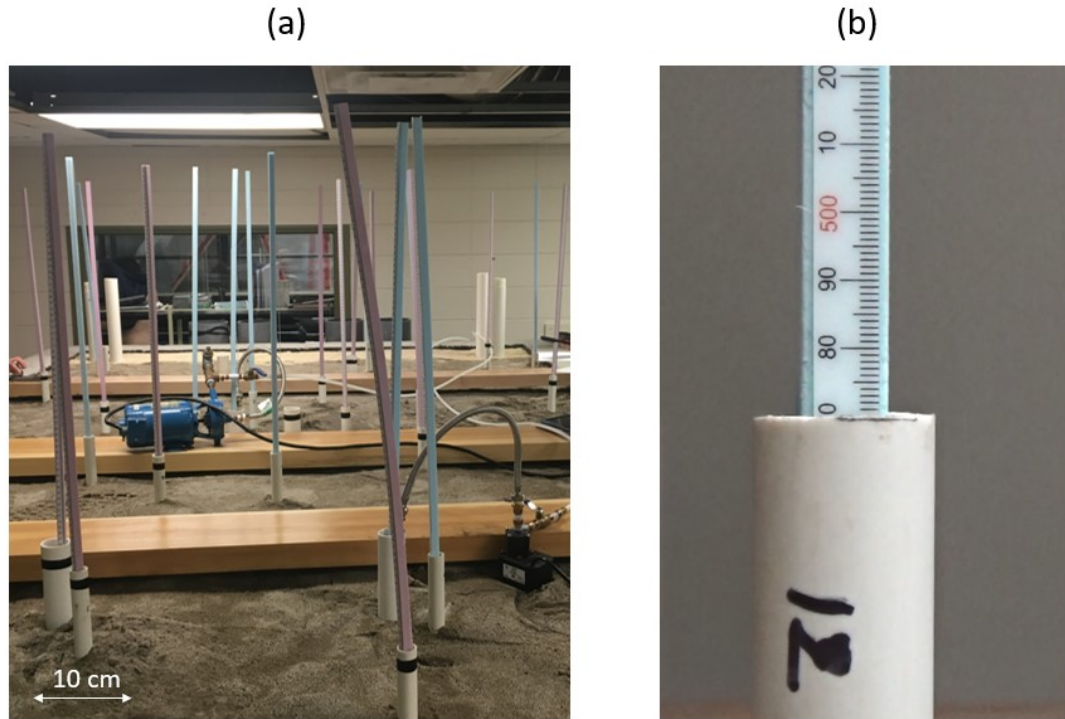


Figure 53 : a) Vue générale du modèle réduit ; b) Présentation d'un piézomètre muni d'un ruban gradué (PZC12).

L'étude expérimentale qui fait l'objet de ce chapitre sera déclinée en deux volets :

i) Le premier volet est relatif à la caractérisation des propriétés hydrauliques de l'aquifère (la conductivité hydraulique  $K$  et le coefficient d'emmagasinement spécifique  $S_s$ ) par la méthode de Cooper-Jacob. Ces deux paramètres permettront de déterminer le coefficient de diffusivité  $D$  ( $D = K/S_s$ ). Les essais de pompage seront réalisés dans le puits PC2 pendant 30 minutes et seulement les données enregistrées dans les piézomètres PZC6 et PZC7 (choisis arbitrairement et aussi compte tenu de leurs positions par rapport au puits PC2) seront interprétées pour estimer les propriétés hydrauliques.

ii) Le second volet concerne l'étude de la propagation du front de pression dans l'espace, c.-à-d. déterminer les valeurs du coefficient  $\alpha$ . Pour cela, tous les piézomètres seront considérés. Pour mener cette étude, on supposera que le front de pression est détecté dans chaque piézomètre, que lorsque le rabattement atteint une valeur critique donnée  $s_c$  telle qu'introduite dans le chapitre 3. Plusieurs valeurs de  $s_c$  seront considérées à cet effet notamment 1 ; 5 ; 10 ; 15 ; 20 ; 25 en (mm) comme critères du front de pression. Ainsi, pour chaque piézomètre, les différents temps  $t$  à partir desquels les rabattements critiques  $s_c$  sont atteints seront mentionnés. Puis, les graphiques  $r$  vs.  $\sqrt{t}$  seront tracés pour chacune des valeurs de  $s_c$  dans une échelle arithmétique puisque les distances radiales  $r$  de chaque piézomètre par rapport au puits de pompage PC2 sont connues. En effet, chaque graphe  $r$  vs.  $\sqrt{t}$  correspondant à une valeur donnée de  $s_c$  a théoriquement une allure linéaire étant donné que le régime de propagation du front de pression est supposé normal ( $\gamma = 1$ ) et donc obéît à la loi suivante :  $r \sim \sqrt{t}$ . Ainsi, connaissant la pente de chaque droite et en se référant à l'équation 3 (voir introduction de la thèse), il est possible de déterminer les valeurs du coefficient  $\alpha$  à partir de la formule suivante (Équation 4.1). Dans cette équation,  $D$  est le coefficient de diffusivité de l'aquifère. Les valeurs de  $\alpha$  obtenues expérimentalement seront représentées sous forme de graphiques ( $\alpha$  vs.  $s_c$ ) et comparées à celles obtenues analytiquement dans le chapitre 3 sur la gamme de valeurs de  $s_c$  considérées.

$$\alpha = \frac{\text{pente}}{\sqrt{D}} \quad (4.1)$$

#### 4.6 INCERTITUDES SUR LES MESURES

Plusieurs sources d'incertitudes sont à mentionner dans le cadre de cette étude expérimentale.

D'une part, les sources humaines liées au manque de capacités à rester concentré jusqu'à l'observation précise de la réaction des piézomètres au moment où le rabattement atteint les différentes valeurs critique  $s_c$ . Ces incertitudes pourraient s'accroître surtout quand il s'agit de piézomètres éloignés du puits de pompage qui prennent beaucoup plus de temps à réagir, causant ainsi une perturbation de la lecture des temps de réaction. Pour remédier à ce problème, les essais de pompage seront accompagnés par des caméras d'assistance, dont l'objectif est de fixer chaque piézomètre et enregistrer une vidéo pendant toute la durée du pompage. L'exploitation de ces vidéos permet ainsi de détecter avec précision les temps de réaction de chaque piézomètre.

D'autre part, la résistance par friction entre le flotteur du ruban et la paroi du tube constituant chaque piézomètre (voir figure 53-b) font que le ruban reste figé avant de bouger. Son mouvement est donc saccadé, ce qui ne permet pas de suivre convenablement la variation du niveau d'eau même avec l'assistance vidéo. Cela a une conséquence directe sur : 1) la détection du vrai temps de passage du front de pression, 2) la qualité de la représentation des graphes  $r$  vs.  $\sqrt{t}$  et 3) l'estimation de la valeur du coefficient  $\alpha$ . Pour mettre en évidence, approximer l'effet de ces incertitudes et évaluer leurs impacts sur les valeurs de  $\alpha$ , deux essais de pompage seront réalisés avec le même débit de pompage, dans les mêmes conditions d'écoulement.



## 4.7 RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS

### 4.7.1 REPRÉSENTATION DES CARTES PIÉZOMÉTRIQUES

Les cartes piézométriques permettent d'analyser le comportement hydrodynamique de l'aquifère avant et après l'essai de pompage. En effet, avant le début du pompage c'est-à-dire à  $t = 0$  s, la carte piézométrique rend compte de la charge hydraulique initiale dans l'aquifère (figure 54). Cette carte confirme l'existence d'un gradient hydraulique entre l'amont (zone de recharge) et l'aval (zone de décharge) de l'aquifère. Ce gradient d'une valeur moyenne de 0.045 mm/cm est orienté dans le sens de la longueur de l'aquifère. De plus, à la fin du pompage c.-à-d. à  $t = 30$  min, la carte piézométrique montre le cône de dépression qui s'étend autour du puits (figure 55). La zone la plus dépressurisée se situe dans le voisinage du puits. De plus, la distribution de la charge hydraulique montre des équipotentielles de formes non circulaires, globalement resserrées en amont du puits de pompage et espacées en aval. Cela corrobore l'influence de la zone de recharge sur l'écoulement et donc sur les variations de niveaux piézométriques, ce qui pourrait impacter la propagation du front de pression lors des essais de pompage.

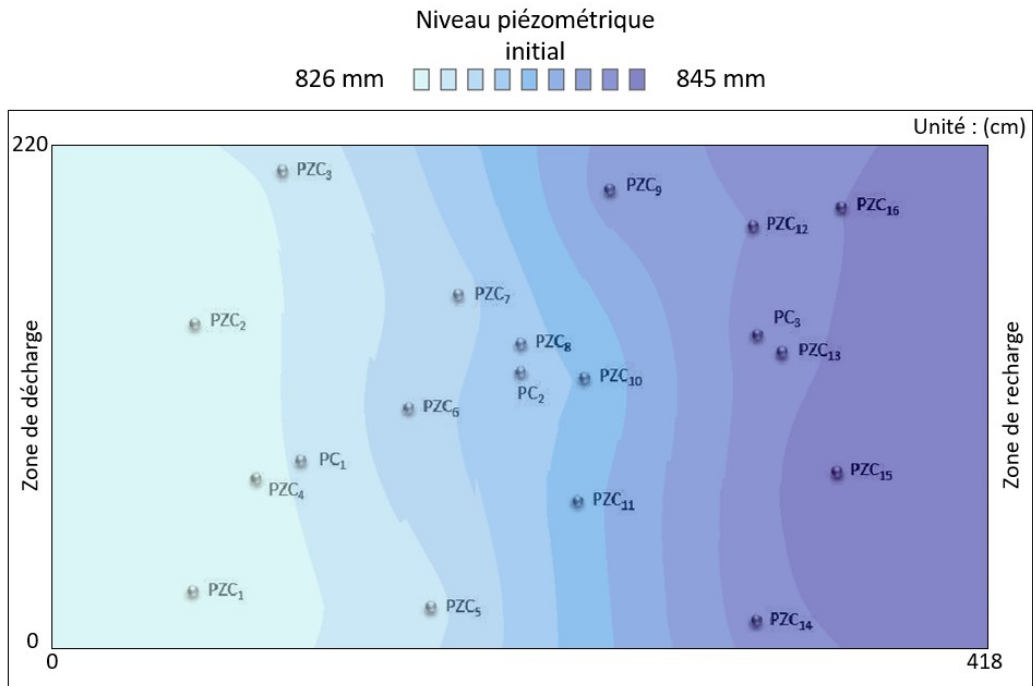


Figure 54 : Carte piézométrique indiquant la distribution de la charge hydraulique initiale ( $t = 0s$ ).

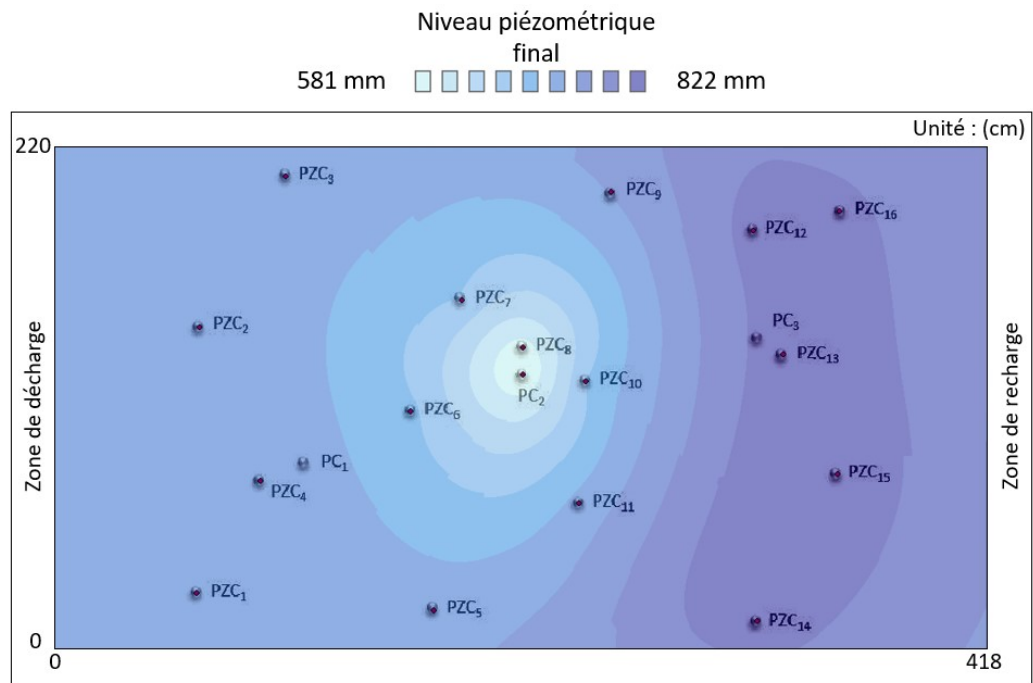


Figure 55 : Carte piézométrique indiquant la distribution de la charge hydraulique finale ( $t = 30 \text{ min}$ ).

#### 4.7.2 ESTIMATION DES PROPRIÉTÉS HYDRAULIQUES ( $T, S$ ) ET DU COEFFICIENT DE DIFFUSIVITÉ ( $D$ )

Les courbes de rabattements et dérivées logarithmiques obtenues en interprétant les données temporelles aux piézomètres PZC6 et PZC7 sont représentées sur la figure 56. L'on observe un plateau de courte durée sur chaque courbe de dérivée logarithmique, ce qui correspond au régime radial. Le calage de la dimension d'écoulement  $n = 2$  permet ainsi de sélectionner convenablement les parties des séries de données qui serviront à déterminer les pentes de Cooper-Jacob  $\theta_R$  (paramètre déjà introduit au chapitre 3 :  $\theta_R = \frac{Q}{4\pi K b}$ ) ainsi que les temps  $t_0$  (figure 56). La conductivité hydraulique  $K$  et le coefficient d'emmagasinement  $S_s$  sont déterminés à partir des formules suivantes (Équations 4.2 et 4.3).

$$K = \frac{Q}{4\pi b \theta_R} \quad (4.2)$$

$$S_s = \frac{2.25 K t_0}{r_0^2} \quad (4.3)$$

Où  $r_0$  est la distance d'observation [ $L$ ],  $t_0$  est le temps correspondant au rabattement nul [ $T$ ],  $Q$  est le débit de pompage [ $L^3/T$ ],  $b$  l'épaisseur de l'aquifère [ $L$ ].

Les valeurs de conductivité hydraulique  $K$  et de coefficient d'emmagasinement spécifique  $S_s$  obtenues sont consignées dans le tableau 4. Il ressort une similarité des valeurs de  $K$ ,  $S_s$  obtenues dans les deux piézomètres, ce qui confirme l'homogénéité de l'aquifère à nappe captive. De plus, la conductivité hydraulique moyenne estimée ( $K = 1.47 \cdot 10^{-5} m/s$ ) est du même ordre de grandeur que celle obtenue expérimentalement par Kabré (2016) i.e. ( $K = 3.49 \cdot 10^{-5} m/s$ ). Le coefficient de diffusivité moyen de l'aquifère est de  $\bar{D} = 8.55 \cdot 10^{-4} m^2/s$ .

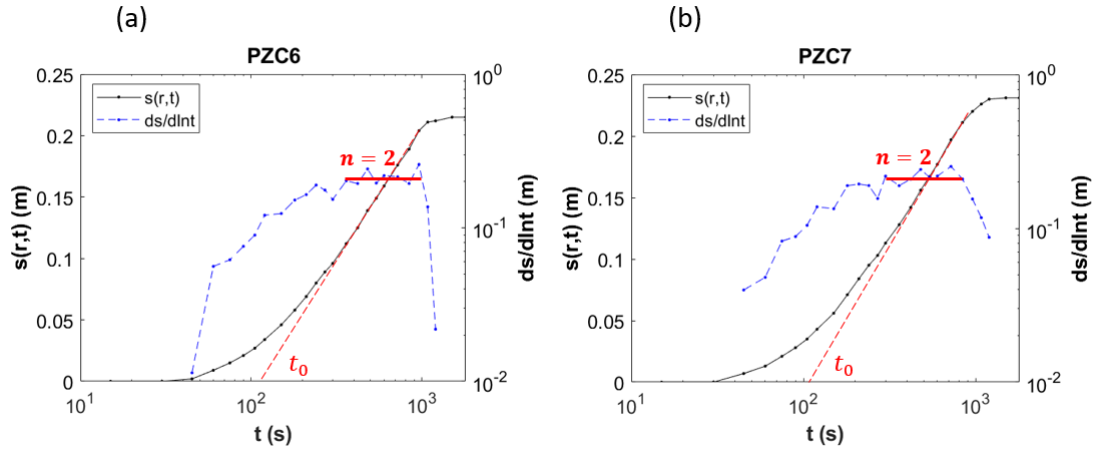


Figure 56 : Profils de rabattements et dérivées logarithmiques du rabattement aux piézomètres : a) PZC6 et b) PZC7.

Tableau 4 : Récapitulatif des valeurs des propriétés hydrauliques de l'aquifère.

Piezomètres	PZC6	PZC7
Débit de pompage ( $m^3/s$ )	$6.42 \cdot 10^{-6}$	$6.42 \cdot 10^{-6}$
Pente de Cooper-Jacob $\theta_R$ (m)	0.0917	0.096
Épaisseur de l'aquifère $b$ (m)	0.37	0.37
Distance radiale des piézomètres $r$ (m)	0.52	0.43
Temps $t_0$ (s)	120	110
Conductivité hydraulique $K$ (m/s)	$1.51 \cdot 10^{-5}$	$1.44 \cdot 10^{-5}$
Conductivité hydraulique moyenne $\bar{K}$ (m/s)	$1.47 \cdot 10^{-5}$	
Coefficients d'emmagasinement spécifique $S_s$ ( $m^{-1}$ )	$1.51 \cdot 10^{-2}$	$1.93 \cdot 10^{-2}$
Coefficient d'emmagasinement spécifique moyen $\bar{S}_s$ ( $m^{-1}$ )	$1.72 \cdot 10^{-2}$	
Coefficient de diffusivité moyen $\bar{D}$ ( $m^2/s$ )	$8.55 \cdot 10^{-4}$	

#### 4.7.3 DÉTERMINATION DES VALEURS DU COEFFICIENT $\alpha$

Étant donné les incertitudes liées aux mouvements saccadés des rubans gradués (dues aux forces de frictions) tel qu'expliqué précédemment, deux essais de pompage ont été

réalisés dans les mêmes conditions d'écoulement avec le même débit de pompage ( $Q = 6.42 \cdot 10^{-6} m^3/s$ ) afin de vérifier si l'on obtient les mêmes résultats. Suite à un tri préliminaire, les valeurs du coefficient  $\alpha$  sont estimées qu'à partir des données mesurées dans les piézomètres mentionnés dans le tableau 5 (ci-dessous), car ceux-ci présentent des chroniques piézométriques permettant de suivre convenablement l'évolution des rabattements dans le temps. Ce tableau contient les valeurs de la racine carrée des temps mesurés dans chaque piézomètre lorsque le rabattement a atteint les valeurs de  $s_c$  mentionnées.

Tableau 5 : Récapitulatif des valeurs de la racine carrée des temps de réaction de chaque piézomètre au passage de chaque front de pression.

		$\sqrt{t} (s^{1/2})$						
Expérience 1	Piézomètres	$s_c (1 mm)$	1	5	10	15	20	25
		Distances $r (m)$						
	PZC8	0.12	4.00	4.90	5.74	6.24	6.78	7.28
	PZC10	0.28	5.21	6.47	7.34	7.77	8.68	9.25
	PZC7	0.43	6.48	7.66	8.89	9.70	10.54	11.18
	PZC6	0.52	7.05	8.67	9.75	10.64	11.40	12.65
	PZC9	0.9	10.25	11.58	12.73	14.53	16.07	17.62
	PZC13	1.16	12.69	15.10	16.49	18.22	19.95	21.91
	PZC12	1.21	12.29	14.59	15.91	17.94	19.31	21.12
	PZC4	1.25	9.75	12.69	14.21	15.65	18.36	19.54
		$\sqrt{t} (s^{1/2})$						
Expérience 2	Piézomètres	$s_c (1 mm)$	1	5	10	15	20	25
		Distances $r (m)$						
	PZC8	0.12	4.24	5.10	5.92	6.40	7.00	7.48
	PZC10	0.28	5.30	6.50	7.50	8.00	8.90	10.00
	PZC7	0.43	6.63	8.06	9.06	10.00	10.77	11.66
	PZC6	0.52	7.50	8.50	10.00	11.00	12.00	13.00
	PZC11	0.62	8.43	9.64	11.14	12.41	13.34	14.39
	PZC9	0.9	11.00	12.50	13.80	15.80	18.00	19.00
	PZC13	1.16	12.86	15.17	17.09	19.70	21.49	23.07
	PZC12	1.21	12.85	15.13	17.23	18.95	20.81	22.85
	PZC4	1.25	10.72	12.88	14.56	16.25	17.97	19.26

- Représentation des graphiques  $r$  vs.  $\sqrt{t}$

Pour chaque expérience, les graphiques  $r$  vs.  $\sqrt{t}$  sont représentés dans un premier temps en considérant tous les piézomètres figurant dans le tableau 5. Les figure 57-a et 57-b sont relatives aux expériences 1 et 2 respectivement. Il apparaît clairement, pour chaque expérience, une anomalie au niveau des piézomètres PZC4 et PZC12 quand bien même les données de rabattement enregistrées dans ces derniers présentent une cohérence et permettent de suivre l'évolution du front de pression. Cette anomalie biaise la régression linéaire des points et par conséquent, ces deux piézomètres seront retirés de la liste des piézomètres à considérer, ce qui permet d'avoir les graphiques représentés à la figure 58.

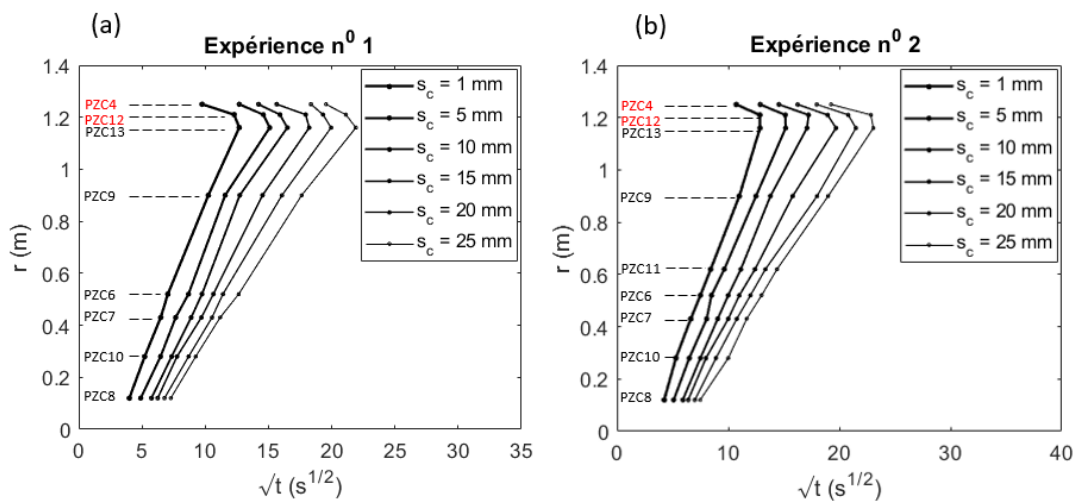


Figure 57 : Représentation des graphiques  $r$  vs.  $\sqrt{t}$  pour chaque critère du front de pression.

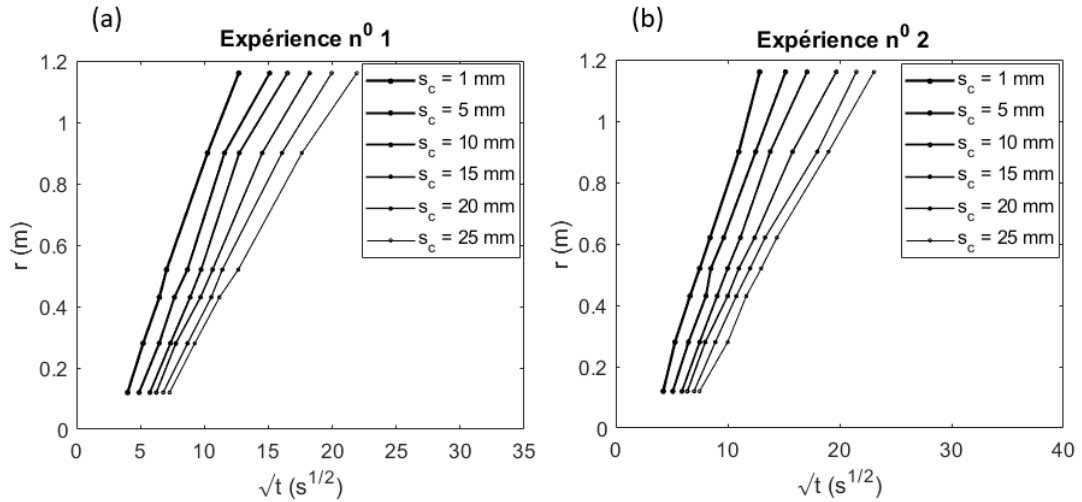


Figure 58 : Représentation des graphiques  $r$  vs.  $\sqrt{t}$  pour chaque critère du front de pression (excepté les données des piézomètres PZC4 et PZC12).

- Estimation des valeurs du coefficient  $\alpha$

Les pentes des différentes droites (figure 58-a,b) sont déterminées et récapitulées dans le tableau 6. Dans ce même tableau, sont récapitulées les valeurs du coefficient  $\alpha$  (associées à chaque pente) calculées à l'aide de l'équation 4.1. Pour chaque valeur de  $s_c$  considérée comme critère de front de pression, des différences sont observées au niveau des valeurs des pentes et du coefficient  $\alpha$  entre les deux expériences. Spécifiquement, les valeurs des pentes et  $\alpha$  sont plus faibles pour l'expérience 2. Les différences relatives calculées par rapport aux valeurs plus faibles (expérience 2) varient entre 2.83 % et 13.86 % pour les pentes et entre 2.00 % et 14.23 % pour le coefficient  $\alpha$ . Ces différences apparaissent alors que les expériences ont été conduites dans mêmes conditions avec le même débit de pompage. Celles-ci pourraient donc être causées par les forces de friction entre les parois des tubes (piézomètres) et les rubans gradués et par conséquent, d'autres expériences seraient nécessaires en guise de vérification. Par ailleurs, les valeurs du coefficient  $\alpha$  associées à chaque pente sont comparées dans la section suivante à celles obtenues par l'approche analytique (chapitre 3).

Tableau 6 : Récapitulatif des valeurs des pentes des graphiques  $r$  vs.  $\sqrt{t}$  et du coefficient  $\alpha$ .

	$s_c$ (mm)	1	5	10	15	20	25
Pentes $m$	Expérience 1	0.1200	0.1049	0.0999	0.0877	0.0797	0.0713
	Expérience 2	0.1167	0.1029	0.0939	0.0779	0.07	0.0667
	Différences relatives (%)	2.83	1.94	6.39	12.58	13.86	6.90
$\alpha$	Expérience 1	4.10	3.59	3.42	3.00	2.73	2.44
	Expérience 2	3.99	3.52	3.21	2.66	2.39	2.28
	Différences relatives (%)	2.76	2.00	6.54	12.78	14.23	7.02

#### 4.8 COMPARAISON DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET ANALYTIQUES

Étant donné que seul le régime d'écoulement radial ( $n = 2$ ) a été considéré dans cette étude expérimentale, les valeurs de  $\alpha$  seront calculées analytiquement à partir de l'équation 3.10 (citée dans le chapitre 3) et comparées à celles obtenues expérimentalement dans le présent chapitre. Rappelons que le débit de pompage expérimental est  $Q = 6.42 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$  et la conductivité hydraulique moyenne de l'aquifère estimée par la méthode de Cooper-Jacob est  $1.47 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$ . Ces deux paramètres serviront à déterminer la valeur de du paramètre  $\theta_R$  ( $\theta_R = Q/(4\pi Kb)$  : pente de Cooper-Jacob). Les résultats obtenus suite au calcul des valeurs de  $\alpha$  sont consignés dans le tableau 7 et représentés à la figure 59. Ces résultats montrent des différences entre les valeurs expérimentales et celles issues de l'approche analytique (Méité et al. 2023b) qui sont généralement plus faibles. Les différences relatives par rapport à l'approche analytique varient entre 14.96 % et 41.76 % pour l'expérience 1 et entre 11.79 % et 33.25 % pour l'expérience 2.



Tableau 7 : Récapitulatif des valeurs  $\alpha$  obtenues analytiquement et expérimentalement.

Critères du front de pression $s_c$ (m)	Méthode analytique	Méthode expérimentale (Expérience 1)	Différence relative (%)	Méthode expérimentale (Expérience 2)	Différence relative (%)
0.001	3.57	4.10	14.96	3.99	11.79
0.005	2.78	3.59	29.05	3.52	26.59
0.010	2.41	3.42	41.76	3.21	33.25
0.015	2.18	3.00	37.58	2.66	22.21
0.020	2.01	2.73	35.61	2.39	19.10
0.025	1.88	2.44	29.70	2.28	21.33

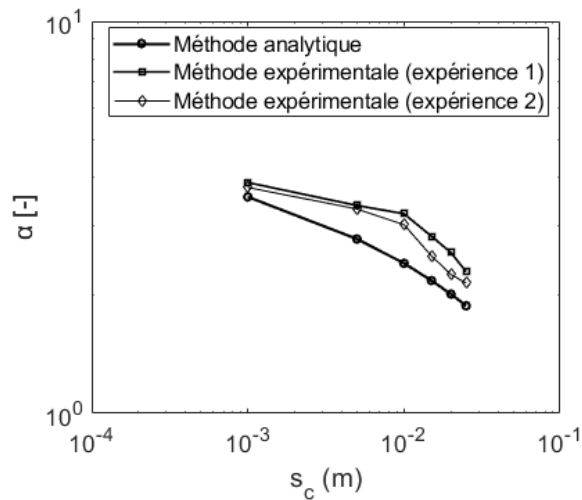


Figure 59 : Comparaison entre les valeurs de  $\alpha$  obtenues analytiquement (Méité et al. 2023a) et expérimentalement.

#### 4.9 IMPACT DU GRADIENT HYDRAULIQUE SUR LA PROPAGATION DU FRONT DE PRESSION

Pour étudier l'influence du gradient hydraulique sur la propagation du front de pression, les piézomètres ont été regroupés en fonction de leur position par rapport au puits de pompage (PC2). Par exemple, en se référant à la figure 52, les piézomètres PZC 6, 7, 8 se situent à l'aval du puits PC2 tandis que PZC 9, 10, 11, 13 se trouvent en amont. De ce fait, ces deux groupes de piézomètres seront constitués. En suivant les mêmes étapes énoncées dans la section 4.7.3, les pentes des graphiques  $r$  vs.  $\sqrt{t}$  ainsi que les valeurs du coefficient  $\alpha$  sont

déterminées et résumées dans le tableau 8 ci-dessous. Ces résultats sont représentés sur la figure 60-a,b. On note une influence du gradient hydraulique qui se matérialise par des pentes et des coefficients  $\alpha$  plus faibles dans la partie amont du puits de pompage c.-à-d. dans le sens opposé à l'écoulement. Ceci justifie que le front de pression subit potentiellement un ralentissement dû à l'écoulement en sens inverse du mouvement. Au vu de ces observations, il serait donc important d'investiguer la propagation du front de pression dans des conditions sans gradient hydraulique.

Tableau 8 : Influence du gradient hydraulique sur la propagation du front de pression : récapitulatif des pentes des graphiques  $r$  vs.  $\sqrt{t}$  et des valeurs du coefficient  $\alpha$ .

		Pentes $m$					
$s_c$ (mm)		1	5	10	15	20	25
Expérience 1	Aval (PZC 6, 7, 8)	0.1294	0.1073	0.0996	0.0906	0.0854	0.0755
	Amont (PZC 9, 10, 13)	0.1185	0.1034	0.0975	0.0851	0.0789	0.0701
Expérience 2	Aval (PZC 6, 7, 8)	0.1243	0.1129	0.0981	0.0868	0.0805	0.0729
	Amont (PZC 9, 10, 11, 13)	0.1150	0.1013	0.0928	0.0759	0.0687	0.0667
		$\alpha$					
$s_c$ (mm)		1	5	10	15	20	25
Expérience 1	Aval (PZC 6, 7, 8)	4.18	3.47	3.22	2.93	2.76	2.44
	Amont (PZC 9, 10, 13)	3.83	3.34	3.15	2.75	2.55	2.26
Expérience 2	Aval (PZC 6, 7, 8)	4.02	3.65	3.17	2.80	2.60	2.36
	Amont (PZC 9, 10, 11, 13)	3.72	3.27	3.00	2.45	2.22	2.15

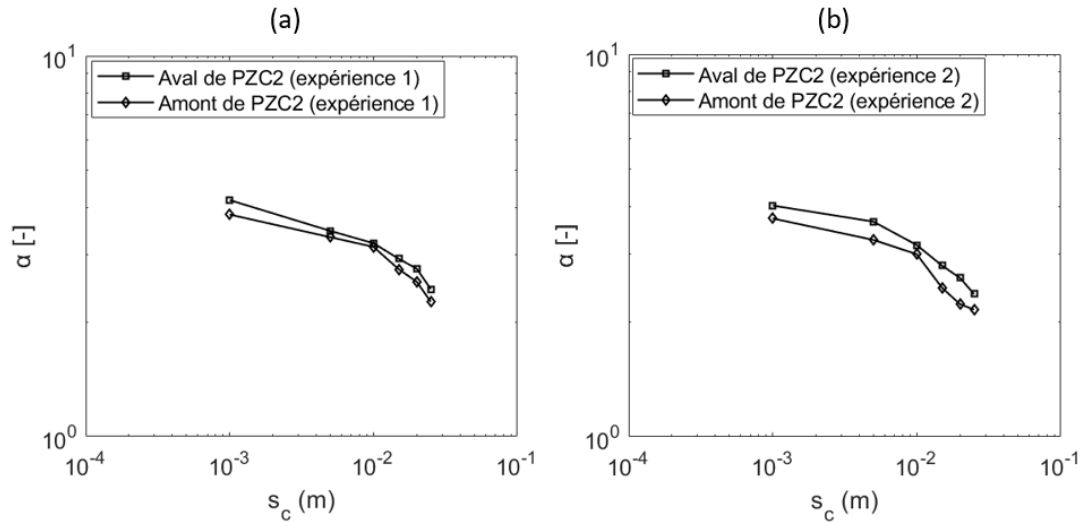


Figure 60 : Comparaison des valeurs du coefficient  $\alpha$  entre l'amont et l'aval du puits PZC2 pour les expériences 1 et 2.

#### 4.10 DISCUSSIONS ET CONCLUSION

Cette étude expérimentale a permis de réaliser de façon pratique l'étude de la propagation du front de pression en régime normal ( $r \sim \sqrt{t}$ ) où le régime d'écoulement est supposé être radial ( $n = 2$ ). Plus précisément, il a été question de déterminer le coefficient  $\alpha$  pour différents critères du front de pression et comparer les résultats obtenus expérimentalement à ceux obtenus analytiquement dans le chapitre 3. Les résultats montrent des différences entre les valeurs obtenues expérimentalement et celles obtenues analytiquement avec des erreurs relatives d'estimation variant globalement entre 11.79 % et 41.76 %.

Les avantages de cette étude expérimentale viennent du fait qu'elle permet non seulement de valider de manière pratique l'étude théorique réalisée dans le chapitre 3, mais aussi et surtout, la mise en pratique s'est faite de façon originale pour la première fois sur une maquette hydrogéologique (modèle réduit d'aquifère) disponible à l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC). Aussi, cette étude permet de se confronter aux réalités du terrain (à petite

échelle) afin d'avoir une idée sur l'applicabilité pratique de l'équation de propagation du front de pression ou rayon d'influence dans la résolution d'un problème hydrodynamique réel. Cette étude, comme toute étude expérimentale, est sujette à des incertitudes de mesure qui pourraient altérer la qualité des résultats escomptés. Cependant, pour réduire l'effet de ces incertitudes, plusieurs dispositions ont été prises notamment : i) l'utilisation des caméras d'assistance pour suivre rigoureusement l'évolution du niveau d'eau dans chaque piézomètre; ii) la réalisation de deux essais de pompage dans les mêmes conditions avec le même débit afin d'appréhender d'une part, l'homogénéité des résultats et d'autre part, l'impact des incertitudes sur les mesures (dus à la résistance par friction des parois des tubes piézométriques). Ces deux essais ont présenté des différences au niveau des valeurs estimées du coefficient  $\alpha$  dont les différences relatives vont de 2.00 % à 14.23 %. Cependant, le nombre d'essais réalisés n'est pas suffisant pour tirer une conclusion sur l'impact réel de ces frictions sur la qualité des résultats obtenus. Plusieurs essais devront être réalisés dans cette optique. Par ailleurs, l'existence d'un gradient hydraulique entre l'amont et l'aval de l'aquifère influence la propagation du front de pression qui est ralenti à contre-courant de l'écoulement et probablement accéléré dans le sens de l'écoulement. Cette étude devra être réalisée en condition de gradient nul pour investiguer proprement la propagation du front de pression.

## RÉFÉRENCES

- Acuna, J.A., and Yortsos, Y.C. 1995. Application of fractal geometry to the study of networks of fractures and their pressure transient. *Water Resour. Res.*, **31**: 527–540. doi:<https://doi.org/10.1029/94WR02260>.
- Chang, J., and Yortsos, Y.C. 1990. Pressure transient analysis of fractal reservoirs. *SPE Formation Evaluation*, **5**: 31–38. doi:<https://doi.org/10.2118/18170-PA>.
- Kabré, Y. 2016. Conception d'un modèle expérimental de grande échelle de systèmes aquifères pour la réalisation d'essais hydrogéologiques au laboratoire d'hydrogéologie de l'UQAC. Université du Québec à Chicoutimi.
- Méité, D., Chesnaux, R., Rafini, S., and Ferroud, A. 2023. Characterizing the radius of influence during pumping tests using the absolute critical drawdown criterion: cases of integer flow dimensions.
- Rafini, S., and Larocque, M. 2009. Insights from numerical modeling on the hydrodynamics of non-radial flow in faulted media. *Advances in water resources*, **32**: 1170–1179. doi:<https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2009.03.009>.
- Theis, C.V. 1935. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, **16**: 519–524. doi:<https://doi.org/10.1029/TR016i002p00519>.

## CHAPITRE 5

### USING TRANSIENT HYDRAULIC TESTS AND THE RADIUS OF INFLUENCE EQUATION TO DETECT AND LOCATE HYDRAULIC OBJECTS IN AQUIFERS

Cette section qui présente le chapitre 5 de la thèse est rédigée sous forme d'article de recherche. Dans l'ordre de rédaction, le présent article fait suite aux deux précédents. Il se focalise d'une manière générale sur l'étude de l'influence de l'hétérogénéité sur la réponse hydraulique des aquifères. Son contenu est organisé en deux volets. Dans un premier temps, il s'agit de vérifier numériquement l'applicabilité de l'équation du rayon d'influence (caractérisée au chapitre 3) dans le calcul des distances des objets hydrauliques discrets autour du puits de pompage. Le cas particulier de la frontière linéaire imperméable est étudié et les dimensions d'écoulement sont supposées entières ( $n = 1, 2, 3$ ). Dans un second temps, il s'agit d'étudier l'influence de l'hétérogénéité diffuse sur la réponse hydraulique des aquifères. L'hétérogénéité diffuse implique une variabilité spatiale stochastique de la conductivité hydraulique ( $\ln K \sim N(\bar{X}, \sigma^2)$ ). Le but est d'exploiter l'influence de la variance des valeurs aléatoires de  $K$  pour la proposition d'un moyen de délimitation d'une zone de perturbation autour du puits (zone théorique dans laquelle l'influence de l'hétérogénéité diffuse est trop importante pour perturber la détection d'objets hydrauliques discrets). Le présent article est soumis à la revue *Hydrological Processes* au moment du dépôt initial de la thèse.

## 5.1 ABSTRACT

Identifying and spatially locating hydraulic objects (e.g., impermeable boundaries, recharge boundaries, hydraulic connexions, faults) is critical to aquifer characterization and modelling. Here we rely on an analysis of simulated pumping test data and the application of the radius of influence equation to calculate the distance of hydraulic objects from a pumping well. In a first investigation, we verify numerically the applicability of the radius of influence equation when aquifers are assumed to be homogeneous, isotropic, and having flow regimes during pumping tests that are linear ( $n = 1$ ), radial ( $n = 2$ ), or spherical ( $n = 3$ ). This verification consists of first simulating pumping tests in synthetic models crossed by impermeable faults, which serve as input data with known distances from the well. The distances are then calculated by applying the radius of influence equation as part of a guideline proposed in this study; the calculated and input distances are then compared. We obtain very favourable distance estimation relative errors of  $-2.05\%$ ,  $-3.84\%$ , and  $2.89\%$ , for the linear, radial, and spherical flow regimes, respectively. Our second investigation focuses on diffuse heterogeneous aquifers, i.e., aquifers in which the hydraulic conductivity varies randomly in space following the statistical distribution ( $\ln K \sim N$ ). The objective is to assess the influence of the variance of the random- $K$  values on an aquifer's hydraulic response. We only study the radial flow regime case. We find that diffuse heterogeneity only influences short-term hydraulic responses, whereas over the longer term, the aquifer behaves as homogeneous, characterized by the appearance of a radial flow regime. The duration of the influence of diffuse heterogeneity depends on the degree of variance. We converted these measured durations into equivalent distances (radius around the well) using the radius of influence equation. Our study demonstrates the possibility of physically delineating the area of disturbance of the diffuse heterogeneity around a well.

**Keywords:** radius of influence, aquifer, pumping test, flow dimension, simulation, hydraulic objects, heterogeneity, random.

## 5.2 INTRODUCTION

Groundwater resource management requires accurately characterizing aquifers, i.e., determining the hydraulic properties (e.g., hydraulic conductivity, storage coefficient) that govern aquifer hydrodynamics. To achieve this objective, hydrogeologists commonly carry out transient hydraulic tests (Kabala 1993, Gernand and Heidman 1997, Vouillamoz et al. 2008), which are methods of investigation that disturb the hydraulic head, either by pumping or injection, and measure the piezometric variation within observation wells (Chapuis and Wendling 1991). Pumping test data are usually interpreted from conventional analytical models that simplify aquifer geology. For instance, conventional models (Theis 1935, Cooper and Jacob 1946) assume that aquifer formations are homogeneous, isotropic, of constant thickness, and having an infinite lateral extent. However, actual aquifers are heterogeneous and commonly crossed or bounded by discontinuities or hydraulic objects (e.g., impervious boundaries, recharge boundaries, hydraulic connections, fractures, faults) that can influence aquifer hydrodynamics. Characterizing aquifers requires locating these hydraulic objects, which are usually detected through geological investigations (Maréchal et al. 2004b) or geophysical methods (Ammar and Kamal 2018). Since the 1950s, however, significant progress has been made in interpreting pumping tests (Chow 1952) to characterize aquifers; these improvements have proven to be effective in detecting the presence of hydraulic objects (Bourdet et al. 1983, Rafini and Larocque 2009, 2012). According to Bourdarot (1998), two methods exist for locating hydraulic objects in space using pumping test data: the intersection of the semi-log straight lines and the radius of influence.

The intersection method is an indirect approach commonly used to spatially locate linear hydraulic objects, particularly impervious and recharge boundaries. This approach is based on the image-well principle, which consists of replacing the hydraulic object with an imaginary well located at the symmetry of the actual well with respect to the linear boundary. The intersection time  $t_i$  of the two linear portions of the drawdown curve—the earlier reflecting the infinite acting aquifer and the latter corresponding to the effect of the boundary—is then



determined either analytically or graphically (figure 61). The time of intersection  $t_I$  allows calculating the distance of the boundary around the well using equation 5.1 (Horner 1951, Dolan et al. 1957, Jones 1962, Davis and Hawkins 1963).

$$d = 0.75 \sqrt{\frac{T}{S}} \sqrt{t_I} \quad (5.1)$$

where  $d$  is the well–boundary distance [L],  $T$  is the transmissivity [ $L^2/T$ ],  $S$  is the ideal storage coefficient of the aquifer, i.e., not influenced by well storage [dimensionless], and  $t_I$  is the time of intersection [ $T$ ].

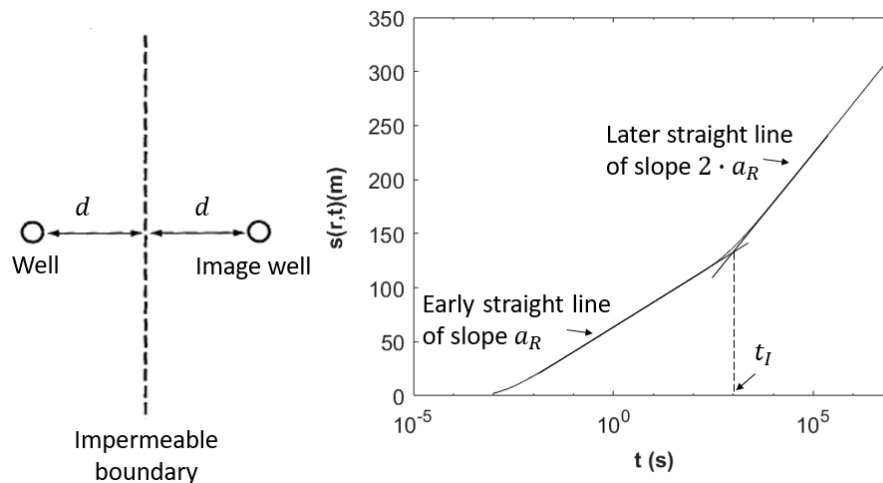


Figure 61 : Representation of the impermeable boundary using the image–well and the time of intersection method.

In contrast, the radius of influence method is a direct approach based on the application of the radius of influence equation (Equation 5.2), which relates the distance  $r$  travelled by the pressure front to the elapsed time  $t$  (Hsieh et al. 2007). Indeed, during a pumping test, an area of influence is produced around the well, which extends throughout the aquifer over time (Behmanesh et al. 2015, Yuan et al. 2019). The moving limit of this area of influence is called the pressure front (Chesnaux 2018). Thus, knowing the time that the pressure front requires to

reach a hydraulic object permits calculating the distance of this object from the pumping well (Wattenbarger et al. 1998, Hsieh et al. 2007) using Equation 5.2.

$$d = \frac{r}{2} \text{ with } r = \alpha \sqrt{\frac{T}{S}} \sqrt{t} \quad (5.2)$$

where  $r$  is the radius of influence,  $\alpha$  is a real number coefficient or the coefficient of proportionality [dimensionless].

The intersection method requires the drawdown curve to exhibit two straight lines. In contrast, the radius of influence method is more versatile and allows calculating the distance to any hydraulic object around the well if the object's influence can be detected on the simple drawdown or log-derivative curve. Thus, we use this last method for the needs of this paper.

The radius of influence method is important for characterizing hydraulic objects in space; however, its application is subjected to uncertainties related to determining the key parameters, such as the coefficient  $\alpha$ , the hydraulic properties  $T$ ,  $S$ , and the time of influence  $t_i$  of hydraulic objects. The issues affected by these uncertainties are detailed below.

### **Issues related to estimating the coefficient $\alpha$**

The coefficient  $\alpha$  is a real number and also appears as a multiplication factor in Equation 5.2. Its characterization has been widely discussed in petroleum engineering and hydrogeology since the 1950s (Daungkaew et al. 2000). The results of several studies demonstrate a non-unicity of the value of this coefficient, the value of which depending on how the pressure front criterion is defined (Hossain et al. 2007, Hsieh et al. 2007). The definition of the pressure front is related directly to the capacity of data recording systems, e.g., a level logger, to detect pressure variations. For each pressure front criterion, the coefficient  $\alpha$  has a

finite and constant value (Jones 1962, Van Poolen 1964, Lee 1982, Bresciani et al. 2020a, Méité et al. 2022, 2023). Depending on how the pressure front is defined, suitable parameters must be used to estimate adequately the value of  $\alpha$  because a poor estimate of this coefficient could induce errors when calculating the distance of a hydraulic object from the well. For instance, Bresciani et al. (2020a) has defined the pressure front (limit of the radius of influence) according to the absolute critical drawdown criterion  $s_c$  i.e. the value of the drawdown under which no disturbance generated by the pumping test is measurable. Based on this definition, Méité et al. (2023) have recently generalized the characterization of the radius of influence to all integer values of the flow dimension ( $n = 1, 2, 3$ ). Further details regarding the flow dimension concept are given in section 5.3.1.1. Such a manner of defining the pressure front allows estimating adequately the value of the coefficient  $\alpha$  as function of  $s_c$ , and the flow dimension  $n$ . However, it implies adjusting the calculation of distances by applying a new coefficient  $\gamma$ , named the 'time exponent' into the radius of influence equation, which general form as proposed by Méité et al. (2023) is given in equation 5.3. Further details regarding the determination of coefficients  $\alpha$  and  $\gamma$  values are given in section 5.3.2. Equation 5.3 will be considered in the current study for estimating the distances of hydraulic objects.

$$r = \alpha \sqrt{\frac{T}{S}} \sqrt{t}^\gamma \quad (5.3)$$

#### **Issues related to estimating the time of influence $t_i$**

For locating a hydraulic object around the well, it is necessary to determine its time of influence  $t_i$ , which indicates the time at which the object's influence on the aquifer hydraulic response is felt within the pumping well. During a pumping test, the pressure front diffuses outwards throughout the aquifer (Chesnaux 2018), starting from the well until it reaches a hydraulic object. The pressure front is then reflected back into the medium until it attains the pumping well (Oliver 1994). The time required for the pressure front to return to the pumping

well (since the start of the pumping test) is termed the time of detection of the influence of the hydraulic object or simply 'the time of influence'. This time, noted as  $t_i$ , depends on the accuracy with which the pressure front is defined, i.e., the critical drawdown criterion  $s_c$  (Hsieh et al. 2008, Bresciani et al. 2020a). In other words, the time of influence  $t_i$  reflects the moment when a change in the flow regime induced by the hydraulic object is detectable or measurable. The term 'detectable' or 'measurable' refers quantitatively to the capacity of estimating the critical drawdown  $s_c$  on the drawdown curve, i.e., the difference between the actual and the extrapolated drawdown values at the time  $t_i$  as illustrated in figure 62. The extrapolated drawdown is the extent of an initial linear trend of the drawdown curve, i.e., the drawdown that would occur if the influence of a hydraulic object was not felt. The determination of the time of influence from the real pumping data remains ambiguous and is subjected to uncertainties because the piezometric variations are extremely sensitive to the scattered heterogeneous conductivity in natural media, instrument precision (Rafini and Larocque 2012), atmospheric pressure variation, pumping flow rate variations, land and sea tides, rainfall, and earth vibrations. These factors typically render the actual hydraulic responses very noisy. Therefore, to improve determining the time of influence of hydraulic objects, drawdown time series data must be significantly de-noised through existing smoothing algorithms (e.g., spline, Bourdet, Horne, Simons, Clark, and Van Golf-Racht, first and second degree polynomials) to improve the 'quality-to-noise' ratio (Bourdet et al. 1989, Escobar et al. 2004), which is beyond the scope of this study.

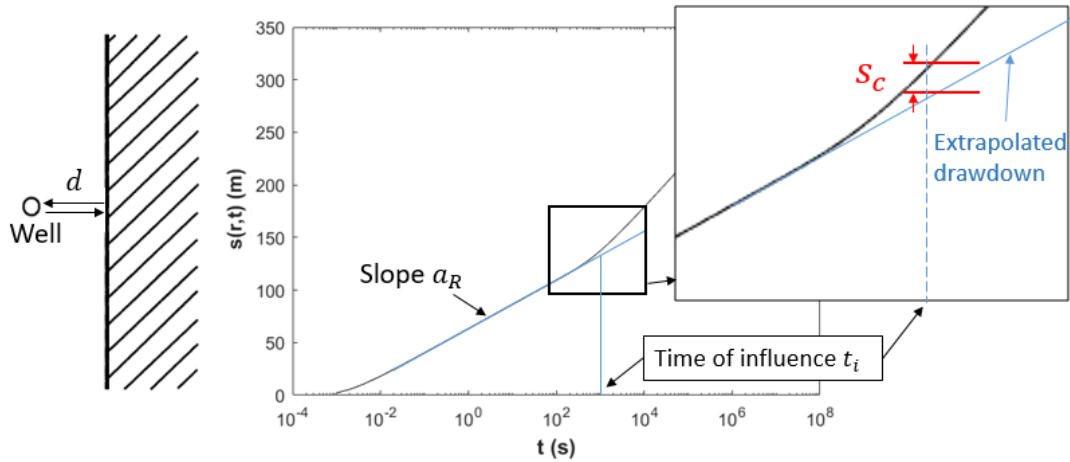


Figure 62 : Representation of the time of influence of an impermeable boundary.

### Issues related to estimating hydraulic properties ( $T$ , $S$ )

The propagation of the pressure front during a pumping test is controlled by the hydraulic properties of the aquifer. The pressure front will propagate faster within highly transmissive aquifers than less transmissive aquifers. Therefore, errors may occur in estimating the radius of influence or in calculating the distance of any hydraulic object if hydraulic properties are wrongly determined. The hydraulic properties of aquifers are usually calculated through mathematical solutions based on specific assumptions. For instance, conventional models (Theis 1935, Cooper and Jacob 1946) commonly used by hydrogeologists to interpret pumping tests are based on assumptions of homogeneous, isotropic, infinite aquifers characterized by a radial flow regime. Nonetheless, several field investigation studies have reported that the flow regimes occurring in real media are actually much more complex and diversified than those modelled by a simple radial flow regime (Leveinen 2000, Kuusela-Lahtinen et al. 2003, Lods and Gouze 2004, Maréchal et al. 2004a, Audouin et al. 2008, Verbovšek 2009, Odling et al. 2013, Ferroud et al. 2018b). A series of pioneering publications (Chow 1952, Djebbar and Anil 1980, Bourdet et al. 1983) have overcome this issue by improving the interpretation of transient hydraulic tests via the diagnostic plot approach that typically combines the representation of the drawdown  $s(r, t)$  and

logarithmic derivative of the drawdown ( $ds/dlnt$ ). The diagnostic plot approach characterizes the actual flow regimes occurring within aquifers during a pumping test. Barker (1988) developed the generalized radial flow model (GRF) by introducing the flow dimension parameter  $n$ , which quantitatively characterizes flow regimes, i.e., the hydraulic response of an aquifer. The concept of 'flow regime' has been widely reported in the petroleum and hydrogeology domains when referring to a specific form of transient drawdown response of aquifers to pumping (Bourdet et al. 1983, Barker 1988, Doe 1991, Bourdarot 1998). However, it does not relate to the laminar versus turbulent flow conditions as defined by the Reynold number (Ferroud et al. 2018c). The analysis based on the diagnostic plot and the flow dimension achieves a more realistic representation of various specific natural conditions because of its greater sensitivity to variations in an aquifer's hydrodynamics (Issaka and Ambastha 1999). The flow dimension  $n$  ( $n \in [0; 4]$ ) is a parameter that is determined empirically from a linear log-derivative response, such that  $n = 2(1 - v)$ , where  $v$  is the slope of  $ds/dlnt$  on a bi-log plot (Beauheim and Roberts 1998, Bowman et al. 2012, Ferroud et al. 2018b). Then, it is possible to clearly identify each flow regime on the  $ds/dlnt$  curve and thus determine properly the hydraulic properties using the appropriate mathematical solution methods (Barker 1988, Duffield 2007). In this respect, it is possible to assume that the medium is homogeneous and isotropic, although demonstrating a clear distinction between the flow regimes, as considered by the Barker analytical model. Thus depending on flow regime context, the suitable drawdown equations must be used to estimate the hydraulic properties.

Furthermore, some mathematical and numerical models assume heterogeneous formations (Meier et al. 1998); therefore, their hydraulic properties vary spatially (Lumb 1966, Peck 1967, DeGroot and Baecher 1993). For instance, the specific storage capacity of an aquifer exhibits minimal variation at the local scale because it depends on material porosity, fluids, and solid compressibility (Meier et al. 1998). In contrast, several authors have described hydraulic conductivity as a spatially stationary random field following statistical law (Gutjahr 1989, Robin et al. 1993, Gui et al. 2000, Zhang and Pinder 2003, Datta-Gupta et al. 2011,

Bárdossy and Hörning 2016). Several types of random field generation models exist and can be classified in two groups (Haldorsen and Damsleth 1990). Discrete models describe geologic features such as the number of fractures in fractured networks. These models construct realistic fracture fields of stochastically generated fracture elements that are constrained and conditioned by wells and surface data (Robin et al. 1993, Rogers et al. 2010). Continuous models however describe properties such as hydraulic conductivity that vary continuously so as to follow statistical distribution models, e.g., Gaussian, uniform, log-normal, and bimodal. Continuous models are generated randomly by specifying statistical parameters such as the mean, the variance, the spatial persistence of the correlation between neighbouring values, and the cross-correlation structure between jointly varying parameters of interest (Robin et al. 1993). Some authors have shown that the statistical parameters of the random hydraulic conductivity distribution models influence the hydraulic signal, i.e., the logarithmic derivative time series in the short term, whereas over the longer term their influence fades, and the hydraulic response to pumping becomes identical to that of a homogeneous medium (Meier et al. 1998, Coptý and Findikakis 2003a). Therefore, the statistical parameters of a heterogeneous medium could affect the detection of hydraulic objects depending on the distance of the objects from the source.

All uncertainties related to assessing the key parameters of the radius of influence equation (the coefficients  $\alpha$ ,  $\gamma$ , the time of influence  $t_i$ , and the hydraulic properties  $K$ ,  $S_s$ ) inevitably challenge the use of this equation for spatially locating hydraulic objects. These uncertainties must be accounted for when predicting the propagation of the pressure front during pumping tests and for better estimating the distance of hydraulic objects around the well, which falls within the scope of the present paper.

The first objective of our study is to numerically verify the applicability of the radius of influence equation proposed by Méité et al. (2023) for calculating the distance of hydraulic objects when the flow regime corresponds to integer flow dimensions, i.e., linear ( $n = 1$ ), radial

( $n = 2$ ), and spherical ( $n = 3$ ). The goal of this verification is to assess the precision at which distances are estimated from the radius of influence equation. We base this analysis on the GRF model for interpreting simulated pumping test data and for estimating an aquifer's hydraulic properties (Barker 1988). The study also incorporates the results of Méité et al. (2023) for estimating the coefficient  $\alpha$  and the time exponent parameter  $\gamma$  for the three specified flow regimes. To achieve this first aim, our simulations involve homogeneous and isotropic media crossed by linear impervious faults at known distances from the pumping well. The distances to these impervious faults are estimated by applying the general form of the radius of influence equation proposed by Méité et al. (2023) and following the guideline proposed here. These estimates are then compared with the known distances used as input values.

Our second objective focuses on heterogeneous aquifer models that assume the hydraulic conductivity to have a random spatial variability. Specifically, we will assess numerically the effect of varying random  $K$  fields on the hydraulic response of an aquifer. The aim is to evaluate how a random  $K$  field could affect the detection and the calculation of the distance to a hydraulic object. Simulations will only be carried out under radial flow regime.

### **5.3 BACKGROUND**

As presented above, a robust application of the radius of influence equation requires a good estimation of the key parameters (the coefficient  $\alpha$ , the time exponent  $\gamma$ , the time of influence  $t_i$ , the hydraulic properties  $K$ ,  $S_s$ ) to reduce the uncertainties related to these parameters for estimating distances. Thus, it becomes crucial to begin with an overview of the theory of the GRF model developed by Barker (1988) and the results of Méité et al. (2023) for determining hydraulic properties and the coefficients  $\alpha$ ,  $\gamma$  respectively in linear, radial, and spherical flow regimes.



### 5.3.1 DETERMINING THE HYDRAULIC PROPERTIES $K$ AND $S_s$

#### 5.3.1.1 THEORY OF THE GENERALIZED RADIAL FLOW MODEL (GRF)

Barker (1988) generalized the flow in aquifers through the GRF model by introducing the parameter of flow dimension  $n$ , which describes the flow regime or the nature of the flow within an aquifer. The GRF model is based on the flow regime concept, which has proved versatile and effective in reproducing natural flow behaviour in various aquifer media contexts, including integer and non-integer flow dimension regimes (Barker 1988, Rafini and Larocque 2012, Ferroud et al. 2018b, 2018c). The fundamental assumptions of the GRF model are that 1) flow is radial, occurring within a homogeneous and isotropic medium from a single source and fills an  $n$ -dimensional space; 2) flow obeys Darcy's law; 3) the source is an  $n$ -dimensional sphere of radius  $r_w$  and a storage capacity  $s_w$ ; 4) the source has an infinitesimal skin; and 5) any piezometers in the medium are of negligible size and storage capacity (Barker 1988).

The generalized flow equations are developed using a system of  $n$ -dimensional spherical surfaces centred on a common point that represents the source (Doe 1991). The areas  $A_n$  of these surfaces vary with distance  $r$  from the source according to equation 5.4, in which  $a_n$  is the area of a unit sphere in the  $n$ -dimension (Barker 1988).

$$A_n(r) = a_n r^{n-1} \text{ with } a_n = \frac{2\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2)} \quad (5.4)$$

where  $\Gamma(x)$  is the gamma function of argument  $x$ , and  $n$  is the flow dimension.

In practice, during a linear flow regime ( $n = 1$ ), the equipotential surfaces are constant (figure 63-a). This scenario can occur in any channelized, narrow, or fractured context (Gringarten 2008, Figueiredo et al. 2016, Ferroud et al. 2018c). The radial flow regime ( $n = 2$ )

occurs where the equipotential surfaces  $A_n$  are proportional to  $r$ , e.g., cylindrical around the well (see figure 63-b). It may be produced in granular aquifers, dense Euclidean fracture-network aquifers, and aquifers crosscut by a horizontal or weakly inclined single conductive fault or fracture—before the pressure front reaches the top and bottom boundaries (Gringarten and Ramey 1974, Rafini and Larocque 2012). The spherical flow regime ( $n = 3$ ) appears where equipotential surfaces  $A_n$  are proportional to  $r^2$ , e.g., spherical around a point source (see figure 63-c) (Doe 1991). Ferroud et al. (2018c) reported that the spherical flow regime can be observed 1) in thick granular systems or thick fractured media where the pumping well partially penetrates the aquifer; 2) in partially completed aquifers; 3) during a packer test, where the pumping test is considered as a point source (Moncada et al. 2005, Escobar et al. 2012); and 4) in fractured aquifers where wells are pumping a partially penetrating (finite-extension) fracture (Dewandel et al. 2018). Moreover, Ferroud et al. (2018c) showed that a spherical flow regime may also be produced in an aquifer displaying an increasing thickness, e.g., inclined substratum or confining layer.

Applying the principle of conservation of mass between the region bound by two equipotential surfaces that have radii  $r$  and  $r + dr$  and assuming that the flow obeys Darcy's law, Barker obtained the generalized flow equation (equation 5.5).

$$S_s \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{K}{r^{n-1}} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^{n-1} \frac{\partial h}{\partial r} \right) \quad (5.5)$$

where  $K$  is the hydraulic conductivity [ $L/T$ ],  $S_s$  is the specific storage coefficient [ $L^{-1}$ ], and  $h$  is the hydraulic head [ $L$ ].

The general drawdown solution obtained by solving equation 5.5 and assuming a constant flow-rate pumping test is given by equation 5.6. This equation is then applied to the linear, radial, and spherical flow conditions.

$$s(r, t) = \frac{Qr^{2v}}{4\pi^{1-v}Kb^{3-n}}\Gamma(-v, u), n = 2(1 - v), \text{ with } u = \frac{r^2S_s}{4Kt} \text{ and} \quad (5.6)$$

$$\Gamma(-v, u) = \int_u^\infty \tau^{-v-1}e^{-\tau}d\tau$$

where  $s(r, t)$  is the drawdown [L],  $\Gamma(-v, u)$  is the incomplete gamma function,  $\tau$  is the integration variable,  $Q$  is the pumping flow rate [ $L^3/T$ ], and  $b$  is the aquifer thickness [L].

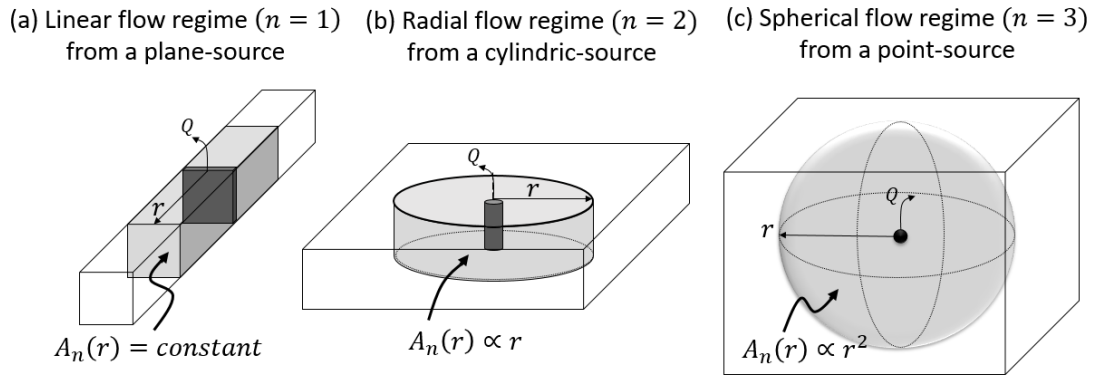


Figure 63 : Examples of flow geometries for integral dimensions: (a) one dimensional flow from a plane ( $n = 1, v = \frac{1}{2}$ ); (b) two-dimensional flow from a cylinder (well) ( $n = 2, v = 0$ ); and (c) three-dimensional flow from a sphere ( $n = 3, v = -\frac{1}{2}$ ).

### 5.3.1.2 DETERMINING THE HYDRAULIC PROPERTIES FOR THE LINEAR FLOW REGIME ( $n = 1$ )

The drawdown equation (Equation 5.7) below, corresponding to the linear flow regime, was first derived by Miller (1962), as stated by Barker (1988). This equation corresponds to the particular case of the general solution of the GRF model (Equation 5.6) for  $n = 1$ . Assuming a constant flow-rate pumping test in a homogeneous, isotropic aquifer of constant thickness, the parameters  $Q$ ,  $K$ , and  $b$  are constant. Therefore, we group these parameters into a single parameter  $\theta_L$ , such that  $\theta_L = \frac{Q}{2\sqrt{\pi}Kb^2}$  (dimensionless). The subscript  $L$  relates to a linear flow.

$$s(r_0, t) = \frac{Q}{2\sqrt{\pi}Kb^2} r_0 \left( \frac{e^{-u}}{\sqrt{u}} - \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} \sqrt{u} \right) \text{ with } u = \frac{r_0^2 S_s}{4Kt} \quad (5.7)$$

where  $r_0$  is the distance separating the observation point from the pumping well. Over extended periods ( $t \rightarrow +\infty$ ), the following approximations can be made:  $u \rightarrow 0$ ,  $e^{-u} \rightarrow 1$ , and  $\operatorname{erfc} \sqrt{u} \rightarrow 1$ . Then, equation 5.7 simplifies to equation 5.8:

$$s(r_0, t \rightarrow \infty) = 2\theta_L \sqrt{D} \sqrt{t} - \theta_L r_0 \sqrt{\pi} \text{ with } D = \frac{K}{S_s} \quad (5.8)$$

Equation 5.8 shows that the drawdown time series ( $s(r_0, t)$  vs.  $\sqrt{t}$ ) tends towards a straight line over the long term (figure 64-b), in which the slope is  $m_L = 2\theta_L \sqrt{D}$ , and the y-intercept is  $\varphi_L = -\theta_L r_0 \sqrt{\pi}$ , ( $\varphi_L < 0$ ). Knowing the parameters  $m_L$  and  $\varphi_L$  after applying a linear regression allows determining the different hydraulic properties.

$$\theta_L = -\frac{\varphi_L}{r_0 \sqrt{\pi}} \quad (5.9)$$

$$K = \frac{Q}{2\sqrt{\pi}\theta_L b^2}, \text{ and} \quad (5.10)$$

$$S_s = \frac{4K\theta_L^2}{m_L^2} \quad (5.11)$$

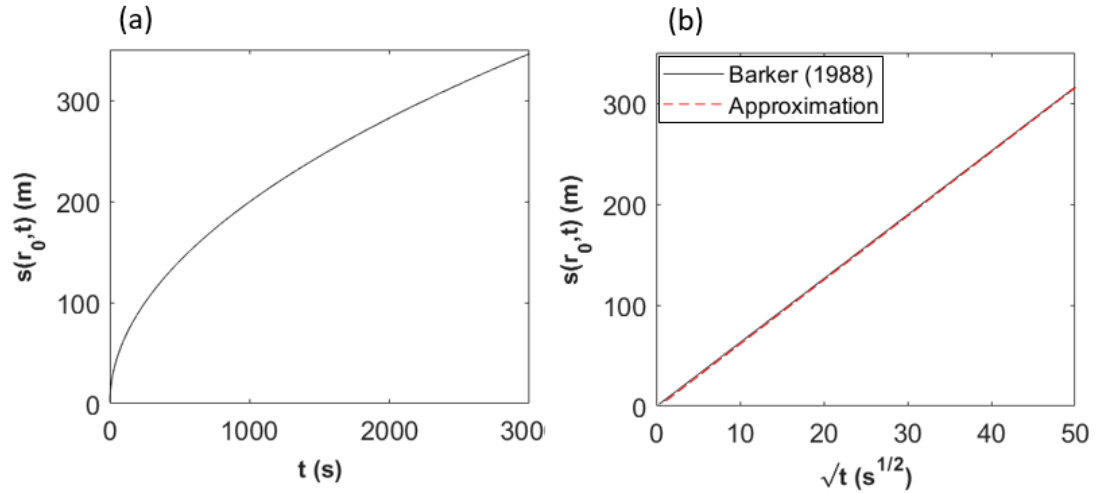


Figure 64 : Linear flow regime ( $n = 1$ ); a) drawdown curve ( $s(r, t)$  vs.  $t$ ) on an arithmetic scale; b) drawdown curve ( $s(r, t)$  vs.  $\sqrt{t}$ ) on an arithmetic scale. Figure b) exhibits a linear trend over the long term in which slope and the y-intercept allow for determining the hydraulic properties ( $K$  and  $S_s$ ).

### 5.3.1.3 DETERMINING THE HYDRAULIC PROPERTIES FOR THE RADIAL FLOW

#### REGIME ( $n = 2$ )

The drawdown equation corresponding to the particular case of the radial flow model (Theis 1935) is given by equation 5.12. Similar to the case of the linear flow regime, if the medium is homogeneous, isotropic, and of constant thickness, and the flow rate is constant, then the parameters  $Q$ ,  $K$ , and  $b$  are constant. They are then grouped into a single parameter  $\theta_R$ , such that  $\theta_R = \frac{Q}{4\pi K b}$  (in m). The subscript  $R$  represents a radial flow regime. Practically, the parameter  $\theta_R$  represents the slope of the Cooper–Jacob drawdown straight line in the semi-log scale.

$$s(r_0, t) = \frac{Q}{4\pi K b} W(u) = \theta_R E_1(u), \text{ with } E_1(u) = \int_u^{\infty} \frac{e^{-\tau}}{\tau} d\tau \text{ and } u = \frac{r_0^2 S_s}{4Kt} \quad (5.12)$$

where  $W(u)$  is the Theis well function of argument  $u$ ,  $E_1$  the exponential integral function,  $r_0$  is the distance of observation, and  $\tau$  is the integration variable.

Determining the hydraulic properties from the Theis solution is done graphically by type curves matching (Giao 2003). Details related to the matching procedure can be found in any groundwater textbook e.g. (Freeze 1979, Chapuis 2007). Moreover, the Cooper and Jacob's method is based on the Theis drawdown function (figure 65-a), plotting as a straight line on a semi-logarithmic scale over the long term (figure 65-b). Cooper and Jacob's semi-logarithmic approximation consists of replacing the Theis well function  $W(u)$  using Euler's approximation ( $W(u) = -\ln(u) - 0.5772$ ) for  $u < 0.01$  (Chapuis 2007). Others critical values equal to 0.02 and 0.05 are commonly used in hydrogeology applications (Ferris et al. 1962, Freeze 1979, Todd and Mays 2004). The form of the drawdown predicted by the Cooper–Jacob model over a longer period ( $t \rightarrow +\infty$ ) is

$$s(r_0, t \rightarrow +\infty) = \theta_R \ln(t) + \varphi_R \text{ with } \theta_R = \frac{Q}{4\pi K b} ; \varphi_R = \theta_R \ln\left(\frac{2.25K}{r_0^2 S_s}\right). \quad (5.13)$$

Knowledge of  $\theta_R$  and  $\varphi_R$  allows determining the hydraulic properties via the following equations.

$$K = \frac{Q}{4\pi\theta_R b} \text{ and,} \quad (5.14)$$

$$S_s = \frac{2.25K}{r_0^2} \exp\left(-\frac{\varphi_R}{\theta_R}\right) \quad (5.15)$$

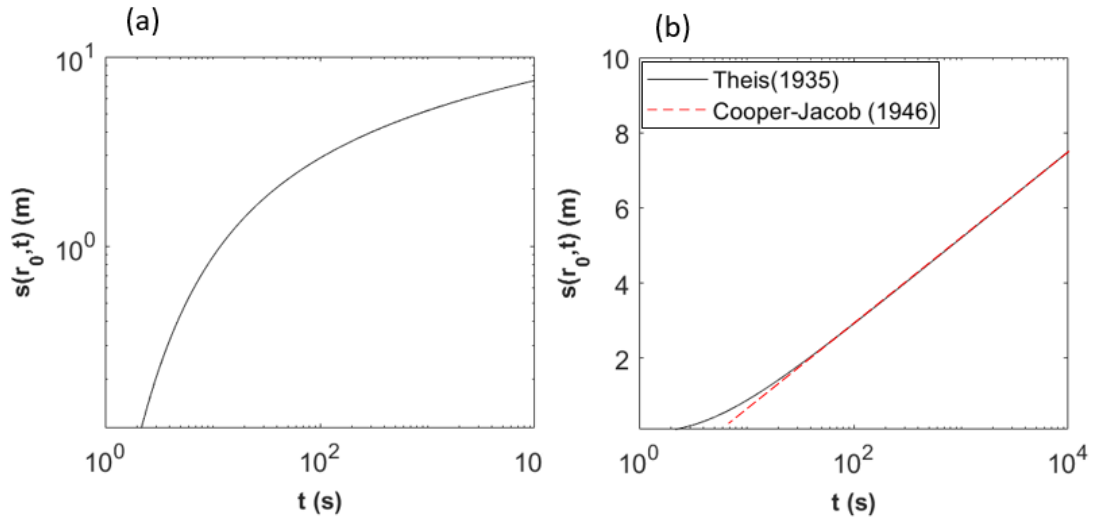


Figure 65 : Radial flow regime ( $n = 1$ ); a) drawdown curve ( $s(r, t)$  vs.  $t$ ) on a log–log scale (Theis, 1935); b) drawdown curve ( $s(r, t)$  vs.  $t$ ) on a semi-log scale (Cooper and Jacob, 1946). Figure b) exhibits a linear trend over the long term in which slope and the y-intersect allow for determining the hydraulic properties ( $K$  and  $S_s$ ).

#### 5.3.1.4 DETERMINING THE HYDRAULIC PROPERTIES FOR THE SPHERICAL FLOW REGIME ( $n = 3$ )

The drawdown equation corresponding to the spherical flow regime—assuming a point-source conceptual model in a thick homogeneous and isotropic medium—is given by equation 5.16 (Barker, 1988). If a constant flow-rate pumping test is also assumed, then the parameters  $Q$  and  $K$  are constant. Therefore, similar to the previous two cases, both parameters are grouped into a single parameter  $\theta_s$ , such that  $\theta_s = \frac{Q}{4\pi K}$  (in  $m^2$ ). The subscript  $S$  represents spherical flow.

$$s(r_0, t) = \frac{Q}{4\pi K r_0} \operatorname{erfc} \sqrt{u} = \frac{\theta_s}{r_0} \operatorname{erfc} \sqrt{u} \quad \text{with } u = \frac{r_0^2 S}{4Tt} \quad (5.16)$$

Over a prolonged period, the parameter  $u$  tends towards zero ( $u \rightarrow 0$ ), and the  $erfc \sqrt{u}$  function can be approximated by  $1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{u}$ . Therefore, replacing the function  $erfc \sqrt{u}$  by its expression into the drawdown equation (Equation 5.16) leads to equation 5.17.

$$s(r_0, t \rightarrow \infty) \approx -\frac{\theta_s}{\sqrt{D\pi}} \frac{1}{\sqrt{t}} + \frac{\theta_s}{r_0} = m_s \frac{1}{\sqrt{t}} + \varphi_s \text{ with } m_s = -\frac{\theta_s}{\sqrt{D\pi}} \text{ and } \varphi_s = \frac{\theta_s}{r_0} \quad (5.17)$$

Equation 5.17 demonstrates that over a long period, the drawdown time series ( $s(r_0, t)$  vs.  $\frac{1}{\sqrt{t}}$ ) plotted along an arithmetic scale displays a linear trend (figure 66-b) in which the slope  $m_s$  and the y-intersect  $\varphi_s$  allow for determining the hydraulic properties.

$$\theta_s = \varphi_s r_0 \quad (5.18)$$

$$K = \frac{Q}{4\pi\theta_s} \quad (5.19)$$

$$S_s = \frac{K\pi m_s^2}{\theta_s^2} \quad (5.20)$$

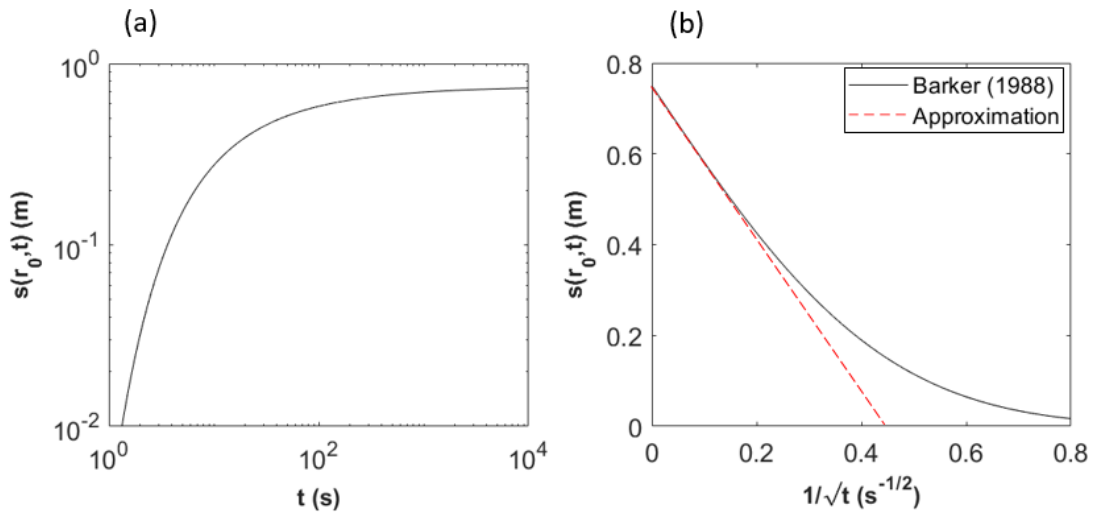


Figure 66 : Spherical flow regime ( $n = 3$ ); a) drawdown curve ( $s(r, t)$  vs.  $t$ ) along a log–log scale; b) drawdown curve ( $s(r, t)$  vs.  $\frac{1}{\sqrt{t}}$ ) along an arithmetic scale. Figure b) exhibits a linear trend over a long period ( $\frac{1}{\sqrt{t}} \rightarrow 0$ ) in which slope and y-intersect allow for determining the hydraulic properties ( $K$  and  $S_s$ ).



### 5.3.2 DETERMINING THE COEFFICIENT $\alpha$ AND THE TIME EXPONENT $\gamma$

As stated in the introduction, the values of the coefficient  $\alpha$  and the time exponent  $\gamma$  depend on the accuracy at which the pressure front is defined. Méité et al. (2023) have generalized the characterization of the radius of influence equation including determination of both parameters  $\alpha$  and  $\gamma$  for all integer flow dimensions ( $n = 1, 2, 3$ ). These authors defined the pressure front at any time as the distance where the drawdown reach the absolute critical value  $s_c$ . Such a definition of the pressure front leads to holding that, at any time  $t$ , the distance travelled by the pressure front  $r(t)$  corresponds to the distance from the pumping well, beyond which any variation in the hydraulic head or any drawdown generated by the pumping test is negligible because it is lower than the detection threshold  $s_c$ : if  $s(r, t) \leq s_c$ , then  $s(r, t) \approx 0$  (figure 67).

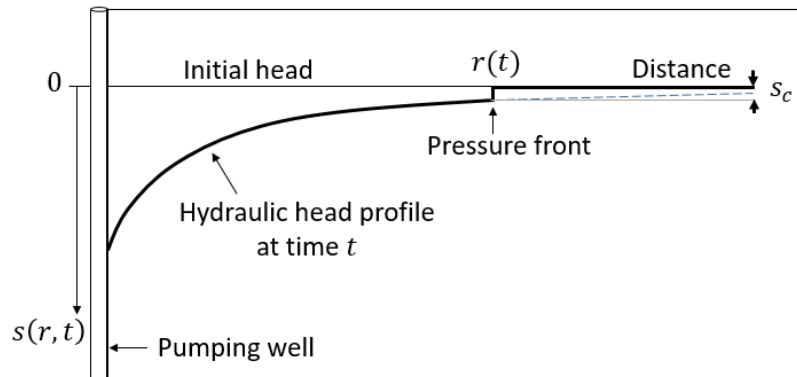


Figure 67 : Illustration of the definition of the pressure front.

Characterizing the radius of influence equation is then equivalent to taking the drawdown equation (for each integer flow dimension i.e. equation 5.7 for  $n = 1$ , equation 5.12 for  $n = 2$ , and equation 5.16 for  $n = 3$ ), then solving  $s(r, t) = s_c$ , and expressing  $r$  as a function of  $\sqrt{t}$ . The equation  $s(r, t) = s_c$  is solved explicitly for  $n = 2$  leading to equation 5.21. However, in linear and spherical flow dimensions cases, it is solved by iteration because of the non-linear form of the corresponding drawdown equations. The iteration consists in taking different values

of the time, and for each discrete value  $t_k$ , determining the value  $r_k$  that best satisfies the equation  $s(r, t) = s_c$ . Plotting  $r_k$  vs.  $\sqrt{t_k}$  for each value of  $s_c$  shows a power law trend for linear and spherical flow regimes that leads to the general form of the radius of influence (Equation 5.22), where  $\alpha$  and  $\gamma$  are obtained empirically by a power law regression of the data series  $r_k$  vs.  $\sqrt{t_k}$ .

$$r(t) = \alpha \sqrt{\frac{K}{S_s}} \sqrt{t} \text{ with } \alpha = 2 \sqrt{E_1^{-1}\left(\frac{s_c}{\theta_R}\right)}, \text{ for } n = 2 \quad (5.21)$$

$$r(t) = C \cdot \sqrt{t}^\gamma, \text{ where } C = \alpha \sqrt{\frac{K}{S_s}}, \text{ for } n = 1, \text{ and } n = 3 \quad (5.22)$$

Equation 5.22 also fits with the radial flow dimension with  $\gamma = 1$ . In this equation,  $C$  is a multiplication factor, and by knowing its value, we can determine the value of the coefficient  $\alpha$  if hydraulic properties  $K$  and  $S_s$  are known. Therefore, by varying  $s_c$  over a given range of values, it is possible to plot the curves  $\alpha$  vs.  $s_c$  and  $\gamma$  vs.  $s_c$  for different values of  $\theta_L$ ,  $\theta_R$ , and  $\theta_S$  in linear ( $n = 1$ ), radial ( $n = 2$ ), and spherical ( $n = 3$ ) flow regime contexts (figures 68, 69, 70), respectively. The peculiarity of these figures is that for all three flow regimes, the parameters  $\alpha$  and  $s_c$  are inversely correlated, whereas the time exponent  $\gamma$  exhibits various trends depending on the flow regime. For instance, in the linear flow regime,  $\gamma$  and  $s_c$  are normally correlated,  $\gamma > 1$  and  $\gamma \rightarrow 1$  when  $s_c \rightarrow 0$ . However, both parameters are inversely correlated in the spherical flow regime,  $\gamma < 1$  and  $\gamma \rightarrow 1$  when  $s_c \rightarrow 0$ . Contrary to the linear and spherical flow regimes, the value of  $\gamma$  remains equal to one ( $\gamma = 1$ ) for all values of  $s_c$  when the flow regime is radial. Figures 68, 69, and 70 serve to estimate the value of the coefficient  $\alpha$  and the time exponent  $\gamma$  to estimate the radius of influence and calculate the distance of hydraulic objects. Practically, by knowing the values of  $\theta_L$ ,  $\theta_R$ , and  $\theta_S$ , we can then select the corresponding curve, and by determining the pressure front criterion  $s_c$ , as explained in the introduction (figure 62), we can estimate graphically the values of  $\alpha$  and  $\gamma$ .

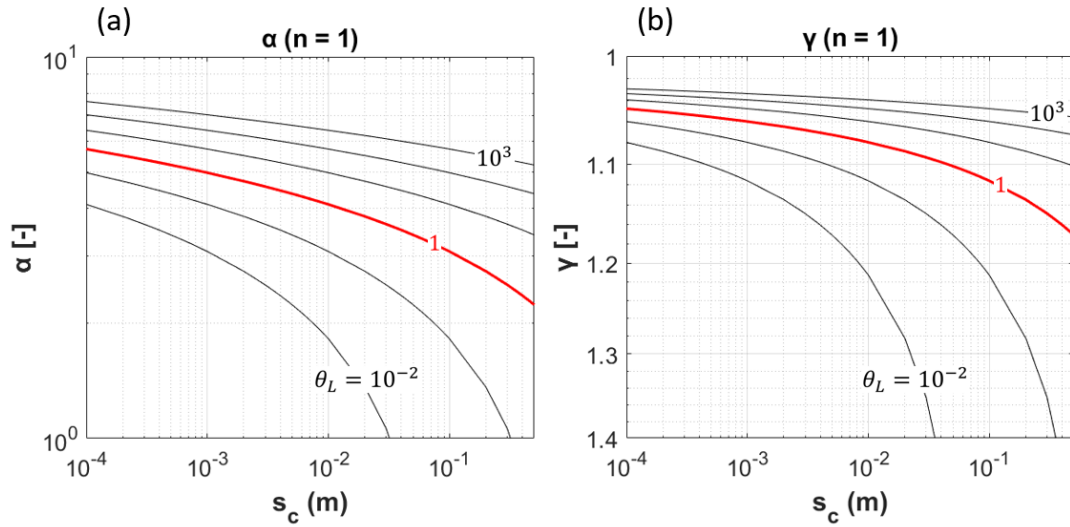


Figure 68 : Study of the linear flow regime ( $n = 1$ ) from Barker's model; a) variation of the coefficient  $\alpha$  vs. the criterion  $s_c$ ; b) variation of the time exponent  $\gamma$  vs. the criterion  $s_c$ . On both figures, all curves correspond to different values of the parameter  $\theta_L$ .

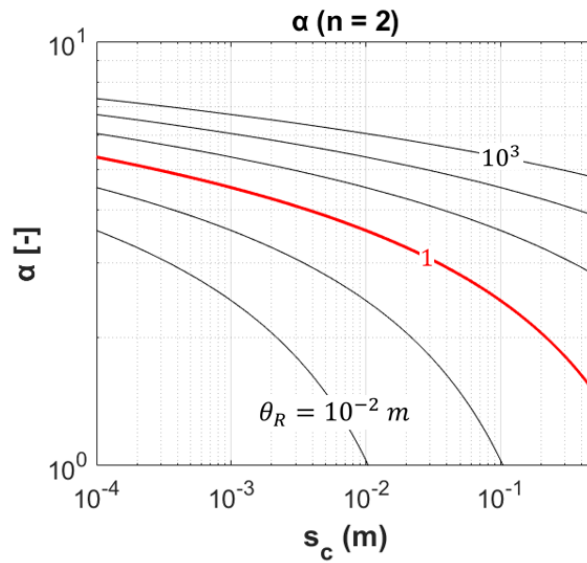


Figure 69 : Study of the radial flow regime ( $n = 2$ ) from Theis' model; evolution of the coefficient  $\alpha$  vs. the criteria  $s_c$  and  $\theta_R$ .

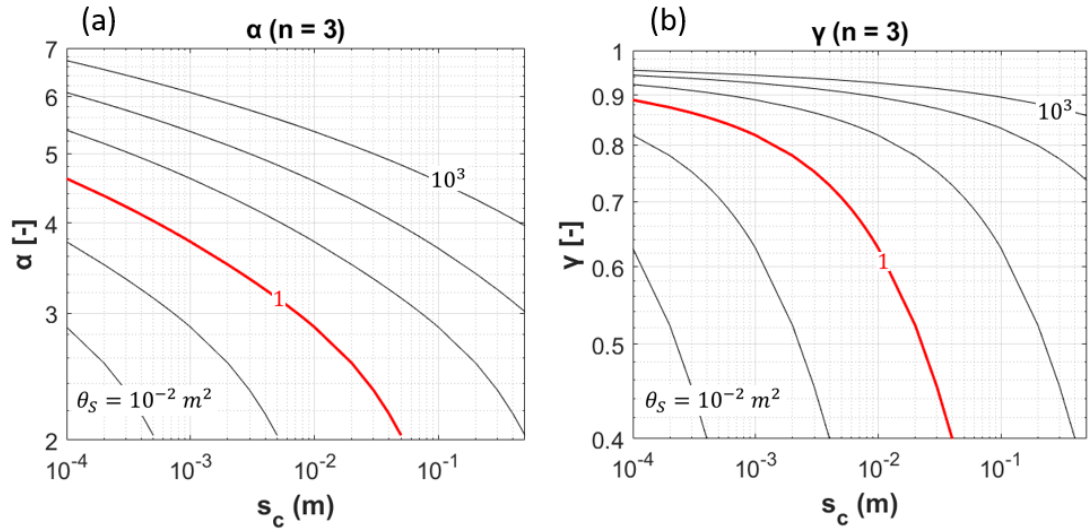


Figure 70 : Study of the spherical flow regime ( $n = 3$ ) from Barker's model; a) variation of the coefficient  $\alpha$  vs. the criterion  $s_c$ ; b) variation of the time exponent  $\gamma$  vs. the criterion  $s_c$ . On both figures, all curves correspond to different values of the parameter  $\theta_s$ .

#### 5.4 GUIDELINE FOR APPLYING THE RADIUS OF INFLUENCE EQUATION TO CALCULATE THE DISTANCE OF A HYDRAULIC OBJECT

Our proposed guideline aims to help hydrogeologists use the radius of influence equation appropriately to calculate the distance from the pumping well to any hydraulic object that could alter the aquifer's hydrodynamics. The procedure of this guideline is summarized in five steps and is limited to linear, radial, and spherical flow regimes.

##### Step 1. Representation of the drawdown log-derivative time series

Representing the drawdown log-derivative time series ( $ds/dlnt$  vs.  $t$ ) along a bi-logarithmic scale (Doe 1991) provides insight into the aquifer composition and presents graphically the different flow regimes present during the pumping test (or the flow dimension sequences). Any change in the flow regime could be interpreted as an influence of a hydraulic object. Thus, the time of influence  $t_i$  of any hydraulic object that could influence aquifer

hydrodynamics can be determined arbitrarily from the drawdown log-derivative curve as illustrated in figure 71 (Step 1).

### **Step 2. Determining the hydraulic properties**

Given that this guideline involves linear, radial, and spherical flow regimes, the hydraulic properties can be determined following the procedures developed in Section 5.3.1.

### **Step 3. Determining the pressure front criterion $s_c$**

The critical drawdown criterion  $s_c$  represents the accuracy at which the pressure front is defined. It also traduces the precision at which a hydraulic object's influence is detected. Determining  $s_c$  occurs using the diagnostic plot that combines the drawdown and its log-derivative curves. The criterion  $s_c$  is read graphically from the drawdown curve, and it is equal to the difference between the drawdown value at the time of influence  $s(r, t_i)$  and the extrapolated drawdown at the same time  $s_{ext}(r, t_i)$ , such that:  $s_c = s(r, t_i) - s_{ext}(r, t_i)$  (figure 71, Step 3). The extrapolated drawdown reflects the drawdown that would occur if the influence of a hydraulic object was not felt.

### **Step 4. Determining the coefficient $\alpha$ and/or time exponent $\gamma$**

Knowing the flow regime that occurs during the pumping test (determined in Step 1), the hydraulic properties  $K$ ,  $S_S$ , and  $\theta_{L,R,S}$  (determined in Step 2), and the pressure front criterion  $s_c$  (determined in Step 3), then the coefficient  $\alpha$  and/or the time exponent  $\gamma$  can be assessed graphically using figures 68, 69, and 70, the choice of figure being dependent on the determined flow regime.

### Step 5. Calculating the distance of a hydraulic object

Selecting for the appropriate flow regime, we use the radius of influence equation proposed by Méité et al. (2023) to calculate the distance  $r$  travelled by the pressure front when the influence of the hydraulic object is felt into the pumping well, i.e., at the time of influence ( $t = t_i$ ):  $r = \alpha \sqrt{\frac{K}{S_s}} \sqrt{t_i}^\gamma$ . This distance corresponds to the radius of influence. As the influence time of a hydraulic object corresponds to the round-trip time of the pressure front, i.e., from the well to the boundary and back, the calculated distance  $r$  corresponds to two times the distance  $d$  separating the hydraulic object to the pumping well, which implies  $d = r/2$ . Herein, the distance  $d$  corresponds to the radius of investigation according to Bresciani et al. (2020a).

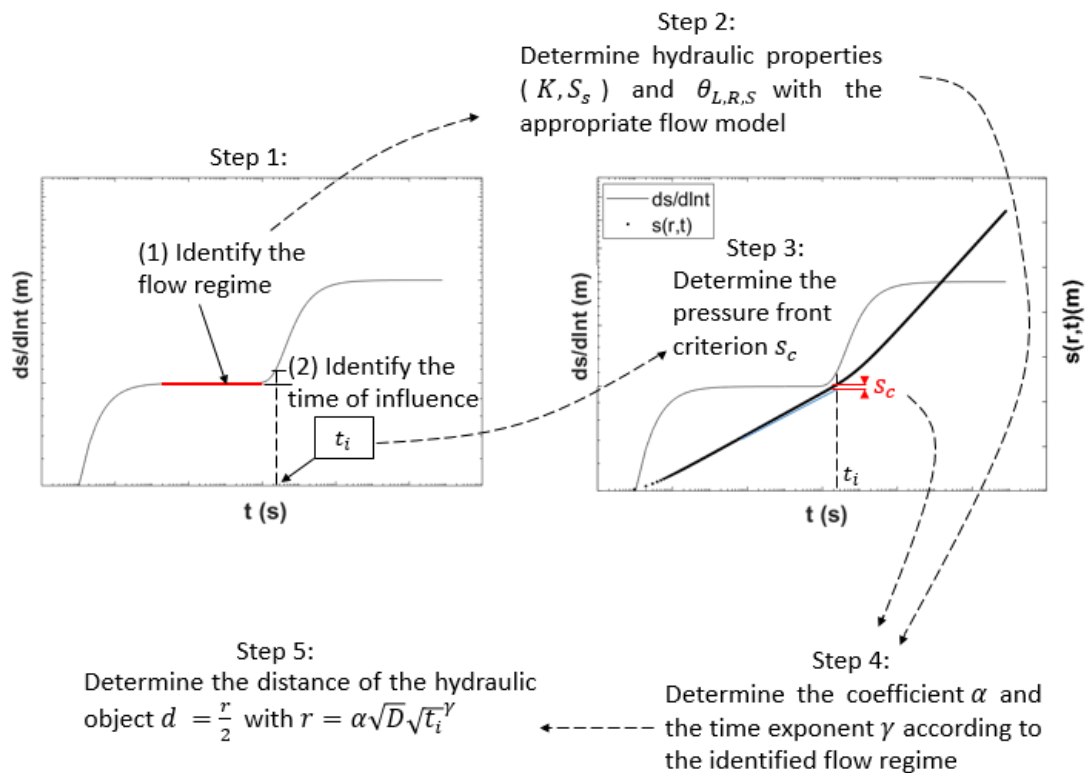


Figure 71 : Summary of the steps for determining the distances of hydraulic objects.

## **5.5 PRACTICAL APPLICATION OF THE RADIUS OF INFLUENCE**

The objective of this section is to verify the applicability of the radius of influence method in a context of interpreting pumping tests. Here, we apply a numerical approach to verify the applicability in a theoretical framework. This approach consists of simulating the flow in a conceptual model crossed by impermeable boundaries and then determining the distances to the boundaries by applying the radius of influence equation while following the developed guideline.

### **5.5.1 PRESENTATION OF THE NUMERICAL CODE HYDROGEOSPHERE**

We use the Hydrogeosphere software developed by the universities of Laval and Waterloo. This code is based on the finite element volume of control to discretize the partial derivative equations describing the 3D transient flow. This code uses an implicit scheme that provides a stability for any size of temporal and spatial sampling. It also provides a rigorous simulation capability that combines fully integrated modules in hydrology, water quality, groundwater flow, and transport. It is also able to simulate 3D models of fractured-rock and granular aquifers (Rafini and Larocque 2009, Therrien et al. 2010, Ferroud et al. 2018c).

### **5.5.2 VERIFICATION OF THE RADIUS OF INFLUENCE IN HOMOGENEOUS, ISOTROPIC MEDIA**

#### **5.5.2.1 CONCEPTUAL MODELS AND PRINCIPLES OF THE SIMULATIONS**

This section aims to verify the applicability of the radius of influence method for calculating the distance of hydraulic objects from a well when a linear, radial, or spherical flow regime occurs during the pumping test. For each flow regime, the verification consists of simulating constant flow pumping tests in a confined, homogeneous, and isotropic medium

near impervious faults, for which distances from the pumping well are already known and are entered as input data into the various conceptual models. Following the developed guideline, the drawdown time series data are analyzed using the GRF model; the distances of the impervious faults are then estimated from the radius of influence method and compared with the input distances. The more similar the distances are to each other (estimated and input), the better the radius of influence method.

The geometries and sizes of the various conceptual models are illustrated in figure 72. Figure 72-a presents an elongated model of an aquifer of constant thickness that favours flow in a single direction only. The equipotential surfaces are constant, as detailed in Section 5.3, to produce a linear flow regime. Figure 72-b illustrates a square model that works under the same assumptions, i.e., a constant aquifer thickness, in which the flow will be horizontal in two dimensions. The equipotential surfaces will have cylindrical shape, as mentioned in Section 5.3, resulting in a radial flow regime. Figure 72-c presents a cubic model with a point source, which will favour flow in three dimensions. The equipotential surfaces will be spherical (see Section 5.3) to produce a spherical flow regime.

For all models, we assume a no-flow external boundary condition. The hydraulic conductivity and the specific storage coefficient are identical in the three models:  $K = K_x = K_y = K_z = 10^{-3} \text{ m/s}$ , and  $S_s = 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ . The initial hydraulic head is arbitrarily fixed at  $1000 \text{ m}$  for the linear flow model and at  $100 \text{ m}$  for radial and spherical flow models.

To calculate the distances of the impermeable faults from the radius of influence equation, we must estimate the parameters  $\alpha$  and  $\gamma$ . As the values of these two parameters are determined from the curves in figure 68–70, we must know the values of  $\theta_L$ ,  $\theta_R$ , and  $\theta_S$  for the linear, radial, and spherical flow regimes, respectively, to select the appropriate curves. Only a single value of these variables is needed to perform the verification, and in our study, we arbitrarily choose the unit value in each case, i.e.,  $\theta_L = 1$  [ ],  $\theta_R = 1 \text{ m}$ , and  $\theta_S = 1 \text{ m}^2$ .



Therefore, the values of  $\alpha$  and  $\gamma$  in each flow regime are determined from the curves corresponding to unit values on figures 68–70 (curves in red colour). To fulfil this condition, we must choose  $K$  (hydraulic conductivity),  $b$  (thickness of aquifer), and  $Q$  (pumping flow rate) appropriately as input data. However, as  $b$  and  $K$  are already fixed in each conceptual model, the flow rate  $Q$  is the only parameter whose value will have to be chosen to match with the condition of the unit values for  $\theta_L$ ,  $\theta_R$ , and  $\theta_S$ . Therefore, the retained pumping flow rates are  $Q = 3.55 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  for the linear flow regime,  $Q = 1.26 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  for the radial flow regime, and  $Q = 1.26 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  for the spherical flow regime, which are determined respectively according to the equations  $\theta_L = Q/2\sqrt{\pi}Kb^2$ ,  $\theta_R = Q/4\pi Kb$ , and  $\theta_S = Q/4\pi K$  (see Section 5.3.1). These values of  $Q$  are not necessarily realistic compared to real field data, but they are used for simulation purpose.

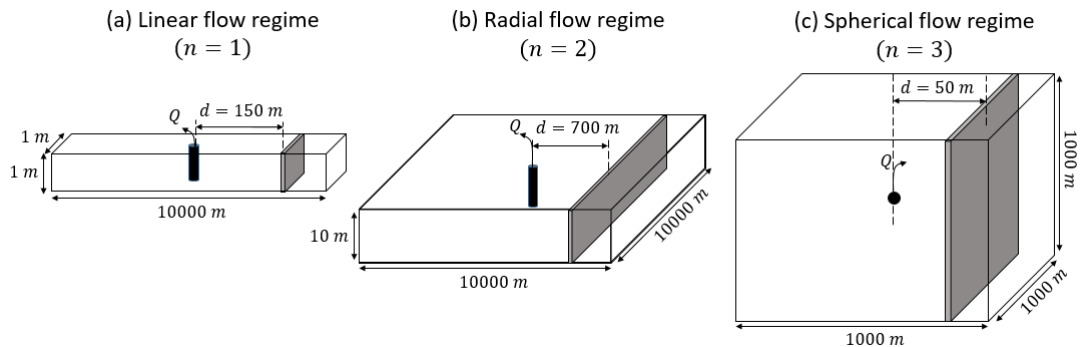


Figure 72 : Geometry and size of the conceptual models for the linear, radial, and spherical flow regimes.

In addition, for each flow regime case, the time of influence  $t_i$  of the impervious faults will be determined conveniently by combining the hydraulic response of the model having a fault with the same model without a fault. The latter is considered a control model to permit an adequate understanding and analysis of the influence of the impervious fault. The control model improves the identification and estimation of the time at which the influence of the impervious faults is felt on the log-derivative time series. Furthermore, the pressure front criterion  $s_c$  will be estimated as the difference between the value of the drawdown from the

models with a fault (real drawdown) and those without a fault (or extrapolated drawdown) at times  $t_i$ . The knowledge of the parameter  $s_c$  in each case of flow dimension allows determining graphically the values of  $\alpha$  and  $\gamma$  from figures 68–70, corresponding to the unit values of  $\theta_L$ ,  $\theta_R$ ,  $\theta_S$ , respectively.

### 5.5.2.2. RESULTS AND INTERPRETATIONS

The simulated hydraulic responses to pumping tests are represented in Figure 73 – 75 for the linear, radial, and spherical flow regimes, respectively. We can see that for each flow regime, both models (with and without a fault) initially behave similarly over the short term before a change owing to the presence of the impermeable fault appears over the longer period. The time of influence of impervious faults determined based on a visual interpretation are 500 s, 10,000 s and 90 s respectively. These times were used to estimate the value of  $s_c$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$ , and then to determine the distances of the impervious faults following the proposed guideline. The results obtained are summarized in Table 1.

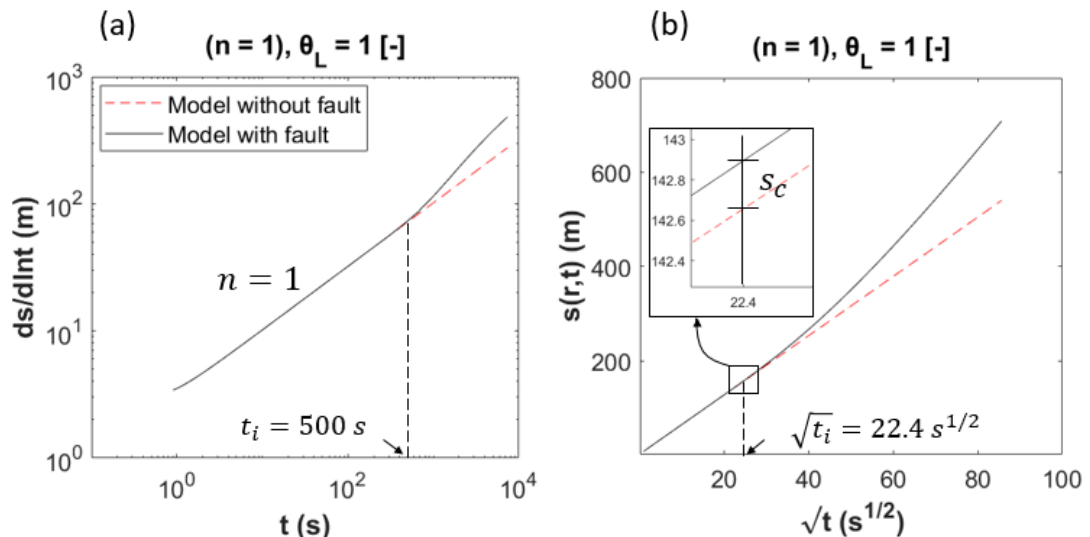


Figure 73 : Representation of simulated drawdown and log-derivative time series responses for linear flow regime.

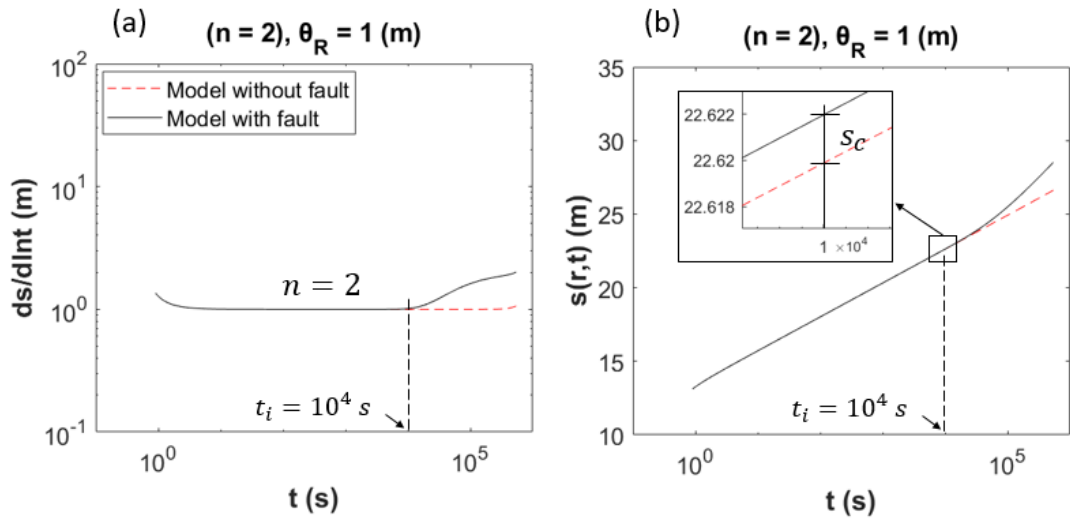


Figure 74 : Representation of simulated drawdown and log-derivative time series responses for radial flow regime.

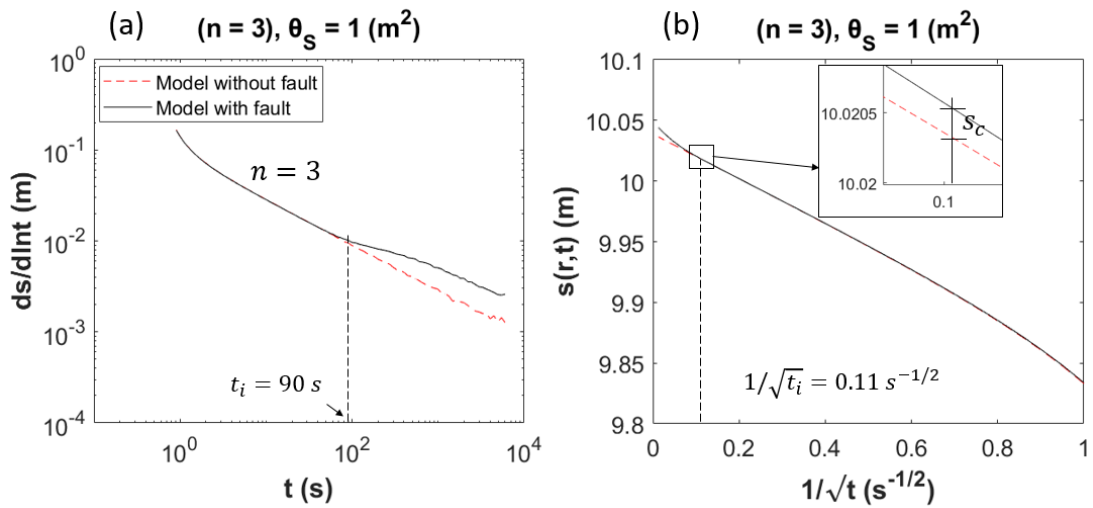


Figure 75 : Representation of simulated drawdown and log-derivative time series responses for spherical flow regime.

Tableau 9 : Summary of the verification of the radius of influence equation.

	Flow regime		
	Linear	Radial	Spherical
$t_i$ (s)	500	10 000	90
Real drawdown at $t_i$ : $s(r, t_i)$ (m)	142.654	22.622	10.01936
Extrapolated drawdown at $t_i$ : $s_{ext}(r, t_i)$ (m)	142.446	22.620	10.01950
$s_c$ (m)	0.21	$2.10^{-3}$	$1.4.10^{-4}$
$\theta_L; \theta_L (m); \theta_s (m^2)$	1.000	1.000	1.000
$\alpha$	2.715	4.257	4.478
$\gamma$	1.137	1.000	0.881
Known distance: $d'(m)$	150	700	50
Estimated distance travelled by the pressure front: $r (m) = \alpha \sqrt{\frac{K}{S_s}} \sqrt{t_i}^\gamma$	293.86	1346.18	102.89
Estimated distance of the impermeable fault: $d(m) = r/2$	146.93	673.09	51.45
Distance error: $\Delta d = d - d' (m)$	-3.07	-26.91	1.45
Relative error: $\varepsilon (\%) = 100 * \frac{\Delta d}{d'}$	-2.05	-3.84	2.89

We note that, variations in simulated drawdown over time are very small for the spherical flow regime, leading to a very low value of  $s_c$  ( $s_c = 1.4.10^{-4} m$ ) even though there is a visual shift of the logarithmic derivative curve (figure 75-a) due to the influence of the impermeable fault. This order of magnitude of  $s_c$  is not realistic (or even difficult to measure) from a practical point of view because it is less than a millimetre. The value of  $s_c$  for the radial regime is slightly higher ( $s_c = 2.10^{-3} m$ ), it is even higher for the linear regime ( $s_c = 0.21 m$ ).

The distances estimated from the radius of influence equation according to the proposed guideline are almost similar to the input distances, i.e., the distances entered into the numerical model. This is corroborated by an estimation error  $\Delta d$  of  $-3.07\text{ m}$  (for a known distance of  $d' = 150\text{ m}$ ) being obtained in the case of the linear flow regime,  $-26.91\text{ m}$  (for a known distance of  $d' = 700\text{ m}$ ) in the radial flow regime, and  $1.45\text{ m}$  (for a known distance of  $d' = 50\text{ m}$ ) in the spherical flow regime. The associated relative errors ( $\varepsilon$ ) are very less and favorable i.e.  $-2.05\%$ ,  $-3.84\%$ , and  $2.89\%$ , respectively. The negative values mean that the distances are underestimated compared to the known distances. These results confirm the satisfactory performance of our guideline and the applicability of the radius of influence method when assuming homogeneous isotropic media.

However, the methodology proposed in this paper for estimating distances has a weakness linked to the reading of the time of influence  $t_i$ . The fact that the times  $t_i$  have been estimated on a visual basis involves uncertainties in their values. Different values of  $t_i$  could lead to different distance estimates. However, as the values of  $s_c$ ,  $\alpha$  and  $\gamma$  are accommodated to each estimated value of  $t_i$  considerably reduces the uncertainties mentioned above. This is highlighted by a sensitivity analysis of the times  $t_i$  on the estimated distances in each flow regime case. Indeed, the sensitivity analysis consists in varying values of  $t_i$  over arbitrary ranges of values, which are represented by yellow bands in figure 76-a,b,c for the linear, radial and spherical flow regimes respectively. The results show that the relative error of estimated distances over the intervals of  $t_i$  are lower than  $|-10\%|$ ,  $|-7\%|$  and  $17\%$  for linear, radial and spherical flow regimes respectively as illustrated on figure 77-a,b,c. This confirms the performance of our methodology in the sense that we commit less errors in distances estimates even if the time of influence of impervious faults are read graphically.

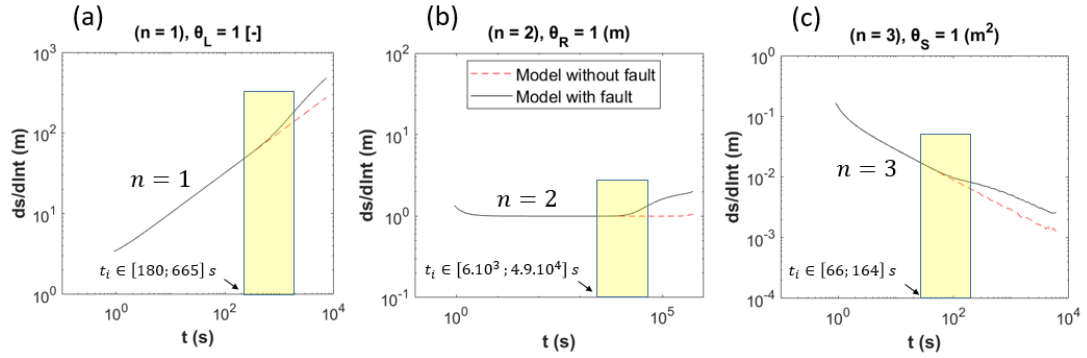


Figure 76 : Illustration of time of influence intervals (yellow bands) for sensitivity analyses.

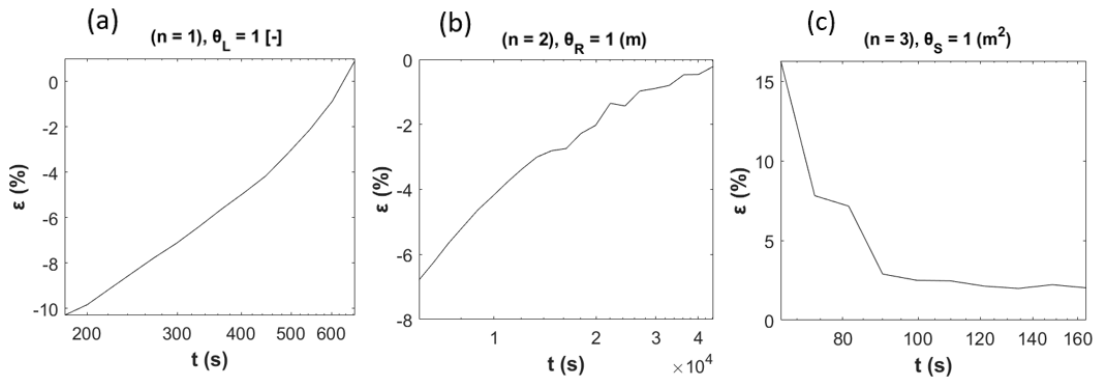


Figure 77 : Estimated relative error ( $\epsilon$ ) of distances estimates over the intervals of times of influence.

### 5.5.3 STUDY OF THE INFLUENCE OF RANDOM K FIELD HETEROGENEITY ON THE HYDRAULIC RESPONSES

As the coefficient  $\alpha$  and the time exponent  $\gamma$  depend on the hydraulic conductivity  $K$  (see Section 5.3), if the medium is heterogeneous ( $K$  varies in space), the reliability of applying the radius of influence method to calculate the distances of hydraulic objects can be questioned. Some previous studies have advanced that the hydraulic conductivity varies spatially as a statistical random field, which influences the hydraulic response of aquifers. In this study, we label the model having a statistical random variation of hydraulic conductivity as the ‘diffuse heterogeneous model’.

Some studies based on a radial flow model have shown that the influence of the statistical heterogeneity of hydraulic conductivity on aquifer response is more apparent over shorter periods than longer ones; the medium behaves as homogeneous over the longer term (Meier et al. 1998, Copty and Findikakis 2003a, 2004). This occurs because over a long period of pumping, the area dominated by the pressure front is very large relative to variations in hydraulic conductivity. Consequently, the flow is averaged over a representative elementary volume (REV), and the effective transmissivity or hydraulic conductivity (obtained via the Cooper–Jacob method) stabilizes on the average of the distribution. In this way, (Meier et al. 1998) showed that the Cooper and Jacob (1946) approximation is valid for interpreting long-term pumping data when the flow regime is radial. However, what exactly occurs over the short term? Copty and Findikakis (2003) demonstrated that variation of the diffuse heterogeneity (random  $K$ -values) influences the short-term hydraulic response. They also showed that increased variance causes a greater influence of diffuse heterogeneity. This implies that, depending on the variance, the detection of some hydraulic objects could be blurred (or not) on the basis of the object's distance from the pumping well because a hydraulic object close to the pumping well will be detected in a relatively short time compared to one located farther away.

Thus, to what distance from the well will a hydraulic object be detectable? This question allows us to introduce a new parameter: the area of disturbance of the diffuse heterogeneity (ADDH) around the well, which depends on the variance. The ADDH is the area of the aquifer around the pumping well within which the influence of the diffuse heterogeneity is felt on the aquifer's hydraulic response. In other words, beyond this area, the pressure front equipotential surface becomes sufficiently larger than the local-scale variations in hydraulic conductivity to favour a hydraulic response similar to a homogeneous model. The advantage of the ADDH zone concept is the ability to predict, then physically delineate and map the area around the pumping well where hydraulic objects that might be present would be difficult or impossible to

detect. The objective of this section is to estimate the evolution of the extent of the ADDH as a function of the variance. For this study, we will only focus on the case of the radial flow regime model ( $n = 2$ ).

### 5.5.3.1 RANDOM K FIELD FROM FGEN

We use the FGEN program developed by Robin et al. (1993) to generate the random  $K$  field. This program can generate cross-correlated three-dimensional random fields on a regular grid. The algorithm improves the production of random fields of real variables through an inverse Fourier transformation of randomized, discrete three-dimensional spectral representations of the variables. Depending on the number of nodes in each dimension, we can apply either the standard discrete Fourier transform (DFT) or the fast Fourier transform (FFT). In its current form, the algorithm generates log-normal  $K$  fields on a regular grid with constant spacing between generation points in any given direction by specifying both the mean and the variance of  $\ln(K)$ .

### 5.5.3.2 CONCEPTUAL MODEL AND METHODOLOGY

The conceptual model used in this section relies to the radial flow regime ( $n = 2$ ) model used in the previous section (figure 72-b) without the impervious boundary. To generate a random  $K$ -field, we must define the mean and variance of  $\ln K$ . As the study's objective focuses on the influence of the diffuse heterogeneity on the hydraulic response, then the means will be kept constant ( $K = 10^{-3} \text{ m/s} \rightarrow \overline{\ln(K)} = -6.907755$ ), and the variance will be altered. Only two cases are studied here:  $\sigma^2(\ln(K)) = 0.01$  and  $\sigma^2(\ln(K)) = 0.1$ . The specific storage coefficient of the matrix remains constant for all of models; thus,  $S_s = 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ . The flow is simulated under the same conditions (pumping flow rate, boundary conditions) as those applied in Section 5.5.2 for the radial flow regime. The methodology proposed to predict the ADDH is based on the guideline steps proposed in Section 5.4.



### 5.5.3.3 RESULTS AND INTERPRETATIONS

The simulation results show that the diffuse heterogeneity of an aquifer influences its hydraulic response to pumping, as illustrated in figure 78-a (log-derivative curves) and figure 78-b (drawdown curves). Two key observations are of note:

1) Figure 78-a,b highlights two important stages in the hydraulic response of an aquifer. The first stage, which occurs over the relatively short or medium term, exhibits a variation (decrease and growth) of the log-derivative curve because of the diffuse heterogeneity of the aquifer. The second stage, which appears over the longer term, is characterized by a stabilization of the log-derivative curve in the form of a plateau corresponding to the radial flow regime. The succession of both stages corroborates the observations of Meier et al. (1998) and Copty and Findikakis (2003). In Stage 2, the Cooper–Jacob solution is valid for estimating effective conductivity  $K_{eff}$ .

2) The influence of diffuse heterogeneity depends on the variance. A greater variance leads to more influence of heterogeneity on the hydraulic response. This is reflected in a major deviation of the log-derivative curve (also the drawdown curve) from the extrapolated Cooper–Jacob straight line when the variance is high, as shown in figure 78-b.

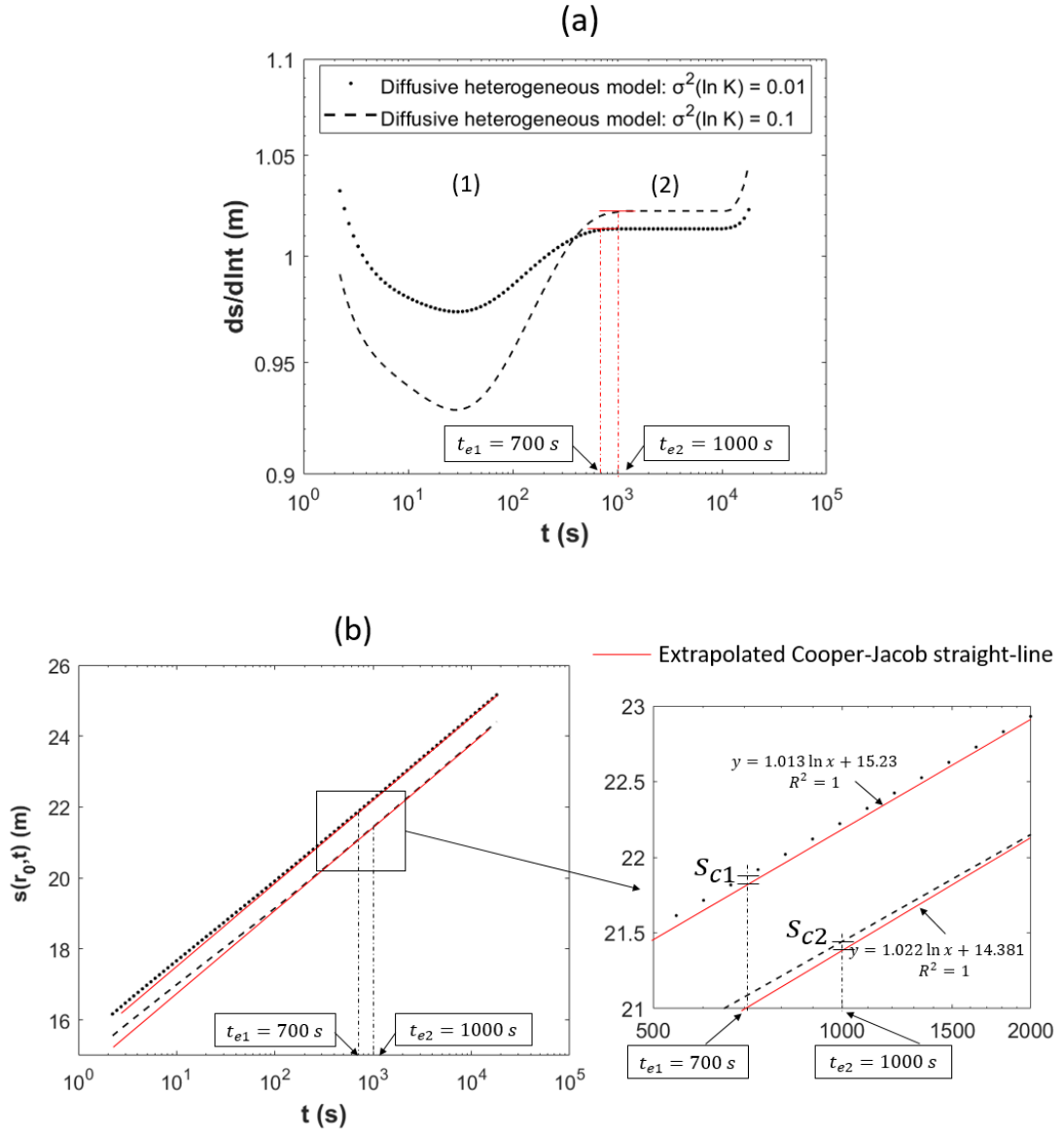


Figure 78 : Results of interpreting the simulated pumping test data for  $\sigma^2(\ln(K)) = 0.01$  and  $\sigma^2(\ln(K)) = 0.1$ ; (a) the log-derivative curves and (b) the drawdown curves.

We estimated the distance  $d_{ADDH}$  corresponding to the ADDH from the radius of influence equation (Equation 5.23) following our developed guideline (Section 5.4).

$$d_{ADDH} = \frac{r(t)}{2} \text{ with } r(t) = \alpha \sqrt{\frac{K_{eff}}{S_s}} \sqrt{t_e}^\gamma, \gamma = 1 \text{ for the radial flow regime} \quad (5.23)$$

where  $d_{ADDH}$  is the distance corresponding to ADDH,  $K_{eff}$  is the effective conductivity determined from the Cooper–Jacob method when the flow regime becomes radial,  $S_s$  is the specific storage coefficient ( $S_s = 10^{-4} m^{-1}$ ), and  $t_e$  is the time corresponding to the end of Stage 1 (figure 78-a). Indeed, the time  $t_e$  represents the equivalent time taken by the pressure front to travel the distance  $2 * d_{ADDH}$ . The coefficient  $\alpha$  is determined graphically using figure 69. Thus, the pressure front criterion  $s_c$  and the slope of the Cooper–Jacob straight line  $\theta_R$  must be known. Both parameters are estimated from figure 78-b. The results are summarized in Table 2. We note that the ADDH extends over a radius of 266 m for  $\sigma^2(\ln(K)) = 0.01$ , and 436 m when  $\sigma^2(\ln(K)) = 0.1$ . These areas are mapped in figure 79. It should be noted that the concept of ADDH is not related to the perimeter of protection of a well that hydrogeologists determine in the context of sustainable development and environmental projects. Instead, it only refers to delineating the area around the well over which the detection of potential hydraulic objects could be blurred by the influence of the variance of diffuse heterogeneity.

Tableau 10 : Summary of the estimate of ADDH.

	Case 1: $\sigma^2(\ln(K)) = 0.01$	Case 2: $\sigma^2(\ln(K)) = 0.1$
$t_e$ (s)	700	1000
Real drawdown at $t_e$ : $s(r, t_e)$ (m)	21.869	21.442
Extrapolated drawdown at $t_i$ : $s_{ext}(r, t_i)$ (m)	21.847	21.441
$s_c$ (m)	0.022	0.001
$\theta_R$ (m) (Slope of the Cooper– Jacob straight line)	1.013	1.022
$\alpha$	3.2	4.4
$\gamma = 1$ (For the radial flow regime)	1.0	1.0
$K_{eff}$	$\approx 9.87 \cdot 10^{-4}$	$\approx 9.79 \cdot 10^{-4}$
$S_s$	$10^{-4}$	$10^{-4}$

Estimated distance travelled by the pressure front:  $r(t) = \alpha \sqrt{\frac{K}{S_s}} \sqrt{t_i^\gamma} \text{ (m)}$	266	436
Estimated distance of the impermeable fault: $d \text{ (m)} = r/2$	133	218

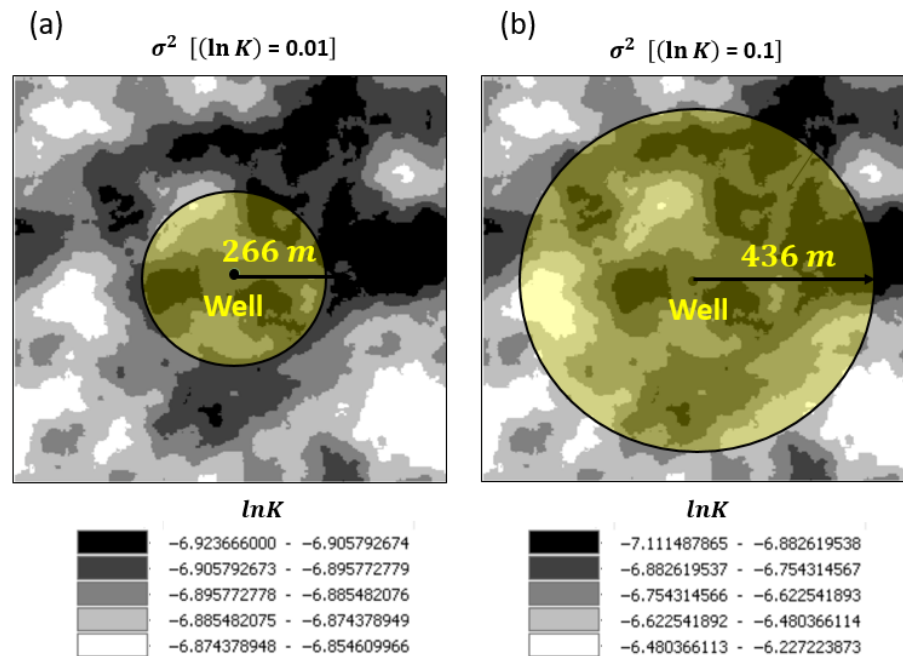


Figure 79 : Mapping of the area of disturbance of the diffuse heterogeneity for  $\sigma^2(\ln(K)) = 0.01$  and  $\sigma^2(\ln(K)) = 0.1$ .

## 5.6 CONCLUSION

The radius of influence equation is important for spatially locating hydraulic objects that influence aquifer hydrodynamics; however, its application to real pumping test data is ambiguous because uncertainties remain when determining its key parameters: the hydraulic properties ( $K$ ,  $S_s$ ), the coefficient  $\alpha$ , the time exponent  $\gamma$ , and the time of influence  $t_i$  of the hydraulic objects. This paper first verified numerically the applicability of the radius of the

influence equation for calculating the distances of hydraulic objects when aquifers are homogeneous, isotropic, and when the flow regimes during the pumping test are either linear ( $n = 1$ ), radial ( $n = 2$ ), or spherical ( $n = 3$ ). We proposed a guideline to help verify the applicability of the radius of the investigation equation. This five-step guideline allows estimating adequately the various parameters contained within the radius of influence equation. Step 1 consists of representing the log-derivative of the drawdown to identify the flow regime, the potential hydraulic objects that influence the aquifer's hydrodynamics, and their times of influence. Step 2 involves determining the hydraulic properties using the appropriate flow model (linear, radial, or spherical). Step 3 explains how to assess the value of the pressure front criterion, which will serve to determine the value of coefficient  $\alpha$  and the time exponent  $\gamma$  in Step 4. Finally, Step 5 calculates the distance of the identified hydraulic objects. Applying the radius of influence equation following this guideline produced satisfactory results, including a distance estimation relative errors of  $-2.05\%$ ,  $-3.84\%$ , and  $2.89\%$  for the linear, radial, and spherical flow regimes, respectively.

Moreover, this study focused on assessing the effect of diffuse heterogeneity on aquifer hydraulic responses. Diffuse heterogeneity is characterized by a random- $K$  field in which the distribution follows a statistical model, in particular a log-normal ( $K \sim \log N$ ) model in this study. The variance of the random- $K$  distribution, which refers to a dispersion of the random- $K$  values around a mean value, influences the short-term hydraulic response of the aquifer. However, over the longer term, the aquifers behave as homogeneous models because the equipotential surface of the pressure front becomes larger than the variations in hydraulic conductivity. We then introduced a new parameter, the area of disturbance of the diffuse heterogeneity (ADDH), which reflects the perimeter delineated around the pumping well over in which aquifer heterogeneity affects the hydraulic response. This disturbance area is normally correlated to the variance of the random- $K$  field, i.e., the greater the variance, the greater the extent of the ADDH. The ADDH is a good indicator for detecting and locating hydraulic objects

around the pumping well because the determined time of influence of any hydraulic object located within the ADDH will be noisy.

## REFERENCES

Automatic citation updates are disabled. To see the bibliography, click Refresh in the Zotero tab.

## DISCUSSIONS ET PERSPECTIVES DE RECHERCHE

Les discussions dans ce chapitre portent sur l'ensemble du travail effectué dans cette thèse c.-à-d. sur la caractérisation de l'équation du rayon d'influence et son applicabilité à la localisation d'objets hydrauliques discrets. À travers cette section, les forces et les limites de la présente contribution seront abordées. Les faiblesses seront plutôt discutées sous forme de perspectives de recherche.

La caractérisation de l'équation du rayon d'influence requiert une définition du front de pression pour lequel il n'existe pas de formulation mathématique exacte dans la littérature. Par exemple, en caractérisant le front de pression selon le critère du rabattement nul c.-à-d. le lieu autour du puits où le rabattement est égal à zéro, l'on s'aperçoit que les modèles analytiques de Theis (1935) et Barker (1988) ne permettent pas d'aboutir à une solution finie et exacte. Ceci amène les auteurs à conceptualiser le front de pression selon différentes approches basées sur des modèles conceptuels spécifiques, aboutissant à une panoplie d'équations (en particulier une variation de la valeur du coefficient  $\alpha$ ). Ce manque de consensus crée de la confusion quant au choix de solutions appropriées pour caractériser le rayon d'influence d'un puits de pompage ou encore pour la localisation d'objets hydrauliques discrets. Cette thèse a permis de dresser un portrait de l'état de connaissance de ces différentes approches à travers une revue de littérature (chapitre 2), lesquelles ont été résumées dans le tableau 1. Plusieurs de ces approches se basent sur le modèle de Theis qui suppose un écoulement radial ( $n = 2$ ) (Cooper and Jacob 1946, Jones 1962, Lee 1982, Bourdarot 1998, Hossain et al. 2007, Rahman et al. 2013). Cependant, le régime d'écoulement linéaire a peu été étudié (Wattenbarger et al. 1998), et le régime d'écoulement sphérique encore moins.

Parmi les approches passées en revue, certaines se basent sur une conceptualisation physique du front de pression par exemple : le pic du rabattement dans le cas d'un test de pulsion ou le pic de la dérivée première du rabattement dans le cas d'un test à débit constant,



aboutissant à des valeurs constantes du coefficient  $\alpha$ . C'est le cas des approches MD (*maximum drawdown*) et MDR (*maximum drawdown rate*) qui parviennent à la valeur  $\alpha = 2$ . On peut également citer l'approximation de Cooper-Jacob (CJA) basée sur le critère du rabattement nul, ce qui permet d'avoir  $\alpha = 1.5$ . Ces approches impliquent que, quelle que soit la précision de l'appareil de mesure de rabattement et les conditions dans lesquelles l'écoulement a lieu, le coefficient  $\alpha$  garde sa même valeur, ce qui les rend arbitraires et leur utilisation dans certains contextes pourrait aboutir à une estimation erronée des distances des objets hydrauliques.

En revanche, d'autres approches se basent sur des critères absolus ou relatifs comme valeurs critiques de détectabilité du front de pression. En d'autres termes, en dessous de ces valeurs limites, aucune perturbation engendrée par le pompage n'est détectable (Tek et al. 1957, Jones 1962, Wattenbarger et al. 1998, Hossain et al. 2007, Rahman et al. 2013, Méité et al. 2022). Par exemple, en appliquant l'approche RCD (*relative critical drawdown*), Jones (1962) définit le front de pression comme le lieu où le rabattement atteint 1% du rabattement total observé à la source. Hossain et al. (2007) fixent plutôt ce critère à 0.0000016%. Aussi, en utilisant l'approche DLRD (*drawdown log-radius derivative*), Rahman et al. (2013) fixent le critère du front de pression à 1 psi. De plus, Tek et al. (1957) se basent sur l'approche RCF (*relative critical flow*) pour définir le front de pression comme étant le lieu où le flux d'écoulement atteint 1% du débit de pompage à la source. Toutefois, dépendamment de l'approche utilisée, la valeur du coefficient  $\alpha$  est adaptée aux conditions d'écoulement, ce qui rend ces approches plus fiables. Cependant, même si l'approche DT (*deviation time*) développée par Wattenbarger et al. (1998) entre dans la catégorie d'approche mentionnée, le manque de précision sur le critère du front de pression considéré par ces auteurs fait que leur approche devrait être appliquée avec prudence.

Une approche plus générale a été proposée dans le cadre de cette thèse visant à caractériser l'équation du rayon d'influence en fonction de la dimension d'écoulement. Les cas

particuliers des dimensions d'écoulement entières (linéaire, radiale, sphérique) ont été étudiés en se basant sur les modèles analytiques de Theis (1935) et de Barker (1988). Pour cela, le front de pression a été défini selon le critère absolu du rabattement critique  $s_c$ . Ce critère traduit qu'en tout instant  $t$  donné lors d'un essai de pompage, la limite du rayon d'influence (ou le front de pression) est considérée comme le lieu autour du puits où le rabattement atteint la valeur critique  $s_c$ . En dessous de cette valeur, le rabattement est considéré trop faible pour être détecté. Ce critère absolu renvoie à la précision de lecture des systèmes de mesure et peut varier d'un appareil à un autre. Ainsi, caractériser le front de pression à partir du critère  $s_c$  renvoie à résoudre l'équation  $s(r, t) = s_c$ . Compte tenu du caractère asymptotique de la fonction de rabattement (Theis, Barker), résoudre une telle équation revient à admettre une certaine coupure de la fonction tout en négligeant toute la partie inférieures  $s_c$  tel qu'illustré sur la figure 34 au chapitre 3. Une des conséquences de cette approche est la prise en compte des paramètres tels que le débit de pompage (qui influence l'amplitude des rabattements) et la conductivité hydraulique de l'aquifère (qui contrôle la rapidité avec laquelle le front de pression se propage) dans l'estimation de la valeur du coefficient  $\alpha$ .

Aussi, l'approche proposée dans cette thèse a été développée sur la base d'un régime normal de propagation du front de pression qui admet la relation suivante :  $r \sim \sqrt{t}$ . Cependant, en considérant le front de pression selon le critère du rabattement critique  $s_c$ , la relation régissant la loi de propagation du front de pression prend la forme générale suivante :  $r \sim \sqrt{t}^\gamma$ , où  $\gamma$  est l'exposant du temps dont la valeur dépend non seulement de la nature du régime d'écoulement, mais aussi des paramètres  $Q$ ,  $K$  et  $b$ . Ceci montre la nécessité de faire un ajustement sur l'exposant du temps afin de mieux estimer les distances. La particularité de ces observations est que  $\gamma$  demeure égal à l'unité ( $\gamma = 1$ ) lorsque le régime d'écoulement est radial. Cependant, pour les régimes linéaire et sphérique, sa valeur est respectivement supérieure et inférieure à 1. Toutefois, pour ces deux régimes, il faut noter que  $\gamma \rightarrow 1$  lorsque  $s_c \rightarrow 0$ . Ce résultat signifie qu'aucun ajustement n'est nécessaire à faire sur l'exposant du temps si le front de pression est défini théoriquement selon le critère du rabattement nul. Or, comme stipulé

précédemment, ceci mène à une impasse analytique à cause du comportement asymptotique des fonctions du rabattement de Theis (1935) et Barker (1988). De ce fait, les praticiens devront nécessairement prendre en compte cet ajustement de l'exposant du temps dans l'estimation des distances si le régime d'écoulement est linéaire ou sphérique. Ceci a été corroboré numériquement dans l'article 3 (voir chapitre 5) avec des erreurs relatives d'estimation de distance qui s'élèvent à  $-2.05\%$  pour  $n = 1$ ,  $-3.84\%$  pour  $n = 2$  et  $2.89\%$  pour  $n = 3$ . Afin de parvenir à des résultats aussi satisfaisants, un guide d'utilisation de l'équation du rayon d'influence a été proposé au chapitre 5. Ce guide explique à travers cinq différentes étapes la procédure à suivre pour estimer les paramètres clés de l'équation du rayon d'influence ( $K, S_s, \alpha, \gamma, t_i$ ).

Les résultats susmentionnés ont été obtenus en supposant une homogénéité des propriétés hydrauliques du milieu. Or, comme le mentionnent bon nombre de publications scientifiques, les aquifères possèdent par nature une hétérogénéité diffuse, ou massique, qui se rapporte à la notion de bruit (Hsieh 1998, Ludvigson et al. 2004, Lemieux et al. 2005). Le cas de l'hétérogénéité diffuse du milieu a également été traité dans cette thèse en implémentant une variabilité spatiale de la conductivité hydraulique. En effet, l'hétérogénéité diffuse a été abordée de manière stochastique, caractérisée par une loi de distribution statistique, en particulier la loi log-normale avec pour paramètres la moyenne  $\bar{X}$  et la variance  $\sigma^2$ . La génération du champ aléatoire de conductivité hydraulique a été faite par le biais du programme FGEN développé par Robin et al. (1993). L'objectif de cette approche était d'abord d'évaluer numériquement l'influence du degré d'hétérogénéité diffuse sur la réponse hydrodynamique de l'aquifère. Il ressort que, plus le degré de l'hétérogénéité est faible (variance  $\rightarrow 0$ ) et plus l'aquifère se comporte comme un milieu homogène et isotrope et de ce fait, l'équation du rayon d'influence peut être appliquée conformément à la procédure développée (voir guide pratique). Cependant, lorsque le degré d'hétérogénéité est élevé (variance non négligeable), alors celle-ci impacte la réponse hydrodynamique de l'aquifère. Ensuite, la manière dont l'influence du degré d'hétérogénéité diffuse de l'aquifère s'étale dans

le temps a été étudiée. Il ressort que l'impact de la variance est plus fort dans les temps courts et s'atténue dans les temps longs. Ce comportement est dû au fait que plus le temps passe, plus la surface dominée par l'écoulement ou encore la surface de l'équipotentielle frontale s'agrandit et devient large devant les variations spatiales de la conductivité hydraulique. Autrement dit, le volume d'aquifère traversé par l'écoulement devient très grand devant le volume élémentaire représentatif (VER) et par conséquent, les écarts de valeurs de conductivité hydrauliques sont moyennés ou « dilués dans la masse », ce qui corrobore les résultats des travaux menés par Meier et al. (1998), Coptý and Findikakis (2003). Cela sous-entend que l'hétérogénéité diffuse de l'aquifère a plus d'influence dans le voisinage proche du puits de pompage, ce qui permet d'investiguer jusqu'à quelle distance autour du puits cette influence est importante. En effet, le temps noté  $t_e$  à partir duquel l'impact de l'hétérogénéité diffuse s'atténue dépend de la variance. Plus celle-ci est importante et plus le temps  $t_e$  est élevé. En d'autres termes, plus la variance est élevée, l'hétérogénéité diffuse de l'aquifère met plus de temps à brouiller le signal ou la réponse hydrodynamique de l'aquifère. Le temps  $t_e$  est ainsi converti en « *équivalent distance* » noté  $d_{ADDH}$  à partir de l'équation du rayon d'influence proposée dans cette thèse. Cette distance équivalente traduit l'étendue de la « *zone de perturbation de l'hétérogénéité diffuse* » délimitée de manière fictive autour du puits de pompage où l'influence de la variance se fait ressentir sur le signal hydraulique. L'étendue de cette zone est d'autant plus grande que le degré d'hétérogénéité (variance) est grand. Ceci a pour conséquence que la précision avec laquelle un objet hydraulique sera détecté dans un aquifère hétérogène (statistiquement homogène) dépend de la variance de l'hétérogénéité diffuse. Plus la variance est élevée, et plus les objets hydrauliques proches de la source auront du mal à être détectés avec précision. Cela signifie que la détection de tout objet hydraulique de taille relativement petite ou moyenne (en comparaison aux variations de  $K$ ) présent dans cette zone de perturbation où la surface de l'équipotentielle frontale n'est pas suffisamment grande, peut être brouillée par l'hétérogénéité diffuse. Ainsi, pour être détecté avec précision, tout objet hydraulique présent dans la zone de perturbation devra avoir nécessairement des dimensions plus grandes.

Cette thèse a certes permis d'investiguer la caractérisation de l'équation du rayon d'influence et son application dans la localisation d'objets hydrauliques discrets, cependant celle-ci présente des insuffisances qui seront énumérées en guise de perspectives de recherches futures.

D'abord, l'équation du rayon d'influence a été caractérisée analytiquement puis vérifiée numériquement dans le chapitre 3. Son applicabilité à la localisation d'objets hydrauliques discrets a été investiguée en simulations numériques dans le chapitre 5. Cependant, même si les résultats sont satisfaisants, ceux-ci restent théoriques et nécessiteront d'être vérifiés sur le terrain où la géologie est bien connue, où il existe des objets hydrauliques dont la nature et la distance par rapport à un puits de pompage sont bien documentées et où plusieurs piézomètres sont disponibles et disposées autour du puits de pompage.

Ensuite, l'équation du rayon d'influence est caractérisée pour des contextes d'écoulement de dimension entière uniquement ( $n = 1,2,3$ ). Cela limite la portée des résultats obtenus. Cependant, plusieurs études ont montré que les dimensions d'écoulement fractionnaires sont répandues dans la nature (Rafini et Larocque 2009, Ferroud et al. 2018a, 2018b, 2019). Cela ouvre la possibilité à de futures études sur l'équation du rayon d'influence dans divers contextes d'écoulement, y compris les régimes d'écoulement fractionnaires.

De plus, l'étude suppose une réponse hydraulique homogène du milieu investigué par l'essai de pompage, caractérisé par une dimension d'écoulement  $n$  avant que le front de pression n'atteigne des potentiels objets hydrauliques qui vont altérer la dimension d'écoulement. Ainsi, toute rupture de pente sur le signal de la dérivée logarithmique traduit l'influence d'un objet hydraulique. Par conséquent, nos résultats ne tiennent pas compte des contextes d'écoulement caractérisés par des séquences de différents régimes d'écoulement.

Dans de tels contextes (aquifères contigües :  $2 - (tr) - 2$ , chenal à grandes dimensions transversales :  $2 - 1$  etc.), comment le rayon d'influence pourrait-il être étudié ?

Aussi, les géométries des modèles conceptuels considérés favorisent des géométries de lignes d'écoulement plutôt régulières et simples. Nos résultats doivent être vérifiés dans des modèles conceptuels plus complexes, par exemple pour des puits qui pénètrent partiellement un aquifère et des aquifères dont le substratum est incliné ou dont l'épaisseur augmente avec la profondeur.

En plus, l'application de l'équation du rayon d'influence pour localiser un objet hydraulique nécessite l'interprétation des données des essais de pompage. Cependant, les données issues des essais de pompage réalisés dans les aquifères naturels sont assez bruitées du fait de l'hétérogénéité du milieu, des variations de la pression atmosphérique, des erreurs de mesure humaines et/ou instrumentales, des activités anthropiques environnant, des variations du débit de pompage dû aux irrégularités du fonctionnement de la pompe, de la sensibilité du signal de la dérivée-logarithmique etc. Ce bruitage peut affecter la qualité de l'interprétation des données de pompage et donc la localisation des objets hydrauliques. Par conséquent, les utilisateurs doivent préalablement réduire significativement ce bruit et améliorer le rapport signal/bruit de la série chronologique de la dérivée logarithmique du rabattement à l'aide des algorithmes de lissage existants ou en proposant d'autres algorithmes plus efficaces. Par ailleurs, étant donné que les chances pour que le débit de pompage reste constant durant toute la période de l'essai sont faibles, il serait possible d'envisager une mesure du débit réel à chaque instant  $t$ , et intégrer les variations pour corriger les valeurs des dérivées logarithmiques du rabattement et aussi les valeurs du coefficient  $\alpha$ .

Enfin, l'approche développée dans cette thèse permet de calculer une distance d'un objet hydraulique discret par rapport au puits de pompage. Cependant, la connaissance d'une distance de l'objet hydraulique par rapport au puits ne permet pas de localiser de manière

précise ce dernier dans l'espace. Cela requiert l'analyse des observations enregistrées à travers un réseau de piézomètres disposés autour du puits de pompage. La prise en compte de l'ensemble des piézomètres permet d'analyser l'homogénéité (ou l'hétérogénéité) spatiale de la dimension d'écoulement, d'analyser les temps de réaction des différents piézomètres et ainsi localiser les potentiels objets hydrauliques autour du puits de pompage.

## CONCLUSION

La caractérisation et la modélisation des aquifères sont indispensables à la bonne gestion de la ressource en eau souterraine. Cela implique la définition des modèles conceptuels des aquifères en appliquant le modèle GRF (Barker 1988) et en interprétant les séquences de dimensions d'écoulement (Ferroud et al. 2018c). Or définir les modèles conceptuels des aquifères hétérogènes caractérisés par la présence d'objets hydrauliques discrets (discontinuités de grandes tailles versus l'échelle d'observation, en nombre limité et capables de modifier significativement l'hydrodynamique des aquifères) nécessite de les localiser autour de la source afin de mieux représenter les écoulements et prédire l'hydrodynamique de ces aquifères hétérogènes. Pour cela, l'application de l'équation du rayon d'influence proposée dans cette thèse en fonction du régime d'écoulement ou de la dimension d'écoulement  $n$  constitue un moyen efficace pour déterminer la distance des objets hydrauliques. Les cas des dimensions d'écoulement entières impliquant un régime de propagation normal du front de pression ont été étudiés. Dans ces cas, il est supposé que la réponse hydraulique du milieu est homogène, caractérisée par une dimension d'écoulement  $n$  donnée et toute altération de la dimension d'écoulement est due à l'impact d'un objet hydraulique quelconque présent dans le rayon d'influence du puits de pompage. Les précisions d'estimation des distances sont satisfaisantes avec des erreurs de  $-2.05\%$  pour le régime d'écoulement linéaire ( $n = 1$ ),  $-3.84\%$  pour le régime d'écoulement radial ( $n = 2$ ) et  $2.89\%$  pour le régime d'écoulement sphérique ( $n = 3$ ). Pour avoir de telles précisions satisfaisantes, les différentes étapes du guide pratique proposé au chapitre 5 de la thèse devront être appliquées. Par ailleurs, l'impact de l'hétérogénéité diffuse sur la réponse hydraulique des aquifères devra être pris en compte. L'hétérogénéité des aquifères est qualifiée de diffuse lorsque la taille des variations des propriétés hydrauliques (en particulier la conductivité hydraulique  $K$ ) est faible devant l'échelle d'investigation. Dans ce cas, la variabilité spatiale de  $K$  est ramenée à une fonction de distribution statistique caractérisée par une moyenne  $\bar{X}$  et une variance  $\sigma^2$  :  $\ln K \sim N(\bar{X}, \sigma^2)$ . Il a été possible de montrer que l'hétérogénéité diffuse



influence la réponse hydraulique des aquifères dans les temps courts alors que dans les temps longs, l'influence s'atténue et les aquifères hétérogènes réagissent comme des milieux homogènes. Aussi, plus la variance est élevée, plus l'influence est importante, ce qui a permis de proposer un moyen de délimiter physiquement autour du puits de pompage l'étendue de la zone où l'influence de l'hétérogénéité diffuse se manifeste en fonction de la variance. Seulement le cas particulier du régime d'écoulement radial ( $n = 2$ ) a été investigué.

## LISTE DE RÉFÉRENCES

- Bourdarot, G. 1998. Well testing: Interpretation methods. Editions Technip Paris, France.
- Cooper, J.H.H., and Jacob, C.E. 1946. A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-field history. *Eos Transactions American Geophysical Union*, **27**: 526–534. doi:<https://doi.org/10.1029/TR027i004p00526>.
- Copt, N.K., and Findikakis, A.N. 2003. Statistical interpretation of transient radial flow in heterogeneous formations. *In* *Groundwater Quality Modeling and Management Under Uncertainty*. pp. 13–22.
- Ferroud, A., Rafini, S., and Chesnaux, R. 2018. Using flow dimension sequences to interpret non-uniform aquifers with constant-rate pumping-tests: a review. *Journal of Hydrology X*, **2**: 100003. doi:<https://doi.org/10.1016/j.hydroa.2018.100003>.
- Hossain, M.E., Tamim, M., and Rahman, N.M.A. 2007. Effects of criterion values on estimation of the radius of drainage and stabilization time. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, **46**: 24–30. doi:<https://doi.org/10.2118/07-03-01>.
- Hsieh, P.A. 1998. Scale effects in fluid flow through fractured geologic media.
- Jones, P. 1962. Reservoir limit test on gas wells. *Journal of Petroleum Technology*, **14**: 613–619. doi:<https://doi.org/10.2118/24-PA>.
- Lee, J. 1982. Well testing. Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas, Texas, 159 pp.
- Lemieux, J.-M., Therrien, R., and Kirkwood, D. 2005. Small scale study of groundwater flow in a fractured carbonate-rock aquifer at the St-Eustache quarry, Québec, Canada. *Hydrogeology Journal*, **14**: 603–612. Springer.
- Ludvigson, J.-E., Levén, J., and Jönsson, S. 2004. Forsmark Site Investigation: Single-hole Injection Tests in Borehole KFM01A. SKB.
- Meier, P.M., Carrera, J., and Sánchez-Vila, X. 1998. An evaluation of Jacob's method for the interpretation of pumping tests in heterogeneous formations. *Water Resources Research*, **34**: 1011–1025.
- Méité, D., Rafini, S., Chesnaux, R., and Ferroud, A. 2022. Review of Petroleum and Hydrogeology Equations for Characterizing the Pressure Front Diffusion during Pumping Tests. *Geosciences*, **12**. doi:10.3390/geosciences12050201.
- Rahman, N.M., Akresh, B., and Saud, A. 2013. Profiling Pressure-Derivative Values-A New, Innovative Way to Estimate the Radii of Investigation in Heterogeneous Reservoir Systems. Society of Petroleum Engineers. Paper No. SPE-164217-MS. doi:<https://doi.org/10.2118/164217-MS>, Manama, Bahrain.
- Robin, M.J.L., Gutjahr, A.L., Sudicky, E.A., and Wilson, J.L. 1993. Cross-correlated random field generation with the direct Fourier transform method. *Water Resources Research*, **29**: 2385–2397.
- Tek, M.R., Grove, M.L., and Poettmann, F.H. 1957. Method for Predicting the Back-Pressure Behavior of Low Permeability Natural Gas Wells. *Society of Petroleum Engineers Journal*, **210**: 302–309. doi:<https://doi.org/10.2118/770-G>.

Wattenbarger, R.A., El-Banbi, A.H., Villegas, M.E., and Maggard, J.B. 1998. Production analysis of linear flow into fractured tight gas wells. Society of Petroleum Engineers. Paper No. SPE-39931-MS. doi: <https://doi.org/10.2118/39931-MS>, Denver, Colorado. doi:<https://doi.org/10.2118/39931-MS>.