

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À CHICOUTIMI  
COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE

Par  
Samuel Gosselin-Brisson

Étude d'un système de contrôle pour suspension automobile

Avril 2006



## Mise en garde/Advice

Afin de rendre accessible au plus grand nombre le résultat des travaux de recherche menés par ses étudiants gradués et dans l'esprit des règles qui régissent le dépôt et la diffusion des mémoires et thèses produits dans cette Institution, **l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** est fière de rendre accessible une version complète et gratuite de cette œuvre.

Motivated by a desire to make the results of its graduate students' research accessible to all, and in accordance with the rules governing the acceptance and diffusion of dissertations and theses in this Institution, the **Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)** is proud to make a complete version of this work available at no cost to the reader.

L'auteur conserve néanmoins la propriété du droit d'auteur qui protège ce mémoire ou cette thèse. Ni le mémoire ou la thèse ni des extraits substantiels de ceux-ci ne peuvent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

The author retains ownership of the copyright of this dissertation or thesis. Neither the dissertation or thesis, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

## Résumé :

L'objectif des travaux réalisés est de développer des stratégies de contrôle pour une suspension active de véhicule automobile. Pour atteindre cet objectif, différents modèles analytiques ont été mis au point pour simuler la réponse de la suspension à différentes perturbations. Ces modèles comprennent les éléments passifs représentant le véhicule, les actionneurs et les différentes lois de contrôle étudiées.

Au cours des travaux, les principales stratégies utilisées dans la littérature ont été évaluées afin de cibler les avantages et les inconvénients leur étant reliés. Suite à ces résultats, un système actif incluant des capteurs de mouvement de suspension, des gains fixes et des filtres d'ordre limités a été développé en utilisant les algorithmes génétiques. Les résultats obtenus montrent une amélioration appréciable de la performance pour un modèle de véhicule à quatre degrés de liberté.

## Remerciements

Je tiens à remercier sincèrement mon directeur de maîtrise Mohamed Bouazara pour son support et sa flexibilité tout au long de ces deux dernières années. Je lui suis reconnaissant d'avoir cru en mon potentiel autant pour la réussite de la maîtrise que pour d'autres activités complémentaires, telle la Formule SAE. Ces sont ses explications, son soutien et sa compréhension qui m'ont permis de produire le travail qui suit. Ces remerciements s'appliquent également à mon co-directeur Marc J. Richard du département de génie mécanique de l'Université Laval. Sa présence, son soutien et ses conseils ont joué un rôle important dans mon cheminement.

Je souhaite remercier spécialement René Chouinard, Jean Perron et Mohand Ouhrouche de l'Université du Québec à Chicoutimi. Leur croyance en mes capacités et leurs connaissances théoriques m'ont apporté une motivation supplémentaire. L'appui de tous les membres du département d'ingénierie de l'Université du Québec à Chicoutimi, de la direction au personnel de soutien, a été grandement apprécié.

J'exprime ma reconnaissance à ma famille qui m'a soutenu inconditionnellement depuis le début de mes études et ce, sur tous les plans. J'adresse un merci spécial à mon père pour ses conseils et à ma mère pour son enthousiasme. Le support de ma copine Jeneviève a été déterminant pour traverser les hauts et les bas de ces deux années.

Je tiens également à remercier Marius Allaire et tous les employés de L'équipe Fabconcept qui m'ont donné la chance inestimable de travailler sur un projet de développement de grande envergure. Leur soutien financier ainsi que celui du CQRDA et du CRSNG ont été grandement appréciés.

## Table des matières

1	Introduction.....	1
1.1	Problématique .....	1
1.2	Objectifs et plan.....	1
1.3	Revue de la littérature .....	2
1.3.1	Imperfections de la route .....	2
1.3.2	Accélérations .....	3
1.3.3	Mesure de la performance.....	4
1.4	Utilisation de l'aluminium .....	7
1.5	Stratégies de contrôle.....	10
1.5.1	Skyhook damping .....	11
1.5.2	Equation de Riccati.....	12
1.5.3	Contrôle $H_\infty$ .....	13
1.5.4	Algorithmes génétiques .....	17
2	Modèles de véhicule .....	22
2.1	Modèle quart de véhicule passif .....	22
2.2	Modèle quart de véhicule actif.....	23
2.3	Modèle demi véhicule latéral.....	25
2.4	Modèle demi véhicule longitudinal .....	28
3	Développement du contrôleur pour le quart de véhicule .....	32
3.1	Introduction.....	32
3.2	Skyhook damping 2 DDL .....	34
3.3	Riccati 2 DDL.....	36
3.4	Contrôle $H_\infty$ 2 DDL.....	37
3.5	Résultats pour le contrôle actif du quart de véhicule à 2 DDL .....	43
4	Développement du contrôleur par pour le modèle de demi véhicule latéral .....	47
4.1	Introduction.....	47
4.2	Suspension passive sans contrôle du roulis .....	48
4.3	Suspension passive avec barre anti-roulis passive.....	48
4.4	Suspension passive avec barre anti-roulis active .....	52
4.5	Résultats obtenus .....	54
4.6	Simplification du contrôleur .....	59
5	Développement du contrôleur par algorithmes génétiques pour le modèle de demi véhicule longitudinal.....	64
5.1	Introduction.....	64
5.2	Préparation du modèle .....	65
5.3	Optimisation.....	68
5.4	Résultats du contrôleur .....	71
6	Utilisation de l'aluminium .....	74
6.1	Ajustement des modèles .....	74
6.2	Résultats obtenus .....	74

7 Conclusion .....	77
Recommandations.....	79
Références.....	80

## Liste des figures

<i>Figure 1 : Densité spectrale de différentes routes .....</i>	3
<i>Figure 2 : Norme ISO-2631 .....</i>	4
<i>Figure 3 : Réponse en fréquence du filtre HRF .....</i>	5
<i>Figure 4 : Quantité moyenne d'aluminium utilisée dans un véhicule .....</i>	8
<i>Figure 5 : Poids de différents véhicules faits d'acier et d'aluminium .....</i>	9
<i>Figure 6 : Concept du modèle quart de véhicule avec « skyhook damping » .....</i>	11
<i>Figure 7 : Contrôle linéaire total avec observateur optimal .....</i>	13
<i>Figure 8 : Problème <math>H_\infty</math> standard .....</i>	14
<i>Figure 9 : Architecture de l'algorithme génétique .....</i>	17
<i>Figure 10 : Processus de croisement .....</i>	20
<i>Figure 11 : Processus de mutation .....</i>	20
<i>Figure 12 : Modèle 2 DDL passif .....</i>	22
<i>Figure 13 : Modèle quart de véhicule à 2 DDL .....</i>	23
<i>Figure 14 : Système de suspension du modèle à 4 DDL .....</i>	25
<i>Figure 15 : Modèle demi véhicule longitudinal .....</i>	28
<i>Figure 16 : Modèle quart de véhicule actif .....</i>	32
<i>Figure 17 : Variation de l'index de performance pour une suspension active de type « skyhook » .....</i>	35
<i>Figure 18 : Schéma du problème incluant les filtres .....</i>	38
<i>Figure 19 : Force de l'actionneur avec contrôle <math>H_\infty</math> .....</i>	42
<i>Figure 20 a, b et c : Diagrammes pôles zéros du contrôleur .....</i>	43
<i>Figure 21 : Accélération verticale pour les différents contrôleurs du modèle à 2 DDL .....</i>	44
<i>Figure 22 : Déflexion de suspension pour les différents contrôleurs du modèle à 2 DDL .....</i>	44
<i>Figure 23 : Déflexion du pneu pour les différents contrôleurs du modèle à 2 DDL .....</i>	45
<i>Figure 24 : Modèle demi véhicule latéral à 4 DDL .....</i>	47
<i>Figure 25 : Performances de la barre anti-roulis passive pour une accélération latérale .....</i>	49
<i>Figure 26 : Performances de la barre anti-roulis passive pour une perturbation de la route .....</i>	50
<i>Figure 27 : Performances pour accélérations latérales .....</i>	51
<i>Figure 28 : Performances pour perturbations de la route .....</i>	52
<i>Figure 29 : Déflexion de suspension pour accélération latérale .....</i>	55
<i>Figure 30 : Angle de roulis pour accélération latérale .....</i>	55
<i>Figure 31 : Accélération angulaire pour accélération latérale .....</i>	56
<i>Figure 32 : Déflexion de suspension pour perturbation de la route .....</i>	57
<i>Figure 33 : Angle de roulis pour perturbation de la route .....</i>	57
<i>Figure 34 : Accélération angulaire pour perturbation de la route .....</i>	58
<i>Figure 35 : Déflexion de suspension pour accélération latérale .....</i>	60
<i>Figure 36 : Angle de roulis pour accélération latérale .....</i>	60
<i>Figure 37 : Accélération angulaire pour accélération latérale .....</i>	61
<i>Figure 38 : Déflexion de suspension pour perturbation de la route .....</i>	61
<i>Figure 39 : Angle de roulis pour perturbation de la route .....</i>	62
<i>Figure 40 : Accélération angulaire pour perturbation de la route .....</i>	62
<i>Figure 41 : Modèle à 4 DDL longitudinal .....</i>	64
<i>Figure 42 : Schéma du système utilisé pour l'optimisation .....</i>	65
<i>Figure 43 : Réponse en fréquence de l'actionneur .....</i>	66
<i>Figure 44 : Réponse en fréquence des filtres <math>W_K</math> des différents contrôleurs .....</i>	69
<i>Figure 45 : Réponse en fréquence du contrôleur à une perturbation de la route .....</i>	69
<i>Figure 46 : Réponse en fréquence du contrôleur à une accélération longitudinale .....</i>	70
<i>Figure 47 : Convergence de la solution .....</i>	71
<i>Figure 48 et Figure 49 : Accélération angulaire pour les deux entrées .....</i>	72
<i>Figure 50 et Figure 51 : Accélération verticale pour les deux entrées .....</i>	72
<i>Figure 52 et Figure 53 : Déflexion de suspension pour les deux entrées .....</i>	72

<i>Figure 54 et Figure 55 : Déflexion du pneu pour les deux entrées.....</i>	73
<i>Figure 56 et Figure 57 : Accélération angulaire pour les deux entrées .....</i>	75
<i>Figure 58 et Figure 59 : Angle de roulis pour les deux entrées .....</i>	75
<i>Figure 60 et Figure 61 : Force active pour les deux entrées.....</i>	75

## Liste des tableaux

<i>Tableau 1 : Répartition des pièces faites d'aluminium dans un véhicule moyen.....</i>	8
<i>Tableau 2 : Termes utilisés pour l'algorithme génétique.....</i>	18
<i>Tableau 3 : Valeurs des composantes du modèle quart de véhicule.....</i>	23
<i>Tableau 4 : Valeurs utilisées pour le modèle à 4 DDL.....</i>	26
<i>Tableau 5 : Valeur des paramètres du modèle demi véhicule longitudinal.....</i>	29
<i>Tableau 6 : Poids utilisés pour le quart de véhicule contrôlé par « skyhook damping » .....</i>	34
<i>Tableau 7 : Poids utilisés pour le quart de véhicule contrôlé par Riccati .....</i>	37
<i>Tableau 8 : Poids utilisés pour le quart de véhicule contrôlé par Riccati .....</i>	40
<i>Tableau 9 : Signification des indices des filtres.....</i>	40
<i>Tableau 10 : Performance des différents contrôleurs pour le modèle à 2 DDL.....</i>	45
<i>Tableau 11 : Poids utilisés pour le contrôleur du modèle demi véhicule latéral.....</i>	53
<i>Tableau 12 : Valeurs de la matrice de contrôle G.....</i>	59
<i>Tableau 13 : Valeurs utilisées pour le codage de la solution.....</i>	68
<i>Tableau 14 : Résultats de l'optimisation par algorithmes génétiques.....</i>	70
<i>Tableau 15 : Valeurs utilisées pour le modèle à 4 DDL standard et en aluminium.....</i>	74

À Jeneviève, mes parents et ma famille

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 *Problématique*

La plupart des machines mécaniques sont soumises à différents niveaux de vibrations provenant de sources variées. Les automobiles, comme toutes les machines mécaniques, n'échappent pas à ce phénomène et c'est pour cette raison que toutes les automobiles sont munies de suspensions. La suspension automobile a pour but de réduire et ultimement d'éliminer ces vibrations qui sont néfastes pour les passagers et pour le véhicule.

Les suspensions automobiles traditionnelles ont fait l'objet de nombreuses recherches pour optimiser leurs performances. Dans les dernières années, plusieurs travaux ont démontré que la façon la plus réaliste d'améliorer les performances des suspensions modernes est l'ajout de systèmes actifs [ 1, 2, 3, 4 ]. Le but de ce travail est de mieux comprendre ce type de suspension et plus précisément de développer des stratégies de contrôle efficaces en fonction des différentes contraintes relatives au domaine des véhicules automobiles.

### 1.2 *Objectifs et plan*

L'objet principal de ce travail est de développer un système de contrôle pour une suspension active d'automobile. Les objectifs suivants ont été déterminés afin d'atteindre le but fixé :

- Définir les critères de performance de la suspension ;
- Construire un modèle analytique d'une suspension traditionnelle (passive) ;
- Sélectionner des stratégies de contrôle applicables ;
- Construire un modèle analytique d'une suspension active pour chaque stratégie ;
- Déterminer des paramètres appropriés ou optimaux pour chaque stratégie retenue ;
- Analyser les résultats obtenus pour tous les types de suspension ;

- Analyser l'impact de l'utilisation de l'aluminium sur le comportement dynamique de la suspension ;
- Développer des outils pour faciliter la conception de systèmes de contrôle de suspensions actives.

Le premier chapitre présente la revue de littérature qui a été réalisée. Cette recherche a permis de préciser les entrées du système et les critères de performance. Les différentes stratégies de contrôle retenues sont également énumérées dans ce chapitre.

Le second chapitre est consacré aux modèles de véhicules utilisés. Le premier modèle représente un quart de véhicule. Des modèles demi véhicule sont ensuite détaillés. Ils permettent d'augmenter le réalisme du modèle en incluant le roulis et le tangage.

Le chapitre 3 présente une comparaison de la performance des différentes stratégies de contrôle retenues. Un contrôleur utilisant chaque stratégie est conçu pour un modèle quart de véhicule. Le processus de conception et la comparaison permettent de faire ressortir les particularités associées à chaque type de contrôle.

Le chapitre 4 détaille la conception d'une barre anti roulis passive et active pour un modèle demi véhicule. Le contrôleur de la barre anti roulis active est conçu en utilisant le contrôle par la méthode de Riccati. Les performances des systèmes passifs et actifs sont ensuite comparées et des hypothèses sont étudiées pour simplifier le contrôleur.

Les algorithmes génétiques sont utilisés au chapitre 5 pour concevoir un système actif en utilisant un modèle demi véhicule longitudinal. Des filtres sont ajoutés avant l'optimisation pour augmenter la représentativité des critères de performance. Les résultats démontrent l'efficacité d'un contrôleur combinant des gains de contrôle et des filtres d'un ordre réduit.

L'impact de l'aluminium est étudié au chapitre 6. Deux modèles, un représentant un véhicule fait d'acier et un autre fait d'aluminium, sont présentés. Une suspension active est conçue pour chaque véhicule et les résultats sont comparés.

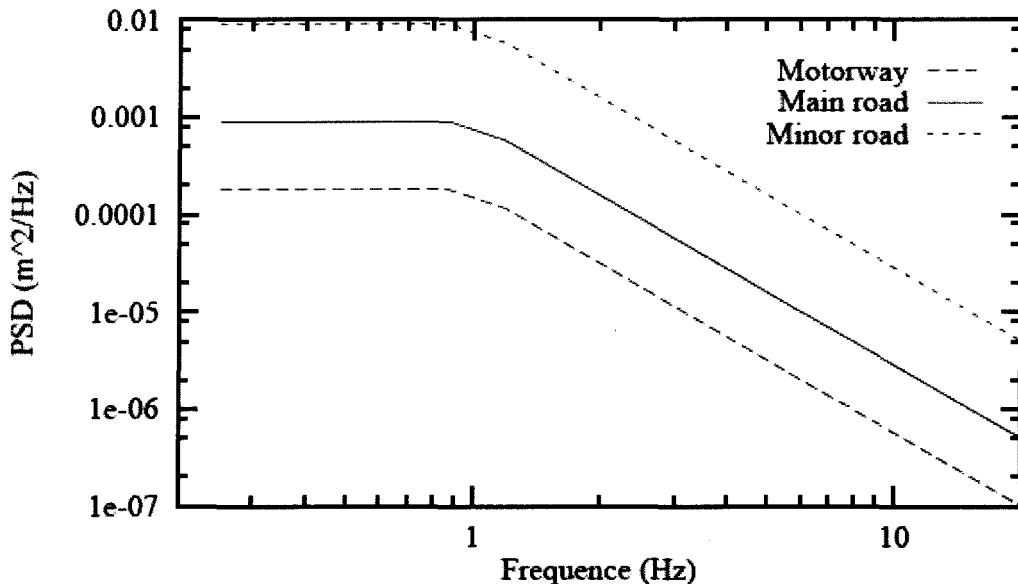
### **1.3 Revue de la littérature**

#### **1.3.1 Imperfections de la route**

Le but premier des suspensions automobiles est d'atténuer les perturbations causées par les imperfections de la route. Pour que la suspension soit efficace, il faut préciser la route sur laquelle le véhicule sera utilisé.

Plusieurs travaux utilisent la densité spectrale de puissance pour caractériser la route [ 5, 6, 7 ]. La figure 1 présente la densité spectrale de puissance pour une autoroute, une route principale et une route secondaire. L'amplitude varie selon le type de route, mais la densité spectrale de puissance présente toujours un plateau pour les basses fréquences (jusqu'à 1Hz) et diminue graduellement lorsque les fréquences augmentent.

Figure 1 : Densité spectrale de différentes routes



### 1.3.2 Accélérations

Lors d'un usage normal, un véhicule automobile subit des accélérations longitudinales et latérales. La suspension doit atténuer les mouvements de tangages et de roulis provoquées par ces accélérations. Pour concevoir un système efficace, il faut caractériser les accélérations auxquelles le véhicule sera sujet.

Les accélérations longitudinales sont provoquées par le conducteur lors de l'application des gaz pour accélérer et lors de l'application des freins pour ralentir et arrêter. La revue de littérature n'a pas permis de caractériser l'accélération longitudinale. Nous posons donc l'hypothèse qu'elles sont restreintes au domaine des basses fréquences puisqu'elles sont commandées par le conducteur.

Les accélérations latérales sont causées par les manœuvres de virages et de correction de trajectoire. Comme ces manœuvres sont provoquées par le conducteur, les fréquences

restent limitées et l'amplitude décroît avec l'augmentation de la fréquence. Cette hypothèse est confirmée par la mesure de l'angle du volant sur un véhicule de promenade et sur un véhicule de rallye [ 8 ].

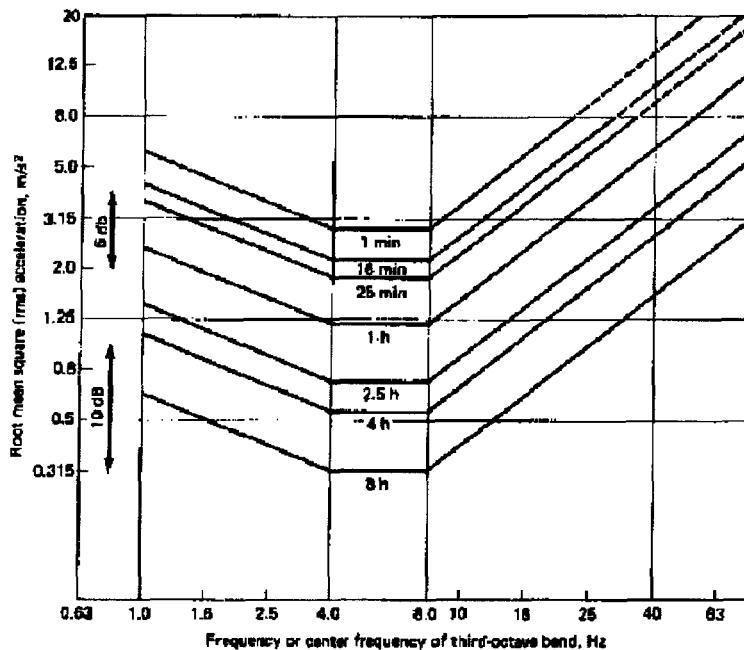
### 1.3.3 Mesure de la performance

Une suspension automobile permet d'améliorer le confort et la tenue de route du véhicule. Pour concevoir une suspension efficace, il est essentiel de quantifier ces variables de performance. D'autres variables doivent également être prises en compte pour s'assurer que la conception est réaliste et réalisable.

#### 1.3.3.1 Confort

Une des fonctions principales de la suspension est d'assurer le confort des passagers. La norme ISO-2631 précise le temps maximal d'exposition d'un travailleur aux vibrations en se basant sur l'amplitude et la fréquence de l'accélération verticale subie. La figure 2 est tirée de cette norme, nous y remarquons la grande sensibilité de l'homme dans la bande de fréquence allant de 4 à 8 Hz.

Figure 2 : Norme ISO-2631



Dans le cadre du programme TARDEC de l'armée américaine, un filtre nommé HRF (Human Response Filter) a été développé pour représenter la sensibilité de l'homme à

l'accélération verticale [9]. Ce filtre est une fonction de transfert entre l'accélération mesurée en entrée et celle pondérée selon la sensibilité humaine en sortie.

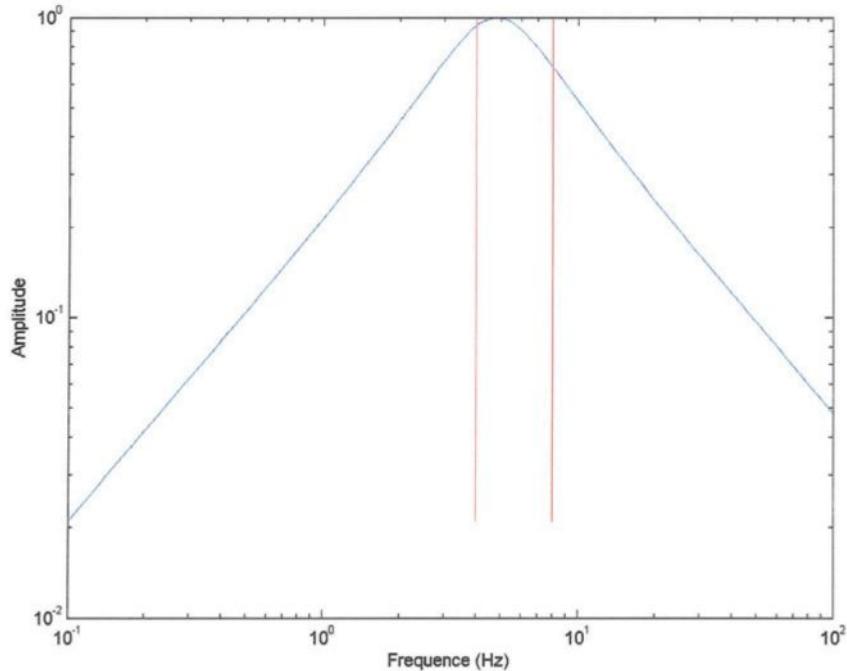
$$T(s)_{acc} = \frac{12}{s^2 + 30.02s + 901.3} \quad (1.1)$$

Il s'agit d'un filtre de deuxième ordre avec les particularités suivantes :

$$\begin{aligned} \omega_n &= 30.02 \text{ rad/s} \\ f_n &= 4.78 \text{ Hz} \\ \xi &= 0.5 \end{aligned} \quad (1.2)$$

La figure 3 illustre sa réponse en fréquence. Deux traits rouges permettent de visualiser la sensibilité du filtre dans la bande de 4 à 8 Hz. La sensibilité est accrue dans cette zone, d'une manière similaire à la norme ISO 2631.

Figure 3 : Réponse en fréquence du filtre HRF



La dérivée de l'accélération est aussi mentionnée dans d'autres travaux comme représentative du confort des passagers [10]. Contrairement à l'accélération, elle doit être calculée à posteriori en dérivant l'accélération mesurée. Pour améliorer le confort du véhicule, l'accélération subie par le passager devra être minimisée. Pour les modèles en

deux et trois dimensions, l'accélération angulaire (tangage et roulis) doit aussi être minimisée.

### **1.3.3.2 Tenue de route**

La tenue de route représente la stabilité d'un véhicule. C'est le pneu qui génère les forces longitudinales et latérales nécessaires aux changements et aux corrections de trajectoire. Cette force varie en fonction du glissement, de l'angle de dérive, de l'angle de carrossage et de la force normale [ 11, 12, 13, 14 ]. Le glissement et l'angle de dérive sont contrôlés par le conducteur afin de diriger le véhicule. L'angle de carrossage varie selon la géométrie de la suspension, mais la force générée par le pneu varie largement en fonction de la force normale. Pour assurer une force du pneu constante, la suspension doit réduire les variations de la force normale appliquée sur le pneu. Dans la majorité des travaux de recherches, le pneu est modélisé par un ressort linéaire et son amortissement est négligé [ 1, 2, 3, 4]. La déflexion du pneu est donc utilisée comme mesure représentative de la tenue de route du véhicule.

### **1.3.3.3 Autres critères**

Lors de la conception d'une suspension, le débattement maximal est limité par des butées. Afin de réduire la hauteur du centre de gravité et d'éviter l'impact sur ces butées, il est important de minimiser la déflexion de la suspension. La déflexion de la suspension doit être incluse dans une fonction à optimiser, puisque l'optimisation du confort sans contrainte pourrait amener des débattements de suspension impossibles à réaliser concrètement.

Dans le cas d'une suspension active, une force est appliquée sur les masses suspendues et non suspendues par un actionneur. La puissance requise pour générer cette force est limitée puisqu'elle provient généralement du moteur. La force requise par l'actionneur doit également être minimisée.

En résumé, dans le cas d'une suspension active, quatre critères de performances différents doivent être minimisés pour maximiser les performances :

- Accélération verticale subie par les passagers ;
- Déflexion du pneu ;
- Déflexion de la suspension ;
- Force appliquée par l'actuateur.

Dans le cas d'une suspension passive ou active, l'amplitude de la sortie  $s(t)$  à une excitation sinusoïdale est une fonction de l'amplitude de l'entrée  $e(t) = Ee^{j\omega t}$  et de la valeur de la fonction de transfert  $G(j\omega)$ .

$$s(t) = G(j\omega)Ee^{j\omega t} \quad (1.3)$$

Comme les entrées sont incontrôlables, la réponse est minimisée en réduisant la valeur de la fonction de transfert  $G(j\omega)$  à la fréquence donnée. Afin de minimiser la réponse sur une plage de fréquences désirées, la valeur de  $G(j\omega)$  doit être réduite pour toutes les fréquences concernées.

Pour représenter la fonction de transfert par une seule mesure, la valeur efficace (RMS) est utilisée [4]. Cette méthode facilite l'élaboration d'une seule fonction mathématique à optimiser. Si  $S_0$  représente la densité spectrale de l'entrée, la valeur moyenne au carré d'une fonction de transfert  $H_y(\omega)$  est donnée par :

$$E[y^2] = S_0 \int |H_y(\omega)|^2 d\omega \quad (1.4)$$

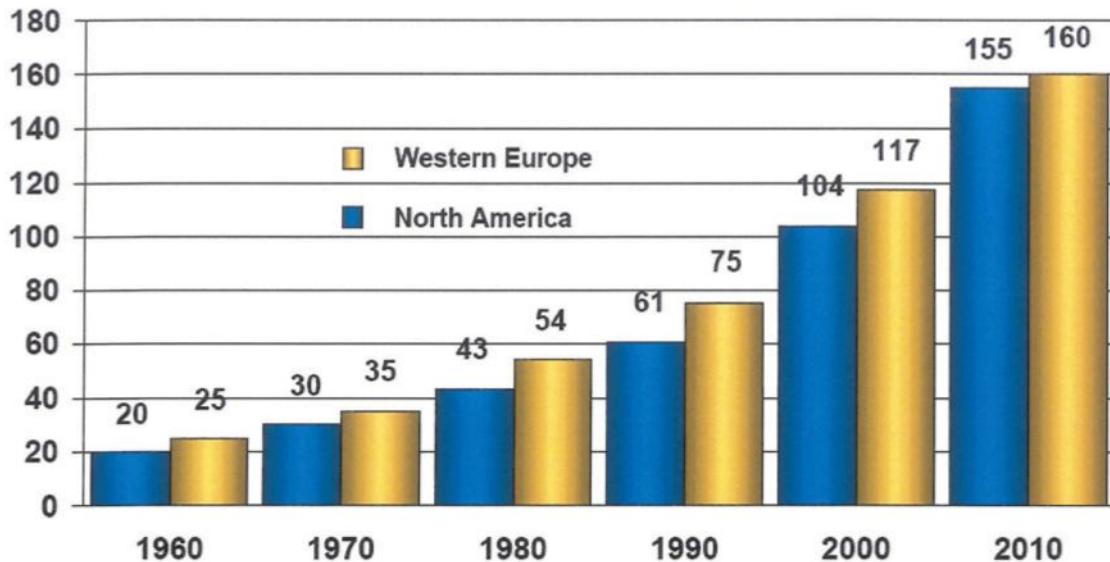
Puisqu'il y a plusieurs fonctions de transfert à minimiser, un compromis entre les différents critères de performance est nécessaire. Des poids sont utilisés pour représenter l'importance relative de chaque critère. Pour un nombre  $i$  de critère  $x$  à optimiser, nous définissons les poids  $\rho_i$  correspondants. La valeur de l'index de performance est donnée par l'équation (1.5) où  $J$  est une fonction quadratique multipliant le carré de chaque critère par un poids proportionnel à son importance:

$$J = \sum \rho_i x_i^2 \quad (1.5)$$

#### **1.4 Utilisation de l'aluminium**

Les prix élevés de l'essence et l'amélioration des performances dynamiques poussent les fabricants à réduire le poids de leurs véhicules [ 15, 16, 17, 18, 19 ]. Cette réalité explique l'utilisation croissante de l'aluminium dans l'industrie automobile, comme l'indique la figure 4 [20].

Figure 4 : Quantité moyenne d'aluminium utilisée dans un véhicule



Source: Various; Alcan estimates

Présentement, une automobile contient plusieurs pièces faites d'aluminium : le bloc moteur, les couverts de transmission, les étriers de freins et les roues en alliages en sont quelques exemples. Le tableau 1 illustre la répartition de tout l'aluminium utilisé dans l'industrie automobile selon un rapport de Dunker Research Co en 1999 [ 16 ].

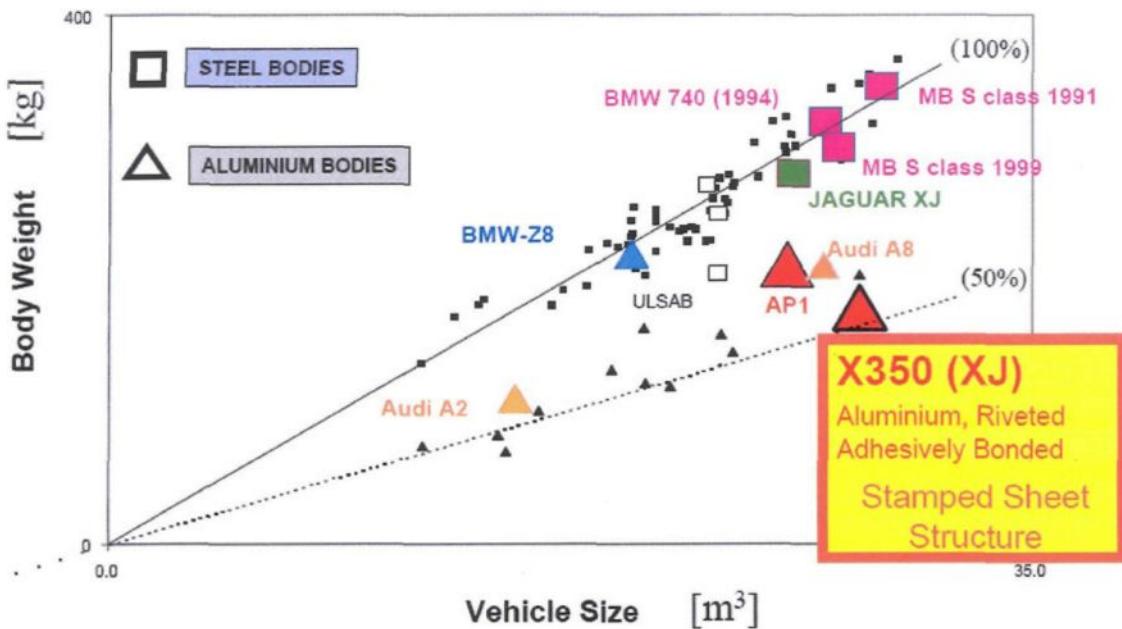
Tableau 1 : Répartition des pièces faites d'aluminium dans un véhicule moyen

Composantes	Pourcentage
Pièces coulées (moteur, tête, entrée d'air, transmission)	61.9 %
Feuilles (radiateur, autres échangeurs de chaleur)	12.9 %
Roues	15.7 %
Finition intérieure et extérieure	4.6 %
Châssis et suspension	2.6 %
Panneaux de carrosserie (capot)	1.2 %
Carrosserie	0.7 %
Pare choc	0.4 %

Les châssis et les carrosseries faites d'aluminium gagnent en popularité puisqu'ils permettent une diminution significative du poids (30 à 50%) comparativement à l'acier. Plusieurs grands constructeurs automobiles développent présentement des châssis faits

d'aluminium sur leurs modèles haut de gamme comme la Prowler de Chrysler, l'Esperante de Panoz, la NSX et l'Insight de Honda, la A8 et la A2 de Audi et plusieurs autres. Quelques uns de ces modèles sont utilisés à la figure 5 pour démontrer la légèreté des châssis faits d'aluminium en tenant compte des dimensions du véhicule [ 20 ].

Figure 5 : Poids de différents véhicules faits d'acier et d'aluminium



Contrairement aux pièces traditionnellement faites d'aluminium, la construction d'un châssis en aluminium nécessite le développement de nouveaux procédés. Diverses techniques ont été utilisées jusqu'à aujourd'hui : hydroformage, feuilles pliées, pièces coulées, rivets, colles époxy, soudure laser, etc. Chaque compagnie développe une façon différente d'utiliser ce matériel, mais la plupart s'entendent pour dire que l'aluminium sera de plus en plus utilisé dans le futur pour la construction des châssis automobiles. L'aluminium gagne également en popularité pour la fabrication de capots et de coffres de valises. Ces pièces doivent être levées à plusieurs reprises et une diminution du poids nécessite un effort beaucoup moins grand de la part de l'usager. De nouvelles techniques doivent être développées pour « mouler » les feuilles d'aluminium mais là encore, des progrès sont réalisés chaque année.

Certaines voitures sont maintenant composées d'un châssis et d'une carrosserie en aluminium. La nouvelle XJ de Jaguar possède un châssis et une carrosserie faits d'aluminium qui ont été développés en collaboration avec Alcan. L'utilisation de ce

matériau permet d'obtenir un poids de 220kg pour le châssis et la carrosserie, soit une diminution de 40% par rapport à un assemblage similaire en acier [ 19 ].

Les éléments de suspension, tout comme le châssis, sont fortement sollicités. Peu à peu, des progrès sont réalisés et permettent maintenant la production d'éléments de suspension faits d'aluminium, ce qui permet une diminution de poids notable. Par exemple, les ingénieurs de Lotus ont redessiné les éléments de suspension du modèle Elise en remplaçant l'acier par l'aluminium. Ils ont ainsi réduit la masse de ces éléments de 34% [ 15 ].

Évidemment, la masse d'un véhicule a une grande importance sur le comportement de la suspension de ce véhicule. Puisqu'il semble inévitable que la masse totale des véhicules diminue dans les années à venir grâce à l'utilisation de l'aluminium, il est important d'analyser les conséquences de ce phénomène sur la performance des suspensions automobile.

Pour étudier l'effet de la réduction de la masse, nous devons d'abord déterminer le poids de la masse non suspendue. L'hypothèse d'une diminution de 25% est conservatrice comparativement au 34% de réduction obtenue par les ingénieurs de Lotus.

Pour la réduction de la masse suspendue, il est plus difficile d'établir une valeur. Nous estimons qu'un châssis représente le quart du poids total du véhicule. En posant l'hypothèse d'une réduction du poids du châssis de 30%, ce qui reste conservateur, le poids de la masse suspendue est diminué de 7.5%.

## 1.5 Stratégies de contrôle

L'ajout d'éléments actifs contrôlés par des systèmes électroniques permet d'améliorer sensiblement les performances de la suspension [ 1, 2, 3, 4 ]. Bien que plus efficaces qu'une suspension passive, de tels systèmes sont plus complexes puisqu'un plus grand nombre de paramètres doivent être ajustés. La conception d'un tel système requiert le développement d'une stratégie de contrôle adaptée et efficace. Pour résoudre ce problème, différentes stratégies seront étudiées.

Les travaux réalisés sur les suspensions actives, comme la plupart des systèmes de contrôle, utilisent des équations linéaires et la formulation de variables d'état pour représenter la dynamique du système. Le vecteur d'état  $x$  est composé des variables du système. Pour une entrée de contrôle  $u$  et une perturbation  $z$ , les matrices  $A$ ,  $B$  et  $L$  représentent la dynamique du système.

$$[\dot{x}] = [A]x + [B]u + [L]z \quad (1.6)$$

Le vecteur  $y$  des sorties du système est calculé à l'aide des matrices  $C$ ,  $D$  et  $F$ .

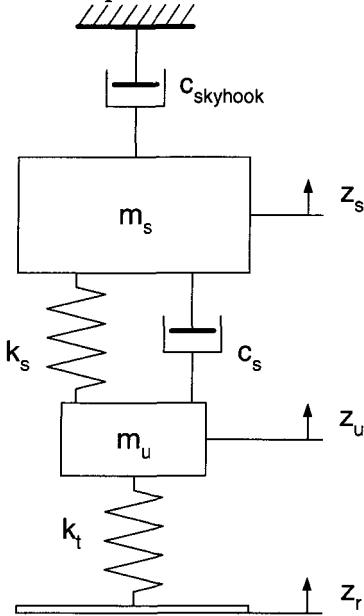
$$[y] = [C]x + [D]\mu + [F]z \quad (1.7)$$

Tous les modèles utilisés lors de travaux de recherche utilisent cette formulation. La section suivante présente différentes méthodes de contrôle utilisées pour la conception et l'optimisation du contrôleur.

### 1.5.1 Skyhook damping

Le « skyhook damping » est une stratégie de contrôle simple et efficace. Le concept est relativement simple : l'actionneur simule la présence d'un amortisseur entre la masse suspendue et le ciel. La présence de cet amortisseur réduit l'amplitude de la résonance de la masse suspendue, ce qui améliore les performances [21].

Figure 6 : Concept du modèle quart de véhicule avec « skyhook damping »



Comme l'actionneur simule l'amortisseur, la force appliquée est une fonction de la constante de l'amortisseur simulé et de la vitesse de la masse suspendue.

$$F_a = -c_{skyhook} \dot{z}_s \quad (1.8)$$

Comme la seule variable est la vitesse de la masse suspendue, un seul capteur est nécessaire. Malheureusement, il n'est pas facile de mesurer la vitesse absolue  $dz_s/dt$ . Cependant, pour résoudre ce problème, il est possible d'intégrer la réponse d'un capteur mesurant directement l'accélération.

### 1.5.2 Equation de Riccati

Cette méthode utilise l'équation de Riccati afin de calculer des gains de contrôle optimaux. Ces gains forment la matrice de contrôle  $G$  qui multiplie le vecteur d'état afin de calculer la valeur de l'entrée contrôlée  $u$ .

$$u = -Gx \quad (1.9)$$

L'optimalité de la solution est assurée par la minimisation du critère de performance  $J$  sur l'ensemble des fréquences en posant un bruit blanc comme entrée de perturbation. L'expression de  $J$  est une fonction des matrices  $N$ ,  $Q$  et  $R$ .

$$J = \frac{1}{T} E \left[ \int x^T Q x + x^T N^T u + u^T N x + u^T R u dt \right] \quad (1.10)$$

Pour un système utilisant la formulation variable d'état avec les matrices  $A$  et  $B$ , le contrôleur linéaire optimal minimisant le critère de performance  $J$  est obtenu en solutionnant l'équation de Riccati donné à l'équation (1.11) [22].

$$\begin{aligned} \dot{M} &= MA + A^T M - MBR^{-1}B^T M + Q \\ G &= R^{-1}B^T M \end{aligned} \quad (1.11)$$

Le toolbox « Control System » de Matlab contient la fonction *care* qui résout l'équation de Riccati et calcule le vecteur de contrôle  $G$ . Pour utiliser cette fonction, nous devons définir les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $N$ ,  $Q$  et  $R$ .

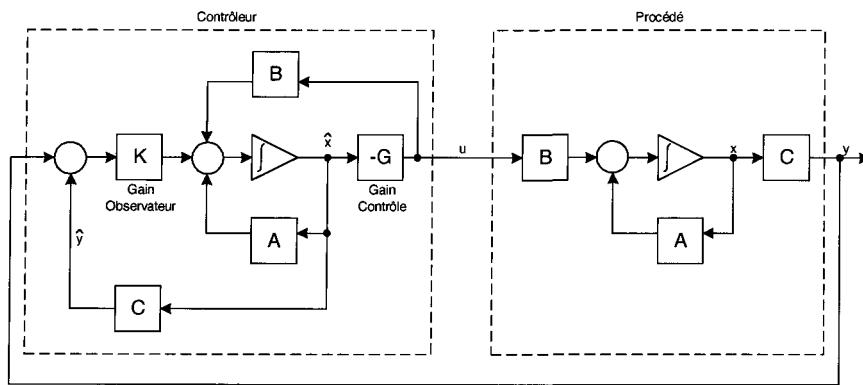
La matrice  $G$  contient les coefficients qui multiplient chaque variable d'état. Il est ensuite possible de formuler une nouvelle matrice  $A_c$  modélisant la dynamique du système en incluant la loi de contrôle et l'actionneur.

$$A_c = A - BG \quad (1.12)$$

Puisque  $G$  est une matrice qui multiplie toutes les variables d'état, il est nécessaire de mesurer toutes les variables d'état. Dans le cas d'une suspension active, certaines variables d'état sont difficilement mesurables. L'ajout d'un observateur optimal permet de

contourner le problème mais complexifie le système de contrôle. Le schéma complet d'un tel système est illustré à la figure 7 :

Figure 7 : Contrôle linéaire total avec observateur optimal



### 1.5.3 Contrôle $H_\infty$

Le contrôle  $H_\infty$  permet de concevoir un contrôleur optimal minimisant la valeur d'un critère de performance  $J$ . Contrairement au contrôle par Riccati, il est possible de pondérer en fréquence chaque critère de performance et de spécifier les mesures disponibles. La  $\mu$  analyse peut aussi être utilisée pour évaluer la robustesse du contrôleur à posteriori, mais elle ne sera pas détaillée dans ce travail.

Le contrôle  $H_\infty$  est basé sur la norme  $H_\infty$  [11, 23]. Pour un système ayant une entrée et une sortie avec une fonction de transfert  $G(s)$ , la sortie  $s(t)$  à une entrée  $e(t) = Ee^{j\omega t}$  est donné par :

$$s(t) = G(j\omega)Ee^{j\omega t} \quad (1.12)$$

Pour un système multi variable, une valeur singulière est utilisée, soit

$$\sigma_i(G(j\omega)) = \sqrt{\lambda_i((G(-j\omega)^T)G(j\omega))} \quad (1.13)$$

Pour un système à une seule variable il n'y a qu'une seule valeur singulière

$$\bar{\sigma}(G(j\omega)) = \underline{\sigma}(G(j\omega)) = |G(j\omega)| \quad (1.14)$$

Pour un système linéaire invariant utilisant la représentation variable d'état

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{1.15}$$

Il est possible de définir la norme  $H_\infty$  avec la matrice de transfert  $G(s)$

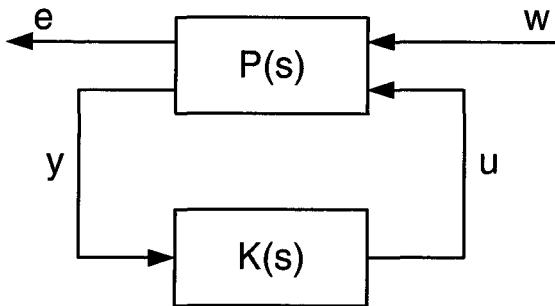
$$\|G(s)\|_\infty = \sup \bar{\sigma}(G(j\omega)) \Big|_{\omega \in R} \tag{1.16}$$

La norme  $G(s)$  est la valeur la plus élevée du gain du système sur toute la gamme des fréquences  $\omega$ . Pour un réel  $\gamma > \bar{\sigma}(D)$ ,  $\|G(s)\|_\infty < \gamma$  si la matrice suivante n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire.

$$\begin{aligned}H_\gamma &= \begin{bmatrix} A - BR^{-1}D^T C & -\gamma BR^{-1}B^T \\ \gamma C^T S^{-1}C & -A^T + C^T DR^{-1}B^T \end{bmatrix} \\ R &= D^T D - \gamma^2 I \\ S &= DD^T - \gamma^2 I\end{aligned}\tag{1.17}$$

Le problème standard  $H_\infty$  débute avec un système  $P(s)$  qui modélise les relations dynamiques entre les entrées extérieures  $w$  (commandes, perturbations, bruits),  $u$  (éléments actifs), les sorties  $e$  (variables d'observations) et les mesures  $y$  disponibles pour faire la commande. Le but de la synthèse est de concevoir un contrôleur, ou plus directement de trouver une fonction de transfert  $K(s)$  qui permet de contrôler efficacement le système.

Figure 8 : Problème  $H_\infty$  standard



Comme le système  $P(s)$  a deux entrées et deux sorties il peut être partitionné de la manière suivante:

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{ew}(s) & P_{eu}(s) \\ P_{yw}(s) & P_{yu}(s) \end{bmatrix} \tag{1.18}$$

Nous obtenons le système dynamique correspondant:

$$\begin{bmatrix} e(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{ew}(s) & P_{eu}(s) \\ P_{yw}(s) & P_{yu}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Nous pouvons trouver la fonction de transfert du système bouclé, c'est-à-dire du système, en incluant le contrôleur  $K(s)$  et le contrôle  $u$ . Cette fonction est la relation entre l'entrée  $w$  et la sortie  $e$ .

$$\begin{aligned} E(s) &= F_1(P(s), K(s))W(s) \\ F_1(P(s), K(s)) &= P_{ew}(s) + P_{eu}(s)K(s)(I - P_{yu}(s)K(s))^{-1}P_{yw}(s) \end{aligned} \quad (1.20)$$

Le problème est de déterminer  $K(s)$ , qui stabilise le système bouclé et assure  $\|F_1(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$ . Le contrôleur permettant d'atteindre la plus petite valeur de  $\gamma$  sera le contrôleur optimal. La méthode de résolution suivante, celle de Glover-Doyle, utilise les équations de Riccati pour résoudre le problème mais les LMI (Linear Matrix Inequalities) peuvent aussi être utilisées, comme le fait la fonction « hinfsyn » du « Robust Control Toolbox » de « Matlab ». Chaque méthode utilise la formulation suivante pour représenter le système.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_w & B_u \\ C_e & D_{ew} & D_{eu} \\ C_y & D_{yw} & D_{yu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

La matrice  $X$  correspond à l'équation de Riccati. Les matrices  $P$  et  $Q$  sont de même grandeur que  $A$ .

$$\begin{aligned} X &= Ric \begin{bmatrix} A & -P \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \\ XA + A^T X - X P X + Q &= 0 \end{aligned} \quad (1.22)$$

Les quatre hypothèses suivantes doivent être satisfaites :

H1)  $(A, B_u)$  est stabilisable et  $(C_y, A)$  est détectable

H2)  $\text{rang}(D_{eu}) = n_u$  et  $\text{rang}(D_{yw}) = n_y$

H3)  $\forall \omega \in R, \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega I_n & B_u \\ C_e & D_{eu} \end{bmatrix} = n + n_u$

$$\text{H4)} \forall \omega \in R, \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega I_n & B_w \\ C_y & D_{yw} \end{bmatrix} = n + n_y$$

- H1 est une condition normale pour être en mesure de contrôler le système ;  
 H2 est une condition pour s'assurer que le contrôleur K(s) soit propre ;  
 H3 assure que  $P_{eu}(s)$  n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire ;  
 H4 assure que  $P_{yw}(s)$  n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire.

Si les hypothèses précédentes sont vérifiées, le problème a une solution si les cinq conditions suivantes sont remplies :

- 1) La matrice  $H_\infty = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_w B_w^T - B_u B_u^T \\ -C_e^T C_e & -A^T \end{bmatrix}$  n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire ;
- 2) Il existe une matrice  $X_\infty = Ric(H_\infty) \geq 0$  ;
- 3) La matrice  $J_\infty = \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_e C_e^T - C_y^T C_y \\ -B_w B_w^T & -A \end{bmatrix}$  n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire ;
- 4) Il existe une matrice  $Y_\infty = Ric(J_\infty) \geq 0$  ;
- 5)  $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$  où  $\rho$  désigne le module de la plus grande valeur propre.

Comme le contrôleur optimal doit remplir ces cinq conditions, une recherche dichotomique est effectuée en vérifiant les conditions pour  $\gamma$  jusqu'à ce que la plus petite valeur soit trouvée. Cette recherche est couramment appelée «  $\gamma$ -itération ». Comme l'optimalité de la solution n'est pas toujours assurée, nous pouvons obtenir un contrôleur sub optimal.

Sous les conditions précédentes, le contrôleur K(s) stabilisant le système est décrit par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a(t) \\ u(t) \\ u_a(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_\infty & Z_\infty Y_\infty C_y^T & Z_\infty B_u \\ -B_u^T X_\infty & 0 & I_{nu} \\ -C_y & I_{ny} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a(t) \\ y(t) \\ y_a(t) \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_\infty = A + \gamma^2 B_w B_w^T X_\infty - B_u B_u^T X_\infty - Z_\infty Y_\infty C_y^T C \quad (1.23)$$

$$Z_\infty = (I_n - \gamma^2 Y_\infty X_\infty)^{-1}$$

La représentation suivante peut aussi être utilisée :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_{\infty} & Z_{\infty} Y_{\infty} C_y^T \\ -B_u^T X_{\infty} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

La fonction de transfert K(s) du contrôleur entre les entrées de mesure y et le contrôle u est donnée par ces équations.

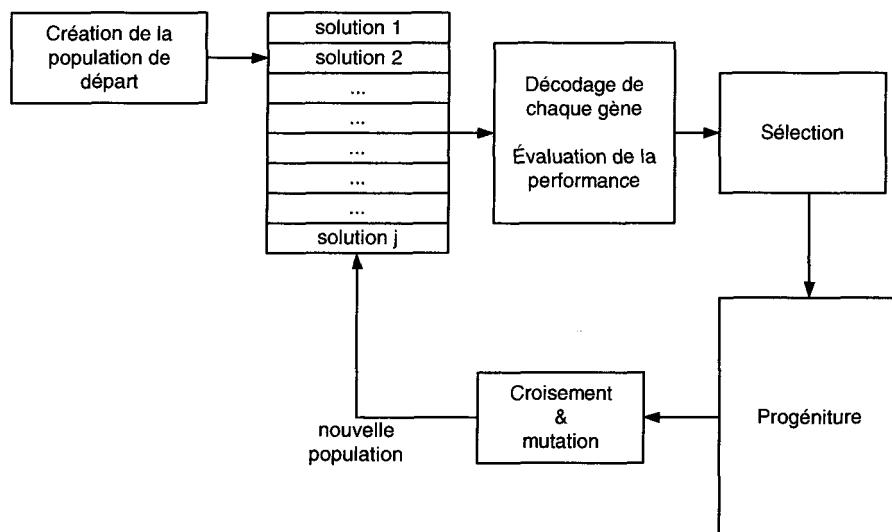
Le toolbox « Robust Optimal Control » de Matlab contient la fonction « hinfsyn » qui effectue la recherche dichotomique pour trouver la valeur optimale de  $\gamma$ , synthétise le contrôleur et le système bouclé. Pour utiliser cette fonction, nous devons formuler le problème sous la forme d'un système de matrices A, B, C et D.

#### 1.5.4 Algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques s'inspirent de l'évolution des gènes. Selon la théorie de l'évolution, chaque être vivant possède des gènes qui déterminent ses particularités. Les êtres les plus performants ont de plus grandes chances de survie, donc plus de chances de transférer leurs gènes à la génération suivante.

Ce raisonnement est utilisé dans les algorithmes génétiques. Contrairement aux algorithmes traditionnels, la recherche débute avec une population de points de départ et non un seul. Différents mécanismes permettent d'explorer l'espace des solutions et de trouver l'optimum. Tout comme les algorithmes traditionnels, il n'y a pas de certitude sur l'optimalité de la solution, mais l'espace exploré est beaucoup plus vaste [24].

Figure 9 : Architecture de l'algorithme génétique



La figure 9 présente le fonctionnement de l'algorithme génétique. Le processus est constitué de 4 étapes :

1. Création d'une population de départ ;
2. Décodage des gênes et évaluation de la performance ;
3. Création de la progéniture ;
4. Croisement et mutation des gènes.

#### Étape 1 : Création de la population

La population de départ est créée de manière aléatoire. Le plus grand défi de cette étape est le codage de la solution en un gène. Le tableau suivant fait le lien entre les termes génétiques et la solution mathématique.

Tableau 2 : Termes utilisés pour l'algorithme génétique

Algorithme génétique	Explication
Chromosome (individu)	Solution complète
Gène	Partie de la solution

Un chromosome représente la solution complète au problème à optimiser. Chaque composante de la solution est un gène.

Si les variables à optimiser sont des nombres réels, il est possible de les représenter par une série de nombres binaires appelés bits. La quantité de bits limite le nombre de possibilités, il est donc recommandé d'utiliser un nombre de possibilités acceptable et un facteur pour atteindre l'ordre de grandeur désiré. Le codage permet de définir les bornes pour chaque variable à optimiser.

Une fois que le chromosome représentant une solution est bien défini, une population est créée de manière aléatoire. Cette population sera composée de  $k$  individus où chaque individu est représenté par la variable  $v_k$ .

#### Étape 2 : Décodage et évaluation de la performance

La règle de décodage est l'inverse de la règle de codage utilisée. Lorsque le chromosome est décodé, la performance de la solution correspondante est évaluée. La procédure d'évaluation correspond à n'importe quel type de fonction (linéaire, non-linéaire, valeur RMS, multi variable, etc.) retournant une valeur représentative de la performance. Dans le domaine des algorithmes génétiques, la performance est appelée forme physique (« fitness »). La forme physique  $f$  d'un individu correspond à l'équation 1.26 où la fonction  $\text{eval}(v_k)$  est la fonction qui calcule la forme physique de l'individu  $k$ . Il est important d'ajuster la fonction « eval » pour qu'elle accorde une plus grande forme physique aux meilleurs individus.

$$f_k = eval(v_k) \quad (1.25)$$

### Étape 3 : Sélection et création d'une progéniture

Lorsque la forme physique de tous les individus est connue, la forme physique totale  $F$  de la population est calculée.

$$F = \sum_{k=1}^{nbind} eval(v_k) \quad (1.26)$$

La probabilité de survie  $p_k$  de chaque individu peut alors être calculée.

$$p_k = \frac{eval(v_k)}{F} \quad (1.27)$$

La probabilité cumulative de survie  $q_k$  de chaque individu est :

$$q_k = \sum_{j=1}^k p_j \quad (1.28)$$

Une valeur  $q_k$  est obtenue pour chaque individu. Ces valeurs sont croissantes avec l'index  $k$  de chaque individu jusqu'à 1 pour le dernier individu. Pour effectuer la reproduction, un nombre aléatoire entre 0 et 1 est généré pour chaque individu de la population de départ. À chaque nombre aléatoire  $n_i$  est associe l'individu  $k$ , qui satisfait la relation suivante.

$$q_{k-1} < n_i < q_k \quad (1.29)$$

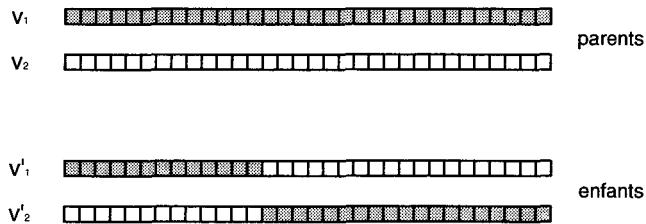
### Étape 4 : Croisement et mutation

Pour explorer de nouvelles possibilités dans l'espace des solutions, il est essentiel de créer de nouveaux individus. Les processus sont basés sur ceux de la nature : le croisement et la mutation des gènes.

Le croisement est fait de manière semblable à celle des êtres vivants. Un taux de croisement  $p_c$  est utilisé pour déterminer les individus qui seront croisés. Lorsque deux parents sont sélectionnés, les chromosomes de chaque parent sont séparés en deux à un emplacement aléatoire et chaque partie est ajoutée à celle de l'autre parent pour former deux enfants [25]. Le nombre total d'individus dans la population demeure constant mais

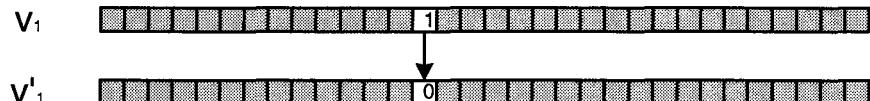
de nouveaux individus sont ainsi créés. La figure 10 illustre le processus. Un masque ayant des valeurs aléatoires peut aussi être utilisé [26,27] pour effectuer le croisement.

Figure 10 : Processus de croisement



Le processus de mutation est lui aussi basé sur la génomique. Lors de la mutation, la valeur d'un bit est inversée. Tout comme la reproduction, la mutation a une probabilité  $p_m$  de se produire pour chaque bit.

Figure 11 : Processus de mutation



Lorsque la solution doit respecter des contraintes, il faut prévoir un mécanisme de vérification pour chaque nouvel individu obtenu par croisement ou par mutation. Ce mécanisme devra permettre la conversion d'une solution inacceptable en solution qui respecte les contraintes.

Une fois toutes ces étapes complétées, une nouvelle génération a été créée. L'évolution se poursuit pour un nombre donné d'itérations. Comme dans les réseaux de neurones et d'autres algorithmes qui doivent converger, il est possible de mesurer l'évolution de la solution avec un graphique qui donne la performance du meilleur individu pour chaque génération. Si l'algorithme converge, la performance du meilleur individu cessera de s'améliorer pour les dernières générations, ce qui signifie que la solution optimale est atteinte.

Évidemment, il s'agit d'une méthode itérative où les individus de la première génération sont créés de manière aléatoire, où les processus de reproduction, de croisement et de mutation sont également aléatoires. Il est donc normal qu'un même problème solutionné à l'aide du même programme donne des réponses différentes. Pour s'assurer

d'une réponse réaliste, il est possible de comparer plusieurs réponses ayant convergé pour évaluer la tendance sur plusieurs évolutions complètes.

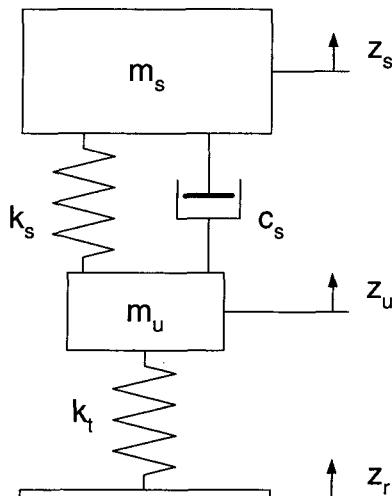
## Chapitre 2

### Modèles de véhicule

#### 2.1 Modèle quart de véhicule passif

La majorité des articles traitant des suspensions actives utilisent un modèle de quart de véhicule avec deux degrés de liberté (DDL) [ 1, 4, 7, 28, 29, 30 ] comme illustré à la figure 12. Dans ce cas nous posons l'hypothèse d'un mouvement vertical du véhicule. La simplicité de ce modèle en facilite l'optimisation et l'analyse.

Figure 12 : Modèle 2 DDL passif



L'entrée du système est le mouvement vertical de la route sous le pneu  $z_r$ . Le modèle est composé de deux masses distinctes. La masse non-suspendue  $m_u$  représente la masse du pneu, de la jante, du porte-moyeu et la moitié des bras de suspension. La masse suspendue  $m_s$  représente la masse du châssis supportée par la roue en question. Le pneu est modélisé par un ressort linéaire de constante  $k_t$  situé entre la masse non-suspendue et la route. L'amortissement du pneu est considéré comme négligeable. La suspension proprement dite est composée d'un ressort en parallèle avec un amortisseur linéaire de constante  $k_s$  et  $c_s$ .

situés entre la masse suspendue et non-suspendue. La littérature contient plusieurs exemples de valeurs pour les composantes du modèle, dont celles inscrites au tableau 3 [28].

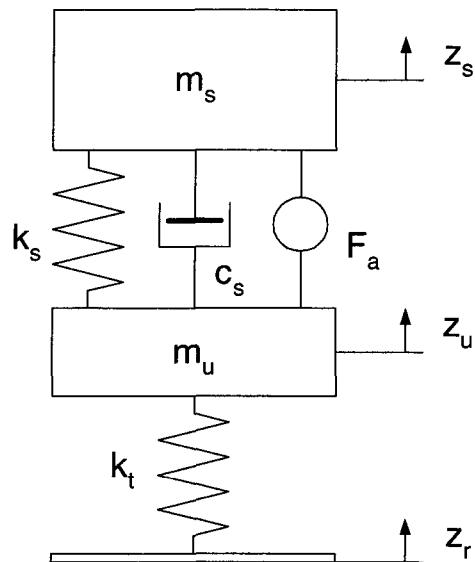
Tableau 3 : Valeurs des composantes du modèle quart de véhicule

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Masse suspendue	$m_s$	250	kg
Masse non-suspendue	$m_{ns}$	30	kg
Ressort de la suspension	$k_s$	20 000	N / m
Ressort du pneu	$k_p$	200 000	N / m
Amortisseur suspension	$b_s$	1 000	N s/m

## 2.2 Modèle quart de véhicule actif

Ce modèle est semblable au modèle passif mais inclut un actionneur tel qu'illustré à la figure 13.

Figure 13 : Modèle quart de véhicule à 2 DDL



L'actionneur applique une force  $F_a$  entre les masses suspendues et non suspendues. Pour formuler la dynamique du système en fonction de variable d'état, nous débutons par définir le vecteur  $x$ .

$$\begin{aligned}
x_1 &= z_s - z_u \\
x_2 &= \frac{d(z_s)}{dt} \\
x_3 &= z_u - z_r \\
x_4 &= \frac{d(z_u)}{dt}
\end{aligned} \tag{2. 1}$$

Les forces des ressorts et de l'amortisseur sont données par :

$$\begin{aligned}
F_{ks} &= -k_s x_1 \\
F_{cs} &= -c_s(x_2 - x_4) \\
F_{kt} &= -k_t x_3
\end{aligned} \tag{2. 2}$$

Les équations sont obtenues en additionnant les forces appliquées sur les masses suspendues et non suspendues.

$$\begin{aligned}
\sum F_{ms} &= F_{ks} + F_{cs} + F_a = m_s \frac{d^2(z_s)}{dt^2} \\
\sum F_{us} &= F_{kt} - F_{ks} - F_{cs} - F_a = m_u \frac{d^2(z_u)}{dt^2}
\end{aligned} \tag{2. 3}$$

Par la suite, les équations sont décomposées en fonction du vecteur d'état  $x$ , de l'entrée contrôlée  $F_a$  et de l'entrée non contrôlée  $z_r$ . Le résultat est un système de 4 équations de la forme :

$$[\dot{x}] = [A][x] + [B][F_a] + [L][z_R] \tag{2. 4}$$

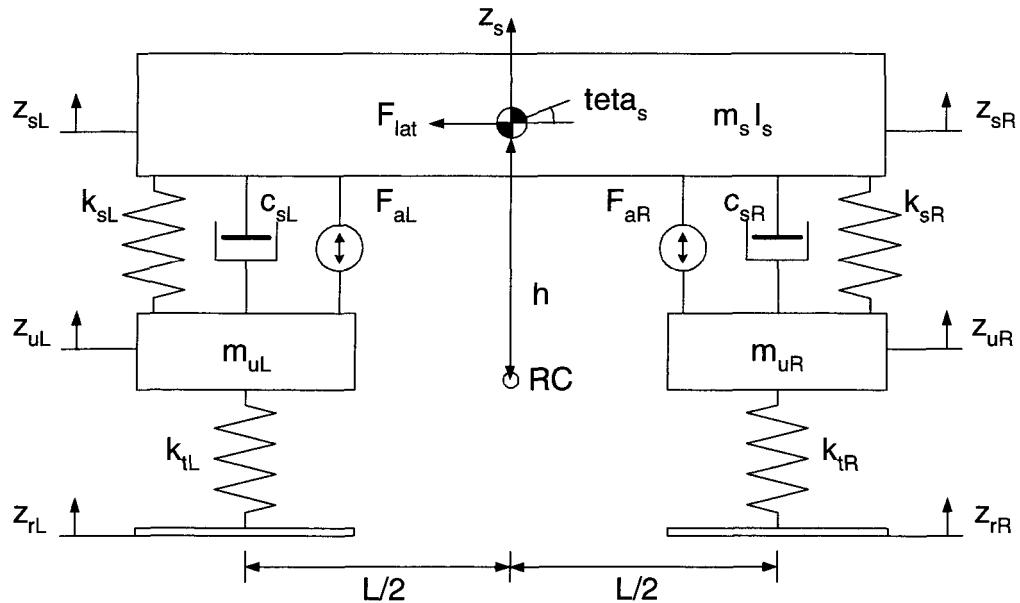
Avec les matrices suivantes:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{c_s}{m_s} & 0 & \frac{c_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{c_s}{m_u} & -\frac{k_t}{m_u} & -\frac{c_s}{m_u} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ m_s \\ 0 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2. 5}$$

### 2.3 Modèle demi véhicule latéral

Ce modèle représente une vue de coupe de la suspension avant ou arrière. Il s'agit d'un modèle à 4 degrés de liberté qui modélise une suspension indépendante contrairement à d'autres articles [ 31, 32, 33 ] qui utilisent un modèle à 3 DDL où la masse non-suspendue de gauche et de droite est représentée par un seul essieu. Le modèle utilisé est illustré à la figure suivante :

Figure 14 : Système de suspension du modèle à 4 DDL



Un véhicule normal subit des perturbations semblables du côté gauche et du côté droit. Par conséquent, les valeurs suivantes sont posées comme paramètres du modèle pour représenter un véhicule symétrique.

Tableau 4 : Valeurs utilisées pour le modèle à 4 DDL

Symbole	Paramètre	Valeur	Unité
$m_s$	Masse suspendue	600	kg
$I_s$	Inertie de la masse suspendue	1000	$\text{kg m}^2$
$m_{uR}, m_{uL}$	Masse non suspendue	50	kg
$k_{sR}, k_{sL}$	Rigidité de la suspension	30 000	N/m
$c_{sR}, c_{sL}$	Amortissement de la suspension	2 000	Ns/m
$k_{tR}, k_{tL}$	Rigidité du pneu	300 000	N/m
L	Largeur du véhicule	2	m
h	Distance entre CG et CR	1	m

La largeur L correspond à la distance séparant les roues de droite et de gauche. La valeur de h correspond au bras de levier entre le centre de masse de la masse suspendue et son centre de rotation. Ce point est appelé centre de roulis (CR) et dépend de la géométrie de la suspension dans le cas d'une suspension indépendante [ 14 ]. Pour ce modèle, nous posons l'hypothèse d'un centre de roulis fixe puisque la géométrie de suspension limite généralement les mouvements de ce point.

Le modèle a deux entrées non contrôlées : les perturbations de la route et les accélérations latérales provoquées par les virages. L'accélération engendre l'application d'une force au centre de masse et finalement la création d'un moment  $M_s$  appliqué sur la masse suspendue. La valeur du moment est donnée par :

$$M_s = a_{lat} m_s h \quad (2.6)$$

Ce modèle est utilisé pour étudier les performances de barres anti-roulis passives et actives. Il faut noter qu'une barre anti-roulis applique une force égale mais de directions opposées sur chaque côtés du véhicule. Pour une barre appliquant une force  $F_{bar}$ , les forces  $F_{aR}$  et  $F_{aL}$  sont données par :

$$\begin{aligned} F_{aR} &= F_{bar} \\ F_{aL} &= -F_{bar} \end{aligned} \quad (2.7)$$

La formulation variable d'état est utilisée pour représenter la dynamique du système. Les variables d'état sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
x_1 &= z_{sR} - z_{uR} \\
x_2 &= z_{uR} - z_{rR} \\
x_3 &= \dot{z}_{uR} \\
x_4 &= z_{sL} - z_{uL} \\
x_5 &= z_{uL} - z_{rL} \\
x_6 &= \dot{z}_{uL} \\
x_7 &= \dot{z}_s \\
x_8 &= \dot{\theta}_s \\
x_9 &= \theta_s
\end{aligned} \tag{2. 8}$$

La variable 9 est ajoutée pour faciliter le développement d'une loi de contrôle. Les équations sont obtenues en effectuant la somme des forces et des moments appliqués sur les masses suspendues et non suspendues. Le résultat est un système de 9 équations de la forme :

$$\dot{x} = Ax + Bu + L_{rR} z_{rR} + L_a a_{lat} \tag{2. 9}$$

$$A = \left[ \begin{array}{ccccccccc}
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{L}{2} & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{k_s}{m_u} & \frac{-k_t}{m_u} & \frac{-c_s}{m_u} & 0 & 0 & 0 & \frac{c_s}{m_u} & \frac{Lc_s}{2m_u} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & \frac{-L}{2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_u} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{k_s}{m_u} & \frac{-k_t}{m_u} & \frac{-c_s}{m_u} & \frac{c_s}{m_u} & \frac{-Lc_s}{2m_u} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{c_s}{m_s} & \frac{-k_s}{m_s} & 0 & \frac{c_s}{m_s} & \frac{-2c_s}{m_s} & 0 \\
\frac{-Lk_s}{2I_s} & 0 & \frac{Lc_s}{2I_s} & \frac{Lk_s}{2I_s} & 0 & \frac{-Lc_s}{2I_s} & 0 & \frac{-L^2c_s}{2I_s} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array} \right] \tag{2. 10}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \hline m_u \\ 0 \\ \hline 0 \\ 1 \\ \hline m_u \\ 0 \\ L \\ \hline I_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

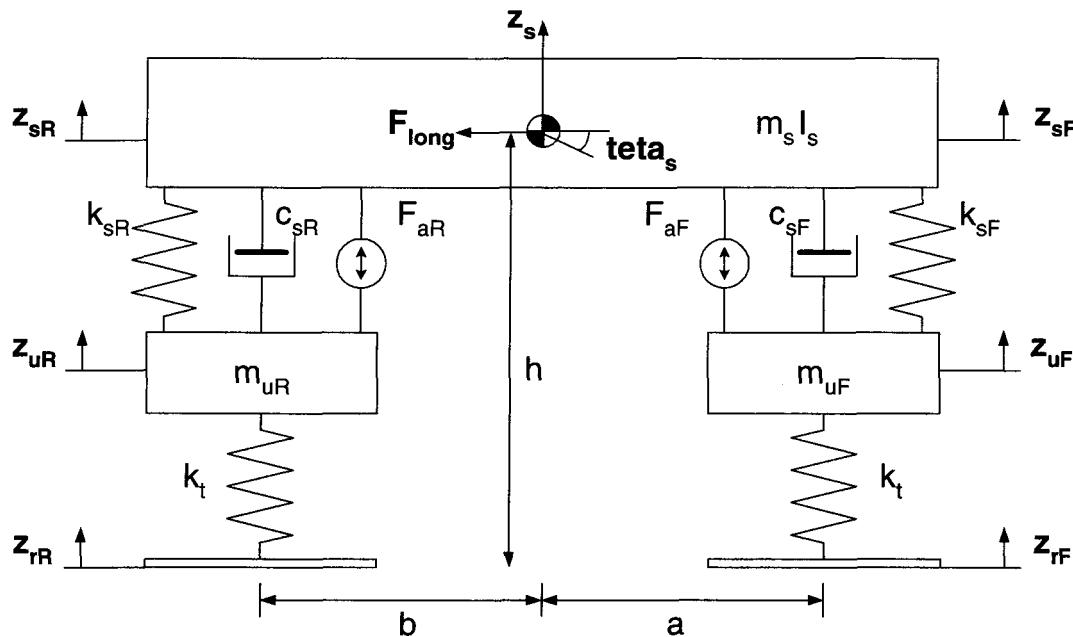
$$L_{rR} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$L_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{m_s h}{I_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

## 2.4 Modèle demi véhicule longitudinal

Ce modèle représente une vue de côté d'un véhicule. Contrairement au modèle latéral, le véhicule n'est pas symétrique et les actionneurs à l'avant et à l'arrière sont indépendants. Le modèle est illustré à la figure 15.

Figure 15 : Modèle demi véhicule longitudinal



La valeur de chaque paramètre est donnée dans le tableau 5 [25].

Tableau 5 : Valeur des paramètres du modèle demi véhicule longitudinal

Symbole	Paramètre	Valeur	Unité
$m_s$	Masse suspendue	2 040	kg
$I_s$	Inertie de la masse suspendue	4 630	$\text{kg m}^2$
$m_{uF}, m_{uR}$	Masse non suspendue	44	kg
$k_{sF}$	Rigidité de la suspension avant	13 000	N/m
$k_{sR}$	Rigidité de la suspension arrière	25 000	N/m
$c_{sF}$	Amortissement de la suspension avant	2 100	Ns/m
$c_{sR}$	Amortissement de la suspension arrière	4 400	Ns/m
$k_{tL}, k_{tR}$	Rigidité du pneu	262 700	N/m
$a$	Distance entre l'avant et le CG	2.03	m
$b$	Distance entre l'arrière et le CG	1	m
$h$	Distance entre CG et CR	0.75	m

Tout comme pour les modèles précédents, la formulation variable d'état a été utilisée. Le vecteur d'état contient 10 variables car la position et l'angle de la masse suspendue ont été ajoutés afin de faciliter le développement de la stratégie de contrôle.

$$x = \begin{bmatrix} z_{sR} - z_{uR} \\ z_{uR} - z_{rR} \\ \dot{z}_{uR} \\ z_{sF} - z_{uF} \\ z_{uF} - z_{rF} \\ \dot{z}_{uF} \\ \dot{z}_s \\ z_s \\ \dot{\theta}_s \\ \theta_s \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Les équations sont obtenues en effectuant la somme des forces et des moments sur la masse suspendue et non suspendue. Le résultat est un système de 10 équations de la forme

$$\dot{x} = Ax + B_{aF}u_{aF} + B_{aR}u_{aR} + L_{rF}z_{rF} + L_{rR}z_{rR} + L_a a_{long} \quad (2.15)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{sR}}{m_{uR}} & \frac{-k_t}{m_{uR}} & \frac{-c_{sR}}{m_{uR}} & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{sR}}{m_{uR}} & 0 & \frac{bc_{sR}}{m_{uR}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_{sF}}{m_{uF}} & \frac{-k_t}{m_{uF}} & \frac{-c_{sF}}{m_{uF}} & \frac{c_{sF}}{m_{uF}} & 0 & \frac{-ac_{sF}}{m_{uF}} & 0 \\ \frac{-k_{sR}}{m_s} & 0 & \frac{c_{sR}}{m_s} & \frac{-k_{sF}}{m_s} & 0 & \frac{c_{sF}}{m_s} & \frac{-c_{sF} - c_{sR}}{m_s} & 0 & \frac{ac_{sF} - bc_{sR}}{m_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -bk_{sR} & 0 & \frac{bc_{sR}}{I_s} & \frac{ak_{sF}}{I_s} & 0 & \frac{-ac_{sF}}{I_s} & \frac{ac_{sF} - bc_{sR}}{I_s} & 0 & \frac{-a^2 c_{sF} - b^2 c_{sR}}{I_s} & 0 \\ I_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$B_{aF} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{m_{uF}} \\ \frac{1}{m_s} \\ 0 \\ -a \\ \frac{I_s}{I_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$B_{aR} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{-1}{m_{uR}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_s} \\ 0 \\ b \\ \frac{I_s}{I_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$L_{zF} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$L_{zR} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$L_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{m_s h}{I_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

## Chapitre 3

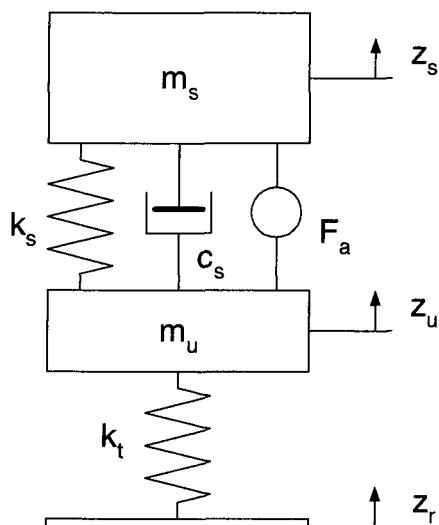
### Développement du contrôleur pour le quart de véhicule

#### 3.1 Introduction

Différentes méthodes ont déjà été utilisées pour concevoir un contrôleur de suspension active. Pour comparer leurs performances, leurs avantages et leurs inconvénients, une suspension active est développée avec chaque stratégie de contrôle.

Le modèle quart de véhicule actif à deux degrés de liberté utilisé est rappelé à la figure 16. La valeur des paramètres est donnée au tableau 3 et demeure constante lors de la conception de chaque contrôleur. Une très faible importance est accordée à la puissance consommée par le système actif afin de comparer les performances maximales de chaque stratégie.

Figure 16 : Modèle quart de véhicule actif



La dynamique du système est donnée par les équations :

$$[\dot{x}] = [A]x + [B]F_a + [L]z_R \quad (3.1)$$

$$[y] = [C_y]x + [D_y]F_a + [F_y]z_R \quad (3.2)$$

Pour chaque critère de performance  $y$ , une matrice  $C_y$ ,  $D_y$  et  $F_y$  permet de mesurer la sortie du système. Ces matrices sont données par les équations (3.3) à (3.6).

- Accélération du passager  $\frac{d^2 z_s}{dt} = \dot{x}_2$

$$\begin{aligned} C_{acc} &= \begin{bmatrix} -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{c_s}{m_s} & 0 & \frac{c_s}{m_s} \end{bmatrix} \\ D_{acc} &= [0] \\ F_{acc} &= [0] \end{aligned} \quad (3.3)$$

- Déflexion du pneu  $z_u - z_r = x_3$

$$\begin{aligned} C_{pneu} &= [0 \ 0 \ 1 \ 0] \\ D_{pneu} &= [0] \\ F_{pneu} &= [0] \end{aligned} \quad (3.4)$$

- Déflexion de la suspension  $z_s - z_u = x_1$

$$\begin{aligned} C_{susp} &= [1 \ 0 \ 0 \ 0] \\ D_{susp} &= [0] \\ F_{susp} &= [0] \end{aligned} \quad (3.5)$$

- Force de l'actuateur  $F_a$

$$\begin{aligned} C_{Fa} &= [0 \ 0 \ 0 \ 0] \\ D_{Fa} &= [1] \\ F_{Fa} &= [0] \end{aligned} \quad (3.6)$$

### 3.2 Skyhook damping 2 DDL

Le contrôle par « skyhook damping » est réalisé d'une manière plutôt simple en utilisant une seule entrée, soit la vitesse de la masse suspendue. La force appliquée par l'actionneur est donnée par :

$$F_a = -c_{sky} \dot{z}_s \quad (3.7)$$

En utilisant la formulation variable d'état nous obtenons :

$$F_a = -c_{sky} x_2 \quad (3.8)$$

La méthode donnée précédemment est utilisée pour calculer une nouvelle matrice  $A_C$  qui représente le comportement de la suspension en incluant l'actionneur.

$$A_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{k_s}{m_s} & \frac{-c_s - c_{sky}}{m_s} & 0 & \frac{c_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{c_s + c_{sky}}{m_u} & -\frac{k_t}{m_u} & -\frac{c_s}{m_u} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

La performance du système complet est évaluée en fonction des différents critères de performance établis précédemment. L'index de performance est donné par l'équation 3.10 :

$$J = \frac{1}{T} E \left[ \int (\rho_1 \dot{x}_2^2 + \rho_2 x_1^2 + \rho_3 x_3^2) dt \right] \quad (3.10)$$

Le tableau 6 présente la valeur des poids  $\rho_i$ .

Tableau 6 : Poids utilisés pour le quart de véhicule contrôlé par « skyhook damping »

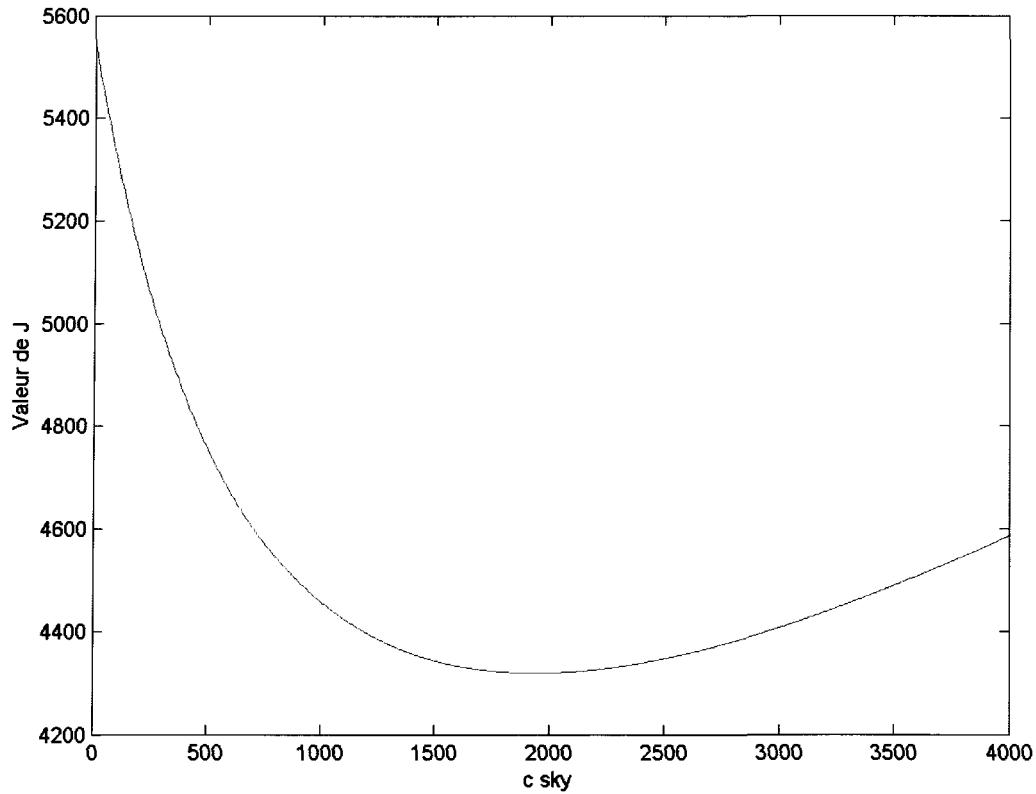
Poids	Variable	Critère	Valeur
$\rho_1$	$dx_2/dt$	Accélération du passager	1
$\rho_2$	$x_1$	Déflexion de suspension	10 000
$\rho_3$	$x_3$	Déflexion du pneu	100 000

Ces valeurs ont été choisies pour donner des résultats réalistes en se basant sur d'autres travaux [ 34 ]. L'ordre de grandeur des poids varie en conséquence de l'ordre de grandeur de chaque critère.

Une fois le système modélisé et la fonction de performance définie, nous procédons à l'optimisation. Comme il n'y a qu'un seul paramètre à optimiser, le graphique de la figure 17 est utilisé pour déterminer la valeur du paramètre  $c_{sky}$ , qui donne une valeur minimale de  $J$ . Cette démarche correspond à l'optimisation par dérivation où l'optimum est donné par :

$$\left\langle \frac{\partial J}{\partial c_{sky}} \right\rangle_{c_{sky, opt}} = 0 \quad (3.11)$$

Figure 17 : Variation de l'index de performance pour une suspension active de type « skyhook »



Une valeur de 2000 Ns/m est optimale bien qu'une certaine plage offre une performance similaire.

### 3.3 Equation de Riccati 2 DDL

L'optimisation par Riccati débute par la formulation du critère de performance en fonction des variables d'état.

$$J = \frac{1}{T} E \left[ \int (\rho_1 \dot{x}_2^2 + \rho_2 x_1^2 + \rho_3 x_3^2 + \rho_4 F_a^2) dt \right] \quad (3.12)$$

J est ensuite converti sous forme matricielle.

$$J = \frac{1}{T} E \left[ \int (x^T Q x + x^T N^T u + u^T N x + u^T R u) dt \right] \quad (3.13)$$

Nous obtenons les matrices Q, N et R des équations (3.14), (3.15) et (3.16).

$$Q = \begin{bmatrix} \rho_1 \frac{k_s^2}{m_s^2} + \rho_2 & \rho_1 \frac{k_s c_s}{m_s^2} & 0 & -\rho_1 \frac{k_s c_s}{m_s^2} \\ \rho_1 \frac{k_s c_s}{m_s^2} & \rho_1 \frac{c_s^2}{m_s^2} & 0 & -\rho_1 \frac{c_s^2}{m_s^2} \\ 0 & 0 & \rho_3 & 0 \\ -\rho_1 \frac{k_s c_s}{m_s^2} & -\rho_1 \frac{k_s c_s}{m_s^2} & 0 & \rho_1 \frac{c_s^2}{m_s^2} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$N = \begin{bmatrix} -\frac{\rho_1 k_s}{m_s^2} & -\frac{\rho_1 c_s}{m_s^2} & 0 & \frac{\rho_1 c_s}{m_s^2} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$R = \frac{\rho_1}{m_s^2} + \rho_4 \quad (3.16)$$

Les poids sont précisés au tableau 7 :

Tableau 7 : Poids utilisés pour le quart de véhicule contrôlé par Riccati

Poids	Variable	Critère	Valeur
$\rho_1$	$dx_2/dt$	Accélération du passager	1
$\rho_2$	$x_1$	Déflexion de suspension	10 000
$\rho_3$	$x_3$	Déflexion du pneu	100 000
$\rho_4$	$F_a$	Force de l'actionneur	0.0001

Une fois l'équation de Riccati solutionnée et les manipulations complétées, la matrice G est obtenue.

$$G = [ \begin{array}{cccc} 761.4 & 644.0 & -1553.3 & 9.4 \end{array}] \quad (3.17)$$

La force appliquée par l'actionneur est donnée par l'équation suivante :

$$F_a = g_1 x_1 + g_2 x_2 + g_3 x_3 + g_4 x_4 \quad (3.18)$$

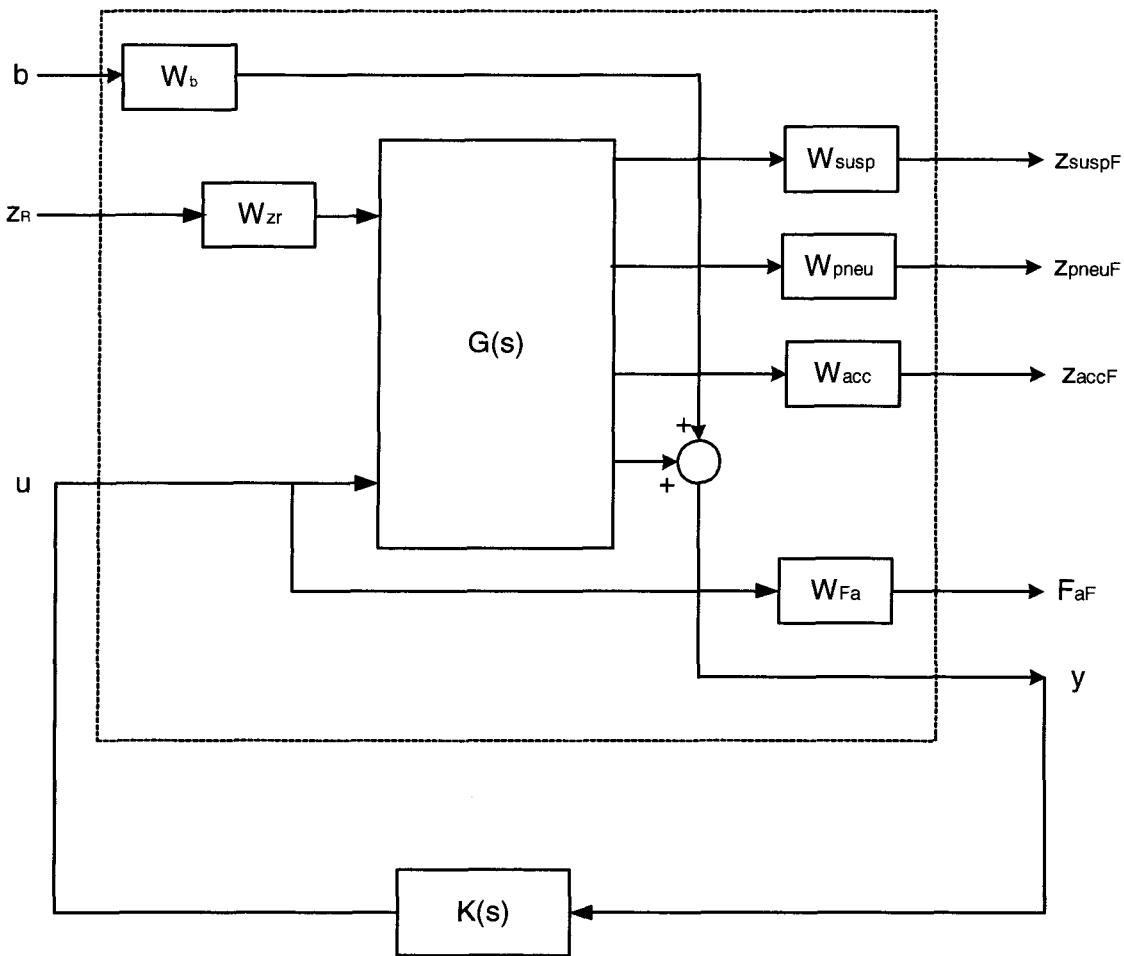
Une des particularités du contrôle par Riccati est la nécessité de mesurer toutes les variables d'état du système. Comme nous l'avons vu, G est une matrice qui multiplie toutes les variables d'état; il est donc obligatoire de mesurer toutes les variables d'état pour utiliser cette stratégie de contrôle sur un système réel. Dans le cas d'une suspension active, certaines variables d'état sont difficilement mesurables. La déflexion du pneu ( $x_3$ ) en est un bon exemple.

Nous notons la faible valeur de  $g_4$  qui multiplie la vitesse de la masse non suspendue. La valeur de  $g_3$  est la plus élevée car elle multiplie la déflexion du pneu, qui est réduite par la grande rigidité du pneu. En tenant compte de l'ordre de grandeur de chaque variable, nous remarquons l'importance de la déflexion de la suspension et de la vitesse de la masse suspendue comme entrées du système actif.

### 3.4 Contrôle $H_\infty$ 2 DDL

La pondération en fréquence est un des grands avantages du contrôle  $H_\infty$ . Afin de tirer profit de cet avantage, il est nécessaire d'ajouter des filtres au système pour ajuster la sensibilité en fréquence de chaque critère. Le schéma suivant illustre le système modélisé pour le modèle de quart de véhicule actif à 2DDL.

Figure 18 : Schéma du problème incluant les filtres



Le système  $G(s)$  représente la dynamique du quart de véhicule à 2DDL. Les filtres ajoutés entre les entrées et le système conservent les fréquences prédominantes et atténuent les fréquences moins importantes. Le filtre est donc semblable à la densité spectrale de puissance. Pour les critères de performance, le filtre conserve les fréquences les plus sensibles et atténue les fréquences moins importantes. Le filtre est alors l'inverse de la réponse désirée.

Les filtres  $W_b$  et  $W_{zR}$  s'appliquent aux entrées de perturbations, soit le bruit de mesure  $b$  et les perturbations de la route  $z_R$ . Le bruit de mesure est considéré comme négligeable, donc son poids est constant et faible. Comme les perturbations de la route sont importantes pour la conception du contrôleur, le filtre  $W_{zR}$  est utilisé. Un filtre passe bas avec une fréquence de coupure de 1Hz permet de modéliser la densité spectrale pour qu'elle soit représentative de celle rencontrée sur les routes.

$$\begin{aligned}
f_c &= 1 \text{Hz} \\
p &= 2\pi f_c \\
T(s)_{zR} &= \frac{p}{s + p}
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Le filtre  $W_{\text{susp}}$  est un passe-bas avec une fréquence de coupure de 5Hz. Il permet de contrôler la déflexion de suspension en basses fréquences là où elle est la plus importante et le plus facilement contrôlable par l'actionneur. Il permet aussi de réduire la force appliquée en haute fréquence, car l'actionneur a une fréquence maximale d'opération limitée.

$$\begin{aligned}
f_c &= 5 \text{Hz} \\
p &= 2\pi f_c \\
T(s)_{\text{susp}} &= \frac{p}{s + p}
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Le filtre  $W_{\text{pneu}}$  est constant pour toutes les fréquences et égal à 1. La nécessité de conserver l'adhérence des pneus sur toute la gamme des fréquences explique ce choix.

Le filtre  $W_{\text{acc}}$  correspond au filtre de sensibilité humaine défini dans la section 1.3.3.

$$T(s)_{\text{acc}} = \frac{12}{s^2 + 30.02s + 901.3} \tag{3.21}$$

Une des principales contraintes du problème est la fréquence maximale d'opération de l'actuateur. Le filtre  $W_{Fa}$  est un filtre passe haut qui pénalise l'utilisation de l'actuateur en hautes fréquences.

$$\begin{aligned}
f_{cz} &= 3 \text{Hz} \\
z &= 2\pi f_{cz} \\
f_{cp} &= 30 \text{Hz} \\
p &= 2\pi f_{cp} \\
T(s)_{Fa} &= \frac{s + z}{s + p}
\end{aligned} \tag{3.22}$$

La sortie y servant au contrôle correspond à la déflexion de la suspension qui est mesurée par un capteur électronique auquel s'ajoute un bruit de mesure.

La mesure utilisée pour contrôler l'actionneur correspond à la mesure de la déflexion de suspension. Cette mesure est à la fois facile à effectuer sur un véhicule et utile pour le contrôleur.

Bien que les critères de performance soient pondérés en fréquence, il est essentiel de les pondérer en valeur absolue. Pour représenter l'importance relative de chaque critère, un poids multiplie l'amplitude de chaque filtre. Les poids utilisés sont donnés dans le tableau 8.

Tableau 8 : Poids utilisés pour le quart de véhicule contrôlé par Riccati

Poids	Variable	Critère	Valeur
$\rho_b$	b	Bruit de mesure	0.000001
$\rho_{zr}$	$z_r$	Perturbation de la route	1
$\rho_{susp}$	$x_1$	Déflexion de suspension	25
$\rho_{pneu}$	$x_3$	Déflexion du pneu	6 000
$\rho_{acc}$	$dx_2/dt$	Accélération du passager	1
$\rho_{Fa}$	$F_a$	Force de l'actionneur	0.00001

Les filtres sont formulés en matrices de variables d'état  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$ ,  $D_i$ . La signification des indices i est donnée au tableau 9.

Tableau 9 : Signification des indices des filtres

Indice	Filtre
1	$W_{zR}$
2	$W_{susp}$
3	$W_{fa}$
4	$W_{acc}$
5	$W_{pneu}$

Les matrices A, B, C<sub>y</sub> et D<sub>y</sub> représentent la dynamique du système. Les matrices A<sub>p</sub>, B<sub>p</sub>, C<sub>p</sub>, D<sub>p</sub> définissent le système P(s) qui comprend le système à l'étude et les filtres ajoutés.

$$A_p = \begin{bmatrix} A & B_{zr}C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 & 0 & 0 \\ B_2C_{susp} & 0 & A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_3 & 0 \\ B_4C_{pneu} & 0 & 0 & 0 & A_4 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

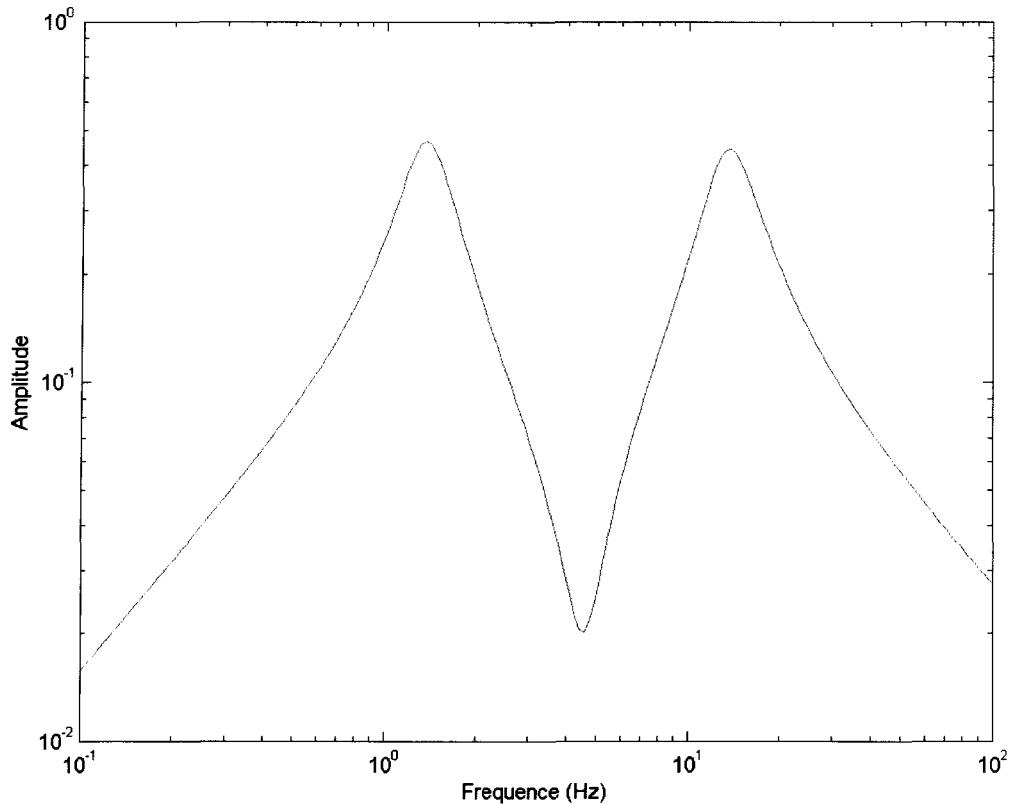
$$B_p = \begin{bmatrix} B_{zR} & 0 & B_{fa} \\ B_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_3 \\ 0 & 0 & B_4 D_{acc} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$C_p = \begin{bmatrix} D_2 C_{susp} & 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_3 & 0 \\ D_4 C_{acc} & 0 & 0 & 0 & C_4 \\ p_{pneu} C_{pneu} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{susp} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$D_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_3 \\ 0 & 0 & D_4 D_{acc} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_b & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

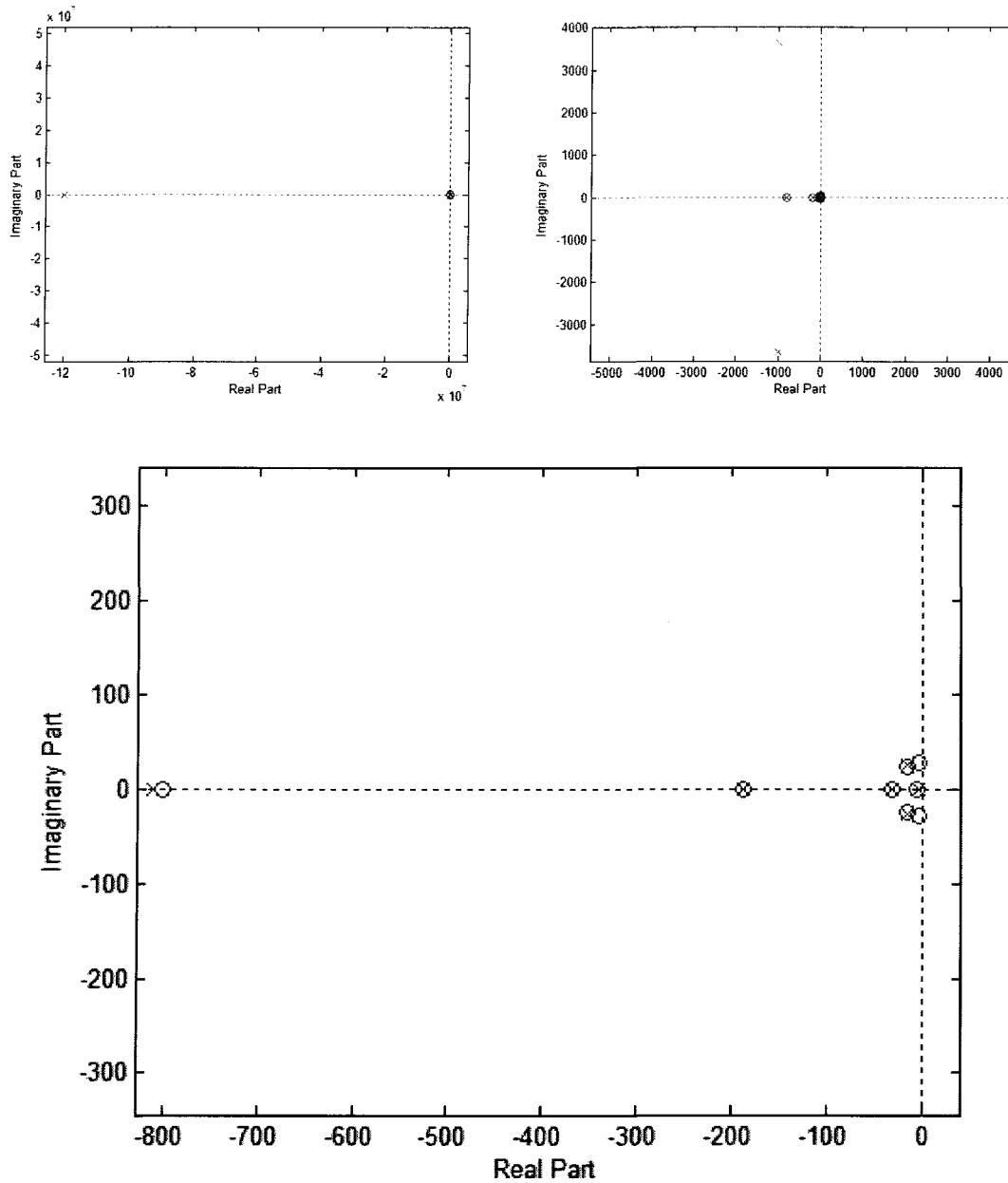
Après avoir réalisé la synthèse du contrôleur, nous obtenons  $\gamma = 5.139$ . La fonction de transfert entre l'entrée de perturbation  $z_R$  et la sortie  $F_a$  du contrôleur est illustrée à la figure 19. Comme souhaité, l'actionneur est utilisé aux fréquences de résonance des deux masses et est peu sollicité en hautes fréquences. Les réponses en fréquences de chaque critère de performance seront comparées avec celle des autres suspensions. Pour chaque graphique, la valeur de  $\gamma/W$  est donnée pour comparer la réponse obtenue avec l'inverse du filtre, soit la réponse désirée.

Figure 19 : Force de l'actionneur avec contrôle  $H_\infty$



Il faut noter que l'ordre du contrôleur  $K(s)$  est la somme de celle du modèle et des filtres. Par conséquent, le contrôleur obtenu pour le quart de véhicule est d'ordre 10. La robustesse du contrôleur doit aussi être vérifiée pour assurer une performance acceptable lorsque certains paramètres varient selon le chargement ou l'usure. La figure suivante présente un diagramme pôles zéros du contrôleur. Nous remarquons la présence de pôles et de zéros rapprochés autour de l'origine, qui pourraient potentiellement être éliminés pour diminuer l'ordre du contrôleur. Une telle opération doit être effectuée minutieusement, car d'autres travaux ont démontré que la réduction de l'ordre du contrôleur pouvait amener une instabilité du système [11].

Figure 20 a, b et c : Diagrammes pôles zéros du contrôleur



### 3.5 Résultats pour le contrôle actif du quart de véhicule à 2 DDL

Les figures 21 à 23 montrent les réponses en fréquences obtenues pour la suspension passive et les différents contrôleurs actifs.

Figure 21 : Accélération verticale pour les différents contrôleurs du modèle à 2 DDL

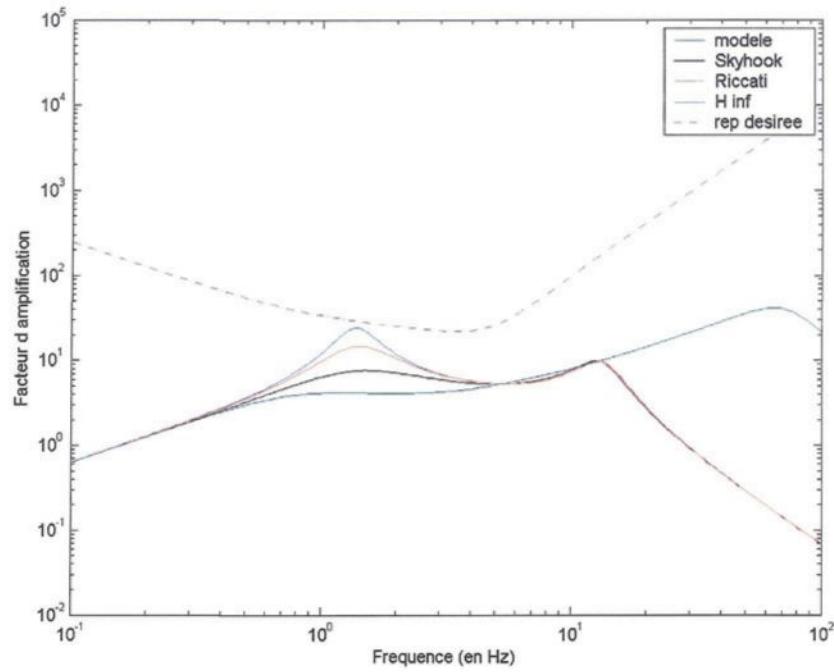


Figure 22 : Déflexion de suspension pour les différents contrôleurs du modèle à 2 DDL

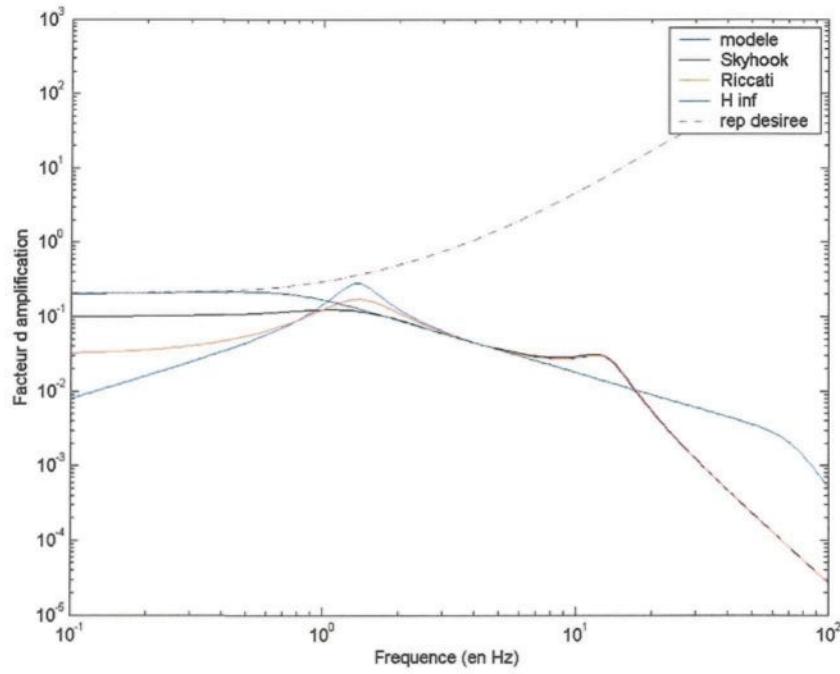
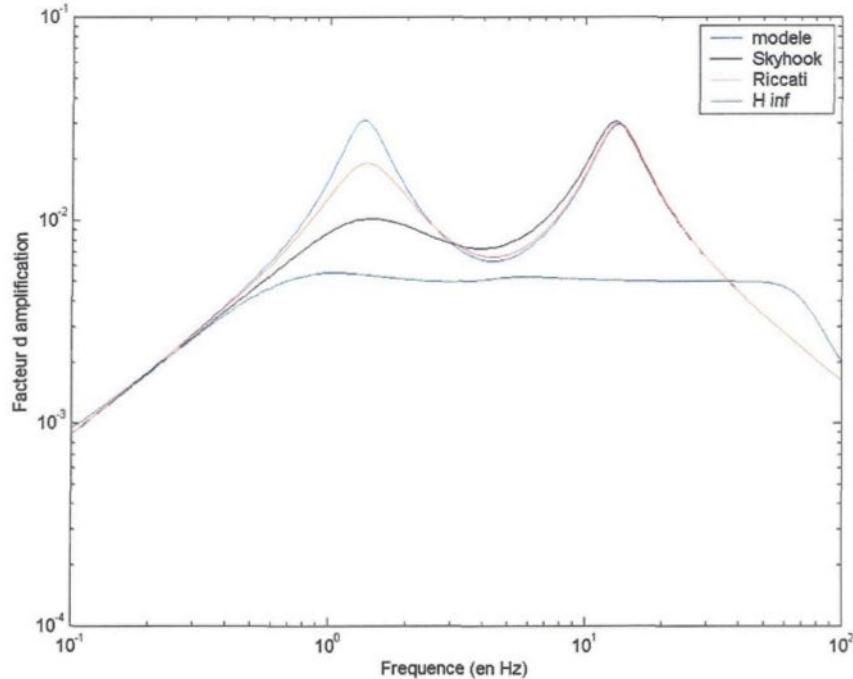


Figure 23 : Déflexion du pneu pour les différents contrôleurs du modèle à 2 DDL



Le tableau suivant donne la valeur RMS de chaque critère et celle de l'index de performance J.

Tableau 10 : Performance des différents contrôleurs pour le modèle à 2 DDL

Contrôle	acc rms	susp rms	pneu rms	J
Passif	0.5355	0.0056	$8.5855 \times 10^{-4}$	142.0652
Skyhook	0.3352	0.0054	$7.0980 \times 10^{-4}$	125.0375
Riccati	0.4319	0.0045	$7.6710 \times 10^{-4}$	122.11
H inf	1.0723	0.0091	$3.1732 \times 10^{-4}$	123.3295

Le contrôle par « skyhook damping » permet effectivement d'amortir la résonance de la masse suspendue, ce qui améliore sensiblement les performances. Cet amortissement plus élevé entraîne un plus grand débattement de suspension comparativement à la suspension passive en basses fréquences.

Le contrôle par Riccati possède lui aussi cette particularité. Il offre un intermédiaire entre le contrôle « skyhook damping » et le système passif. L'atténuation de la résonance

de la masse suspendue est moins importante mais le débattement de suspension en basse fréquence est plus raisonnable.

Le contrôle par  $H_\infty$  offre un index de performance  $J$  semblable à celui du « skyhook damping ». Par contre, la réponse est beaucoup mieux modelée en fréquence, surtout pour l'accélération verticale qui suit fidèlement la réponse désirée. La déflexion du pneu est également réduite de manière importante. Ces améliorations sont amenées au détriment du débattement de suspension en basses fréquences. Pour les trois critères, les deux modes de résonance principaux sont pratiquement éliminés, ce qui est un avantage non négligeable. Nous constatons que le critère de performance  $J$  n'est pas suffisant pour comparer deux stratégies de contrôle différentes, puisque le contrôle  $H_\infty$  offre une performance de beaucoup supérieure à celle reflétée par ce critère. Cette observation nous permet de noter que la distribution en fréquence de la réponse est importante dans l'évaluation de la performance d'une suspension.

Comme pour toute optimisation multi variable, les poids et les filtres utilisés ont une énorme influence sur la réponse du système. Plusieurs autres contrôleurs réalistes peuvent être conçu en modifiant les poids et les filtres utilisés.

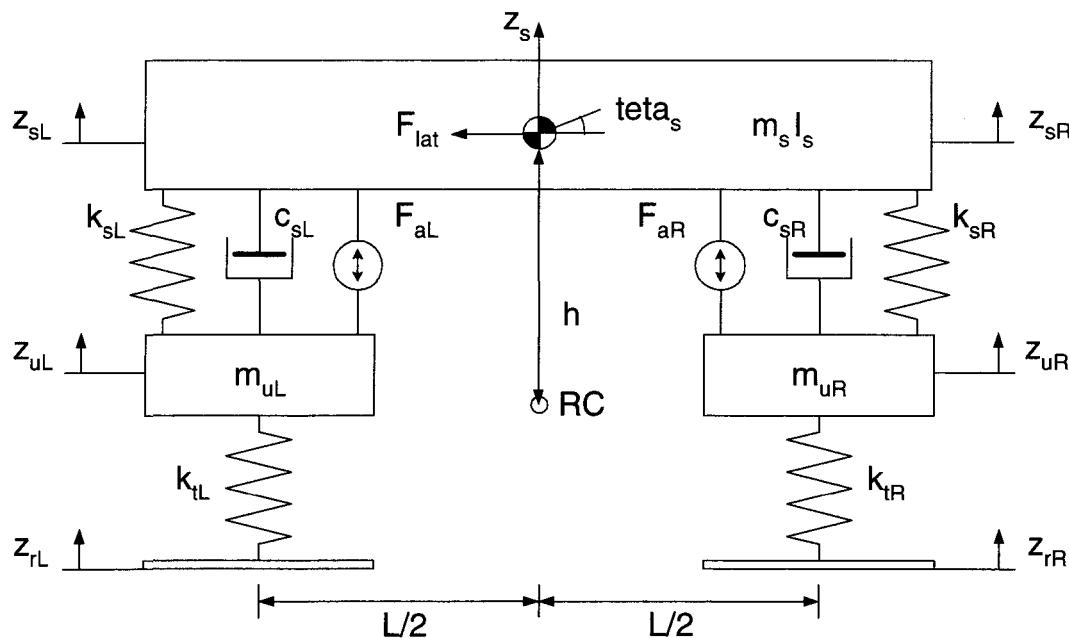
## Chapitre 4

### Développement du contrôleur par Riccati pour le modèle de demi véhicule latéral

#### 4.1 Introduction

Suite aux résultats obtenus avec le modèle de quart de véhicule à 2 DDL, le contrôle par Riccati est appliqué au modèle demi véhicule latéral décrit à la section 2.3 et illustré à la figure 24.

Figure 24 : Modèle demi véhicule latéral à 4 DDL



Le modèle représente un véhicule tout terrain. Trois cas différents sont étudiés.

## 4.2 Suspension passive sans contrôle du roulis

Ce modèle est une généralisation du modèle quart de véhicule passif à 2 DDL. La suspension est composée d'un ressort et d'un amortisseur pour chaque masse suspendue. Dans ce cas, la force appliquée pour contrôler le roulis est nulle.

$$\begin{aligned} F_{aR} &= 0 \\ F_{aL} &= 0 \end{aligned} \tag{4. 1}$$

## 4.3 Suspension passive avec barre anti-roulis passive

Ce modèle correspond à la plupart des véhicules utilisés sur les routes d'aujourd'hui. Pour limiter les mouvements de roulis, une barre anti-roulis est ajoutée. La force appliquée est une fonction de la différence entre la déflexion de suspension droite et gauche. Pour une barre anti-roulis ayant une rigidité  $k_{ARB}$ , cette force est donnée par :

$$F_{ARB} = -k_{ARB} [(z_{sR} - z_{uR}) - (z_{sL} - z_{uL})] \tag{4. 2}$$

Les forces  $F_{aR}$  et  $F_{aL}$  appliquées par cette barre sont donc :

$$\begin{aligned} F_{aR} &= F_{ARB} = -k_{ARB} [(z_{sR} - z_{uR}) - (z_{sL} - z_{uL})] \\ F_{aL} &= -F_{ARB} = k_{ARB} [(z_{sR} - z_{uR}) - (z_{sL} - z_{uL})] \end{aligned} \tag{4. 3}$$

Afin de modéliser cette suspension, il est essentiel de fixer une rigidité  $k_{ARB}$  raisonnable. Les critères de conception sont les mêmes que ceux donnés pour le modèle quart de véhicule à 2 DDL : le confort, la tenue de route et le débattement de la suspension.

Pour optimiser le confort, l'accélération angulaire doit être réduite. L'accélération verticale n'est pas mentionnée car une barre anti-roulis agit principalement sur le mouvement de roulis du véhicule. Contrairement aux véhicules automobiles où la déflexion du pneu est minimisée pour optimiser la tenue de route, l'objectif consiste à minimiser l'angle de roulis puisqu'il s'agit d'un véhicule tout terrain [35]. Cette démarche s'explique par l'importance d'éviter les renversements lorsque la route provoque de fortes perturbations. La force normale du pneu est peu représentative de la force latérale disponible, car la rugosité et la fermeté du sol varient grandement.

Pour faciliter le choix de la rigidité, nous utilisons la valeur RMS de la fonction de transfert des différents critères. Pour mesurer la performance dans la plage de fréquences où les suspensions sont les plus sollicitées, l'intégration est effectuée pour les fréquences comprises entre 0.1 et 30 Hz.

Pour chaque valeur de rigidité  $k_{ARB}$ , la valeur RMS est évaluée pour chaque critère de performance. Puisque le système a deux entrées, la démarche est complétée pour une perturbation de la route et pour une accélération latérale.

Figure 25 : Performances de la barre anti-roulis passive pour une accélération latérale

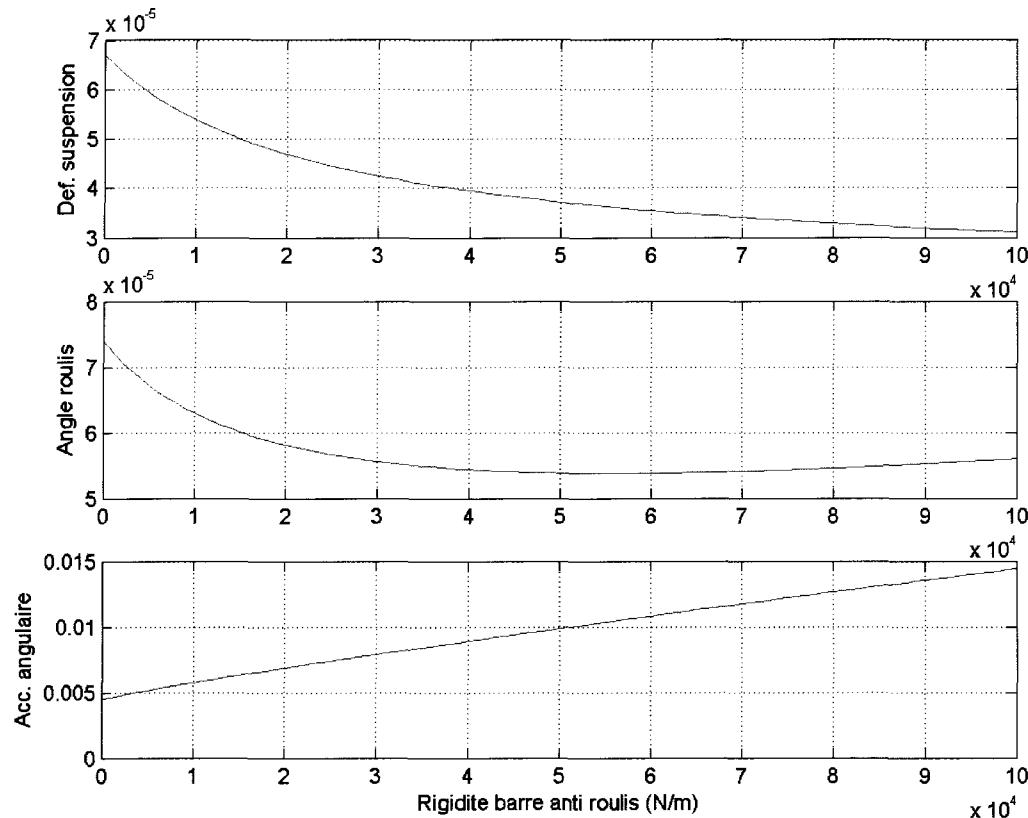
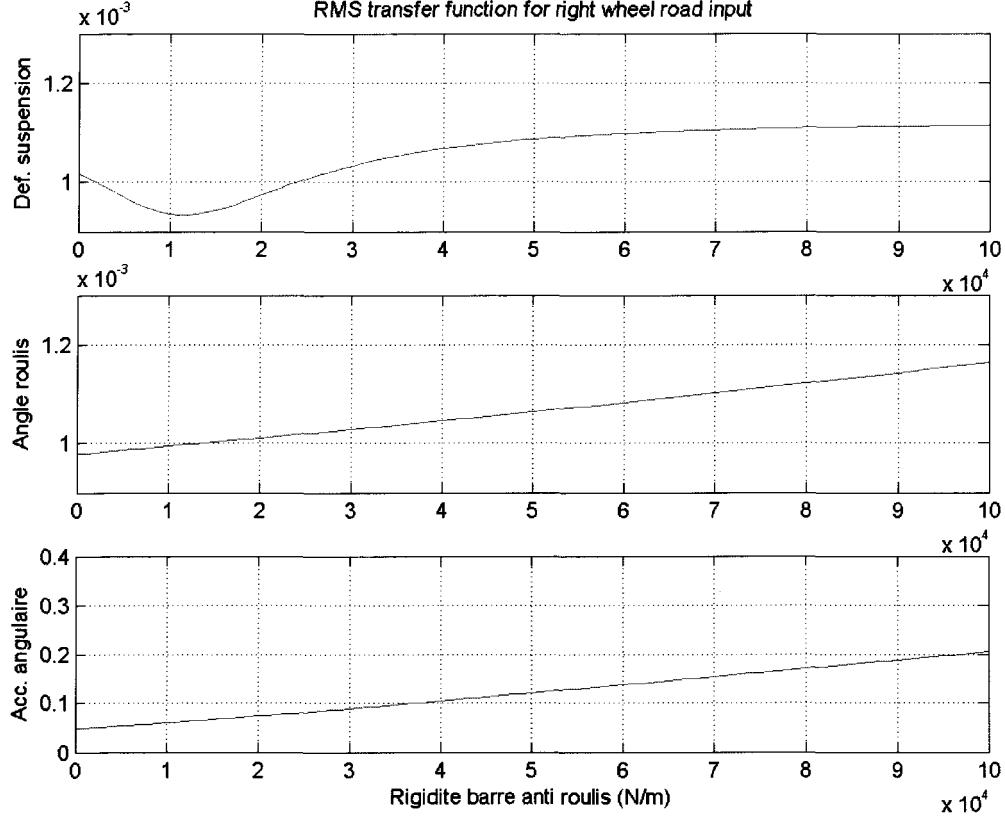


Figure 26 : Performances de la barre anti-roulis passive pour une perturbation de la route



Les résultats obtenus ont démontré que la barre anti-roulis a un impact négligeable sur l'accélération verticale de la masse suspendue pour les deux cas étudiés. Nous conservons l'accélération angulaire, l'angle de roulis et la déflexion de suspension comme critères de conception.

Le premier graphique illustre le compromis qui doit être fait entre la stabilité et le confort en cas de virage. Une barre anti-roulis rigide réduit l'angle de roulis et le déplacement de suspension mais augmente l'accélération angulaire, ce qui diminue le confort. En cas de perturbation de la route sur la roue droite, une barre anti-roulis rigide augmentera à la fois l'angle du châssis et l'accélération angulaire. Cette observation est tout à fait logique, puisque la suspension est plus rigide lorsqu'une barre anti-roulis est ajoutée. Pour la déflexion de la suspension, il est possible de trouver une valeur optimale.

Comme la suspension subira à la fois des accélérations latérales en virage et des perturbations de la route, nous fixons une rigidité  $k_{ARB}$ , qui est un compromis pour tous les critères de performances dans les deux cas. Pour le modèle utilisé, une valeur de

15 000N/m sera utilisée. Le compromis peut être observé sur les graphiques suivants, où la valeur retenue est identifiée par un point rouge.

Figure 27 : Performances pour accélérations latérales

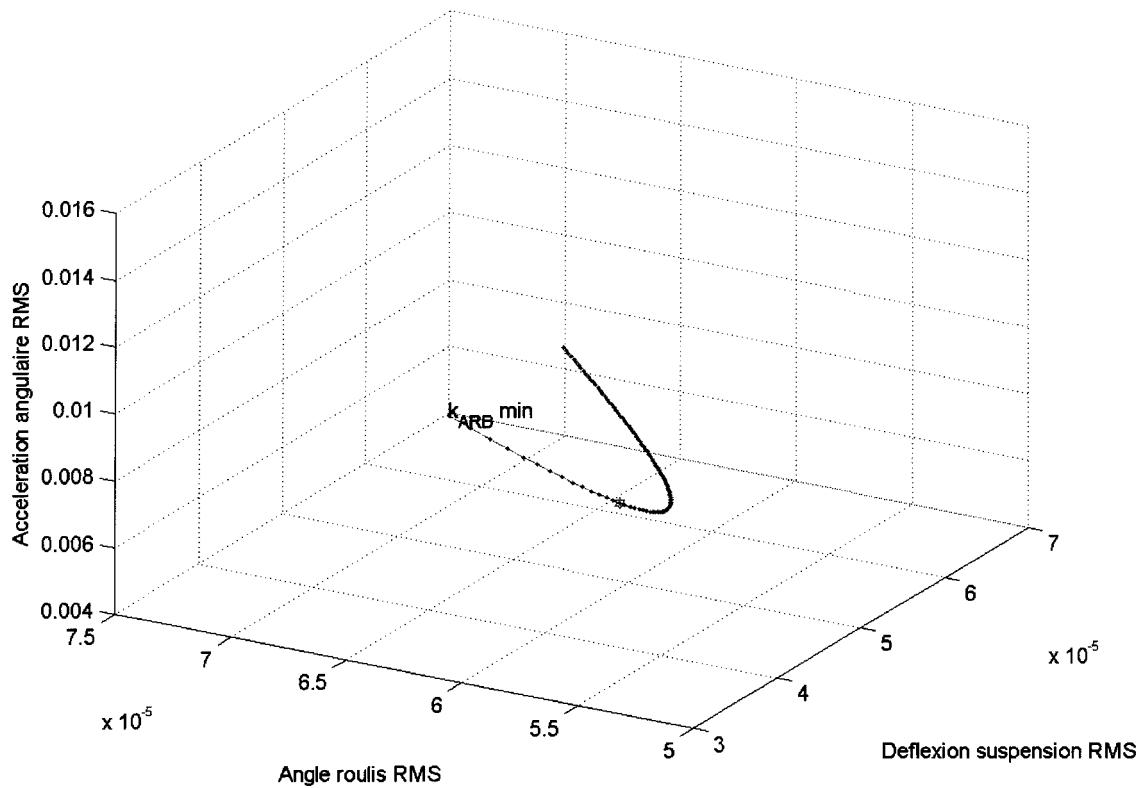
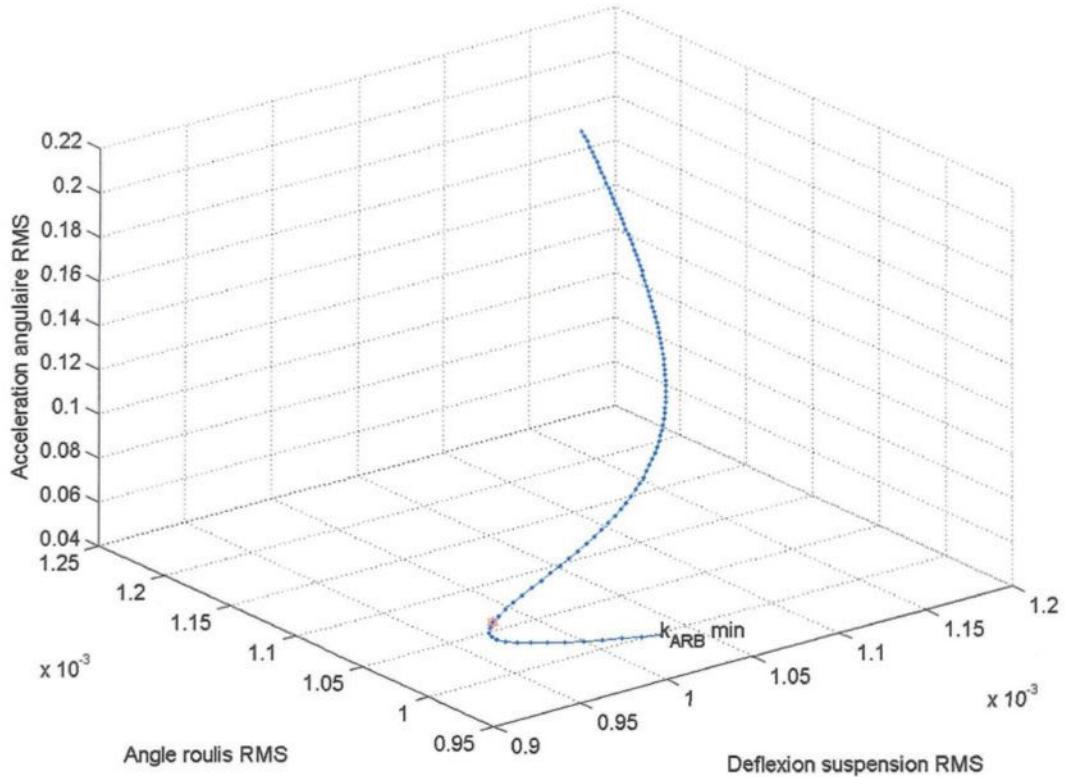


Figure 28 : Performances pour perturbations de la route



#### 4.4 Suspension passive avec barre anti-roulis active

Dans le cas d'une barre anti-roulis active, la force appliquée  $F_a$  est une fonction de la stratégie de contrôle. Comme dans le cas précédent, la force du côté gauche est de même amplitude mais de sens opposé à celle de droite.

$$\begin{aligned} F_{aR} &= F_a \\ F_{aL} &= -F_a \end{aligned} \quad (4.4)$$

La conception du contrôleur se fait avec les mêmes critères que ceux utilisés pour la barre anti-roulis passive. L'équation (4.5) présente les critères devant être minimisés.

$$J = \frac{1}{T} E \left[ \int (\rho_{susp} (z_{sR} - z_{uR})^2 + \rho_{susp} (z_{sL} - z_{uL})^2 + \rho_{tetas} \theta_s^2 + \rho_{ddtetas} \dot{\theta}_s^2 + \rho_F F_a^2) dt \right] \quad (4.5)$$

Les poids utilisés sont donnés au tableau 11.

Tableau 11 : Poids utilisés pour le contrôleur du modèle demi véhicule latéral

Poids	Variable	Critère	Valeur
$\rho_{\text{susp}}$	$x_1, x_4$	Déflexion de suspension	10
$\rho_{\text{tetas}}$	$x_9$	Angle du châssis	10 000
$\rho_{\text{ddtetas}}$	$dx_8/dt$	Accélération angulaire	1
$\rho_F$	$F_a$	Force de l'actionneur	0.000001

L'importance de l'angle de la masse suspendue est très élevée, puisque la réduction de l'angle de la masse suspendue augmente la stabilité et réduit l'accélération angulaire subie par les passagers. L'importance de la force est très faible pour déterminer les performances maximales d'un système actif. Les matrices Q, R et N définissant le critère de performance J sont les suivantes :

$$Q = \begin{bmatrix} \rho_s + \frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 k_s^2}{4I_s^2} & 0 & -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 k_s c_s}{4I_s^2} & -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 k_s^2}{4I_s^2} & 0 & \frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 k_s c_s}{4I_s^2} & 0 & \frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^3 k_s c_s}{4I_s^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 k_s c_s}{4I_s^2} & 0 & -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 c_s^2}{4I_s^2} & \frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 k_s c_s}{4I_s^2} & 0 & -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 c_s^2}{4I_s^2} & 0 & -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^3 c_s^2}{4I_s^2} & 0 \\ -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 k_s^2}{4I_s^2} & 0 & \frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 k_s c_s}{4I_s^2} & \rho_s + \frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 k_s^2}{4I_s^2} & 0 & -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 k_s c_s}{4I_s^2} & 0 & -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^3 k_s c_s}{4I_s^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 k_s c_s}{4I_s^2} & 0 & -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 c_s^2}{4I_s^2} & -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 k_s c_s}{4I_s^2} & 0 & \frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^2 c_s^2}{4I_s^2} & 0 & \frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^3 c_s^2}{4I_s^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^3 k_s c_s}{4I_s^2} & 0 & -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^3 c_s^2}{4I_s^2} & -\frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^3 k_s c_s}{4I_s^2} & 0 & \frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^3 c_s^2}{4I_s^2} & 0 & \frac{\rho_{\text{ddtetas}} L^4 c_s^2}{4I_s^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{\text{tetas}} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$N = \begin{bmatrix} -\frac{\rho_{ddtetas} L^2 k_s}{2 I_s^2} \\ 0 \\ \frac{\rho_{ddtetas} L^2 c_s}{2 I_s^2} \\ \frac{\rho_{ddtetas} L^2 k_s}{2 I_s^2} \\ 0 \\ -\frac{\rho_{ddtetas} L^2 c_s}{2 I_s^2} \\ 0 \\ -\frac{\rho_{ddtetas} L^3 c_s}{2 I_s^2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$R = \frac{\rho_{ddtetas} L}{I_s} + \rho_F \quad (4.8)$$

Le vecteur G contient les gains de la loi de contrôle optimal obtenue suite à la résolution de l'équation de Riccati en utilisant « Matlab ». Pour le modèle de véhicule et les poids fixés, nous obtenons :

$$G = [-12800 \ -08790 \ 00442 \ 12800 \ 08790 \ -00442 \ -00000 \ 06931 \ 54661] \quad (4.9)$$

#### 4.5 Résultats obtenus

Pour chaque critère de performance, nous comparons l'amplitude de la fonction de transfert entre les entrées de perturbation (accélération latérale et hauteur de la roue droite) et les critères de performance (déflexion de suspension, angle de la masse suspendue et accélération angulaire). Pour l'accélération latérale, les figures 29, 30 et 31 sont obtenues.

Figure 29 : Déflexion de suspension pour accélération latérale

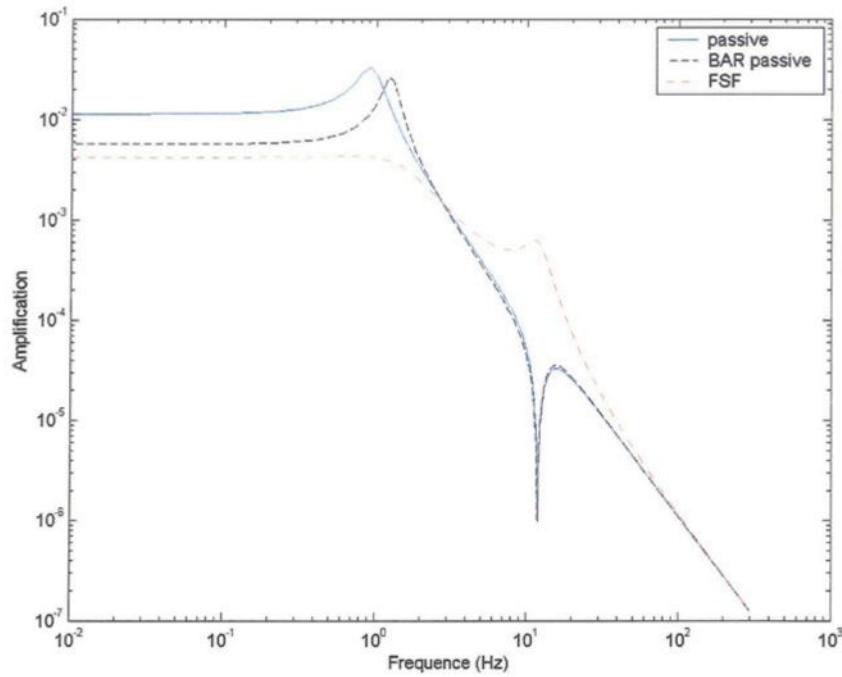


Figure 30 : Angle de roulis pour accélération latérale

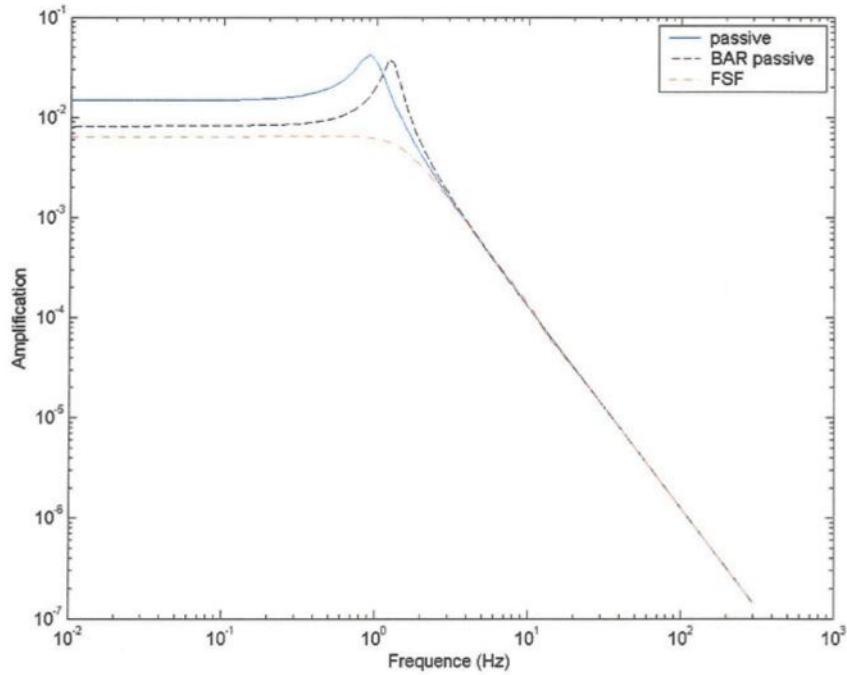
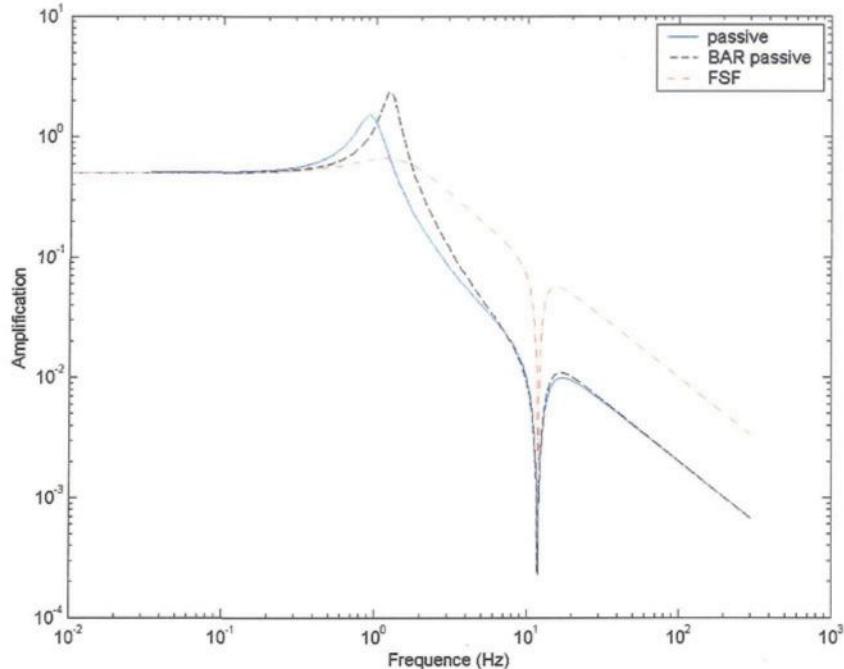


Figure 31 : Accélération angulaire pour accélération latérale



Comme nous l'avions prévu, la barre anti-roulis réduit la déflexion de suspension et l'angle de roulis lors d'un virage. La fréquence de résonance en roulis est plus élevée avec une barre anti-roulis passive, puisque la rigidité en torsion est plus élevée. Pour la barre anti-roulis active, la déflexion de suspension, l'angle de roulis et l'accélération angulaire sont tous diminués en basses fréquences (jusqu'à 3Hz). Pour les fréquences plus élevées, la déflexion de suspension et l'accélération angulaire peuvent dépasser celles des systèmes passifs. Ces fréquences ne sont pas excitées, puisque les accélérations latérales sont limitées aux basses fréquences. Le système actif permet d'améliorer les critères de performance sur toute la plage de fréquences utilisées.

Lorsque l'entrée est une perturbation de la route, les résultats suivants sont obtenus.

Figure 32 : Déflexion de suspension pour perturbation de la route

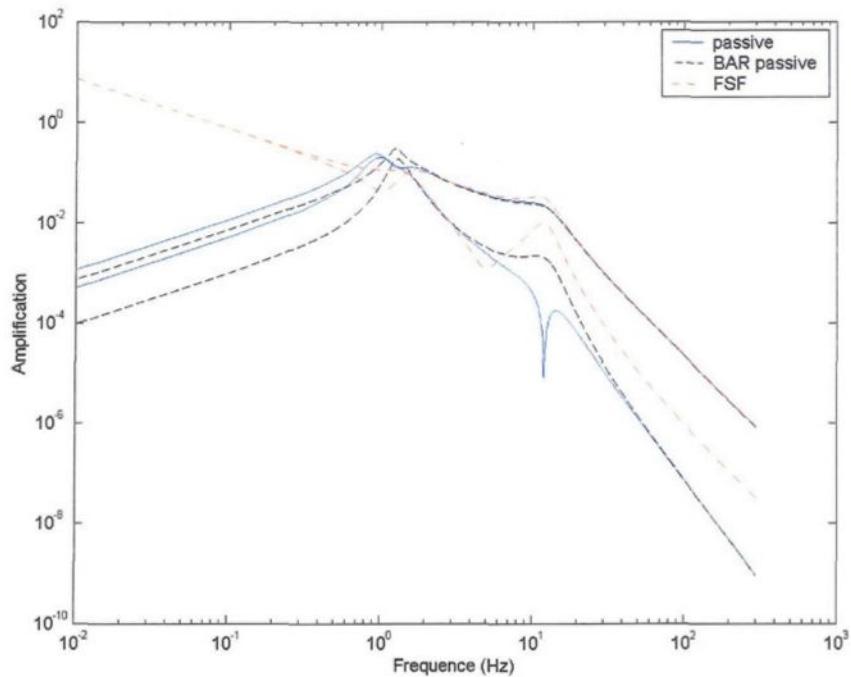


Figure 33 : Angle de roulis pour perturbation de la route

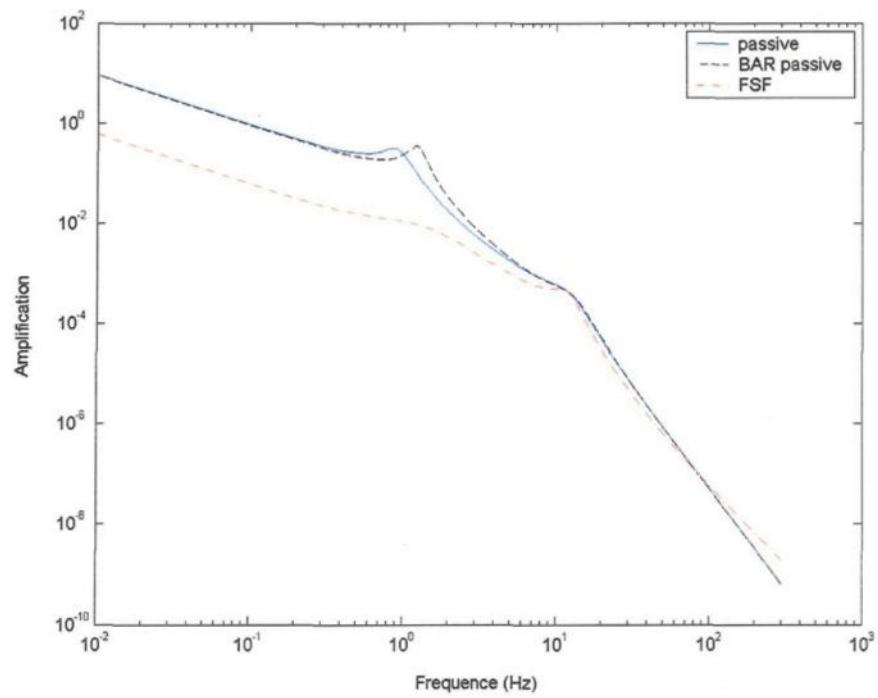
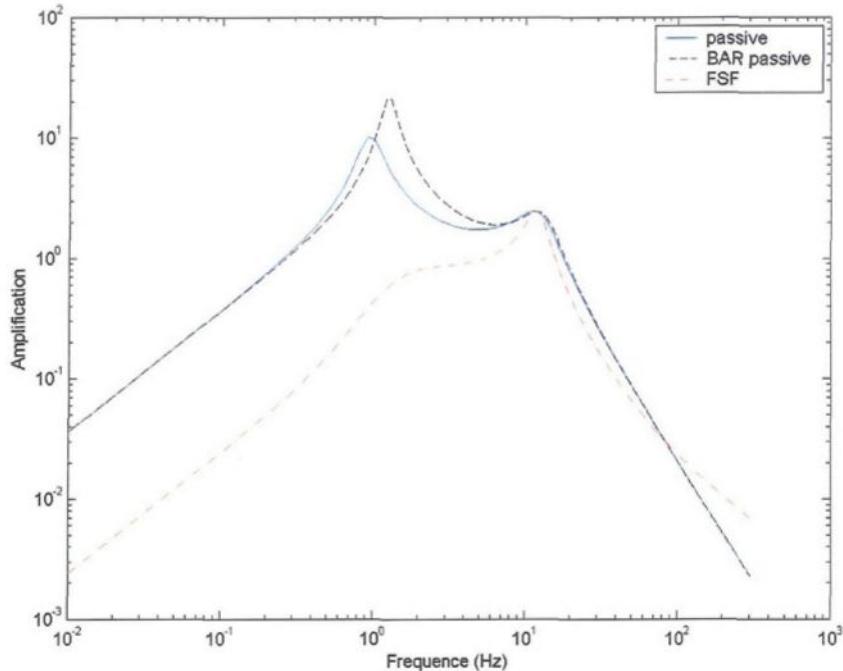


Figure 34 : Accélération angulaire pour perturbation de la route



Comme nous l'avons vu l'utilisation d'une barre anti-roulis diminue la stabilité et le confort, mais diminue aussi la déflexion de la suspension lorsque le véhicule est soumis à une imperfection de la route. Pour le système actif, l'angle de roulis et l'accélération sont grandement réduits, spécialement en basses fréquences. Cette amélioration signifie que le système déplace la roue afin de compenser le déplacement provoqué par la route. Par conséquent, la déflexion de la suspension est beaucoup plus élevée lorsque le système actif est utilisé.

À une fréquence inférieure à 0.1Hz, le débattement de suspension est amplifié. Pour les basses fréquences, l'amplitude de la fonction de transfert est importante puisque la densité spectrale de l'entrée est plus élevée. Il est probable que le système actif nécessite un déplacement de suspension impossible à réaliser en pratique, spécialement en basses fréquences. Pour limiter le déplacement de la suspension dans de tels cas, il serait possible d'utiliser un algorithme qui ajuste la force selon la position de la suspension et son débattement maximal. De cette manière, il est possible d'améliorer la performance du système actif sans dépasser le déplacement maximum de la suspension.

Comme les fréquences des perturbations de la route peuvent être élevées, il est important de limiter la fréquence maximale d'activation de l'actionneur. Pour simplifier le

système, il serait pertinent de faire un compromis entre la fréquence maximale de l'actuateur, celle des capteurs et la performance du système actif en cas d'accélération latérale et en cas d'imperfection de la route.

#### **4.6 Simplification du contrôleur**

Une particularité du système actif est la nécessité de mesurer toutes les variables d'état. Avec les progrès de l'électronique, plusieurs capteurs sont disponibles. Par contre, l'utilisation de plusieurs capteurs augmente le coût total, la complexité du système et les problèmes du positionnement. Il est donc préférable de limiter le nombre de capteurs et privilégier l'utilisation de capteurs simples et fiables.

Dans la plupart des manuels de référence, un observateur est utilisé lorsque certaines variables d'état ne peuvent ou ne sont pas mesurées [ 22 ]. L'utilisation d'un observateur permet d'estimer la valeur des variables non mesurées lorsque les paramètres et la dynamique du système sont connus. Comme certains paramètres peuvent varier grandement selon l'utilisation ou l'usure (masse transportée, constantes des ressorts et des amortisseurs) une autre solution est étudiée.

En observant la matrice de contrôle G obtenue en solutionnant l'équation de Riccati, nous voyons que la vitesse verticale de la masse suspendue n'influence pas la force appliquée par l'actuateur (son gain est 0). Il est nécessaire de mesurer 8 variables pour appliquer la loi de contrôle. Comme la rigidité du pneu est généralement dix fois plus élevée que celle du ressort de la suspension, nous posons l'hypothèse que les deux déplacements de pneu peuvent être éliminés de la loi de contrôle sans nuire aux performances du système. Le nombre de variables passe ainsi de 8 à 6.

La mesure du déplacement de la suspension pose peu de problèmes. La mesure de la vitesse absolue des masses non suspendues pose des problèmes d'ordre pratique. Un troisième système est étudié, en éliminant la mesure des déflections de suspension et de la vitesse des masses non suspendues.

Après avoir posé ces hypothèses, nous pouvons comparer les matrices de contrôle G de chaque contrôleur.

Tableau 12 : Valeurs de la matrice de contrôle G

Matrice G	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	G <sub>5</sub>	G <sub>6</sub>	G <sub>7</sub>	G <sub>8</sub>	G <sub>9</sub>
variable	$z_{sR} - z_{uR}$	$z_{uR} - z_{rR}$	$(z_{uR})'$	$z_{sL} - z_{uL}$	$z_{uL} - z_{rL}$	$(z_{uL})'$	$(z_s)'$	$(\theta_s)'$	$\theta_s$
FSF 8	-12800	-08790	00442	12800	08790	-00442	0	06931	54661
FSF 6	-12800	0	00442	12800	0	-00442	0	06931	54661
FSF 4	-12800	0	0	12800	0	0	0	06931	54661

Les graphiques suivants illustrent les différentes performances obtenues pour le système actif avec 8 variables (FSF 8), 6 variables (FSF 6) et 4 variables mesurées (FSF 4).

Figure 35 : Déflexion de suspension pour accélération latérale

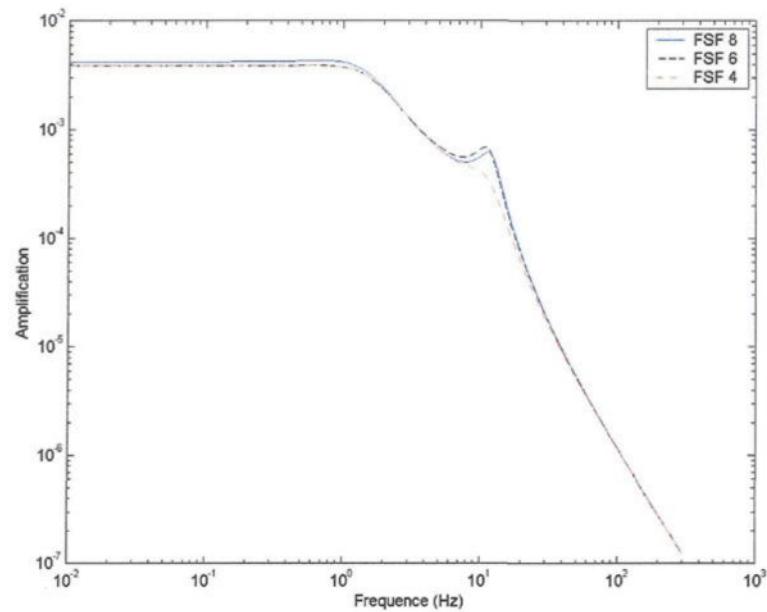


Figure 36 : Angle de roulis pour accélération latérale

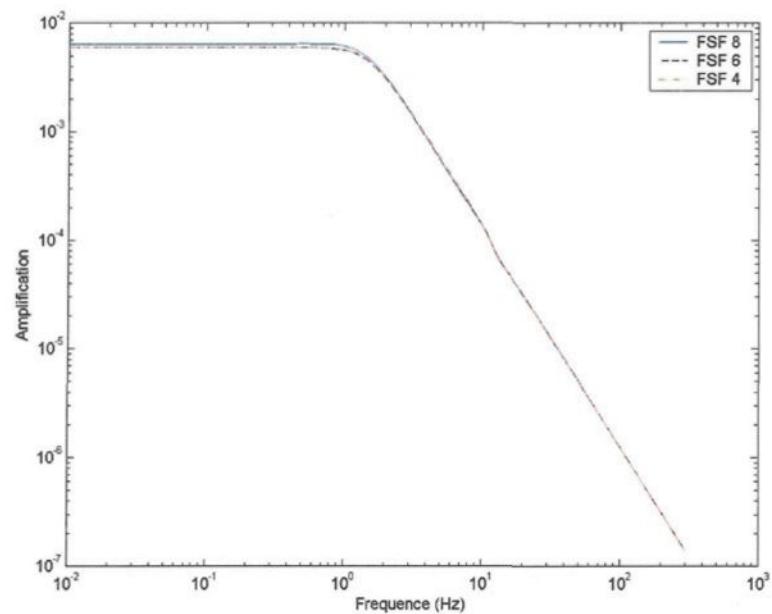


Figure 37 : Accélération angulaire pour accélération latérale

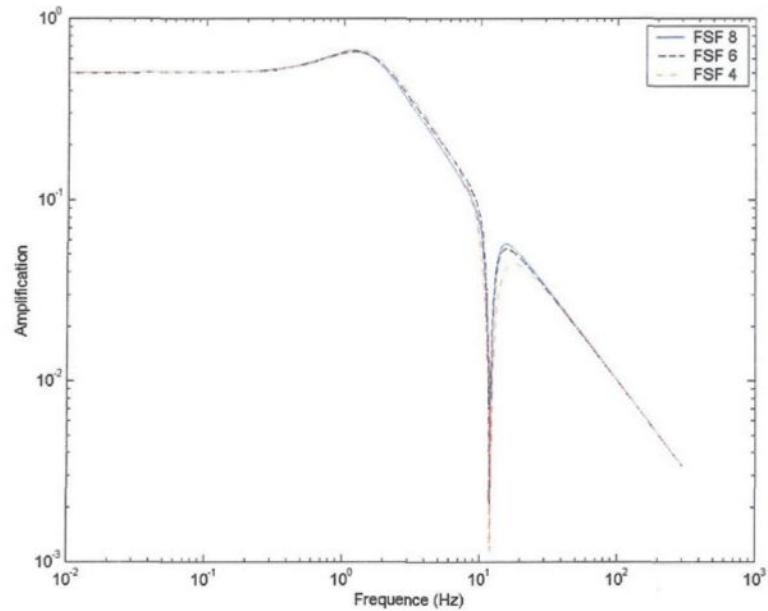


Figure 38 : Déflexion de suspension pour perturbation de la route

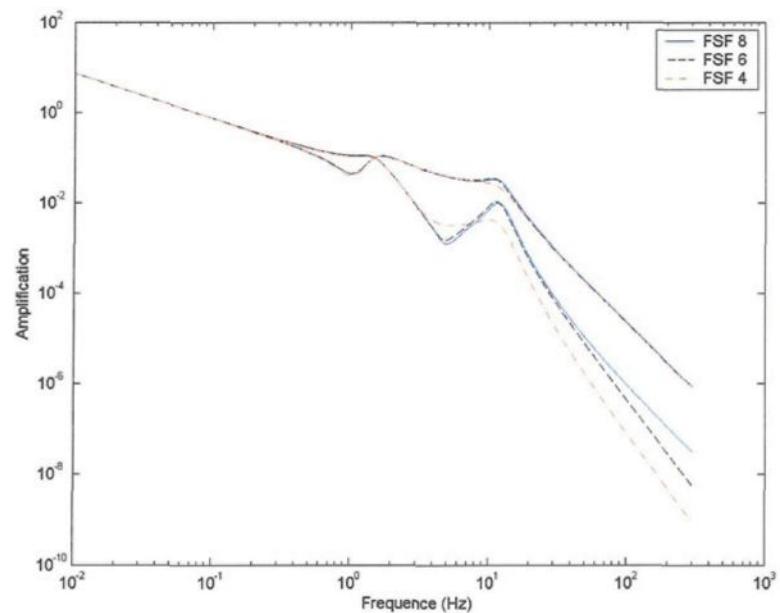


Figure 39 : Angle de roulis pour perturbation de la route

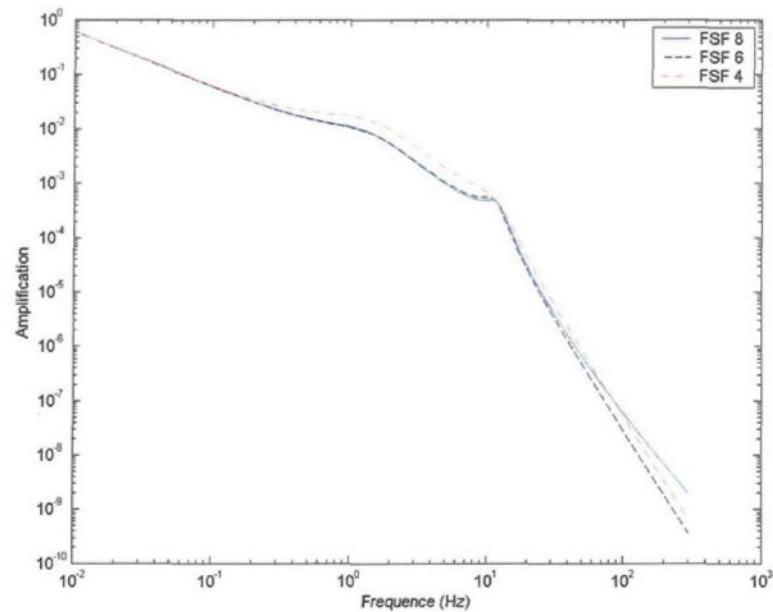
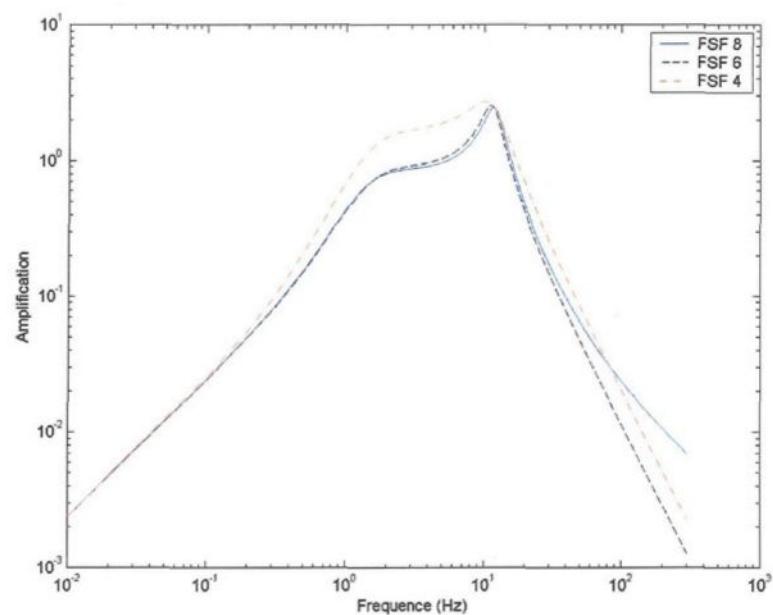


Figure 40 : Accélération angulaire pour perturbation de la route



À la vue de ces graphiques, nous pouvons confirmer que l'importance de la déflexion du pneu est négligeable pour le contrôle en basses fréquences. Nous éliminons ainsi une mesure complexe à réaliser, tout en conservant des performances comparables au système initial. Il est possible d'utiliser seulement 4 capteurs et d'obtenir des résultats voisins de ceux obtenus pour un contrôle avec toutes les variables d'état. Ces quatre variables nécessitent 3 capteurs : un capteur de déplacement pour mesurer la distance entre la masse suspendue et non suspendue à droite et à gauche, ainsi qu'un capteur d'angle. Le signal provenant du capteur d'angle peut être dérivé pour mesurer la vitesse de rotation de la masse suspendue. Cette réduction du nombre de capteurs nécessaires facilite l'installation d'un système actif sur le véhicule.

## Chapitre 5

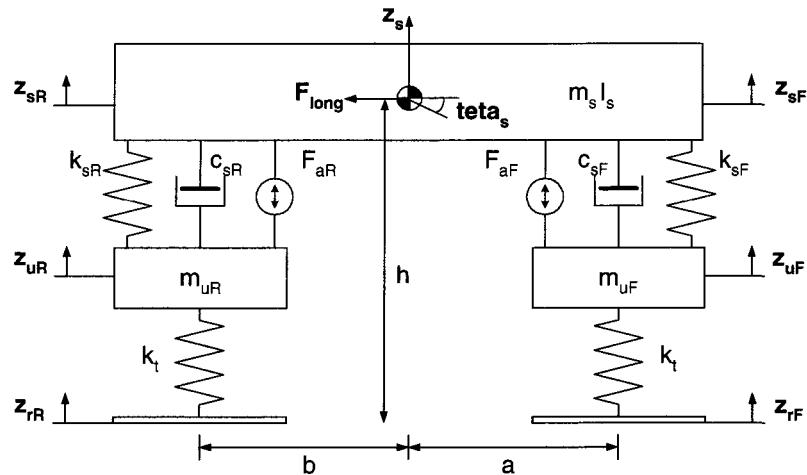
### Développement du contrôleur par algorithmes génétiques pour le modèle de demi véhicule longitudinal

#### 5.1 Introduction

Suite aux résultats obtenus sur les modèles à 2 DDL et à 4 DDL, une nouvelle approche est appliquée pour tirer le maximum des avantages de chaque méthode. Le but est de développer un contrôleur comprenant à la fois des gains pour les variables facilement mesurables et des filtres d'un ordre acceptable, pour améliorer la performance du système actif sur toute la gamme des fréquences utiles. La pondération en fréquence des différents critères de performance et la modélisation des propriétés de l'actionneur ont aussi été prises en compte. Afin d'optimiser une telle stratégie de contrôle, les algorithmes génétiques ont été utilisés.

Le modèle utilisé est rappelé à la figure 41. Il représente une vue de coté d'un véhicule automobile avec différentes propriétés à l'avant et à l'arrière. Deux actionneurs indépendants sont situés à chaque extrémité du véhicule.

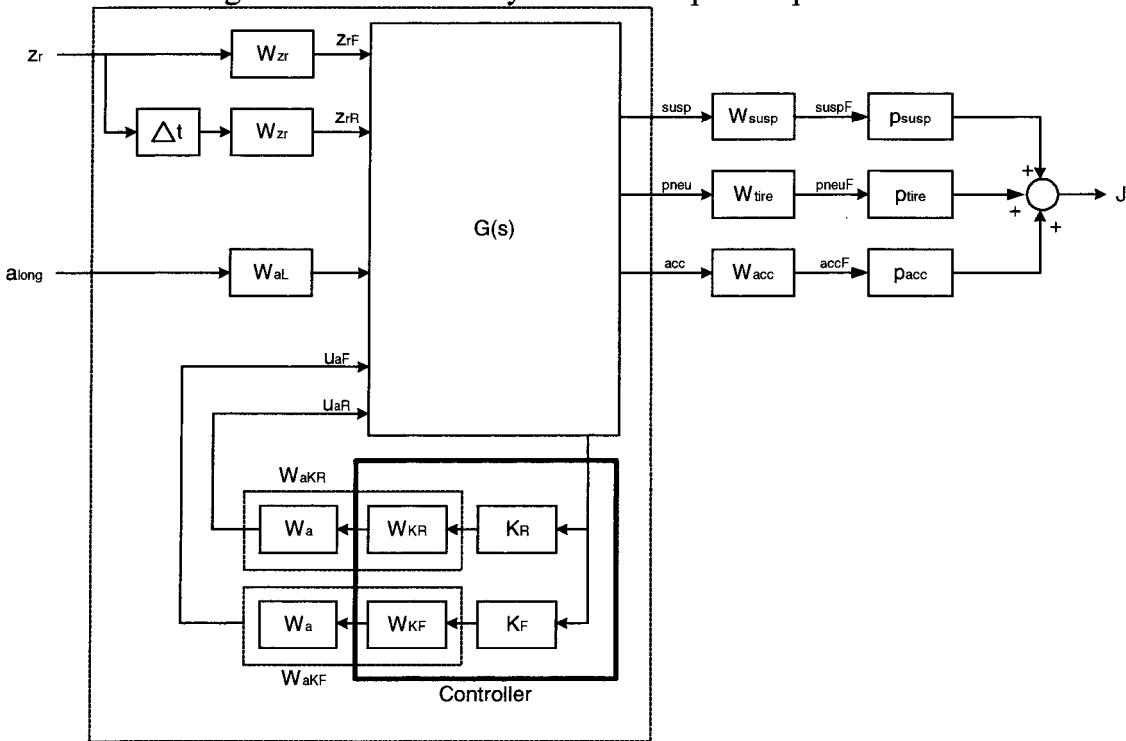
Figure 41 : Modèle à 4 DDL longitudinal



## 5.2 Préparation du modèle

La figure 42 illustre le fonctionnement du système. Le bloc  $G(s)$  est le modèle demi véhicule longitudinal de la figure 41. Des filtres sont ajoutés pour pondérer en fréquence les entrées et les sorties. Comme la tenue de route et la déflexion de suspension doivent être semblables à l'avant et à l'arrière, la valeur maximale est retenue comme représentative du véhicule. Un poids multiplie chaque critère et ce, pour chaque entrée.

Figure 42 : Schéma du système utilisé pour l'optimisation



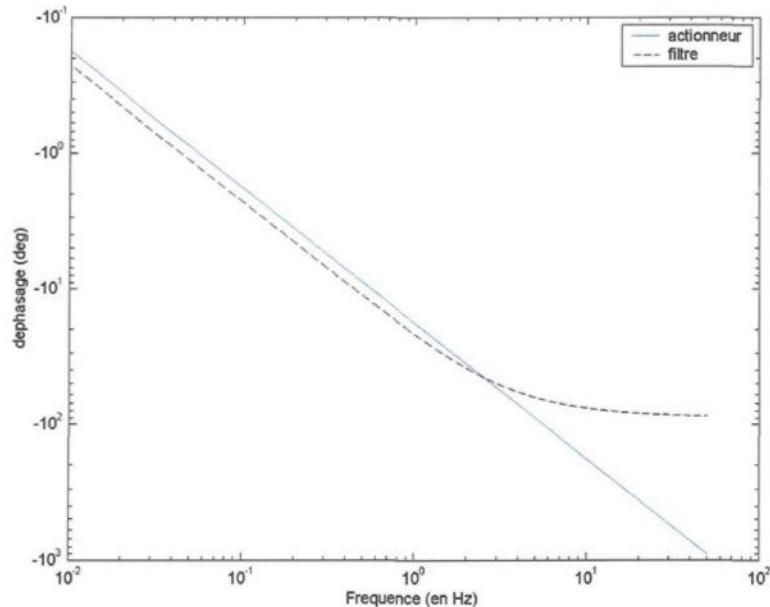
Comme dans le cas du contrôle  $H_\infty$ , l'entrée  $z_r$  est filtrée pour atténuer les hautes fréquences. Le filtre est de premier ordre avec une fréquence de coupure de 1Hz. Une seule perturbation de la route est appliquée sur le système, directement à la roue avant. Une vitesse de 80km/h est fixée et la roue arrière subit la même perturbation avec un délai  $\Delta t$  donné par :

$$\Delta t = \frac{a+b}{V} \quad (5.1)$$

Nous posons l'hypothèse que les accélérations longitudinales sont semblables aux accélérations latérales et limitées aux basses fréquences. Le filtre utilisé est de premier ordre avec une fréquence de coupure de 1 Hz.

Pour modéliser la dynamique de l'actionneur, un délai de 50ms est défini [36] entre l'entrée d'un signal de contrôle et l'application de la force désirée. Un filtre passe bas ayant une fréquence de coupure de 2.5Hz est utilisé pour représenter l'actionneur. La figure 43 permet de comparer le délai du filtre et de l'actionneur à différentes fréquences. Le délai du filtre est acceptable jusqu'à 4Hz, ce qui est supérieur à la fréquence de résonance de la masse suspendue.

Figure 43 : Réponse en fréquence de l'actionneur



Les filtres  $W_{\text{susp}}$ ,  $W_{\text{pneu}}$  sont les mêmes que ceux utilisés dans la section 3.4. Pour améliorer la mesure de déflexion de suspension, seule la valeur maximale est retenue [ 25 ]. Puisque la perte de traction à une seule extrémité réduit la stabilité du véhicule, la valeur maximale de déflexion du pneu est retenue. Le filtre  $W_{\text{acc}}$  est utilisé pour pondérer l'accélération verticale et angulaire.

Pour un véhicule ayant 2 capteurs, des résultats intéressants ont été obtenus. Ces deux capteurs mesurent la déflexion de la suspension, un à l'avant et l'autre à l'arrière. La vitesse relative de la suspension est obtenue en dérivant cette mesure. Les quatre mesures disponibles sont incluses dans le vecteur  $y$ .

Chaque contrôleur est composé d'un vecteur de gain  $K$  qui multiplie le vecteur  $y$  contenant les valeurs mesurées. La sortie est ensuite traitée par un filtre  $W_K$ . Le vecteur  $K$  comprend

un gain  $k_i$  correspondant à chaque mesure. Pour chaque filtre, des coefficients  $b_i$  et  $a_i$  sont aussi fixés selon l'ordre désiré.

Le système complet  $P(s)$  est construit à l'aide des matrices  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  et  $D_i$  où  $i$  correspond aux différents filtres.

$$\dot{x}_P = A_P x_P + L_{rFP} z_{rF} + L_{rRP} z_{rR} + L_{ap} a_{long} \quad (5.2)$$

$$A_P = \begin{bmatrix} A + B_{aF} D_{aK} K_F + B_{aR} D_{aK} K_R & L_{zF} C_{zr} & L_{zR} C_{zr} & L_a C_{aL} & B_{aF} D_{aK} & B_{aR} D_{aK} \\ 0 & A_{zr} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{zr} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{aL} & 0 & 0 \\ B_{aK} K_F & 0 & 0 & 0 & A_{aK} & 0 \\ B_{aK} K_R & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{aK} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$L_{rFP} = \begin{bmatrix} L_{zF} D_{zr} \\ B_{zr} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.4) \quad L_{rRP} = \begin{bmatrix} L_{zR} D_{zr} \\ 0 \\ B_{zr} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.5) \quad L_{ap} = \begin{bmatrix} L_a D_{aL} \\ 0 \\ 0 \\ B_{aL} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Les poids sont fixés par rapport à un modèle de référence. Ce modèle représente une suspension passive ayant les paramètres du tableau 5. Le poids de chaque critère  $i$  est l'inverse de la valeur  $J_{iref}$ , obtenue avec le modèle de référence :

$$\rho_i = \frac{1}{J_{iref}} \quad (5.7)$$

$$J = \sum \rho_i J_i \quad (5.8)$$

La valeur  $J$  du modèle de référence passif est de 10. Pour chaque individu, la performance  $J$  est donnée par l'équation 5.8, afin d'optimiser la valeur de chaque variable  $k_i$ ,  $a_i$  et  $b_i$ . Une variation de 10% de la rigidité des ressorts de suspension est permise et la valeur des amortisseurs est ajustée lors du processus.

### 5.3 Optimisation

Une population de 100 individus est créée pour le processus d'optimisation. Pour chaque individu une variation de la rigidité de la suspension  $k_s$  de 10% est permise ainsi que la modification de l'amortissement  $c_s$ . Les gains  $K_i$ ,  $a_i$  et  $b_i$  sont également optimisés. Les valeurs minimales et maximales ainsi que le nombre de bits sont donnés au tableau 13.

Tableau 13 : Valeurs utilisées pour le codage de la solution

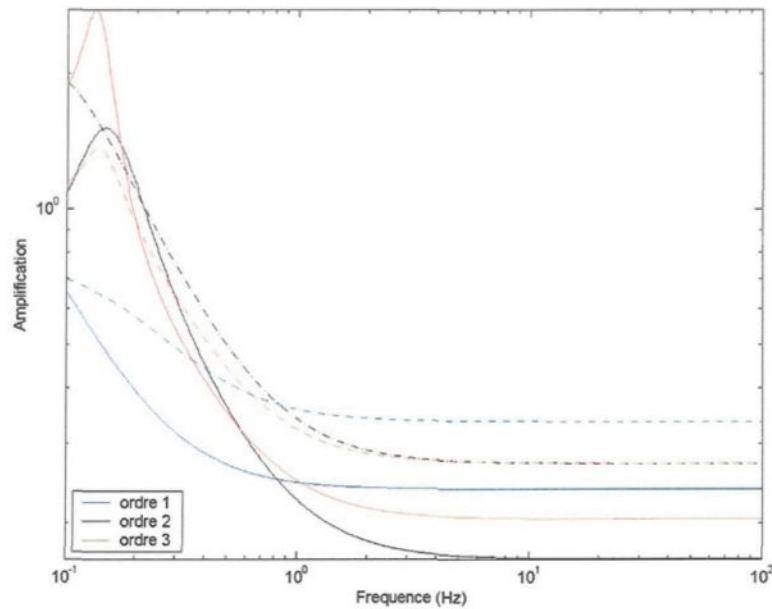
Variable	minimum	maximum	longeur
$x_i$	$x_{imin}$	$x_{imax}$	bit
$k_{sF}$	11 700	14 300	8
$k_{sR}$	22 500	27 500	8
$c_s$	0	20 000	8
$K_i$	-70 000	70 000	8
$a_i$	0	100	10
$b_i$	0	100	10

Pour une valeur  $g$  du gène comprise entre 0 et  $2^m$ , la valeur de la variable  $x$  est donnée en fonction des valeurs minimales et maximales, ainsi que de la longueur du gène.

$$x_i = x_{imin} + g_i \frac{x_{imax} - x_{imin}}{2^m - 1} \quad (5.9)$$

Le taux de croisement est de 40% et le taux de mutation de 1%. L'évolution se fait sur une période de 2000 générations. L'optimisation a été réalisée à plusieurs reprises pour des filtres d'ordre 1, 2 et 3. La figure suivante représente la réponse en fréquence du filtre de chaque contrôleur.

Figure 44 : Réponse en fréquence des filtres  $W_K$  des différents contrôleurs



Les figures suivantes donnent la réponse en fréquence des filtres des contrôleurs avant et arrière. La figure 45 donne la réponse à une perturbation de la route et la figure 46 à une accélération latérale.

Figure 45 : Réponse en fréquence du contrôleur à une perturbation de la route

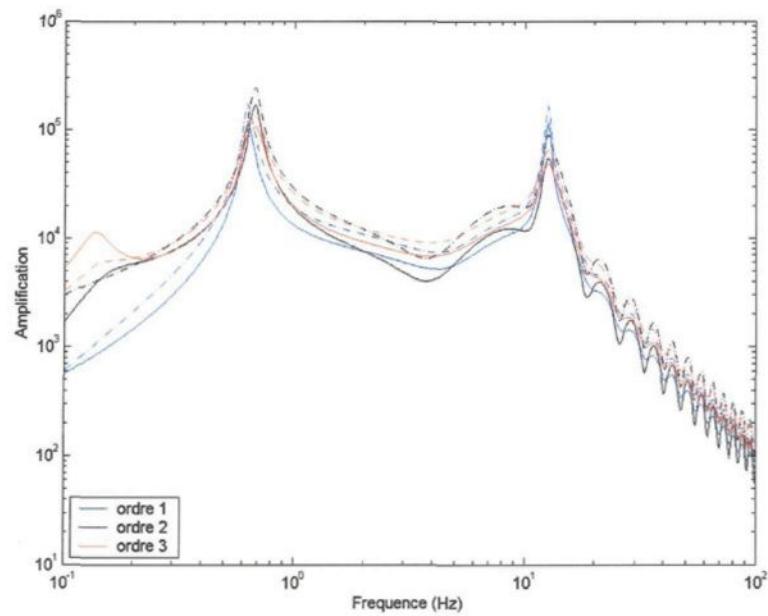
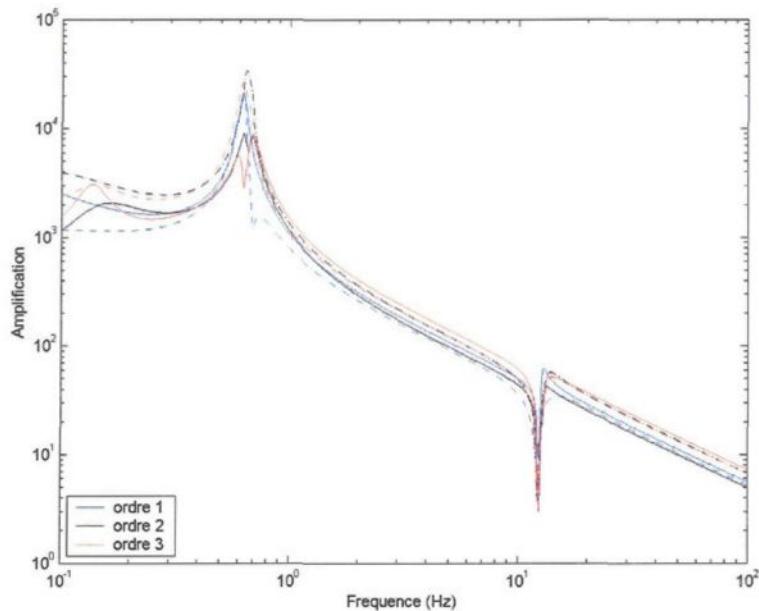


Figure 46 : Réponse en fréquence du contrôleur à une accélération longitudinale



Le comportement général de tous les filtres est semblable, indépendamment de leur ordre. Pour une perturbation de la route, la force est augmentée aux fréquences de résonance des masses suspendues et non suspendues. Cette augmentation de la force appliquée devrait permettre d'atténuer l'amplitude présente à ces deux résonances. Pour une accélération longitudinale, la force appliquée présente une résonance aux environs de la résonance de la masse suspendue. En consultant les figures 48 à 55, nous remarquons qu'il s'agit de la résonance présente dans le système passif.

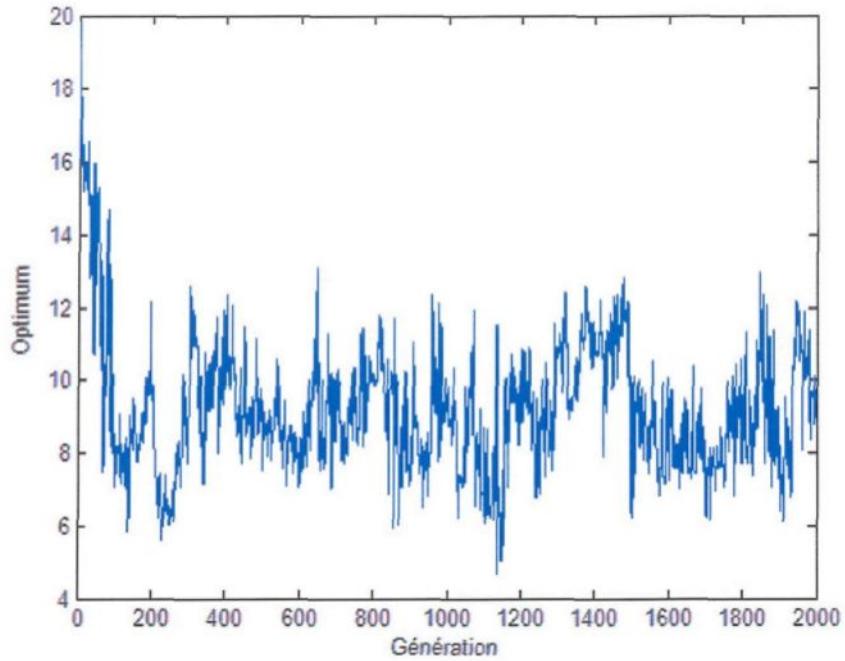
Les résultats obtenus pour les différentes optimisations sont donnés au tableau 14.

Tableau 14 : Résultats de l'optimisation par algorithmes génétiques

Ordre des filtres	Index de performance J		
	Essai 1	Essai 2	Essai 3
Ordre 1	5.4519	5.4415	5.4415
Ordre 2	5.7579	5.3429	5.4520
Ordre 3	5.1858	5.7450	4.6620

La figure 47 donne la convergence de la solution pour le troisième essai des filtres d'ordre 3.

Figure 47 : Convergence de la solution



La solution optimale est obtenue à la 1137<sup>ème</sup> génération et correspond à :

$$k_{sF} = 13863 \text{ N/m} \quad k_{sR} = 23379 \text{ N/m} \quad (5.10)$$

$$c_{sF} = 469 \text{ N/m/s} \quad c_{sR} = 547 \text{ N/m/s} \quad (5.11)$$

$$W_{KF} = \frac{18.45s^3 + 95.2148s^2 + 79.5898s + 66.2109}{90.625s^3 + 25.7813s^2 + 54.0039s + 36.5234} \quad (5.12)$$

$$W_{KR} = \frac{21.7773s^3 + 99.5117s^2 + 57.5195s + 55.4688}{80.2734s^3 + 85.5469s^2 + 78.9063s + 39.2578} \quad (5.13)$$

$$K_F = -22969(z_{sF} - z_{uF}) - 51406(z_{sR} - z_{uR}) + 35547(\dot{z}_{sF} - \dot{z}_{uF}) + 4921(\dot{z}_{sR} - \dot{z}_{uR}) \quad (5.14)$$

$$K_R = -28438(z_{sF} - z_{uF}) + 41563(z_{sR} - z_{uR}) + 54688(\dot{z}_{sF} - \dot{z}_{uF}) + 56875(\dot{z}_{sR} - \dot{z}_{uR}) \quad (5.15)$$

#### 5.4 Résultats du contrôleur

La valeur minimale de J ainsi obtenue est de 4.66 comparativement à 10 pour le modèle passif. La performance globale est améliorée de 53.4%. Les réponses en fréquences des différents critères pour les entrées de la route et de l'accélération longitudinale sont données aux figures 48 à 55.

Figure 48 et Figure 49 : Accélération angulaire pour les deux entrées

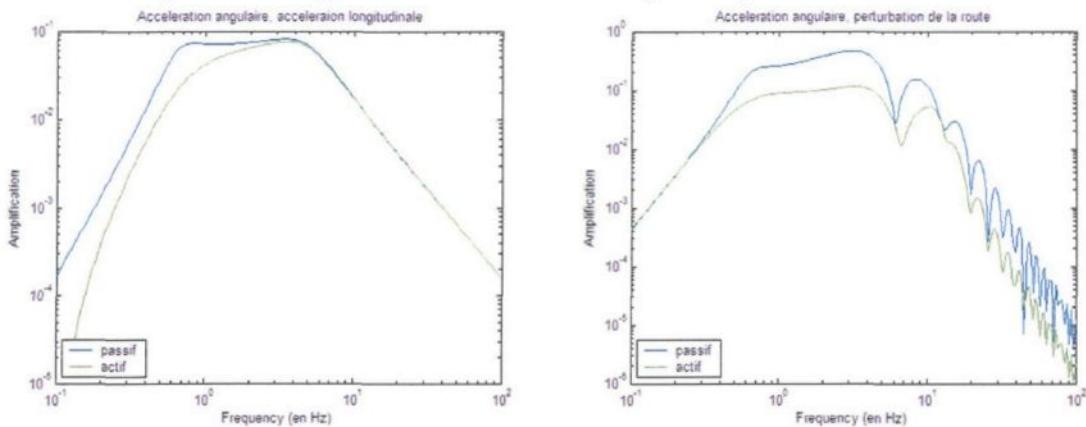


Figure 50 et Figure 51 : Accélération verticale pour les deux entrées

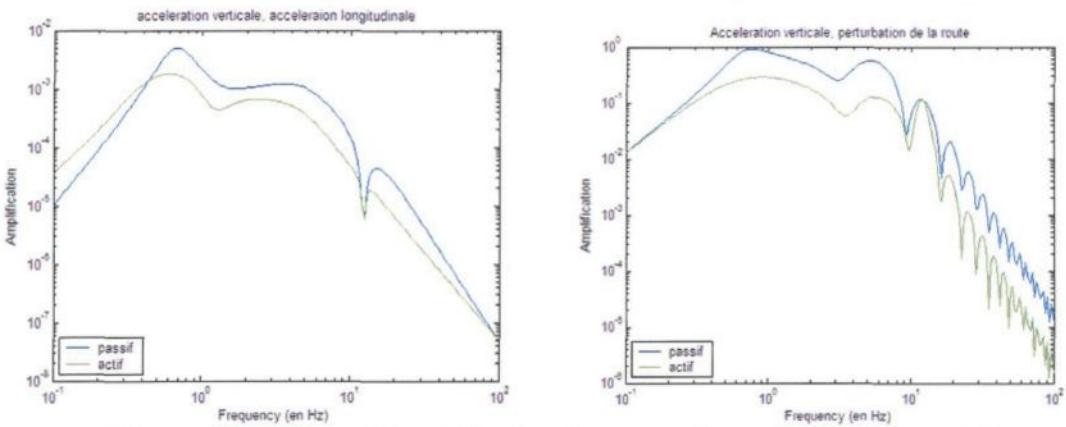


Figure 52 et Figure 53 : Déflexion de suspension pour les deux entrées

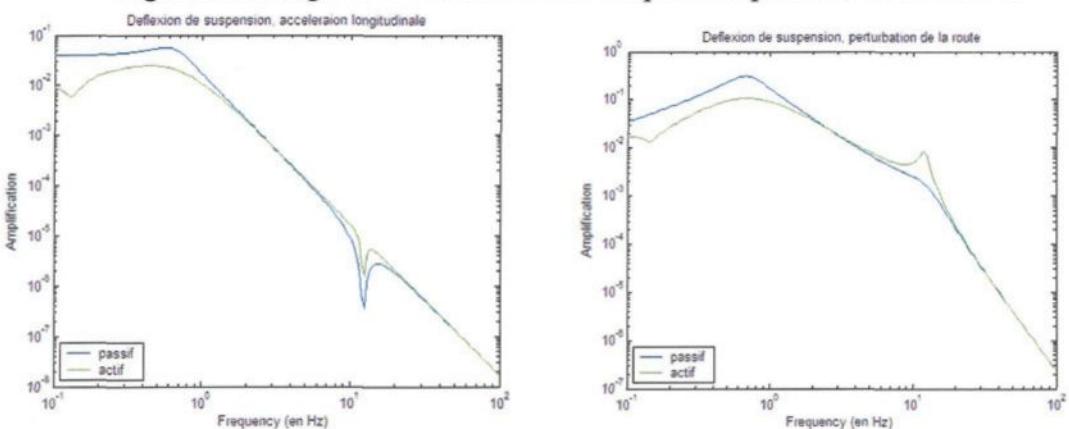
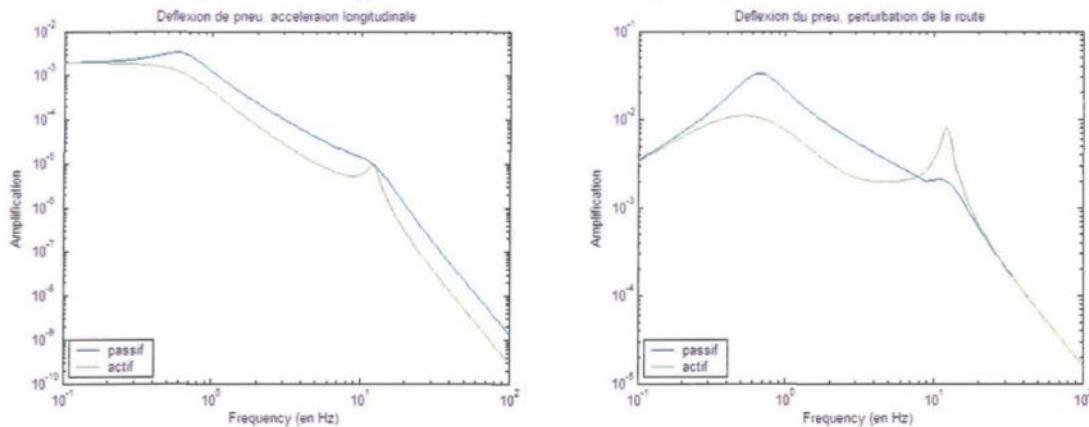


Figure 54 et Figure 55 : Déflexion du pneu pour les deux entrées



Puisque l'amplification est sur une échelle logarithmique, les améliorations sont considérables. Elles sont également présentes sur la majorité des fréquences rencontrées, et contrairement aux stratégies de contrôle précédentes, elles ne provoquent pas de déflexion de suspension importante en basses fréquences. Toutes les fréquences de résonance sont atténuées ou éliminées, à l'exception de la résonance de la masse non suspendue avec une perturbation de la route. Nous expliquons ce fait par la difficulté pour un actionneur situé entre la masse suspendue et non suspendue de contrôler la résonance de la masse non suspendue et du pneu.

## Chapitre 6

### Utilisation de l'aluminium

#### **6.1 Ajustement des modèles**

Le modèle actif demi véhicule à 4 DDL avec contrôle par Riccati a été réalisé pour deux véhicules différents. Le premier conserve les valeurs données précédemment pour le modèle quart de véhicule. Le deuxième représente un véhicule en aluminium ayant une masse suspendue réduite de 30% et une masse non suspendue réduite de 20%. Afin de rendre la comparaison plus réaliste, les valeurs de rigidité et d'amortissement de la suspension ont été modifiées pour conserver des fréquences de résonance et un pourcentage d'amortissement constants. Le tableau 15 donne les valeurs utilisées.

Tableau 15 : Valeurs utilisées pour le modèle à 4 DDL standard et en aluminium

Symbole	Paramètre	Standard	Aluminium	Unité
$m_s$	Masse suspendue	500	350	kg
$I_s$	Inertie de la masse suspendue	325	287.5	$\text{kg m}^2$
$m_{uR}, m_{uL}$	Masse non suspendue	30	24	kg
$k_{sR}, k_{sL}$	Rigidité de la suspension	20 000	14 000	N/m
$c_{sR}, c_{sL}$	Amortissement de suspension	1 000	1 000	Ns/m
$k_{tR}, k_{tL}$	Rigidité du pneu	200 000	200 000	N/m
L	Largeur du véhicule	1.75	1.75	m
h	Distance entre CG et CR	0.5	0.5	m

#### **6.2 Résultats obtenus**

Les figures suivantes indiquent les améliorations au niveau du confort, du roulis et de la force nécessaire.

Figure 56 et Figure 57 : Accélération angulaire pour les deux entrées

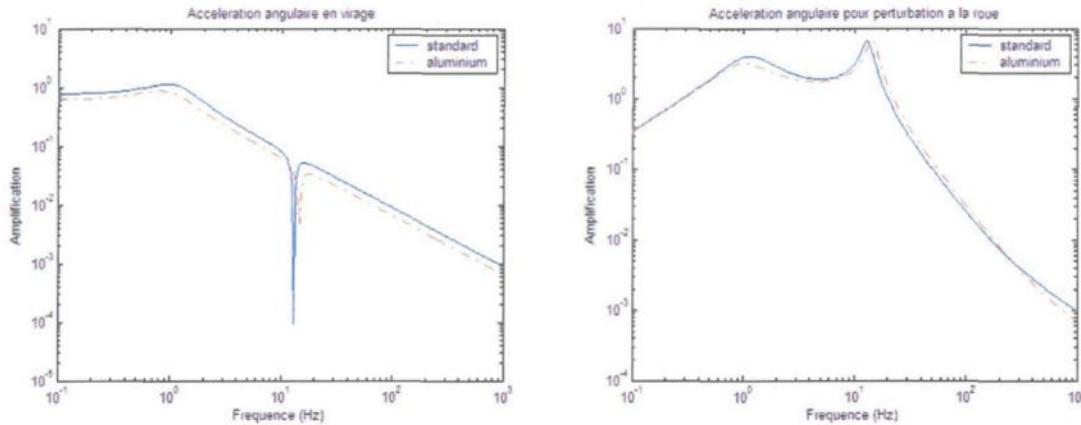


Figure 58 et Figure 59 : Angle de roulis pour les deux entrées

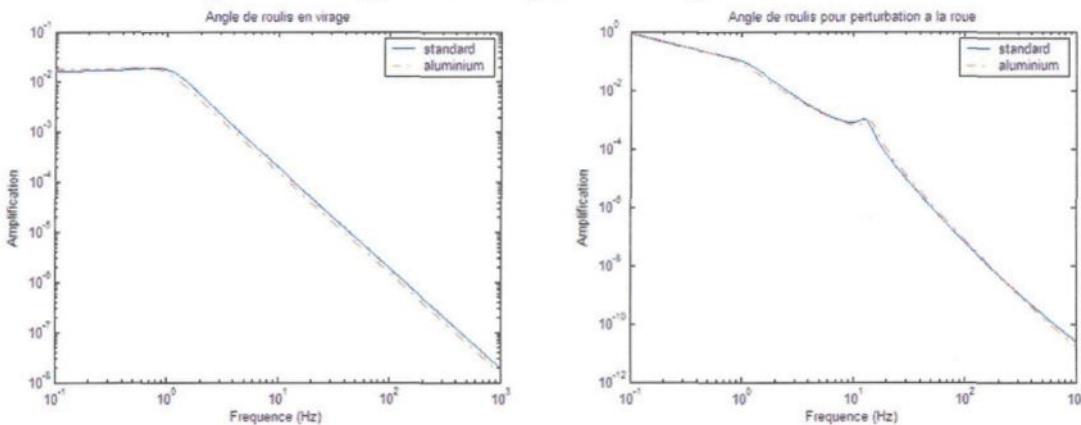
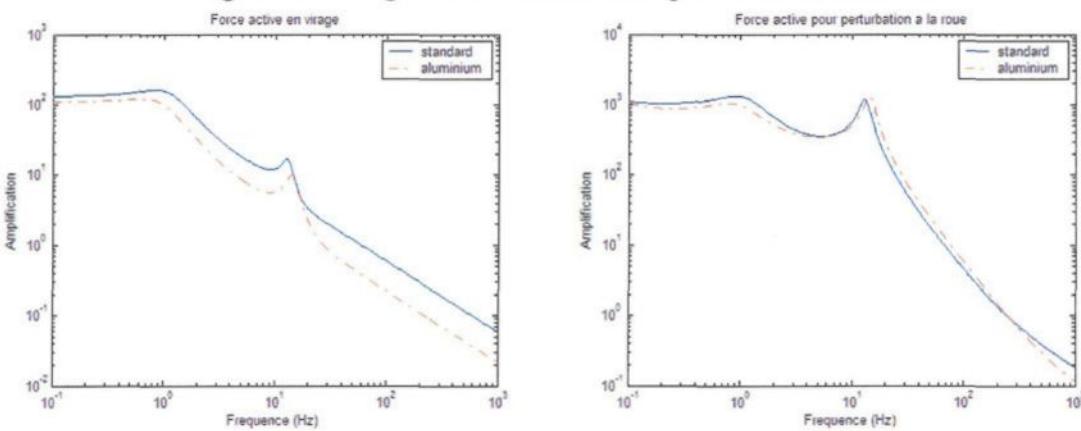


Figure 60 et Figure 61 : Force active pour les deux entrées



Lors des virages, l'accélération angulaire et le roulis sont réduits sur toute la gamme des fréquences. La force active demandée est fortement réduite, même aux fréquences de résonance. Pour des perturbations provenant de la route, l'accélération angulaire est réduite à la résonance de la masse suspendue, mais conserve la même amplitude à la résonance de

la masse non suspendue. Nous remarquons, sur l'ensemble des figures, que la fréquence de résonance des deux masses est plus élevée. Cette augmentation est bénéfique, notamment pour la résonance de la masse non suspendue, car la densité spectrale diminue avec l'augmentation de la fréquence. Pour le roulis et la force active avec une perturbation de la route, les améliorations sont présentes en basses fréquences, mais moins prononcées que dans le cas d'un virage. L'ensemble des améliorations est attribuable à la force demandée, qui est réduite grâce à la réduction de masse du véhicule en aluminium. Pour des performances identiques, la force demandée sera réduite. Pour une puissance donnée, les performances seront améliorées.

## Chapitre 7

### Conclusion

Le but principal de ces travaux de recherche était de développer des stratégies de contrôle pour une suspension active d'automobile. Pour atteindre cet objectif, différents modèles ont été utilisés, ce qui a permis le développement de différents types de contrôleurs. Le premier chapitre a présenté la revue de littérature qui a été réalisée. Cette recherche a permis de préciser les entrées du système et les critères de performance. Les différentes stratégies de contrôle retenues ont également été énumérées dans ce chapitre.

Les différentes contraintes reliées au domaine des suspensions automobiles ont été illustrés au premier chapitre. Cette revue de littérature a permis de définir les critères de performance et les différentes stratégies de contrôle applicables à la suspension active.

Par la suite, les différents modèles de suspension ont été expliqués au chapitre 2. Le premier modèle représente un quart de véhicule à 2 degrés de liberté. Les modèles demi véhicule latéral et longitudinal ont été présentés. Ils permettent d'étudier le roulis et le tangage absents du modèle quart de véhicule.

Les différentes stratégies de contrôle sont appliquées sur un modèle quart de véhicule au troisième chapitre. Le « skyhook damping » est une stratégie simple qui donne de bons résultats. Le contrôle par Riccati donne des résultats appréciables, mais la nécessité de mesurer plusieurs variables complique l'implémentation du système. Le contrôle  $H_\infty$  offre des résultats supérieurs aux autres contrôleurs, mais son ordre élevé est une source de problèmes potentiels. Les résultats obtenus démontrent l'importance de la pondération en fréquence des critères de performance.

Les résultats donnés au chapitre 4 démontrent qu'une barre anti-roulis active est plus performante qu'une barre anti-roulis passive. La démarche de simplification présentée donne d'excellents résultats, facilitant l'implémentation du système sur un véritable véhicule. L'ajout de filtres et d'algorithmes de limitation de la défexion de suspension sont des améliorations proposées pour le système actif.

Les algorithmes génétiques sont utilisés au chapitre 5 pour concevoir un système actif en utilisant un modèle demi véhicule longitudinal. Cette stratégie permet de réduire

l'ensemble des critères de plus de 50%, ce qui est une amélioration appréciable. L'ajout d'un filtre d'ordre réduit jumelé à des gains explique cette augmentation de la performance.

Finalement, les deux modèles étudiés au chapitre 6 permettent d'observer une légère augmentation des performances pour un véhicule fait d'aluminium. Ce phénomène s'explique principalement par la réduction de masse et d'inertie, qui réduit la demande en énergie.

Les résultats que nous avons obtenus lors de ces travaux de recherche ont fait l'objet des conférences et des publications suivantes :

- « Optimisation par Riccati d'une loi de contrôle de suspension automobile » présenté à la conférence de l'ACFAS 2005 ;
- « Study of Active Anti-Roll Bar Controller for Off Road Vehicle » présenté au CANCAM 2005 ;
- Un poster sur l'effet de l'utilisation de l'aluminium sur le comportement dynamique d'une suspension active d'automobile a été publié dans le mémoire de la recherche du REGAL 2005 ;
- « Design of an Active Suspension Control for a Four DOF Model using Genetic Algorythm » qui a été présenté à la conférence de l'ASME 2005 ;

## Recommandations

Les travaux réalisés ont permis de démontrer qu'une suspension active permet d'améliorer les performances de la suspension, principalement en réduisant la transmissibilité des différentes fonctions de transfert. Ces calculs ont été obtenus en utilisant des modèles linéaires. Afin d'améliorer l'exactitude des résultats, les pistes suivantes sont proposées.

### Utilisation d'un simulateur temporel

Ce type simulateur offre la possibilité d'inclure les non linéarités des amortisseurs, des pneus, de la géométrie de suspension et des différentes butées.

### Étude approfondie des actionneurs disponibles

Il a été démontré que l'actionneur utilisé influence les performances et la stratégie de contrôle à utiliser. La comparaison des performances de différents actionneurs permettrait de choisir les plus efficaces, et des modèles plus réalistes pourraient alors être développés. Les stratégies de contrôle développées à l'aide de ces modèles seraient beaucoup plus efficaces.

### Conception numérique du contrôleur

Les contrôleurs développés lors des travaux sont représentés par des systèmes analogiques ayant des gains et des fonctions de transfert. Un modèle numérique du contrôleur permettrait de définir les précisions nécessaires, les fréquences d'échantillonnage ainsi que les gains des filtres numériques utilisés dans un véritable microprocesseur.

### Évaluation de la robustesse

Les modèles analogiques ou numériques représentant la suspension, les actionneurs et les contrôleurs ont tous des propriétés constantes. Une grande partie du développement d'un système de contrôle est l'évaluation de la robustesse du contrôleur, lorsque certains paramètres varient dans le temps. La micro analyse est un outil potentiel pour évaluer la robustesse des systèmes de contrôle.

### Amélioration des critères de performance et ajout de contraintes

Les résultats obtenus sont fonctions des critères de performances utilisés. Lors de la conception, différents critères et contraintes peuvent être utilisés, principalement basés sur l'expérience. L'utilisation des algorithmes génétiques permet l'ajout de plusieurs types de contraintes.

## Références

1. GILLESPIE, Thomas D.; (1992) Fundamentals of Vehicle Dynamics, Warrendale : Society of Automotive Engineers, Inc, 495p.
2. PRAHLAD, V.; RAO, M.V.C.; (1997) A tunable fuzzy logic controller for vehicle active suspension systems. *Fuzzy Sets and Systems* 85, pp. 1183-1191.
3. BOUAZARA, Mohamed; (1991) L'influence des paramètres de suspension sur le comportement d'un véhicule. Maîtrise ès sciences (M. Sc.). Québec / Université Laval / 105p.
4. CHALASSANI, R.M.; (1986) Ride performance potential of active suspension system part I : Simplified analysis based on a quarter-car model. *Symposium on simulation and control of ground vehicle and transportation systems* : AMD-80(DSC.2), pp.187-204
5. BOUAZARA, Mohamed; (1997) Étude et analyse de la suspension active et semi active des véhicules routiers. Thèse de doctorat (Ph. D.). Québec / Université Laval / 164p.
6. ROBSON, J.D. ; (1979) Road surface description and vehicle response. *International Journal of Vehicle Design*, 1:25-35
7. DODDS C. J. ; ROBSON J. D. ; (1973) The description of road surface roughness. *Journal of Sound and Vibration*: Volume 31 (Numéro 2), pp. 175-183.
8. BLUNDELL, Mike ; HARTY, Damian ; (2004) The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics, Warrendale : Society of Automotive Engineers, Inc, 514p.
9. DONAHUE, Mark D.; (1998) Implementation of an Active Suspension, Preview Controller for Improved Ride Comfort. Master of science (Plan II). Boston University : Berkeley / University of California at Berkeley, 85p.
10. HROVAT, D. ; HUBBARD, M. ; (1981) Optimum Vehicle Suspensions Minimising RMS Rattlespace, Sprung-Mass Acceleration and Jerk. *Transactions of the ASME*: Vol. 103, pp. 228-236.
11. SAMMIER, Damien; (2001) Sur la modélisation et la commande de suspension de véhicules automobiles. Thèse de doctorat (Ph. D.). France / Laboratoire d'automatique de Grenoble / 234p.

12. DIXON, John C. ; (1996) Tires, Suspension and Handling, Warrendale : Society of Automotive Engineers, Inc, 621p.
13. PACEJKA, Hans B. ; (2002) Tires and vehicle dynamics, Warrendale : Society of Automotive Engineers, Inc, 627p.
14. MILLIKEN, William F. ; MILLIKEN, Douglas L. ; (1995) Race car vehicle dynamics, Warrendale : Society of Automotive Engineers, Inc, 890p.
15. Can a car really be light, safe and comfortable to drive ?. (2001). Metallurgia: Volume 68 (Numéro2), pp. FT9-FT10.
16. The battle of the metals. (2000) Automotive engineering international: Août 2000, pp. 36-53.
17. Steel rules the body panel kingdom. (2002) Automotive engineering international: Août 2002, pp. 69-72.
18. BIRCH Stuart; (2000), Audi A2 production. Automotive engineering international: Février 2000, pp. 11-14.
19. Aluminium and the XJ. (2003) Automotive engineering international: Avril 2003, pp. 97-100.
20. HUNTER, John; Adhesive bonding in automotive structures, Symposium sur le collage de l'aluminium, 30 septembre 2004
21. HROVAT D. ; (1997) Survey of Advanced Suspension Developments and Related Optimal Control Applications. Automatica: Volume 33 (Numéro10), pp. 1781-1817.
22. FRIEDLAND, Bernard; (1976) Control System Design, United States : McGraw-Hill, 513p.
23. DUC, Gilles; FONT, Stéphane; (1999) Commande  $H_\infty$  et  $\mu$ -analyse, HERMES Science : Paris, 121p.
24. MITSUO, Gen; RUNWEI, Cheng; (1997) Genetic Algorithms & Engineering Design, United States : John Wiley & Sons, 411p.
25. BAUMAL, A.E.; McPhee, J.J.; Calamai, P.H.; (1998) Application of Genetic Algorithms to the design optimisation of an active vehicle suspension system. Comput Method Appl Mech Engrg 163, pp.87-94

26. ALKHATIB, R.; NAKHAIE JAZAR, G.; GOLNARAGHI, M.F.; (2004) Optimal design of passive linear suspension using genetic algorithm. *Journal of Sound and Vibration* 275, pp.665-691
27. HAIPING, Du; LAM, James; Sze, Kam Yim; (2003) *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 16, pp.667-680
28. GORDON T.J. ; (1995) Non-Linear Optimal Control of a Semi-Active Vehicle Suspension. *Chaos, Solitons, & Fractals: Volume 5* (Numéro 9), pp. 1603-1617.
29. BEN MRAD R. ; LEVITT J.A. ; FASSOIS S.D. ; (1994) Non-linear dynamic modeling of an automobile hydraulic active suspension system. *Mechanical Systems and Signal Processing: Volume 8* (Numéro 5), pp. 485-517.
30. HANBA, Shigeru ; ISOBE, Osamu ; KAWABE, Taketoshi ; MIYASATO, Yoshihiko ; WATANABE, Yoshito ; (1998) New semi-active suspension controller design using quasi-linearization and frequency shaping. *Control Engineering Practice* 6, pp. 1183-1191.
31. KIM, Hyo-Jun ; PARK, Young-Pil ; (2004) Investigation of robust roll motion control considering varying speed and actuator dynamics. *Mechatronics: Volume 14*, pp. 35-54
32. HWANG, S-M. ; Park, Y. ; (1995) Active roll moment distribution based on predictive control. *International Journal of Vehicle Design: Volume 16 Numero 1*, pp. 15
33. HATANO, Tadashi ; NAGAI, Masao ; TAKANO, Shuichi ; TANIGUSHI, Tetsuo ; (2003) Study on a vehicle dynamics model for improving roll stability. *JSAE Review* 24, pp. 149-156
34. BOUAZARA, Mohamed ; RICHARD, Marc J. ; (2001) An optimisation method designed to improve 3-D vehicle comfort and road holding capabilities through the use of active and semi-active suspension. *Eur. J. Mech. A/Solids* 20, pp. 509-520.
35. NELL, S.;STEYN, J.L. (1998) An alternative control strategy for semi-active dampers on off-road vehicles, *Journal of Terramechanics* 35, pp.25-40
36. FISHER, Daniel ; ISERMANN, Rolf ; (2003) Mechatronics semi-active and active vehicle suspensions. *Control Engineering Practice: Volume 12*, pp. 1353-1367.

